6 ગુરુત્વાકર્ષણ

ન્યૂટનનો ગુરુત્વાકર્ષણનો સાર્વત્રિક નિયમ

'વિશ્વમાંનો દરેક પદાર્થ બીજા દરેક પદાર્થ પર આકર્ષી બળ લગાડે છે, જેનું મૂલ્ય તેમના દળોના ગુણાકારના સમપ્રમાણમાં અને તેમની વચ્ચેના અંતરના વર્ગના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં હોય છે તથા આ બળની દિશા બંને પદાર્થોને જોડતી રેખા પર હોય છે.'

- એકબીજાથી r અંતરે રહેલા m_1 અને m_2 દળવાળા બે પદાર્થો વચ્ચે લાગતાં ગુરુત્વાકર્ષી બળનું મૂલ્ય,

  $F = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$ (વ્યસ્ત વર્ગના નિયમને અનુસરે છે.)

  જ્યાં G = ગુરુત્વાકર્ષણનો સાર્વત્રિક અચળાંક

  જેનું મૂલ્ય $G = 6.67 \times 10^{-11}$ $Nm^2\ kg^{-2}$, પારિમાણિક સૂત્ર $M^{-1}L^3T^{-2}$ છે.

- **'G' ની વ્યાખ્યા :** એકબીજાથી એકમ અંતરે રહેલા એકમ દળવાળા પદાર્થો વચ્ચે લાગતા ગુરુત્વાકર્ષણ બળને ગુરુત્વાકર્ષણનો સાર્વત્રિક અચળાંક કહે છે.

  ગુરુત્વાકર્ષીબળ સદિશ સ્વરૂપે :

  m_1 દળના પદાર્થ પર m_2 દળવાળા પદાર્થ વડે લાગતું ગુરુત્વાકર્ષી બળ,

  $\vec{F}_{12} = \frac{Gm_1m_2}{r^2}\hat{r}_{12}$

  જ્યાં $\hat{r}_{12}$ એ $\vec{F}_{12}$ની દિશામાંનો એકમ સદિશ છે. તેવી જ રીતે, m_2 દળના પદાર્થ પર m_1 દળના પદાર્થ વડે લાગતું ગુરુત્વાકર્ષીબળ,

  $\vec{F}_{21} = \frac{Gm_1m_2}{r^2}\hat{r}_{21}$ અથવા $\vec{F}_{21} = \frac{-Gm_1m_2}{r^2}\hat{r}_{12}$

  જ્યાં $\hat{r}_{21}$ એ $\vec{F}_{21}$ની દિશામાંનો એકમ સદિશ છે.

  અહીં $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ તથા $|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}|$

- **ગુરુત્વાકર્ષણ બળની મુખ્ય લાક્ષણિકતાઓ :**
  - પદાર્થના દળને કારણે ઉદ્ભવે છે.
  - હંમેશાં આકર્ષી પ્રકારના હોય છે.
  - આ બળ બે પદાર્થો વચ્ચેના માધ્યમ પર આધારિત નથી.
  - ગુરુત્વાકર્ષી બળ એ પરસ્પર ક્રિયાગત બળ છે.
  - ગુરુત્વાકર્ષી બળ એ કેન્દ્રિય બળ છે.
  - ગુરુત્વાકર્ષી બળ એ સંરક્ષી બળ છે. એટલે કે તેના દ્વારા પદાર્થ પર થતું કાર્ય લીધેલા માર્ગ પર આધારિત નથી પરંતુ માત્ર પ્રારંભિક અને અંતિમ સ્થાન પર આધારિત છે. અથવા તેના દ્વારા બંધ માર્ગ પર થતું કાર્ય શૂન્ય હોય છે.
  - બે પદાર્થો વચ્ચે લાગતા ગુરુત્વાકર્ષી બળ પર ત્રીજા પદાર્થની હાજરીની અસર થતી નથી. (two body force)
  - સમાન ઘનતાવાળા પોલા ગોળાકાર કવચ વડે કવચની બહાર આવેલા બિંદુવત્ કણ પર લાગતું ગુરુત્વાકર્ષી બળ જાણે કે કવચનું કુલ દળ તેના કેન્દ્ર પર કેન્દ્રિત થયું હોય તેમ ગણીને મળતા બળ જેટલું હોય છે.
  - સમાન ઘનતાવાળા પોલા ગોળાકાર કવચ વડે કવચની અંદરના કોઈ પણ બિંદુએ આવેલ કણ પર લાગતું ગુરુત્વાકર્ષી બળ શૂન્ય હોય છે.

(1) 2 kg જેટલું સમાન દળ ધરાવતા બે ગોળાઓનાં કેન્દ્રો વચ્ચેનું અંતર 20 cm છે. તો તેમની વચ્ચે લાગતા ગુરુત્વાકર્ષી બળનું મૂલ્ય ...... N. ($G = 6.67 \times 10^{-11}$ Nm^2kg^{-2})

(A) 6.67×10^{-9} (B) 6.67×10^{-11} (C) 6.67×10^{-7} (D) 6.67×10^{-5}

(2) m દળ અને r ત્રિજ્યાવાળા ત્રણ સમાન ગોળાઓ એકબીજાને અડકે તેમ સમક્ષિતિજ સપાટી પર ગોઠવ્યા છે, તો કોઈ એક ગોળા પર બાકીના બે ગોળાઓ વડે લાગતા ગુરુત્વાકર્ષી બળનું મૂલ્ય ......

(A) $\frac{Gm^2}{r^2}$ (B) $\frac{Gm^2}{4r^2}$ (C) $\frac{\sqrt{2}Gm^2}{4r^2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}Gm^2}{4r^2}$

(3) l બાજુવાળા ચોરસનાં ત્રણ શિરોબિંદુઓ પર અનુક્રમે સમાન દળ m ધરાવતા ત્રણ મૂકેલા છે. ચોથા શિરોબિંદુ પર મૂકેલ એકમ દળના પદાર્થ પર લાગતું ગુરુત્વાકર્ષી બળનું મૂલ્ય ....

(A) $\frac{Gm}{3l^2}$ (B) $\frac{\sqrt{3}Gm}{l^2}$ (C) $\frac{Gm}{l^2}\left(\frac{1}{2}+\sqrt{2}\right)$ (D) $\frac{3Gm}{l^2}$

(4) સમાન R ત્રિજ્યાના પિત્તળના બે ગોળાઓ એકબીજાને અડકે તે રીતે મૂકેલા છે. તેમની વચ્ચે લાગતું ગુરુત્વાકર્ષી બળ ...... ના સમપ્રમાણમાં હોય.

(A) R^2 (B) R^{-4} (C) R^3 (D) R^4

(5) એકબીજાથી 1 m અંતરે રહેલા બે બિંદુવત્ કણો A અને B ના દળોનો ગુણોત્તર 4 : 5 છે. જ્યારે M દળ ધરાવતા ત્રીજા કણ C ને A અને B વચ્ચે મૂકવામાં આવે ત્યારે A અને C વચ્ચે લાગતું ગુરુત્વાકર્ષી બળ એ B અને C વચ્ચે લાગતા ગુરુત્વાકર્ષી બળ કરતા $\frac{1}{5}$ ગણું છે, તો કણ C નું કણ A થી અંતર .... હોય.

(A) $\frac{2}{3}$ m (B) $\frac{2}{7}$ m (C) $\frac{1}{3}$ m (D) $\frac{2}{5}$ m

(6) m_1 અને m_2 દળ ધરાવતા બે કણ વચ્ચે r અંતરે લાગતું ગુરુત્વાકર્ષી બળ (મૂલ્ય) F છે, તો તેમની વચ્ચેના અંતરમાં ...... કરતા તેમની વચ્ચે લાગતું ગુરુત્વાકર્ષી બળ 2F થાય.

(A) 29.3 % જેટલો ઘટાડો (B) 29.3 % જેટલો વધારો (C) 50 % જેટલો ઘટાડો (D) 25 % જેટલો ઘટાડો

(7) પૃથ્વીની સપાટીથી h ઊંચાઈએ એક m દળના પદાર્થ પર પૃથ્વીને કારણે લાગતું ગુરુત્વાકર્ષી બળ એ દરિયાની સપાટી પર તે પદાર્થ પર લાગતા ગુરુત્વાકર્ષી બળ કરતા $\frac{1}{3}$ ગણું હોય તો $\frac{h}{R}$ = ...
જ્યાં R = પૃથ્વીની ત્રિજ્યા

(A) 0.414 (B) 0.732 (C) 0.500 (D) 0.314

(8) પૃથ્વી અને ચંદ્રનાં કેન્દ્રો વચ્ચેનું અંતર r છે. પૃથ્વીનું દળ એ ચંદ્રના દળ કરતા 81 ગણું વધારે છે. તો પૃથ્વી અને ચંદ્રનાં કેન્દ્રોને જોડતી રેખા પર પૃથ્વીના કેન્દ્રથી કેટલા અંતરે કોઈ પદાર્થ પર લાગતું પરિણામી ગુરુત્વાકર્ષીબળ શૂન્ય થાય ?

(A) $0.9\,r$ (B) $0.7\,r$ (C) $0.5\,r$ (D) $0.25\,r$

(9) l બાજુવાળા સમબાજુ ત્રિકોણના ત્રણ શિરોબિંદુઓ પર અનુક્રમે ત્રણ સમાન દળ (M) ધરાવતા કણ મૂક્યા છે. તો કોઈ એક બાજુના મધ્યબિંદુ પર મૂકેલ m દળના કણ પર ત્રણ કણોના તંત્ર વડે લાગતુ પરિણામી ગુરુત્વાકર્ષી બળ ...... થાય.

(A) $\frac{3GMm}{4l^2}$ (B) $\frac{4GMm}{3l^2}$ (C) $\frac{GMm}{4l^2}$ (D) $\frac{4GMm}{l^2}$

(10) એક M દળના પદાર્થના m અને (M – m) દળના એમ બે ટુકડા કરવામાં આવે છે. જો આપેલા અંતર માટે બે ટુકડાઓ વચ્ચે લાગતું ગુરુત્વાકર્ષી બળ મહતમ હોય તો $\frac{m}{M}$ = ...

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{1}{5}$

(11) હવામાં એકબીજાથી r અંતરે રાખેલા m અને M દળના બે ગોળાઓ વચ્ચે લાગતું ગુરુત્વાકર્ષી બળ F છે. હવે આ જ ગોળાઓને 5 જેટલું વિશિષ્ટ ગુરુત્વ (Specific gravity) ધરાવતા પ્રવાહીમાં r અંતરે મૂકતા લાગતું ગુરુત્વાકર્ષી બળ ....

(A) 5F (B) $\frac{F}{5}$ (C) F (D) $\frac{F}{25}$

(12) R ત્રિજ્યાની પૃથ્વીની સપાટી પર રહેલા 1 kg દળવાળા પદાર્થ પર ગુરુત્વબળ 10 N છે, તો 100 kg દળવાળો ઉપગ્રહ જે પૃથ્વીના કેન્દ્રથી સરેરાશ $\frac{3}{2}$R અંતરે રહેલી કક્ષામાં ભ્રમણ કરતો હોય તો તેના પર લાગતું ગુરુત્વબળ = ...

(A) 4.44×10^2 N (B) 6.66×10^2 N (C) 500 N (D) 3.33×10^2 N

(13) પૃથ્વીની આસપાસ પરિભ્રમણ કરતા ઉપગ્રહ પર લાગતુ કેન્દ્રગામી બળ F તથા પૃથ્વીને કારણે ઉપગ્રહ પર લાગતું ગુરુત્વાકર્ષી બળ પણ F છે, તો ઉપગ્રહ પર લાગતું પરિણામી બળ ......

(A) F (B) 2F (C) શૂન્ય (D) $\sqrt{2}$F

(14) બે સમાન દળ m ધરાવતા કણ તેમની વચ્ચે લાગતા માત્ર પારસ્પરિક ગુરુત્વાકર્ષણ બળને લીધે R ત્રિજ્યાના વર્તુળાકાર માર્ગમાં ભ્રમણ કરે છે, તો દરેક કણની ઝડપ ....

(A) $\sqrt{\frac{Gm}{2R}}$ (B) $\sqrt{\frac{4Gm}{R}}$ (C) $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{Gm}{R}}$ (D) $\frac{1}{2R}\sqrt{\frac{1}{Gm}}$

(15) ગુરુત્વાકર્ષી બળ એ ...... પ્રકારનું બળ છે.

(A) સંરક્ષી (B) અસંરક્ષી (C) સ્થિત વિદ્યુતીય (D) અપાકર્ષી

જવાબો : 1 (A), 2 (D), 3 (C), 4 (D), 5 (A), 6 (A), 7 (B), 8 (A), 9 (B), 10 (A), 11 (C), 12 (A), 13 (A), 14 (C), 15 (A)

ગુરુત્વ પ્રવેગ

'પૃથ્વીના ગુરુત્વાકર્ષી બળને લીધે પદાર્થમાં ઉદ્ભવતા પ્રવેગને ગુરુત્વપ્રવેગ (g) કહે છે.'

પૃથ્વીના કેન્દ્રથી r ; ($r > R_e$) અંતરે ગુરુત્વપ્રવેગનું મૂલ્ય,

$g = \frac{GM_e}{r^2}$; જ્યાં M_e = પૃથ્વીનું દળ, R_e = પૃથ્વીની ત્રિજ્યા

પૃથ્વીની સપાટી પર $r = R_e$

$$\therefore g = \frac{GM_e}{{R_e}^2}$$

- ગુરુત્વપ્રવેગનું મૂલ્ય પદાર્થના દળ, આકાર અને કદ પર આધારિત નથી, પરંતુ પૃથ્વીના દળ અને પૃથ્વીની સપાટીથી ઊંચાઈ કે ઊંડાઈ પર આધારિત છે.
- પૃથ્વીની સપાટી પર 'g' નું મૂલ્ય 9.8 ms^{-2} છે.
- 'g' એ સદિશ રાશિ છે. તેની દિશા હંમેશાં પૃથ્વીના કેન્દ્ર તરફ હોય છે.

