চতুৰ্দশ সংখ্যা

পৰিসংখ্যা (Statistics)

14.1 অৱতাৰণা (Introduction) :

বিভিন্ন সংঘটন, সংখ্যা, তালিকা লেখ ইত্যাদিৰ আকাৰত প্ৰতিদিনে আমি বহুতো সম্ভেদ লাভ কৰোঁহক। বাতৰিকাকত, টেলিভিছন, আলোচনী আৰু যোগাযোগৰ অন্যান্য মাধ্যমেৰে আমি এইবোৰ লাভ কৰো। এইবোৰ জড়িত হ'ব পাৰে ক্ৰিকেটৰ বেটিং অথবা বলিঙৰ গড়, একোটা কোম্পানীৰ মুনাফা, মহানগৰসমূহৰ তাপমাত্ৰা, পঞ্চবাৰ্ষিক পৰিকল্পনাৰ বিভিন্ন খণ্ডত খৰচৰ পৰিমাণ, নিৰ্বাচনৰ ফলাফল ইত্যাদিৰ লগত। নিৰ্দিষ্ট উদ্দেশ্যেৰে সাংখ্যিক অথবা আন যিকোনো ৰূপত সংগ্ৰহ কৰা এই সংঘটন বা সংখ্যাবোৰকে কোৱা হয় তথ্য (data)। তথ্য অৰ্থাৎ 'ডাটা' (Data) হ'ল লেটিন ভাষাৰ শব্দ 'ডাটাম' (datum)ৰ বহুবচন ৰূপ। অৱশ্যে তথ্য শব্দটো তোমালোকৰ বাবে নতুন হৈ থকা নাই। পূৰ্বৰ শ্ৰেণীসমূহত তোমালোকে তথ্য আৰু এইবোৰৰ ব্যৱহাৰ সম্পৰ্কে অধ্যয়ন কৰি আহিছা।

আমাৰ পৃথিৱীখন ক্ৰমে অধিক আৰু অধিক পৰিমাণে সম্ভেদমুখী হৈ পৰিছে। আমাৰ জীৱনৰ প্ৰতিটো ক্ষেত্ৰতে এক প্ৰকাৰৰ নাইবা অন্য প্ৰকাৰৰ তথ্যৰ ব্যৱহাৰ হৈয়ে থাকে। সেয়েহে এই তথ্যৰ পৰা অৰ্থপূৰ্ণ সম্ভেদ বিচাৰি উলিওৱাটো আমাৰ বাবে জৰুৰী হৈ পৰিছে। পৰিসংখ্যা বিজ্ঞান নামৰ গণিতৰ এক শাখাত তথ্যৰ পৰা অৰ্থপূৰ্ণ সম্ভেদ বিচাৰি উলিওৱা পদ্ধতি সম্পৰ্কে অধ্যয়ন কৰা হয়।

'(ৰাজনৈতিক) ৰাষ্ট্ৰ' (Political state) বুজোৱা লেটিন ভাষাৰ শব্দ 'status'ৰ পৰাই statistics অৰ্থাৎ 'পৰিসংখ্যা বিজ্ঞান' শব্দৰ উদ্ভৱ হোৱা যেন ধাৰণা হয়। আৰম্ভণিতে, পৰিসংখ্যা বিজ্ঞান আছিল ৰাষ্ট্ৰৰ বাবে ব্যৱহাৰ্য জনগণৰ জীৱন ধাৰাৰ বিভিন্ন দিশৰ ওপৰত আহৰিত তথ্যৰ সাধাৰণ-সংগ্ৰহ। কালক্ৰমে, ইয়াৰ পৰিসৰ বৃদ্ধি হ'বলৈ ধৰে আৰু পৰিসংখ্যা বিজ্ঞান কেৱল তথ্য সংগ্ৰহ আৰু ইয়াৰ উপস্থাপনতে আবদ্ধ নাথাকি উক্ত তথ্যৰ ব্যাখ্যা আৰু সিদ্ধান্ত গ্ৰহণৰ সৈতেও নিজকে যুক্ত কৰিবলৈ ধৰে। পৰিসংখ্যা বিজ্ঞানৰ কাম হ'ল তথ্যৰ সংগ্ৰহ, সংগঠন, বিশ্লেষণ আৰু সেইবোৰৰ তাৎপৰ্য নিৰ্ণয়কৰণ। বেলেগ বেলেগ প্ৰসংগত 'পৰিসংখ্যা বিজ্ঞান' শব্দই বেলেগ

বেলেগ অৰ্থ বহন কৰে। নিম্নোক্ত বাক্যসমূহ লক্ষ্য কৰা যাওক—

1. 'ভাৰতৰ শৈক্ষিক পৰিসংখ্যা'ৰ শেহতীয়া কপিটো মই পাব পাৰোনে?
2. মই 'পৰিসংখ্যা বিজ্ঞান' অধ্যয়ন কৰিব বিচৰাৰ কাৰণ, দৈনন্দিন জীৱনত ইয়াৰ ব্যৱহাৰ হয়।

প্ৰথমটো বাক্যত Statistics অৰ্থাৎ পৰিসংখ্যা শব্দটো বহুবচন অৰ্থত বিশেষকৈ সাংখ্যিক তথ্য বুজাবলৈ ব্যৱহাৰ কৰা হৈছে। এইবোৰে ভাৰতবৰ্ষৰ শৈক্ষিক অনুষ্ঠানৰ সংখ্যা, বিভিন্ন ৰাজ্যসমূহৰ সাক্ষৰতাৰ হাৰ, ইত্যাদি সামৰি ল'ব পাৰে। দ্বিতীয় বাক্যত 'পৰিসংখ্যা' শব্দটো একবচনৰ বিশেষ্য পদ হিচাপে ব্যৱহৃত হৈছে যাৰ অৰ্থ হ'ল— ই এনে এক বিষয় যাৰ সহায়ত তথ্যৰ সংগ্ৰহ, উপস্থাপন আৰু বিশ্লেষণৰ লগতে এইবোৰৰ পৰা অৰ্থপূৰ্ণ সিদ্ধান্ত গ্ৰহণ কৰা হয়।

এই অধ্যায়ত, তথ্য সম্পৰ্কে এই আটাইবোৰ দিশৰ ওপৰত আলোকপাত কৰা হ'ব।

14.2 তথ্য সংগ্ৰহ (Collection of Data) :

পৰৱৰ্তী কাৰ্যটো সম্পাদনৰ দ্বাৰা তথ্য আহৰণ বিষয়ক এটা অনুশীলনীৰে আৰম্ভ কৰা যাওক।

কাৰ্য 1 : তোমাৰ শ্ৰেণীৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলক চাৰিটা দলত ভাগ কৰা। প্ৰতিটো দলকে নিম্নোক্ত ধৰণৰ তথ্যসমূহৰ একোটাকৈ সংগ্ৰহ কৰাৰ দায়িত্ব অৰ্পন কৰা।

(i) তোমাৰ শ্ৰেণীৰ 20 গৰাকী ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ উচ্চতা

(ii) এমাহৰ বাবে প্ৰতিদিনে তোমাৰ শ্ৰেণীত অনুপস্থিতিৰ সংখ্যা।

(iii) তোমাৰ সহপাঠীসকলৰ পৰিয়ালবোৰৰ সদস্য সংখ্যা।

(iv) তোমাৰ বিদ্যালয়ৰ নাইবা ইয়াৰ চৌপাশে থকা 15 জোপা উদ্ভিদৰ উচ্চতা।

ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলে আহৰণ কৰা তথ্যবোৰ আমি পৰীক্ষা কৰি চাওঁহক। প্ৰতিটো দলে তেওঁলোকৰ তথ্যসমূহ কিদৰে সংগ্ৰহ কৰিছিল?

(i) তথ্য আহৰণৰ বাবে তেওঁলোকে সংশ্লিষ্ট প্ৰতিগৰাকী ছাত্ৰ/ছাত্ৰী, প্ৰতিটো পৰিয়াল অথবা প্ৰতিগৰাকী ব্যক্তিৰ সৈতে যোগাযোগ কৰিছিল নে?

(ii) বিদ্যালয়ত উপলব্ধ নথি-পত্ৰৰ দৰে কিছুমান উৎসৰ পৰা তেওঁলোকে তথ্যসমূহ লাভ কৰিছিল নেকি?

প্ৰথম ক্ষেত্ৰত, যেতিয়া অনুসন্ধানকাৰীগৰাকীয়ে মনত এটা নিৰ্দিষ্ট লক্ষ্য লৈ নিজে তথ্যবোৰ আহৰণ কৰে তেনেবোৰ তথ্যক কোৱা হয় প্ৰাথমিক বা মুখ্য তথ্য (primary data)।

দ্বিতীয় ক্ষেত্ৰত, যেতিয়া তথ্যবোৰ ইতিমধ্যে সংৰক্ষিত কৰি থোৱা কোনো উৎসৰ পৰা সংগ্ৰহ কৰা হয়, তেনেবোৰ তথ্যক কোৱা হয় দ্বিতীয় শ্ৰেণীৰ বা গৌণ তথ্য (secondary data)। এনেধৰণৰ তথ্যসমূহ যিহেতু অন্য কোনো ব্যক্তিৰ দ্বাৰা অন্য পটভূমিত সংগ্ৰহ কৰা হৈছিল গতিকে সেইবোৰ ব্যৱহাৰ কৰাৰ ক্ষেত্ৰত উৎসৰ নিৰ্ভৰযোগ্যতা সম্পৰ্কে ভালদৰে সুনিশ্চিত হৈ লোৱাটো আৱশ্যকীয়।

এতিয়া, তোমালোকে নিশ্চয় তথ্য কিদৰে সংগ্ৰহ কৰিব লাগে আৰু প্ৰাথমিক আৰু দ্বিতীয় শ্ৰেণীৰ তথ্যৰ পাৰ্থক্য কি, সেয়া বুজিব পাৰিছা।

অনুশীলনী 14.1

1. তোমাৰ দৈনন্দিন জীৱনৰ পৰা পাব পৰা তথ্যৰ পাঁচটা উদাহৰণ আগবঢ়োৱা।
2. ওপৰৰ প্ৰশ্ন-1ত উল্লেখ কৰা তথ্যসমূহক প্ৰাথমিক আৰু দ্বিতীয় শ্ৰেণীৰ তথ্য হিচাপে ভাগ কৰা।

14.3 তথ্যৰ উপস্থাপন (Presentation of Data) :

তথ্য সংগ্ৰহৰ পৰ্যায়টো সম্পন্ন হোৱাৰ লগে লগে অনুসন্ধানকাৰীয়ে সেইবোৰ এক বিশেষ ৰূপত উপস্থাপন কৰাৰ উপায় নিৰ্বাচন কৰিব লাগে যি অৰ্থপূৰ্ণ, সহজে বোধগম্য আৰু যাৰ প্ৰধান বৈশিষ্ট্যসমূহ চকু ফুৰোৱাৰ লগে লগে পৰিস্ফুট হয়। কিছুমান উদাহৰণৰ জৰিয়তে তথ্য উপস্থাপনৰ বিভিন্ন পদ্ধতিৰ কথা আমি স্মৰণ কৰোঁহক।

উদাহৰণ 1 : 10 গৰাকী ছাত্ৰ ছাত্ৰীয়ে গণিতৰ পৰীক্ষাত লাভ কৰা নম্বৰসমূহ নিম্নোক্ত ধৰণৰ—

55 36 95 73 60 42 25 78 75 62

এই ৰূপত তথ্যসমূহক অবিন্যস্ত তথ্য (raw data) বোলা হয়।

এই ৰূপত নিৰীক্ষণ কৰি সৰ্বোচ্চ আৰু সৰ্বনিম্ন নম্বৰবোৰ বিচাৰি উলিয়াব পাৰিবনে?

সৰ্বোচ্চ আৰু সৰ্বনিম্ন নম্বৰ দুটা বিচাৰি উলিয়াওতে তোমাৰ কিছু সময় লাগিল নেকি? যদি নম্বৰসমূহ ঊৰ্দ্ধ নাইবা অধঃ ক্ৰমত সজাই লোৱা হয় তেন্তে সময় কম, নালাগিবনে? গতিকে নম্বৰসমূহ আমি ঊৰ্দ্ধক্ৰমত সজাই লওঁহক, যেনে—

25 36 42 55 60 62 73 75 78 95

এতিয়া, আমি স্পষ্টভাবে দেখা পাওঁ যে সৰ্বনিম্ন নম্বৰ 25 আৰু সৰ্বোচ্চ নম্বৰ 95।

সৰ্বোচ্চ আৰু সৰ্বনিম্ন মান দুটাৰ পাৰ্থক্যটোক তথ্যৰাজিৰ পৰিসৰ (range) বোলা হয়। গতিকে, এই ক্ষেত্ৰত পৰিসৰ হ'ল 95 − 25 = 70।

ঊৰ্দ্ধ বা অধঃক্ৰমত তথ্যৰ উপস্থাপন কেতিয়াবা অধিক সময়-নিৰ্ভৰ হ'ব পাৰে, বিশেষকৈ যেতিয়া নিম্নোক্ত উদাহৰণটোৰ নিচিনাকৈ সংশ্লিষ্ট পৰীক্ষাটোৰ পৰ্যবেক্ষণৰ সংখ্যা বৃহৎ আকাৰৰ হয়।

উদাহৰণ 2 : এখন বিদ্যালয়ৰ নৱম শ্ৰেণীৰ 30 গৰাকী বিদ্যাৰ্থীয়ে লাভ কৰা নম্বৰসমূহ (100ৰ ভিতৰত) এনেধৰণৰ—

10	20	36	92	95	40	50	56	60	70
92	88	80	70	72	70	36	40	36	40
92	40	50	50	56	60	70	60	60	88

স্মৰণ কৰা যে কোনো এটা নিৰ্দিষ্ট নম্বৰ লাভ কৰা বিদ্যাৰ্থীৰ সংখ্যাটোক এই নম্বৰৰ বাৰংবাৰতা (*frequency*) বোলা হয়। উদাহৰণ স্বৰূপে, 4 গৰাকী বিদ্যাৰ্থীয়ে 70 নম্বৰকৈ পাইছে। গতিকে 70 নম্বৰটোৰ বাৰংবাৰতা 4। অধিক সহজে বুজিবৰ বাবে আমি তথ্যখিনি নিম্নোক্ত ধৰণে এখন তালিকাত সজাওঁহক—

তালিকা 14.1

নম্বৰ	বিদ্যাৰ্থীৰ সংখ্যা (অৰ্থাৎ বাৰংবাৰতা)
10	1
20	1
36	3
40	4
50	3
56	2
60	4
70	4
72	1
80	1
88	2
92	3
95	1
মুঠ	30

তালিকা 14.1ক কোৱা হয় অশ্ৰেণীভুক্ত বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকা (Ungrouped frequency distribution table) নাইবা সৰলভাৱে, বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকা (Frequency distribution table) মন কৰা যে পৰৱৰ্তী উদাহৰণৰ দৰে এই তালিকাসমূহ প্ৰস্তুত কৰোতে দাগচিহ্নবো (tally marks) ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰি।

উদাহৰণ 3 : বন মহোৎসৱ উপলক্ষে 100 খন বিদ্যালয়ৰ প্ৰতিখনতে 100 জোপাকৈ গছপুলি ৰোপন কৰা হৈছিল। এমাহৰ পিছত বাচি উঠা গছপুলিবোৰৰ হিচাপ এনে ধৰণে পোৱা গ'ল—

