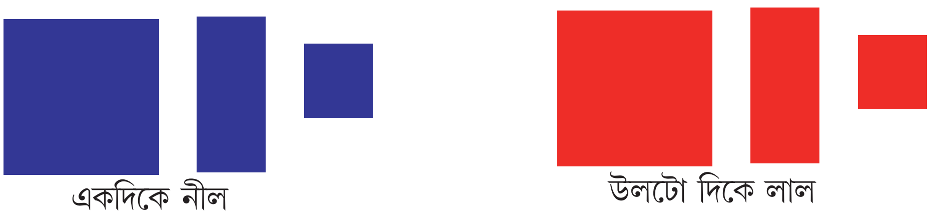
রঙিন পিচবোর্ডের বর্গক্ষেত্রাকার ও আয়তক্ষেত্রাকার টুকরো দিয়ে হাতেকলমে বীজগাণিতিক সংখ্যামালা বিয়োগ করার চেষ্টা করি।

$(3x^2 + 2x - 4) - (x^2 - x + 3)$ কত হয় দেখি।

(1) প্রথমে অনেকগুলি 2সেমি. × 2সেমি. মাপের বর্গক্ষেত্রাকার, 2সেমি. × 1সেমি. মাপের আয়তক্ষেত্রাকার ও 1সেমি. × 1সেমি. মাপের বর্গক্ষেত্রাকার পিচবোর্ডের কার্ড তৈরি করলাম।

(2) এই পিচবোর্ডের বর্গক্ষেত্রাকার ও আয়তক্ষেত্রাকার কার্ডগুলোর একদিকে নীল ও উলটো দিকে লাল কাগজ আটকে দিলাম।

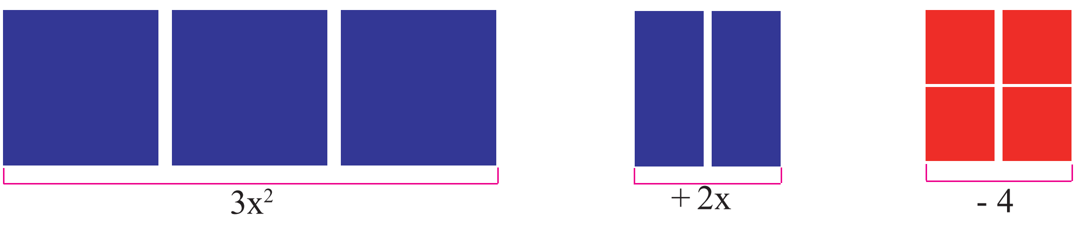


(3) 2সেমি. × 2সেমি. বর্গক্ষেত্রাকার কার্ডের (1) নীল দিক → x^2 (2) লাল দিক → $-x^2$

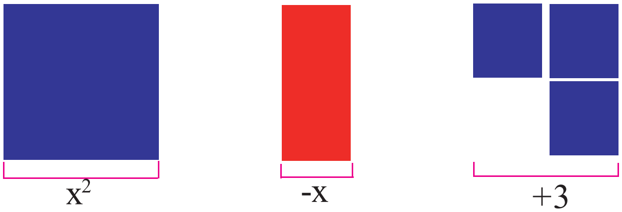
2সেমি. × 1সেমি. আয়তক্ষেত্রাকার কার্ডের (1) নীল দিক → x (2) লাল দিক → $-x$

1সেমি. × 1সেমি. বর্গক্ষেত্রাকার কার্ডের (1) নীল দিক → 1 (2) লাল দিক → -1

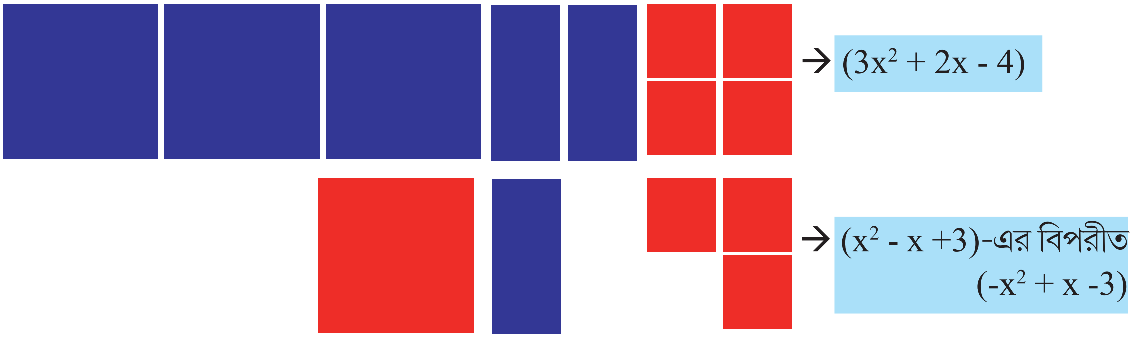
(4) $(3x^2 + 2x - 4)$ বীজগাণিতিক সংখ্যামালাকে কার্ডের মাধ্যমে প্রকাশ করি।



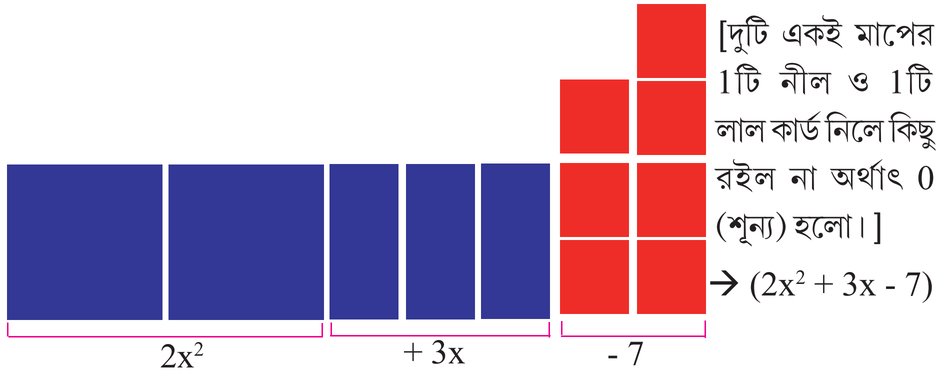
(5) $(x^2 - x + 3)$ বীজগাণিতিক সংখ্যামালাকে কার্ডের মাধ্যমে প্রকাশ করি।



(6) এবার বীজগাণিতিক সংখ্যামালার $(x^2 - x + 3)$কে $(3x^2 + 2x - 4)$ থেকে বিয়োগ করার জন্য $(x^2 - x + 3)$-এই বীজগাণিতিক সংখ্যামালার কার্ডকে উলটে দিয়ে মিলিয়ে দিলাম।



মিলিয়ে পেলাম,



তাই হাতেকলমে পেলাম $(3x^2 + 2x - 4) - (x^2 - x + 3) = 2x^2 + 3x - 7$

এভাবে বীজগাণিতিক সংখ্যামালার বিয়োগ হাতেকলমে করা যাবে।

নিজে করি— 6.3

1) বীজগাণিতিক সংখ্যামালা $(2x^2 + x + 2)$ ও $(x^2 + 2x + 2)$ হাতেকলমে রঙিন কার্ড দিয়ে যোগ করি।

2) বীজগাণিতিক সংখ্যামালা $(5x^2 - 2x - 3)$ থেকে $(3x^2 + 3x - 2)$ হাতেকলমে রঙিন কার্ড দিয়ে বিয়োগ করি।

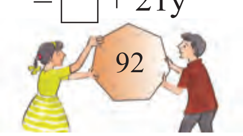
অন্যভাবে বীজগাণিতিক সংখ্যামালার যোগ ও বিয়োগ করার চেষ্টা করি।

18 $(5x + 2y)$ ও $(6x + 19y)$ যোগ করি।

$5x + 2y + 6x + 19y$

$= 5x + 6x + 2y + \square$

$= \square + 21y$



আমরা আগে উপরে নীচে সংখ্যা বসিয়ে যোগ করেছি। বীজগাণিতিক সংখ্যামালার যোগ বিয়োগও কি উপরে নীচে পদ বসিয়ে করতে পারব?

বীজগাণিতিক সংখ্যামালার যোগ ও বিয়োগও উপরে নীচে পদ বসিয়ে করা যায়। সেক্ষেত্রে যেকোনো পদের নীচে তার সদৃশ পদ বসানো হয়।

$$\begin{array}{r} 5x + 2y \\ 6x + 19y \\ \hline \text{যোগ করি, } \quad 11x + 21y \\ \hline \end{array}$$

19 এবার $(2x - y + 3)$ ও $(8y - x - 1)$ যোগ করি।

$(2x - y + 3) + (8y - x - 1)$

$= 2x - x - y + 8y + 3 - 1$

$= \square + \square + 2$

অন্যভাবে পাই

$$\begin{array}{rrr} 2x & - \; y & +3 \\ -x & + 8y & -1 \\ \hline \square & + \square & +2 \\ \hline \end{array}$$

যোগ করি, $\square + \square + 2$

20 আমি $(7x - 3y + 2z + 3)$ ও $(2x^2 + 5x - 4z + 1)$ যোগ করি।

$(7x - 3y + 2z + 3) + (2x^2 + 5x - 4z + 1)$

$= 7x + 5x + 2x^2 - 3y + 2z - 4z + 3 + 1$

$= 12x + 2x^2 - 3y - 2z + 4$

$= 2x^2 + 12x - 3y - 2z + 4$

অন্যভাবে পাই,

$$\begin{array}{rrrrr} & 7x & - 3y & + 2z & + 3 \\ 2x^2 & + 5x & & - 4z & + 1 \\ \hline 2x^2 & +12x & - 3y & - 2z & + 4 \\ \hline \end{array}$$

যোগ করি, $2x^2 + 12x - 3y - 2z + 4$

21 $(7x+3y)$ থেকে $(2x+5y)$ পাশাপাশি এবং উপরে নীচে সদৃশ পদ বসিয়ে কীভাবে বিয়োগ করব দেখি।

$(7x+3y)-(2x+5y)$

$= 7x+3y-2x-5y$

$= (7x-2x)+(3y-5y)$

$= 5x + (-2y)$

$= 5x - 2y$

অন্যভাবে পাই

$$\begin{array}{rr} 7x & + 3y \\ 2x & + 5y \\ - & - \\ \hline 5x & - 2y \\ \hline \end{array}$$

বিয়োগ করি, $5x - 2y$

দেখছি, বিয়োগ করা বলতে বিপরীত সংখ্যার যোগ করা বোঝায়।

অর্থাৎ $7x$ থেকে $2x$ বিয়োগ করা বলতে $7x$ -এর সাথে $2x$ -এর বিপরীত সংখ্যা অর্থাৎ $-2x$-এর যোগ করা বোঝায়।

$3y$ থেকে $5y$ বিয়োগ করা বলতে $3y$-এর সাথে $\square$ এর যোগ বোঝায়। [নিজে করি]

22 (-9a+6b) থেকে (7a –10b+c) বিয়োগ করার চেষ্টা করি।

$(-9a+6b)-(7a-10b+c)$

$= -9a+6b-7a+10b-c$

$= (-9a-7a)+6b+10b-c$

$= -16a+16b-c$

অন্যভাবে পাই,

$$\begin{array}{r} -9a + 6b \\ \underset{-}{7a}\ \underset{+}{-10b}\ \underset{-}{+c} \\ \hline -16a + 16b - c \\ \hline \end{array}$$

বিয়োগ করি,

23 $(2x^2-5xy+9y^2)$ থেকে $(3y^2-9yz+z^2)$ বিয়োগ করে বিয়োগফল কী পাব হিসাব করে দেখি।

$(2x^2-5xy+9y^2)-(3y^2-9yz+z^2)$

$=2x^2-5xy+9y^2-3y^2+9yz-z^2$

$=2x^2-5xy+6y^2+9yz-z^2$

অন্যভাবে পাই

$$\begin{array}{r} 2x^2-5xy+9y^2 \\ \underset{-}{3y^2}\underset{+}{-9yz}\underset{-}{+z^2} \\ \hline 2x^2-5xy+6y^2+9yz-z^2 \\ \hline \end{array}$$

বিয়োগ করি,

নিজে করি — 6.4

1) যোগ করি :

(i) (-5x+3y) ও (18x-15y) (ii) (7a-8b+2c) ও (2a+3b-d)

2) বিয়োগ করি :

(i) (4mn+m+n) থেকে (-mn-m+n) (ii) $(p^2+q^2-pq+p^2q)$ থেকে $(2q^2+3p^2-qp+pq^2)$

কষে দেখি — 6.2

1. **মনে মনে হিসাব করি :**

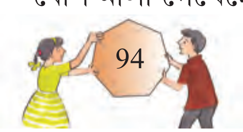
(i) $5x + 3x$ (ii) $9y-3y$ (iii) $-4y+7y$ (iv) $-10x-2x$

(v) $3a + 4a -2a$ (vi) $-7x-2x + 5x$ (vii) $6p-2p+3p$ (viii) $4x^2-2x^2-3x^2+x^2$

(ix) $5a^2b-2a^2b-3a^2b+8a^2b$ (x) $3x^2-6x^2-2x^2-x^2+6x^2$

2. (a) আমার বয়স x বছর। পল্লবী আমার থেকে 2 বছরের বড়ো। আমাদের দুজনের মোট বয়স হিসাব করি।

(b) আজ আমি x টি ফুলের মালা গেঁথেছি। মীর আমার গাঁথা মালার সংখ্যার দ্বিগুণের থেকে 6টি বেশি মালা গেঁথেছে। আমি ও মীর দুজনে মোট কতগুলি ফুলের মালা গেঁথেছি হিসাব করি।



(c) রাতুল আজকে x টাকার পেয়ারা, (x +15) টাকার আপেল, (2x +3) টাকার শশা কিনল। রাতুল আজকে মোট কত টাকার ফল কিনল হিসাব করি।

(d) গতবছরে ফিরোজা x দিন স্কুলে উপস্থিত ছিল। ফিরোজার বন্ধু মোহিনী (3x+13) দিন স্কুলে উপস্থিত ছিল। গতবছরে স্কুলে মোহিনীর উপস্থিতি ফিরোজার চেয়ে কত বেশি ছিল হিসাব করি।

(e) দীপুদা আজ (2x+19) টি কাগজ বিক্রি করেছে। কিন্তু গতকাল সে (5x-8) টি কাগজ বিক্রি করেছিল। দীপুদা আজকের তুলনায় গতকাল কত বেশি কাগজ বিক্রি করেছিল হিসাব করি।

(f) পরেশবাবু প্রতি মাসে 8x টাকা আয় করেন। কিন্তু প্রতি মাসে তিনি (3x-15) টাকা ব্যয় করেন। তিনি প্রতিমাসে কত টাকা সঞ্চয় করেন হিসাব করি।

3. **যোগ করি**

(i) $3a+b; 2a+4b; 5a-b$ (ii) $5a-4; 2a+3; 2a-4$ (iii) $6a^2+7a+3; 9a^2-2a+7; 4a^2-2a+9$
(iv) $2a^2b+5b^2a+7; 3a^2b-2b^2a+6; 8a^2b-b^2a+9$, (v) $4xy+5x+7y; -4xy -y-3x; 3xy-3y+2x$

4. **বিয়োগ করি**

(i) $(8x+6y)$ থেকে $(2x+3y)$ (ii) $(-3m^2+2m+2)$ থেকে (m^2-2)
(iii) $(2x+3y)$ থেকে $(8x+4y+7)$ (iv) $(-9a^2+3a+2)$ থেকে $(5a^2+2a-1)$
(v) x থেকে $(-2x^2+3y^2)$ (vi) $3x^2+5xy$ থেকে $2x^2 +xy+3y^2$

5. **সরল করি**

(a) $17x^2y-3xy^2+14x^2y+2xy^2$ (b) $-5b +18a +6b -2a$ (c) $4m^2+3n^2-(6m^2+7n^2)$
(d) $a-b-(b-a)$ (e) $(6p-4q+2r) + (2p+3q-4r)$ (f) $-x+y+z- (2x-3y+z)$
(g) $(x^2+2x-5)+(3x^2-8x+5)$ (h) $(7x^2-3x+3)-(2x^2-13x-7)$ (i) $6a-2b-ab-(3a+b-ab)+2ab-b+a$

6. রামুর $(13x^2+x-3)$ টাকা ছিল। সে $(4x^2-3x-12)$ টাকা খরচ করল। এখন হিসাব করে দেখি তার কাছে আর কত টাকা আছে।

7. একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে (x+4) সেমি., (2x+1) সেমি. ও (4x-8) সেমি.। এই ত্রিভুজের পরিসীমা কত তা হিসাব করে দেখি।

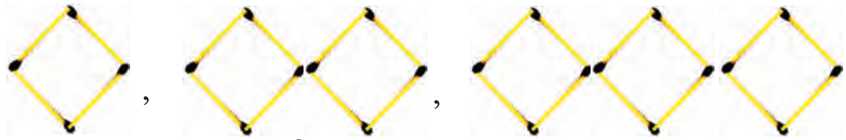
8. $-8x^2+8x+1$-এর সাথে কত যোগ করলে $-14x^2+11x-3$ পাব হিসাব করি।

9. $-11x-7y-9z$ -থেকে কত বিয়োগ করলে $-7x+3y-5z$ পাব হিসাব করি।

10. $(3x^2+4x)$ ও $(5x^2-x)$ -এর যোগফল $(3x-5x^2)$ -এর থেকে কত বেশি হিসাব করি।

11. $(5+9x)$ এবং $(6-7x+4x^2)$ এর যোগফল থেকে (x^2-9x) এবং $(-2x^2+3x+5)$ এর যোগফল বিয়োগ করি।

কাঠির সজ্জা দেখি



1 , 2 , 3 , ...

