سادہ مساوات

4.1 دماغ پڑھنے کا کھیل (A Mind Reading Game)

ٹیچر نے بتایا کہ وہ ایک نیا سبق شروع کرنے والی ہیں اور وہ ہے سادہ مساوات۔ اپّو، سریتا اور امینہ نے چھٹی کلاس میں پڑھایا گیا الجبرے کا سبق دہرالیا تھا۔ کیا آپ نے دہرالیا ہے؟ اپّو، سریتا اور امینہ بہت جوش میں تھے کیونکہ انھوں نے ایک کھیل بنایا تھا جس کا نام انھوں نے 'دماغ کو پڑھنا' رکھا تھا اور اس کو وہ اپنی پوری کلاس کے سامنے پیش کرنا چاہتے تھے۔

ٹیچر نے ان کے اس اشتیاق کو سراہا اور ان کو کلاس کے سامنے اپنا کھیل پیش کرنے کی دعوت دی۔ امینہ نے کھیل شروع کیا۔ اس نے سارہ سے کہا کہ وہ کوئی ایک عدد سوچے، اس کو 4 سے ضرب کرے اور پھر حاصل ضرب میں 5 کو جمع کر دے۔ پھر اس نے سارہ سے اس کا جواب پوچھا۔ اس نے بتایا 65۔ امینا نے فوراً ہی کہا کہ سارہ نے جو عدد سوچا ہے وہ 15 ہے۔ سارہ نے اشارہ دیا کہ ٹھیک ہے۔ سارہ سمیت پوری کلاس حیران رہ گئی۔

اب اپّو کی باری تھی۔ اس نے بالو سے ایک عدد سوچنے کے لیے کہا پھر اس کو 10 سے ضرب کرنے و جواب میں سے 20 گھٹانے کو کہا۔ پھر اس نے بالو سے پوچھا کہ تمہارا جواب کیا ہے؟ بالو نے بتایا 50۔ اپو نے فوراً کہا کہ وہ عدد ہے 7۔ بالو نے کہا کہ ہاں یہ صحیح ہے۔

ہر بچہ جاننا چاہتا تھا کہ اپو، سریتا اور امینا نے جو 'دماغ کو پڑھنے' والا کھیل بنایا ہے، یہ کیسے ہوتا ہے۔ کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ یہ کیسے ہوگا؟ یہ باب اور باب 12 پڑھنے کے بعد آپ یقینی طور پر جواب بتا سکتے ہیں۔

4.2 مساوات کو بنانا (Setting up of an Equation)

امینہ کی مثال لیجیے۔ امینہ نے سارہ سے ایک عدد سوچنے کے لیے کہا۔ امینا کو وہ عدد نہیں پتہ تھا۔ اس کے لیے وہ 1، 2، 3، ......، 11، ......، 100، ...... میں سے کچھ بھی ہوسکتا تھا۔ چلیے اس انجانے عدد کو حرف 'x' سے ظاہر کرتے ہیں۔ آپ x کی جگہ کوئی بھی حرف 'y' یا 't' کچھ بھی رکھ سکتے ہیں۔ اس سے کوئی فرق نہیں پڑتا کہ سارہ کے سوچے گئے عدد کو آپ کس حرف سے ظاہر کر رہے ہیں۔ جب سارہ نے

اپنے عدد کو 4 سے ضرب کیا تو اس کو $4x$ حاصل ہوا۔ پھر اس نے حاصل ضرب میں 5 جوڑا جس سے حاصل ہوا $4x+5$۔ $(4x+5)$ کی قیمت x کی قیمت پر منحصر ہوگی۔ لہٰذا اگر $x=1$، تو $4x+5=4\times1+5=9$۔ اس کا مطلب ہے اگر سارہ نے اپنے دماغ میں عدد 1 سوچا تو جواب ہوا 9۔ اسی طرح، اگر اس نے 5 سوچا تو $x=5$،

$$4x + 5 = 4 \times 5 + 5 = 25$$

لہٰذا، اگر سارہ نے 5 سوچا تو جواب ہوا 25۔

سارہ کے ذریعے سوچے گئے عدد کو معلوم کرنے کے لیے آیئے ہم اس کے جواب 65 سے الٹا سوچتے ہیں۔ ہم کو x معلوم کرنا ہے جب کہ

$$4x + 5 = 65 \qquad (4.1)$$

اس مساوات کا حل ہی ہم کو وہ عدد بتائے گا جو سارہ کے دماغ میں ہے۔

بالکل اسی طرح اپو کی مثال لیجیے۔ بالو نے جو عدد سوچا اس کو ہم y مانتے ہیں۔ اپو نے بالو سے عدد کو 10 سے ضرب اور پھر حاصل ضرب میں سے 20 گھٹانے کو کہا تھا۔ یعنی y سے بالو کو ملا $10y$ اور پھر اس سے ملا $(10y-20)$۔ جواب جو معلوم ہے 50 ہے۔

اس لیے، $$10y - 20 = 50 \qquad (4.2)$$

اس مساوات کا جواب وہی عدد ہوگا جو بالو نے سوچا ہے۔

4.3 جو کچھ ہم جانتے ہیں آیئے اسے دہرائیں (Review Of What We Know)

دھیان دیجیے کہ (4.1) اور (4.2) مساوات ہیں۔ آیئے ذرا دہرایئے کہ ہم نے چھٹی کلاس میں مساوات کے بارے میں کیا پڑھا تھا۔ 'مساوات متغیر کی ایک شرط ہے'۔ مساوات 4.1 میں متغیر x ہے۔ مساوات 4.2 میں متغیر y ہے۔ لفظ متغیر کے معنی ہیں وہ چیز جس کی قیمت بدلتی رہے۔ ایک متغیر کی مختلف عددی قیمتیں ہوتی ہیں۔ اس کی قیمت طے شدہ نہیں ہوتی ہے۔ متغیر کو عام طور پر انگریزی حروف تہجّی x, y, z, l, m, n, p وغیرہ سے ظاہر کرتے ہیں۔ متغیر کی مدد سے ہم عبارتیں بناتے ہیں۔ یہ عبارتیں ہم متغیر کے لیے مختلف بنیادی اعمال جیسے جمع، گھٹا، ضرب، تقسیم وغیرہ کی مدد سے بناتے ہیں۔ x کی مدد سے ہم عبارت $(4x+5)$ بنائی۔ اس کے لیے ہم نے پہلے x کو 4 سے ضرب کیا اور پھر حاصل ضرب میں 5 کو جوڑ دیا۔ اسی طرح y سے ہم نے عبارت $(10y-20)$ بنائی۔ اس کے لیے پہلے y کو 10 سے ضرب کیا اور پھر حاصل ضرب میں سے 20 گھٹا دیا۔ یہ سبھی عبارتوں کی مثالیں ہیں۔

اس طرح بنائی گئی عبارتوں کی قیمت متغیر کے لیے مانی گئی قیمت پر منحصر ہوتی ہے۔ جیسا کہ ہم دیکھ چکے ہیں، کہ جب $x=1$ ہے تو $4x+5=9$ ہوگا، جب $x=5$ ہے تو $4x+5=25$ ہوگا۔ اسی طرح