95	67	28	32	65	65	69	33	98	96
76	42	32	38	42	40	40	69	95	92
75	83	76	83	85	62	37	65	63	42
89	65	73	81	49	52	64	76	83	92
93	68	52	79	81	83	59	82	75	82
86	90	44	62	31	36	38	42	39	83
87	56	58	23	35	76	83	85	30	68
69	83	86	43	45	39	83	75	66	83
92	75	89	66	91	27	88	89	93	42
53	69	90	55	66	49	52	83	34	36

পঢ়ুৱৈয়ে যাতে সহজে বুজিব পাৰে তাৰ বাবে এনে বৃহৎ পৰিমাণৰ তথ্যক উপস্থাপন কৰিবলৈ হ'লে ইয়াক 20-29, 30-39, . . ., 90-99 আদি শ্ৰেণীত সংকুচিত কৰি লব লাগে (যিহেতু তথ্যবোৰ 23 পৰা 98লৈ সিঁচৰিত হৈ আছে)। এই ভাগবোৰক কোৱা হয় শ্ৰেণী (classes) বা শ্ৰেণী অন্তৰাল (class-interval) আৰু সিহঁতৰ আকাৰক কোৱা হয় শ্ৰেণী আকাৰ (class-size) বা শ্ৰেণী প্ৰস্থ (class width) যাৰ মান এই ক্ষেত্ৰত 10। এই শ্ৰেণীসমূহৰ প্ৰত্যেকৰ ক্ষেত্ৰত নিম্নতম মানটোক কোৱা হয় নিম্ন শ্ৰেণী সীমা (lower class limit) আৰু উচ্চতম মানটোক কোৱা হয় উচ্চ শ্ৰেণী সীমা (upper class limit)। উদাহৰণ স্বৰূপে, 20-29 শ্ৰেণীটোৰ ক্ষেত্ৰত নিম্ন শ্ৰেণী সীমা 20 আৰু উচ্চ শ্ৰেণী সীমা 29।

আকৌ, মন কৰা যে দাগ চিহ্নৰ ব্যৱহাৰেৰে ওপৰোক্ত তথ্যখিনিক নিম্নোক্ত ধৰণে তালিকাৰ ৰূপত সংকুচিত কৰি উপস্থাপন কৰিব পাৰি।

তালিকা 14.2

বাছি উঠা গছপুলিৰ সংখ্যা	দাগচিহ্ন	বিদ্যালয়ৰ সংখ্যা (বাৰংবাৰতা)
20 - 29	III	3
30 - 39	~~IIII~~ ~~IIII~~ IIII	14
40 - 49	~~IIII~~ ~~IIII~~ II	12
50 - 59	~~IIII~~ III	8
60 - 69	~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ III	18
70 - 79	~~IIII~~ ~~IIII~~	10
80 - 89	~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ III	23
90 - 99	~~IIII~~ ~~IIII~~ II	12
মুঠ		**100**

এই ৰূপত উপস্থাপন কৰিলে তথ্যসমূহ সৰলীকৃত আৰু সংকুচিত হৈ পৰে; লগতে ই চকুৰ পচাৰতে তথ্যবোৰৰ গুৰুত্বপূৰ্ণ বৈশিষ্ট্যসমূহ বুজাত সহায়ক হৈ পৰে। ইয়াক কোৱা হয় শ্ৰেণীভুক্ত বা বৰ্গীকৃত বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকা (grouped frequency distribution table)। ইয়াৰ পৰা আমি সহজে বুজিব পাৰো যে 50% বা ততোধিক গছপুলি 8 + 18 + 10 + 23 + 12 = 71 খন বিদ্যালয়ত বাচি উঠিছিল।

আমি লক্ষ্য কৰিছো যে তালিকাখনৰ শ্ৰেণীসমূহ পৰস্পৰ ওপৰা-উপৰি নোহোৱা অৰ্থাৎ পৰস্পৰ অসংলগ্ন (non-overlapping)। মন কৰা যে আমি কম প্ৰস্থৰ অধিক শ্ৰেণী নাইবা বেছি প্ৰস্থৰ কম সংখ্যক শ্ৰেণীও ল'ব পাৰিলোহেঁতেন! যেনে অন্তৰালবোৰ 22-26, 27-31,.... ইত্যাদি ধৰণে ল'ব পৰা গ'লহেঁতেন! গতিকে শ্ৰেণীসমূহ অসংলগ্ন হোৱাৰ বাহিৰে এই ক্ষেত্ৰত অন্য কোনো ধৰা বন্ধা নিয়ম নাই।

উদাহৰণ 4 : এটা শ্ৰেণীৰ 38 গৰাকী ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ ওজন বুজোৱা নিম্নোক্ত বাৰংবাৰতা তালিকাখন বিবেচনা কৰো আঁহা—

তালিকা 14.3

ওজন (কিঃ গ্ৰামত)	ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা
31 - 35	9
36 - 40	5
41 - 45	14
46 - 50	3
51 - 55	1
56 - 60	2
61 - 65	2
66 - 70	1
71 - 75	1
মুঠ	38

এতিয়া যদি 35.5 কিঃ গ্ৰাঃ আৰু 40.5 কিঃ গ্ৰাঃ ওজনৰ দুগৰাকী নতুন ছাত্ৰ/ছাত্ৰী শ্ৰেণীটোত চামিল হয় তেন্তে কোন অন্তৰালত তেওঁলোকক অন্তৰ্ভুক্ত কৰিব লাগিব? আমি 35 বা 40ত শেষ হোৱা অন্তৰালত তেওঁলোকক অন্তৰ্ভুক্ত কৰিব নোৱাৰো নাইবা পৰৱৰ্তী অন্তৰালবোৰতো অন্তৰ্ভুক্ত কৰিব নোৱাৰো। ইয়াৰ কাৰণ হ'ল— দুটা ওচৰা ওচৰি অন্তৰালৰ উচ্চসীমা আৰু নিম্নসীমাৰ মাজত খালী ঠাই ৰখা আছে। গতিকে আমি অন্তৰালবোৰক এনেভাৱে ভাগ কৰিব লাগিব যাতে ওচৰা ওচৰি অন্তৰালৰ উচ্চসীমা আৰু নিম্নসীমা একে হয়। ইয়াৰ বাবে আমি এটা অন্তৰাল বা শ্ৰেণীৰ উচ্চসীমা আৰু পৰৱৰ্তী অন্তৰাল বা শ্ৰেণীৰ নিম্নসীমাৰ পাৰ্থক্য নিৰ্ণয় কৰোহক। তাৰ পিছত প্ৰতিটো উচ্চসীমাৰ লগত এই পাৰ্থক্যৰ আধা যোগ দিওঁ আৰু প্ৰতিটো নিম্নসীমাৰ পৰা সেই একে পৰিমাণ বাদ দিওঁ।

উদাহৰণ স্বৰূপে— 31–35 আৰু 36–40 শ্ৰেণী দুটা বিবেচনা কৰা হ'ল।

36–40 শ্ৰেণীটোৰ নিম্নসীমা 36

31–35 শ্ৰেণীটোৰ উচ্চসীমা 35

পাৰ্থক্য = 36 – 35 = 1

গতিকে, পাৰ্থক্যৰ আধা = $\frac{1}{2}$ = 0.5

সেয়েহে, 31–35ৰ পৰা প্ৰাপ্ত নতুন শ্ৰেণী অন্তৰালটো হ'ল (31 – 0.5)–(35 + 0.5) অৰ্থাৎ 30.5–35.5

সদৃশধৰণে, 36–40ৰ পৰা প্ৰাপ্ত নতুন শ্ৰেণী অন্তৰালটো হ'ল (36 – 0.5)–(40 + 0.5) অৰ্থাৎ 35.5–40.5

একে পদ্ধতিৰে আগবাঢ়িলে প্ৰাপ্ত অবিচ্ছিন্ন শ্ৰেণী অন্তৰালসমূহ এনেধৰণৰ হ'ব—

30.5–35.5, 35.5–40.5, 40.5–45.5, 45.5–50.5 50.5–55.5, 55.5–60.5, 60.5–65.5, 65.5–70.5, 70.5–75.5

এতিয়া শ্ৰেণীটোত অন্তৰ্ভুক্ত হোৱা নতুন ছাত্ৰ/ছাত্ৰী দুগৰাকীৰ ওজনসমূহ আমি সন্নিবিষ্ট কৰিব পাৰোহঁক। কিন্তু, এইখিনিতে অন্য এক সমস্যাই দেখা দিয়ে কাৰণ 35.5 মানটো 30.5–35.5 আৰু 35.5–40.5 দুয়োটা শ্ৰেণী অন্তৰালতে বিৰাজ কৰিছে। তোমাৰ মতে, কোনটো শ্ৰেণী অন্তৰালত এই ওজন অন্তৰ্ভুক্ত কৰিব লাগিব?

যদি উভয় অন্তৰালতে ইয়াক বিবেচনা কৰা হয় তেন্তে গণনাত ই দুবাৰ বিবেচিত হ'ব।

প্ৰচলিত প্ৰথা অনুসৰি, 35.5 মানটো আমি 35.5–40.5 শ্ৰেণী অন্তৰালতহে গণ্য কৰিম, 30.5–35.5 অত নহয়। সদৃশভাৱে 40.5 মানটো 40.5 - 45.5অত গণ্য কৰা হ'ব, 35.5 - 40.5অত নহয়।

গতিকে, 35.5 কিঃ গ্ৰাঃ আৰু 40.5 কিঃ গ্ৰাঃ পৰিমাণৰ নতুন ওজন দুটা ক্ৰমে 35.5–40.5 আৰু 40.5–45.5 শ্ৰেণী অন্তৰাল দুটাত সন্নিবিষ্ট হ'ব। এতিয়া এইবোৰ গৃহীত ধাৰণা সাপেক্ষে নতুন বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকাখন নিম্নোক্ত ধৰণৰ হ'ব—

তালিকা 14.4

ওজন (কিঃগ্ৰাঃত)	ছাত্ৰ/ছাত্ৰীৰ সংখ্যা
30.5-35.5	9
35.5-40.5	6
40.5-45.5	15
45.5-50.5	3
50.5-55.5	1
55.5-60.5	2
60.5-65.5	2
65.5-70.5	1
70.5-75.5	1
মুঠ	40

এতিয়া কাৰ্য-1অত তুমি সংগ্ৰহ কৰা তথ্যসমূহলৈ আমি ঘূৰি যাওহক। এইবাৰ তোমাক এই তথ্যবোৰ বাৰংবাৰতা বিভাজনত উপস্থাপন কৰিবলৈ কোৱা হ'ল।

কাৰ্য 2 : চাৰিওটা দলকে একে ৰাখি তোমালোকৰ তথ্যবোৰক বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকালৈ সলনি কৰা। তথ্যৰ প্ৰকৃতি, পৰিসৰৰ কথা মনত ৰাখি যথোপযুক্ত শ্ৰেণী আকাৰেৰে সুবিধাজনকভাৱে শ্ৰেণীসমূহ বাছনি কৰা।

অনুশীলনী 14.2

1. অষ্টম শ্ৰেণীৰ 30 গৰাকী ছাত্ৰ/ছাত্ৰীৰ তেজৰ গ্ৰুপ নিম্নোক্ত ধৰণে লিপিবদ্ধ কৰা হ'ল—

A, B, O, O, AB, O, A, O, B, A,
O, B, A, O, O, A, AB, O, A, A,
O, O, AB, B, A, O, B, A, B, O

বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকাৰ ৰূপত তথ্যখিনিক প্ৰদৰ্শণ কৰা। ছাত্ৰ/ছাত্ৰীসকলৰ ভিতৰত তেজৰ গ্ৰুপ আটাইতকৈ সাধাৰণ (সঘনাই উপলব্ধ) আৰু কোনটো আটাইতকৈ দুষ্প্ৰাপ্য?

2. 40 গৰাকী অভিযন্তাৰ বাসস্থানৰ পৰা তেওঁলোকৰ কৰ্মস্থানৰ দূৰত্ব (কিঃ মিঃত) নিম্নোক্ত ধৰণে পোৱা গ'ল।

5	3	10	20	25	11	13	7	12	31
19	10	12	17	18	11	32	17	16	2
7	9	7	8	3	5	12	15	18	3
12	14	2	9	6	15	15	7	6	12

ওপৰোক্ত তথ্যৰ বাবে এখন শ্ৰেণীভুক্ত বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকা প্ৰস্তুত কৰা যাৰ শ্ৰেণী প্ৰস্থৰ আকাৰ 5 আৰু প্ৰথম শ্ৰেণী আন্তবালটো হ'ল 0–5 (5 অন্তৰ্ভূক্ত নহয়)। এই তালিকাকৃতিৰ উপস্থাপনৰ পৰা কি মূল বৈশিষ্ট্য তোমাৰ চকুত পৰিছে?

3. কোনো এখন মহানগৰৰ 30 দিনীয়া এটা মাহৰ আপেক্ষিক আৰ্দ্ৰতাৰ পৰিমাণ (শতাংশত) আছিল এনেধৰণৰ—

98.1	98.6	99.2	90.3	86.5	95.3	92.9	96.3	94.2	95.1
89.2	92.3	97.1	93.5	92.7	95.1	97.2	93.3	95.2	97.3
96.2	92.1	84.9	90.2	95.7	98.3	97.3	96.1	92.1	89

(i) শ্ৰেণী অন্তৰাল 84–86, 86–88, ইত্যাদি ধৰণে লৈ এখন শ্ৰেণীভুক্ত বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকা প্ৰস্তুত কৰা।

(ii) এই তথ্যখিনিয়ে কোন মাহ বা ঋতুৰ নিৰ্দেশ কৰে বুলি ভাবা?

(iii) তথ্যখিনিৰ বিস্তাৰ অৰ্থাৎ পৰিসৰ কি?

4. আসন্ন ছেন্টি-মিটাৰত 50 গৰাকী ছাত্ৰৰ উচ্চতা তলত উল্লেখ কৰা ধৰণে পোৱা গ'ল—

161	150	154	165	168	161	154	162	150	151
162	164	171	165	158	154	156	172	160	170
153	159	161	170	162	165	166	168	165	164
154	152	153	156	158	162	160	161	173	166
161	159	162	167	168	159	158	153	154	159

(i) 160–165, 165–170, ইত্যাদি শ্ৰেণী অন্তৰাল লৈ ওপৰোক্ত তথ্যখিনিক এখন শ্ৰেণীভুক্ত বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকাত সজোৱা।

(ii) তালিকাৰ পৰা তেওঁলোকৰ উচ্চতা সম্পৰ্কে কেনে ধৰণৰ সিদ্ধান্তত উপনীত হ'বা?

5. এখন মহানগৰৰ প্ৰতি PPM(parts per million) বায়ুত ছালফাৰ ডায়'অক্সাইডৰ গাঢ়তা জুখিবৰ বাবে এক অধ্যয়ন চলোৱা হৈছিল। 30 দিনৰ অধ্যয়নত লাভ কৰা তথ্যসমূহ আছিল এনেধৰণৰ—

0.03	0.08	0.08	0.09	0.04	0.17
0.16	0.05	0.02	0.06	0.18	0.20
0.11	0.08	0.12	0.13	0.22	0.07
0.08	0.01	0.10	0.06	0.09	0.18
0.11	0.07	0.05	0.07	0.01	0.04

(i) 0.00–0.04, 0.04–0.08, এনেধৰনে শ্ৰেণী অন্তৰাল লৈ এই তথ্যবাজিৰ পৰা এখন শ্ৰেণীভুক্ত বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকা প্ৰস্তুত কৰি উলিওৱা।

(ii) কিমান দিন ছালফাৰ ডায়'অক্সাইডৰ গাঢ়তা 0.11 PPMতকৈ বেছি আছিল?