বর্গাকার চিত্রের সংখ্যা	1	2	3	4	5	6	.... n
দেশলাই কাঠির সংখ্যা	$4\times1=4$	$4\times2=8$	$4\times3=12$				.... $4\times n$ $=4n$

দেখছি n সংখ্যক বর্গাকার চিত্রের জন্য কাঠি লাগবে $4\times n$ টি

$=4n$ টি

যখন, $n=5$ অর্থাৎ 5টি বর্গাকার চিত্রের জন্য প্রয়োজনীয় কাঠির সংখ্যা $= 4\times\square$ টি

$=\square$ টি

কিন্তু $n = 100$ হলে অর্থাৎ 100 টি বর্গাকার চিত্রের জন্য প্রয়োজনীর কাঠির সংখ্যা $= \square\times\square$ টি

$=\square$ টি

আকারের সংখ্যা	1	2	3	4	5	6	10	x
দেশলাই কাঠির সংখ্যা	3	5	7					.... $2x+1$

x সংখ্যক আকারের জন্য মোট দেশলাই কাঠি লাগবে $(2x + 1)$ টি।

$x=6$ বসিয়ে 6 টি আকারের কাঠির জন্য প্রয়োজনীয় কাঠির সংখ্যা $= (2\times6+1)$টি

$= 13$ টি

$x=15$ বসিয়ে পাই $(2\times\square+\square)$ টি

24 $5x+13$ এই বীজগাণিতিক সংখ্যামালার মান খুঁজি যখন $x = -2$

$$5\times(-2)+13=-10+13=3$$

25 $(31-5x^2)$ এই বীজগাণিতিক সংখ্যামালার মান খুঁজি যখন $x = 2$ ও 5

প্রথমে $31-5x^2$ বীজগাণিতিক সংখ্যামালায় $x = 2$ বসাই।

$31-5x^2$

$= 31 - 5\times 2^2 = 31-20 = 11$

> $x=5$ বসিয়ে $31-5x^2$ বীজগাণিতিক সংখ্যামালার মান নিজে খুঁজি।

আমি $31-5x^2$ এই বীজগীণিতিক সংখ্যামালায় $x=-2$ বসাই।

$31-5x^2$

$= 31-5\times(-2)^2$

$= 31-5\times(-2)\times(-2)$

$=31-20$

$=11$

দেখছি x এর মান 2 বসালে x^2-এর মান যা হয়, আবার x-এর মান -2 বসালেও x^2 এর মান একই থাকে।

তাই, যেকোনো ধনাত্মক বা ঋণাত্মক সংখ্যার বর্গ সর্বদাই ☐।

26 (7x-2) এই বীজগাণিতিক সংখ্যামালার মান খুঁজি যখন x=-2

$7x-2=7\times(-2)-2$

$=-14-2$

$=-16$

27 $12a^2+2ab+b^2$ ও (a^3-b^3)- এর মান খুঁজি যখন a=1, b=3

$12a^2+2ab+b^2$

$=12\times(1)^2+2\times(1)\times(3)+(3)^2$

$=12+6+9 \quad = 27$

$a^3-b^3=(1)^3-(3)^3$

$=1-27$

$= -26$

নিজে করি— 6.5

1) x = 5 হলে নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলির মান বের করি।

(i) $6x+11$ (ii) $\frac{x}{5}+2$ (iii) x^2+2x-1 (iv) x^3+8 (v) $10-x$

2) y=-3 হলে নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলির মান বের করি।

(i) $\frac{y+5}{4}$ (ii) $5-y$ (iii) $y+8$ (iv) y^2+2y+3 (v) y^3-1

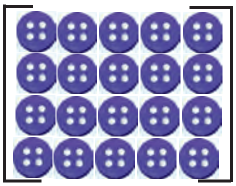
3) নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলির মান খুঁজি যখন x=2 ও y= -1

(i)$2x+7y$ (ii) x^2+y^2 (iii) $x^2+7xy+y^2$ (iv)x^3-8y^3 (v)$\frac{x}{9}+\frac{y}{4}$

বোতামের সজ্জা

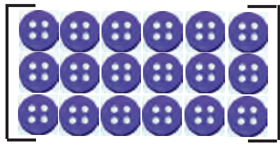
আমি ও স্নেহা দুজনে আজ অনেক বোতাম নানারকমভাবে সাজাচ্ছি এবং পাশে স্তম্ভ ও সারিতে পাওয়া বোতাম সংখ্যা লিখছি।

আমি করলাম



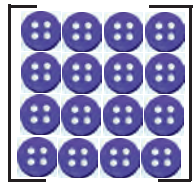
4×5 টি
$= 20$ টি

স্নেহা করল



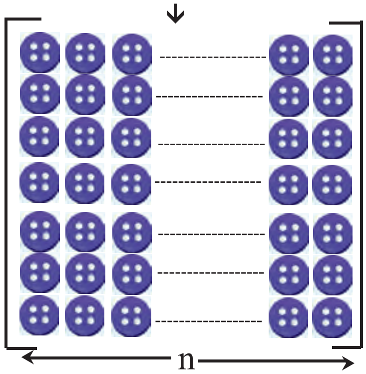
$\square \times \square$ টি
$= \square$ টি

আমি করলাম



4×4টি
$= 4^2$ টি $= 16$টি

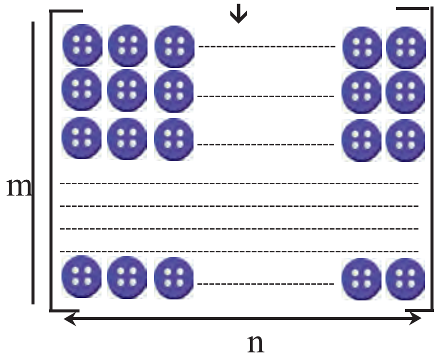
এই সজ্জা দেখি



প্রতি সারিতে n টি বোতাম আছে। ডট্ জায়গায় আছে $(n - 5)$ টি

$7 \times n$টি
$= \square$ টি

এই সজ্জা দেখি

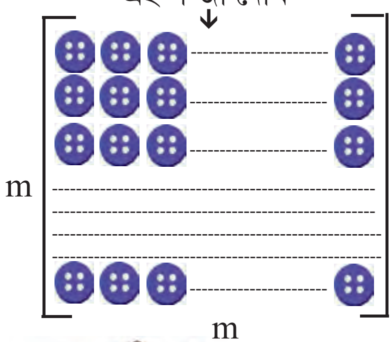


$m \times n$ টি

$7 \times n$ -এর মান কী পাব?

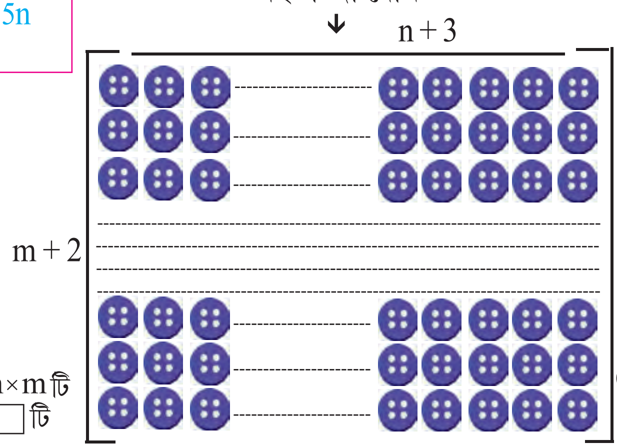
$7 \times n = n + n + n + n + n + n + n = 7n$
বুঝেছি, $5 \times n = n + n + n + n + n = 5n$
$2 \times n = 2n$

এই সজ্জা দেখি



$m \times m$ টি
$= \square$ টি

এই সজ্জা দেখি



$(m+2) \times (n+3)$টি
$= \square$ টি

আমাদের সাথে আরও 4 জন বন্ধু এই মজার খেলায় যোগ দিল। আমি সকলের জন্য লজেন্স কিনব ঠিক করলাম।

এখন আমরা মোট (☐ + ☐) জন = ☐ জন

28 6 জনের জন্য লজেন্স কিনব। মোট কতটাকা লাগবে হিসাব করি

ধরি, 1 টি লজেন্সের দাম x টাকা

সেক্ষেত্রে 6 টি লজেন্সের দাম হবে $6 \times x$ টাকা

= ☐ টাকা ∴ 6x টাকা লাগবে

কিন্তু একটি লজেন্সের দাম (x - 2) টাকা হলে (যেখানে $x > 2$) 6টি লজেন্স কিনতে কত টাকা লাগবে হিসাব করি।

6 টি লজেন্সের দাম হবে $6 \times (x - 2)$ টাকা = $6(x - 2)$ টাকা

29 আবার 4 প্যাকেট বিস্কুটও কিনব।

1 প্যাকেট বিস্কুটের দাম 2x টাকা হলে মোট কত টাকা লাগবে হিসাব করি।

1 প্যাকেট বিস্কুটের দাম 2x টাকা

4 প্যাকেট বিস্কুটের দাম $4 \times 2x$ টাকা।

$4 \times 2x$ টাকা = কত টাকা?

$4 \times 2x = (2x + 2x + 2x + 2x)$ টাকা $= 8x$ টাকা

আবার $4 \times 2x = 4 \times 2 \times x = 8x$ টাকা

যদি, 1 প্যাকেট বিস্কুটের দাম 3x টাকা হয়, তাহলে 4 প্যাকেট বিস্কুটের দাম হবে $4 \times 3x$ টাকা

$= 4 \times 3 \times x$ টাকা = 12x টাকা

$[4 \times 3x = 3x + 3x + 3x + 3x = 12x]$

30 আমি যদি বোতাম ছাড়া একটি আয়তক্ষেত্র আঁকি যার প্রস্থ 3x সেমি. ও দৈর্ঘ্য 4x সেমি., তবে এই আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত হবে দেখি —

ক্ষেত্রফল = $3x \times 4x$ বর্গসেমি.

$= 3 \times 4 \times x \times x$ বর্গসেমি. $= 12x^2$ বর্গসেমি.

31 $3x \times (-5xy)$ কি হয় দেখি।

$$3x \times (-5xy) = 3 \times (-5) \times x \times x \times y$$
$$= -15 \times x^2 y$$
$$= -15x^2 y$$

32 $5x \times 2x^2y \times 2y$ কি হয় দেখি।

$$5x \times 2x^2y \times 2y = 5 \times 2 \times 2 \times x \times x^2 y \times y$$
$$= 20x^{2+1}y^2$$
$$= 20x^3y^2$$

নিজে করি— 6.6

1) প্রতিক্ষেত্রে গুণফল বের করি।

(i) 7, 2x (ii) - 3x, 4x (iii) - 2x, - $3x^2$ (iv) 7x, 0 (v) 3ab, 4ac (vi) $8x^2$, $2y^2$ (vii) $2a^2b$, $3ab^2$ (viii) (- 4xy), (- 4xy)

2) প্রথম একপদী বীজগাণিতিক সংখ্যামালাকে দ্বিতীয় একপদী বীজগাণিতিক সংখ্যামালাকে দিয়ে গুণ করে ফাঁকা ঘরে গুণফল লিখি।

প্রথম একপদী বীজগাণিতিক সংখ্যামালা → / দ্বিতীয় একপদী বীজগাণিতিক সংখ্যামালা ↓	2x	- $6x^2$	-4xy
	গুণফল		
3x			- $12x^2y$
- 4x			
7x			

33 বাবা আমাদের জন্য 4টি পেন কিনে এনেছেন। প্রতি পেনের দাম 5 টাকা। আমি বন্ধুদের জন্য ওই একই রকম পেন আরও দুটি কিনে আনলাম। হিসাব করে দেখি আমি ও বাবা মোট কত টাকার পেন কিনলাম।

বাবা 4টি পেন কিনলেন (5×4) টাকায় = ☐ টাকায়
আমি 2টি পেন কিনলাম (5×2) টাকায় = ☐ টাকায়
পেন কিনতে আমাদের মোট খরচ হয়েছে {(5×4) + (5×2)} টাকা
= (☐ + ☐) টাকা = ☐ টাকা।
অন্যভাবে দেখছি, আমি ও বাবা দুজনে মোট পেন কিনেছি (☐ + ☐)টি = 6টি

1টি পেনের দাম 5 টাকা। আমার ও বাবার পেন কিনতে মোট খরচ হয়েছে = 5 × (4 + 2) টাকা
= 5×6 টাকা = 30 টাকা

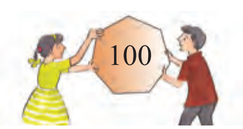
$$\therefore \quad 5(4+2) = 5\times4 + 5\times2$$

হাতেকলমে

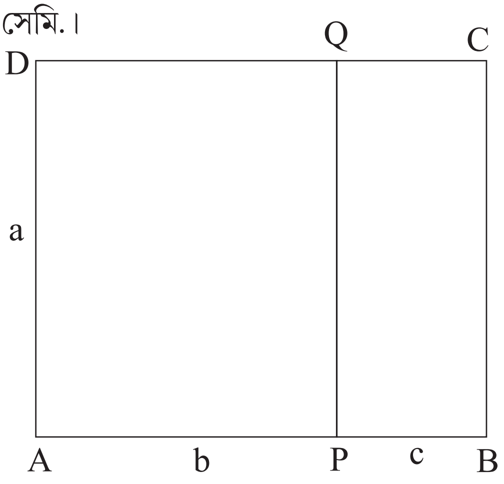
কাগজ কেটে হাতেকলমে করি 5(4 + 2) = 5×4 + 5×2

(1) তিনটি সরলরেখাংশ আঁকি যাদের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5 সেমি., 4 সেমি. ও 2 সেমি. এবং ওই সরলরেখাংশগুলিকে চিহ্নিত করি যথাক্রমে a, b, c দিয়ে।

a b c



(2) একটি আয়তাকার চিত্র ABCD আঁকি যার AD বাহুর দৈর্ঘ্য a সেমি. ও AB বাহুর দৈর্ঘ্য (b + c) সেমি.।



AB ও DC বাহুর উপরে দুটি বিন্দু P ও Q এমনভাবে নিই যাতে

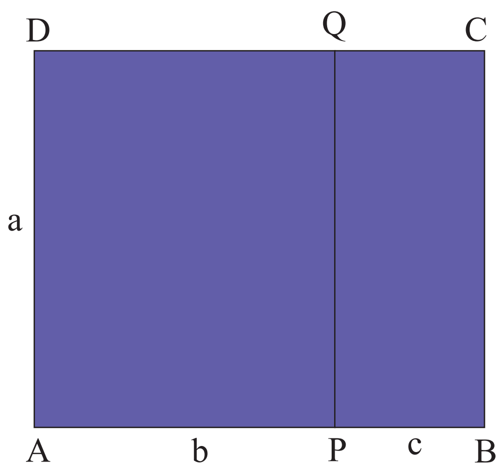
AP = b সেমি., PB = c সেমি.,

DQ = b সেমি. এবং QC = c সেমি. হয়।

আবার, AD = BC = a সেমি.