جب $x = 15$ تب $4x + 5 = 4\times15 + 5 = 65;$

جب $x = 0$ تب $4x + 5 = 4 \times 0 + 5 = 5;$ اور اسی طرح آگے بھی۔

مساوات (4.1) متغیر x کے لیے ایک شرط ہے۔ یہ بتا رہی ہے کہ عبارت $(4x+5)$ کی قیمت 65 ہے۔ یہ شرط اسی وقت پوری ہوگی جب $x=15$ ہوگا۔ یہ مساوات $4x+5=65$ کا حل ہے۔ جب $x=5$، $4x+5=25$ ہے اور 65 نہیں۔ لہٰذا $x=5$ اس مساوات کا حل نہیں ہوگا۔ اسی طرح $x=0$ مساوات کا حل نہیں ہے۔ x کی 15 کے علاوہ کوئی بھی قیمت $4x+5=65$ کی شرط کو پوا نہیں کرتی ہے۔

کوشش کیجیے:

عبارت $(10y-20)$ کی قیمت y کی قیمت پر منحصر ہے۔ y کی پانچ مختلف قیمتیں لے کر $10y-20$ کی قیمتیں نکال کر اس کی جانچ کیجیے۔ $(10y-20)$ کی مختلف حاصل شدہ قیمتوں میں کیا آپ نے $10y-20=50$ کا حل بھی ملا؟ اگر یہ حل نہیں ملا تو y کی کچھ اور قیمتوں کے لیے یہ $10y-20=50$ کی شرط کو پورا کیجیے۔

4.4 مساوات کیا ہے؟ (What Equation is?)

ایک مساوات میں ہمیشہ ایک برابر کا نشان ہوتا ہے۔ برابر کا نشان یہ ظاہر کرتا ہے کہ نشان کے بائیں طرف کا کی عبارت (Left Hand Side LHS) کی قیمت، نشان کے دائیں طرف کی عبارت (Right Hand Side RHS) کی قیمت کے برابر ہوتی ہے۔ مساوات (4.1) میں LHS $(4x+5)$ ہے اور RHS 65 ہے۔ مساوات 4.2 میں LHS $10y-20$ ہے اور RHS 50 ہے۔

اگر کسی LHS اور RHS کے درمیان میں برابر کے نشان کے علاوہ کوئی اور نشان ہے، یہ ایک مساوات نہیں ہے۔ لہٰذا $4x+5>65$ ایک مساوات نہیں ہے۔ اس کا مطلب ہے کہ $(4x+5)$ کی قیمت 65 سے بڑی ہے۔ اسی طرح $4x+5<65$ بھی ایک مساوات نہیں ہے۔ اس کا مطلب ہے کہ $(4x+5)$ کی قیمت 65 سے کم ہے۔

مساواتوں میں، ہم اکثر دیکھتے ہیں کہ RHS صرف ایک عدد ہے۔ مساوات 4.1 میں یہ 65 ہے اور مساوات 4.2 میں یہ 50 ہے۔ لیکن ایسا ہمیشہ نہیں ہوتا ہے۔ مساوات کی RHS متغیر کی ایک عبارت بھی ہو سکتی ہے۔ مثال کے طور پر مساوات

$$4x + 5 = 6x - 25$$

کی برابر کے نشان کی LHS میں عبارت $4x=5$ ہے اور RHS میں عبارت $6x-25$ ہے۔

مختصراً، ایک مساوات متغیر کے لیے ایک شرط ہے۔ شرط یہ ہے کہ برابر کے نشان کے دونوں اطراف کی عبارتوں کی قیمتیں برابر ہوں۔ دھیان دیجیے کہ ان دونوں عبارتوں میں سے کم از کم ایک بیان میں متغیر ضرور ہوگا۔

ہم مساوات کی ایک آسان اور بہت کار آمد خصوصیت کو بھی دیکھیں گے۔ مساوات $4x+5=65$ اور $65=4x+5$ ایک ہی ہیں۔ اسی طرح، مساوات $6x-25=4x+5$ اور $4x+5=6x-25$ دونوں ایک ہی ہیں۔ ایک مساوات بالکل ویسی ہی رہتی ہے اگر اس کی LHS اور RHS کو آپس میں ادل بدل دیں۔ اس خصوصیت کا استعمال ہم اکثر مساوات کو حل کرنے میں کرتے ہیں۔

مثال 1 مندرجہ ذیل بیانات کو مساوات کی شکل میں لکھیے۔

(i) x کے تین گنے اور 11 کا جوڑ 32 ہے۔

(ii) کسی عدد کے 6 گنے میں سے 5 گھٹانے پر 7 حاصل ہوتا ہے۔

(iii) m کے ایک چوتھائی سے 3 زیادہ 7 ہے۔

(iv) ایک عدد کے ایک تہائی میں 5 جوڑنے پر 8 آتا ہے۔

حل (i) x کا تین گنا $3x$ ہے۔

$3x$ اور 11 کا جوڑ ہوا $3x+11$۔ جوڑ 32 ہے۔

مساوات ہے $3x+11=32$

(ii) مان لیا عدد z ہے، z کو 6 سے ضرب کرنے پر $6z$ آیا۔ 6z میں سے 5 گھٹانے پر $6z-5$ حاصل ہوگا۔ نتیجہ 7 ہے۔

مساوات ہوگی $6z-5=7$

(iii) m کا ایک چوتھائی $\frac{m}{4}$ ہے۔

یہ 7 سے 3 زیادہ ہے۔ اس کا مطلب ہے کہ فرق $(\frac{m}{4}-7)$ 3 ہے۔

مساوات ہوگی $\frac{m}{4}-7=3$

(iv) مان لیا عدد n ہے۔ n کا ایک تہائی $\frac{n}{3}$ ہوا۔

یہ ایک تہائی میں 5 جوڑنے سے ہوگیا

یہ ہوا 8۔ مساوات ہے $\frac{n}{3}+5=8$

مثال 2 مندرجہ ذیل مساوات کو بیان کی شکل میں لکھیے:

(i) $x-5=9$ (ii) $5p=20$ (iii) $3n+7=1$ (iv) $\frac{m}{5}-2=6$

حل (i) x میں سے 5 نکالنے پر 9 ملتا ہے۔

(ii) ایک عدد p کا پانچ گنا 20 ہے۔

(iii) n کے تین گنے میں 7 جوڑنے پر 1 حاصل ہوتا ہے۔

(iv) ایک عدد m کے ایک بٹا پانچ حصہ میں سے 2 گھٹانے پر 6 ملتا ہے۔

نوٹ کرنے کی یہ ضروری بات ہے کہ ایک دی گئی مساوات کے لیے **صرف ایک ہی نہیں بلکہ بہت سارے** بیانات بنائے جا سکتے ہیں۔ مثال کے طور پر اوپر دی گئی مساوات (i) کے لیے آپ کہہ سکتے ہیں کہ x میں سے 5 گھٹانے پر آپ کو 9 ملتا ہے۔

یا ایک عدد x، 9 سے 5 زیادہ ہے۔

یا x اور 5 کے درمیان کا فرق 9 ہے اور آگے بھی ایسے ہی۔

مثال 3 مندرجہ ذیل صورت حال کو دیکھیے:

راجو کے والد کی عمر راجو کی عمر کے 3 گنے سے 5 سال زیادہ ہے۔ راجو کے والد 44 سال کے ہیں۔ راجو کی عمر معلوم کرنے کے لیے ایک مساوات بنائیے۔

حل ہم کو راجو کی عمر نہیں معلوم۔ مان لیا یہ y سال ہے۔ راجو کی عمر کا 3 گنا ہو گیا $3y$ سال۔ راجو کے والد کی عمر $3y$ سے 5 سال زیادہ ہے، یعنی راجو کے والد $(3y+5)$ سال کے ہیں۔ یہ بھی دیا گیا ہے کہ راجو کے والد 44 سال کے ہیں۔