ગુરુત્વપ્રવેગ (g) ના મૂલ્યમાં ફેરફાર

(1) પૃથ્વીના આકારને લીધે :

પૃથ્વી સંપૂર્ણ ગોળાકાર નથી. વિષવવૃત્ત પાસે સહેજ ઉપસેલી છે અને ધ્રુવો પાસે સહેજ ચપટી છે.

પૃથ્વીની વિષવવૃત્ત પાસેની ત્રિજ્યા એ ધ્રુવો પાસેની ત્રિજ્યા કરતા લગભગ 21 km જેટલી વધારે છે.

$\therefore g_{\text{ધ્રુવ}} > g_{\text{વિષવવૃત્ત}}$ (આશરે 0.018 ms^{-2} જેટલું વધારે છે.)

(2) ગુરુત્વપ્રવેગ 'g' માં ઊંચાઈ સાથે ફેરફાર :

પૃથ્વીની સપાટીથી h ઊંચાઈએ ગુરુત્વપ્રવેગ,

$$g(h) = \frac{GM_e}{(R_e+h)^2}$$

અથવા $g(h) = \frac{g}{\left(1+\frac{h}{R_e}\right)^2}$ (કોઈ પણ ઊંચાઈ માટે)

અથવા $g(h) = g\left(1 - \frac{2h}{R_e}\right)$ ($h << R_e$ માટે)

$h << R_e$ માટે,

નિરપેક્ષ ઘટાડો, $\Delta g = g - g(h) = \frac{2hg}{R_e}$

આંશિક ઘટાડો, $\frac{\Delta g}{g} = \frac{g-g(h)}{g} = \frac{2h}{R_e}$

પ્રતિશત ઘટાડો, $\frac{\Delta g}{g} \times 100\,\% = \frac{2h}{R_e} \times 100\,\%$

$\therefore$ પૃથ્વીની સપાટીથી h ઊંચાઈએ m દળના પદાર્થના વજનમાં ઘટાડો = $\frac{2mgh}{R_e}$

(3) ગુરુત્વપ્રવેગ 'g' માં ઊંડાઈ સાથે ફેરફાર :

પૃથ્વીના કેન્દ્રથી r ($r < R_e$) અંતરે ગુરુત્વપ્રવેગનું મૂલ્ય

$g' = \frac{4}{3}\pi G r \rho$ જ્યાં ρ = પૃથ્વીની નિયમિત ઘનતા

પૃથ્વીની સપાટી પર $r = R_e$

$\therefore g = \frac{4}{3}\pi G R_e \rho$

- પૃથ્વીની સપાટીથી d ઊંડાઈએ ગુરુત્વપ્રવેગ, (પૃથ્વીના કેન્દ્રથી $r < R_e$ અંતરે)

$g' = g\left(1-\frac{d}{R_e}\right)$

પૃથ્વીના કેન્દ્ર પર $d = R_e$

$\therefore g' = g\left(1-\frac{R_e}{R_e}\right) = 0$

એટલે કે પૃથ્વીના કેન્દ્ર પર ગુરુત્વપ્રવેગનું મૂલ્ય શૂન્ય હોય છે. ઊંડાઈ સાથે ગુરુત્વપ્રવેગના મૂલ્યમાં,

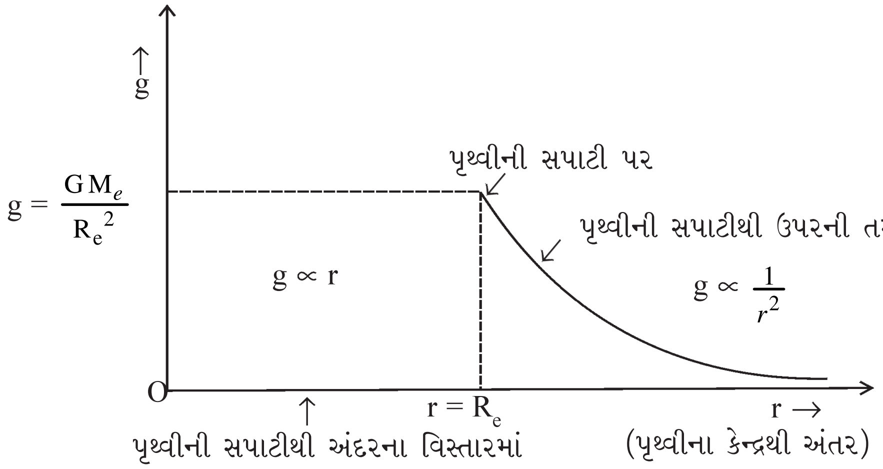
નિરપેક્ષ ઘટાડો = $\Delta g = g - g' = d\left(\frac{g}{R_e}\right)$

આંશિક ઘટાડો = $\frac{\Delta g}{g} = \frac{g-g'}{g} = \frac{d}{R_e}$

પ્રતિશત ઘટાડો = $\frac{\Delta g}{g} \times 100\,\% = \frac{d}{R_e} \times 100\,\%$

- પૃથ્વીની સપાટીથી ઊંચાઈ ($h << R_e$) માટે ગુરુત્વપ્રવેગના મૂલ્યમાં ઘટાડાનો દર એ પૃથ્વીની સપાટીથી કેન્દ્ર તરફ જતા ગુરુત્વપ્રવેગના મૂલ્યના ઘટાડાના દર કરતા બમણો હોય છે.

- $g \rightarrow r$ નો આલેખ :



(4) પૃથ્વીના ભ્રમણને લીધે અક્ષાંશ સાથે અસરકારક ગુરુત્વપ્રવેગ 'g' માં થતો ફેરફાર :

વિષુવવૃત્તીય સમતલ : પૃથ્વીના કેન્દ્રમાંથી પસાર થતા અને તેની ભ્રમણ અક્ષને લંબ હોય તેવા સમતલને વિષુવવૃત્તીય સમતલ કહે છે.

અક્ષાંશ : પૃથ્વીની સપાટી પર આવેલા સ્થળને પૃથ્વીના કેન્દ્ર સાથે જોડતી રેખા એ વિષુવવૃત્તીય રેખા સાથે બનાવેલા ખૂણાને તે સ્થળનો અક્ષાંશ (λ) કહે છે.

વિષુવવૃત્ત પર $\lambda = 0°$ તથા ધ્રુવ પર $\lambda = 90°$

λ અક્ષાંશ ધરાવતા સ્થળ પર અસરકારક ગુરુત્વપ્રવેગ,

$g' = g - R_e \cos^2 \lambda \, \omega^2$

$= g \left(1 - \frac{R_e \omega^2 \cos^2 \lambda}{g}\right)$ જ્યાં ω = પૃથ્વીનો પોતાની ધરીની આસપાસ ભ્રમણ-દર

(i) વિષુવવૃત્ત માટે $\lambda = 0° \Rightarrow \cos \lambda = 1$

$g' = g \left(1 - \frac{R_e \omega^2}{g}\right) \quad = g - R_e \omega^2$

= અસરકારક ગુરુત્વપ્રવેગનું લઘુતમ મૂલ્ય

(ii) ધ્રુવ પર $\lambda = 90° \Rightarrow \cos \lambda = 0$

$\therefore g' = g$

= અસરકારક ગુરુત્વપ્રવેગનું મહતમ મૂલ્ય

- જો m દળના પદાર્થને વિષુવવૃત્ત પરથી ધ્રુવ પર લઈ જવામાં આવે તો તેના વજનમાં થતો વધારો,
  $m (g_p - g_e) = m\omega^2 R_e$
  જ્યાં g_p = ધ્રુવ પર ગુરુત્વપ્રવેગ, g_e = વિષુવવૃત્ત પર ગુરુત્વપ્રવેગ.
- જો પૃથ્વી પોતાની ધરીની આસપાસ ભ્રમણ કરવાનું બંધ કરી દે તો વિષુવવૃત્ત પાસે ગુરુત્વપ્રવેગના મૂલ્યમાં $\omega^2 R_e$ જેટલો વધારો થાય અને તેથી m દળના પદાર્થના વજનમાં $m\omega^2 R_e$ જેટલો વધારો થાય.
- **પૃથ્વીની સરેરાશ ઘનતા (ρ) એ 'g' અને 'G' ના પદમાં**
  પૃથ્વીને નિયમિત ઘનતાવાળો સંપૂર્ણ ગોળો ગણીને,

$$\rho = \frac{M_e}{\frac{4}{3}\pi R_e^3} = \frac{3M_e}{4\pi R_e^3} = \frac{3\left(\frac{g R_e^2}{G}\right)}{4\pi R_e^3} \qquad \left(\because M_e = \frac{g R_e^2}{G}\right)$$

$$= \frac{3g}{4\pi R_e G}$$

(16) પૃથ્વીની સપાટી પર એક પદાર્થનું વજન 81 *kgf* છે. તો મંગળ (ગ્રહ)ની સપાટી પર આ પદાર્થનું વજન ...... *kgf.* મંગળનું દળ અને ત્રિજ્યા એ પૃથ્વીના દળ અને ત્રિજ્યા કરતા અનુક્રમે $\frac{1}{9}$ અને $\frac{1}{2}$ ગણા છે.

(A) 40 (B) 36 (C) 24 (D) 162

(17) જો પૃથ્વી સમગ્રપણે સીસા (lead)નો જ બનેલો ગોળો હોત તો પૃથ્વીની સપાટી પર ગુરુત્વપ્રવેગનું મૂલ્ય .... ms^{-2} (પૃથ્વીની ત્રિજ્યા = 6.4×10^6 m, G = 6.67×10^{-11} SI, સીસાની સાપેક્ષ ઘનતા = 11.3)

(A) 20.2 (B) 34.49 (C) 28.72 (D) 14.67

(18) બે ગ્રહોના દળનો ગુણોત્તર 1:2 અને તેમના વ્યાસનો ગુણોત્તર 1:3 છે. તેમની સપાટી પરના ગુરુત્વપ્રવેગનાં મૂલ્યોનો ગુણોત્તર = ...

(A) 2:1 (B) 3:2 (C) 2:3 (D) 9:2

(19) જો પૃથ્વીની ત્રિજ્યા હાલની ત્રિજ્યા કરતા ત્રણ ગણી કરવામાં આવે, તો પૃથ્વીની સપાટી પર ગુરુત્વપ્રવેગનું મૂલ્ય બદલાય નહિ (અચળ રહે) તે માટે પૃથ્વીની ઘનતાના મૂલ્યમાં આશરે ......

(A) 67 % જેટલો ઘટાડો કરવો પડે. (B) 67 % જેટલો વધારો કરવો પડે.

(C) 33 % જેટલો ઘટાડો કરવો પડે. (D) 33 % જેટલો વધારો કરવો પડે.

(20) એક વ્યક્તિ એક ગ્રહ A પર 2m ઊંચો કૂદકો મારી શકે છે, તો આ જ વ્યક્તિ ગ્રહ B પર ...... ઊંચો કૂદકો મારી શકે. ગ્રહ B ની ઘનતા અને ત્રિજ્યા અનુક્રમે ગ્રહ A ની ઘનતા અને ત્રિજ્યા કરતા $\frac{1}{4}$ અને $\frac{1}{3}$ ગણા છે.

(A) 18 m (B) 24 m (C) 36 m (D) 15 m

(21) એક પદાર્થનું પૃથ્વીની સપાટી પર વજન 54 N છે, તો પૃથ્વીની સપાટીથી $\frac{R_e}{2}$ જેટલી ઊંચાઈએ તે પદાર્થનું વજન ...... ; જ્યાં R_e = પૃથ્વીની ત્રિજ્યા

(A) 72 N (B) 36 N (C) 18 N (D) 24 N

(22) પૃથ્વીની સપાટીથી ...... ઊંચાઈએ ગુરુત્વપ્રવેગનું મૂલ્ય એ સપાટી પરના ગુરુત્વપ્રવેગના મૂલ્ય કરતા અડધું થાય. પૃથ્વીની ત્રિજ્યા R = 6400 km

(A) 2650 km (B) 3366 km (C) 1325 km (D) 414 km

(23) પૃથ્વીની સપાટી પર એક દળરહિત સ્પ્રિંગના છેડે એક પદાર્થ લટકાવતાં સ્પ્રિંગની લંબાઈમાં 1 cm જેટલો વધારો થાય છે. તો પૃથ્વીની સપાટીથી 1600 km ઊંચાઈએ એ જ સ્પ્રિંગના છેડે એ જ પદાર્થ લટકાવતાં સ્પ્રિંગની લંબાઈમાં થતો વધારો = ... cm. (પૃથ્વીની ત્રિજ્યા R = 6400 km)

(A) 0.32 (B) 0.64 (C) 0.16 (D) 0.86

(24) પૃથ્વીના કેન્દ્રથી ...... અંતરે પદાર્થનું વજન તેના પૃથ્વીની સપાટી પરના વજનનું $\frac{1}{16}$ ગણું થાય. પૃથ્વીની ત્રિજ્યા R લો.

(A) 3R (B) 4R (C) 5R (D) 8R

(25) પૃથ્વીની સપાટીથી કેટલી ઊંચાઈએ ગુરુત્વપ્રવેગનું મૂલ્ય પૃથ્વીની સપાટીથી 100 km ઊંડાઈએ મળતા ગુરુત્વપ્રવેગના મૂલ્ય જેટલું થાય ?

