

नल एवं हॉज

(Pipes and Cisterns)

परिचय (Introduction): नल एवं हॉज से संबंधित प्रश्न बिलकुल समय एवं काम के प्रश्नों की तरह ही होते हैं। इस प्रकार, यदि एक नल एक हॉज को 6 घंटे में भरता है, तो नल हॉज का $\frac{1}{6}$ भाग 1 घंटा में भरेगा।

नल एवं हॉज प्रश्नों में केवल एक ही अंतर होता है कि इसमें निकासी (outlets) के साथ-साथ प्रवेशिका (inlets) भी होती है। इस प्रकार, इसमें एक कारक (agent) ऐसा होता है जो ऋणात्मक कार्य भी करता है। वह कारक निकास या outlet कहलाता है। शेष प्रक्रिया लगभग समान होती है।

प्रवेशिका (Inlet): एक नल जो कि एक हॉज (tank or cistern or reservoir) से जुड़ा होता है तथा उसे भरता है तो वह नल प्रवेशिका या inlet कहलाती है।

निकास (Outlet): एक नल जो कि एक हॉज से जुड़ा होता है तथा उसे खाली करता है तो वह नल निकास या outlet कहलाता है।

सूत्र (Formulae):

(i) यदि एक नल एक हॉज को x घंटे में भरता है तो 1 घंटा में हॉज का $\frac{1}{x}$ भाग भरता है।

(ii) यदि एक नल एक हॉज को y घंटे में खाली करता है तो 1 घंटा में एक भरा हुआ हॉज का $\frac{1}{y}$ भाग खाली करता है।

(iii) यदि एक नल एक हॉज को x घंटे में भर सकता है तथा दूसरा नल एक भरे हॉज को y घंटे में खाली कर सकता है तो 1 घंटा में हॉज का $\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)$ भाग भरा जाता है, जब दोनों नलों को एक साथ खोल दिया जाता है।

∴ हॉज को भरने में लगा समय, जब दोनों नलों को खोल दिया जाता है = $\frac{xy}{y-x}$

(iv) यदि एक नल एक हॉज को x घंटे में भर सकता है तथा एक दूसरा नल उसी हॉज को y घंटे में भर सकता है तो जब दोनों नलों को एक साथ खोल दिया जाता है तो 1 घंटा में हॉज का $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ भाग भरा जाएगा।

$$\therefore \text{हॉज को पूरी तरह भरने में लगा समय} = \frac{xy}{x+y}$$

- (v) यदि एक नल एक हॉज को x घंटे में भर सकता है तथा दूसरा नल उसी हॉज को y घंटे में भर सकता है लेकिन तीसरा एक खाली करने वाला नल भरे हुए हॉज को z घंटे में खाली कर सकता है तथा सभी को एक साथ खोल दिया जाता है तो एक घंटा में हॉज का $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{z}\right)$ भाग भरा जाता है।

$$\therefore \text{हॉज को भरने में लगा समय} = \frac{xyz}{yz + xz - xy} \text{ घंटा}$$

- (vi) एक नल एक हॉज को x घंटे में भर सकता है। हॉज की तली (bottom) में एक छिद्र होने की वजह से यह y घंटे में भरा जाता है। यदि हॉज पूरी तरह से भरा हुआ है तो

$$\text{छिद्र के द्वारा हॉज को खाली करने में लगा समय} = \frac{xy}{y-x} \text{ घंटा}$$

उदा. 1: दो नल A एवं B एक हॉज को क्रमशः 36 घंटे एवं 45 घंटे में भर सकते हैं। यदि दोनों नलों को एक साथ खोल दिया जाता है तो हॉज को भरने में कितना समय लगेगा?

$$\text{हल: 1 घंटा में अकेले } A \text{ द्वारा भरा गया हॉज का भाग} = \frac{1}{36}$$

$$1 \text{ घंटा में अकेले } B \text{ द्वारा भरा गया हॉज का भाग} = \frac{1}{45}$$

$$\therefore (A+B) \text{ द्वारा 1 घंटा में भरा गया भाग} = \left(\frac{1}{36} + \frac{1}{45}\right) = \frac{9}{180} = \frac{1}{20}$$