এই ABCD আয়তাকার কাগজ একটি পিচবোর্ডের উপর আটকে দিলাম ও নীল রং করে দিলাম।

(3) এবার এই নীল রঙের পিচবোর্ডের বিপরীত দিকে APQD অঞ্চলটি নীল রং করলাম ও PQCB অঞ্চলটি লাল রং করলাম।



ABCD আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = AD × AB

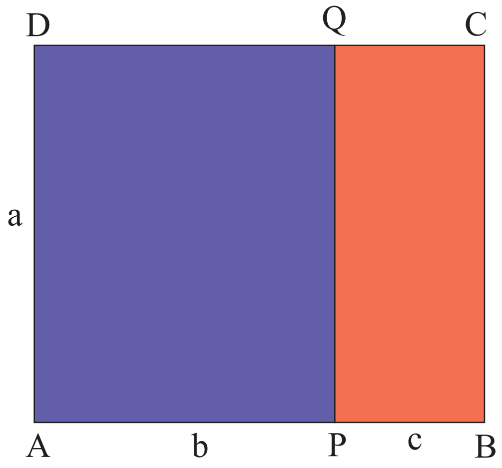
= a × (b + c) বর্গসেমি.

APQD আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = AD × AP

= a × b বর্গসেমি.

PBCQ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = BC × PB

= a × c বর্গসেমি.



ABCD আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = APQD আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল + PBCQ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

∴ $a\times(b+c) = a\times b + a\times c$

a, b ও c -এর আলাদা আলাদা মান নিয়ে হাতেকলমে প্রমাণ করা যায় যে $a\times(b+c) = a\times b + a\times c$

এই নিয়মকে **বিচ্ছেদ নিয়ম** বলা হয়।

34 আমি 2টি খাতা কিনলাম। প্রতি খাতার দাম x টাকা। আমার বন্ধু ইমতিয়াজও 6টি খাতা কিনল। কিন্তু ইমতিয়াজের প্রতিটি খাতার দাম আমার খাতার দামের থেকে 5 টাকা বেশি।

আমি মোট কত টাকার খাতা কিনলাম ও ইমতিয়াজ মোট কত টাকার খাতা কিনল হিসাব করি।

আমার 2টি খাতার দাম □ × □ টাকা = [2x] টাকা

ইমতিয়াজের প্রতিটি খাতার দাম আমার খাতার দামের থেকে 5 টাকা বেশি।

তাই, ইমতিয়াজের 1টি খাতার দাম (x + 5) টাকা।

ইমতিয়াজের 6টি খাতার দাম 6×(x + 5) টাকা = [(6x + 30)] টাকা।

কিন্তু সুমির 1টি খাতার দাম আমার খাতার দামের থেকে 2 টাকা কম।

আমার 1টি খাতার দাম x টাকা।

তাই, সুমির 1 টি খাতার দাম (x - 2) টাকা।

সুমি 3টি খাতা কিনেছে। 3টি খাতার মোট দাম = □ × (x - 2) টাকা।

= (3x - 6) টাকা।

এখন আমার, ইমতিয়াজ ও সুমির খাতার মোট দাম

(□ + □ + □) টাকা = □ টাকা (নিজে করি)

35 আজ আমাদের স্কুলের প্রতিষ্ঠা দিবস। পঞ্চম শ্রেণির ছাত্রছাত্রীদের প্রত্যেককে 5 টাকার পেনসিল ও রবার দেওয়া হয়েছে। ষষ্ঠ শ্রেণির ছাত্রছাত্রীদের প্রত্যেককে 10 টাকার পেনসিল কম্পাস দেওয়া হয়েছে। আজ পঞ্চমশ্রেণিতে x জন ছাত্রছাত্রী এসেছে। কিন্তু ষষ্ঠশ্রেণিতে পঞ্চম শ্রেণির চেয়ে 8 জন কম এসেছে।

হিসাব করে দেখি কত টাকার পেনসিল ও রবার কেনা হলো। আবার কত টাকার পেনসিল কম্পাস কেনা হলো।

পঞ্চমশ্রেণির ছাত্রছাত্রী x জন। ষষ্ঠ শ্রেণির ছাত্রছাত্রী (□ - □) জন

x জনের প্রত্যেককে 5 টাকার পেনসিল ও রবার দিলে মোট খরচ হয় = □ × □ টাকা

= 5x টাকা।

(x - 8) জনের প্রত্যেককে 10 টাকার পেনসিল কম্পাস দিলে মোট খরচ হয় = □ × (x - 8) টাকা

= (□ - □) টাকা

36 নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলি গুণ করে গুণফল কী হয় দেখি।

(i) $5x\times(x+2)$ (ii) $-2x(3-x)$ (iii) $(7x+2)2x$ (iv) $b^3(a^2-2ab)$

(v) $4l(l^2+ml+n)$ (vi) $x^2(a^2+x^2y+yx^2)$

(i) $5x\times(x+2)$
$= 5x\times x+5x\times 2$
$= 5x^2 + 10x$

(ii) $-2x(3-x)$
$= (-2x)\times 3-(-2x)\times x$
$= -6x - (-2x^2)$
$= -6x + 2x^2$

(iii) $(7x+2)2x$
$= 7x\times 2x+2\times 2x$
$= \square + \square$

(iv) $b^3(a^2-2ab)$
$= b^3\times a^2-b^3\times 2ab$
$= b^3a^2-2ab^{3+1}$
$= b^3a^2-2ab^4$

(v) $4l(l^2+lm+n)$
$= 4l\times l^2+4l\times lm+4l\times n$
$= \square + \square + \square$

(vi) $x^2(x^2+x^2y+xy^2)$
$= \square \times \square + \square \times \square + \square \times \square$
$= \square + \square + \square$

37 $3x(4-2x)-2(x-5)$ -এর সরলতম মান খুঁজি

$3x(4-2x)-2(x-5)$
$= 3x\times 4-3x\times 2x-2\times x+10$
$= 12x-6x^2-2x+10$
$= 12x-2x-6x^2+10$
$= 10x-6x^2+10$
$= -6x^2+10x+10$

38 $a(2a+b-3c)$ ও $4a(2c-a)$ যোগ করি

$a(2a+b-3c)+4a(2c-a)$
$= 2a^2+ab-3ac+8ac-4a^2$
$= 2a^2-4a^2+ab+5ac$
$= -2a^2+ab+5ac$

নিজে করি— 6.7

1) প্রতিক্ষেত্রে গুণ করে গুণফল নির্ণয় করি —

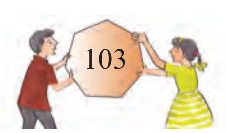
(i) $ab, (a^2-b^2)$ (ii) $4a, (a+b-c)$ (iii) $6a^2b^2, (2a+b)$ (iv) $xyz, (x^2y-y^2x+z^2y)$

(v) $0, (ab+bc-ca)$

2) সরল করি —

(i) $7x(2x+3)-5x(3x-4)$ (ii) $x(x-y)+y(y-z)+z(z-x)$ (iii) $2x-6x(5-8x-3y)$

(iv) $7a - 2(5a+6b-7)$



দ্বিপদী বীজগাণিতিক সংখ্যামালাকে দ্বিপদী বীজগাণিতিক সংখ্যামালা দিয়ে গুণ

39 পঞ্চম শ্রেণির x জনের প্রত্যেককে y টি বই দেওয়া হয়েছে। কিন্তু ষষ্ঠ শ্রেণিতে x জনের প্রত্যেককে (y+3) টি বই দেওয়া হচ্ছে। আবার সপ্তম শ্রেণিতে (x+11) জনের প্রত্যেককে (y+10) টি বই দেওয়া হচ্ছে।

হিসাব করে দেখি পঞ্চম, ষষ্ঠ ও সপ্তম শ্রেণির প্রত্যেক শ্রেণিতে মোট কত বই দেওয়া হলো এবং তিনটি শ্রেণি মিলিয়ে মোট কত বই দেওয়া হলো।

পঞ্চম শ্রেণিতে মোট বই দেওয়া হয়েছে $\square \times \square$ টি = $\square$ টি

ষষ্ঠ শ্রেণিতে মোট বই দেওয়া হয়েছে x(y+3)টি = $\square$ টি

সপ্তম শ্রেণিতে মোট বই দেওয়া হয়েছে (y+10)(x+11) টি

$= \{y(x+11)+10(x+11)\}$ টি

$= (yx+11y+10x+110)$টি

$\therefore$ তিনটি শ্রেণিতে মোট বই দেওয়া হয়েছে $(xy+xy+3x+xy+11y+10x+110)$টি, $[xy = yx]$

$= (3xy+13x+11y+110)$টি

40 $(3x+2y)\times(4x+3y)$ কত হয় দেখি।

$(3x+2y)\times(4x+3y)$

$= 3x(4x+3y)+2y(4x+3y)$

$= 12x^2+9xy+8xy+6y^2$

$= 12x^2+17xy+6y^2$

41 $(7x^2 - y^2)\times(x - y)$ কত হয় দেখি।

$(7x^2 - y^2)\times(x - y)$

$= 7x^2(x - y)-y^2(x - y)$

$= 7x^2\times x-7x^2\times y-(y^2x - y^2\times y)$

$= 7x^3-7x^2y-xy^2+y^3$

42 (2x+3y) কে (x+y-z) -দিয়ে গুণ করার চেষ্টা করি।

$(2x+3y)\times(x+y-z)$

$= 2x(x+y-z)+3y(x+y-z)$

$= \square+\square-\square+\square+\square-\square$

$= 2x^2+5xy-2xz+3y^2-3yz$

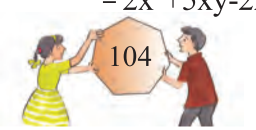
43 (3a+2b) কে (a-b-c) -দিয়ে গুণ করার চেষ্টা করি।

$(3a+2b)\times(a-b-c)$

$= 3a(a-b-c)+2b(a-b-c)$

$= \square-\square-\square+\square-\square-\square$

$= 3a^2-ab-3ac-2b^2-2bc$



নিজে করি— 6.8

1) গুণ করি:

(i) $(10-3x)(7+x)$ (ii) $(11+2x)(8-2y)$ (iii) $(a+by)(4a-6y)$ (iv) $(2x^2y-y^2)(3x-5y)$

(v) $(\frac{x}{2}-\frac{y}{3})(\frac{2x}{3}-\frac{3y}{5})$ (vi) $(\frac{2a^2}{9}-\frac{1}{7})(\frac{3a}{5}-\frac{2}{5})$

সমান ভাগ করি

ফাঁকা ঘর পূরণ করি:

$5x \times 6y = 30xy$

$30xy \div 5x = 6y$ $30xy \div 6y = 5x$

$2a \times 3b = \square$

$6ab \div 2a = \square$ $6ab \div 3b = \square$

$4x^2 \times (-2x) = -8x^3$

$-8x^3 \div (-2x) = 4x^2$ $-8x^3 \div 4x^2 = -2x$

$(-8a) \times (-3b) = \square$

$24ab \div (-8a) = \square$ $24ab \div (-3b) = \square$

44 নাসরিন, সাবির, শোভা ও পরাণ আজ ৪ ঝুড়ি আম সমান ভাগে ভাগ করে নেবে।

প্রথমে গুণে দেখি প্রতি ঝুড়িতে কতগুলো আম আছে?

যদি প্রতি ঝুড়িতে x সংখ্যক আম থাকে,

তবে 8টি ঝুড়িতে মোট আম আছে $8 \times x$ টি = $\square$ টি।

তারা 4 জনে সমান ভাগে ভাগ করে নিলে প্রত্যেকে পাবে $(8x \div 4)$টি

= 2x টি করে আম।

$$\frac{2^3}{2^2} = \frac{\cancel{2}\times\cancel{2}\times 2}{\cancel{2}\times\cancel{2}} = 2$$

$$\frac{2^3}{2^2} = 2^{3-2} = 2^1 = 2$$

$$\frac{x^3}{x^2} = x^{3-2} = x^1 = x$$

(যেখানে, $x \neq 0$)

$x^0 = 1$ যখন $x \neq 0$

[সংজ্ঞা থেকে পাই]

কিন্তু যদি 8x সংখ্যক আম সমান x ভাগে ভাগ করি যখন $x \neq 0$

($\neq$ সমান নয় চিহ্ন অর্থাৎ অসমান)

8x সংখ্যক আমকে সমান x ভাগে ভাগ করলে প্রতি ভাগে পাই,

$8x \div x = \frac{8x}{x} = 8 \times x^{1-1} = 8x^0 = 8$ অন্যভাবে, $\frac{8x}{x} = 8$

আমরা জানি যে, (যেকোনো সংখ্যা) $\times 0 = 0$

$0 \div$ (শূন্য ছাড়া যেকোনো সংখ্যা) $= 0$

$5 \div 0$ এবং $0 \div 0$ কী হবে দেখি?

দেখছি $5-0 = 5-0 = 5-0 = 5$..... অর্থাৎ 5 থেকে বারবার 0 বাদ দিয়েও 5 কে 0 তে পরিণত করা যাচ্ছে না। তাই এখানে ভাগফল পাওয়া যাচ্ছে না। তাই $5 \div 0$ অসংজ্ঞাত।

আবার দেখছি 0 থেকে একবার 0 বিয়োগ করলে 0 হয়; 0 থেকে দু-বার 0 বিয়োগ করলে 0 হয় ; 0 থেকে তিনবার 0 বিয়োগ করলে 0 হয়। এইভাবে 0 থেকে যেকোনো সংখ্যক বার 0 বিয়োগ করলে 0 হয়। তাই এখানে 1, 2, 3, ... যেকোনো সংখ্যাই ভাগফল হতে পারে। তাই $0 \div 0$ অসংজ্ঞাত।

45 8x-কে x^2 দিয়ে ভাগ করি (যেখানে, $x \neq 0$)

$$8x \div x^2 = \frac{8x}{x^2} = 8x^{1-2} = 8x^{-1} = \frac{8}{x}$$

$$\frac{8x}{x^2} = \frac{8}{x}$$

অন্যভাবে পাই,

$$x^{-1} = x^{0-1} = \frac{x^0}{x^1} = \frac{1}{x} \text{ (যেখানে, } x \neq 0)$$

46 আমি নীচের ভাগগুলি করার চেষ্টা করি:

(i) $9a^3 \div a^2$ (ii) $-13xy^2 \div 2y^2$ (iii) $(-25x^2pq^2) \div (-5pq)$ (iv) $15xyz \div (-15xyz)$

(i) $9a^3 \div a^2 = \dfrac{9a^3}{a^2} = 9a^{\square-\square} = 9a$

(ii) $-13xy^2 \div 2y^2 = \dfrac{-13xy^2}{2y^2} = \dfrac{-13}{2}xy^{\square-\square} = \dfrac{-13}{2}xy^{\square} = \dfrac{-13}{2}x$

অন্যভাবে পাই,

$$\frac{-13x\cancel{y^2}}{2\cancel{y^2}} = \frac{-13}{2}x$$

(iii) $-25x^2pq^2 \div (-5pq)$

$$= \frac{-\cancelto{5}{25}x^2pq^2}{-\cancel{5}pq} = 5x^2p^{\square-\square}q^{\square-\square} = 5x^2q$$

অন্যভাবে পাই,

$$\frac{-\cancelto{5}{25}x^2\cancel{p}\cancelto{q}{q^2}}{-\cancel{5}\cancel{p}\cancel{q}} = 5x^2q$$

(iv) $15xyz \div (-15xyz)$

$$= \frac{\cancel{15}xyz}{-\cancel{15}xyz}$$

$$= -x^{\square-\square}y^{\square-\square}z^{\square-\square}$$

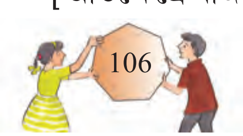
$$= -1$$

অন্যভাবে পাই,

$15xyz \div (-15xyz)$

$$= \frac{\cancel{15xyz}}{\cancel{-15xyz}} = -1$$

[প্রতিক্ষেত্রে বীজগাণিতিক সংখ্যা a, x, y, z, p ও q কারও মান শূন্য নয়।]