(A) 50 km (B) 100 km (C) 200 km (D) 25 km

(26) પૃથ્વીની સપાટીથી કેટલી ઊંડાઈએ ગુરુત્વપ્રવેગનું મૂલ્ય પૃથ્વીની સપાટી પરના ગુરુત્વપ્રવેગના મૂલ્યના 10 % જેટલું થાય ? (પૃથ્વીની ત્રિજ્યા R = 6400 km)

(A) 6336 km (B) 5400 km (C) 5760 km (D) 5980 km

(27) પૃથ્વીની સપાટીથી 30 km ઊંચાઈએ અને સપાટીથી 30 km ઊંડાઈએ m દળના પદાર્થના વજનોનો ગુણોત્તર ...... (પૃથ્વીની ત્રિજ્યા R = 6400 km)

(A) 0.946 (B) 0.962 (C) 0.984 (D) 0.995

(28) ધારો કે પૃથ્વી R ત્રિજ્યાનો નિયમિત ગોળો છે. જો 45° અક્ષાંશ ધરાવતા સ્થળ અને વિષુવવૃત્ત પરના ગુરુત્વપ્રવેગો અનુક્રમે g' અને g" હોય તો g' – g" = ... (ધ્રુવ પર ગુરુત્વપ્રવેગ = g)

(A) $\frac{3R\omega^2}{2}$ (B) $\frac{R\omega^2}{2}$ (C) $\frac{R\omega^2}{3}$ (D) $\frac{2R\omega^2}{3}$

(29) 60° અક્ષાંશ ધરાવતા સ્થળ પર અસરકારક ગુરુત્વપ્રવેગ શૂન્ય થવા માટે પૃથ્વીએ પોતાની ધરીની આસપાસ ...... rad/s કોણીય ઝડપથી ભ્રમણ કરવું જોઈએ. (પૃથ્વીની ત્રિજ્યા R = 6400 km, ધ્રુવ પર ગુરુત્વપ્રવેગ g = 10 ms^{-2})

(A) 2.5×10^{-3} (B) 1.25×10^{-3} (C) 2.5×10^{-2} (D) 1.25×10^{-2}

(30) વિષુવવૃત્ત પર એક પદાર્થના હાલના વજન કરતાં ત્રીજા ભાગનું વજન થવા માટે પૃથ્વીએ પોતાની ધરીની આસપાસ કેટલી કોણીય ઝડપથી ભ્રમણ કરવું જોઈએ ? (પૃથ્વીની ત્રિજ્યા R = 6.4×10^6 m, ધ્રુવ પર g = 9.8 ms^{-2})

(A) 7.8×10^{-4} rad s^{-1} (B) 6.7×10^{-4} rad s^{-1} (C) 8.7×10^{-4} rad s^{-1} (D) 10×10^{-4} rad s^{-1}

(31) પૃથ્વીની સપાટી પર એક પદાર્થનું વજન W છે, તો પૃથ્વીની સપાટીથી પૃથ્વીની ત્રિજ્યા કરતા અડધા અંતરે પદાર્થનું વજન ...... (પૃથ્વીની ઘનતા નિયમિત લો.)

(A) $\frac{W}{2}$ (B) W (C) $\frac{W}{4}$ (D) $\frac{W}{8}$

(32) એક ગ્રહની ઘનતા અને ત્રિજ્યા એ પૃથ્વીની ઘનતા અને ત્રિજ્યા કરતા અનુક્રમે બમણી અને $\frac{3}{2}$ ગણી છે, તો ગ્રહની સપાટી પર ગુરુત્વપ્રવેગ એ પૃથ્વીની સપાટી પરના ગુરુત્વપ્રવેગ કરતા ...... ગણો હોય.

(A) $\frac{4}{3}$ (B) 3 (C) 6 (D) $\frac{3}{4}$

(33) પૃથ્વીની સપાટી પર રહેલા એક પદાર્થનું દળ M છે, તો ચંદ્રની સપાટી પર તે જ પદાર્થનું દળ ....

(A) $\frac{M}{6}$ (B) M (C) શૂન્ય (D) અનંત

(34) પૃથ્વીની સપાટીથી x જેટલી ઊંડાઈએ આવેલા સ્થળે ગુરુત્વપ્રવેગના મૂલ્યમાં થતા ફેરફારનો દર ......

(A) $-\frac{4}{3}G\pi\rho$ (B) $-\frac{2}{3}G\pi\rho$ (C) $\frac{-8G\pi\rho}{3}$ (D) $-G\pi\rho$

(35) પૃથ્વીની સપાટીથી 1600 km ઊંચાઈએ ગુરુત્વપ્રવેગનું મૂલ્ય ...... (સપાટી પર ગુરુત્વપ્રવેગનું મૂલ્ય = 9.8 ms^{-2}, પૃથ્વીની ત્રિજ્યા R = 6400 km)

(A) 8.73 ms^{-2} (B) 7.59 ms^{-2} (C) 6.27 ms^{-2} (D) 9.12 ms^{-2}

(36) જો પૃથ્વી પોતાની ધરીની આસપાસ ભ્રમણ કરવાનું બંધ કરી દે, તો 45° અક્ષાંશ ધરાવતા સ્થળ પર મળતા ગુરુત્વપ્રવેગના મૂલ્યમાં કેટલો ફેરફાર થાય ? (પૃથ્વીની ત્રિજ્યા R = 6.4×10^6 m)

(A) 2.74 cms^{-2} (B) 1.68 cms^{-2} (C) 1.12 cms^{-2} (D) 3.34 cms^{-2}

(37) પૃથ્વીની ત્રિજ્યા અને દળ અનુક્રમે R અને M હોય, તો $\frac{g}{G}$ = ... (જ્યાં, g = ગુરુત્વપ્રવેગ, G = સાર્વત્રિક અચળાંક)

(A) MR^2 (B) $\frac{M}{R^2}$ (C) $\frac{M}{R}$ (D) $\frac{R^2}{M}$

(38) પૃથ્વી R ત્રિજ્યાનો સંપૂર્ણ ગોળો છે. જો g_{30} અને g એ અનુક્રમે 30° અક્ષાંશ ધરાવતા સ્થળ તથા વિષુવવૃત્ત પરના ગુરુત્વપ્રવેગનાં મૂલ્યો હોય તો $g - g_{30}$ = ...

(A) ω^2R (B) $\frac{3}{4}\ \omega^2R$ (C) $\frac{\omega^2R}{2}$ (D) $\frac{\omega^2R}{4}$

(39) ધારો કે ચંદ્રની સપાટી પરના ગુરુત્વપ્રવેગનું મૂલ્ય એ પૃથ્વીની સપાટી પરના ગુરુત્વપ્રવેગના મૂલ્ય કરતાં 0.2 ગણું છે. જો પૃથ્વીની સપાટી પર પ્રક્ષિપ્ત પદાર્થની મહતમ અવધિ R_e હોય, તો ચંદ્રની સપાટી પર મહતમ અવધિ ...... (પ્રારંભિક વેગ અચળ ધારો.)

(A) 0.2 R_e (B) 0.5 R_e (C) 2 R_e (D) 5 R_e

જવાબો :	16 (B), 17 (A), 18 (D), 19 (A), 20 (B), 21 (D), 22 (A), 23 (B), 24 (B), 25 (A), 26 (C), 27 (D), 28 (B), 29 (A), 30 (D), 31 (A), 32 (B), 33 (B), 34 (A), 35 (C), 36 (B), 37 (B), 38 (B), 39 (D)

દળ અને વજન

પદાર્થમાં રહેલા દ્રવ્યના જથ્થાને દળ કહે છે. તે પદાર્થનો મૂળભૂત આંતરિક ગુણધર્મ છે. દળ બે પ્રકારના હોય છે :

(i) જડત્વીય દળ (Inertial mass) : પદાર્થ પર લાગતા બાહ્ય બળ અને તેના કારણે તેમાં ઉદ્‌ભવતા પ્રવેગના ગુણોત્તરને જડત્વીય દળ (m_i) કહે છે.

$m_i = \dfrac{\text{બાહ્ય બળ}}{\text{ઉદ્‌ભવતો પ્રવેગ}} = \dfrac{F}{a}$ ($\because$ ન્યૂટનના ગતિના બીજા નિયમ પરથી દળ = $\dfrac{\text{બળ}}{\text{પ્રવેગ}}$)

- તે પદાર્થના જડત્વનું માપ દર્શાવે છે.
- તે પદાર્થ પર બાહ્યબળ લાગતા તેની સ્થિતિ બદલવાના પ્રયત્નનો પ્રતિકાર કરતી રાશિના સ્વરૂપમાં છે.

(ii) ગુરુત્વીય દળ : પદાર્થ પર પૃથ્વીને કારણે લાગતા ગુરુત્વાકર્ષી બળ અને તેના કારણે ઉદ્‌ભવતા પ્રવેગના ગુણોત્તરને ગુરુત્વીય દળ (m_g) કહે છે.

$\therefore m_g = \dfrac{F}{g}$

પ્રયોગો પરથી $m_i = m_g = m$

પદાર્થનું વજન : પદાર્થ પર લાગતા પૃથ્વીના ગુરુત્વાકર્ષી બળને પદાર્થનું વજન કહે છે.

$W = \dfrac{GM_e m}{R_e^2}$ (જ્યાં M_e = પૃથ્વીનું દળ, R_e = પૃથ્વીની ત્રિજ્યા, G = ગુરુત્વાકર્ષણનો સાર્વત્રિક અચળાંક)

$W = mg$

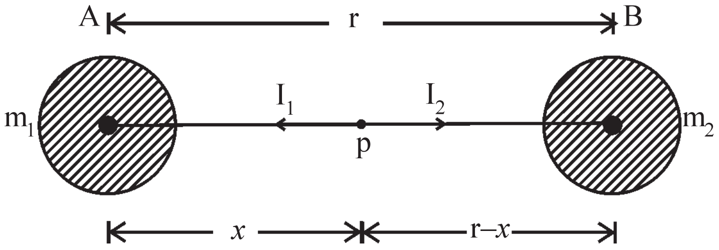
તેનો એકમ N છે. તેની દિશા પૃથ્વીના કેન્દ્ર તરફ હોય છે.

ગુરુત્વાકર્ષી તીવ્રતા (ગુરુત્વ ક્ષેત્ર) (ગુરુત્વ તીવ્રતા) :

- **વ્યાખ્યા :** આપેલ પદાર્થ વડે આપેલા બિંદુએ એકમ દળ (પરિક્ષણ દળ)ના પદાર્થ પર લાગતા ગુરુત્વાકર્ષી બળને તે બિંદુને ગુરુત્વાકર્ષી ક્ષેત્રની તીવ્રતા (I) કહે છે.

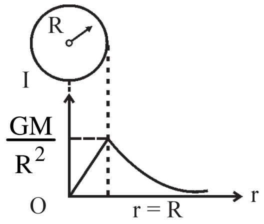
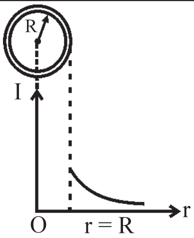
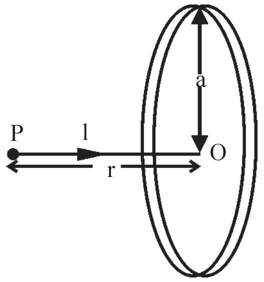
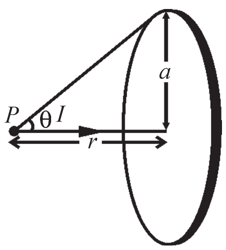
  $\therefore \vec{I} = \dfrac{\vec{F}}{m}$ જ્યાં m = પરીક્ષણ દળ (test mass)
- તે સદિશ રાશિ છે. તેની દિશા જે પદાર્થનું ગુરુત્વાકર્ષી ક્ષેત્ર ધ્યાનમાં લીધું હોય તેના ગુરુત્વકેન્દ્ર તરફ હોય છે.
- તેનો એકમ $N\,kg^{-1}$ છે તથા પારિમાણિક સૂત્ર $M^0L^1T^{-2}$ છે.
- M દળના પદાર્થને લીધે r અંતરે ગુરુત્વાકર્ષી તીવ્રતા, $I = \dfrac{GM}{r^2} \Rightarrow I \propto \dfrac{1}{r^2}$
- આપેલા બિંદુએ ગુરુત્વ તીવ્રતા જાણતા હોઈએ, તો તે બિંદુ પર કોઈ પદાર્થ મૂકતા તેના પર કેટલું ગુરુત્વબળ લાગશે તે ગણી શકાય છે.
- પૃથ્વીને લીધે આપેલા બિંદુએ ગુરુત્વ તીવ્રતાનું મૂલ્ય તે બિંદુ આગળના ગુરુત્વપ્રવેગના મૂલ્ય જેટલું હોય છે.
- ગુરુત્વતીવ્રતા અને ગુરુત્વપ્રવેગ જુદી જુદી રાશિઓ છે. તેમના એકમ જુદા જુદા પરંતુ સમતુલ્ય N/kg અને m/s^2 છે.
- પૃથ્વીના ગુરુત્વક્ષેત્ર માટે $I \rightarrow r$ નો આલેખ એ $g \rightarrow r$ ના આલેખ જેવો જ હોય છે.

- નીચેની આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે ધારો કે P બિંદુ પાસે પદાર્થો A અને B વડે મળતી ગુરુત્વાકર્ષી તીવ્રતા સમાન મૂલ્યની અને પરસ્પર વિરુદ્ધ દિશામાં છે, એટલે કે બિંદુ P પાસે પરિણામી ગુરુત્વતીવ્રતા શૂન્ય છે.