इसलिए, दोनों नल एक साथ मिलकर हॉज को 20 घंटे में भरते हैं।

सूत्र विधि (Direct Method): सूत्र (iv) से,

$$\text{अभीष्ट समय} = \frac{36 \times 45}{36 + 45} = 20 \text{ घंटा}$$

उदा. 2: एक नल एक हॉज को 15 घंटे में भर सकता है तली में एक छिद्र होने की वजह से नल इसे 20 घंटे में भर देता है। यदि हॉज पूरी तरह भरा हो तो छिद्र उसे खाली करने में कितना समय लेगा?

$$\text{हल: छिद्र द्वारा एक घंटा में किया गया काम} = \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{20}\right) = \frac{1}{60}$$

$\therefore$ छिद्र हॉज को 60 घंटे में खाली कर देगा।

सूत्र विधि (Direct Method): सूत्र (iv) से,

$$\text{अभीष्ट समय} = \frac{15 \times 20}{20 - 15} = 60 \text{ घंटे।}$$

उदा. 3: नल A एक हॉज को 20 घंटे में भर सकता है जबकि नल B अकेले उसे 30 घंटे में भर सकता है तथा नल C भरे हुए हॉज को 40 घंटे में खाली करता है। यदि सभी नलों को एक साथ खोल दिए जाएँ तो हॉज को भरने में कितना समय लगेगा?

हल: 1 घंटा में भरा गया भाग $= \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{30} - \frac{1}{40} \right) = \frac{7}{120}$

$$\therefore \text{हॉज पूरी तरह भर जाएगा} = \frac{120}{7} = 17\frac{1}{7} \text{ घंटे में}$$

सूत्र विधि (Direct Method): सूत्र (v) से,

$$\frac{20 \times 30 \times 40}{30 \times 40 + 20 \times 40 - 20 \times 30} = \frac{120}{7} = 17\frac{1}{7} \text{ घंटा}$$

उदा. 4: दो नल A एवं B एक हॉज को क्रमशः 1 घंटा एवं 45 मिनट में भरते हैं। एक निकास नल (outlet) C है। यदि सभी तीन नलों को एक साथ खोल दिया जाए तो हॉज 50 मिनट में भर जाता है। भरे हुए हॉज को नल C कितने समय में खाली कर देगा?

हल: 1 मिनट में C द्वारा किया गया काम $= \left(\frac{1}{60} + \frac{1}{75} - \frac{1}{50} \right) = \frac{3}{300} = \frac{1}{100}$

C भरे हुए हॉज को 100 मिनट में खाली कर देगा।

उदा. 5: एक हॉज में 1 से. मी., $1\frac{1}{3}$ से. मी. एवं 2 से. मी. व्यास के तीन नल लगे हुए हैं, इनमें से पानी के आने का अनुपात वही है जो इनके व्यास के वर्गों का। सबसे बड़ा नल अकेला हॉज को 61 मिनट में भर सकता है। यदि तीनों नल एक साथ खोल दिए जाएँ तो बताओ हॉज कितनी देर में भर जाएगा?

हल: 1 मिनट में 2 से. मी. व्यास का नल हॉज का $\frac{1}{61}$ भाग भरता है।

1 मिनट में 1 से. मी. व्यास का नल हॉज का $\frac{1}{61} \times \frac{1}{4}$ भाग भरता है (*)

1 मिनट में $1\frac{1}{3}$ से. मी. व्यास का नल हॉज का $\frac{1}{61} \times \frac{4}{9}$ भाग भरता है। (**)

∴ 1 मिनट में हॉज का $\left(\frac{1}{61} + \frac{1}{61 \times 4} + \frac{4}{61 \times 9}\right)$ अर्थात् $\frac{1}{36}$ भाग भर जाता है।

∴ पूरा हॉज 36 मिनट में भर जाएगा।

नोट: (*) यह दिया हुआ है कि पानी आने की मात्रा नल के व्यास के वर्ग का समानुपाति है।

चूँकि 2 से. मी. व्यास वाला नल हॉज का $\frac{1}{61}$ भाग भरता है इसलिए 1 से. मी. व्यास

वाला नल हॉज का $\frac{1}{61} \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{61} \times \frac{1}{4}$ भाग भरता है।

(**) $1\frac{1}{3} = \frac{4}{3}$ से. मी. व्यास वाला नल हॉज का $\frac{1}{61} \times \frac{1}{4} \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{1}{61} \times \frac{4}{9}$ भाग भरता है।

उदा. 6: एक हॉज के तली में एक छिद्र है। जब हॉज को मरम्मत कर दी जाती है तो उसे $3\frac{1}{2}$ घंटे में भरा जा सकता है। छिद्र की वजह से अब उसे भरने में आधा घंटा अधिक समय लगता है। यदि हॉज पूरी तरह भरा हो तो छिद्र हॉज को कितनी देर में खाली कर देगा?