নতুন আলমারিতে বই সাজিয়ে রাখি

47 আমার বই রাখার পুরোনো আলমারিতে 6টি তাক আছে। প্রতি তাকে xটি করে বই আছে।

আজ আমি ঠিক করেছি, ‘এই পুরোনো আলমারির সব বই ও আর 15টি বই নতুন আলমারির 3টি তাকে সমান ভাগে ভাগ করে সাজিয়ে রাখব।’

হিসাব করে দেখি নতুন আলমারির প্রতি তাকে কতগুলি বই রাখব।

পুরোনো আলমারির, 1টি তাকে বই আছে xটি

6টি তাকে মোট বই আছ $6 \times x$টি $= 6x$টি।

নতুন আলমারিতে বই রাখব $(6x + 15)$ টি বই।

নতুন আলমারির 3টি তাকে $(6x + 15)$টি বই সমান ভাগে ভাগ করে সাজিয়ে রাখলে প্রতি তাকে রাখব $\{(6x + 15) \div 3\}$ টি বই।

$\therefore \{(6x + 15) \div 3\}$ -কী পাব?

$$(6x + 15) \div 3 = \frac{6x + 15}{3} = \frac{1}{3}(6x + 15)$$

$$= \frac{1}{\cancel{3}} \times \overset{2}{\cancel{6x}} + \frac{1}{\cancel{3}} \times \overset{5}{\cancel{15}} \text{ [বিচ্ছেদ নিয়ম]}$$

$$= 2x + 5$$

$\therefore$ নতুন আলমারির প্রতি তাকে $(2x + 5)$টি করে বই রাখব।

48 $(6x + 15)$ -কে $3x$ দিয়ে ভাগ করি।

$$(6x + 15) \div 3x = \frac{6x + 15}{3x}$$

$$= \frac{6x}{3x} + \frac{15}{3x}$$

$$= \square + \frac{5}{x}$$

49 $(8x^3 + 7x^2 + x^2y)$ কে $2x^2$ দিয়ে ভাগ করি।

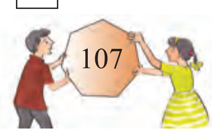
$$(8x^3 + 7x^2 + x^2y) \div 2x^2$$

$$= \frac{8x^3 + 7x^2 + x^2y}{2x^2}$$

$$= \frac{\overset{4}{\cancel{8}}x^3}{\cancel{2}x^2} + \frac{7x^2}{2x^2} + \frac{x^2y}{2x^2}$$

$$= 4x^{\square - \square} + \frac{7}{2}x^{\square - \square} + \frac{1}{2}x^{\square - \square}y$$

$$= \square + \square + \square$$



50 $(-90a^2b^2 + 80a^3b^3 - 50a^4b^4)$ -কে $10a^3b$ দিয়ে ভাগ করি ।

$$\frac{-90a^2b^2 + 80a^3b^3 - 50a^4b^4}{10a^3b}$$

$$= -\frac{\overset{9}{\cancel{90}}a^2b^2}{\cancel{10}a^3b} + \frac{\overset{8}{\cancel{80}}a^3b^3}{\cancel{10}a^3b} - \frac{\overset{5}{\cancel{50}}a^4b^4}{\cancel{10}a^3b}$$

$$= -(9a^{\square-\square}\, b^{\square-\square}) + (8a^{\square-\square}\, b^{\square-\square}) - 5\, a^{\square-\square}\, b^{\square-\square}$$

$$= -9\, a^{-1}b + 8\, a^0b^2 - 5ab^3$$

$$= -9\frac{b}{a} + 8b^2 - 5ab^3$$

[প্রতিক্ষেত্রে বীজগাণিতিক সংখ্যা a, b,x, y কারও মান শূন্য নয়।]

কষে দেখি— 6.3

1. মনে মনে হিসাব করি:

(i) $3a \times 4b = \square$ (ii) $12ab \div 3a = \square$ (iii) $12ab \div \square = 4ab$

(iv) $(-x^2) \times x = \square$ (v) $9x^2 \div 3x^2 = \square$ (vi) $x^2 \times x^2 = \square$

(vii) $x^2 \times \square = 1$ (viii) $0 \div ab = \square$ (ix) $4a^2b^2c^2 \times \square = 0$

(x) $3ab \div \square = a$ (xi) $x^0 \times y = \square$ (xii) $x \div 0 = \square$

2. গুণ করি :

(a) $2x^2 \times (-3y) \times 6z$

(b) $7xy^2 \times 8x^2y \times xy$

(c) $(-3a^2) \times (4a^2b) \times (-2)$

(d) $(-2mn) \times \frac{1}{6} m^2n^2 \times 13m^4n^4$

(e) $\frac{2}{3} x^2y \times \frac{3}{5} xy^2$

(f) $(-\frac{18}{5} x^2z) \times (-\frac{25}{6} xz^2y)$

(g) $(-\frac{3}{5} s^2t) \times (\frac{15}{7} st^2u) \times (\frac{7}{9} su^2)$

(h) $(\frac{4}{3} x^2yz) \times (\frac{1}{3} y^2zx) \times (-6xyz^2)$

(i) $4a(3a + 7b)$

(j) $8a^2 \times (2a + 5b)$

(k) $-17x^2 \times (3x - 4)$

(l) $\frac{2}{3} abc(a^2 + b^2 - 3c^2)$

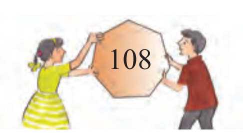
(m) $2 \times 5x(10x^2y - 100xy^2)$

(n) $(2x + 3y)(5x - y)$

(o) $(a^2 - b^2)(2b - 6a)$

(p) $(x + 2)(3x + 1)$

[প্রতিক্ষেত্রে বীজগাণিতিক সংখ্যা x, y, z, a, b, c, m, n, s, t ও u কারও মান শূন্য নয়।]



3. (i) সীমা প্রতি সারিতে 3x টি চারাগাছ লাগিয়েছে। এইরকম 2xটি সারিতে সীমা কতগুলি চারাগাছ লাগিয়েছে হিসাব করি।

(ii) একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য (4x + 1)মিটার এবং প্রস্থ 3x মিটার। আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত হিসাব করি।

(iii) এখন 1 ডজন কলার দাম আগের থেকে 6 টাকা বেড়েছে। আগে 1 ডজন কলার দাম x টাকা থাকলে, এখন 2x ডজন কলা কিনতে কত টাকা লাগবে হিসাব করি।

(iv) একটি বর্গাকার ক্ষেত্রের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্য 7x সেমি. হলে, বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত দেখি।

(v) আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $8x^2$ বর্গ একক। দৈর্ঘ্য 4x একক হলে, প্রস্থ কত হতে পারে হিসাব করি।

(vi) সুশোভন 9y দিনে $729y^4$ টি ঘুড়ি বিক্রি করেছে। সে গড়ে প্রতিদিন কতগুলি ঘুড়ি বিক্রি করেছে হিসাব করি।

[প্রতিক্ষেত্রে কোনো বীজগাণিতিক সংখ্যার মান শূন্য নয়।]

4. প্রথম বীজগাণিতিক সংখ্যামালাকে দ্বিতীয় বীজগাণিতিক সংখ্যামালা দিয়ে ভাগ করি।

(i) $8x^3b, x^2b$, (ii) $-9xy^3, xy$, (iii) $-15x^2y^4z^2, -x^2yz^2$,

(iv) $21l^3m^3n^3, -4l^4mn$, (v) $(5a^2 - 7ab^2), a$, (vi) $(-48x^9 + 12x^6), 3x^3$,

(vii) $15m^2n + 20m^2n^2, 5mn$, (viii) $36a^5b^2 - 24a^2b^5, -4a^2b^2$,

(ix) $3pqr + 6p^2qr^2 - 9p^3q^2r^3, -3pqr$, (x) $m^2n^4 + m^3n^3 - m^4n^2, -m^4n^4$

[প্রতিক্ষেত্রে কোনো বীজগাণিতিক সংখ্যার মান শূন্য নয়।]

5. সরল করি :

(i) $a(b - c) + b(c - a) + c(a - b)$

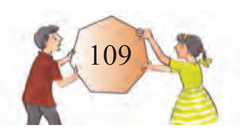
(ii) $a(b - c) - b(c - a) - c(a - b)$

(iii) $x(x + 4) + 2x(x - 3) - 3x^2$

(iv) $3x^2 + x(x + 2) - 3x(2x + 1)$

(v) $(a + b)(a - b) + (b + c)(b - c) + (c + a)(c - a)$

(vi) $(a^2 + b^2)(a^2 - b^2) + (b^2 + c^2)(b^2 - c^2) + (c^2 + a^2)(c^2 - a^2)$



7. কম্পাসের সাহায্যে নির্দিষ্ট কোণ অঙ্কন

আজ আমরা কাগজ কেটে ও ভাঁজ করে নানানরকমের কোণ সহজে তৈরি করার চেষ্টা করব।

আমি কাগজ কেটে ও ভাঁজ করে কোণগুলি তৈরি করব আর নিশাদ চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখবে কোণগুলি ঠিক হলো কিনা।

প্রথমে একটি বৃত্তাকার কাগজকে সমান দু-ভাগ করলাম—

এবার এই অর্ধবৃত্তাকার কাগজকে সমান দু- ভাঁজ করলাম —

এই ভাঁজ করা কাগজকে আরও সমান দু-ভাঁজ করলাম—

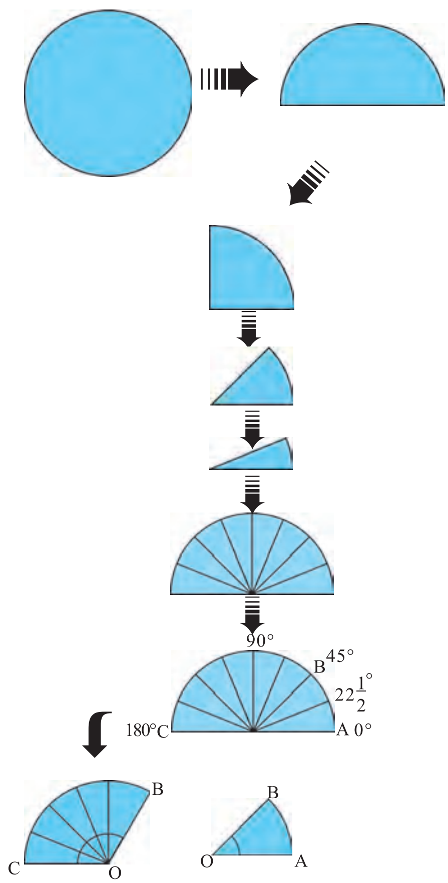
এবার আরও একবার সমান দু-ভাঁজ করলাম—

এবার ভাঁজগুলি খুলে দিয়ে পেলাম —

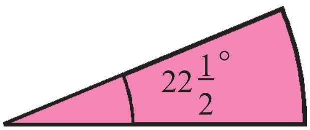
চাঁদার সাহায্যে নিশাদ মেপে দেখল —

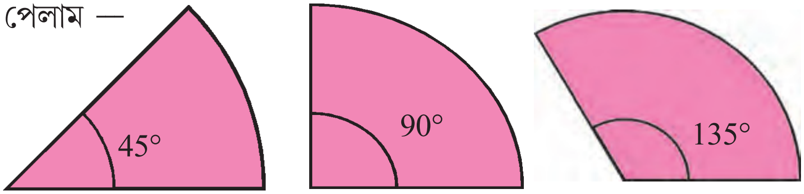
45^0 কোণ কেটে নিলে পাব —

$\angle AOB = 45^0, \quad \angle COB = 135^0$



কাগজ ভাঁজ করে এই রকম অনেকগুলি কাগজে কোণ তৈরি করলাম ও কেটে নিয়ে রঙিন করে পিচবোর্ডে আটকে রাখলাম। পেলাম —

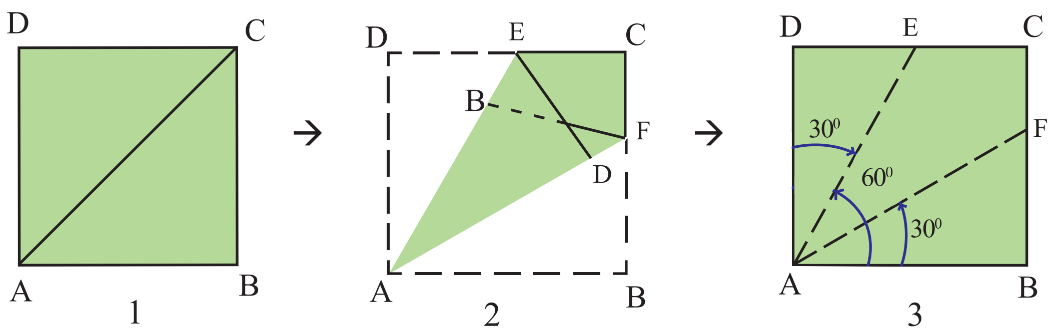




— এদের মধ্যে কোনটি সূক্ষ্মকোণ ও কোনটি স্থূলকোণ লিখি।

আমরা চাঁদার সাহায্যে সব কোণ আঁকতে পারি। আবার গোলাকার কাগজ ভাঁজের মাধ্যমে ____ , ____ , ____ .... কোণগুলি পেলাম।

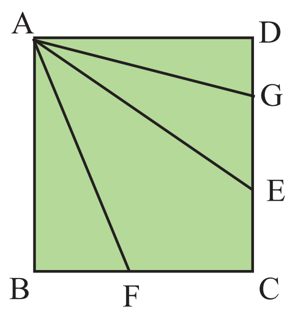
এবার বর্গাকার কাগজের টুকরো ভাঁজ করে কি কি কোণ পাই দেখি।



প্রথমে বর্গাকার কাগজের A কোনাকে কেন্দ্র করে AB ও AD প্রান্ত দুটি 2 নং ছবির মতো ভাঁজ করলাম যাতে ভাঁজ করা অংশ দুটি একটি আর একটির ওপর পুরোপুরি মিশে যায়। ভাঁজ খুলে 3 নং ছবির মতো পেলাম। এবার ভাঁজ খুলে পেলাম $\angle DAE = \angle EAF = \angle FAB = 30^0$

$$\angle BAE = \angle DAF = 60^0$$

এবার A কোনাকে কেন্দ্র করে AD-কে AE-র সাথে মিলিয়ে ভাঁজ করলাম ও খুলে দিয়ে পেলাম — $\angle DAG = 15^0$



বর্গাকার কাগজকে ভাঁজ করে ____ , ____ ও ____ ডিগ্রি কোণ পেলাম।

আমি সেট স্কোয়ার দিয়েও অনেক কোণ আঁকতে পেরেছি। সেগুলি হল 30^0, ____, ____, ____

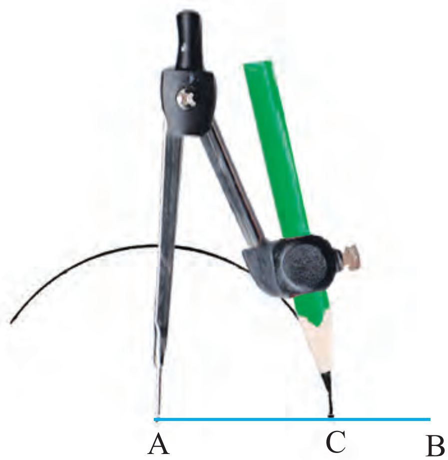
কিন্তু স্কেল ও পেনসিল কম্পাস দিয়ে কি কি কোণ আঁকতে পারি দেখি।

1 প্রথমে স্কেল ও কম্পাসের সাহায্যে 90° আঁকার চেষ্টা করি

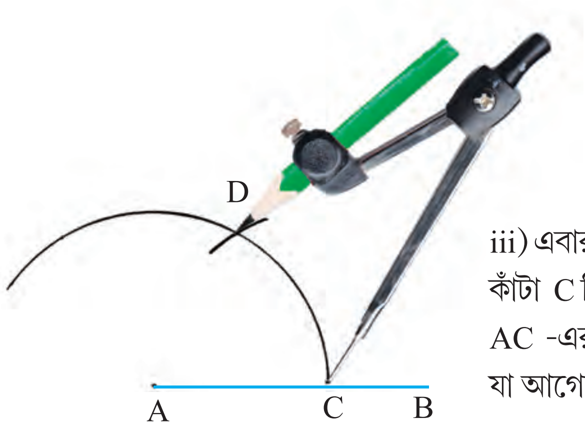
একটি সরলরেখাংশের উপরে অন্য সরলরেখাংশ লম্বভাবে থাকলে তাদের মধ্যে যে কোণ তৈরি হয় তার মান 90°; তাই সরলরেখাংশের লম্ব সমদ্বিখন্ডক এঁকেও 90° কোণ আঁকতে পারি।

একটি সরলরেখাংশের বাইরের কোনো বিন্দু থেকে ওই সরলরেখাংশের উপর লম্ব আঁকতে পারি। কিন্তু ওই সরলরেখাংশের উপরের কোনো বিন্দুতে কিভাবে লম্ব আঁকব বা 90° কোণ আঁকব?