6. তিনিটা মুদ্ৰা একে সময়তে 30 বাৰ টছ্ কৰা হ'ল। প্ৰতি বাৰতে উঠা মুণ্ডৰ সংখ্যা নিম্নোক্ত ধৰণে লিপিবদ্ধ কৰা হ'ল।

0	1	2	2	1	2	3	1	3	0
1	3	1	1	2	2	0	1	2	1
3	0	0	1	1	2	3	2	2	0

ওপৰোক্ত তথ্যৰ বাবে এখন বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকা প্ৰস্তুত কৰা।

7. তলত πৰ মান 50 দশমিক স্থানলৈ উলিয়াই দেখুওৱা হৈছে—

3.14159265358979323846264338327950288419716939937510

(i) দশমিক বিন্দুৰ পিছত থকা 0 ৰ পৰা 9লৈ অংকবোৰৰ বাৰংবাৰতা বিভাজন এখন প্ৰস্তুত কৰি উলিওৱা।

(ii) সৰ্বাধিক আৰু সৰ্বনিম্ন বাৰ প্ৰাপ্ত হোৱা অংক দুটা নিৰ্ণয় কৰা।

8. 30 জন শিশুৱে আগৰ সপ্তাহত দূৰদৰ্শনৰ কাৰ্যসূচী কিমান ঘণ্টাকৈ চাইছিল সেই সম্পৰ্কীয় তথ্যসমূহ তলত দিয়া ধৰণে পোৱা গ'ল—

1	6	2	3	5	12	5	8	4	8
10	3	4	12	2	8	15	1	17	6
3	2	8	5	9	6	8	7	14	12

(i) শ্ৰেণী প্ৰস্থ 5 আৰু এটা শ্ৰেণী অন্তৰাল 5–10 ধৰি এই তথ্যৰ পৰা এখন বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকা প্ৰস্তুত কৰা।

(ii) সপ্তাহটোত 15 ঘণ্টা বা তাতোকৈ অধিক সময় টিভি চোৱা শিশুৰ সংখ্যা কিমান আছিল?

9. এটা কোম্পানীয়ে এক বিশেষ ধৰণৰ গাড়ীৰ বেটাৰী প্ৰস্তুত কৰে। এনে ধৰণৰ 40 টা বেটাৰীৰ আয়ুকাল (বছৰৰ হিচাপত) নিম্নোক্ত ধৰণে লিপিবদ্ধ কৰা হৈছে।

2.6	3.0	3.7	3.2	2.2	4.1	3.5	4.5
3.5	2.3	3.2	3.4	3.8	3.2	4.6	3.7
2.5	4.4	3.4	3.3	2.9	3.0	4.3	2.8
3.5	3.2	3.9	3.2	3.2	3.1	3.7	3.4
4.6	3.8	3.2	2.6	3.5	4.2	2.9	3.6

0.5 আকাৰৰ শ্ৰেণী দৈৰ্ঘ আৰু প্ৰথম শ্ৰেণী 2–2.5 লৈ তথ্যসমূহৰ পৰা এখন বৰ্গীকৃত বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকা প্ৰস্তুত কৰা।

14.4 তথ্যৰ লৈখিক উপস্থাপনা (Graphical Representation of Data)

তালিকাৰ দ্বাৰা তথ্যৰ উপস্থাপনা সম্পৰ্কে ইতিমধ্যে আলোচনা আগবঢ়োৱা হ'ল। এতিয়া আমি তথ্যৰ অন্য এক উপস্থাপন পদ্ধতি অৰ্থাৎ লৈখিক উপস্থাপন পদ্ধতিৰ প্ৰতি মনোনিবেশ কৰিম। যথোপযুক্তভাবেই কোৱা হয় যে একোখন ছবি সহস্ৰ শব্দতকৈও অধিক উপযোগী। সচৰাচৰ, লেখৰ মাধ্যমত গাইগুটিয়া বিষয় সমূহৰ তুলনাক আটাইতকৈ ভালদৰে প্ৰদৰ্শন কৰিব পাৰি। তেতিয়া প্ৰকৃত তথ্যবোৰতকৈ এই ধৰণৰ প্ৰদৰ্শনি বেছি ভালদৰে বোধগম্য হয়। এই অনুচ্ছেদত আমি নিম্নোক্ত ধৰণৰ লৈখিক প্ৰদৰ্শন অধ্যয়ন কৰিম।

(A) দণ্ডলেখ (Bar graph)

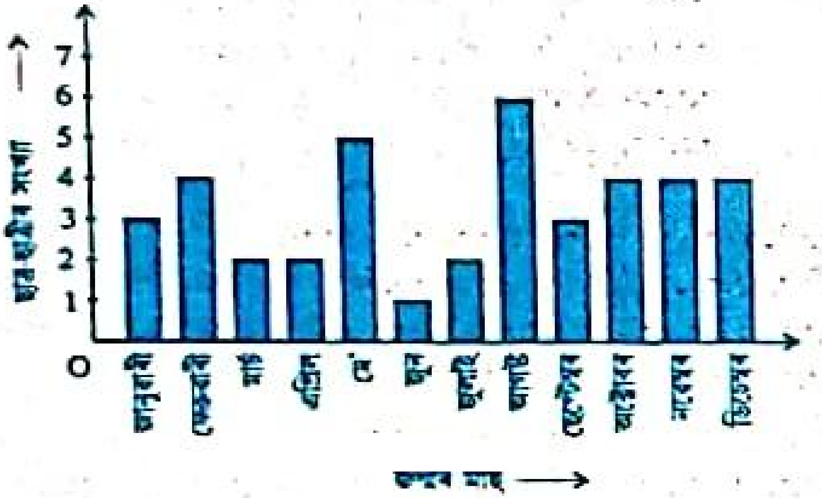
(B) সমান আৰু অসমান প্ৰস্থৰ স্তম্ভলেখ (Histograms of uniform width and of varying widths)

(C) বাৰংবাৰতা বহুভুজ (Frequency polygons)

(A) দণ্ডলেখ (Bar Graphs)

ইতিমধ্যে আগৰ শ্ৰেণীতে তোমালোকে দণ্ডলেখৰ বিষয়ে শিকিছা আৰু অংকণও কৰিছা। ইয়াত আমি অধিক আনুষ্ঠানিকভাৱে সেইবোৰৰ বিষয়ে আলোচনা কৰিম। স্মৰণ কৰা যে দণ্ডলেখ হ'ল ছবিৰ মাধ্যমত তথ্যৰ প্ৰকাশ আৰু সচৰাচৰ কোনো চলক নিৰ্দেশ কৰা এডাল অক্ষত (যেনে x-অক্ষ) সমান অন্তৰালত একে প্ৰস্থযুক্ত দণ্ড কিছুমানৰ দ্বাৰা ইয়াক প্ৰকাশ কৰা হয়। চলকটোৰ মানবোৰ প্ৰদৰ্শন কৰা হয় আন এডাল অক্ষত (যেনে y-অক্ষ) আৰু দণ্ডৰ উচ্চতা নিৰ্ভৰ কৰে চলকটোৰ মানৰ ওপৰত।

উদাহৰণ 5 : নৱম শ্ৰেণীৰ কোনো এটা শাখাৰ 40 গৰাকী ছাত্ৰ/ছাত্ৰীক তেওঁলোকৰ জন্ম মাহৰ বিষয়ে সোধা হৈছিল আৰু সেই অনুসাৰে পোৱা তথ্যসমূহৰ পৰা নিম্নোক্ত লেখটো প্ৰস্তুত কৰা হৈছিল।



চিত্ৰ 14.1

ওপৰৰ দণ্ডলেখটো মন কৰা আৰু তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিয়া :

(i) নৱেম্বৰ মাহত কেইগৰাকী ছাত্ৰ/ছাত্ৰীৰ জন্ম হৈছিল?

(ii) কোন মাহত সৰ্বোচ্চ সংখ্যক ছাত্ৰ/ছাত্ৰীৰ জন্ম হৈছিল?

সমাধান : মন কৰা যে ইয়াত চলক হ'ল 'জন্মমাহ' আৰু চলকৰ মান হ'ল 'জন্ম লাভ কৰা ছাত্ৰ/ছাত্ৰীৰ সংখ্যা'।

(i) 4 গৰাকী ছাত্ৰ/ছাত্ৰীৰ নৱেম্বৰ মাহত জন্ম হৈছিল।

(ii) সৰ্বোচ্চ সংখ্যক ছাত্ৰ/ছাত্ৰীৰ জন্ম হৈছিল আগষ্ট মাহত।

এতিয়া আমি পৰৱৰ্তী উদাহৰণৰ সহায়ত দণ্ডলেখ কিদৰে তৈয়াৰ কৰা হয় মনত পেলাই চাওঁহক।

উদাহৰণ 6 : মাহিলি 20,000 টকা আয়ৰ এটা পৰিয়ালৰ বিভিন্ন শিতানত মাহেকীয়া খৰচৰ হিচাপ তলত দিয়া ধৰণে দেখুওৱা হৈছে :

তালিকা 14.5

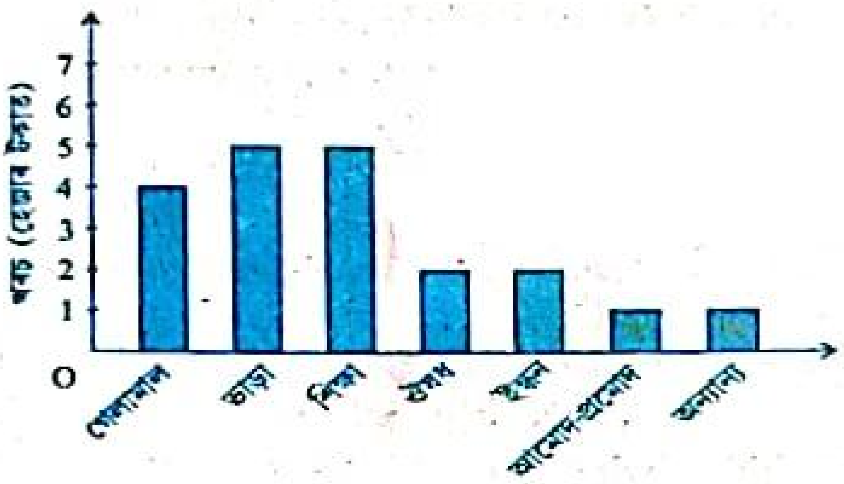
শিতান	খৰচ (হেজাৰ টকাত)
গেলামাল	4
ভাড়া	5
ল'ৰা ছোৱালীৰ শিক্ষা	5
ঔষধ	2
ইন্ধন	2
আমোদ-প্ৰমোদ	1
অন্যান্য	1

ওপৰোক্ত তথ্যৰাজিৰ বাবে দণ্ডলেখ এটা অংকণ কৰা।

সমাধান : পৰৱৰ্তী ঢাপসমূহৰ মাজেৰে এই তথ্যৰাজিৰ পৰা আমি এটা দণ্ডলেখ অংকণ কৰিম। মন কৰা যে দ্বিতীয় স্তম্ভত বৰ্ণিত একক হ'ল হেজাৰ টকা। গতিকে গেলামালৰ খৰচ 4 মানে বুজিব লাগিব 4000 টকা।

1. আনুভূমিক অক্ষ ৰেখাত যিকোনো একক ধৰি শিতানসমূহ (চলক) নিৰ্দেশ কৰিম কাৰণ দণ্ডৰ প্ৰস্থ ইয়াত গুৰুত্বপূৰ্ণ নহয়। কিন্তু স্পষ্টতাৰ বাবে আটাইবোৰ দণ্ডৰ প্ৰস্থ সমান আৰু সিহঁতৰ মাজৰ পাৰস্পৰিক অন্তৰ আমি ৰাখিম। একোটা শিতানক এক এককৰ দ্বাৰা নিৰ্দেশ কৰা হওক।
2. খৰচৰ পৰিমাণক আমি উলম্ব অক্ষত নিৰ্দেশ কৰিমহক। যিহেতু সৰ্বোচ্চ খৰচৰ পৰিমাণ 5000 টকা গতিকে, 1 একক = 1000 টকা লব পৰা যায়।
3. প্ৰথম শিতান অৰ্থাৎ গেলামালক নিৰ্দেশ কৰিবলৈ আমি এটা আয়তাকাৰৰ দণ্ড লব পাৰো যাৰ প্ৰস্থ 1 একক আৰু উচ্চতা 4 একক।
4. সদৃশ ধৰণে, আনবোৰ শিতানক নিৰ্দেশ কৰিব পাৰি যাতে প্ৰতিবোৰ ওচৰা ওচৰি দণ্ডৰ মাজত 1 এককৈ অন্তৰ থাকে।

দণ্ডলেখটো চিত্ৰ 14.2ত আঁকি দেখুওৱা হ'ল।



চিত্ৰ 14.2

ইয়াৰ তথ্যৰাজিৰ আপেক্ষিক বৈশিষ্টসমূহ তোমালোকে চকুৰ পচাৰতে অতি সহজে বুজিব পাৰিবা। উদাহৰণ স্বৰূপে শিক্ষাৰ শিতানত খৰচ চিকিৎসাৰ দুগুণতকৈ অধিক বুলি বুজিব পাৰি। সেয়েহে কোনো কোনো ক্ষেত্ৰত শ্ৰেণীভুক্ত তালিকাতকৈ ই অধিক উন্নত ৰূপত তথ্যক প্ৰকাশ কৰে।

উদাহৰণ 3 : কাৰ্য-1ৰ একেবোৰ দলেই আগবঢ়োৱা তথ্যখিনিকে লৈ এইবাৰ এই তথ্যখিনিক উপযুক্ত দণ্ডলেখৰ সহায়ত প্ৰকাশ কৰা।

এতিয়া আমি চাওঁহক— কিদৰে অবিচ্ছিন্ন শ্ৰেণী অন্তৰালৰ কাৰণে বাৰংবাৰতা তালিকাক লেখৰ দ্বাৰা প্ৰকাশ কৰিব পাৰি।

(B) স্তম্ভলেখ (Histogram)

স্তম্ভলেখ দণ্ডলেখৰ নিচিনাই এক উপস্থাপন, কিন্তু ইয়াক অবিচ্ছিন্ন অন্তৰালৰ ক্ষেত্ৰত ব্যৱহাৰ কৰা হয়। উদাহৰণ স্বৰূপে, কোনো এটা শ্ৰেণীৰ 36 গৰাকী ছাত্ৰ/ছাত্ৰীৰ ওজন বুজোৱা বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকা-14.6 খন বিবেচনা কৰা।

তালিকা 14.6

ওজন (কিঃ গ্ৰাঃত)	ছাত্ৰ/ছাত্ৰীৰ সংখ্যা
30.5–35.5	9
35.5–40.5	6
40.5–45.5	15
45.5–50.5	3
50.5–55.5	1
55.5–60.5	2
মুঠ	36

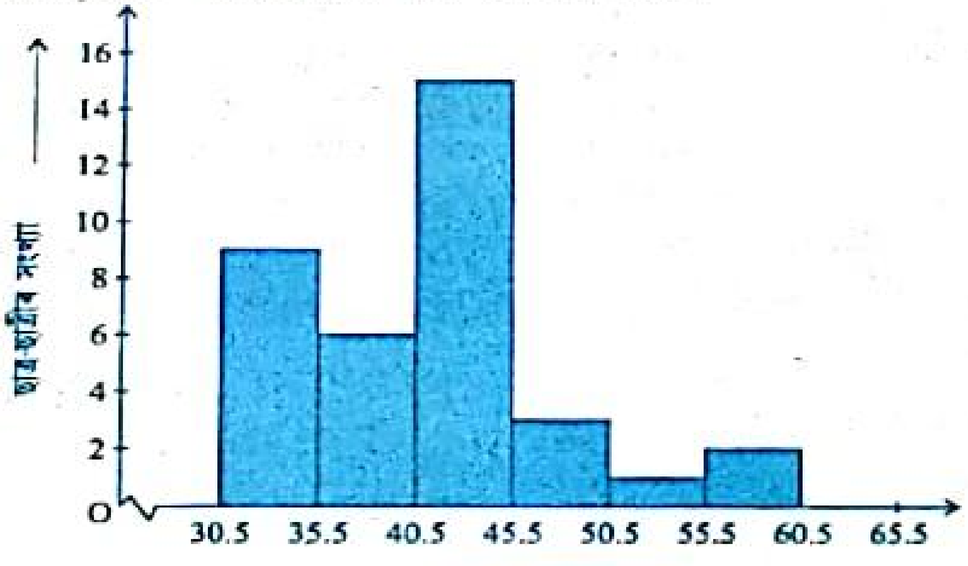
প্ৰদত্ত তথ্যখিনিক আমি নিম্নোক্তভাৱে লেখত প্ৰকাশ কৰোঁহক—