اس لیے، $3y+5=44$ (4.3)

یہ y میں ایک مساوات ہے۔ اس کو حل کرنے پر راجو کی عمر معلوم ہو جائے گی۔

مثال 4 ایک دکاندار دو طرح کے ڈبوں میں آم بیچتا ہے۔ ایک چھوٹا اور ایک بڑا ڈبہ۔ ایک بڑے ڈبے میں اتنے ہی آم آتے ہیں جتنے 8 چھوٹے ڈبوں میں آتے ہیں اور ان کے علاوہ 4 آم اور۔ ایک مساوات بنائیے جو آپ کو ہر چھوٹے ڈبے میں آموں کی تعداد بتائے۔ بڑے ڈبے میں 100 آم آتے ہیں۔

حل مان لیا ایک چھوٹے ڈبے میں m آم آتے ہیں۔ ایک بڑے ڈبے میں m کے 8 گنے سے 4 زیادہ آم آتے ہیں۔ یعنی $8m+4$ آم۔ لیکن یہ 100 کے برابر دیے گئے ہیں۔ لہٰذا

$8m+4=100$ (4.4)

اس کو حل کرنے پر آپ کو چھوٹے ڈبے میں آموں کی تعداد مل جاتی ہے۔

مشق 4.1

1۔ جدول کی آخری عمودی قطار مکمل کیجیے:

نمبر شمار	مساوات	قیمت	بتائیے، کیا یہ مساوات کو مطمئن کرتی ہے۔ (ہاں/نہیں)
(i)	$x + 3 = 0$	$x = 3$	
(ii)	$x + 3 = 0$	$x = 0$	
(iii)	$x + 3 = 0$	$x = -3$	
(iv)	$x - 7 = 1$	$x = 7$	
(v)	$x - 7 = 1$	$x = 8$	
(vi)	$5x = 25$	$x = 0$	
(vii)	$5x = 25$	$x = 5$	
(viii)	$5x = 25$	$x = -5$	
(ix)	$\frac{m}{3} = 2$	$m = -6$	
(x)	$\frac{m}{3} = 2$	$m = 0$	
(xi)	$\frac{m}{3} = 2$	$m = 6$	

2۔ جانچ کیجیے کہ کیا بریکٹ میں دی گئی قیمتیں دی گئی مساوات کے حل ہیں یا نہیں۔

(a) $n + 5 = 19$ $(n = 1)$ (b) $7n + 5 = 19$ $(n = -2)$ (c) $7n + 5 = 19$ $(n = 2)$

(d) $4p - 3 = 13$ $(p = 1)$ (e) $4p - 3 = 13$ $(p = -4)$ (f) $4p - 3 = 13$ $(p = 0)$

3۔ مندرجہ ذیل مساوات کی آزمائش تجربات کی مدد سے حل کیجیے:

(i) $5p + 2 = 17$ (ii) $3m - 14 = 4$

4۔ مندرجہ ذیل بیانات کے لیے مساوات لکھیے۔

(i) عدد x اور 4 کا جوڑ 9 ہے۔

(ii) y سے 2 گھٹانے پر 8 حاصل ہوتا ہے۔

(iii) a کا دس گنا 70 ہے۔

(iv) عدد b کو 5 سے تقسیم کرنے پر 6 حاصل ہوتا ہے۔

(v) t کا تین چوتھائی 15 ہے۔

(vi) m کے سات گنے میں 7 جوڑنے پر 77 ملتا ہے۔

(vii) ایک عدد x کے ایک چوتھائی میں سے 4 گھٹانے پر 4 حاصل ہوتا ہے۔

(viii) y کے 6 گنے میں سے 6 لینے پر آپ کو 60 ملے گا۔

(ix) اگر آپ z کے ایک تہائی میں 3 جمع کریں تو آپ کو 30 ملے گا۔

5۔ مندرجہ ذیل مساوات کے لیے بیانات بنائیے:

(i) $p + 4 = 15$ (ii) $m - 7 = 3$ (iii) $2m = 7$ (iv) $\frac{m}{5} = 3$

(v) $\frac{3m}{5} = 6$ (vi) $3p + 4 = 25$ (vii) $4p - 2 = 18$ (viii) $\frac{p}{2} + 2 = 8$

6۔ مندرجہ ذیل صورت حال کے لیے مساوات بنائیے:

(i) عرفان نے کہا کہ اس کے پاس پرمت کے ماربل کے پانچ گنے سے 7 ماربل زیادہ ہیں۔ عرفان کے پاس 37 ماربل ہیں۔ (پرمت کے ماربل کی تعداد کو m مان لیجیے)

(ii) لکشمی کے والد کی عمر 49 سال ہے۔ وہ لکشمی کی عمر کے تین گنے سے 4 سال زیادہ ہے۔ (لکشمی کی عمر y سال ہے)

(iii) ٹیچر نے کلاس میں بتایا کہ کلاس میں جس بچے کے سب سے زیادہ مارکس آئے ہیں وہ کلاس میں آنے والے سب سے کم مارکس کے دوگنے میں 7 جمع کر کے حاصل کیے جاسکتے ہیں۔ سب سے زیادہ مارکس 87 ہیں۔ (سب سے کم مارکس کو l سے ظاہر کیجیے)

(iv) ایک مساوی الساقین مثلث میں راس پر بنا زاویہ قاعدہ پر بنے دونوں زاویوں میں سے ہر ایک کا دوگنا ہے۔(مان لیجیے قاعدہ پر بنا زاویہ b ڈگری میں ہے۔یاد رکھیے کہ کسی مثلث کے تینوں زاویوں کا جوڑ 180 ڈگری ہوتا ہے۔)

4.4.1 مساوات کا حل (Solving an Equation)

ایک برابری والے بیان کو دیکھیے $8 - 3 = 4 + 1$ (4.5)

برابری کا بیان (4.5) بالکل درست ہے کیونکہ اس کی دونوں اطراف برابر ہیں۔(دونوں 5 کے برابر ہیں)

- آیئے دونوں طرف 2 کو جوڑتے ہیں، نتیجہ کے طور پر

$LHS = 8 - 3 + 2 = 5 + 2 = 7$ $RHS = 4 + 1 + 2 = 5 + 2 = 7.$

اب بھی برابری کا بیان درست ہے۔(یعنی اس کی LHS اور RHS دونوں برابر ہیں)۔

لہٰذا اگر ہم برابری کے دونوں اطراف ایک ہی عدد جوڑتے ہیں تو بھی برابری کا بیان درست رہتا ہے۔

- اب دونوں طرف 2 کو گھٹا کر دیکھتے ہیں، نتیجہ کے طور پر

$LHS = 8 - 3 - 2 = 5 - 2 = 3$ $RHS = 4 + 1 - 2 = 5 - 2 = 3$

اب بھی یہ برابری کا بیان درست ہے۔(یعنی LHS اور RHS دونوں برابر ہیں)

لہٰذا، اگر ہم برابری کے دونوں اطراف ایک ہی عدد گھٹاتے ہیں تو بھی برابری کا بیان درست رہتا ہے۔

- بالکل اسی طرح، اگر ہم برابری کے دونوں اطراف ایک ہی عدد سے ضرب یا تقسیم کرتے ہیں تو برابری پر کوئی اثر نہیں پڑتا۔
  مثال کے طور پر، برابری کے دونوں اطراف 3 سے ضرب کرنے پر ہم کو حاصل ہوتا ہے