અહીં $x = \left(\frac{\sqrt{m_1}}{\sqrt{m_1}+\sqrt{m_2}}\right) r$ તથા $r - x = \left(\frac{\sqrt{m_2}}{\sqrt{m_1}+\sqrt{m_2}}\right) r$

જુદા જુદા આકારના પદાર્થો માટે ગુરુત્વતીવ્રતા

પદાર્થ	સ્થાન	ગુરુત્વતીવ્રતા	આકૃતિ આલેખ $I \rightarrow r$
નિયમિત ગોળો	(i) સપાટીથી બહાર $r > R$ (ii) સપાટી પર $r = R$ (iii) સપાટીની અંદર $r < R$	$I = \frac{GM}{r^2}$ $I = \frac{GM}{R^2}$ $I = \frac{GMr}{R^3}$	
નિયમિત ગોળીય કવચ	(i) સપાટી બહાર $r > R$ (ii) સપાટી પર $r = R$ (iii) સપાટીની અંદર $r < R$	$I = \frac{GM}{r^2}$ $I = \frac{GM}{R^2}$ $I = 0$	
પાતળી નિયમિત વર્તુળાકાર રિંગ	(i) રિંગની અક્ષ પરના બિંદુએ (ii) રિંગના કેન્દ્ર પર	$I = \frac{GMr}{(a^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}$ $I = 0$	
નિયમિત તકતી	(i) તકતીની અક્ષ પરના બિંદુએ (ii) તકતીના કેન્દ્ર પર	$I = \frac{2GMr}{a^2}\left[\frac{1}{r}-\frac{1}{\sqrt{r^2+a^2}}\right]$ અથવા $I = \frac{2GM}{a^2}(1-\cos\theta)$ $I = 0$	

ગુરુત્વીય સ્થિતિમાન

'એકમ દળના પદાર્થને અનંત અંતરેથી ગુરુત્વ ક્ષેત્રમાંના આપેલા બિંદુએ લાવવા દરમિયાન ગુરુત્વબળે કરેલા કાર્યના ઋણ મૂલ્યને તે બિંદુ આગળનું ગુરુત્વીય સ્થિતિમાન (ϕ) કહે છે. '

$$\phi = -\frac{W}{m} = -\int_{\infty}^{r} \frac{\vec{F}.d\vec{r}}{m} = -\int_{\infty}^{r} \vec{I}.d\vec{r} \qquad (\because \vec{I} = \frac{\vec{F}}{m})$$

$$= -\int_{\infty}^{r} \frac{Gm}{r^2} dr$$

ગુરુત્વીય સ્થિતિમાન, $\phi = \frac{-Gm}{r}$

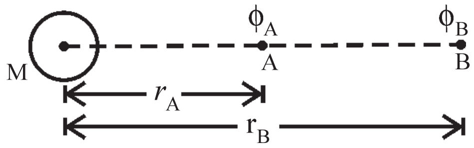
જો $r = \infty$ તો $\phi = 0 = \phi_{max}$

- તે અદિશ રાશિ છે. તેનો SI એકમ J/kg અને પારિમાણિક સૂત્ર $M^0L^2T^{-2}$ છે.

- $\phi = -\int \vec{I}.d\vec{r} \Leftrightarrow I = \frac{-d\phi}{dr}$

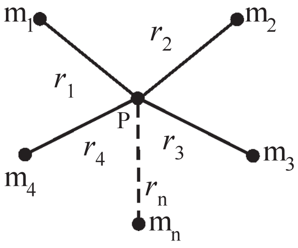
- **ગુરુત્વીય સ્થિતિમાનનો તફાવત :**

  'એકમ દળના પદાર્થને ગુરુત્વાકર્ષી ક્ષેત્રમાં એક બિંદુથી બીજા બિંદુ સુધી લઈ જવા માટે કરવા પડતા કાર્યને તે બે બિંદુઓ વચ્ચેનો ગુરુત્વીય સ્થિતિમાનનો તફાવત કહે છે.



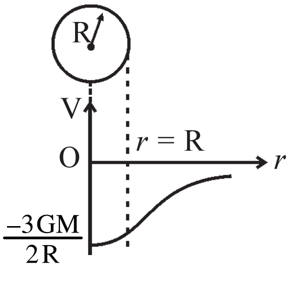
$$\Delta\phi = \phi_B - \phi_A = \frac{W_{A\to B}}{m} = -GM\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right)$$

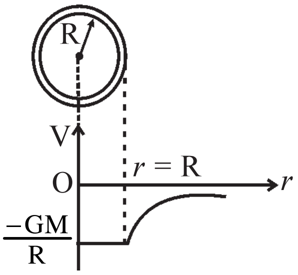
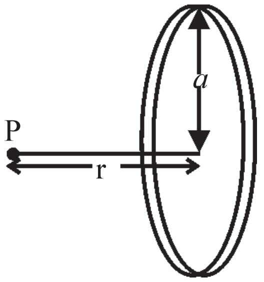
- ઘણા બધા કણો વડે એક બિંદુ પાસે કુલ ગુરુત્વીય સ્થિતિમાન એ દરેક કણ વડે મળતા ગુરુત્વીય સ્થિતિમાનના અદિશ સરવાળા જેટલું હોય છે. આકૃતિમાં P બિંદુ પાસે કુલ ગુરુત્વીય સ્થિતિમાન,



$$\phi = \frac{-Gm_1}{r_1} - \frac{Gm_2}{r_2} - \frac{Gm_3}{r_3} \cdots\cdots$$

જુદા જુદા આકારના પદાર્થો માટે ગુરુત્વીય સ્થિતિમાન

પદાર્થ	સ્થાન	ગુરુત્વતીવ્રતા	આકૃતિ આલેખ $I \to r$
નિયમિત ગોળો	(i) સપાટીની બહાર $r > R$ (ii) સપાટી પર $r = R$ (iii) સપાટીની અંદર $r < R$ (iv) કેન્દ્ર પર $(r = 0)$	$\phi = \frac{-GM}{r}$ $\phi_{સપાટી} = \frac{-GM}{R}$ $\phi = \frac{-GM}{2R}\left[3-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right]$ $\phi_{કેન્દ્ર} = \frac{-3GM}{2R} = \frac{-3}{2}\phi_{સપાટી}$	

નિયમિત ગોળીય કવચ	(i) સપાટીની બહાર r > R (ii) સપાટી પર r = R (iii) સપાટીની અંદર r < R	$\phi = \frac{-GM}{r}$ $\phi = \frac{-GM}{R}$ $\phi = \frac{-GM}{R}$	
નિયમિત પાતળી રિંગ	(i) રિંગની અક્ષ પરના બિંદુએ (ii) રિંગના કેન્દ્ર પર	$\phi = \frac{-GM}{\sqrt{a^2+r^2}}$ $\phi = \frac{-GM}{a}$	

ગુરુત્વાકર્ષી સ્થિતિઊર્જા

'આપેલા (m દળના) પદાર્થને પૃથ્વીના ગુરુત્વાકર્ષી ક્ષેત્રમાં અનંત અંતરેથી આપેલા બિંદુએ લાવવા દરમિયાન ગુરુત્વબળે કરેલા કાર્યના ઋણ મૂલ્યને તે બિંદુ પાસે તે પદાર્થની ગુરુત્વાકર્ષી સ્થિતિઊર્જા (U) કહે છે.'

પૃથ્વીના કેન્દ્રથી r, $r \geq R_e$ અંતરે m દળના પદાર્થની ગુરુત્વ સ્થિતિઊર્જા,

$$U = \frac{-GM_e m}{r} = \phi m \quad (\because \phi = \frac{-GM_e}{r})$$

- તે અદિશ રાશિ છે. તેનો SI એકમ J અને પારિમાણિક સૂત્ર $M^1L^2T^{-2}$ છે.
- ગુરુત્વાકર્ષીબળો આકર્ષી પ્રકારના હોવાથી ગુરુત્વ સ્થિતિઊર્જા ઋણ હોય છે.
- અંતર વધે તેમ ગુરુત્વાકર્ષી સ્થિતિઊર્જા વધે (ઓછી ઋણ બને) છે.
- અનંત અંતરે ગુરુત્વ સ્થિતિઊર્જા $U = 0 = U_{max}$
- અહીં સ્થિતિઊર્જા U એ (પદાર્થ + પૃથ્વી) તંત્રની છે.
- જો M દળના પદાર્થના કેન્દ્રથી m દળના પદાર્થને r_1 અંતરેથી r_2 અંતરે ($r_1 > r_2$) લઈ જતાં પદાર્થની સ્થિતિઊર્જામાં થતો ફેરફાર,

$$\Delta U = U_2 - U_1 = GMm\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)$$

- અહીં $r_1 > r_2$ હોવાથી ΔU એ ઋણ છે. એટલે કે પદાર્થને પૃથ્વીની સપાટી નજીક લાવતા તેની સ્થિતિઊર્જામાં ઘટાડો થાય છે.
- પૃથ્વીના કેન્દ્ર પર ગુરુત્વ સ્થિતિઊર્જા,

$$U_{\text{કેન્દ્ર}} = m\phi_{\text{કેન્દ્ર}} = m\left(\frac{-3}{2}\frac{GM_e}{R_e}\right) = \frac{-3}{2}\frac{GM_e m}{R_e}$$

- m દળના પદાર્થને પૃથ્વીની સપાટીથી h ઊંચાઈએ લઈ જતાં ગુરુત્વ સ્થિતિઊર્જામાં થતો ફેરફાર,

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{mgh}{1 + \frac{h}{R_e}}$$

(i) જો $h = nR_e$; $\Delta U = \frac{mgR_e n}{(n+1)}$

(ii) જો $h << R_e$; $\Delta U = mgh \; (\because \frac{h}{R_e} \to 0)$

(iii) જો $h = R_e$; $\Delta U = \frac{1}{2} mgR_e$

- અસતત દળોના વિતરણ માટે કુલ ગુરુત્વાકર્ષી સ્થિતિઊર્જા,

$$U = \Sigma U_i = -\left[\frac{G m_1 m_2}{r_{12}} + \frac{G m_2 m_3}{r_{23}} + ...\right]$$

- n કણોના તંત્ર માટે કુલ $\frac{n(n-1)}{2}$ જોડ (pair) બને.

---

(40) કોઈ ગુરુત્વાકર્ષી ક્ષેત્રમાં આપેલા બિંદુ પાસે મૂકેલા 50 g દળના પદાર્થ પર લાગતું ગુરુત્વ બળ 2 N છે, તો તે બિંદુ પાસે ગુરુત્વાકર્ષી ક્ષેત્રનું મૂલ્ય ....

(A) 40 N kg^{-1} (B) 0.4 N kg^{-1} (C) 2 N kg^{-1} (D) 100 N kg^{-1}

(41) R ત્રિજ્યાની અને M દળ ધરાવતી એક પાતળી નિયમિત રિંગની અક્ષ પર રિંગના કેન્દ્રથી કેટલા અંતરે રિંગને કારણે મળતું ગુરુત્વાકર્ષી તીવ્રતાનું મૂલ્ય શૂન્ય થશે ?

(A) $\frac{R}{\sqrt{2}}$ (B) $\frac{R}{\sqrt{3}}$ (C) $\frac{R}{2}$ (D) $\frac{2R}{3}$

(42) કોઈ પદાર્થને કારણે એક બિંદુએ મળતી ગુરુત્વાકર્ષી ક્ષેત્રની તીવ્રતાનું મૂલ્ય 20 N kg^{-1} છે, તો તે બિંદુ પર 10 kg દળનો પદાર્થ મૂકતા પદાર્થ પર લાગતું બળ ......

(A) 100 N (B) 200 N (C) 50 N (D) 400 N

(43) એક સમક્ષિતિજ સપાટી પર સમાન દળ m ધરાવતા બે પદાર્થો એકબીજાથી d અંતરે મૂક્યાં છે. બંનેનાં કેન્દ્રોને જોડતી રેખાના મધ્યબિંદુ પર ગુરુત્વીય સ્થિતિમાન ...... (G = સાર્વત્રિક અચળાંક)

(A) $\frac{-Gm}{d}$ (B) $\frac{-2Gm}{d}$ (C) $\frac{-4Gm}{d}$ (D) શૂન્ય

(44) એક b બાજુવાળા સમબાજુ ત્રિકોણનાં ત્રણ શિરોબિંદુઓ પર સમાન દળ m ધરાવતા ત્રણ કણ મૂકેલા છે. તો સમબાજુ ત્રિકોણના મધ્યકેન્દ્ર પર ગુરુત્વીય સ્થિતિમાન ......

(A) $\frac{-3\sqrt{3}Gm}{b}$ (B) $\frac{-2\sqrt{3}Gm}{b}$ (C) $\frac{-3\sqrt{2}Gm}{b}$ (D) $\frac{-9Gm}{b}$

(45) m અને 9m દળના બે પદાર્થો એકબીજાથી r અંતરે મૂક્યા છે. બંને પદાર્થોને જોડતી રેખા પરના જે બિંદુએ ગુરુત્વાકર્ષી ક્ષેત્ર શૂન્ય હોય તે બિંદુએ ગુરુત્વીય સ્થિતિમાન ......

(A) $\frac{-6Gm}{r}$ (B) $\frac{-9Gm}{r}$ (C) $\frac{-4Gm}{r}$ (D) $\frac{-16Gm}{r}$

(46) એક l બાજુવાળા ચોરસનાં ચાર શિરોબિંદુઓ પર સમાન દળ m ધરાવતા ચાર કણ મૂકેલા છે. તો ચોરસના મધ્યકેન્દ્ર પર ગુરુત્વીય સ્થિતિમાન ......