(i) কোনো উপযুক্ত মাপনী (scale) ব্যৱহাৰ কৰি আনুভূমিক অক্ষত ওজনৰ মানবোৰ নিৰ্দেশ কৰোঁহক। মাপনী হিচাপে আমি 1 চে.মি. = 5 কিঃ গ্ৰাঃ লব পাৰো। আকৌ প্ৰথম শ্ৰেণী অন্তৰালটো যিহেতু 0ৰ পৰিবৰ্তে 30.5ৰ পৰা আৰম্ভ হৈছে গতিকে এই কথাটো লেখত বুজাবলৈ আমি লেখৰ অক্ষডালত এটা ভাঁজ বা ফাঁক ৰাখিব পাৰো।

(ii) কোনো উপযুক্ত মাপনী ব্যৱহাৰ কৰি ছাত্ৰ/ছাত্ৰীৰ সংখ্যা (বাৰংবাৰতা)ক আমি উলম্ব অক্ষত নিৰ্দেশ কৰোঁহক। যিহেতু সৰ্বোচ্চ বাৰংবাৰতা 15, গতিকে মাপনী নিৰ্ণয়ৰ সময়ত সৰ্বোচ্চ বাৰংবাৰতাক লেখত প্ৰকাশ কৰিব পৰা বিষয়টোৰ প্ৰতি মনোযোগ দিব লাগিব।

(iii) এতিয়া আমি কিছুমান আয়ত নাইবা আয়তাকাৰ দণ্ড আকোঁহক যিবিলাকৰ প্ৰস্থ শ্ৰেণী আকাৰৰ সমান আৰু দীঘ অনুৰূপ শ্ৰেণী অন্তৰালৰ বাৰংবাৰতাৰ সমান। উদাহৰণ স্বৰূপে 30.5–35.5 শ্ৰেণী অন্তৰালৰ বাবে আয়তৰ প্ৰস্থ 1 চে.মি. আৰু দীঘ 4.5 চে.মি.।

(iv) এইদৰে, চিত্ৰ 14.3ত দেখুৱা ধৰণে আমি লেখটো পামহক।



চিত্ৰ 14.3

মন কৰা যে ওচৰা ওচৰি আয়তসমূহৰ মাজত যিহেতু কেনো ফাঁক নাই, গতিকে প্ৰাপ্ত লেখটো এটা গোটা চিত্ৰৰ দৰেই হৈছে। ইয়াকে কোৱা হয় স্তম্ভলেখ (*histogram*) আৰু ই হ'ল অবিচ্ছিন্ন অন্তৰালযুক্ত বৰ্গীকৃত বাৰংবাৰতা বিভাজনৰ লৈখিক নিদৰ্শন। আকৌ, দণ্ডলেখৰ বিপৰীতে ইয়াৰ অংকণত দণ্ডৰ প্ৰস্থই চকুত লগা ভূমিকা পালন কৰে।

দৰাচলতে এই ক্ষেত্ৰত ঠিয় আয়তবোৰৰ কালিবোৰ অনুৰূপ বাৰংবাৰতাৰ সমানুপাতিক।

অৱশ্যে যিহেতু আটাইবোৰ আয়তৰ প্ৰস্থ সমান, সিহঁতৰ দীঘসমূহ অনুৰূপ বাৰংবাৰতাৰ সমানুপাতিক, সেইবাবেই ওপৰৰ (iii) উল্লেখ কৰা ধৰণে দীঘবোৰ লোৱা হৈছে।

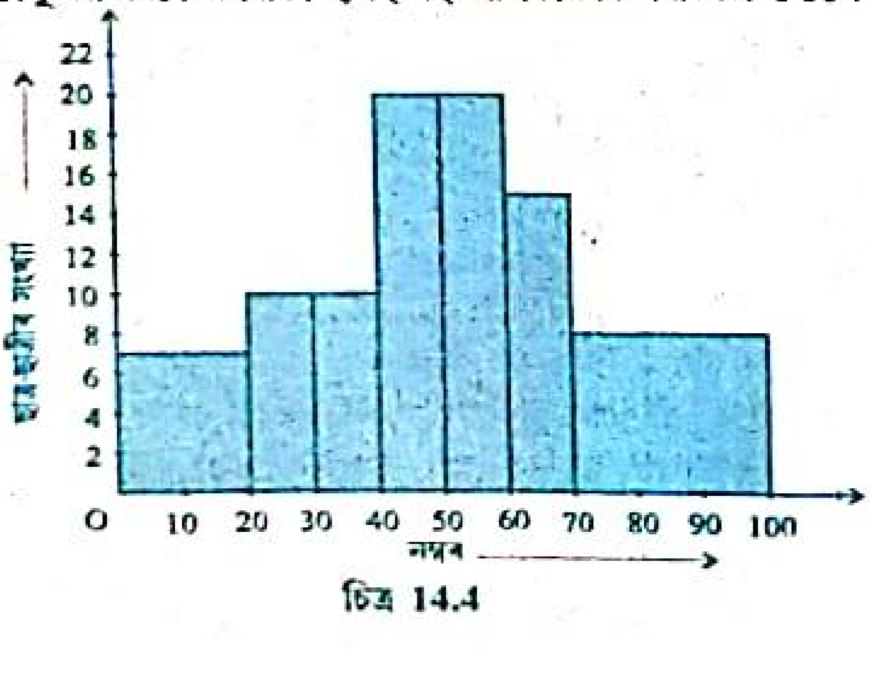
এতিয়া ওপৰত উল্লেখ কৰাতকৈ ব্যতিক্ৰম এটা পৰিস্থিতি বিবেচনা কৰা যাওক।

উদাহৰণ 7 : এজন শিক্ষকে 100 নম্বৰৰ গণিতৰ পৰীক্ষাৰ জৰিয়তে ছাত্ৰ/ছাত্ৰীৰ দুটা দলৰ পাৰদৰ্শিতা বিশ্লেষণ কৰি চাব বিচাৰিলে। তেওঁলোকৰ পাৰদৰ্শিতালৈ চাই তেখেতে দেখিলে যে অল্পসংখ্যক ছাত্ৰ/ছাত্ৰীয়ে 20ৰ তলত আৰু অল্পসংখ্যক ছাত্ৰ/ছাত্ৰীয়ে 70 বা ততোধিক নম্বৰ লাভ কৰিছে। গতিকে তেখেতে নম্বৰসমূহক কিছুমান অসমান শ্ৰেণী অন্তৰাল যেনে 0–20, 20–30, . . ., 60–70, 70–100 আদিত বিতৰণ কৰিবলৈ সিদ্ধান্ত ল'লে আৰু নিম্নোক্ত তালিকাখন প্ৰস্তুত কৰিলে—

তালিকা 14.7

নম্বৰ	ছাত্ৰ/ছাত্ৰীৰ সংখ্যা
0–20	7
20–30	10
30–40	10
40–50	20
50–60	20
60–70	15
70–ওপৰত	8
সৰ্বমুঠ	90

চিত্ৰ 14.4ত দেখুওৱা ধৰণে এগৰাকী ছাত্ৰই এই তালিকাখনৰ পৰা এটা স্তম্ভলেখ প্ৰস্তুত কৰি উলিয়ালে।



চিত্ৰ 14.4

এই লৈখিক নিদৰ্শনটো ভালদৰে পৰীক্ষা কৰা। ই তথ্যৰাজিক শুদ্ধভাৱে প্ৰতিনিধিত্ব কৰিছে বুলি তুমি ভাবানে? নহয়, এই লেখটোৱে বৰং, এক বিভ্ৰান্তিৰ ছবিহে দাঙি ধৰিছে। যিদৰে আমি পূৰ্বতে উল্লেখ কৰি আহিছোঁ, স্তম্ভলেখত আয়তবোৰৰ কালিসমূহ বাৰংবাৰতাৰ সৈতে সমানুপাতিক। আগতে এই সমস্যাটো উদ্ভৱ হোৱা নাছিল কাৰণ, আয়তসমূহৰ প্ৰস্থ আছিল পৰস্পৰ সমান। কিন্তু ইয়াত, আয়তৰ প্ৰস্থসমূহ যিহেতু বেলেগ বেলেগ, গতিকে ওপৰৰ স্তম্ভলেখটোৱে শুদ্ধ ছবি দাঙি ধৰিব পৰা নাই। উদাহৰণ স্বৰূপে, ই 60–70 তকৈ 70–100 অন্তৰালত বাৰংবাৰতা বেছি দেখুৱাইছে যিটো সত্য নহয়।

গতিকে, আয়তসমূহৰ দীঘ নিৰ্ণয়ৰ ক্ষেত্ৰত আমি কিছু সংশোধনী আৰোপ কৰিব লাগিব যাতে সিহঁতৰ কালিসমূহ অনুৰূপ বাৰংবাৰতাৰ সৈতে সমানুপাতী হয়। এই ক্ষেত্ৰত অনুসৰণ কৰিবলগীয়া পৰ্যায়সমূহ তলত উল্লেখ কৰা ধৰণৰ—

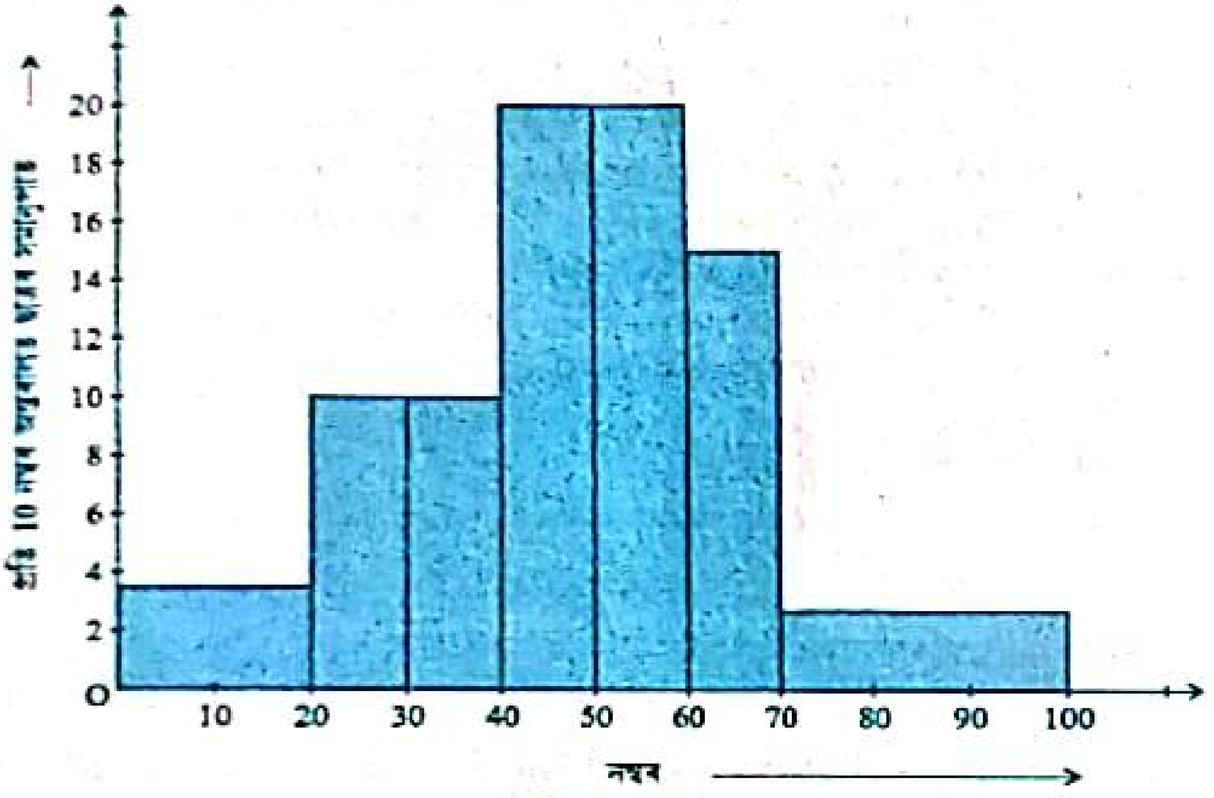
1. এটা শ্ৰেণী অন্তৰাল লোৱা যাৰ শ্ৰেণী প্ৰস্থ সৰ্বনিম্ন। পূৰ্ববৰ্তী উদাহৰণটোত সৰ্বনিম্ন আকাৰযুক্ত শ্ৰেণী অন্তৰালটোৰ আকাৰ 10।
2. ইয়াৰ পাছত আয়তসমূহৰ দীঘবোৰ এনেভাৱে সংশোধন কৰিব লাগিব যাতে সেইবোৰ শ্ৰেণী আকাৰ 10ৰ সমানুপাতী হয়।

উদাহৰণ হিচাপে, যেতিয়া শ্ৰেণী অন্তৰালৰ আকাৰ 20 আছিল, আয়তৰ দীঘ আছিল 7 গতিকে শ্ৰেণী অন্তৰালৰ আকাৰ 10 হ'লে আয়তৰ দীঘ হ'ব $\frac{7}{20} \times 10 = 3.5$। অন্যবোৰৰ ক্ষেত্ৰতো এনেধৰণে আগবাঢ়িলে, আমি পৰৱৰ্তী তালিকাখন পাম—

তালিকা 14.8

নম্বৰ	বাৰংবাৰতা	শ্ৰেণী প্ৰস্থ	আয়তৰ দৈৰ্ঘ্য
0–20	7	20	$\frac{7}{20} \times 10 = 3.5$
20–30	10	10	$\frac{10}{10} \times 10 = 10$
30–40	10	10	$\frac{10}{10} \times 10 = 10$
40–50	20	10	$\frac{20}{10} \times 10 = 20$
50–60	20	10	$\frac{20}{10} \times 10 = 20$
60–70	15	10	$\frac{15}{10} \times 10 = 15$
70–100	8	30	$\frac{8}{30} \times 10 = 2.67$