$LHS = 3 \times (8 - 3) = 3 \times 5 = 15,$ $RHS = 3 \times (4 + 1) = 3 \times 5 = 15$

برابری کا بیان درست ہے۔

اب ہم برابری کے دونوں اطراف 2 سے تقسیم کرتے ہیں۔

$$LHS = (8 - 3) \div 2 = 5 \div 2 = \frac{5}{2}$$

$$RHS = (4+1) \div 2 = 5 \div 2 = \frac{5}{2} = LHS$$

اب بھی بیان درست ہے۔

اگر ہم کوئی دوسری برابری لیں تو بھی ہم انہی نتائج پر پہنچیں گے۔

مان لیجیے، ہم نے یہ اصول ابھی نہیں دیکھے ہیں۔ خصوصی طور پر مان لیجیے ہم برابری کے دونوں اطراف مختلف اعداد کو جوڑتے ہیں۔ اس صورت حال میں ہم دیکھیں گے کہ برابری کا بیان درست نہیں رہ پاتا۔(یعنی دونوں اطراف برابر نہیں ہیں)۔مثال کے طور پر ایک بار پھر برابری (4.5) لیجیے۔

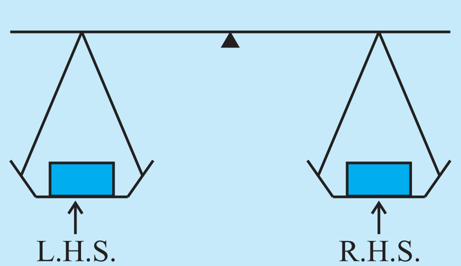
$8 - 3 = 4 + 1$

LHS پر 2 اور RHS پر 3 جوڑیے۔ اب جو نیا LHS بنا وہ ہے $8 - 3 + 2 = 5 + 2 = 7$ اور نیا RHS ہوا $4 + 1 + 3 = 5 + 3 = 8$ برابری درست نہیں ہے۔ کیونکہ نیا LHS اور RHS برابر نہیں ہے۔

لہٰذا اگر ہم برابری کے دونوں اطراف ایک ہی ریاضیائی عمل ایک ہی عدد کے ساتھ کرنے میں ناکام ہوتے ہیں تو بھی برابری درست نہیں رہ پائے گی۔

ایسی برابری جس میں متغیر شامل ہوتے ہیں مساوات کہلاتے ہیں۔

یہ تمام نتائج مساوات کے لیے بھی قابل قبول ہیں کیونکہ ہر مساوات میں متغیر صرف ایک عدد کو ظاہر کرتا ہے۔



ایک مساوات بالکل ایک ترازو کی طرح ہوتی ہے، جس کے دونوں پلڑوں میں برابر وزن ہو۔

اکثر موقعوں پر ہم کہتے ہیں کہ مساوات ایک ترازو کی طرح ہے۔ کوئی ریاضیائی عمل کسی مساوات کے لیے بالکل ایسا ہی ہے جیسے ہم ترازو میں وزن بڑھاتے اور گھٹاتے ہیں۔

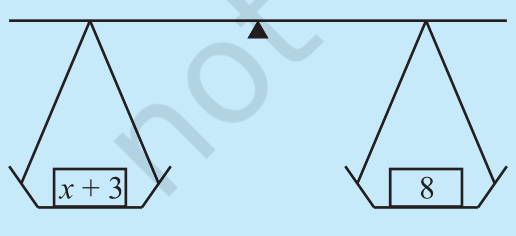
ایک مساوات ایک ترازو کی طرح ہے جس کے دونوں پلڑوں پر برابر وزن رکھا ہو۔ ایسی حالت میں ترازو متوازی رہتا ہے اگر ہم دونوں پلڑوں میں برابر وزن رکھیں تو ہمیشہ متوازی رہتا ہے۔ اسی طرح اگر ہم ایک ہی وزن دونوں پلڑوں میں سے ہٹا دیں تو بھی ہمیشہ متوازی رہتا ہے۔ دوسری طرف اگر ہم دو مختلف وزن کو دونوں پلڑوں میں بڑھائیں یا گھٹائیں تو ترازو ایک طرف کو جھک جاتا ہے۔ یعنی ترازو ہمیشہ افقی نہیں رہتا ہے۔

ہم اس اصول کو مساوات کو حل کرنے کے لیے بھی استعمال کرتے ہیں۔ یہاں پر یقیناً، ترازو خیالی ہے اور اعداد کو وزن کی طرح استعمال کیا جا سکتا ہے، جو کہ ایک دوسرے کو حقیقی طور پر متوازن کر رہے ہیں۔ اس اصول کو پیش کرنے کا یہی اصل مقصد ہے۔ آیئے کچھ مثالیں لیتے ہیں۔

- مساوات کو دیکھیے $\quad x + 3 = 8 \quad$ (4.6)

ہم اس مساوات کے دونوں اطراف میں سے 3 کو گھٹاتے ہیں۔

نئی LHS ہے $x + 3 - 3 = x$ اور نئی RHS ہے $8 - 3 = 5$



ہم نے 3 کو ہی کیوں گھٹایا، کوئی اور عدد کیوں نہیں لیا؟ 3 کو جمع کر کے دیکھیے۔ کیا اس سے کوئی مدد ملتی ہے؟ یوں نہیں؟ یہ اس لیے ہے کیونکہ 3 کو گھٹانے سے LHS میں صرف x بچتا ہے۔

کیونکہ یہ توازن کوئی خلل نہیں ڈالتا ہے، اس لیے

نئی LHS = نئی RHS   یا $x=5$

یہ مساوات (4.6) کا حل ہے اور یہی تو ہم چاہتے ہیں۔

یہ جانچنے کے لیے کہ کیا ہم درست ہیں، ہم ابتدائی مساوات میں $x=5$ رکھیں گے۔ ہم کو حاصل ہوگا۔

$LHS = x + 3 = 5 + 3 = 8$ جو کہ RHS کے برابر ہے اور ہم کو یہی چاہیے بھی تھا۔

مساوات کے دونوں اطراف میں صحیح ریاضیاتی عمل کرنے سے (یعنی 3 گھٹانے پر) ہم مساوات کے حل پر پہنچ جاتے ہیں۔

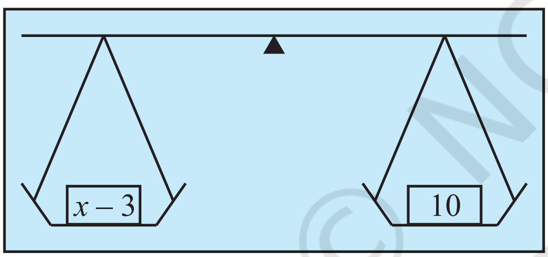
- آیئے ایک اور مساوات کو دیکھتے ہیں $x - 3 = 10$ (4.7)

یہاں ہم کو کیا کرنا چاہیے؟ ہم کو دونوں اطراف 3 کو جوڑنا چاہیے۔ ایسا کرنے سے نہ صرف توازن درست رہے گا بلکہ LHS پر صرف x بھی بچے گا۔