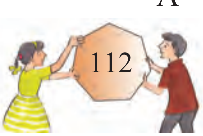
i) স্কেল ও পেনসিলের সাহায্যে যে কোনো একটি সরলরেখাংশ AB আঁকলাম। AB সরলরেখাংশের A বিন্দুতে পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে লম্ব আঁকব।



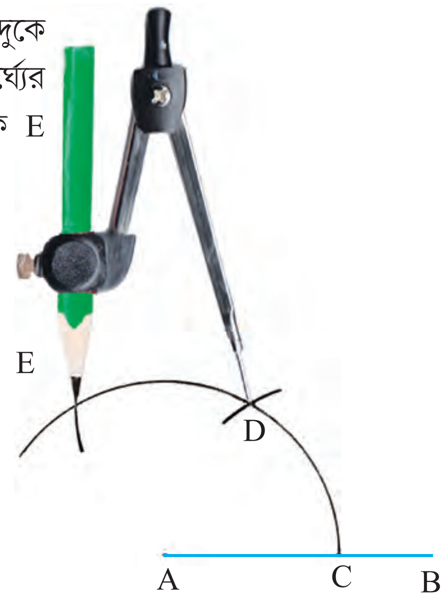
ii) AB রেখাংশের A বিন্দুকে কেন্দ্র করে অর্থাৎ পেনসিল কম্পাসের কাঁটা A বিন্দুতে বসিয়ে যেকোনো দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে প্রায় একটা অর্ধবৃত্তাকার চাপ আঁকলাম। এই চাপটা AB সরলরেখাংশকে C বিন্দুতে ছেদ করল।



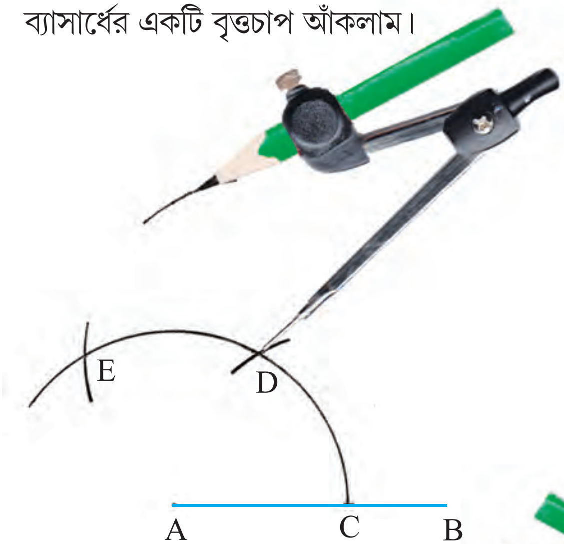
iii) এবার C বিন্দুকে কেন্দ্র করে অর্থাৎ পেনসিল কম্পাসের কাঁটা C বিন্দুতে বসিয়ে, একই দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে অর্থাৎ AC -এর দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকলাম যা আগের বৃত্তচাপকে D বিন্দুতে ছেদ করল।



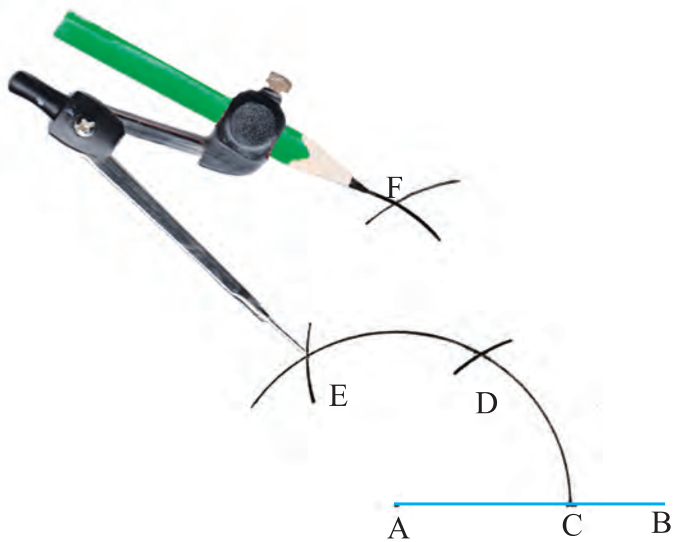
iv) এবার পেনসিল কম্পাসের কাঁটা D বিন্দুতে বসিয়ে, D বিন্দুকে কেন্দ্র করে একই দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে অর্থাৎ AC -এর দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে আর একটি বৃত্তচাপ আঁকলাম যা প্রথম বৃত্তচাপকে E বিন্দুতে ছেদ করল।

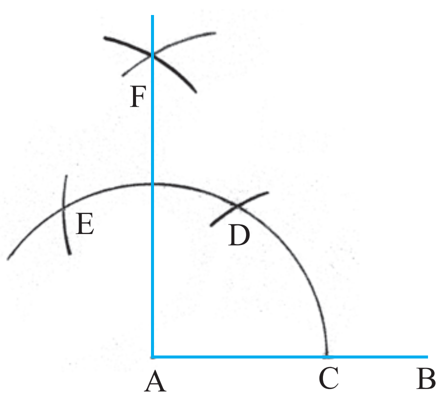


v) এবার D বিন্দুকে কেন্দ্র করে একই দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তচাপ আঁকলাম।



vi) এবার E বিন্দুকে কেন্দ্র করে একই দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধের একই দিকে একটি বৃত্তচাপ আঁকলাম। বৃত্তচাপ দুটি পরস্পরকে F বিন্দুতে ছেদ করল।

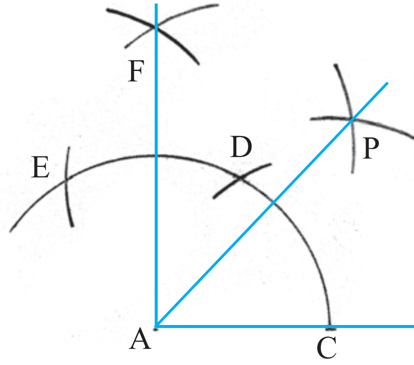




vii) স্কেলের সাহায্যে A ও F বিন্দু দুটি যোগ করলাম।
চাঁদার সাহায্যে মেপে পেলাম ∠FAB = ☐

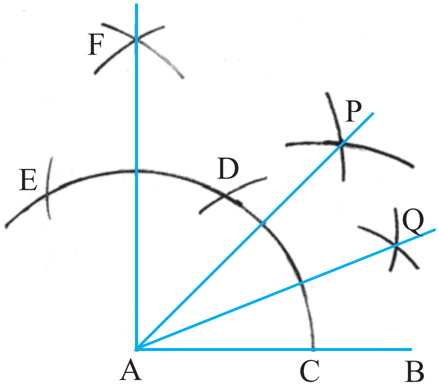
2 আমি এই ∠FAB -কে সমান দুটি ভাগ করি অর্থাৎ সমদ্বিখণ্ডিত করি ও কি পাই দেখি।

∠FAB কে পেনসিল কম্পাস ও স্কেলের সাহায্যে সমদ্বিখণ্ডিত করে পেলাম, ∠FAP = ∠PAB = 45°



∠PAB কোণকে আবার দুটি সমানভাগে ভাগ করি অর্থাৎ সমদ্বিখণ্ডিত করি।

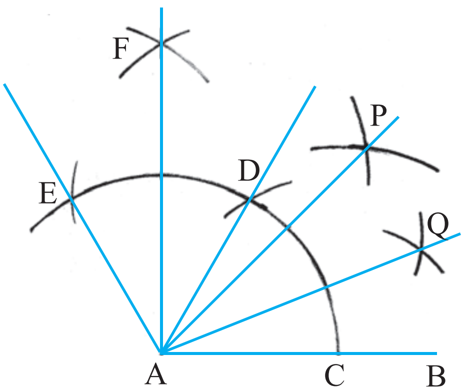
পেলাম, ∠BAQ = ∠PAQ = $22\frac{1}{2}^\circ$



D ও A যোগ করলাম ও চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখছি, ∠DAB = 60°

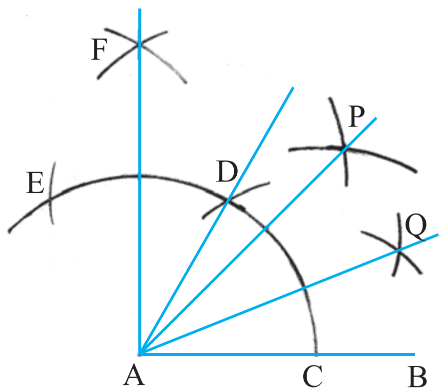
বা ∠BAD = 60°

আবার ∠FAD = 30°



এবার, E, A যোগ করি ও চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখি।

দেখছি ∠EAB = 120°



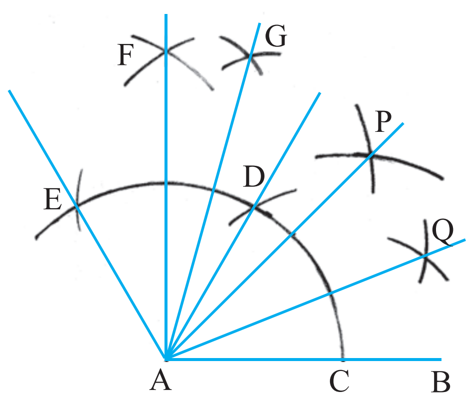
∠FAD কোণকে আবার দুটি সমানভাগে ভাগ করি অর্থাৎ সমদ্বিখণ্ডিত করি।

পেলাম, ∠FAG = ∠GAD = 15°

আবার দেখছি ∠BAG = ∠BAD + ∠DAG

$= 60^\circ + 15^\circ = 75^\circ$

∠DAE = ☐ ডিগ্রি **[নিজে করি]**

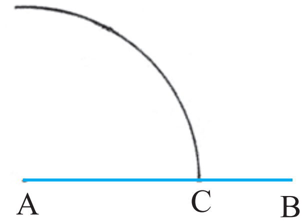


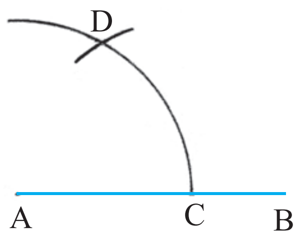
90^0 আঁকতে গিয়ে $15°$, $22\frac{1}{2}°$, $30°$, $45°$, $60°$, $75°$ ও $120°$ কোণ চাঁদার সাহায্য ছাড়া কেবলমাত্র স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে আঁকতে পেরেছি।

3 কেবলমাত্র পেনসিল কম্পাস ও স্কেলের সাহায্যে কীভাবে 60°, 30°, 15° কোণ আঁকা যায় দেখি

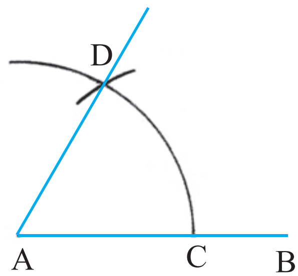
i) স্কেল ও পেনসিলের সাহায্যে একটি সরলরেখাংশ AB আঁকলাম।

ii) AB রেখাংশের A বিন্দুকে কেন্দ্র করে যেকোনো দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকলাম, যা AB সরলরেখাংশকে C বিন্দুতে ছেদ করল।

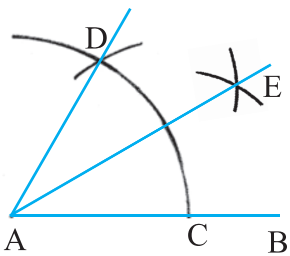




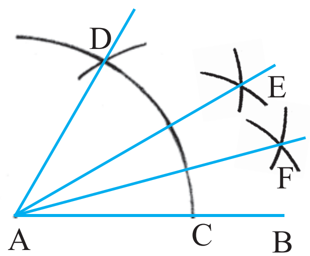
iii) এবার ওই একই দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে C বিন্দুকে কেন্দ্র করে অর্থাৎ পেনসিল কম্পাসের কাঁটা C বিন্দুতে বসিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকলাম যা আগের বৃত্তচাপকে D বিন্দুতে ছেদ করল।



iv) স্কেলের সাহায্যে A ও D বিন্দু দুটি যোগ করে $\angle DAB$ পেলাম এবং $\angle DAB = 60^0$

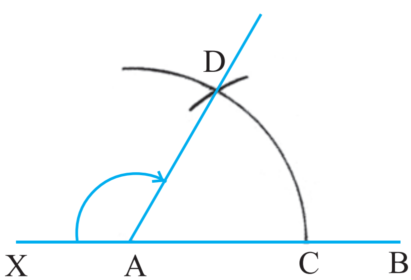


v) $\angle DAB$ কে সমদ্বিখণ্ডিত করে 30^o পেলাম। অর্থাৎ $\angle EAB = 30^o$



vi) $\angle EAB$ - কে সমদ্বিখণ্ডিত করে 15^o কোণ পাব। অর্থাৎ $\angle FAB = 15^o$

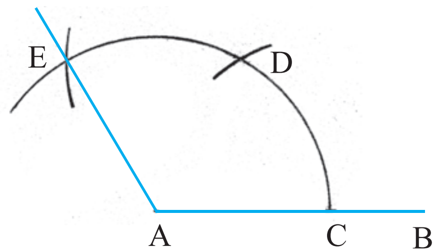
4 কিন্তু আমি যদি 60^0 কোন এঁকে একটি বাহু বিপরীতদিকে বাড়িয়ে দিই কি পাব দেখি

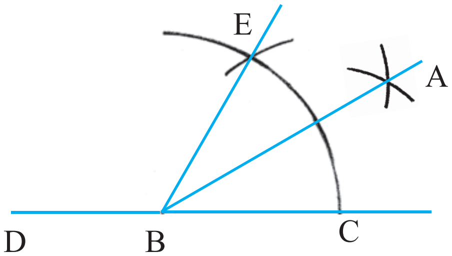


AB বাহুকে B বিন্দুর উল্টোদিকে X বিন্দু পর্যন্ত বাড়িয়ে দিলাম।

দেখছি $\angle DAB = 60^o$ ও $\angle DAX = 120^o$

আবার, D বিন্দুকে কেন্দ্র করে একই দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি। যা প্রথমে আঁকা বৃত্তচাপকে E বিন্দুতে ছেদ করে। স্কেলের সাহায্যে A ও E বিন্দু দুটি যোগ করে চাঁদার সাহায্যে মেপে পেলাম $\angle EAB = 120^{o}$





এবার যদি 30^{o} কোণ $\angle ABC$ এঁকে তার BC বাহুকে C বিন্দুর বিপরীত দিকে বাড়িয়ে দিই কী পাব দেখি

$\angle ABC = 30^{o}$,

BC বাহুকে C বিন্দুর বিপরীত দিকে D পর্যন্ত বাড়িয়ে দিলাম, $\angle ABD =$ ☐ ডিগ্রি কোণ পেলাম।