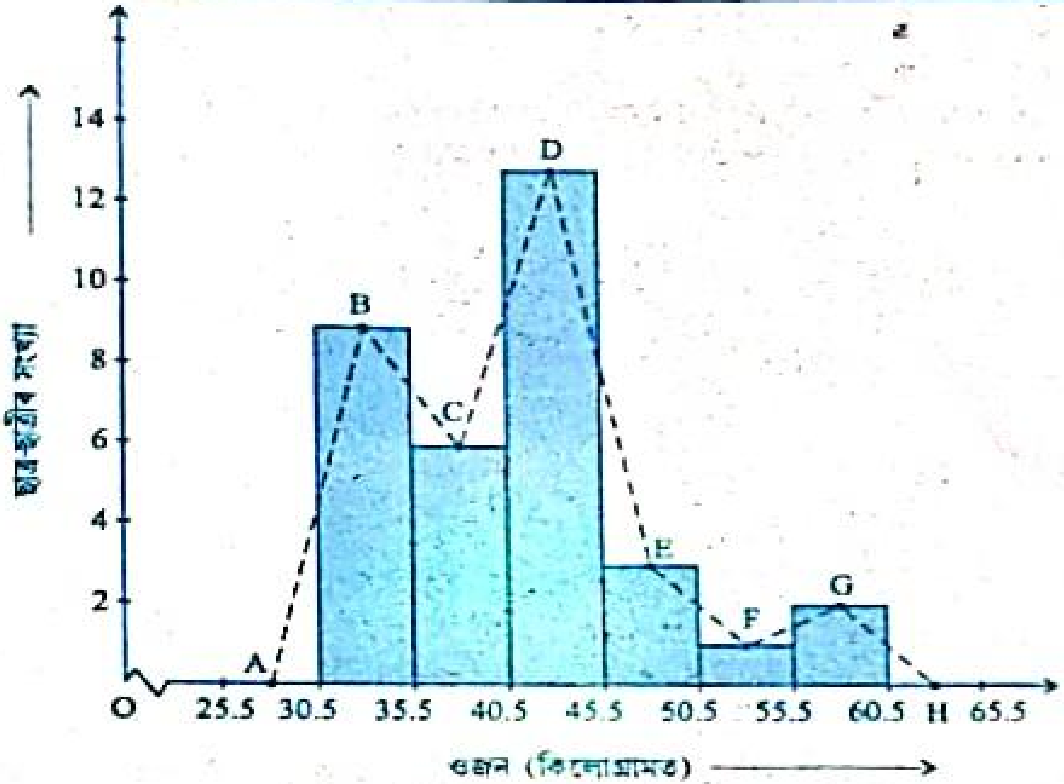
যিহেতু প্ৰতিটো ক্ষেত্ৰতে 10 নম্বৰৰ অন্তৰালত এই দীঘবোৰ নিৰ্ণয় কৰা হৈছে সেয়েহে এই দীঘবোৰক আমি 'প্ৰতি 10 নম্বৰ অন্তৰালত ছাত্ৰৰ সমানুপাত' আখ্যা দিব পাৰো। গতিকে অসমান শ্ৰেণী অন্তৰালত শুদ্ধ স্তম্ভলেখ চিত্ৰ 14.5ৰ ধৰণে আগবঢ়াব পাৰি।



চিত্ৰ 14.5

(C) বাৰংবাৰতা বহুভুজ (Frequency Polygon)

পৰিমাণবাচক তথ্য আৰু ইয়াৰ বাৰংবাৰতাক উপস্থাপন কৰাৰ আৰু আন এক দৃশ্যমান পদ্ধতি আছে ই হ'ল এক বহুভুজ। আমি কি বুজাব বিচাৰিছো সেইটো জানিবলৈ চিত্ৰ 14.3ত দেখুওৱা স্তম্ভলেখটো বিবেচনা কৰা। এই স্তম্ভলেখটোৰ সন্নিহিত আয়তবোৰৰ ওপৰৰ ফালে থকা বাহুবোৰৰ মধ্যবিন্দুবিলাক ক্ৰমানুক্ৰমে ৰেখাখণ্ডৰ দ্বাৰা সংযোগ কৰা হ'ল। এই মধ্যবিন্দুবোৰক B, C, D, E, F আৰু G বিন্দুৰে সূচোৱা হওক। ৰেখাখণ্ডৰে সংযোগ কৰিলে আমি BCDEFG চিত্ৰটো পাম (চিত্ৰ 14.6)। বহুভুজটো সম্পূৰ্ণ কৰাৰ বাবে আমি ধৰি লওঁ যে 30.5–35.5 শ্ৰেণী অন্তৰালৰ আগত এটা আৰু 55.5–60.5ৰ পাছত আন এটা শ্ৰেণী অন্তৰাল আছে যাৰ বাৰংবাৰতা শূণ্য। ধৰা হ'ল এই শ্ৰেণী অন্তৰাল দুটাৰ মধ্যবিন্দু দুটা ক্ৰমে A আৰু H। তেতিয়া, চিত্ৰ 14.3ত দেখুওৱা তথ্যখিনিৰ অনুৰূপ বাৰংবাৰতা বহুভুজটো হ'ব ABCDEFGH। ইয়াক চিত্ৰ 14.6ত প্ৰদৰ্শন কৰা হ'ল।



চিত্ৰ 14.6

যদিও, সৰ্বনিম্ন শ্ৰেণী অন্তৰালৰ আগত আৰু সৰ্বোচ্চ শ্ৰেণী অন্তৰালৰ পিছত কোনো শ্ৰেণী অন্তৰাল নাথাকে, তথাপি শূণ্য বাৰংবাৰতাযুক্ত দুটা শ্ৰেণী অন্তৰাল সংযোজন কৰাৰ ফলত বাৰংবাৰতা বহুভুজটোৰ কালি আৰু স্তম্ভলেখটোৰ কালি একেই হৈ পৰে। কিয় এনে হয়? (ইংগিত : সৰ্বসম ত্ৰিভুজৰ ধৰ্ম ব্যৱহাৰ কৰা)।

এতিয়া প্ৰশ্ন হ'ল— যেতিয়া প্ৰথম শ্ৰেণী-অন্তৰালৰ আগত কোনো শ্ৰেণী নাথাকে তেতিয়া কিদৰে বহুভুজটো সম্পূৰ্ণ কৰা হ'ব? এনেধৰণৰ এক পৰিস্থিতিৰ কথা বিবেচনা কৰা যাওক।

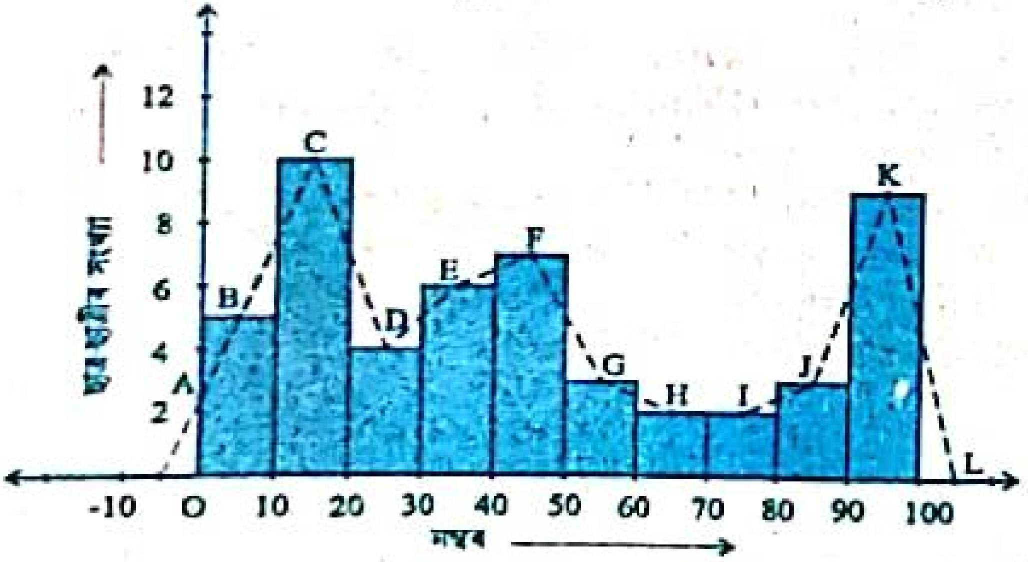
উদাহৰণ 8 : কোনো পৰীক্ষাত এটা শ্ৰেণীৰ 51 গৰাকী ছাত্ৰ/ছাত্ৰীয়ে তালিকা 14.9ত দিয়া 100ৰ ভিতৰত লাভ কৰা নম্বৰসমূহ বিবেচনা কৰা—

তালিকা 14.9

নম্বৰ	ছাত্ৰ/ছাত্ৰীৰ সংখ্যা
0–10	5
10–20	10
20–30	4
30–40	6
40–50	7
50–60	3
60–70	2
70–80	2
80–90	3
90–100	9
মুঠ	51

এই বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকাখনৰ অনুৰূপ বাৰংবাৰতা বহুভুজটো অংকন কৰা।

সমাধান : প্ৰথমে তথ্যখিনিৰ পৰা আমি এটা স্তম্ভলেখ অংকন কৰো আৰু আয়তসমূহৰ ওপৰৰ বাহবোৰৰ মধ্যবিন্দুবোৰক যথাক্ৰমে B, C, D, E, F, G, H, I, J, Kৰে চিহ্নিত কৰোহঁক। ইয়াত প্ৰথম শ্ৰেণী অন্তৰালটো 0–10, গতিকে 0–10 শ্ৰেণীটোৰ পূৰ্ব শ্ৰেণীটো পাবলৈ আমি আনুভূমিক অক্ষডালক ঋণাত্মক দিশত বঢ়াই দিওঁ আৰু কাল্পনিক শ্ৰেণী অন্তৰাল (–10)–0ৰ মধ্যবিন্দুটো উলিয়াই লওঁ। প্ৰথম বিন্দু Bক আমি আনুভূমিক অক্ষৰ ঋণাত্মক দিশত থকা শূণ্য বাৰংবাৰতাযুক্ত



চিত্ৰ 14.7

শ্ৰেণী অন্তৰালৰ মধ্যবিন্দুৰ সৈতে সংযোগ কৰোহক। এই ৰেখাখণ্ডই উলম্ব অক্ষক যি বিন্দুত কাটে, সেই বিন্দুটোক Aৰে চিহ্নিত কৰা হ'ল। প্ৰদত্ত তথ্যৰ অন্তিম শ্ৰেণী অন্তৰালটোৰ পিছৰ শ্ৰেণী অন্তৰালৰ মধ্যবিন্দুক Lৰ দ্বাৰা চিহ্নিত কৰা হ'ল। তেতিয়া OABCDEFGHIJKLয়েই হ'ল বাৰংবাৰতা বহুভুজ যিটোক চিত্ৰ 14.7ৰত আঁকি দেখুওৱা হৈছে।

স্তম্ভলেখ আঁকি নোলোৱাকৈ স্বাধীনভাৱেও বাৰংবাৰতা বহুভুজ আঁকিব পাৰি। ইয়াৰ বাবে আমি তথ্যত ব্যৱহাৰ হোৱা শ্ৰেণী অন্তৰালসমূহৰ মধ্যবিন্দুবোৰ পাব লাগিব। এই মধ্যবিন্দুবোৰকে কোৱা হয় শ্ৰেণী অন্তৰালসমূহৰ শ্ৰেণী-চিহ্ন (class-marks)।

কোনো শ্ৰেণী অন্তৰালৰ শ্ৰেণী-চিহ্ন নিৰ্ণয় কৰিবলৈ আমি শ্ৰেণীটোৰ নিম্নসীমা আৰু উচ্চসীমাৰ সমষ্টি উলিয়াই 2ৰে ভাগ কৰোঁ। এনেদৰে,

$$\text{শ্ৰেণী চিহ্ন} = \frac{\text{উচ্চসীমা} + \text{নিম্নসীমা}}{2}$$

এটি উদাহৰণ লোৱা যাওক।

উদাহৰণ 9 : কোনো এখন নগৰৰ জীৱন ধাৰণৰ ব্যয় সূচকৰ ওপৰত চলোৱা এক অধ্যয়নৰ সাপ্তাহিক পৰ্যবেক্ষণৰ তথ্যসমূহ নিম্নোক্ত তালিকাত দিয়া ধৰণে পোৱা গ'ল।

সাৰণী 14.10

জীৱন ধাৰণৰ ব্যয় সূচক	সপ্তাহৰ সংখ্যা
140–150	5
150–160	10
160–170	20
170–180	9
180–190	6
190–200	2
মুঠ	52

স্তম্ভলেখ অংকণ নকৰাকৈ তথ্যৰাজিৰ পৰা এটা বাৰংবাৰতা বহুভুজ অংকন কৰা।

সমাধান : যিহেতু স্তম্ভলেখৰ সহায় নোলোৱাকৈ এটা বাৰংবাৰতা বহুভুজ আঁকিব বিচৰা হৈছে গতিকে প্ৰদত্ত শ্ৰেণীসমূহ যেনে 140–150, 150–160,.... আদিৰ শ্ৰেণী চিহ্নবোৰ উলিয়াই লব লাগিব। 140–150 শ্ৰেণীটোৰ ক্ষেত্ৰত উচ্চসীমা = 150 আৰু নিম্নসীমা = 140

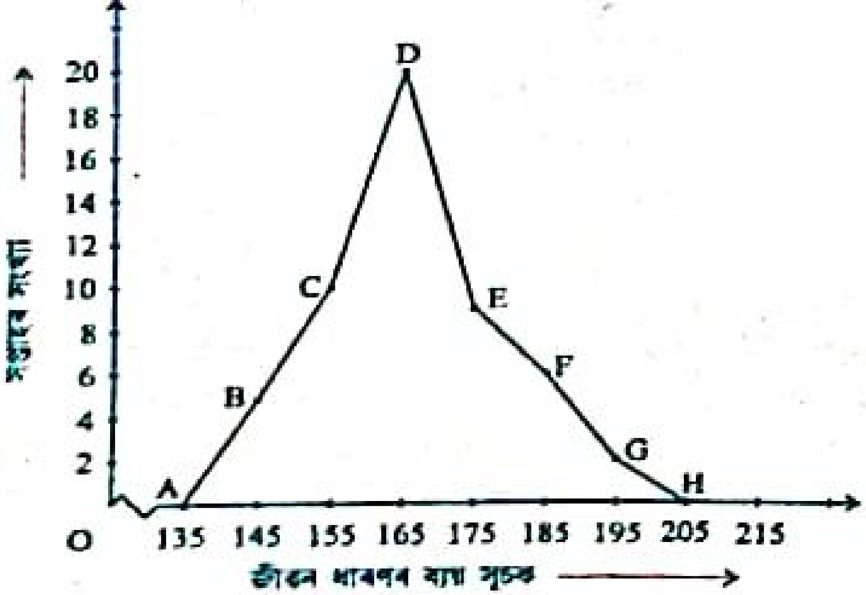
$$\text{গতিকে শ্ৰেণী চিহ্ন} = \frac{150+140}{2} = \frac{290}{2} = 145$$

একে নিয়মেৰে আমি অন্যান্য শ্ৰেণীসমূহৰো শ্ৰেণী-চিহ্ন উলিয়াই লওহক। গতিকে, এনেদৰে পোৱা নতুন তালিকা নিম্নোক্তধৰণৰ হ'ব।

তালিকা 14.11

শ্ৰেণী	শ্ৰেণী-চিহ্ন	বাৰম্বাৰতা
140–150	145	5
150–160	155	10
160–170	165	20
170–180	175	9
180–190	185	6
190–200	195	2
মুঠ		52

এতিয়া অনুভূমিক অক্ষত শ্ৰেণী-চিহ্নসমূহ আৰু উলম্ব অক্ষত অনুৰূপ বাৰংবাৰতাবোৰ বহুৱাই আমি B(145, 5), C(155, 10), D(165, 20), E(175, 9), F(185, 6) আৰু G(195, 2) বিন্দুবোৰ বহুৱাব পাৰো আৰু সেইবোৰক একানিক্ৰমে ৰেখাখণ্ডৰে সংলগ্ন কৰি বাৰংবাৰতা বহুভূজটো অঁকিব পাৰো। আমি এইটো পাহৰা উচিত নহ'ব যে নিম্নতম শ্ৰেণী 140–150ৰ ঠিক পূৰ্বৰ শূন্য বাৰংবাৰতা সূচোৱা শ্ৰেণীটোৰ শ্ৰেণী-চিহ্ন অৰ্থাৎ A(135, 0) আৰু G(195, 2)ৰ ঠিক পিছৰ H (205, 0) বিন্দুকো বহুভূজটোৰ সৈতে সংলগ্ন কৰিব লাগিব। গতিকে উপলব্ধ বাৰংবাৰতা বহুভূজটো হ'ব ABCDEFGH (চিত্ৰ 14.8)