نئی LHS ہوئی $x - 3 + 3 = x$ اور نئی RHS ہوگی $RHS = 10 + 3 = 13$۔

اس لیے $x=13$ جو کہ مطلوبہ حل ہے۔

ابتدائی مساوات (4.7) میں $x=13$ رکھنے پر ہم اس حل کی جانچ کر سکتے ہیں۔



ابتدائی مساوات کی LHS ہے

$LHS = x - 3 = 13 - 3 = 10$

جو کہ RHS کے برابر ہے اور یہی ہم کو چاہیے۔

- اسی طرح، مساوات کو دیکھیے

$5y=35$ (4.8)

$\frac{m}{2} = 5$ (4.9)

پہلی صورت حال میں، ہم دونوں اطراف کو 5 سے تقسیم کریں گے۔ اس سے آپ کو نئی LHS ملے گی۔

$$LHS = \frac{5y}{5} = \frac{5 \times y}{5} = y$$

اور نئی RHS ہوگی

$$RHS = \frac{35}{5} = \frac{5 \times 7}{5} = 7$$

اس لیے $y=7$

یہی مطلوبہ حل ہے۔ ہم مساوات (4.8) میں $y=7$ رکھیں اور جانچ کریں کہ کیا یہ جواب صحیح ہے۔

دوسری صورت حال میں ہم دونوں اطراف میں 2 سے ضرب کریں گے۔ اس سے ہم کو LHS میں صرف m ملے گا۔

نئی LHS ہوگی

$$\text{LHS} = \frac{m}{2} \times 2 = m$$

اور نئی RHS ہوگی

$$\text{RHS} = 5 \times 2 = 10$$

لہٰذا $m=10$ (یہی مطلوبہ حل ہے، آپ اس کی جانچ کر سکتے ہیں کہ یہ جواب درست بھی ہے یا نہیں؟)

اس کو دیکھا جا سکتا ہے کہ اوپر دی گئی مثالوں میں، ہم کو جو عمل کرنا ہوتا ہے وہ مساوات پر ہی منحصر ہوتا ہے۔ ہمارا مقصد مساوات میں متغیر کو الگ کرنا ہوتا ہے۔ کبھی کبھی ایسا کرنے میں ہم ایک سے زیادہ ریاضیائی عمل بھی کرتے ہیں۔

آیئے، ان باتوں کا دھیان رکھتے ہوئے ہم کچھ اور مساواتوں کو حل کرتے ہیں۔

مثال 5 حل کیجیے (a) $3n + 7 = 25$ (4.10)

(b) $2p - 1 = 23$ (4.11)

حل

(a) مساوات کی LHS میں متغیر x کو الگ کرنے کے لیے ہم قدم بہ قدم آگے بڑھتے ہیں۔ LHS ہے، $3x+7$۔ پہلے ہم 7 کو گھٹائیں گے تو ہم کو $3x$ ملے گا۔ اس سے ہم اگلے قدم میں x حاصل کرنے کے لیے 3 سے تقسیم کریں گے۔ یاد رکھیے کہ ہم کو ایک ہی عمل دونوں اطراف میں کرنا ہے۔ اس لیے دونوں طرف 7 گھٹانے پر

$$3n + 7 - 7 = 25 - 7 \qquad \text{(پہلا قدم)}$$

یا $3n = 18$

اب دونوں طرف 3 سے تقسیم کیجیے

$$\frac{3x}{3} = \frac{18}{3} \qquad \text{(دوسرا قدم)}$$

یا $x=6$ جو کہ حل ہے

(b) یہاں ہم کیا کریں؟ پہلے ہم کو دونوں طرف 1 کو جوڑنا چاہیے۔

$$2p - 1 + 1 = 23 + 1 \qquad \text{(پہلا قدم)}$$

یا $2p = 24$

اب دونوں طرف 2 سے تقسیم کیجیے۔ ہم کو ملا

$$\frac{2p}{2} = \frac{24}{2} \qquad \text{(دوسرا قدم)}$$

یا $p = 12$ جو کہ حل ہے

آپ ایک اچھی عادت ضرور ڈالیں کہ جو حل آپ کو حاصل ہوا ہے اس کی جانچ کریں، حالانکہ ہم نے یہ مثال (a) کے لیے نہیں کیا ہے۔ آیئے ہم اس مثال کے لیے یہ کرتے ہیں۔

آیئے جواب $p = 12$ کو واپس مساوات میں رکھتے ہیں۔

$$\text{LHS} = 2p - 1 = 2 \times 12 - 1 = 24 - 1 = 23 = \text{RHS}$$

اس طرح حل کی بھی جانچ ہو گئی کہ وہ درست ہے بھی یا نہیں۔

کیا آپ (a) کے حل کے لیے اس کی جانچ کیوں نہیں کر لیتے ہیں؟

اب ہم اس حالت میں آچکے ہیں کہ ہم اپو، سریتا، امینا کے 'دماغ کو پڑھنے، والے کھیل پر واپس جا سکتے ہیں اور یہ سمجھ سکتے ہیں کہ ان کے پاس جواب کیسے آیا۔ اس کے لیے، آیئے مساوات (4.1) اور (4.2) کو دیکھتے ہیں جو بالترتیب امینا اور اپو کی مثال کے لیے ہے۔

- پہلے مساوات $4x + 5 = 65$ کو دیکھیے۔ (4.1)

دونوں طرف 5 گھٹانے سے، $4x + 5 - 5 = 65 - 5$

یعنی $4x = 60$

دونوں طرف 4 سے گھٹانے پر x الگ ہو جائے گا۔ ہم کو ملا $\frac{4x}{4} = \frac{60}{4}$

یا $x = 15$ جو کہ مطلوبہ حل ہے۔ (اس کی جانچ کیجیے کہ کیا یہ درست ہے؟)

- اب دیکھیے $10y - 20 = 50$ (4.2)

دونوں طرف 20 جوڑنے پر ہم کو ملا $10y - 20 + 20 = 50 + 20$ یا $10y = 70$

دونوں طرف 10 سے تقسیم کرنے پر، ہم کو ملا $\frac{10y}{10} = \frac{70}{10}$ یا $y = 7$ جو کہ حل ہے۔ (اس کی جانچ کیجیے کہ یہ صحیح ہے یا نہیں)

آپ کو یہ محسوس ہوگا کہ یہ وہی جوابات ہیں جو اپو، سریتا اور امینہ نے دیے تھے۔ انہوں نے مساوات بنانا اور ان کو حل کرنا سیکھ لیا تھا۔ اسی لیے انھوں نے اپنا 'دماغ پڑھنے والا' کھیل بنایا اور پوری کلاس پر اپنا تاثر چھوڑا۔ ہم اس پر دوبارہ حصہ 4.7 میں آئیں گے۔

مشق 4.2

1۔ پہلے وہ قدم بتایئے جس کی مدد سے آپ متغیر کو علیحدہ کریں گے اور پھر مساوات کو حل کیجیے:

(a) $x - 1 = 0$ (b) $x + 1 = 0$ (c) $x - 1 = 5$ (d) $x + 6 = 2$

(e) $y - 4 = -7$ (f) $y - 4 = 4$ (g) $y + 4 = 4$ (h) $y + 4 = -4$

2۔ پہلے وہ قدم بتایئے جس کی مدد سے آپ متغیر کو علیحدہ کریں گے اور پھر مساوات کو حل کیجیے:

(a) $3L = 42$ (b) $\frac{b}{2} = 6$ (c) $\frac{p}{7} = 4$ (d) $4x = 25$

(e) $8y = 36$ (f) $\frac{z}{3} = \frac{5}{4}$ (g) $\frac{a}{5} = \frac{7}{15}$ (h) $20t = -10$