(A) $\frac{-2\sqrt{3}Gm}{l}$ (B) $\frac{-4\sqrt{2}Gm}{l}$ (C) $\frac{-3\sqrt{2}Gm}{l}$ (D) $\frac{-5\sqrt{2}Gm}{l}$

(47) એક m દળના પદાર્થને પૃથ્વીની સપાટીથી $h = \frac{R}{5}$ ઊંચાઈએ લઈ જતા તેની સ્થિતિઊર્જામાં થતો વધારો ......

પૃથ્વીની સપાટી પર ગુરુત્વપ્રવેગ = g, પૃથ્વીની ત્રિજ્યા = R

(A) $\frac{6}{7}$ mgh (B) $\frac{5}{6}$ mgh (C) $\frac{3}{4}$ mgh (D) $\frac{2}{3}$ mgh

(48) એક l બાજુવાળા સમબાજુ ત્રિકોણનાં ત્રણ શિરોબિંદુઓ પર 2m દળના ત્રણ કણ મૂકેલા છે, તો આ તંત્રની ગુરુત્વ સ્થિતિઊર્જા ......

(A) $\frac{-3Gm^2}{l}$ (B) $\frac{-6Gm^2}{l}$ (C) $\frac{-12Gm^2}{l}$ (D) $\frac{-Gm^2}{2l}$

(49) એક m દળનો પદાર્થ પૃથ્વીની સપાટીથી 3R અંતરેથી પડવાનું શરૂ કરે છે. જ્યારે તે પૃથ્વીની સપાટીથી R અંતરે હોય ત્યારે તેની ગતિઊર્જા ......
પૃથ્વીની ત્રિજ્યા = R, પૃથ્વીનું દળ = M, સાર્વત્રિક ગુરુત્વાકર્ષણનો અચળાંક = G

(A) $\frac{GMm}{2R}$ (B) $\frac{GMm}{4R}$ (C) $\frac{GMm}{3R}$ (D) $\frac{GMm}{6R}$

(50) એક 1 kg દળવાળો પદાર્થ 3m ત્રિજ્યા અને 5 kg દળવાળી નિયમિત રિંગની અક્ષ પર રિંગના કેન્દ્રથી 4 m અંતરે મૂકેલ છે. તો પદાર્થને 4 m અંતરેથી $3\sqrt{3}$ m અંતરે લઈ જવા માટે કરવું પડતું કાર્ય ....(ગુરુત્વાકર્ષણનો અચળાંક = G)

(A) $\frac{G}{6}$ (B) $\frac{2G}{3}$ (C) $\frac{3G}{2}$ (D) $\frac{G}{5}$

જવાબો : 40 (A), 41 (A), 42 (B), 43 (C), 44 (A), 45 (D), 46 (B), 47 (B), 48 (C), 49 (B), 50 (A)

નિષ્ક્રમણ વેગ

'પદાર્થને પૃથ્વીના ગુરુત્વાકર્ષી ક્ષેત્રની બહાર મોકલવા માટે જરૂરી લઘુતમ વેગને નિષ્ક્રમણ વેગ (v_e) કહે છે.'

નિષ્ક્રમણ વેગ, $v_e = \sqrt{\frac{2GM_e}{R_e}} = \sqrt{2gR_e}$ $(\because GM_e = gR_e^2)$

$= \sqrt{2(\frac{4}{3}\pi\rho G R_e)R_e} = R_e\sqrt{\frac{8}{3}\pi G\rho}$

- નિષ્ક્રમણ વેગ પદાર્થના દળ પર આધારિત નથી. પરંતુ પદાર્થને જેના બંધનમાંથી મુક્ત કરવાનો છે. તે ગ્રહ (અહીં પૃથ્વી)ના દળ અને ત્રિજ્યા પર આધારિત છે.
- પૃથ્વીની સપાટી પર, $v_e = \sqrt{2gR_e}$ માં g અને R_e ની કિંમતો મૂકતાં,
  $v_e = 11.2$ km/s
- ચંદ્રની સપાટી પરના સ્થિર પદાર્થને ચંદ્રના ગુરુત્વાકર્ષીક્ષેત્રમાંથી મુક્ત કરવા માટે જરૂરી નિષ્ક્રમણ વેગ v_e' હોય તો,

  $v_e' = \sqrt{\frac{2GM_m}{R_m}}$ જ્યાં M_m = ચંદ્રનું દળ, R_m = ચંદ્રની ત્રિજ્યા
- આ બધી કિંમતો મૂકતાં $v_e' = 2.3\ kms^{-1}$ મળે છે. જે પૃથ્વી પર રહેલા પદાર્થ માટેના નિષ્ક્રમણ વેગ કરતા લગભગ $\frac{1}{6}$ ગણું છે.
- કોઈ ગ્રહ પર વાતાવરણ તો જ હોય જો વાતાવરણનું નિર્માણ કરતા વાયુઓના અણુઓની ત્યાંના તાપમાને ઝડપ એ નિષ્ક્રમણ ઝડપ કરતા ઓછી હોય.
- વાયુના અણુઓની ઝડપ = $v_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$
  $\therefore$ પૃથ્વી પર વાતાવરણ છે કારણ કે $v_{rms} < v_e$
  અને ચંદ્ર પર વાતાવરણ નથી કારણ કે $v_{rms} > v_e$

નિષ્ક્રમણ ઊર્જા (Escape Energy)

'પૃથ્વીના ગુરુત્વાકર્ષી ક્ષેત્રમાંથી (પૃથ્વીના બંધનમાંથી) પદાર્થને મુક્ત કરવા માટે તેને આપવી પડતી લઘુતમ ઊર્જાને તે પદાર્થની નિષ્ક્રમણ ઊર્જા કહે છે. ઘણી વાર તેને બંધનઊર્જા (Binding Energy) પણ કહે છે.'

$\therefore$ પૃથ્વીની સપાટી પર સ્થિર રહેલા m દળના પદાર્થની નિષ્ક્રમણ ઊર્જા = $\frac{GM_e m}{R_e}$

(51) પૃથ્વીની સપાટી પરથી ઊર્ધ્વદિશામાં ફેંકવામાં આવતા પદાર્થનો નિષ્ક્રમણ વેગ 11.2 kms^{-1} છે. તો ઊર્ધ્વદિશા સાથે 45° નો ખૂણો બનાવતી દિશામાં પ્રક્ષિપ્ત કરવામાં આવતા પદાર્થ માટે નિષ્ક્રમણ વેગ ...... kms^{-1}

(A) 11.2 (B) $11.2 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ (C) $11.2 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ (D) $11.2 \times \left(\frac{1}{3}\right)$

(52) પૃથ્વીની સપાટી પર સ્થિર પદાર્થનો નિષ્ક્રમણ વેગ v_e છે, તો પૃથ્વી કરતા ત્રણ ગણી ત્રિજ્યા અને 3 ગણું દળ ધરાવતા ગ્રહની સપાટી પર નિષ્ક્રમણ વેગ ....

(A) $3\ v_e$ (B) $9\ v_e$ (C) v_e (D) $27\ v_e$

(53) પૃથ્વીની સપાટી પર સ્થિર પદાર્થનો નિષ્ક્રમણ વેગ v_e છે. પૃથ્વીની ત્રિજ્યા 6400 km છે. તો પૃથ્વીની ત્રિજ્યા ઘટીને (પૃથ્વી સંકોચાઈને) કેટલી થાય તો પૃથ્વીની સપાટી પર નિષ્ક્રમણ વેગનું મૂલ્ય હાલના નિષ્ક્રમણ વેગના મૂલ્ય કરતા 10 ગણું થાય ? (પૃથ્વીનું દળ અચળ ધારો.)

(A) 6.4 km (B) 64 km (C) 640 km (D) 4800 km

(54) K ગતિઊર્જા ધરાવતો એક ઉપગ્રહ પૃથ્વી આસપાસ વર્તુળાકાર કક્ષામાં ભ્રમણ કરે છે. આ ઉપગ્રહને પૃથ્વીના ગુરુત્વાકર્ષી ક્ષેત્રની બહાર મોકલવા (મુક્ત કરવા) જરૂરી વધારાની ગતિઊર્જા = ...

(A) $\sqrt{2}$ K (B) 2K (C) K (D) $\frac{K}{\sqrt{2}}$

(55) એક ઉપગ્રહ પૃથ્વીની સપાટીની તદ્દન નજીક રહીને ભ્રમણ કરે છે. તો તેને પૃથ્વીના બંધનમાંથી મુક્ત કરવા જરૂરી વધારાનો વેગ ...... (લગભગ) (પૃથ્વીની ત્રિજ્યા = 6400 km, ગુરુત્વપ્રવેગ g = 9.8 ms^{-2})

(A) 11.2 km s^{-1} (B) 3.2 km s^{-1} (C) 8 km s^{-1} (D) 20.2 km s^{-1}

(56) પૃથ્વીની સપાટી પર સ્થિર પદાર્થનો નિષ્ક્રમણ વેગ v_e છે. જો પૃથ્વીની ત્રિજ્યા અડધી કરવામાં આવે અને દળ બમણું કરવામાં આવે તો પદાર્થનો નિષ્ક્રમણ વેગ ......

(A) $2\ v_e$ (B) $\frac{3}{2}\ v_e$ (C) $\frac{4}{3}\ v_e$ (D) $3\ v_e$

(57) પૃથ્વીની સપાટી પર નિષ્ક્રમણ વેગ v_1 છે. જેની ત્રિજ્યા અને ઘનતા પૃથ્વીની ત્રિજ્યા અને ઘનતા કરતા અનુક્રમે 4 ગણી અને 9 ગણી હોય તેવા ગ્રહની સપાટી પર નિષ્ક્રમણ વેગ v_2 હોય તો $\frac{v_1}{v_2}$ = ...

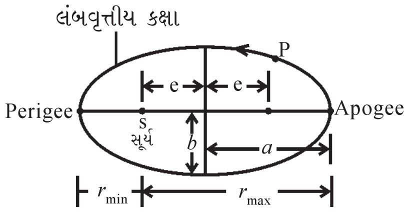
(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{12}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{3}{4}$

જવાબો : 51 (A), 52 (C), 53 (B), 54 (C), 55 (B), 56 (A), 57 (B)

કેપ્લરના નિયમો (Kepler's Laws)

- **પહેલો નિયમ (કક્ષાનો નિયમ) First Law (Law of orbits)**

'બધા ગ્રહો એવી લંબવૃત્તીય કક્ષાઓમાં ભ્રમણ કરે છે કે જેના એક કેન્દ્ર પર સૂર્ય હોય.'



a = અર્ધ દીર્ઘ અક્ષ (Semi major axis)

b = અર્ધ લઘુ અક્ષ (Semi minor axis)

Aphelion distance = સૂર્યથી ગ્રહનું મોટામાં મોટું અંતર

Perihelion distance = સૂર્યથી ગ્રહનું ટૂંકામાં ટૂંકું (નાનું) અંતર

- ગ્રહ જ્યારે સૂર્યથી દૂર હોય ત્યારે કક્ષામાં ધીમે ફરતા હોય છે એટલે કે ગતિઊર્જા લઘુતમ અને સ્થિતિઊર્જા મહતમ હોય છે.
- ગ્રહ જ્યારે સૂર્યની નજીક હોય ત્યારે વધારે ઝડપથી ફરતા હોય છે. એટલે કે ગતિઊર્જા મહતમ અને સ્થિતિઊર્જા લઘુતમ હોય છે.

  $r_{max} = a + ea = (1 + e)a$

  $r_{min} = a - ea = (1 - e)a$

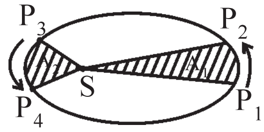
  જ્યાં e = ઉપવલય (લંબવૃત્ત)ની ઉત્કેન્દ્રતા (eccentricity) જેનું મૂલ્ય 0 થી 1 વચ્ચે હોય છે. જે પરિમાણરહિત છે.

  જો e = 0 તો ઉપવલય (લંબવૃત્ત) એ વર્તુળ બને છે. પૃથ્વી માટે e = 0.017

  બીજો નિયમ (ક્ષેત્રફળનો નિયમ) Second Law (Law of Areas) :

  'સૂર્ય અને ગ્રહને જોડતી રેખા એ સમાન સમયગાળામાં આંતરેલ ક્ષેત્રફળ સમાન હોય છે.' એટલે કે ક્ષેત્રીય વેગ $\left(\frac{dA}{dt}\right)$ અચળ રહે છે.'

  - ક્ષેત્રીય વેગ અચળ હોવો તે કોણીય વેગમાનના સંરક્ષણના નિયમની ભૌમિતિક રજૂઆત છે.



  સમાન સમયગાળામાં,

  SP_1P_2 નું ક્ષેત્રફળ = SP_3P_4 નું ક્ષેત્રફળ

  $\therefore A_1 = A_2$

  ત્રીજો નિયમ (આર્વતકાળનો નિયમ) Third Law (Law of Periods) :

  'કોઈ પણ ગ્રહના પરિભ્રમણના આવર્તકાળ (T)નો વર્ગ તેની લંબવૃત્તીય કક્ષાની અર્ધ દીર્ઘ અક્ષ (a)ના ઘનના સમપ્રમાણમાં હોય છે.'

  $\therefore T^2 \propto a^3 \Rightarrow T \propto a^{3/2}$

ઉપગ્રહો (Satellites)

'કોઈ પણ ગ્રહની આસપાસ પરિભ્રમણ કરતા પદાર્થને તેનો ઉપગ્રહ કહે છે.'