हल: अभीष्ट समय $= \frac{3.5 \times 4}{4 - 3.5} = 28$ घंटा

उदा. 7: दो नल A एवं B एक हॉज को क्रमशः 24 मिनट एवं 32 मिनट में भरता है। यदि दोनों नलों को एक साथ खोल दिया जाता है तो B को कितने समय बाद बंद कर दिया जाना चाहिए ताकि हॉज 18 मिनट में भर जाए?

हल: मान लिया कि B को x मिनट बाद बंद कर दिया जाता है। (A+B) के द्वारा x मिनट में भरा गया भाग + A के द्वारा (18-x) मिनट में भरा गया भाग = 1

$$\therefore x \left(\frac{1}{24} + \frac{1}{32} \right) + (18-x) \times \frac{1}{24} = 1$$

$$\text{या, } \frac{7x}{96} + \frac{18-x}{24} = 1$$

$$\text{या, } 7x + 4(18-x) = 96$$

$$\text{या, } 3x = 24 \therefore x = 8$$

इसलिए, B को 8 मिनट बाद बंद कर देना चाहिए।

सूत्र विधि (Direct Formula):

नल B को $\left(1 - \frac{18}{24}\right) \times 32 = 8$ मिनट बाद बंद कर देना चाहिए।

उदा. 8: दो नल P एवं Q एक हॉज को क्रमशः 24 घंटे एवं 32 घंटे में भरता है। यदि दोनों नलों को एक साथ खोल दिया जाए तो पहला नल P को कब बन्द कर दिया जाना चाहिए ताकि हॉज 16 घंटे में भर सके?

हल: माना कि पहला नल P को x घंटे बाद बंद कर दिया जाता है।

तो पहला का x घंटे का काम + दूसरे का 16 घंटे का काम = 1

$$\text{या } \frac{x}{24} + \frac{16}{32} = 1$$

$$\therefore \frac{x}{24} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x = 12 \text{ घंटा}$$

सूत्र विधि (Direct Formula):

पहला नल को $\left(1 - \frac{16}{32}\right) \times 24$ घंटा = 12 घंटा तक काम करना चाहिए।

उदा. 9: जब दो नल एक साथ काम करते हैं तो एक हॉज 12 घंटे में भर जाता है। एक नल हॉज को 10 घंटे ज्यादा तेजी से भरता है। हॉज को पूरी तरह से भरने में तेजी से काम करने वाले नल को कितना समय लगेगा?

हल: मान लिया कि तेज नल x घंटे में हॉज को भर देता है।

तो धीमा नल हॉज को $(x+10)$ घंटे में भरता है।

जब दोनों को खोला जाता है, तो हॉज भरा जाएगा:

$$\frac{x(x+10)}{x+(x+10)} = 12$$

$$\text{या, } x^2 - 14x - 120 = 0$$

$$\therefore x = 20, -6$$

लेकिन x ऋणात्मक नहीं हो सकता है इसलिए तेज नल हॉज को 20 घंटे में भरेगा।

उदा. 10: तीन नल A , B , एवं C एक हॉज को 6 घंटे में भरते हैं। 2 घंटे एक साथ काम करने

के बाद C को बंद कर दिया जाता है तथा A एवं B हॉज को 8 घंटे में भर देते हैं। नल C उस हॉज को भरने में कितना समय लेगा?

हल: $A + B + C$ एक घंटा में हॉज का $\frac{1}{6}$ भाग भरता है।

$A + B + C$ 2 घंटे में हॉज का $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ भाग भरता है

खाली भाग $\left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}$ जिसे $(A + B)$ 8 घंटे में भरते हैं।

$\therefore (A + B)$ हॉज को $\frac{8 \times 3}{2} = 12$ घंटे में भरते हैं।

प्रश्नानुसार, $(A + B + C)$ हॉज को 6 घंटे में भर सकते हैं।

$\therefore (A + B + C) - (A + B)$ हॉज को $\frac{12 \times 6}{12 - 6} = 12$ घंटे में भर सकते हैं।

उदा. 11: एक हॉज में एक छिद्र है जो 8 घंटे में उसे खाली कर सकता है। एक नल को खोल दिया जाता है जो हॉज में 6 लिटर पानी 1 मिनट में भरता है तथा अब हॉज 12 घंटे में खाली कर दिया जाता है। हॉज में कितना लिटर पानी अँटेगा?