চিত্ৰ 14.8

বাৰংবাৰতা বহুভুজ ব্যৱহাৰ কৰা হয় যেতিয়া তথ্য অবিচ্ছিন্ন আৰু পৰিমাণত বৃহৎ হয়। একে প্ৰকৃতিৰ দুবিধ ভিন্ন তথ্যৰ তুলনা কৰাৰ ক্ষেত্ৰত ই বৰ কাৰ্যকৰী হয়। উদাহৰণ স্বৰূপে যেতিয়া একে শ্ৰেণীৰ দুটা বেলেগ বেলেগ অংশৰ পাৰদৰ্শিতাৰ তুলনা কৰিবলগীয়া হয়।

অনুশীলনী 14.3

1. বিশ্বৰ সকলোতে 15–44 (বছৰ) বয়সৰ মহিলাৰ মাজত অসুস্থতা আৰু মৃত্যুৰ কাৰণ বিচাৰি কোনো এটা সংগঠনে এক জৰীপ চলাইছিল আৰু নিম্নোক্ত তথ্যসমূহ (% ত) লাভ কৰিছিল

ক্ৰমিক নং	কাৰণ	মহিলাৰ মৃত্যুৰ হাৰ (%)
1.	প্ৰসৱকালীন স্বাস্থ্যৰ অৱস্থা (Reproductive health condition)	31.8
2.	স্নায়বিক মনোবিকাৰগ্ৰস্ত অৱস্থা (Neuropsychiatric conditions)	25.4
3.	আঘাতৰ সমস্যা (Injuries)	12.4
4.	হৃদযন্ত্ৰ সম্পৰ্কীয় অৱস্থা (Cardiovascular conditions)	4.3
5.	শ্বাস-প্ৰশ্বাস সম্পৰ্কীয় অৱস্থা (Respiratory conditions)	4.1
6.	অন্যান্য কাৰণসমূহ	22.0

(i) ওপৰোক্ত তথ্যখিনিক লৈখিকভাৱে উপস্থাপন কৰা।

(ii) সমগ্ৰ বিশ্বত মহিলাৰ অসুস্থ স্বাস্থ্য আৰু মৃত্যুৰ ক্ষেত্ৰত কোনটো অৱস্থাক প্ৰধান কাৰণ হিচাপে গণ্য কৰা হয়?

(iii) তোমাৰ শিক্ষকৰ সহায়ত (ii)ত প্ৰধান কাৰণৰূপে উল্লেখিত কাৰণসমূহৰ ভিতৰত প্ৰধান ভূমিকা লোৱা দুটা কাৰণ নিৰ্ণয় কৰিবলৈ চেষ্টা কৰা।

2. ভাৰতীয় সমাজৰ বিভিন্ন স্তৰৰ মাজত প্ৰতি হাজাৰ ল'ৰাৰ বিপৰীতে ছোৱালীৰ সংখ্যা (আসন্ন দহকত) নিম্নোক্ত ধৰণৰ—

স্তৰ	প্ৰতি হেজাৰ ল'ৰাৰ বিপৰীতে ছোৱালীৰ সংখ্যা
অনুসূচিত জাতি (SC)	940
অনুসূচিত জনজাতি (ST)	970
SC/ST নোহোৱা	920
পিছপৰা জিলা	950
পিছ নপৰা জিলা	920
গ্ৰাম্য	930
নগৰীয়া	910

(i) ওপৰোক্ত তথ্যক দণ্ড লেখৰ সহায়ত উপস্থাপন কৰা।

(ii) লেখটোৰ পৰা কি সিদ্ধান্তত উপনীত হ'ব পাৰি শ্ৰেণী কোঠাত আলোচনা কৰা।

3. কোনো ৰাজ্য বিধান সভাৰ নিৰ্বাচনত বিভিন্ন ৰাজ্যলৈ দলসমূহে লাভ কৰা আসনৰ সংখ্যাসমূহ তলত উল্লেখ কৰা হ'ল।

ৰাজনৈতিক দল	A	B	C	D	E	F
জয়ী আসনৰ সংখ্যা	75	55	37	29	10	37

(i) নিৰ্বাচনৰ ফলাফলসমূহ দণ্ডলেখৰ সহায়ত উপস্থাপন কৰা।

(ii) কোনটো ৰাজনৈতিক দলে সৰ্বোচ্চ সংখ্যক আসনত বিজয়ী হৈছিল?

4. এডাল গছৰ 40 টা পাতৰ দীঘ আসন্ন মিলিমিটাৰলৈ জুখি উলিওৱা হ'ল আৰু প্ৰাপ্ত তথ্যসমূহক নিম্নোক্ত তালিকাত উল্লেখ কৰা হ'ল।

দীঘ (মিলিমিটাৰত)	পাতৰ সংখ্যা
118–126	3
127–135	5
136–144	9
145–153	12
154–162	5
163–171	4
172–180	2

(i) প্ৰদত্ত তথ্যখিনিৰে এটা স্তম্ভলেখ অংকণ কৰা। (ইংগিত : প্ৰথমে শ্ৰেণী অন্তৰালবোৰ অবিচ্ছিন্ন ৰূপত প্ৰকাশ কৰা)।

(ii) একেখিনি তথ্যৰ বাবে অন্য কিবা উপযুক্ত লৈখিক উপস্থাপন আছেনে?

(iii) সৰ্বোচ্চ সংখ্যক পাতৰ দীঘ 153 মিঃমিঃ বুলি মন্তব্য আগবঢ়োৱা কথাটো শুদ্ধ হ'বনে? কিয়?

5. নিম্নোক্ত তালিকাখনে 400 টা নিয়ন লেম্পৰ আয়ুকাল দেখুৱাইছে :

আয়ুকাল (ঘন্টাত)	লেম্পৰ সংখ্যা
300–400	14
400–500	56
500–600	60
600–700	86
700–800	74
800–900	62
900–1000	48

(i) প্ৰদত্ত তথ্যখিনিক স্তম্ভলেখৰ সহায়ত উপস্থাপন কৰা।

(ii) 700 ঘণ্টাতকৈ অধিক আয়ুকালৰ লেম্পৰ সংখ্যা কিমান?

6. নিম্নোক্ত তালিকাখনত প্ৰাপ্ত নম্বৰৰ ভিত্তিত দুটা শাখাৰ ছাত্ৰ/ছাত্ৰীৰ বিতৰণ উল্লেখ কৰা আছে—

A-শাখা		B-শাখা	
নম্বৰ	বাৰংবাৰতা	নম্বৰ	বাৰংবাৰতা
0–10	3	0–10	5
10–20	9	10–20	19
20–30	17	20–30	15
30–40	12	30–40	10
40–50	9	40–50	1

একেটা লেখতে উভয় শাখাৰ ছাত্ৰ/ছাত্ৰীৰ নম্বৰসমূহ দুটা বাৰংবাৰতা বহুভুজৰ দ্বাৰা উপস্থাপন কৰি দেখুওৱা। বহুভুজ দুটাৰ পৰা শাখা দুটাৰ পাৰদৰ্শিতাৰ তুলনা কৰা।

7. এখন ক্ৰিকেট খেলত দুটা দল A আৰু Bয়ে প্ৰথম 60 টা বলত লাভ কৰা ৰাণসংখ্যাবোৰ তলত উল্লেখ কৰা হ'ল ঃ

বলৰ সংখ্যা	দল A	দল B
1–6	2	5
7–12	1	6
13–18	8	2
19–24	9	10
25–30	4	5
31–36	5	6
37–42	6	3
43–48	10	4
49–54	6	8
55–60	2	10

একেটা লেখতে দুটা বাৰংবাৰতা বহুভুজ আঁকি উভয় দলৰ তথ্যসমূহ প্ৰকাশ কৰা।
(ইংগিত ঃ প্ৰথমতে শ্ৰেণী অন্তৰালসমূহ অবিচ্ছিন্ন ৰূপত সজাই লোৱা)

8. এখন প্ৰমোদ কাননত ক্ৰীড়াৰত বিভিন্ন পৰ্যায়ৰ বয়সৰ শিশুৰ সংখ্যাৰ ওপৰত চলোৱা যাদৃচ্ছিক জৰীপ এটাৰ তথ্যসমূহ আছিল নিম্নোক্ত ধৰণৰ—

বয়স (বছৰৰ হিচাপত)	শিশুৰ সংখ্যা
1–2	5
2–3	3
3–5	6
5–7	12
7–10	9
10–15	10
15–17	4

ওপৰোক্ত তথ্যক প্ৰকাশ কৰাকৈ এটা স্তম্ভলেখ আঁকা।

9. এখন স্থানীয় টেলিফোন ডাইৰেক্টৰীৰ পৰা যাদৃচ্ছিকভাৱে 100 টা উপাধি বাছনি কৰা হ'ল আৰু এই উপাধিবোৰত ইংৰাজী বৰ্ণমালাৰ আখৰসমূহৰ বাৰংবাৰতা বিভাজন তলত দিয়া ধৰণে পোৱা গ'ল—

আখৰৰ সংখ্যা	উপাধিৰ সংখ্যা
1–4	6
4–6	30
6–8	44
8–12	16
12–20	4

(i) প্ৰদত্ত তথ্যখিনিক প্ৰতিফলিত কৰাকৈ এটা স্তম্ভলেখ আঁকা।

(ii) সৰ্বাধিক সংখ্যাৰ উপাধি থকা শ্ৰেণী অন্তৰালটো উল্লেখ কৰা।

14.5 কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তিৰ মাপ (Measures of Central Tendency)

এই অধ্যায়ৰ প্ৰথমফালে আমি বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকা, দণ্ডলেখ, স্তম্ভলেখ আৰু বাৰংবাৰতা বহুভূজ আদি বিভিন্ন ৰূপত তথ্যক উপস্থাপন কৰি আহিছো। এতিয়া প্ৰশ্ন হয়— তথ্যক 'বুজি পাবলৈ' তাৰ আটাইখিনিকে অধ্যয়ন কৰাৰ সদায় প্ৰয়োজন আছেনে, নতুবা তথ্যৰ কিছুমান প্ৰতিনিধিত্বকাৰী মান বিবেচনা কৰিও ইয়াৰ গুৰুত্বপূৰ্ণ দিশবোৰ বুজিব পাৰি? কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তি (প্ৰৱণতা)ৰ মাপ নাইবা গড় মান ব্যৱহাৰ কৰিও তথ্য সম্পৰ্কে বহু কথা জানিব পাৰি।

এটা পৰিস্থিতি কল্পনা কৰা য'ত দুগৰাকী বিদ্যাৰ্থী মেৰী আৰু হৰিয়ে তেওঁলোকৰ পৰীক্ষাৰ মূল্যাংকিত উত্তৰবহীবোৰ ঘূৰাই পোৱা বুলি কোৱা হৈছে। পৰীক্ষাটোত প্ৰতিটো প্ৰশ্নৰ বাবে 10 নম্বৰকৈ মুঠ 5 টা প্ৰশ্ন আছিল। তেওঁলোকে লাভ কৰা নম্বৰবোৰ এনে ধৰণৰ—

প্ৰশ্ন নং	1	2	3	4	5
মেৰীৰ প্ৰাপ্ত নম্বৰ	10	8	9	8	7
হৰিৰ প্ৰাপ্ত নম্বৰ	4	7	10	10	10

প্ৰশ্নোত্তৰ বহীবোৰ ওভতাই পোৱাৰ পিছত উভয়ে দেখিলে যে তেওঁলোকে লাভ কৰা গড় নম্বৰসমূহ নিম্নোক্ত ধৰণৰ হৈছে—

মেৰীৰ নম্বৰৰ গড় = $\frac{42}{5} = 8.4$

হৰিৰ নম্বৰৰ গড় = $\frac{41}{5} = 8.2$

যিহেতু হৰিৰ গড় নম্বৰতকৈ মেৰীৰ গড় নম্বৰ অধিক, গতিকে মেৰীয়ে হৰিতকৈ অধিক পাৰদৰ্শিতা দেখুওৱা বুলি দাবী কৰিলে কিন্তু হৰিয়ে এই দাবী মানিবলৈ সন্মত নহ'ল। তেওঁ উভয়ৰে নম্বৰসমূহ ঊৰ্ধক্ৰমত সজালে আৰু দুয়োটা ক্ৰমৰ পৰা তলত উল্লেখ কৰা ধৰণে মধ্যমানবোৰ উলিয়ালে।

মেৰীৰ নম্বৰ	7	8	(8)	9	10
হৰিৰ নম্বৰ	4	7	(10)	10	10

হৰিয়ে ক'লে যে যিহেতু তেওঁৰ নম্বৰসমূহৰ একেবাৰে সোঁমাজৰ নম্বৰটো 10 যিটো মেৰীয়ে লাভ কৰা অনুৰূপ নম্বৰ 8তকৈ অধিক গতিকে উন্নততৰ পাৰদৰ্শিতাৰ বাবে তেওঁহে মান্যতা পাব লাগে।

কিন্তু এনে যুক্তিত মেৰী পতিয়ন নগ'ল। মেৰীক সৈমান কৰিবলৈ হৰিয়ে তেতিয়া আন এটা কৌশল ৰচনা কৰিলে। তেওঁ ক'লে যে 10 নম্বৰটো তেওঁ মেৰীতকৈ অধিকবাৰ (3 বাৰ) লাভ কৰিছে, য'ত মেৰীয়ে মাত্ৰ এবাৰহে 10 নম্বৰ পাইছে। গতিকে তেওঁৰ পাৰদৰ্শিতা উন্নততৰ।

এতিয়া হৰি আৰু মেৰীৰ মাজৰ বিবাদ নিষ্পত্তি কৰিবলৈ তেওঁলোক দুজনে নিজৰ নিজৰ যুক্তি সাব্যস্ত কৰাৰ বাবে অনুসৰণ কৰা পদ্ধতি তিনিটা চালি জাৰি চাবা যাওক।

প্ৰথম ক্ষেত্ৰত মেৰীয়ে লাভ কৰা গড় মানটো হ'ল, মাধ্য (mean)। হৰিয়ে আত্মপক্ষ সমৰ্থনত ব্যৱহাৰ কৰা সোঁমাজৰ মানটো হ'ল মধ্যমা (median)। হৰিয়ে দ্বিতীয় ক্ষেত্ৰত ব্যৱহাৰ কৰা কেবাবাৰো লাভ কৰা নম্বৰটো হ'ল বহুলক (mode)।

এতিয়া প্ৰথমে মাধ্যৰ ধাৰণাটো কিছু বিতংভাৱে চোৱা যাওক।

কোনো নিৰ্দিষ্ট সংখ্যক পৰ্যবেক্ষণৰ মাধ্য (বা গড়) হ'ল আটাইবোৰ পৰ্যবেক্ষণৰ সমষ্টিক পৰ্যবেক্ষণৰ মুঠ সংখ্যাৰে কৰা ভাগফল। ইয়াক $\bar{x}$ প্ৰতিকেৰে সূচোৱা হয় আৰু 'x বাৰ' (ইংৰাজী 'bar' শব্দৰ অসমীয়া উচ্চাৰণ) বুলি পঢ়া হয়।

এটি উদাহৰণ লোৱা যাওক—

উদাহৰণ 10 : 5 গৰাকী ব্যক্তিক তেওঁলোকৰ সম্প্ৰদায়ৰ বাবে স্বাজহুৱা কামত এসপ্তাহত খৰচ কৰা সময়ৰ বিষয়ে সোধা হৈছিল। তেওঁলোকে যথাক্ৰমে 10, 7, 13, 20 আৰু 15 ঘণ্টা বুলি জনাইছিল। সপ্তাহত তেওঁলোকে ৰাজহুৱা কামত আত্মনিয়োগ কৰা সময়ৰ মাধ্য (বা গড়) উলিওৱা।