- ઉપગ્રહની કક્ષીય ગતિ ગ્રહના ગુરુત્વાકર્ષણ બળ અને પ્રારંભિક શરતો પર આધાર રાખે છે.
- આવા ગ્રહોનો ગતિપથ લંબવૃત્તીય હોય છે પણ અર્ધ દીર્ઘ અક્ષ (semi major axis) અને અર્ધ લઘુ અક્ષ (Semi minor axis) વચ્ચેનો તફાવત ઓછો હોવાથી તેને વર્તુળાકાર ગણી શકાય છે.

કક્ષીય વેગ (Orbital velocity)

'કોઈ પણ ઉપગ્રહને તેની કક્ષામાં મૂકવા (ફરતો મૂકવા) માટે જરૂરી લઘુતમ વેગને કક્ષીય વેગ (v_0) કહે છે.'

- પૃથ્વીના કેન્દ્રથી r અંતરે ($r > R_e$) ઉપગ્રહનો કક્ષીય વેગ

  $$v_0 = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} = \sqrt{\frac{GM_e}{R_e + h}}$$

  પૃથ્વીની સપાટી નજીક $v_0 = \sqrt{\frac{GM_e}{R_e}} = \sqrt{gR_e}$

- કક્ષીય ઝડપનું મૂલ્ય ઉપગ્રહના દળ પર આધારિત નથી પરંતુ જે ગ્રહ (અહીં પૃથ્વી)ની આસપાસ ભ્રમણ કરે છે તેના દળ અને કક્ષાની ત્રિજ્યા પર આધારિત છે.
- પૃથ્વીની સપાટીની નજીક ઉપગ્રહની કક્ષીય ઝડપ,

  $v_0 = \sqrt{9.8 \times 6.4 \times 10^6} = 7.92 \text{ km s}^{-1}$

- ઉપગ્રહ વડે એક પૂર્ણ પરિભ્રમણ (કક્ષામાં) દરમિયાન થતું કાર્ય શૂન્ય હોય છે.
- જો પૃથ્વીની સપાટીની નજીક ભ્રમણ કરતા ઉપગ્રહની કક્ષીય ઝડપ 41.4 % જેટલી વધારતા ($\sqrt{2}$ ગણી) તે પૃથ્વીના ગુરુત્વાકર્ષી ક્ષેત્રની બહાર ચાલ્યો જશે.

ઉપગ્રહના જુદા જુદા વેગને અનુરૂપ ઉપગ્રહની ભ્રમણ કક્ષાનો આકાર

(1) જો $v < v_o$ (v_o ઉપગ્રહને કક્ષામાં રહેવા (ફરતો) માટે જરૂરી કક્ષીય વેગ)

(i) કક્ષાનો આકાર વર્તુળાકાર ન રહેતા કમાન આકારનો રહે અને છેવટે ઉપગ્રહ પૃથ્વી પર પાછો પડે.

(ii) ગતિઊર્જા એ સ્થિતિ-ઊર્જા કરતા ઓછી હોય. $\Rightarrow$ કુલ ઊર્જા ઋણ હોય.

(2) જો $v = v_0$

(i) ઉપગ્રહ વર્તુળાકાર કક્ષામાં ભ્રમણ કરે.

(ii) e = 0 e $\rightarrow$ ઉત્કેન્દ્રતા (eccentricity).

(iii) ગતિઊર્જા એ સ્થિતિ-ઊર્જા કરતા ઓછી હોય. $\Rightarrow$ કુલ ઊર્જા ઋણ હોય.

(3) જો $v_0 < v < v_e$ (જ્યાં v_e = નિષ્ક્રમણ વેગ)

(i) ઉપગ્રહ પૃથ્વીની આસપાસ લંબવૃત્તીય (ઉપવલય) કક્ષામાં ભ્રમણ કરે.

(ii) e < 1

(iii) ગતિઊર્જા એ સ્થિતિ-ઊર્જા કરતા ઓછી હોય. $\Rightarrow$ કુલ ઊર્જા ઋણ હોય.

(4) જો $v = v_e$

(i) ઉપગ્રહ પરવલયાકાર માર્ગે ગતિ કરીને પૃથ્વીના ગુરુત્વાકર્ષી ક્ષેત્રની બહાર ચાલ્યો જાય.

(ii) e = 1

(iii) ગતિઊર્જા એ સ્થિતિ-ઊર્જા જેટલી હોય. $\Rightarrow$ કુલ ઊર્જા શૂન્ય થાય.

(5) જો $v > v_e$

(i) ઉપગ્રહ અતિવલયાકાર માર્ગે ગતિ કરીને પૃથ્વીના ગુરુત્વાકર્ષી ક્ષેત્રની બહાર ચાલ્યો જાય.

(ii) e > 1

(iii) ગતિઊર્જા એ સ્થિતિ-ઊર્જા કરતાં વધારે હોય $\Rightarrow$ કુલ ઊર્જા ધન બને.

ઉપગ્રહના પરિભ્રમણનો આવર્તકાળ (T) :

$$T = \frac{2\pi r}{v_0} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{GM_e}{r}}} = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_e}} \Rightarrow T^2 \propto r^3 \qquad (\because \ G, M_e \text{ અચળ})$$

- ઉપગ્રહના પરિભ્રમણનો આવર્તકાળ એ ઉપગ્રહના દળ પર આધારિત નથી. પરંતુ જેની આસપાસ ભ્રમણ કરે છે તે ગ્રહ (અહીં પૃથ્વી)ના દળ અને કક્ષાની ત્રિજ્યા પર આધારિત છે.

ઉપગ્રહની પૃથ્વીની સપાટીથી ઊંચાઈ

$$h = \left(\frac{g R_e^2 T^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} - R_e$$

ઉપગ્રહની ઊર્જાઓ :

(i) ગતિઊર્જા (K) :

$$K = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{GM_e m}{2r} \quad \dots (1)$$

ઉપગ્રહનું કોણીય વેગમાન $L = m v_0 r$ હોય તો ગતિઊર્જા $K = \frac{L^2}{2 m r^2}$

(ii) સ્થિતિ-ઊર્જા (U) :

પૃથ્વીના કેન્દ્રથી r અંતરે ઉપગ્રહની સ્થિતિ-ઊર્જા,

$U = \frac{-GM_e m}{r}$ ...... (2) (નોંધ : $\phi = \frac{-GM_e}{r}$ પરથી $U = m\phi$ પણ થાય)

$= \frac{-L^2}{m r^2}$ (કોણીય વેગમાનના સ્વરૂપમાં)

(iii) કુલ ઊર્જા (E) :

E = સ્થિતિ-ઊર્જા + ગતિઊર્જા

$= \frac{-GM_e m}{2r}$ ...... (3)

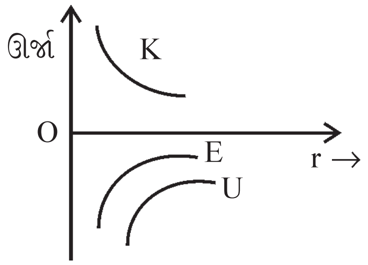
$= \frac{-L^2}{2 m r^2}$ (કોણીય વેગમાન Lના સ્વરૂપમાં)

- ઉપગ્રહની કુલ ઊર્જા ઋણ છે.

  સમીકરણ (1), (2) અને (3) પરથી,

  $\frac{E}{K} = -1 \Rightarrow K = -E$ અને

  $\frac{U}{E} = 2 \Rightarrow U = 2E$



- કોઈ પણ અંતર r માટે U અને E ઋણ હોય છે અને K નું મૂલ્ય ધન હોય છે તથા K = – E.
- જો $r \to \infty$ તો ત્રણેય ઊર્જાવક્રો શૂન્ય મૂલ્ય તરફ જાય છે.

ઉપગ્રહની બંધન-ઊર્જા :

ઉપગ્રહની કુલ ઊર્જા $E = \frac{-GM_e m}{2r}$ છે. ઋણ નિશાની ઉપગ્રહ આકર્ષી બળની અસર હેઠળ બંધિત અવસ્થામાં હોવાનું સૂચવે છે. તેથી જો ઉપગ્રહને આ બંધનમાંથી મુક્ત કરવો હોય એટલે કે અનંત અંતરે મોકલવો હોય તો બહારથી ઊર્જા આપવી પડે. કક્ષામાંથી (ગ્રહના (અહીં પૃથ્વી) ગુરુત્વાકર્ષી ક્ષેત્રમાંથી) મુક્ત કરવા (અનંત અંતરે મોકલવા) જરૂરી ઊર્જાને બંધન-ઊર્જા કહે છે.

$\therefore$ બંધન-ઊર્જા $= -E = \frac{GM_e m}{2r}$

જો ઉપગ્રહની ભ્રમણકક્ષા લંબવૃત્તીય હોય તો

- કુલ ઊર્જા $E = -\frac{GM_e m}{2a}$ = અચળ

  જ્યાં a = અર્ધ દીર્ઘ અક્ષ
- જ્યારે ઉપગ્રહ એ કેન્દ્રીય પદાર્થ (જેની આસપાસ ભ્રમણ કરતો હોય તે)ની નજીક હોય ત્યારે ઉપગ્રહની ગતિઊર્જા મહતમ હોય એટલે કે U = E – K પરથી સ્થિતિ-ઊર્જા ન્યૂનતમ હોય છે તથા ઉપગ્રહ એ કેન્દ્રીય પદાર્થથી દૂર હોય ત્યારે ઉપગ્રહની ગતિઊર્જા ન્યૂનતમ અને સ્થિતિ-ઊર્જા મહતમ હોય છે.
- જ્યારે ઉપગ્રહને એક વર્તુળાકાર કક્ષા (r_1 ત્રિજ્યા) માંથી બીજી કક્ષા (r_2 ત્રિજ્યા) (જ્યાં $r_2 > r_1$) માં મોકલવામાં આવે ત્યારે વિવિધ ભૌતિકરાશિઓમાં થતા ફેરફાર

	ભૌતિકરાશિ	ફેરફાર	r સાથેનો સંબંધ
(1)	કક્ષીય વેગ	ઘટે છે.	$v_0 \propto \frac{1}{\sqrt{r}}$
(2)	આવર્તકાળ	વધે છે.	$T \propto r^{\frac{3}{2}}$
(3)	રેખીય વેગમાન	ઘટે છે.	$P \propto \frac{1}{\sqrt{r}}$
(4)	કોણીય વેગમાન	વધે છે.	$L \propto \sqrt{r}$
(5)	ગતિઊર્જા	ઘટે છે.	$K \propto \frac{1}{r}$
(6)	સ્થિતિ-ઊર્જા	વધે છે.	$U \propto -\frac{1}{r}$
(7)	કુલ ઊર્જા	વધે છે.	$E \propto -\frac{1}{r}$
(8)	બંધન-ઊર્જા	ઘટે છે.	$B.E. \propto \frac{1}{r}$

ભૂસ્થિર ઉપગ્રહ (Geo-Stationary Satellite) (Geo Synchronous satellite)

- પૃથ્વીના જે ઉપગ્રહનો કક્ષીય આવર્તકાળ 24 કલાક (એટલે કે પૃથ્વીની પોતાની અક્ષની આસપાસની ચાકગતિના આર્વતકાળ જેટલો) હોય તેને ભૂસ્થિર ઉપગ્રહ કહે છે.
- ભૂસ્થિર ઉપગ્રહ પૃથ્વીની આસપાસ વિષુવવૃત્તીય સમતલમાં પશ્ચિમથી પૂર્વ તરફની દિશામાં ભ્રમણ કરે છે.

ભૂસ્થિર ઉપગ્રહની પૃથ્વીની સપાટીથી ઊંચાઈ :

$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_e} \Rightarrow r = \left(\frac{GM_e T^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}}$ માં બધી કિંમતો મૂકતા,

$\therefore$ r = 42,260 km

$\therefore$ $h = r - R_e = 42{,}260 - 6400 = 35860$ km

આવા ઉપગ્રહની કક્ષાને Parking orbits કહે છે.

આ ઉપગ્રહની કક્ષીય ઝડપ $\sqrt{\frac{GM_e}{r}}$ પરથી 3.08 kms^{-1}

ધ્રુવીય ઉપગ્રહ (Polar satellite) :

- આવા ઉપગ્રહ પૃથ્વીની ફરતે સપાટીથી લગભગ 800 kmની ઊંચાઈએ ઉત્તર-દક્ષિણ દિશામાં ભ્રમણ કરતા હોય છે.
- આવા ઉપગ્રહોના ભ્રમણનો આવર્તકાળ લગભગ 100 min હોય છે.

પ્રક્ષિપ્ત પદાર્થે પ્રાપ્ત કરેલ મહતમ ઊંચાઈ (Maximum height attained by a projectile) :

ધારો કે m દળના પદાર્થને પૃથ્વીની સપાટીથી v જેટલા વેગથી ઊર્ધ્વ દિશામાં ફેંકવામાં આવે છે અને તે H જેટલી મહતમ ઊંચાઈ પ્રાપ્ત કરે છે. મહતમ ઊંચાઈએ પદાર્થનો વેગ શૂન્ય હોય છે.