हल: भरने वाला (filler-tap) नल हॉज को $\frac{12 \times 8}{12 - 8} = 24$ घंटे में भर सकता है।

$\therefore$ हॉज की धारिता (capacity) $= 24 \times 60 \times 6 = 8640$ लिटर

उदा. 12: एक हॉज साधारणतया 8 घंटे में भर दिया जाता है परंतु तली में एक छिद्र हो जाने की वजह से इसे भरने में 2 घंटे अधिक समय लगता है। यदि हॉज भरा हुआ हो तो छिद्र उसे कितनी देर में खाली कर देगा?

हल: प्रश्न से यह स्पष्ट है कि भरने वाला नल हॉज को 8 घंटे में भरता है तथा यदि दोनों भरने वाला नल तथा छिद्र एक साथ काम करे तो हॉज 10 घंटे में भर दिया जाता है।

इसलिए, छिद्र हॉज को $\frac{8 \times 10}{10 - 8} = 40$ घंटे में खाली कर देगा।

उदा. 13: एक नल एक हॉज को 12 मिनट में भर सकता है तथा दूसरा नल उसे 15 मिनट में भर सकता है, लेकिन एक तीसरा नल उसे 6 मिनट में खाली कर सकता है। प्रारंभ में 5 मिनट तक पहले दोनों नलों को खोल दिया जाता है तथा उसके बाद तीसरा नल भी खोल दिया जाता है। हॉज कितने समय में खाली हो जाएगा?

हल: हॉज 5 मिनट में $5\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{15}\right) = \frac{3}{4}$ भाग भरा जाएगा। 1 मिनट में तीनों नलों द्वारा किया

$$\text{गया काम} = \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{15}\right) - \frac{1}{6} = -\frac{1}{60}$$

ऋणात्मक चिह्न सूचित करता है कि 1 मिनट में हॉज का $\frac{1}{60}$ भाग खाली हो जाता है।

$$\therefore \frac{3}{4} \text{ भाग खाली होता है } 60 \times \frac{3}{4} = 45 \text{ मिनट में}$$

उदा. 14: यदि तीनों नलों को एक साथ खोल दिया जाता है तो एक हॉज 12 घंटे में भर जाता है। उनमें से कोई एक नल उसे 10 घंटे में भर सकता है तथा दूसरा नल उसे 15 घंटे में। तीसरा नल किस तरह से काम करता है?

हल: हमें तीसरे नल की प्रकृति ज्ञात करनी है कि यह भरने वाला नल है या खाली करने वाला। मान लिया कि यह एक भरने वाला नल है जो x घंटे में हॉज को भरता है।

$$\text{तो, } \frac{10 \times 15 \times x}{10 \times 15 + 10x + 15x} = 12$$

$$\text{या, } 150x = 150 \times 12 + 25x \times 12$$

$$\text{या, } -150x = 1800$$

$$\therefore x = -12$$

ऋणात्मक चिह्न यह दर्शाता है कि तीसरा नल खाली करने वाला नल है जो हॉज को 12 घंटे में खाली करता है।

उदा. 15: A, B, एवं C तीन नल एक हॉज से जुड़े हुए हैं। A एवं B एक साथ हॉज को 6 घंटे में भरते हैं। B एवं C एक साथ हॉज को 10 घंटे में भरते हैं। A एवं C एक साथ हॉज को $7\frac{1}{2}$ घंटे में भरते हैं। A, B, एवं C अलग-अलग हॉज को कितने समय में भरता है?