3۔ وہ قدم بتائیے جس کے استعمال سے آپ متغیر کو علیحدہ کریں گے اور پھر مساوات کو حل کیجیے:

(a) $3n - 2 = 46$ (b) $5m + 7 = 17$ (c) $\frac{20p}{3} = 40$ (d) $\frac{3p}{10} = 6$

4۔ مندرجہ ذیل مساوات کو حل کیجیے:

(a) $10p = 100$ (b) $10p + 10 = 100$ (c) $\frac{p}{4} = 5$ (d) $\frac{-p}{3} = 5$

(e) $\frac{3p}{4} = 6$ (f) $3s = -9$ (g) $3s + 12 = 0$ (h) $3s = 0$

(i) $2q = 6$ (j) $2q - 6 = 0$ (k) $2q + 6 = 0$ (l) $2q + 6 = 12$

4.5 اور زائد مساواتیں (More Equations)

آیئے کچھ اور مساوات کو حل کرنے کی مشق کرتے ہیں۔ جب ان مساوات کو حل کریں گے، تو ہم ایک عدد پر عمل ابدال کریں گے یعنی اس کو ایک طرف سے دوسری طرف لے جائیں گے۔ ہم ایک عدد کا عمل ابدال کر سکتے ہیں بجائے اس کے کہ مساوات کی دونوں طرف ایک عدد کو جوڑیں یا گھٹائیں۔

مثال 6 حل کیجیے $12p - 5 = 25$ (4.12)

حل

- مساوات کے دونوں طرف 5 کو جوڑنے پر

$12p - 5 + 5 = 25 + 5$ یا $12p = 30$

- دونوں طرف 12 سے تقسیم کیجیے

$\frac{12p}{12} = \frac{30}{12}$ یا $p = \frac{5}{2}$

جانچ مساوات 4.12 کی LHS میں $p = \frac{5}{2}$ رکھنے پر

$$\text{LHS} = 12 \times \frac{5}{2} - 5 = 6 \times 5 - 5 = 30 - 5 = 25 = \text{RHS}$$

> نوٹ کیجیے کہ 5 کو دونوں طرف جوڑنا ایسا ہی ہے جیسے (–5) کی جگہ (side) بدل دی جائے
>
> $12p - 5 = 25$
>
> $12p = 25 + 5$
>
> اطراف بدلنے کو عمل ابدال کہتے ہیں جس کو ایک عدد سے عمل ابدال میں نشان بدل دیا جاتا ہے۔

جیسا کہ ہم نے دیکھا، مساوات کو حل کرنے کے لیے ایک عمل جو عام طور پر استعمال کیا جاتا ہے، ایک عدد کا عمل ابدال کرنا (یعنی عدد کو ایک طرف سے دوسری طرف لے جانا) بالکل ایسا ہی ہے جیسے ایک ہی عدد کو دونوں طرف جوڑنا یا گھٹانا۔ ایسا کرنے پر عدد کا نشان بدل جاتا ہے۔ جو کچھ اعداد کے لیے قابل اطلاق ہے وہی عبارتوں کے لیے بھی قابل اطلاق ہے۔ آیئے عمل ابدال کی دو اور مثالیں لیتے ہیں۔

دونوں طرف جوڑنا یا گھٹانا	عمل ابدال
$3p - 10 = 5$ (i)	$3p - 10 = 5$ (i)
دونوں طرف 10 جوڑنا	LHS سے RHS کی طرف (10–) کا عمل ابدال
$3p - 10 + 10 = 5 + 10$	(عمل ابدال سے 10–، 10+ بن جائے گا)
یا $3p = 15$	$3p = 5 + 10$ or $3p = 15$
$5x + 12 = 27$ (ii)	$5x + 12 = 27$ (ii)
دونوں طرف 12 گھٹانا	12+ کا عمل ابدال
	(عمل ابدال سے 12+، 12– بن جائے گا)
$5x + 12 - 12 = 27 - 12$	$5x = 27 - 12$
یا $5x = 15$	یا $5x = 15$

اب ہم دو اور مثال لیں لیتے ہیں۔ جیسا کہ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ ان دونوں میں بریکٹ بھی ہیں، جن کو سب سے پہلے حل کیا جاتا ہے۔

مثال 7 حل کیجیے

(a) $4(m + 3) = 18$ (b) $-2(x + 3) = 8$

حل

(a) $4(m + 3) = 18$

پہلے دونوں طرف 4 سے تقسیم کرتے ہیں۔ اس سے LHS کا بریکٹ ہٹ جائے گا۔ ہم کو ملے گا

$$m + 3 = \frac{18}{4} \quad \text{یا} \quad m + 3 = \frac{9}{2}$$

یا $m = \frac{9}{2} - 3$ (3 کو RHS پر لے گئے)

یا $m = \frac{3}{2}$ (مطلوبہ حل) $\left(\frac{9}{2} - 3 = \frac{9}{2} - \frac{6}{2} = \frac{3}{2}\right)$

جانچ: ($m = \frac{3}{2}$ رکھنے پر) $\text{LHS} = 4\left[\frac{3}{2} + 3\right] = 4 \times \frac{3}{2} + 4 \times 3 = 2 \times 3 + 4 \times 3$

$$= 6 + 12 = 18 = \text{RHS}$$

(b) $-2(x + 3) = 8$

ہم دونوں طرف (2–) سے تقسیم کریں گے، ہمیں LHS کے بریکٹ ہٹانے ہیں۔ ہم کو ملے گا

$x + 3 = -\frac{8}{2}$ یا $x + 3 = -4$ (RHS پر 3 لے گئے)

یعنی، $x = -4 - 3$ یا $x = -7$ (مطلوبہ جواب)

جانچ: LHS= $-2(-7+3) = -2(-4)$
$= 8 = $ RHS

4.6 حل سے مساوات تک (From Solution to Equation)

اتل ہمیشہ مختلف انداز میں سوچتا ہے۔ایک مساوات کو حل کرنے کے لیے جو اقدام اٹھائے جاتے ہیں، اتل نے ان اقدام کو دیکھا۔ وہ حیران ہوا کہ الٹا راستہ کیوں نہیں استعمال کرتے۔

مساوات ← حل (سیدھا راستہ)

حل ← مساوات (الٹا راستہ)

اس نے مندرجہ ذیل راستہ اختیار کیا:

شروع کیا ↓	$x = 5$	↑
دونوں طرف 4 سے ضرب کی ↓	$4x = 20$	↑ دونوں طرف 4 سے تقسیم کیا
دونوں طرف سے 3 گھٹایا ↓	$4x - 3 = 17$	↑ 3 کو دونوں طرف جوڑا

کوشش کیجیے:

قدم $x=5$ سے ہی شروع کیجیے اور دو مختلف مساوات بنائیے۔ اپنے کلاس کے دو ساتھیوں سے کہیے کہ ان مساوات کو حل کیجیے۔ جانچ کیجیے کہ کیا جواب $x = 5$ ہے۔

اس سے ایک مساوات حاصل ہوئی۔ اگر ہم ہر قدم پر الٹا راستہ اختیار کریں جیسا کہ بائیں طرف دکھایا گیا ہے تو ہم کو مساوات کا حل مل جائے گا۔

اتل کو اس میں مزہ آیا۔ اس نے اسی پہلے قدم سے شروع کیا اور یہ ایک دوسری مساوات بنائی۔