সমাধান : আমি ইতিমধ্যে পূৰ্বৰ শ্ৰেণীতে আলোচনা কৰি আহিছো যে কোনো নিৰ্দিষ্ট সংখ্যক পৰ্যবেক্ষণৰ মাধ্য হ'ল— $\dfrac{\text{আটাইবোৰ পৰ্যবেক্ষণৰ সমষ্টি}}{\text{মুঠ পৰ্যবেক্ষণৰ সংখ্যা}}$

মাধ্য নিৰ্ণয়ৰ কামটো সৰলীকৰণ কৰাৰ বাবে আমি i-তম পৰ্যবেক্ষণটো বুজাবলৈ এটা চলক xi ব্যৱহাৰ কৰোঁহক। এইটো ক্ষেত্ৰত i-ৰ মানবোৰ হ'ব 1ৰ পৰা 5লৈ। গতিকে আমাৰ প্ৰথম পৰ্যবেক্ষণ হ'ল x_1, দ্বিতীয় পৰ্যবেক্ষণ x_2, আৰু এনেদৰে শেষৰটো হ'ল x_5। আকৌ $x_1 = 10$ ৰ অৰ্থ হ'ল— প্ৰথম পৰ্যবেক্ষণ x_1 যাৰ মান 10। একেদৰে, $x_2 = 7$, $x_3 = 13$, $x_4 = 20$ আৰু $x_5 = 15$।

সেইবাবে, মাধ্য $\bar{x} = \dfrac{\text{আটাইবোৰ পৰ্যবেক্ষণৰ সমষ্টি}}{\text{মুঠ পৰ্যবেক্ষণৰ সংখ্যা}}$

$$= \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{5}$$

$$= \frac{10 + 7 + 13 + 20 + 15}{5}$$

$$= \frac{65}{5}$$

$$= 13$$

গতিকে, সপ্তাহত ৰাজহুৱা কামত ব্যক্তি 5 গৰাকীয়ে আত্মনিয়োগ কৰা সময়ৰ মাধ্য 13 ঘণ্টা।

এতিয়া, সামাজিক কামত 30 গৰাকী ব্যক্তিয়ে খৰচ কৰা সময়ৰ মাধ্য উলিয়াবলৈ $x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_{30}$ লিখি থকাটো এক বিৰক্তিকৰ ব্যাখ্যা হ'ব। আমি সমষ্টি বুজাবৰ বাবে গ্ৰীক চিহ্ন Σ (Sigma আখৰৰ বাবে) ব্যৱহাৰ কৰো। $x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_{30}$ লিখাৰ পৰিবৰ্তে আমি লিখো $\sum_{i=1}^{30} x_i$, যাক পঢ়া হয় x_i ৰ সমষ্টি বুলি, য'ত i ৰ মান 1ৰ পৰা 30 লৈ সলনি হয়।

গতিকে, $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{30} x_i}{30}$

সেইদৰে, n সংখ্যক পৰ্যবেক্ষণৰ বাবে—

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

উদাহৰণ 11 : উদাহৰণ-2ত উল্লেখ কৰা কোনো এখন বিদ্যালয়ৰ নৱম শ্ৰেণীৰ 30 গৰাকী ছাত্ৰ/ছাত্ৰীৰ মূল্যাংকসমূহৰ মাধ্য উলিওৱা।

সমাধান : ইয়াত, $\bar{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \ldots + x_{30}}{30}$

$$\frac{\sum_{i=1}^{30} x_i}{30} = 10 + 20 + 36 + 92 + 95 + 40 + 50 + 56 + 60 + 70$$
$$+ 92 + 88 + 80 + 70 + 72 + 70 + 36 + 40 + 36 + 40$$
$$+ 92 + 40 + 50 + 50 + 56 + 60 + 70 + 60 + 60 + 88$$
$$= 1779$$

গতিকে, $\bar{x} = \dfrac{1779}{30} = 59.3$

পদ্ধতিটো সময় সাপেক্ষে (সময় লগা) নহয়নে? আমি ইয়াক সৰলীকৰণ কৰিব নোৱাৰোনে? মন কৰা যে এই তথ্যসমূহৰ বাবে আমি এখন বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকা প্ৰস্তুত কৰি আহিছো (তালিকা 14.1 দ্ৰষ্টব্য)।

তালিকাখনৰ পৰা আমি পাওঁ যে 1জন ছাত্ৰই 10 নম্বৰ, 1জনে 20 নম্বৰ, 3জনে 36 নম্বৰ, 4জনে 40 নম্বৰ, 3জনে 50 নম্বৰ, 2জনে 56 নম্বৰ, 4জনে 60 নম্বৰ, 4জনে 70 নম্বৰ, 1জনে 72 নম্বৰ, 1জনে 80 নম্বৰ, 2জনে 88 নম্বৰ, 3জনে 92 নম্বৰ আৰু 1জনে 95 নম্বৰ পাইছে।

গতিকে, মুঠ প্ৰাপ্ত নম্বৰ $= (1 \times 10) + (1 \times 20) + (3 \times 36) + (4 \times 40) + (3 \times 50)$
$+ (2 \times 56) + (4 \times 60) + (4 \times 70) + (1 \times 72)$
$+ (1 \times 80) + (2 \times 88) + (3 \times 92) + (1 \times 95)$
$= f_1x_1 + f_2x_2 + \ldots + f_{13}x_{13},$

য'ত f_i হ'ল 14.1 তালিকাত i-তম প্ৰবিষ্টিৰ (entry) বাৰংবাৰতা

যোগফলতে, ইয়াক আমি লিখো $\sum_{i=1}^{13} f_i x_i$

গতিকে মুঠ প্ৰাপ্ত নম্বৰ = $\sum_{i=1}^{13} f_i x_i$

$= 10 + 20 + 108 + 160 + 150 + 112 + 240 + 280 + 72 + 80 + 176 + 276 + 95$

$= 1779$

এতিয়া মুঠ পৰ্যবেক্ষণৰ সংখ্যা = $\sum_{i=1}^{13} f_i$

$= f_1 + f_2 + \ldots + f_{13}$

$= 1 + 1 + 3 + 4 + 3 + 2 + 4 + 4 + 1 + 1 + 2 + 3 + 1$

$= 30$

গতিকে, মাধ্য $\bar{x}$ = $\dfrac{\text{আটাইবোৰ পৰ্যবেক্ষণৰ সমষ্টি}}{\text{মুঠ পৰ্যবেক্ষণৰ সংখ্যা}}$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{13} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{13} f_i}$$

$$= \frac{1779}{30}$$

$= 59.3$

তালিকা 14.1ৰ পৰিবৰ্তিত ৰূপৰ এই পদ্ধতিটোক নিম্নোক্ত তালিকাৰ ধৰণে প্ৰদৰ্শন কৰিব পাৰি—

তালিকা 14.12

নম্বৰ (x_i)	ছাত্ৰছাত্ৰীৰ সংখ্যা (f_i)	$f_i x_i$
10	1	10
20	1	20
36	3	108
40	4	160
50	3	150
56	2	112
60	4	240
70	4	280
72	1	72
80	1	80
88	2	176
92	3	276
95	1	95
	$\sum_{i=1}^{13} f_i = 30$	$\sum_{i=1}^{13} f_i x_i = 1779$

এনেদৰে, অবৰ্গীকৃত (অশ্ৰেণীভুক্ত) বাৰংবাৰতা বিভাজনৰ ক্ষেত্ৰত ব্যৱহাৰ কৰিব পৰা সূত্ৰটো হ'ল—

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

যিয়ে আমাৰ মাধ্যৰ মান দিয়ে।

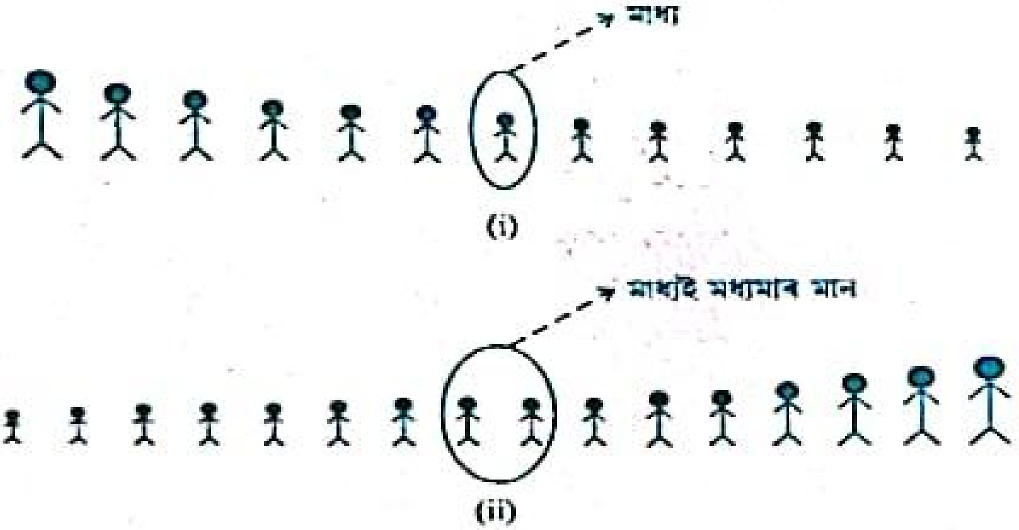
এতিয়া হৰি আৰু মেৰীৰ যুক্তি ভিত্তিক বিবাদৰ প্ৰসংগলৈ আমি পুনৰ উভতি যাওহঁক আৰু একেবাৰে সৌমাজৰ মূল্যাংকটো উলিয়াই উন্নততৰ পাৰদৰ্শিতা দেখুওৱা বুলি হৰিয়ে দ্বিতীয় ক্ষেত্ৰত আগবঢ়োৱা যুক্তিখিনি গমি চোৱা যাওক। ইতিমধ্যে উল্লেখ কৰাৰ দৰে কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তিৰ এই জোখক মধ্যমা আখ্যা দিয়া হয়।

মধ্যমা হ'ল নিৰ্দিষ্ট সংখ্যক পৰ্যবেক্ষণৰ এনে এটা মান যিয়ে ইয়াক (পৰ্যবেক্ষণসমূহক) ঠিক দুই অংশত সমানে ভাগ কৰে। গতিকে, যেতিয়া অবৰ্গীকৃত তথ্যক উৰ্ধক্ৰম (বা অধঃক্ৰম)ত সজোৱা হয়, তেতিয়া ইয়াৰ মধ্যমাক নিম্নোক্ত ধৰণে গণনা কৰি উলিওৱা হয়—

(i) পর্যবেক্ষণৰ সংখ্যা (n) অযুগ্ম হ'লে $\left(\frac{n+1}{2}\right)$তম পর্যবেক্ষণটোৱে হ'ব মধ্যমাৰ মান।

উদাহৰণ স্বৰূপে যদি $n = 13$, তেতিয়া $\frac{13+1}{2} = 7$ ম পর্যবেক্ষণটোৱে হ'ল মধ্যমাৰ মান (চিত্ৰ 14.9 (i) দ্ৰষ্টব্য)

(ii) পর্যবেক্ষণৰ সংখ্যা (n) যুগ্ম হ'লে, $\left(\frac{n}{2}\right)$তম আৰু $\left(\frac{n}{2}+1\right)$তম পর্যবেক্ষণ দুটাৰ মাধ্যই (mean) হ'ব মধ্যমাৰ মান। উদাহৰণ স্বৰূপে, $n = 16$ৰ ক্ষেত্ৰত $\frac{16}{2} = 8$ ম আৰু $\frac{16}{2} + 1 = 9$ম পর্যবেক্ষণৰ মাধ্যই হ'ব মধ্যমাৰ মান (চিত্ৰ 14.9 (ii) দ্ৰষ্টব্য)।



(i) (ii)

চিত্ৰ 14.9

কিছুমান উদাহৰণৰ জৰিয়তে এই কথাখিনি ব্যাখ্যা কৰোহক।

উদাহৰণ 12 : এটা শ্ৰেণীৰ 9 গৰাকী ছাত্ৰ/ছাত্ৰীৰ উচ্চতা (চে.মি.ত) নিম্নোক্ত ধৰণে দিয়া আছে—

155 160 145 149 150 147 152 144 148

তথ্যখিনিৰ মধ্যমা উলিওৱা।

সমাধান : সর্বপ্ৰথমে তথ্যখিনি ঊৰ্দ্ধক্ৰমত সজোৱা হ'ল যেনে—

144 145 147 148 149 150 152 155 160

যিহেতু ছাত্ৰ/ছাত্ৰীৰ সংখ্যা, 9 এক অযুগ্ম সংখ্যা গতিকে, $\frac{n+1}{2} = \frac{9+1}{2}$ = 5ম ছাত্ৰ/ছাত্ৰী গৰাকীৰ উচ্চতা উলিয়াই আমি তথ্যখিনিৰ মধ্যমা পাব পাৰো আৰু ইয়াত মধ্যমা হ'ল 5ম গৰাকী ছাত্ৰ/ছাত্ৰীৰ উচ্চতা অৰ্থাৎ 149 চে.মি.।

উদাহৰণ 13 : এলানি খেলত এটা 'কাবাদী' দলে অৰ্জন কৰা পইণ্টসমূহ হ'ল এনেধৰণৰ—

17, 2, 7, 27, 15, 5, 14, 8, 10, 24, 48, 10, 8, 7, 18, 28

দলটোৱে লাভ কৰা পইণ্টৰ মধ্যমা উলিওৱা।

সমাধান : দলটোৱে অৰ্জন কৰা পইণ্টসমূহক ঊৰ্দ্ধক্ৰমত সজাই আমি পাওঁ—

2, 5, 7, 7, 8, 8, 10, 10, 14, 15, 17, 18, 24, 27, 28, 48.