हल: (A + B) 6 घंटे में भरते हैं।

(B + C) 10 घंटे में भरते हैं।

$$(A + C) \quad 7\frac{1}{2} = \frac{15}{2} \text{ घंटे में भरते हैं।}$$

$$\therefore 2(A+B+C), \frac{6 \times 10 \times \frac{15}{2}}{6 \times 10 + 6 \times \frac{15}{2} + 10 \times \frac{15}{2}} = \frac{6 \times 5 \times 15}{180} = \frac{5}{2} \text{ घंटे में भरते हैं।}$$

$\therefore A+B+C$ हॉज को 5 घंटे में भरते हैं।

$$\text{अब, } A, [(A+B+C) - (B+C)] \frac{10 \times 5}{10-15} = 10 \text{ घंटे में भरता है।}$$

$$\text{उसी प्रकार, } B, \left(\frac{\frac{15}{2} \times 5}{\frac{15}{2} - 5} \right) = 15 \text{ घंटे में भरता है।}$$

$$\text{एवं } C, \left(\frac{5 \times 6}{6-5} \right) = 30 \text{ घंटे में भरता है।}$$

उदा. 16: किसी हॉज को दो नल अलग-अलग क्रमशः 20 घंटे एवं 30 घंटे में भर सकते हैं। दोनों

नलों को हॉज को भरने के लिए एक साथ खोल दिए जाते हैं लेकिन जब हॉज का $\frac{1}{3}$ भाग भर जाता है तो हॉज में एक छिद्र हो जाता है जिसके द्वारा दोनों नलों के द्वारा भरा गया पानी का $\frac{1}{3}$ भाग बाहर निकल जाता है। हॉज को भरने में कुल कितना समय लगा?

$$\text{हल: हॉज को भरने में दोनों नलों द्वारा लिया गया समय} = \frac{20 \times 30}{20+30} = 12 \text{ घंटा}$$

$$\therefore \text{हॉज का } \frac{1}{3} \text{ भाग } \frac{12}{3} = 4 \text{ घंटे में भरा जाता है}$$

अब, भरे गए पानी का $\frac{1}{3}$ भाग बाहर निकल जाता है

$$\Rightarrow \text{भरने वाला नल पहले की तुलना में } \left(1 - \frac{1}{3} \right) = \frac{2}{3} \text{ कार्यकुशल (efficient) है।}$$

$$(12-4) = 8 \text{ घंटे का काम अब } 8 \div \frac{2}{3} = \frac{8 \times 3}{2} = 12 \text{ घंटे में पूरा किया जाएगा।}$$

$$\therefore \text{कुल समय} = 4 + 12 = 16 \text{ घंटा}$$

अथवा

चूँकि भरे गए पानी का $\frac{1}{3}$ भाग बाहर निकल जाता है, छिद्र हॉज को $12 \times 3 = 36$ घंटे में खाली कर देगा। अब, दो नलों तथा छिद्र के द्वारा हॉज को भरने में लिया गया समय

$$= \frac{36 \times 12}{36 - 12} = 18 \text{ घंटा}$$

$\therefore$ दो नल एवं छिद्र के द्वारा हॉज का $\frac{2}{3}$ भाग भरने में लगा समय

$$= 18 \times \frac{2}{3} = 12 \text{ घंटा}$$

$\therefore$ कुल समय = 4 घंटा + 12 घंटा = 16 घंटा

उदा. 17: एक हॉज साधारणतया 8 घंटे में भरा जाता है परंतु इसके तली में एक छिद्र होने की वजह से हॉज को भरने में 2 घंटा अधिक समय लगता है। यदि हॉज भरा हुआ हो तो छिद्र के द्वारा इसे खाली करने में कितना समय लगेगा?

हल: **विस्तार विधि (Detail Method):**

माना कि हॉज को छिद्र x घंटे में खाली कर देता है। तो 1 घंटा में हॉज का भरा गया

$$\text{भाग} = \frac{1}{8} - \frac{1}{x} = \frac{x-8}{8x}$$

$\therefore$ हॉज $\frac{8x}{x-8}$ घंटे में भरा जाएगा।

$$\text{अब, } \frac{8x}{x-8} = 8 + 2 = 10 \text{ घंटा}$$

$$\text{या, } 8x = 10x - 80$$

$$\text{या, } \therefore x = 40 \text{ घंटा}$$

दृढ़ विधि (Quicker approach): भरने वाला नल 2 घंटा अधिक लेता है

$\Rightarrow$ छिद्र 10 घंटे में उतना ही खाली करता है जितना भरने वाला नल 2 घंटे में भरता है।

$$\Rightarrow \text{छिद्र 10 घंटे में खाली करता है} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \text{ भाग}$$

$$\Rightarrow \text{छिद्र पूरे हॉज को } 4 \times 10 = 40 \text{ घंटे में खाली करता है।}$$