યાંત્રિક ઊર્જા સંરક્ષણના નિયમ પરથી,

પૃથ્વીની સપાટી પર કુલ ઊર્જા = પૃથ્વીની સપાટીથી H ઊંચાઈએ કુલ ઊર્જા

$$\frac{1}{2} mv^2 + \left(-\frac{GM_e m}{R_e}\right) = 0 + \left(-\frac{GM_e m}{R_e + H}\right)$$

જ્યાં R_e = પૃથ્વીની ત્રિજ્યા, M = પૃથ્વીનું દળ

$$\therefore v^2 = 2GM_e \left[\frac{1}{R_e} - \frac{1}{R_e+H}\right]$$

$$= 2GM_e \left(\frac{H}{(R_e)(R_e+H)}\right)$$

$$= 2gR_e^2 \left(\frac{H}{(R_e)R_e(1+H/R_e)}\right) \qquad (\because GM_e = gR_e^2)$$

$$v^2 = \frac{2gH}{1+\frac{H}{R_e}} \Rightarrow v = \left(\frac{2gH}{\left(1+\frac{H}{R_e}\right)}\right)^{\frac{1}{2}}$$

હવે, $v^2 = \frac{2gH(R_e)}{(R_e + H)}$

$\therefore v^2(R_e + H) = 2gHR_e \Rightarrow v^2R_e + v^2H = 2gHR_e$

$\therefore v^2R = (2gR_e - v^2)H$

$$\Rightarrow H = \frac{v^2 R_e}{2gR_e - v^2}$$

ઉપગ્રહનો સાપેક્ષ કોણીય વેગ (Relative angular velocity of satellite)

જો ઉપગ્રહ પૃથ્વીની આસપાસ વિષવવૃત્તીય સમતલમાં પૃથ્વીના ભ્રમણની દિશામાં (એટલે કે પશ્ચિમથી પૂર્વ દિશામાં) ભ્રમણ કરતો હોય, તો પૃથ્વીની સપાટી પર રહેલા અવલોકનકર્તા માટે ઉપગ્રહનો સાપેક્ષ કોણીય વેગ,

$\omega_{\text{સાપેક્ષ}} = \omega_s - \omega_E$

જ્યાં ω_s = ઉપગ્રહનો કોણીય વેગ

ω_E = પૃથ્વીનો કોણીય વેગ

હવે $\omega = \frac{2\pi}{T}$ પરથી,

$$T = \frac{2\pi}{\omega_{\text{સાપેક્ષ}}} = \frac{2\pi}{\omega_s - \omega_E} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{T_s} - \frac{2\pi}{T_E}} = \frac{T_E \; T_s}{T_E - T_s}$$

---

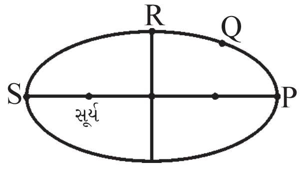
(58) પૃથ્વીની સપાટીની નજીક ભ્રમણ કરતા ઉપગ્રહના ભ્રમણનો આવર્તકાળ 50 min છે, તો પૃથ્વીની સપાટીથી પૃથ્વીની ત્રિજ્યા કરતા ત્રણ ગણી ઊંચાઈએ ભ્રમણ કરતા ઉપગ્રહનો આવર્તકાળ ......

(A) 100 min (B) 400 min (C) $50 \times \sqrt{8}$ min (D) 150 min

(59) સૂર્યની આસપાસ એક ગ્રહનો ભ્રમણ-દર એ પૃથ્વીના ભ્રમણ-દર કરતા 8 ગણો છે, તો તેમના ભ્રમણની કક્ષાની ત્રિજ્યાઓનો ગુણોત્તર ......

(A) $\frac{1}{24}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{16}$ (D) $\frac{1}{2}$

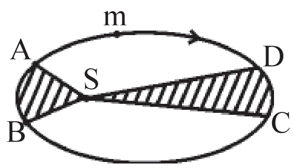
(60) આકૃતિમાં સૂર્યની આસપાસ બુધ (ગ્રહ)નો ભ્રમણનો ગતિપથ દર્શાવ્યો છે, તો કયા બિંદુ પાસે બુધની સ્થિતિઊર્જા લઘુતમ હોય ?



(A) P (B) Q

(C) R (D) S

(61) આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે m દળનો ગ્રહ સૂર્યની આસપાસ લંબવૃત્તીય માર્ગમાં ભ્રમણ કરે છે. છાયાંકિત (shaded) કરેલા ભાગમાં (SABનું ક્ષેત્રફળ) = $\frac{1}{3}$(SCDનું ક્ષેત્રફળ) જો ગ્રહને C થી D સુધી જતા લાગતો સમય t_2 હોય



અને A થી B સુધી જતા લાગતો સમય t_1 હોય તો $\frac{t_1}{t_2}$ = ...

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

(62) સૂર્યની આસપાસ પરિભ્રમણ કરતા ગ્રહ Aનો પરિભ્રમણનો આવર્તકાળ એ ગ્રહ B ના આવર્તકાળ કરતા 27 ગણો છે, તો સૂર્યથી ગ્રહ A નું અંતર એ સૂર્યથી ગ્રહ B ના અંતર કરતા ...... ગણું વધારે હોય.

(A) 9 (B) 8 (C) 4 (D) 6

(63) બે ઉપગ્રહો પૃથ્વીની આસપાસ અનુક્રમે r અને 1.01 r ત્રિજ્યાની વર્તુળાકાર કક્ષામાં ભ્રમણ કરે છે. તેમના કક્ષીય આવર્તકાળ અનુક્રમે T_1 અને T_2 છે, તો બીજા ઉપગ્રહનો આવર્તકાળ એ પહેલા ઉપગ્રહના આવર્તકાળ કરતા લગભગ ...... વધારે હોય.

(A) 0.5 % (B) 1.0 % (C) 1.5 % (D) 3.0 %

(64) પૃથ્વીની સપાટીથી પૃથ્વીની ત્રિજ્યા જેટલી ઊંચાઈએ ભ્રમણ કરતા ઉપગ્રહનો કક્ષીય આવર્તકાળ ...... (પૃથ્વીની ત્રિજ્યા R, ગુરુત્વ પ્રવેગ g)

(A) $2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}$ (B) $4\sqrt{2}\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$ (C) $2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$ (D) $8\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$

(65) એક ભૂસ્થિર ઉપગ્રહ પૃથ્વીની સપાટીથી 6 R જેટલી ઊંચાઈએ ભ્રમણ કરે છે. જ્યાં R એ પૃથ્વીની ત્રિજ્યા છે. બીજો કોઈ ઉપગ્રહ પૃથ્વીની સપાટીથી 2.5 R જેટલી ઊંચાઈએ ભ્રમણ કરે છે, તો બીજા ઉપગ્રહનો કક્ષીય આવર્તકાળ ......

(A) $6\sqrt{2}$ h (B) 6 h (C) 10 h (D) $2\sqrt{6}$ h

(66) બે ઉપગ્રહો A અને B સમાન ત્રિજ્યાવાળી વર્તુળાકાર કક્ષામાં પૃથ્વીની આસપાસ ભ્રમણ કરે છે. ઉપગ્રહ A નું દળ એ B ના દળ કરતા 100 ગણું વધારે છે, તો તેમના પરિભ્રમણના આવર્તકાળોનો ગુણોત્તર ....

(A) 1:100 (B) 100:1 (C) 1:1 (D) 10:1

(67) જો કોઈ m દળનો ઉપગ્રહ પૃથ્વીની સપાટીની તદ્દન નજીક ભ્રમણ કરતો હોય તો તેનો કક્ષીય આવર્તકાળ .... min.

(A) 72 (B) 62.2 (C) 84.6 (D) 104

(68) પૃથ્વીની સપાટીની નજીક ભ્રમણ કરતા ઉપગ્રહના પરિભ્રમણનો આવર્તકાળ પૃથ્વીની ઘનતા (ρ) ના પદમાં ....

(A) $\sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}$ (B) $\sqrt{\frac{4\pi}{G\rho}}$ (C) $\sqrt[3]{\frac{\pi}{G\rho}}$ (D) $\frac{2\pi}{\sqrt{G\rho}}$

(69) બે ઉપગ્રહો A અને B એ પૃથ્વીની આસપાસ અનુક્રમે 4R અને R ત્રિજ્યાની વર્તુળાકાર કક્ષામાં ભ્રમણ કરે છે. જો ઉપગ્રહ A નો કક્ષીય વેગ $3v$ હોય, તો ઉપગ્રહ Bનો કક્ષીય વેગ ....

(A) $6\,v$ (B) $12\,v$ (C) $\frac{4}{3}\,v$ (D) $\frac{3}{2}\,v$

(70) પૃથ્વીની આસપાસ વર્તુળાકાર કક્ષામાં પૃથ્વીની સપાટીની નજીક ભ્રમણ કરતા એક ઉપગ્રહનો કક્ષીય વેગ v_0 છે. બીજો ઉપગ્રહ જે પૃથ્વીની સપાટીથી પૃથ્વીની ત્રિજ્યા કરતા અડધી ઊંચાઈએ ભ્રમણ કરે છે. તેનો કક્ષીય વેગ ....

(A) $\sqrt{\frac{3}{2}}\,v_0$ (B) $\sqrt{\frac{2}{3}}\,v_0$ (C) $\frac{2}{3}\,v_0$ (D) $\frac{3}{2}\,v_0$

(71) પૃથ્વીની આસપાસ r ત્રિજ્યાની વર્તુળાકાર કક્ષામાં ભ્રમણ કરતા એક ઉપગ્રહનો કક્ષીય આવર્તકાળ T છે. જો આ જ ઉપગ્રહને $2r$ ત્રિજ્યાની કક્ષામાં ભ્રમણ કરાવવામાં આવે તો નવો આવર્તકાળ ......

(A) 2T (B) 1.5 T (C) 2.8 T (D) 0.5 T

(72) ઉપગ્રહ માટે કક્ષીય આવર્તકાળ T હોય તો તો ઉપગ્રહની ગતિઊર્જા ∝ ......

(A) $\frac{1}{T}$ (B) $\frac{1}{T^3}$ (C) $T^{\frac{2}{3}}$ (D) $T^{\frac{-2}{3}}$

(73) m દળનો અને K જેટલી ગતિઊર્જા ધરાવતો એક ઉપગ્રહ પૃથ્વીની આસપાસ r ત્રિજ્યાની વર્તુળાકાર કક્ષામાં ભ્રમણ કરે છે, તો ઉપગ્રહનું કોણીય વેગમાન ......

(A) $\sqrt{\frac{K}{mr^2}}$ (B) $\frac{K}{2mr^2}$ (C) $\sqrt{2Kmr^2}$ (D) $\sqrt{2Kmr}$

જવાબો : 58 (B), 59 (B), 60 (D), 61 (C), 62 (B), 63 (C), 64 (B), 65 (A), 66 (C), 67 (C), 68 (A), 69 (A), 70 (B), 71 (C), 72 (D), 73 (C)

વિધાન-કારણ પ્રકારના પ્રશ્નો

સૂચના : નીચેનાં વિધાન અને કારણ વાંચી નીચે આપેલ જવાબોમાંથી યોગ્ય પસંદ કરો :

(a) વિધાન અને કારણ બંને સાચાં છે તથા કારણ એ વિધાનનું સમર્થન કરે છે.

(b) વિધાન અને કારણ બંને સાચાં છે પરંતુ કારણ એ વિધાનનું સમર્થન કરતું નથી.

(c) વિધાન સાચું છે પરંતુ કારણ ખોટું છે.

(d) વિધાન ખોટું છે પરંતુ કારણ સાચું છે.

(74) **વિધાન :** જો પૃથ્વી એકાએક પોતાની ધરીની આસપાસ ભ્રમણ કરવાનું બંધ કરી દે, તો પૃથ્વીની સપાટી પર દરેક સ્થળોએ ગુરુત્વપ્રવેગનું મૂલ્ય સમાન મળે.

કારણ : ગુરુત્વપ્રવેગનું મૂલ્ય પૃથ્વીના ભ્રમણ પર આધાર રાખતું નથી.

(A) a (B) b (C) c (D) d

(75) **વિધાન :** પૃથ્વીની સપાટી પરથી સપાટી સાથે 30° અને 60° કોણ બનાવતી દિશામાં પ્રક્ષિપ્ત પદાર્થોના નિષ્ક્રમણ વેગ અનુક્રમે $v_1 = 2v_e$ તથા $v_2 = \frac{2v_e}{\sqrt{3}}$.

કારણ : નિષ્ક્રમણ વેગનું મૂલ્ય પ્રક્ષિપ્ત કોણ પર આધારિત નથી.

(A) a (B) b (C) c (D) d

(76) **વિધાન :** સૂર્યની આસપાસ ભ્રમણ કરતા ગ્રહની કોણીય ઝડપ, રેખીય ઝડપ અને ગતિઊર્જા સમય સાથે બદલાય છે, પણ કોણીય વેગમાન અચળ રહે છે.

કારણ : ભ્રમણ કરતા ગ્રહ પર કોઈ ટૉર્ક લાગતું નથી તેથી કોણીય વેગમાન અચળ રહે છે.

(A) a (B) b (C) c (D) d

(77) **વિધાન :** પદાર્થનું પૃથ્વીની સપાટી પર મળતું વજન એ બપોરના સમય કરતા મધ્યરાત્રિએ વધારે હોય છે.

કારણ : બપોરના સમયે પદાર્થ પર પૃથ્વી અને સૂર્યને કારણે લાગતા ગુરુત્વાકર્ષી બળો એકબીજાથી વિરુદ્ધ દિશામાં હોય છે.

(A) a (B) b (C) c (D) d

(78) **વિધાન :** પૃથ્વીની સપાટીની નજીક ભ્રમણ કરતા ઉપગ્રહનો કક્ષીય આવર્તકાળ એ પૃથ્વીની સપાટીથી દૂર ભ્રમણ કરતા ઉપગ્રહના કક્ષીય આવર્તકાળ કરતા ઓછો હોય છે.

કારણ : કક્ષીય આવર્તકાળનો વર્ગ એ કક્ષીય ત્રિજ્યાના ઘનના સમપ્રમાણમાં હોય છે.

(A) a (B) b (C) c (D) d

(79) **વિધાન :** ઉપગ્રહની કક્ષીય ઝડપ એ તેની નિષ્ક્રમણ ઝડપ કરતા વધારે હોય.