$x=5$

دونوں طرف 3 سے ضرب کی $3x=15$

دونوں طرف 4 کو جوڑا $3x=4=19$

$y=4$ سے شروع کیجیے اور دو مختلف مساوات بنائیے۔ اپنے تین دوستوں سے بھی ایسا ہی کرنے کو کہیے۔ کیا ان کی مساوات آپ سے مختلف ہیں؟

کوشش کیجیے:

دو عددی معمہ بنانے کی کوشش کیجیے، ایک کا جواب 11 ہے اور دوسرے کا 100

کیا یہ مزیدار بات نہیں ہے کہ آپ صرف مساوات حل ہی نہیں کر سکتے بلکہ مساوات بنا بھی سکتے ہیں؟ ساتھ ہی کیا آپ نے یہ محسوس کیا ہے کہ ایک دی گئی مساوات میں، آپ کو ایک حل ملتا ہے لیکن دیے گئے حل کی آپ بہت سی مساوات بنا سکتے ہیں؟

اب سارا اپنی کلاس کو بتانا چاہتی ہے کہ وہ کیا سوچ رہی ہے۔ اس نے کہا ''میں اتل کی مساوات لیتی ہوں اور اس کے لیے ایک بیان بتاتی ہوں اور یہ ایک معمّہ ہوگا۔ مثال کے طور پر ایک عدد سوچیے، اس کو 3 سے ضرب کیجیے اور حاصل ضرب میں 4 جوڑیے۔ جو کچھ آپ کے پاس آیا ہے وہ جواب بتائیے۔

اگر جوڑ 19 ہے تو اتل کی مساوات اس معمہ کا جواب ہم کو بتا دے گی۔ دراصل ہم جانتے ہیں کہ یہ 5 ہے، کیونکہ اتل نے اس سے ہی شروع کیا تھا۔''

پھر وہ اپو، امینا اور سریتا کی طرف مڑی، یہ دیکھنے کے لیے کہ کیا وہ بھی ایسا معمہ بنا سکتے ہیں یا نہیں۔ ان تینوں نے کہا ''ہاں!''

اب ہم جانتے ہیں کہ کیسے عودی معمہ یا ایسی ہی دوسرے مسائل بنائے جا سکتے ہیں۔

مشق 4.3

1۔ مندرجہ ذیل مساوات کو حل کیجیے:

(a) $2y+\frac{5}{2}=\frac{37}{2}$ (b) $5t+28=10$ (c) $\frac{a}{5}+3=2$ (d) $\frac{q}{4}+7=5$

(e) $\frac{5}{2}x=-10$ (f) $\frac{5}{2}x=\frac{25}{4}$ (g) $7m+\frac{19}{2}=13$ (h) $6z+10=-2$

(i) $\frac{3l}{2}=\frac{2}{3}$ (j) $\frac{2b}{2}-5=3$

2۔ مندرجہ ذیل مساوات کو حل کیجیے:

(a) $2(x+4)=12$ (b) $3(n-5)=21$ (c) $3(n-5)=-21$

(d) $-4(2+x)=8$ (e) $4(2-x)=8$

3۔ مندرجہ ذیل مساوات کو حل کیجیے:

(a) $4=5(p-2)$ (b) $-4=5(p-2)$ (c) $16=4+3(t+2)$

(d) $4+5(P-1)=34$ (e) $0=16+4(m-6)$

4۔ (a) $x=2$ سے شروع کر کے 3 مساوات بنائیے۔

(b) $x=-2$ سے شروع کر کے 3 مساوات بنائیے۔

4.7 سادہ مساوات کا عملی صورت حال میں استعمال

(Applications of Simple Equations to Practical Situations)

ہم ایسی مثالیں دیکھ چکے ہیں جن میں ہم نے روز مرہ کی زبان کے بیانات استعمال کیے ہیں اور ان کو سادہ مساوات میں بدلا ہے۔ ہم

نے یہ بھی سیکھا ہے کہ سادہ مساوات کو کیسے حل کریں۔ اس طرح ہم عملی صورت حال کے مسائل یا معمّوں کو حل کرنے کے لیے تیار ہیں۔ اس کا طریقہ ہے کہ ہم پہلے صورت حال کے مطابق مساوات بناتے ہیں اور پھر اس کو حل کرتے ہیں جس سے ہم کو اس مسئلہ یا معمہ کا حل مل جاتا ہے۔ ہم (سیکشن 4.2 کی مثال نمبر (i) اور (ii) میں ہم نے جو کچھ دیکھا ہے اس سے شروعات کرتے ہیں۔

مثال 8 ایک عدد کا تین گنا اور 11 کا جوڑ 32 ہے عدد بتائیے۔

حل

اگر نا معلوم عدد کو x مان لیا جائے تو عدد کا تین گنا $3x$ ہوا اور $3x$ اور 11 کا جوڑ 34 ہے۔

$$3x + 11 = 32$$

یہ مساوات سیکشن 4.2 کی مثال 1 میں پہلے سے ہی دی گئی ہے۔

اس مساوات کو حل کرنے کے لیے ہم 11 کو RHS کی طرف لے جاتے ہیں۔ اس لیے

$$3x = 32 - 11 \text{ یا } 3x = 21$$

اب دونوں طرف 3 سے تقسیم کیجیے۔

اس لیے

مطلوبہ عدد 7 ہے۔ (ہم اس کو 7 کے دوگنے میں 11 کو جمع کر کے جانچ بھی سکتے ہیں۔)

مثال 9 ایک ایسا عدد معلوم کیجیے جس کا ایک چوتھا 7 سے زیادہ ہے؟

حل

- نا معلوم عدد کو y لیجیے۔ y کا ایک چوتھائی ہوا

یہ عدد $\frac{y}{4}$ 7 سے 3 زیادہ ہے

اس لیے ہم کو y کے لیے مساوات ملی $\frac{y}{4} - 7 = 3$

- اس مساوات کا حل کرنے کے لیے ہم 7 کو RHS پر لے جائیں گے تو ہم کو ملے گا،

$$= \frac{y}{4} = 3 + 7 = 10$$

پھر ہم مساوات کے دونوں طرف 4 سے ضرب کریں گے تو ہم کے ملے گا،

$$\frac{y}{4} \times 4 = 10 \times 4 \text{ یا } y = 40$$

جو مساوات بنی ہے آیئے اب اس کی جانچ کرتے ہیں۔ مساوات میں y کی قیمت رکھیے،

$$= \frac{40}{4} - 7 = 10 - 7 = 3 = \text{RHS}$$

کوشش کیجیے:

(i) جب آپ ایک عدد کو 6 سے ضرب کر کے حاصل ضرب سے 5 گھٹاتے ہیں تو آپ کو 7 ملے گا۔ کیا بتا سکتے ہیں کہ عدد کیا ہے؟

(ii) وہ عدد کون سا ہے جس کے ایک تہائی میں 5 جوڑنے سے عدد 8 آتا ہے۔

مثال 10 راجو کے والد کی عمر راجو کی عمر کے تین گنے سے 5 سال زیادہ ہے۔ اگر اس کے والد کی عمر 44 سال ہے تو راجو کی عمر بتائیے۔

حل

- جیسا کہ پہلے دی گئی مثال نمبر 3 میں دیا گیا ہے وہ مساوات جو راجو کی عمر بتاتی ہے۔

$3y+5=44$

- اس کو حل کرنے کے لیے ہم پہلے 5 کے لیے عمل ابدال کریں گے، ہم کو ملے گا، $3y = 44 - 5 = 39$