এবার এই $\angle ABD$ -কে সমদ্বিখন্ডিত করি ও কি কোণ পাই দেখি ও লিখি।

কষে দেখি — 7

1. কাগজ ভাঁজ করে হাতেকলমে 15^{o}, $22\frac{1}{2}^{o}$, $45^{o}, 60^{o}$, 90^{o} কোণ তৈরি করি।

2. স্কেল, পেনসিল ও কম্পাসের সাহায্যে AB সররেখাংশের উপর A বিন্দুতে 90° কোণ আঁকি। সেখান থেকে 120°, 75° ও 60° কোণ আঁকি।

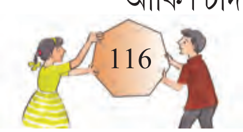
3. স্কেল, পেনসিল ও কম্পাসের সাহায্যে 45° ও $22\frac{1}{2}^{o}$ কোণ আঁকি।

4. স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে নিম্নলিখিত কোণগুলি আঁকি।

   a) 30° b) 60° c) 75° d) 105° e) 120° f) 135° g) 150° h) 15°

5. স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে $\angle PQR$ অঙ্কন করি যার মান 60°; এবার QR বাহুকে R বিন্দুর বিপরীত দিকে S বিন্দু পর্যন্ত বাড়িয়ে দিই। $\angle PQS =$ ☐ ডিগ্রি। এই PQS কোণকে সমদ্বিখন্ডিত করি ও চাঁদার সাহায্যে মেপে যাচাই করি $\angle PQS$ সমদ্বিখন্ডিত হলো কিনা।

6. স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে $\angle ABC$ কোণ অঙ্কন করি যার মান 30°; এবার BC বাহুকে C বিন্দুর বিপরীত দিকে D বিন্দু পর্যন্ত বাড়িয়ে দিই। এবার $\angle ABD$-এর সমদ্বিখণ্ডক BE আঁকি। চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখছি $\angle DBE =$ ☐ ডিগ্রি ও $\angle EBC =$ ☐ ডিগ্রি।



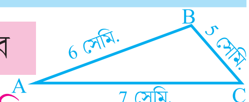
8. ত্রিভুজ অঙ্কন

আজ আমি, রেশমি, বনলতা, সাব্বা ও রফিক সবাই মিলে ঠিক করেছি নির্দিষ্টমাপের ত্রিভুজ আঁকব ও ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রে রং করব। আগে আমরা যেমন খুশি নানান মাপের কাগজ কেটে ত্রিভুজাকার ক্ষেত্র তৈরি করি।

আজ আমি ত্রিভুজের বাহু ও কোণের আলাদা আলাদা মাপ বলে দেব। আমার বন্ধুরা সেই মাপের ত্রিভুজ তৈরির চেষ্টা করবে। ত্রিভুজের বাহুর সংখ্যা ☐ টি ও কোণ ☐ টি।

ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5 সেমি., 6 সেমি. ও 7 সেমি.। ত্রিভুজ আঁকার চেষ্টা করি অর্থাৎ ABC একটি ত্রিভুজ আঁকি যার AB = 6সেমি., BC = 5 সেমি. ও CA = 7 সেমি.।

শুধুমাত্র স্কেল ও পেনসিল দিয়ে খসড়া ছবি এঁকে দেখি কোথায় কোন বিন্দু লিখব



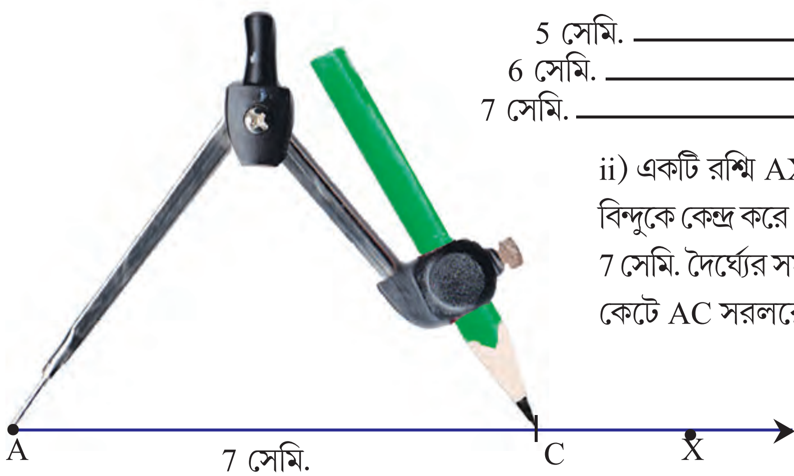
1 এবার স্কেল, পেনসিল ও কম্পাস দিয়ে নিখুঁতভাবে ত্রিভুজ আঁকার চেষ্টা করি।

i) স্কেল ও পেনসিলের সাহায্যে 5 সেমি., 6 সেমি. ও 7 সেমি. দৈর্ঘ্যের তিনটি সরলরেখাংশ আঁকলাম।

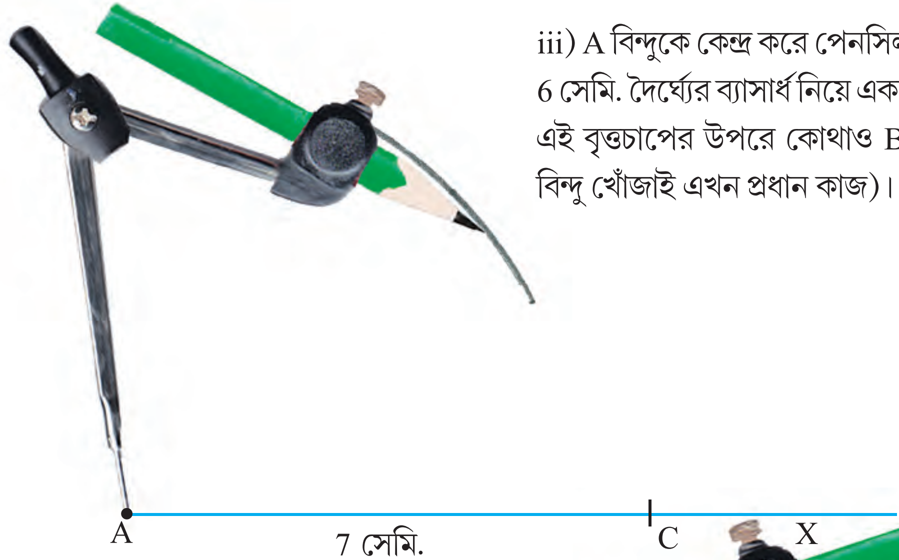
5 সেমি. ________________

6 সেমি. ____________________

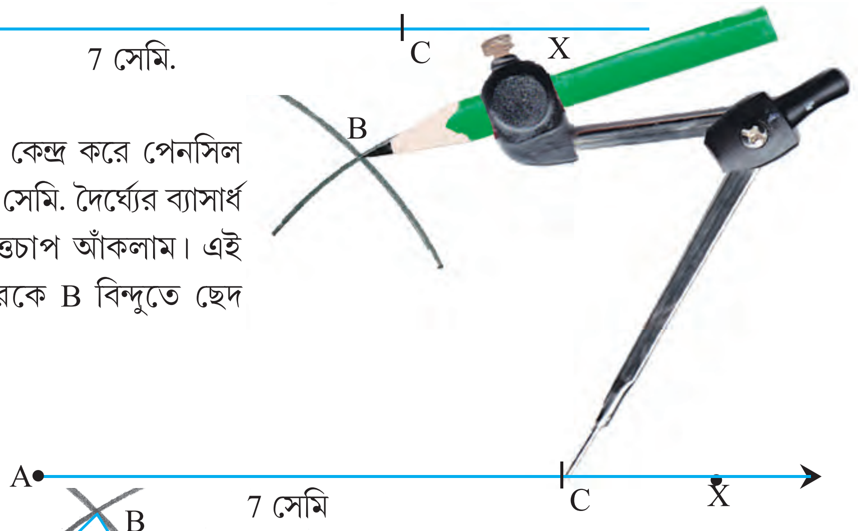
7 সেমি. ________________________



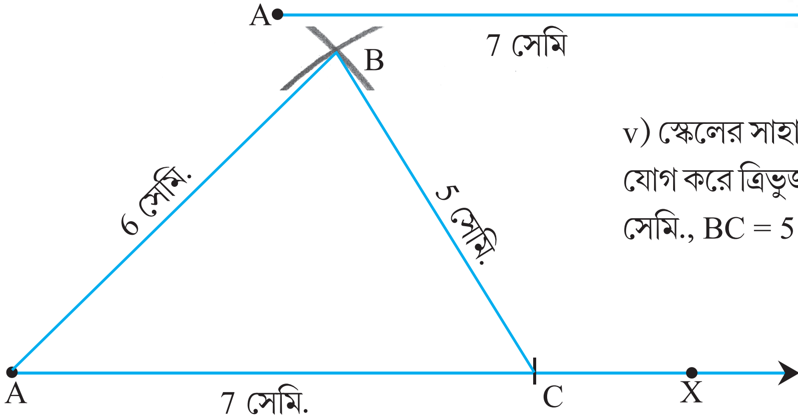
ii) একটি রশ্মি AX আঁকলাম। AX রশ্মির A বিন্দুকে কেন্দ্র করে পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে 7 সেমি. দৈর্ঘ্যের সমান ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তচাপ কেটে AC সরলরেখাংশ পেলাম।



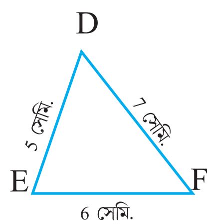
iii) A বিন্দুকে কেন্দ্র করে পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে 6 সেমি. দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকলাম। এই বৃত্তচাপের উপরে কোথাও B বিন্দু আছে (এই B বিন্দু খোঁজাই এখন প্রধান কাজ)।



iv) এবার C বিন্দুকে কেন্দ্র করে পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে 5 সেমি. দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে আর একটি বৃত্তচাপ আঁকলাম। এই বৃত্তচাপ দুটি পরস্পরকে B বিন্দুতে ছেদ করেছে।

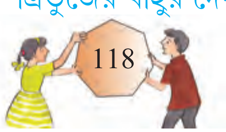


v) স্কেলের সাহায্যে A, B এবং B, C বিন্দুগুলি যোগ করে ত্রিভুজ ABC পেলাম। যার AB = 6 সেমি., BC = 5 সেমি. এবং AC = 7 সেমি.।



সাব্বাও স্কেল ও কম্পাসের সাহায্যে DEF অন্য একটি ত্রিভুজ আঁকল যার DE =5 সেমি. EF = 6 সেমি. ও FD = 7 সেমি.। আমি $\triangle$DEF কেটে $\triangle$ABC -এর উপর বসিয়ে দেখছি সম্পূর্ণ মিলে যাচ্ছে [নিজে করি]।

সুতরাং দুটি ত্রিভুজের বাহুগুলি সমান হলে ত্রিভুজ দুটি সম্পূর্ণভাবে মিলে যায় অর্থাৎ ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্যগুলি নির্দিষ্ট হলে ত্রিভুজটিও নির্দিষ্ট হবে।

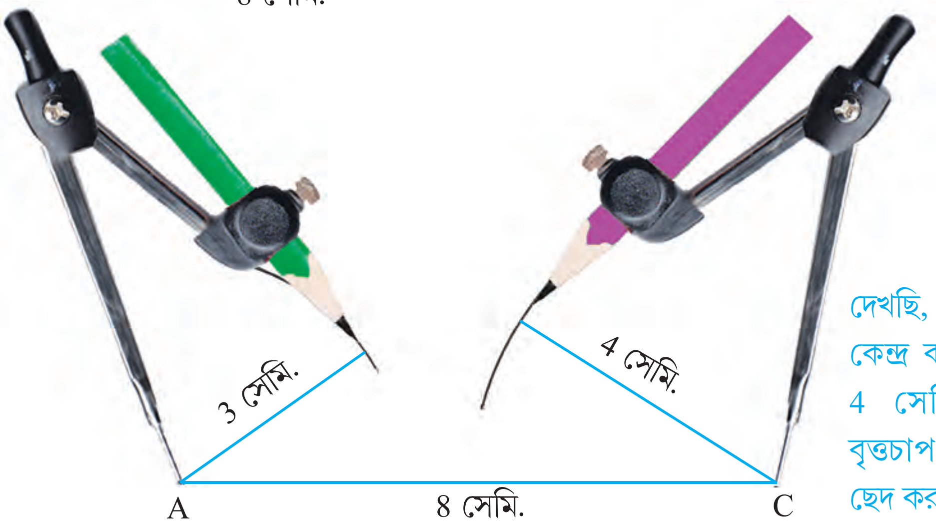


2 আমি 3 সেমি., 4 সেমি. ও 8 সেমি. দৈর্ঘ্যের সরলরেখাংশ নিয়ে ত্রিভুজ আঁকার চেষ্টা করি।

3 সেমি. ————————

4 সেমি. ——————————

8 সেমি. ————————————————————



দেখছি, A ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে 3 সেমি. ও 4 সেমি. ব্যাসার্দ্ধের বৃত্তচাপ দুটি পরস্পরকে ছেদ করছে না।

আমি 5 সেমি., 6 সেমি. ও 7 সেমি. দৈর্ঘ্যের সরলরেখাংশ নিয়ে ত্রিভুজ আঁকতে পেরেছি। এক্ষেত্রে ক্ষুদ্রতর বাহুদুটির দৈর্ঘ্য হলো 5 সেমি. ও 6 সেমি. এবং তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য 7 সেমি.।

আবার | 5 সেমি. + 6 সেমি. = 11 সেমি. > 7 সেমি. |

আবার দেখলাম 3 সেমি., 4 সেমি. ও 8 সেমি. দৈর্ঘ্যের সরলরেখাংশ নিয়ে ত্রিভুজ আঁকতে পারলাম না। এক্ষেত্রে ক্ষুদ্রতর বাহুদুটির দৈর্ঘ্য হলো 3 সেমি. ও 4 সেমি. এবং তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য 8 সেমি.।

আবার | 3 সেমি. + 4 সেমি. = 7 সেমি. < 8 সেমি. |

তাই দেখলাম ত্রিভুজের ক্ষুদ্রতর বাহু দুটির দৈর্ঘ্যের সমষ্টি তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য থেকে বড়ো হলে তবেই ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব।

কষে দেখি - 8.1

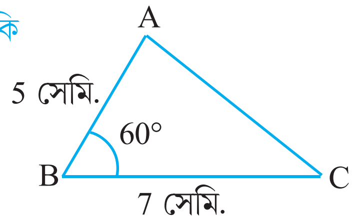
1. ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। যেখানে ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব সেখানে ত্রিভুজ আঁকার চেষ্টা করি ও যেখানে ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব নয় কারণ দেখাই।

i) 4 সেমি. , 5 সেমি. ও 7 সেমি. **ii)** 9 সেমি., 4 সেমি. ও 4 সেমি. **iii)** 6 সেমি. , 8 সেমি. ও 10 সেমি.