કારણ : ઉપગ્રહની ભ્રમણકક્ષા પૃથ્વીના ગુરુત્વાકર્ષી ક્ષેત્રમાં હોય જ્યારે નિષ્ક્રમણ પામતા ઉપગ્રહ માટે તે પૃથ્વીના ગુરુત્વાકર્ષી ક્ષેત્રની બહાર હોય.

(A) a (B) b (C) c (D) d

(80) **વિધાન :** જુદા જુદા ગ્રહો માટે નિષ્ક્રમણ ઝડપનાં મૂલ્યો જુદાં જુદાં હોય છે.
કારણ : નિષ્ક્રમણ ઝડપનું મૂલ્ય એ સાર્વત્રિક અચળાંક નથી.

(A) a (B) b (C) c (D) d

(81) **વિધાન :** પદાર્થ પર ચંદ્રને કારણે લાગતું ગુરુત્વાકર્ષી બળ એ પદાર્થ પર પૃથ્વીને કારણે લાગતા ગુરુત્વાકર્ષી બળ કરતા ઘણું ઓછું હોય છે.
કારણ : આપેલા દળ m માટે ગુરુત્વાકર્ષણ બળ $\frac{M}{r^2}$ ના મૂલ્ય પર આધાર રાખે છે જે ચંદ્ર માટે ઘણું નાનું છે.
જ્યાં r = કેન્દ્રથી અંતર

(A) a (B) b (C) c (D) d

(82) **વિધાન :** બે કણો વચ્ચે લાગતું ગુરુત્વાકર્ષી બળ એ વિદ્યુત બળ કરતા ખૂબ જ નાનું (અવગણી શકાય તેવું) હોય છે.
કારણ : વિદ્યુત બળ માત્ર વિદ્યુતભારિત કણો વચ્ચે જ અનુભવાય છે.

(A) a (B) b (C) c (D) d

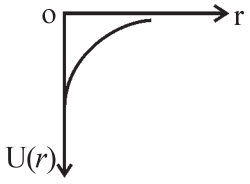
(83) **વિધાન :** પૃથ્વીના કેન્દ્ર પર પદાર્થ વજનરહિત બને છે.
કારણ : પૃથ્વીની સપાટીથી જેમ અંતર ઘટે તેમ ગુરુત્વપ્રવેગનું મૂલ્ય વધે છે.

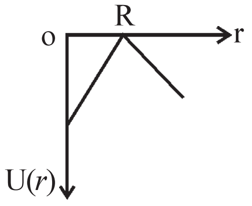
(A) a (B) b (C) c (D) d

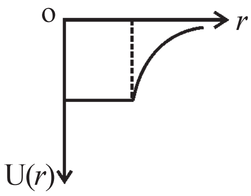
જવાબો : **74 (C), 75 (D), 76 (A), 77 (D), 78 (A), 79 (D), 80 (A), 81 (A), 82 (B), 83 (C)**

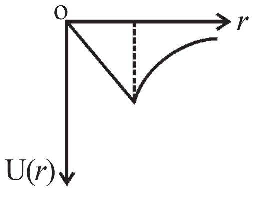
આલેખ આધારિત પ્રશ્નો

(84) એક M દળ અને R ત્રિજ્યાના ગોળીય કવચના કેન્દ્રથી r અંતરે એક m દળનો કણ મૂકેલો છે, તો તંત્રની ગુરુત્વાકર્ષી સ્થિતિ-ઊર્જા U(*r*) → કેન્દ્રથી અંતર (*r*) નો આલેખ ......

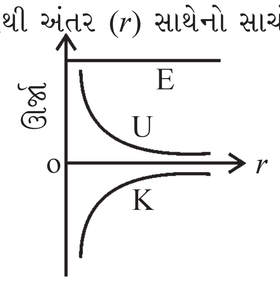
(A)


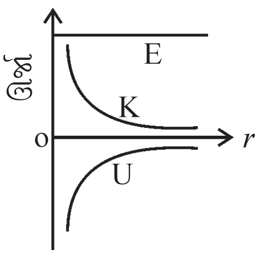
(B)


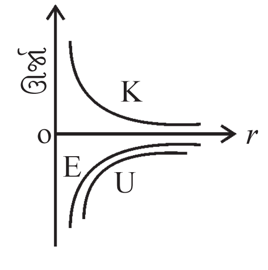
(C)


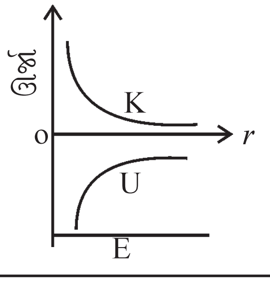
(D)


(85) નીચેના આલેખોમાંથી કયો આલેખ કોઈ ઉપગ્રહ માટે કુલ ઊર્જા (E), ગતિઊર્જા (K) અને સ્થિતિ-ઊર્જા (U) વિરુદ્ધ પૃથ્વીના કેન્દ્રથી અંતર (*r*) સાથેનો સાચો સંબંધ દર્શાવે છે ?

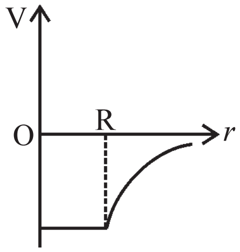
(A)


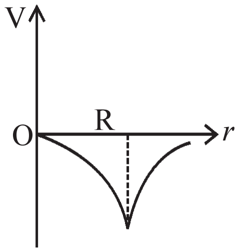
(B)


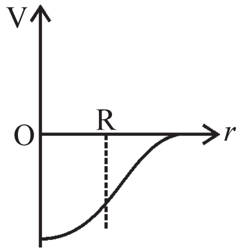
(C)


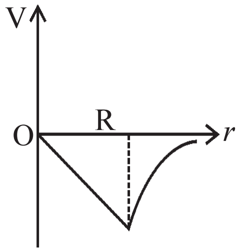
(D)


(86) કયો આલેખ પૃથ્વી માટે ગુરુત્વીય સ્થિતિમાન વિરુદ્ધ પૃથ્વીના કેન્દ્રથી અંતરનો સાચો સંબંધ દર્શાવે છે ?

(A)


(B)


(C)


(D)


જવાબો : **84 (C), 85 (C), 86 (A)**

ફકરા આધારિત પ્રશ્નો

ફકરો-1

કોઈ વિસ્તારમાં ગુરુત્વાકર્ષી ક્ષેત્ર નીચેના સૂત્રથી આપવામાં આવે છે. $\vec{I} = 5\hat{i} + 12\hat{j}$ N kg^{-1}, તો નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

(87) ઊગમબિંદુ પર રાખેલા 2 kg દળના પદાર્થ પર લાગતું ગુરુત્વાકર્ષી બળ (મૂલ્ય) ......

(A) 26 N (B) 30 N (C) 20 N (D) 35 N

(88) ઊગમબિંદુ પરનું સ્થિતિમાન શૂન્ય સ્વીકારીને બિંદુ (12 m, 0) અને (0, 5 m) પર સ્થિતિમાન શોધો.

(A) –30 J kg^{-1}, –30 J kg^{-1}
(B) –40 J kg^{-1}, –30 J kg^{-1}
(C) –60 J kg^{-1}, –60 J kg^{-1}
(D) –40 J kg^{-1}, –50 J kg^{-1}

(89) 2 kg દળના પદાર્થને ઊગમબિંદુથી (12 m, 5 m) બિંદુએ લઈ જવામાં આવે, તો તેની ગુરુત્વ સ્થિતિ-ઊર્જામાં થતો ફેરફાર ......

(A) –225 J (B) –240 J (C) – 245 J (D) –480 J

(90) જો પદાર્થને (12 m, 0)થી (0, 5m) બિંદુએ લઈ જવામાં આવે, તો તેની ગુરુત્વ સ્થિતિ-ઊર્જામાં થતો ફેરફાર ......

(A) –10 J (B) 0 (C) – 50 J (D) – 60 J

ફકરો-2

સૂર્યની આસપાસ ભ્રમણ કરતા પૃથ્વી અને મંગળની કક્ષાઓ વર્તુળાકાર ધારો. પૃથ્વી પરથી સૂર્યની આસપાસ ભ્રમણ કરી શકે તેવા એક કૃત્રિમ ઉપગ્રહને એવી રીતે છોડવામાં આવે કે જેનો apogee એ મંગળની ભ્રમણ કક્ષા પર અને perigee એ પૃથ્વીની ભ્રમણ કક્ષા પર હોય. સૂર્યની આસપાસ પૃથ્વી અને મંગળના કક્ષીય આવર્તકાળ અનુક્રમે T_e અને T_m છે તથા જુદા જુદા ચલોની સંજ્ઞાઓ નીચે મુજબ છે :

M_e = પૃથ્વીનું દળ, M_m = મંગળનું દળ, M = કૃત્રિમ ઉપગ્રહનું દળ, L_e = સૂર્યની આસપાસ પૃથ્વીનું કોણીય વેગમાન, L_m = સૂર્યની આસપાસ મંગળનું કોણીય વેગમાન, R_e = પૃથ્વીની કક્ષાની અર્ધ દીર્ઘ અક્ષ, R_m = મંગળની કક્ષાની અર્ધ દીર્ઘ અક્ષ, E_e = પૃથ્વીની કુલ ઊર્જા, E_m = મંગળની કુલ ઊર્જા

(91) સૂર્યની આસપાસ ઉપગ્રહનો કક્ષીય આવર્તકાળ ...... (પૃથ્વી અને મંગળની ગુરુત્વાકર્ષણ અસરો અવગણો)

(A) $\frac{T_e + T_m}{2}$ (B) $\sqrt{T_e T_m}$ (C) $\frac{2T_e T_m}{T_e + T_m}$ (D) $\left[\frac{T_e^{\frac{2}{3}} + T_m^{\frac{2}{3}}}{2}\right]^{\frac{3}{2}}$

(92) ઉપગ્રહની કુલ ઊર્જા ......

(A) $\frac{2M}{M_e}\left(\frac{R_e E_e}{R_e + R_m}\right)$ (B) $\frac{2M}{M_m}\left(\frac{R_e E_e}{R_e + R_m}\right)$

(C) $\frac{2E_e M}{M_m}\left(\frac{R_e + R_m}{R_m}\right)$ (D) $\frac{2E_e M}{M_e}\left(\frac{R_e + R_m}{\sqrt{R_e^2 + R_m^2}}\right)$

(93) સૂર્યની આસપાસ ઉપગ્રહનો ક્ષેત્રીય વેગ એ ......

(A) પૃથ્વીના ક્ષેત્રીય વેગ કરતા ઓછો (B) મંગળના ક્ષેત્રીય વેગ કરતા વધારે

(C) પૃથ્વીના ક્ષેત્રીય વેગ જેટલો (D) પૃથ્વીના ક્ષેત્રીય વેગ કરતા વધારે

જવાબો : **87 (A), 88 (C), 89 (B), 90 (B), 91 (D), 92 (A), 93 (D)**

જોડકાં આધારિત પ્રશ્નો

(94) એક ઉપગ્રહને એક ગ્રહની સપાટી પરથી ઊર્ધ્વ દિશામાં v વેગથી પ્રક્ષિપ્ત કરવામાં આવે છે. ગ્રહની નજીક મુક્ત પતન પામતા પદાર્થ માટે ગુરુત્વપ્રવેગનું મૂલ્ય 4.9 ms^{-2} મળે છે. આ ગ્રહની ત્રિજ્યા 3.2×10^6 km છે. v ની જુદી જુદી કિંમતો માટે પ્રક્ષિપ્ત ઉપગ્રહના ગતિપથની ધારણા કરવામાં આવે છે, તો વેગના જુદા જુદા મૂલ્ય અનુસાર તેને અનુરૂપ ગતિપથને જોડો :

કૉલમ-1		કૉલમ-2	
(a)	$v = 4$ km s^{-1}	(p)	લંબવૃત્તીય
(b)	$v = 5$ km s^{-1}	(q)	વર્તુળાકાર
(c)	$v = 5.6$ km s^{-1}	(r)	અતિવલયાકાર
(d)	$v = 6.6$ km s^{-1}	(s)	પરવલયાકાર

(A) $a \rightarrow q$ $b \rightarrow p$ $c \rightarrow s$ $d \rightarrow r$

(B) $a \rightarrow p$ $b \rightarrow q$ $c \rightarrow r$ $d \rightarrow s$

(C) $a \rightarrow s$ $b \rightarrow r$ $c \rightarrow p$ $d \rightarrow q$

(D) $a \rightarrow r$ $b \rightarrow s$ $c \rightarrow q$ $d \rightarrow p$

(95) **જોડકાં જોડો :**

કૉલમ-1		કૉલમ-2	
(a)	ગ્રહની લંબવૃત્તીય કક્ષા	(p)	ગતિઊર્જા સંરક્ષણ
(b)	ઉપગ્રહની વર્તુળાકાર કક્ષા	(q)	કોણીય વેગમાન સંરક્ષણ
(c)	નિષ્ક્રમણ વેગ	(r)	ઉપગ્રહના દળથી સ્વતંત્ર
(d)	કક્ષીય વેગ	(s)	$\sqrt{\frac{GM}{R}}$
		(t)	ક્ષેત્રીય વેગ અચળ

(A) $a \rightarrow q, t$ $b \rightarrow p, q, t$ $c \rightarrow r$ $d \rightarrow r, s$ (B) $a \rightarrow p, r$ $b \rightarrow q, r$ $c \rightarrow t$ $d \rightarrow p$

(C) $a \rightarrow s$ $b \rightarrow r$ $c \rightarrow s$ $d \rightarrow t$ (D) $a \rightarrow p$ $b \rightarrow q$ $c \rightarrow r$ $d \rightarrow s$

જવાબો : **94 (A), 95 (A)**

●