ইয়াত মুঠ পদৰ সংখ্যা 16; গতিকে মধ্যপদ দুটা যেনে—

$\frac{16}{2}$ = 8ম পদ আৰু $\frac{16}{2} + 1$ = 9মপদ

গতিকে, কাবাডী দলটোৱে অৰ্জন কৰা মধ্যমা পইণ্ট হ'ল 12

হৰি আৰু মেৰীৰ অমীমাংসিত বিবাদৰ প্ৰসংগলৈ আমি আকৌ ঘূৰি যাওঁহক। গড় উলিয়াবলৈ হৰিয়ে ব্যৱহাৰ কৰা তৃতীয় জোখটো হ'ল 'বহুলক' (*mode*)।

বহুলক হ'ল কোনো নিৰ্দিষ্ট সংখ্যক পৰ্যবেক্ষণৰ সেইটো মান, যিটো আটাইতকৈ বেছি সঘনাই আবিৰ্ভাব হয়। অৰ্থাৎ, সৰ্বোচ্চ বাৰংবাৰতা যুক্ত পৰ্যবেক্ষণটোকে বহুলক আখ্যা দিয়া হয়।

বেডিমেড সাজ-পোছাক আৰু জোতা প্ৰস্তুত কাৰক উদ্যোগসমূহে কেন্দ্ৰীয় প্ৰৱণতাৰ এই মাপটো বহুলভাৱে ব্যৱহাৰ কৰে। বহুলকৰ জ্ঞান ব্যৱহাৰ কৰি এই উদ্যোগসমূহে সিদ্ধান্ত লয় কোন আকাৰৰ সামগ্ৰীৰ উৎপাদন সৰহ সংখ্যাত কৰিব লাগিব।

এটা উদাহৰণৰ সহায়ত আমি ইয়াৰ ব্যাখ্যা আগবঢ়াম।

উদাহৰণ 14 : 20 জন ছাত্ৰই লাভ কৰা নিম্নোক্ত নম্বৰ (10ৰ ভিতৰত) সমূহৰ বহুলক উলিওৱা :

4, 6, 5, 9, 3, 2, 7, 7, 6, 5, 4, 9, 10, 10, 3, 4, 7, 6, 9, 9

সমাধান : এই তথ্যখিনিক আমি নিম্নোক্ত ৰূপত সজাই লওঁহক—

2, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 9, 9, 9, 9, 10, 10

ইয়াত আটাইতকৈ সঘনাই আবিৰ্ভাৱ হোৱা সংখ্যাটো হ'ল 9 (মুঠ 4 বাৰ)। গতিকে তথ্যবাজিৰ বহুলক 9।

উদাহৰণ 15 : এটা কাৰখানাৰ সৰু গোট এটাৰ কথা বিবেচনা কৰা, য'ত চাকৰিয়ালৰ সংখ্যা 5 জন; এজন পৰিচালক আৰু 4 জন বনুৱা। বনুৱা কেইজনৰ প্ৰতিজনে মাহিলি 5,000 টকাকৈ আৰু পৰিচালকজনে 15,000 টকাকৈ দৰমহা পায়। কাৰখানাৰ এই গোটটোৰ দৰ্মহাৰ মাধ্য, মধ্যমা আৰু বহুলক নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান : মাধ্য = $\frac{5000+5000+5000+5000+15000}{5} = \frac{35000}{5} = 7000$

গতিকে গড় দৰমহা 7000 টকা (প্ৰতি মাহে)। মধ্যমা উলিয়াবলৈ, দৰমহাবোৰ উৰ্দ্ধক্ৰমত সজাই লোৱা হওক, যেনে—

5000, 5000, 5000, 5000, 15000

যিহেতু কাৰখানাটোত চাকৰিয়ালৰ সংখ্যা 5, গতিকে $\frac{5+1}{2}$ = 3য় পৰ্যবেক্ষণেই হ'ল মধ্যমাৰ মান। অৰ্থাৎ মধ্যমা 5000 টকা (প্ৰতি মাহে)।

দৰমহাৰ বহুলক উলিয়াবৰ বাবে আমি লক্ষ্য কৰো যে প্ৰদত্ত তথ্যৰ ভিতৰত 5000 যে সৰ্বাধিকবাৰ আবিৰ্ভাব হৈছে। গতিকে দৰমহাৰ বহুলক হ'ল 5000 টকা (মাহিলি)।

এতিয়া ওপৰোক্ত উদাহৰণত প্ৰদত্ত তথ্যবাজিৰ বাবে কেন্দ্ৰীয় প্ৰৱনতাৰ মাপবোৰৰ তুলনা কৰা। তোমালোকে বুজিব পাৰিছা যে গড় দৰমহা 7000 টকাই ব্যক্তিগতভাৱে তেওঁলোকৰ কোনো এজনৰ দৰমহাক আনকি আসন্নভাৱেও প্ৰতিফলিত নকৰে। আনহাতে, মধ্যমা আৰু বহুলক মান দুটাই তথ্যখিনিক কাৰ্যকৰীভাৱে প্ৰতিনিধিত্ব কৰিছে।

অতি বৃহৎ বা অতি ক্ষুদ্ৰ ধৰণৰ চূড়ান্ত মানসমূহে তথ্যৰ মাধ্যত প্ৰভাৱ পেলায়। এইটো হ'ল মাধ্যৰ দুৰ্বলতাসমূহৰ অন্যতম। গতিকে, কেনো তথ্যৰ কিছুমান পৰ্যবেক্ষণে যদি বেছিভাগ পৰ্যবেক্ষণৰ পৰা বহু বেছি দূৰৈত অৱস্থান কৰে (যেনে 1,7,8, 9, 9) তেন্তে এনে তথ্যৰ বাবে মাধ্য উপযুক্ত প্ৰতিনিধিত্বকাৰী মান নহয়। যিহেতু তথ্যত থকা চূড়ান্ত মানসমূহে মধ্যমা আৰু বহুলকক প্ৰভাবিত কৰিব নোৱাৰে, গতিকে তেনেক্ষেত্ৰত সিহঁতেহে গড়ৰ সঠিক অনুমান আগবঢ়াব পাৰে।

হৰি আৰু মেৰীৰ পৰিস্থিতিটোলৈ অকৌ আমি ঘূৰি যাওহঁক আৰু কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তিৰ মাপ তিনিটাৰ তুলনা কৰি চাওহঁক—

কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তিৰ মাপ	হৰি	মেৰী
মাধ্য	8.2	8.4
মধ্যমা	10	8
বহুলক	10	8

উক্ত তুলনাই সিদ্ধান্তত উপনীত হ'বলৈ আমাক সহায় কৰিছে এইবুলি যে কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তিৰ এই মাপবোৰ কোন ছাত্ৰ বা ছাত্ৰী অধিক পাৰদৰ্শী সেই বিষয়ে সিদ্ধান্ত আগবঢ়োৱাৰ বাবে পৰ্যাপ্ত নহয়। এনে মতামত দিবলৈ আমাক আৰু অধিক তথ্যৰ আৱশ্যক যিবোৰৰ বিষয়ে তোমালোকে উচ্চতৰ শ্ৰেণীত জানিব পাৰিবা।

অনুশীলনী 14.4

1. 10 খন এলানি খেলত এটা দলে লাভ কৰা গোলৰ সংখ্যা আছিল এনেধৰণৰ—
2, 3, 4, 5, 0, 1, 3, 3, 4, 3
এই গোলসমূহৰ মাধ্য, মধ্যমা আৰু বহুলক নির্ণয় কৰা।

2. গণিতৰ পৰীক্ষা এটাত 15 গৰাকী ছাত্র-ছাত্রীয়ে লাভ কৰা নম্বৰসমূহ (100 ৰ ভিতৰত) আছিল এনেধৰণৰ—
41, 39, 48, 52, 46, 62, 54, 40, 96, 52, 98, 40, 42, 52, 60
তথ্যখিনিৰ মাধ্য, মধ্যমা আৰু বহুলক উলিওৱা।

3. নিম্নোক্ত তথ্যসমূহ উৰ্দ্ধক্ৰমত সজোৱা আছে। যদি তথ্যখিনিৰ মধ্যমা 63 হয়, xৰ মান উলিওৱা—
29, 32, 48, 50, x, $x + 2$, 72, 78, 84, 95

4. 14, 25, 14, 28, 18, 17, 18, 14, 23, 22, 14, 18 এই তথ্যৰাজিৰ বহুলক নির্ণয় কৰা।

5. নিম্নোক্ত তালিকাৰ পৰা এটা কাৰখানাৰ 60 জন বনুৱাৰ দৰমহাৰ মাধ্য উলিওৱাঃ

দৰমহা (টকাত)	বনুৱাৰ সংখ্যা
3000	16
4000	12
5000	10
6000	8
7000	6
8000	4
9000	3
10000	1
মুঠ	60

6. এটা উদাহৰণ দিয়া য'ত—
(i) কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তিৰ বাবে মাধ্যই উপযুক্ত মাপ হিচাপে পৰিগণিত হয়।
(ii) কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তিৰ বাবে মাধ্য নহয়, মধ্যমাহে উত্তম মাপ হিচাপে পৰিগণিত হয়।

সমাধান : মাধ্য = $\frac{5000+5000+5000+5000+15000}{5} = \frac{35000}{5} = 7000$

গতিকে গড় দৰমহা 7000 টকা (প্ৰতি মাহে)। মধ্যমা উলিয়াবলৈ, দৰমহাবোৰ উৰ্ধক্ৰমত সজাই লোৱা হওক, যেনে—

5000, 5000, 5000, 5000, 15000

যিহেতু কাৰখনাটোত চাকৰিয়ালৰ সংখ্যা 5, গতিকে $\frac{5+1}{2}$ = 3য় পৰ্যবেক্ষণেই হ'ল মধ্যমাৰ মান। অৰ্থাৎ মধ্যমা 5000 টকা (প্ৰতি মাহে)।

দৰমহাৰ বহুলক উলিয়াবৰ বাবে আমি লক্ষ্য কৰো যে প্ৰদত্ত তথ্যৰ ভিতৰত 5000 য়ে সৰ্বাধিকবাৰ আৱিৰ্ভাৱ হৈছে। গতিকে দৰমহাৰ বহুলক হ'ল 5000 টকা (মাহিলি)।

এতিয়া ওপৰোক্ত উদাহৰণত প্ৰদত্ত তথ্যৰাজিৰ বাবে কেন্দ্ৰীয় প্ৰৱণতাৰ মাপবোৰৰ তুলনা কৰা। তোমালোকে বুজিব পাৰিছা যে গড় দৰমহা 7000 টকাই ব্যক্তিগতভাৱে তেওঁলোকৰ কোনো এজনৰ দৰমহাক আনকি আসন্নভাৱেও প্ৰতিফলিত নকৰে। আনহাতে, মধ্যমা আৰু বহুলক মান দুটাই তথ্যখিনিক কাৰ্যকৰীভাৱে প্ৰতিনিধিত্ব কৰিছে।

অতি বৃহৎ বা অতি ক্ষুদ্ৰ ধৰণৰ চূড়ান্ত মানসমূহে তথ্যৰ মাধ্যত প্ৰভাৱ পেলায়। এইটো হ'ল মাধ্যৰ দুৰ্বলতাসমূহৰ অন্যতম। গতিকে, কেনো তথ্যৰ কিছুমান পৰ্যবেক্ষণে যদি বেছিভাগ পৰ্যবেক্ষণৰ পৰা বহু বেছি দূৰৈত অৱস্থান কৰে (যেনে 1,7,8, 9, 9) তেন্তে এনে তথ্যৰ বাবে মাধ্য উপযুক্ত প্ৰতিনিধিত্বকাৰী মান নহয়। যিহেতু তথ্যত থকা চূড়ান্ত মানসমূহে মধ্যমা আৰু বহুলকক প্ৰভাৱিত কৰিব নোৱাৰে, গতিকে তেনেক্ষেত্ৰত সিহঁতেহে গড়ৰ সঠিক অনুমান আগবঢ়াব পাৰে।

হৰি আৰু মেৰীৰ পৰিস্থিতিটোলৈ অকৌ আমি ঘূৰি যাওঁহঁক আৰু কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তিৰ মাপ তিনিটাৰ তুলনা কৰি চাওঁহঁক—

কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তিৰ মাপ	হৰি	মেৰী
মাধ্য	8.2	8.4
মধ্যমা	10	8
বহুলক	10	8

উক্ত তুলনাই সিদ্ধান্তত উপনীত হ'বলৈ আমাক সহায় কৰিছে এইবুলি যে কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তিৰ এই মাপবোৰ কোন ছাত্ৰ বা ছাত্ৰী অধিক পাৰদৰ্শী সেই বিষয়ে সিদ্ধান্ত আগবঢ়োৱাৰ বাবে পৰ্যাপ্ত নহয়। এনে মতামত দিবলৈ আমাক আৰু অধিক তথ্যৰ আৱশ্যক যিবোৰৰ বিষয়ে তোমালোকে উচ্চতৰ শ্ৰেণীত জানিব পাৰিবা।

অনুশীলনী 14.4

1. 10 খন এলানি খেলত এটা দলে লাভ কৰা গোলৰ সংখ্যা আছিল এনেধৰণৰ—
2, 3, 4, 5, 0, 1, 3, 3, 4, 3
এই গোলসমূহৰ মাধ্য, মধ্যমা আৰু বহুলক নিৰ্ণয় কৰা।

2. গণিতৰ পৰীক্ষা এটাত 15 গৰাকী ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে লাভ কৰা নম্বৰসমূহ (100 ৰ ভিতৰত) আছিল এনেধৰণৰ—
41, 39, 48, 52, 46, 62, 54, 40, 96, 52, 98, 40, 42, 52, 60
তথ্যখিনিৰ মাধ্য, মধ্যমা আৰু বহুলক উলিওৱা।

3. নিম্নোক্ত তথ্যসমূহ উৰ্দ্ধক্ৰমত সজোৱা আছে। যদি তথ্যখিনিৰ মধ্যমা 63 হয়, xৰ মান উলিওৱা—
29, 32, 48, 50, x, $x + 2$, 72, 78, 84, 95

4. 14, 25, 14, 28, 18, 17, 18, 14, 23, 22, 14, 18 এই তথ্যৰাজিৰ বহুলক নিৰ্ণয় কৰা।

5. নিম্নোক্ত তালিকাৰ পৰা এটা কাৰখানাৰ 60 জন বনুৱাৰ দৰমহাৰ মাধ্য উলিওৱাঃ

দৰমহা (টকাত)	বনুৱাৰ সংখ্যা
3000	16
4000	12
5000	10
6000	8
7000	6
8000	4
9000	3
10000	1
মুঠ	60

6. এটা উদাহৰণ দিয়া য'ত—
(i) কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তিৰ বাবে মাধ্যই উপযুক্ত মাপ হিচাপে পৰিগণিত হয়।
(ii) কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তিৰ বাবে মাধ্য নহয়, মধ্যমাহে উত্তম মাপ হিচাপে পৰিগণিত হয়।

14.6 সাৰাংশ (Summary) :

এই অধ্যায়ত তোমালোকে নিম্নোক্ত বিষয়সমূহৰ বিষয়ে জানিব পাৰিলা :

1. নিৰ্দিষ্ট উদ্দেশ্যৰে সংগ্ৰহ কৰা যিকোনো সংঘটনা বা বিষয়কে তথ্য আখ্যা দিয়া হয়।
2. পৰিসংখ্যা বিজ্ঞান হ'ল তথ্যৰ উপস্থাপন, বিশ্লেষণ আৰু ব্যাখ্যাৰ সৈতে জড়িত অধ্যয়নৰ ক্ষেত্ৰ।
3. তথ্যক লৈখিকভাৱে দণ্ডলেখ, স্তম্ভলেখ আৰু বাৰংবাৰতা বহুভূজৰ ৰূপত কেনেকৈ প্ৰদৰ্শন কৰিব পাৰি।
4. অবৰ্গীকৃত বা অশ্ৰেণীভুক্ত তথ্যৰ বাবে কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তিৰ তিনিধৰণৰ মাপ হ'ল—

(i) মাধ্য : পৰ্যবেক্ষণৰ আটাইবোৰ মানৰ সমষ্টিক মুঠ পৰ্যবেক্ষণৰ সংখ্যাৰে ভাগ কৰি মাধ্য পাব পাৰি। ইয়াক $\bar{x}$ ৰে বুজোৱা হয়।

গতিকে, $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$

অবৰ্গীকৃত বাৰংবাৰতা বিভাজনৰ বাবে এই মান হ'ল

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

(ii) মধ্যমা : পৰ্যবেক্ষণৰ একেবাৰে মাজৰ মানটোৱেই হ'ল মধ্যমা।

n অযুগ্ম সংখ্যা হ'লে মধ্যমা $= \dfrac{n+1}{2}$ তম পৰ্যবেক্ষণৰ মান।

n যুগ্ম সংখ্যা হ'লে, মধ্যমা $= \left(\dfrac{n}{2}\right)$তম আৰু $\left(\dfrac{n}{2}+1\right)$তম পৰ্যবেক্ষণৰ মান দুটাৰ মাধ্য।

(iii) বহুলক : পৰ্যবেক্ষণৰ যিটো মানক আটাইতকৈ বেছি সঘনাই পোৱা যায় তাকেই বহুলক আখ্যা দিয়া হয়।