2. ABC একটি ত্রিভুজ আঁকি যার AB = 5.5 সেমি. BC = 5 সেমি. ও CA = 6 সেমি.।
3. একটি সমবাহু ত্রিভুজ আঁকি যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 4.5 সেমি.। চাঁদার সাহায্যে এই ত্রিভুজের প্রতিটি কোণের মাপ লিখি।
4. PQR একটি ত্রিভুজ আঁকি যার PQ = 6 সেমি., QR = 5 সেমি. ও PR = 6 সেমি.। চাঁদার সাহায্যে এই ত্রিভুজের প্রতিটি কোণ মাপি এবং কোণগুলির সম্পর্ক বের করি।

3 ABC একটি ত্রিভুজ আঁকার চেষ্টা করি যেখানে AB=5 সেমি., BC=7 সেমি. এবং $\angle ABC=60^\circ$

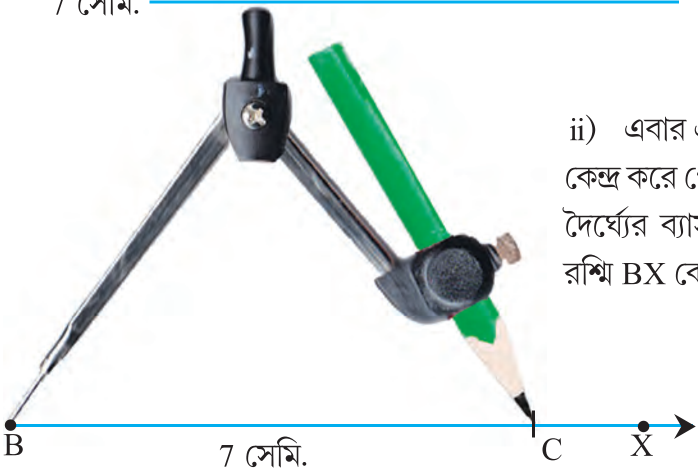
প্রথমে স্কেল ও পেনসিলের সাহায্যে খসড়া ছবি আঁকি



i) প্রথমে স্কেলের সাহায্যে 5 সেমি. ও 6 সেমি. দৈর্ঘ্যের দুটি সরলরেখাংশ আঁকি।

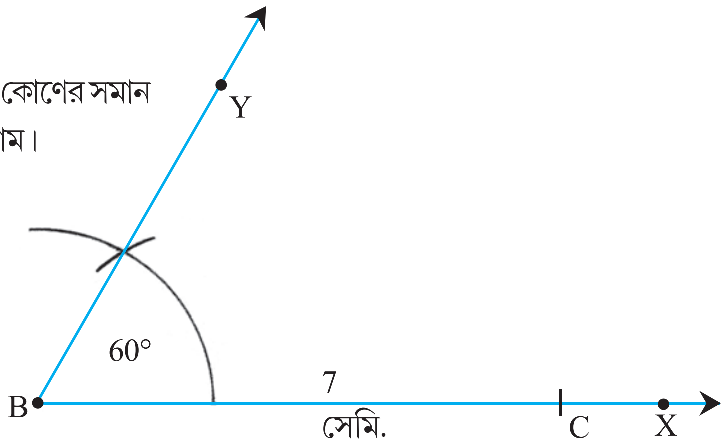
5 সেমি. ______________________

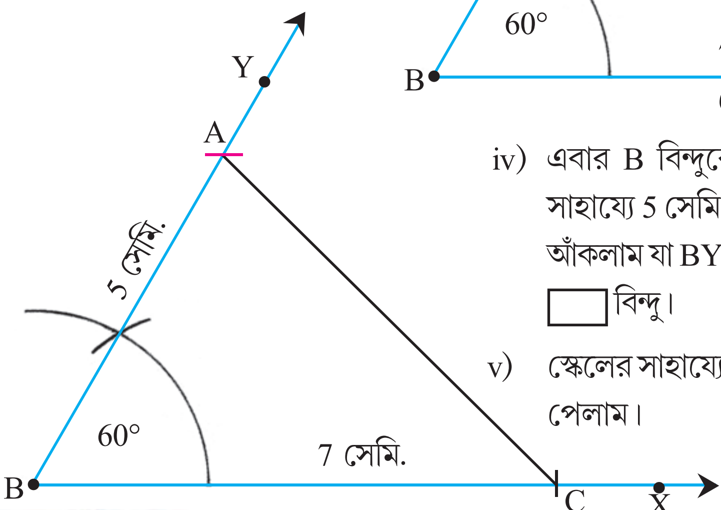
7 সেমি. ______________________________



ii) এবার একটি রশ্মি BX নিলাম। A বিন্দুকে কেন্দ্র করে পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে 7 সেমি. দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তচাপ আঁকলাম যা রশ্মি BX কে C বিন্দুতে ছেদ করল।

iii) এবার B বিন্দুকে কেন্দ্র করে 60° কোণের সমান মানের একটি কোণ $\angle YBC$ আঁকলাম।





iv) এবার B বিন্দুকে কেন্দ্র করে পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে 5 সেমি. দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকলাম যা BY রশ্মিকে যে বিন্দুতে ছেদ করল সেটাই ☐ বিন্দু।

v) স্কেলের সাহায্যে A ও C বিন্দু দুটি যোগ করে ΔABC পেলাম।

রেশমিও DEF একটি ত্রিভুজ আঁকল যার DE = 5 সেমি., EF = 7 সেমি. ও ∠DEF = 60^{o} ।

আমি আমার আঁকা ABC ত্রিভুজাকারক্ষেত্রটি কেটে রেশমির আঁকা DEF ত্রিভুজাকারক্ষেত্রের উপর বসিয়ে দেখছি ত্রিভুজ দুটি একটি অপরটির সাথে সম্পূর্ণরূপে মিলে যাচ্ছে।

অর্থাৎ একটি ত্রিভুজের দুটি বাহু ও তাদের অন্তর্ভূক্ত কোণ অপর একটি ত্রিভুজের দুটি বাহু ও অন্তর্ভুক্ত কোণের সমান হলে একটি অপরটির সাথে সম্পূর্ণরূপে মিলে যায়।

অর্থাৎ ত্রিভুজের দুটি বাহু ও তাদের অন্তর্ভূক্ত কোণ নির্দিষ্ট হলে নির্দিষ্ট ত্রিভুজ পাই।

কষে দেখি - 8.2

1. ABC একটি ত্রিভুজ আঁকি যার AB = 4 সেমি. BC = 6 সেমি. এবং ∠ABC = 45^{0}

2. দুটি ত্রিভুজের অনুরূপ বাহুর দৈর্ঘ্য ও বাহুদুটির অন্তর্ভূক্ত কোণ সমান হলে ত্রিভুজ দুটির একটি অপরটির সাথে সম্পূর্ণরূপে মিলে যাবে। দুটি ত্রিভুজ আঁকি। তারপর ত্রিভুজ দুটি কেটে ও মিলিয়ে যাচাই করি।

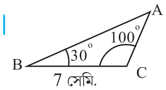
3. PQR একটি ত্রিভুজ আঁকি যার PQ = 4 সেমি., QR = 3 সেমি. এবং ∠PQR = 90^{0}; PQR ত্রিভুজের PR বাহুর দৈর্ঘ্য স্কেলের সাহায্যে মেপে লিখি।

4. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ আঁকি যার সমান দুটি বাহুর প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য 7.2 সেমি. এবং সমান বাহুদুটির অন্তর্ভূক্ত কোণ 100° ।

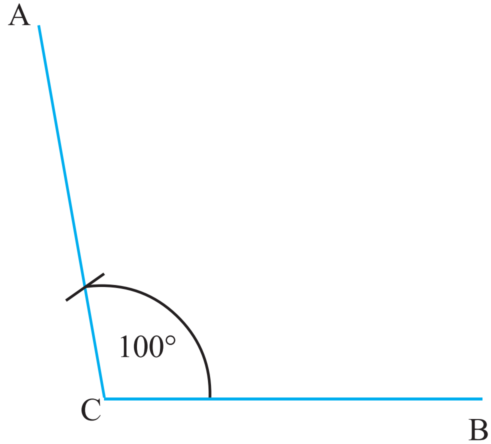
এবার ত্রিভুজের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও ওই বাহুর সংলগ্ন দুটি কোণ
জানা থাকলে কীভাবে ত্রিভুজ আঁকা যায় দেখি।

4 ABC একটি ত্রিভুজ আঁকি যার BC = 7 সেমি., $\angle ABC = 30^\circ$ এবং $\angle ACB = 100^\circ$

প্রথমে স্কেল ও পেনসিলের সাহায্যে খসড়া ছবি আঁকি।

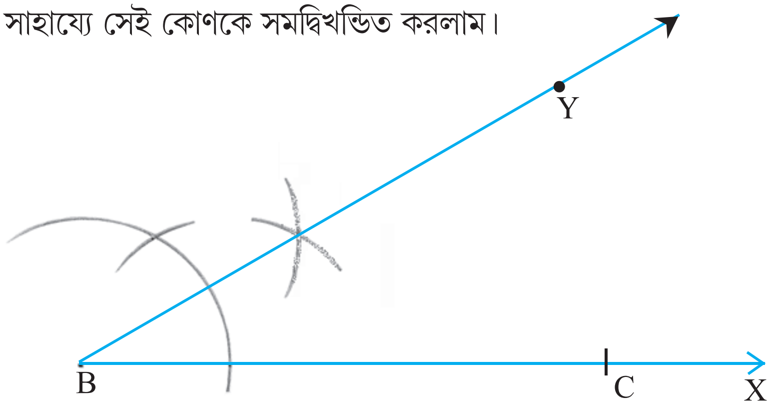


i) প্রথমে স্কেলের সাহায্যে 7 সেমি. দৈর্ঘ্যের সরলরেখাংশ ও চাঁদার সাহায্যে 100° মাপের কোণ এঁকে নিলাম।



ii) এবার একটি রশ্মি BX নিলাম। BX রশ্মির B বিন্দুকে কেন্দ্র করে কম্পাসের সাহায্যে 7 সেমি. দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্তচাপ আঁকলাম যা BX রশ্মিকে ☐ বিন্দুতে ছেদ করল।

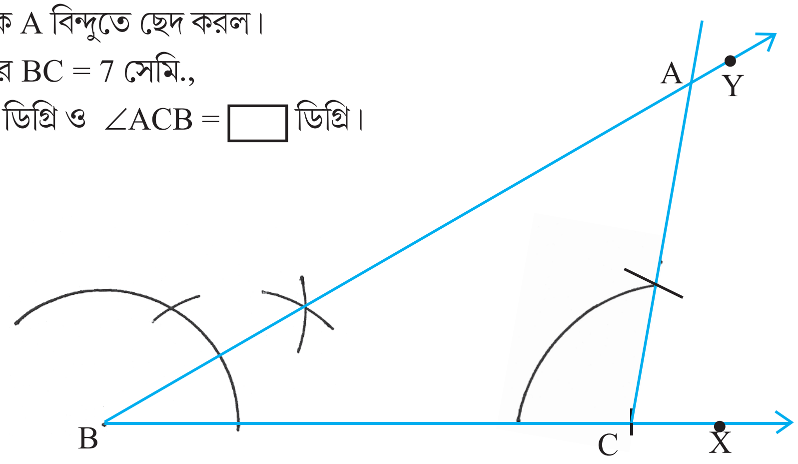
iii) এবার পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে B বিন্দুকে কেন্দ্র করে 30° কোণের সমান $\angle YBC$ কোণ অঙ্কন করলাম। অর্থাৎ পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে 60° কোণ আঁকলাম। আবার পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে সেই কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করলাম।



iv) পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে C বিন্দুকে কেন্দ্র করে 100° কোণের সমান করে একটি কোণ অঙ্কন করলাম যা BY রশ্মিকে A বিন্দুতে ছেদ করল।

∴Δ ABC পেলাম যার BC = 7 সেমি.,

এবং ∠ABC = ☐ ডিগ্রি ও ∠ACB = ☐ ডিগ্রি।



সোহানা PQR একটি ত্রিভুজ আঁকল যার QR = 7 সেমি , ∠PQR = 30° ও ∠PRQ = 100°

আমি আমার আঁকা ABC ত্রিভুজাকারক্ষেত্রটি কেটে সোহানার আঁকা PQR ত্রিভুজাকারক্ষেত্রের উপর বসিয়ে দেখছি ত্রিভুজাকারক্ষেত্র দুটি একটি অপরটির সাথে সম্পূর্ণরূপে মিলে গেল।

পেলাম, দুটি ত্রিভুজের একটি বাহু ও সেই বাহু সংলগ্ন কোণ দুটি অপর একটি ত্রিভুজের অনুরূপ বাহু এবং বাহু সংলগ্ন কোণ দুটির সাথে সমান হলে একটি ত্রিভুজ অপরটির সাথে সম্পূর্ণরূপে মিলে যায়। অর্থাৎ ত্রিভুজের একটি বাহু ও বাহু সংলগ্ন কোণদুটি নির্দিষ্ট হলে নির্দিষ্ট ত্রিভুজ পাই।

কষে দেখি - 8.3

1. একটি ত্রিভুজের একটি বাহু ও সেই বাহুসংলগ্ন কোণদুটি অপর একটি ত্রিভুজের অনুরূপ বাহু ও বাহু সংলগ্ন কোণের সাথে সমান হলে একটি ত্রিভুজ অপরটির সাথে সম্পূর্ণরূপে মিলে যাবে। দুটি ত্রিভুজ আঁকি। তারপর ত্রিভুজাকারক্ষেত্র দুটি কেটে ও মিলিয়ে যাচাই করি।

2. XYZ একটি ত্রিভুজ আঁকি যার YZ = 6.5 সেমি. ও ∠XYZ = 60° ও ∠XZY = 70°

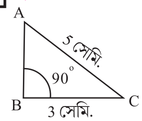
3. ABC একটি ত্রিভুজ আঁকি যার BC = 5.5 সেমি., ∠ABC = 60° ও ∠ACB = 30°

4. PQR একটি ত্রিভুজ আঁকার চেষ্টা করি যার QR = 7.2 সেমি., ∠PQR = 80° ও ∠PRQ = 115° এবং ত্রিভুজ গঠন না হলে কারণ খুঁজি।

5. DEF একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ আঁকি যার EF বাহুর দৈর্ঘ্য 6.2 সেমি. এবং বাহু সংলগ্ন কোণ দুটির যোগফল 100°

5 আমি একটি সমকোণী ত্রিভুজ আঁকার চেষ্টা করি যার একটি বাহু ও অতিভুজের দৈর্ঘ্য জানা আছে। একটি সমকোণী ত্রিভুজের একটি কোণ অবশ্যই ☐ (সমকোণ / স্থূলকোণ)

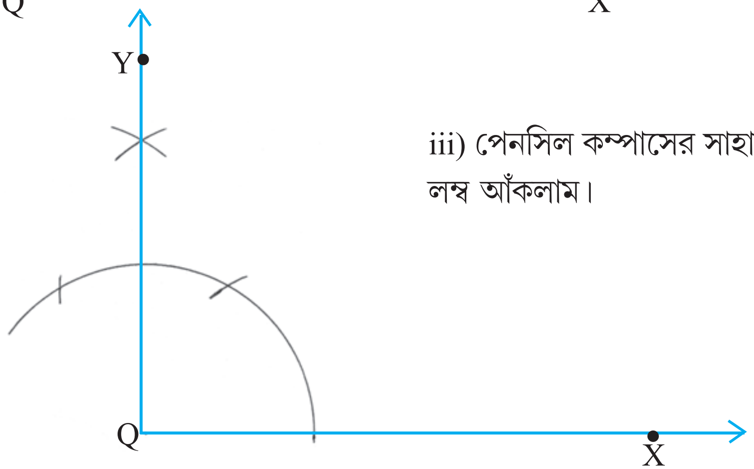
প্রথমে স্কেল ও পেনসিলের সাহায্যে খসড়া ছবি আঁকি।



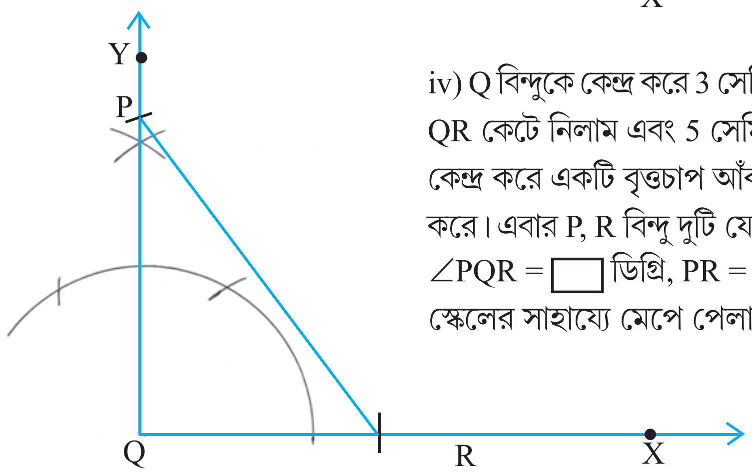
i) প্রথমে স্কেল ও পেনসিলের সাহায্যে 3সেমি. ও 5 সেমি. দৈর্ঘের সরলরেখাংশ আঁকলাম।

3 সেমি. ______ 5 সেমি. ______

ii) স্কেল ও পেনসিলের সাহায্যে QX একটি রশ্মি আঁকলাম।



iii) পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে QX রশ্মির Q বিন্দুতে QY লম্ব আঁকলাম।

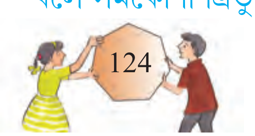


iv) Q বিন্দুকে কেন্দ্র করে 3 সেমি. দৈর্ঘ্যের সমান করে QX থেকে QR কেটে নিলাম এবং 5 সেমি. দৈর্ঘ্যের সমান করে R বিন্দুকে কেন্দ্র করে একটি বৃত্তচাপ আঁকলাম যা QY কে P বিন্দুতে ছেদ করে। এবার P, R বিন্দু দুটি যোগ করে △ PQR পেলাম।

∠PQR = ☐ ডিগ্রি, PR = ☐ সেমি., QR = ☐ সেমি., স্কেলের সাহায্যে মেপে পেলাম PQ = ☐ সেমি.।

তিতলি ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ আঁকল যার ∠ACB =1 সমকোণ, BC = 3 সেমি., AB =5 সেমি.।

আমি তিতলির আঁকা ABC সমকোণী ত্রিভুজাকারক্ষেত্রটি কেটে নিয়ে আমার আঁকা PQR সমকোণী ত্রিভুজাকারক্ষেত্রের উপর বসিয়ে দেখলাম দুটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ ও আর একটি বাহু সমান বলে সমকোণী ত্রিভুজ দুটির একটি অপরটির সাথে সম্পূর্ণরূপে মিলে গেল।

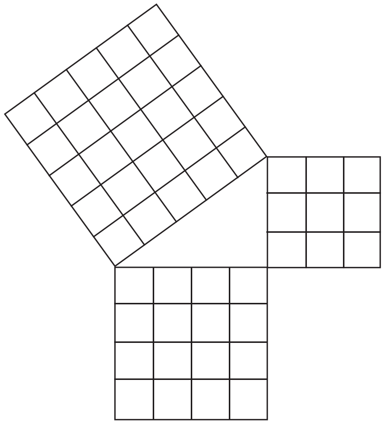


কিন্তু আমি যে সমকোণী ত্রিভুজ PQR আঁকলাম তার অতিভুজ PR = 5 সেমি.,
QR = 3 সেমি. এবং PQ = 4 সেমি.।

কিন্তু সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ, ভূমি ও লম্বের দৈর্ঘ্যগুলির মধ্যে কি কোনো সম্পর্ক আছে?