सूत्र विधि (Direct Formula):

$$\text{छिद्र इसे } \frac{8 \times (8+2)}{2} = 40 \text{ घटे में खाली करेगा}$$

उदा. 18: तीन नल A, B एवं C एक हॉज से जुड़े हैं। A एवं B अलग-अलग हॉज को क्रमशः 10 मिनट एवं 15 मिनट में भर सकते हैं तथा C एक खाली करने वाला नल है। एक व्यक्ति दोनों नल A एवं B को हॉज भरने के लिए खोलकर चला जाता है और वापस उस समय आता है जब हॉज को भर जाना चाहिए था। परंतु वह पाता है कि हॉज खाली करने वाला नल भी खुला रह गया था। अब वह इस नल को बंद कर देता है तथा हॉज 2 मिनट में पूर्णतया भर जाता है। नल C अकेले भरे हुए हॉज को कितने समय में खाली कर देगा?

हल: **विस्तार विधि (Detail Method):**

माना कि नल C हॉज को x मिनट में खाली करता है।

$$A \text{ एवं } B \text{ एक साथ हॉज को } \frac{10 \times 15}{10+15} = 6 \text{ मिनट में भर सकता है।}$$

चूँकि खाली करने वाला नल C 6 मिनट तक खुला रहता है इसलिए नल C 6 मिनट में

हॉज का $\frac{6}{x}$ भाग खाली करता है।

अब, हॉज का $\frac{6}{x}$ भाग नल A एवं B द्वारा 2 मिनट में भर दिया जाएगा।

$$\therefore \text{ हॉज } \frac{x}{3} \text{ मिनट में पूर्णतया भर जाएगा।}$$

$$\text{प्रश्नानुसार, } \frac{x}{3} = 6 \quad \therefore x = 18 \text{ मिनट}$$

द्वितीय विधि (Quicker Method):

$$\text{अभीष्ट उत्तर} = \left(\frac{xy}{x+y} \right)^2 \frac{1}{t} \text{ मिनट}$$

$$\text{यहाँ, } x = 10 \text{ मिनट}$$

$$y = 15 \text{ मिनट}$$

$$t = 2 \text{ मिनट}$$

$\therefore$ नल C द्वारा हॉज को खाली करने में लगा समय

$$= \left(\frac{10 \times 15}{10+15} \right)^2 \times \frac{1}{2} = \frac{6 \times 6}{2} = 18 \text{ मिनट}$$

अभ्यास प्रश्न

1. नल A एवं B एक हॉज को क्रमशः 10 घंटे एवं 15 घंटे में भर सकते हैं। दोनों साथ मिलकर इसे कितने घंटों में भर सकते हैं?