دونوں طرف سے 3 سے تقسیم کرنے پر ہم کو ملے گا۔ $y = 13$

یعنی، راجو کی عمر 13 سال ہے (آپ جواب کی جانچ کر سکتے ہیں)

کوشش کیجیے:

دو طرح کے ڈبوں میں آم بھرے گئے۔ ہر بڑے ڈبے میں 8 چھوٹے ڈبوں کے برابر آموں سے 4 زیادہ آم آئیں گے۔ ہر بڑے ڈبے میں 100 آم ہیں۔ چھوٹے ڈبوں میں آم کی تعداد بتائیے۔

مشق 4.4

1۔ مندرجہ ذیل ہر ایک صورت حال کے لیے مساوات بنائیے اور پھر نا معلوم عدد کے لیے ان کو حل کیجیے۔

(a) ایک عدد کے آٹھ گُنے میں 4 جمع کیجیے آپ کو 60 ملے گا۔

(b) ایک عدد کے 5 ویں حصہ میں سے 4 گھٹانے پر 3 ملے گا۔

(c) اگر میں ایک عدد کا تین چوتھائی لوں اور اس میں 3 جوڑ دوں تو 21 ملے گا۔

(d) کسی عدد کے دو گنے میں سے 11 گھٹانے پر مجھے 15 ملے گا۔

(e) منا کے پاس جتنی کاپیاں تھیں اس کے تین گنے کو 50 میں سے گھٹانے پر اس کو 8 ملا۔

(f) ابنہال نے ایک عدد سوچا اگر اس نے اس میں 19 جوڑ دیا اور جواب کو 5 سے تقسیم کر دیا تو اس کو 8 ملا۔

(g) انور نے ایک عدد سوچا۔ اگر وہ اس عدد کے $\frac{5}{2}$ حصہ میں سے 7 نکال لے تو اس کو 23 ملے گا۔

2۔ مندرجہ ذیل کو حل کیجیے۔

(a) ٹیچر نے کلاس میں بتایا کہ ان کی کلاس میں سب سے زیادہ مارکس سب سے کم مارکس کے دو گنے میں 7 جوڑنے کی برابر ہیں۔ سب سے زیادہ مارکس 87 ہیں سب سے کم مارکس بتائیے۔

(b) ایک مساوی الساقین مثلث میں قاعدہ پر بنے زاویے برابر ہوتے ہیں۔ راس پر بنا زاویہ $40°$ کا ہے۔ مثلث کے قاعدہ پر بنے زاویے کیا ہیں؟ یاد کیجیے کہ مثلث کے تینوں زاویوں کا جوڑ $180°$ ہے۔

(c) راہل نے جتنے رن بنائے سچن نے اس کے دو گنے رن بنائے۔ دونوں کے رن ملا کر دو سیکڑوں سے دو رن کم ہیں۔ دونوں نے کتنے کتنے رن بنائے۔

3۔ مندرجہ ذیل کو حل کیجیے۔

(i) عرفان نے کہا کہ اس کے پاس پرمت کے ماربل کے پانچ گنے سے 7 ماربل زیادہ ہیں۔ عرفان کے پاس 37 ماربل ہیں۔ پرمت کے پاس کتنے ماربل ہیں۔

(ii) لکشمی کے والد 49 سال کے ہیں۔ وہ لکشمی کی عمر کے تین گنے سے 4 سال زیادہ ہیں۔ لکشمی کی عمر بتائیے۔

(iii) سندر گرام کے لوگوں نے گاؤں کے ایک باغیچہ میں پیڑ لگائے۔ ان میں سے کچھ پیڑ پھلوں کے ہیں۔ بغیر پھل والے پیڑوں کی کل تعداد پھل والے پیڑوں کی تعداد کے تین گنے سے دو زیادہ ہے۔ اگر بغیر پھل والے 77 پیڑ لگائے گئے تھے تو پھل دار پیڑوں کی تعداد بتائیے۔

4۔ مندرجہ ذیل پہیلی کو حل کیجیے۔

میں ہوں ایک عدد

میری بتا شناخت!

کر و سات گنا میرا

اور اس میں جوڑ و پچاس!

پھر تین سو پورے کرنے کو

تم کو چاہیے چالیس!

ہم نے کیا گفتگو کی؟

1۔ مساوات ایک متغیر کے لیے ایک شرط ہے جس میں متغیر کی دو عبارتوں کی ایک ہی قیمت ہوتی ہے۔

2۔ متغیر کی وہ قیمت جو مساوات کو مطمئن کرے مساوات کا حل کہلاتی ہے۔

3۔ اگر کسی مساوات کی LHS اور RHS کو آپس میں ادل بدل دیا جائے تو مساوات وہی رہتی ہے۔

4۔ ایک متوازن مساوات کے لیے، اگر ہم،

(i) دونوں طرف ایک ہی عدد جوڑتے ہیں۔ یا (ii) دونوں طرف ایک ہی عدد کو گھٹاتے ہیں یا (iii) دونوں طرف ایک ہی عدد سے ضرب کرتے ہیں یا (iv) دونوں طرف ایک ہی عدد سے تقسیم کرتے ہیں۔ تو اس کے توازن پر کوئی فرق نہیں پڑتا۔ یعنی LHS کی قیمت ہمیشہ RHS کی قیمت کے برابر ہی رہتی ہے۔

5۔ اوپر دی گئی خصوصیت مساوات کو حل کرنے کا ایک با قاعدہ/باضابطہ طریقہ ہے ہم ایک سے ریاضیائی اعمال کا سلسلہ کسی مساوات کے دونوں اطراف اس طرح کر سکتے ہیں کہ کسی ایک طرف حرف متغیر ہی بچے۔ آخری قدم مساوات کا حل ہوگا۔

6۔ عمل ابدال کے معنی ایک طرف سے دوسری طرف جانے کے ہیں۔ ایک عدد کے عمل ابدال کا وہی اثر ہوتا ہے۔ جو کہ ایک ہی عدد

کا مساوات کے دونوں طرف جوڑے (یا گھٹائے) کا ہوتا ہے جب آپ ایک عدد مساوات کی ایک طرف سے دوسری طرف لے جاتے ہیں تو آپ اس کا نشان بدل دیتے ہیں۔ مثال کے طور پر مساوات $x + 3 = 8$ میں $+3$ کو L.H.S. سے R.H.S. لے جانے پر $x = 8 - 3 (= 5)$ حاصل ہوتا ہے۔ ہم ایک عبارت کا عمل ابدال بھی بالکل ایک عدد کے عمل ابدال کی طرح کر سکتے ہیں۔

7۔ ہم نے یہ بھی سیکھا کہ عملی صورت حال کے مطابق ہم ایک سادہ الجبرائی عبارت کیسے بنا سکتے ہیں۔

8۔ ہم نے یہ بھی سیکھ لیا ہے کہ کیسے دونوں اطراف ایک سے ریاضیائی اعمال کرتے ہوئے (مثلاً) ایک سے اعداد جوڑنے پر ہم حل سے شروع کر کے ایک مساوات بنا سکتے ہیں۔ ساتھ ہی ہم نے یہ بھی سیکھ لیا ہے کہ ہم کسی دی گئی مساوات کو کس مناسب عملی صورت حال سے ملا سکتے ہیں اور کسی مساوات سے ایک عملی مسئلہ / معمہ بنا سکتے ہیں۔