2. एक नल एक हॉज को 8 घंटे में भर सकता है तथा दूसरा इसे 16 घंटे में खाली कर सकता है। यदि दोनों नलों को एक साथ खोल दिया जाता है तो हॉज कितने घंटों में भर जाएगा?
3. एक नल एक हॉज को x घंटे में भर सकता है तथा दूसरा इसे y घंटे में खाली कर सकता है वे एक साथ इसे कितने घंटे में भर सकते हैं? यदि $y > x$ हो।
4. एक नल एक हॉज को 2 घंटे में भर सकता है तथा दूसरा इस हॉज को 3 घंटे में खाली कर सकता है। यदि दोनों नलों को एक साथ खोल दिया जाता है तो हॉज को कितने समय में भर देगा?
5. एक हॉज को दो नल A एवं B से क्रमशः 4 घंटे एवं 6 घंटे में भरा जा सकता है। जब हॉज पूरी तरह से भरा हो तो उसे एक तीसरा नल C से 8 घंटे में खाली किया जा सकता है। यदि सभी नलों को एक साथ एक ही समय में खोल दिया जाता है तो हॉज कितनी देर में भर जाएगा?
6. एक हॉज को नल A से 32 मिनट में भरा जा सकता है तथा नल B से 36 मिनट में। जब हॉज भरा होता है तो एक नल C से उसे 20 मिनट में खाली किया जा सकता है। यदि सभी तीनों नलों को एक साथ खोल दिया जाता है तो आधा हॉज कितने समय में भरा जाएगा?
7. यदि दो नल एक साथ काम करता है तो एक हॉज 6 घंटे में भर जाएगा। एक नल दूसरे नल की तुलना में 5 घंटा ज्यादा तेजी से हॉज को भरता है। तेज नल हॉज को भरने में कितना समय लेगा?
8. तीन नल A , B एवं C एक हॉज को 6 घंटे में भरता है। दो घंटे एक साथ काम करने के बाद C को बन्द कर दिया जाता है तथा A एवं B उसे 7 घंटे में भर सकते हैं। हॉज को भरने में C अकेला कितना समय लेगा?
9. एक हॉज में एक छिद्र है जो उसे 8 घंटे में खाली कर सकता है। एक नल को, जो एक मिनट में 6 लिटर पानी हॉज में भरता है, खोल दिया जाता है तो अब हॉज 12 घंटे में खाली हो जाता है। हॉज में कितना लिटर पानी अँटेगा?
10. दो नल किसी हॉज को अलग-अलग क्रमशः 10 मिनट एवं 15 मिनट में भर सकते हैं तथा जब एक खाली करने वाला नल खोल दिया जाता है तो वे एक साथ मिलकर 18 मिनट में भर सकते हैं। खाली करने वाला नल भरे हुए हॉज को कितने समय में खाली कर देगा?
11. एक हॉज को दो नल क्रमशः 12 मिनट एवं 15 मिनट में भर सकते हैं। हॉज में एक खाली करने वाला नल भी है। जब सभी नलों को एक साथ खोल दिया जाता है तो खाली हॉज 20 मिनट में भर जाता है। एक भरे हुए हॉज को खाली करने वाला नल कितने समय में खाली कर देगा?
12. एक हॉज को एक नल के द्वारा 20 मिनट में भरा जा सकता है तथा दूसरे नल के द्वारा 25 मिनट में। दोनों नलों को 5 मिनट तक खोलकर रखा जाता है तथा उसके बाद दूसरे नल को बन्द कर दिया जाता है। हॉज को पूरी तरह से भर जाने में कितना समय और लगेगा?
13. एक हॉज को साधारणतया 8 घंटे में भरा जाता है परंतु हॉज की तली में एक छिद्र होने की वजह

- से उसे भरने में 2 घंटे अधिक समय लगते हैं। यदि हॉज भरा है तो छिद्र उसे कितने घंटे में खाली कर देगा?
14. दो नल X एवं Y एक हौज को क्रमशः 24 मिनट एवं 32 मिनट में भर सकते हैं। यदि दोनों नलों को एक साथ खोल दिया जाता है तो कितने समय बाद Y को बन्द कर दिया जाना चाहिए ताकि हॉज 18 मिनट में भर जाए?
15. एक हॉज की तली का छिद्र भरे हुए हॉज को 6 घंटे में खाली कर देता है। एक प्रवेशिका (inlet) नल 4 लिटर प्रति मिनट की दर से हॉज में पानी भरता है। जब हॉज भरा हो तो प्रवेशिका नल को खोल दिया जाता है तथा छिद्र की वजह से हॉज 8 घंटे में खाली हो जाता है। तो हॉज की धारिता (capacity) लिटर में ज्ञात करें।

उत्तर

1. $A+B$ एक साथ हॉज को $\frac{10 \times 15}{10+15} = 6$ घंटे में भर सकते हैं।

2. $\frac{8 \times 16}{16-8} = 16$ घंटे।

3. $\frac{xy}{y-x}$ घंटे।

4. प्रश्न सं.-2 एवं 3 की तरह ही है।

5. $(A+B+C)$ हॉज को

$$\frac{4 \times 6 \times 8}{6 \times 8 + 4 \times 8 - 6 \times 4} = \frac{4 \times 6 \times 8}{56} = \frac{24}{7} = 3\frac{3}{7} \text{ घंटे में भरेंगे।}$$

नोट: इसको निम्नलिखित तरीके से भी हल किया जा सकता है।

$$A+B, \frac{4 \times 6}{4+6} = \frac{12}{5} \text{ घंटे में भर सकते हैं।}$$

$$\therefore A+B+C \text{ भर सकते हैं } \frac{\frac{12}{5} \times 8}{8 - \frac{12}{5}} = \frac{\frac{12 \times 8}{5}}{\frac{40-12}{5}} = \frac{12 \times 8}{28} = \frac{24}{7} = 3\frac{3}{7} \text{ घंटे में।}$$

6. $A+B+C$ हॉज को भर सकते हैं।

$$\frac{32 \times 36 \times 20}{36 \times 20 + 32 \times 20 - 32 \times 36} = \frac{32 \times 36 \times 20}{208} = \frac{1440}{13} \text{ घंटे में।}$$

$$\therefore A+B+C \text{ आधा हॉज को भरते हैं } \frac{720}{13} = 55\frac{5}{13} \text{ घंटे में।}$$

7. मान लिया कि तेज नल हॉज को x घंटे में भरता है। धीमा नल $(x+5)$ घंटे में भरता है।

अब, दोनों नल हॉज को $\frac{x(x+5)}{x+x+5} = 6$ घंटे में भर सकते हैं।

$$\text{या, } x^2 + 5x = 12x + 30 \quad \text{या, } x^2 - 7x - 30 = 0 \quad \therefore x = 10 \text{ या } -3$$

ऋणात्मक मान को नजरअंदाज करते हैं।

$\therefore$ तेज नल हॉज को 10 घंटे में भरता है।

8. $A + B + C$ एक हॉज को 6 घंटे में भर सकते हैं(1)

$\therefore A + B + C$ हॉज का $\frac{1}{3}$ भाग 2 घंटे में भर सकते हैं।

अब, हॉज का $\left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}$ भाग $(A + B)$ द्वारा 7 घंटे में भरा जाता है।

$\therefore A + B$ हॉज को $\frac{7 \times 3}{2} = \frac{21}{2}$ घंटे में भरते हैं।(2)

(1) एवं (2) से, C हॉज को

$$\frac{6 \times \frac{21}{2}}{\frac{21}{2} - 6} = \frac{6 \times 21}{9} = 14 \text{ घंटे में भरता है।}$$

9. भरने वाला नल हॉज को $\frac{12 \times 8}{12 - 8} = 24$ घंटे में भरता है।

$\therefore$ हॉज की धारिता $= 6 \times 60 \times 24 = 8640$ लिटर

10. दो नल एक हॉज को $\frac{10 \times 15}{10 + 15} = 6$ मिनट में भरते हैं। (1)

दो भरने वाला नल + एक छिद्र हॉज को 18 मिनट में भरता है। (2)

$\therefore$ (1) एवं (2) से, छिद्र हॉज को खाली करता है $\frac{18 \times 6}{18 - 6} = 9$ मिनट में।

11. प्रश्न सं./10 की तरह है।

12. दोनों नल 5 मिनट में भरते हैं: हॉज का $\left(\frac{5}{20} + \frac{5}{25} = \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) =$ हॉज का $\frac{9}{20}$

अब, $1 - \frac{9}{20} = \frac{11}{20}$ भाग पहला नल से भरा जाता है।

पहला नल हॉज का $\frac{11}{20}$ भाग $\frac{11}{20} \times 20 = 11$ मिनट में भर सकता है।

13. मान लिया कि छिद्र हॉज को x घंटे में खाली करता है।

तो, $\frac{8 \times x}{x-8} = 8+2$

या, $8x = 10x - 80 \therefore x = \frac{80}{2} = 40$ घंटे।

द्वत विधि (Quicker Approach):

चूँकि भरने वाला नल 2 घंटे अधिक लेता है।

⇒ छिद्र 10 घंटे में उतना ही खाली करता है जितना भरने वाला नल 8 घंटे में भरता है।

⇒ छिद्र 10 घंटे में $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ खाली करता है। (चूँकि भरने वाला नल 8 घंटे में भरता है)

⇒ छिद्र भरे हुए हॉज को 40 घंटे में खाली करता है।

सूत्र विधि (Direct Formula):

छिद्र खाली करेगा $\frac{8 \times (8+2)}{2} = 40$ घंटे में।

नोट: उपर्युक्त सूत्र $\frac{xy}{x-y}$ की तरह ही है। क्योंकि इसे निम्नप्रकार से भी लिखा जा सकता

है। $\frac{8 \times 10}{10-8} = 40$ घंटे।

14. नल X, 18 मिनट तक खुला रहता है।

X 18 मिनट में हॉज का $\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$ भाग भरता है।

हॉज का शेष $\frac{1}{4}$ भाग Y के द्वारा भरा जाता है $32 \left(\frac{1}{4} \right) = 8$ मिनट में।

इसलिए Y को 8 मिनट बाद बंद कर देना होगा।

15. यह प्रश्न संख्या-9 की तरह ही है।