এখানে অতিভুজের দৈর্ঘ্য = 5 সেমি., ভূমির দৈর্ঘ্য = 3 সেমি. এবং লম্বের দৈর্ঘ্য = 4 সেমি.

দেখছি, $5^2 = 3^2 + 4^2$ অর্থাৎ অতিভুজ ^{2} = ভূমি ^{2} + লম্ব ^{2}



কষে দেখি — 8.4

1. PQR একটি সমকোণী ত্রিভুজ আঁকি যার $\angle PQR = 90^\circ$, PQ = 6 সেমি. ও QR = 4 সেমি.
2. ABC একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ আঁকি যার $\angle ABC = 90^\circ$, AB = 7 সেমি.
3. XYZ একটি সমকোণী ত্রিভুজ আঁকি যার $\angle XYZ = 90^\circ$, XZ = 10 সেমি. এবং YX = 6 সেমি.
4. ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ আঁকি যার $\angle BAC = 90^\circ$, BC = 8 সেমি. এবং $\angle ACB = 45^\circ$

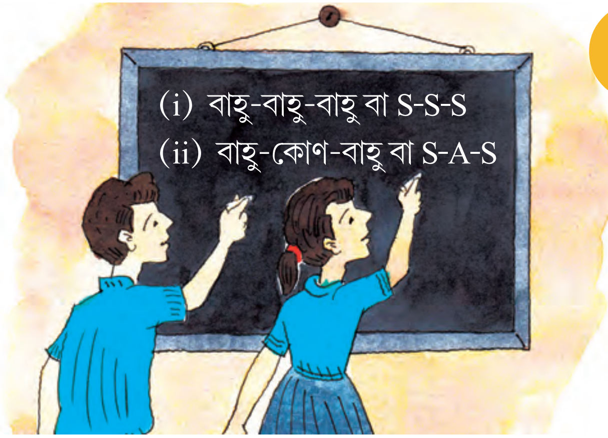
   সংকেত

   i) স্কেল ও পেনসিলের সাহায্যে একটি রশ্মি CX নিলাম।

   ii) C বিন্দুকে কেন্দ্র করে পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে CX -এর উপর $\angle XCD = 90^\circ$ কোণ আঁকি।

   iii) পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে $\angle XCD$ কে সমদ্বিখণ্ডিত করি। একটি কোণ $\angle XCY$ পাই যার মান 45° [এই CY রশ্মির উপরে ☐ বিন্দু আছে]।

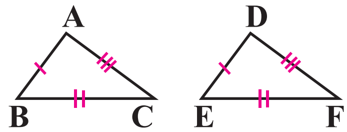
   iv) CY থেকে 8 সেমি. দৈর্ঘ্যের সমান করে CB কেটে নিলাম। B বিন্দু থেকে স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে CX-এর উপর লম্ব আঁকি। এই লম্ব CX কে ☐ বিন্দুতে ছেদ করল। সুতরাং প্রদত্ত সমকোণী ত্রিভুজের BC = 8 সেমি., $\angle BAC = 90^0$ এবং $\angle ACB = 45^\circ$



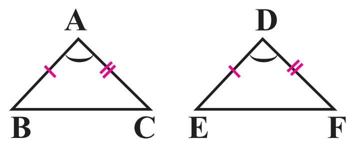
9. সর্বসমতার ধারণা

আমরা স্কেল, পেনসিল ও কম্পাসের সাহায্যে ত্রিভুজ-এর ছবি আঁকতে গিয়ে একই আকারের দুটি ছবি কেটে একটির সাথে অপরটি মিলিয়ে দেখেছি। এখন আমরা কোন কোন শর্তে ত্রিভুজ দুটি একটি অপরটির সাথে সম্পূর্ণ মিলে গেছে তা দেখি।

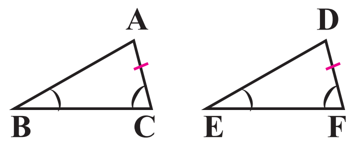
i) একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য অপর একটি ত্রিভুজের অনুরূপ তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্যের সমান হলে তাকে আমরা বাহু-বাহু-বাহু বা S-S-S শর্ত বলব।



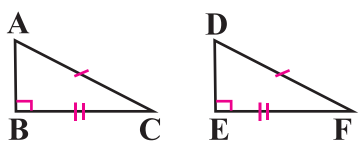
ii) একটি ত্রিভুজের দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণের পরিমাপ অপর একটি ত্রিভুজের অনুরূপ দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণের পরিমাপের সমান হলে তাকে আমরা বাহু-কোণ-বাহু বা S-A-S শর্ত বলব।



iii) একটি ত্রিভুজের দুটি কোণের পরিমাপ ও একটি বাহুর দৈর্ঘ্য অপর একটি ত্রিভুজের দুটি কোণের পরিমাপ এবং অনুরূপ বাহুর দৈর্ঘ্যের সমান হলে তাকে কোণ-বাহু-কোণ বা A-S-A অথবা কোণ-কোণ বাহু বা A-A-S শর্ত বলব।



iv) একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য ও একটি বাহুর দৈর্ঘ্য অপর একটি সমকোণী ত্রিভূজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য ও একটি বাহুর দৈর্ঘ্যের সমান হলে তাকে আমরা সমকোণ-অতিভুজ-বাহু বা R-H-S শর্ত বলব।



কিন্তু একটি জ্যামিতিক চিত্রের সাথে অপর একটি জ্যামিতিক চিত্রের সম্পূর্ণভাবে মিলে যাওয়াকে অঙ্কের ভাষায় কী বলব?

এইরকম দুটি জ্যামিতিক চিত্রের একটিকে সরিয়ে বা ঘুরিয়ে বা দু-ভাবে অপরটির সাথে সম্পূর্ণভাবে মিলে যাওয়াকে 'সর্বসম' বলা হয়। আর এই ধর্মকে 'সর্বসমতা' বলে।

ত্রিভুজের সর্বসমতার শর্ত হলো — (i) বাহু-বাহু-বাহু বা S-S-S

(ii) বাহু-কোণ-বাহু বা S-A-S

(iii) কোণ-বাহু-কোণ বা A-S-A অথবা কোণ-কোণ বাহু বা A-A-S

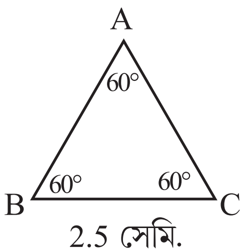
(iv) সমকোণ-অতিভুজ-বাহু বা R-H-S

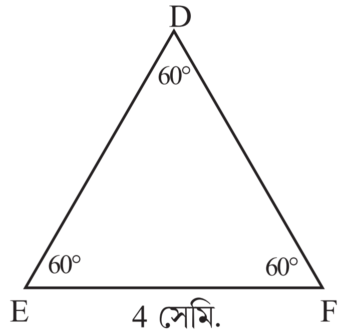
তিতলি ও রানা দুটি ফুলের ছবি এঁকে কেটে নিল। তিতলির আঁকা ফুলের ছবি রানার আঁকা ফুলের ছবির সাথে সম্পূর্ণ ভাবে মিলে গেল। এই ছবি দুটিও কি সর্বসম?

এই ছবি দুটিও সর্বসম।

কিন্তু দুটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের পরিমাপ সমান হলে ত্রিভুজ দুটি সর্বসম হবে কিনা দেখি।

দুটি সমবাহু ত্রিভুজ আঁকি—

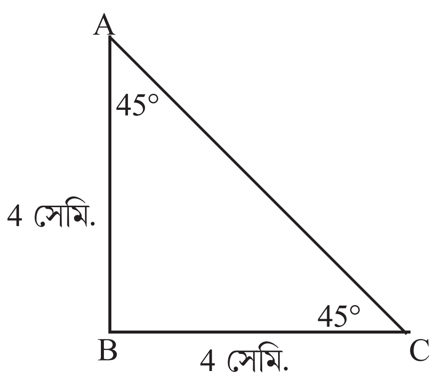


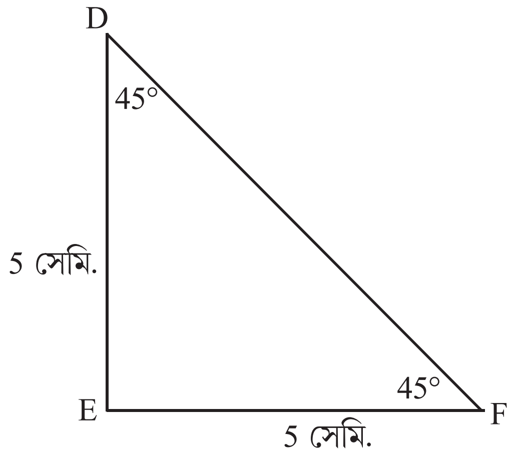


দেখছি, দুটি ত্রিভুজের কোণগুলি সমান। কিন্তু একটি জ্যামিতিক চিত্রের উপর আর একটি জ্যামিতিক চিত্র বসালে সম্পূর্ণভাবে মিলে যাচ্ছে না। অর্থাৎ ত্রিভুজ দুটি সর্বসম নয়।

তাহলে ত্রিভুজ দুটিকে কি বলব? তখন ত্রিভুজ দুটিকে সদৃশকোণী বলে।

অর্থাৎ একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের পরিমাপ অপর একটি ত্রিভুজের তিনটি কোণের পরিমাপের সমান। তাই দুটি ত্রিভুজের কোণ-কোণ-কোণ বা (A-A-A) সর্বসমতার শর্ত হতে পারে না।



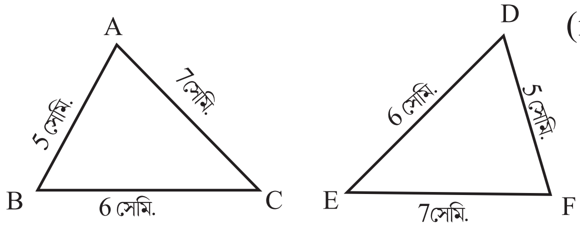


এই সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ দুটির অনুরূপ কোণ তিনটি সমান। ত্রিভুজ দুটি সর্বসম নয়। কিন্তু ত্রিভুজ দুটি [ ]। (নিজে লিখি)

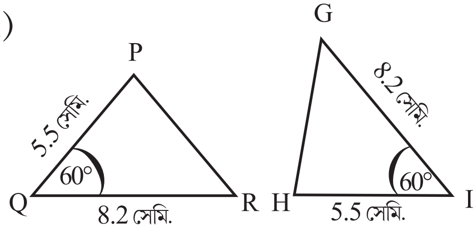
কষে দেখি - 9

1. সর্বসমতা বলতে কী বুঝি লিখি।
2. ত্রিভুজের সর্বসমতার শর্তগুলি লিখি।
3. কোণ-কোণ-কোণ ত্রিভুজের সর্বসমতার একটি শর্ত হতে পারে কি? —ছবি এঁকে বোঝাই।
4. নীচের আঁকা ত্রিভুজগুলির প্রত্যেকক্ষেত্রে কোন দুটি সর্বসম এবং কোন দুটি সর্বসম নয় তা সর্বসমতার শর্ত দিয়ে যুক্তিসহ লিখি।

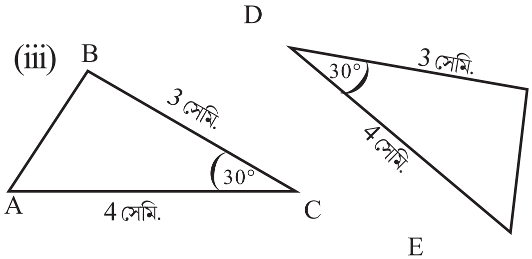
(i)



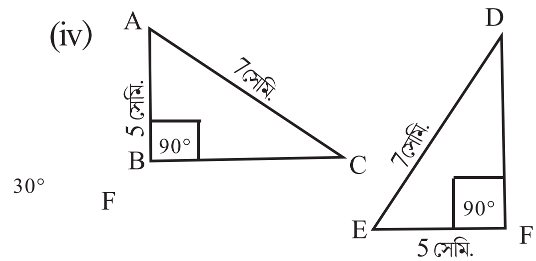
(ii)



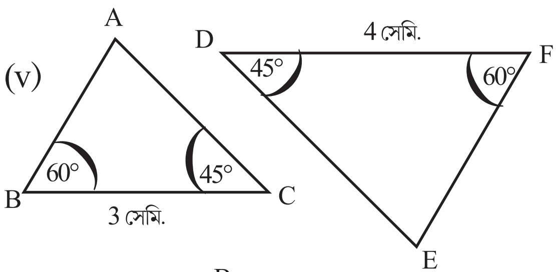
(iii)



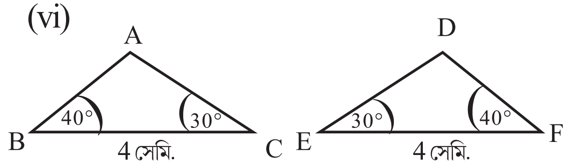
(iv)



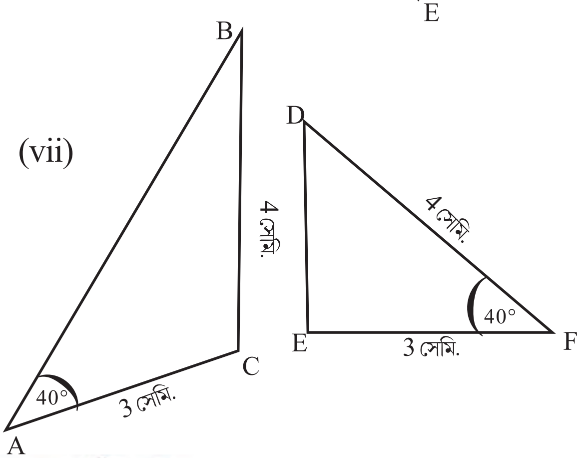
(v)



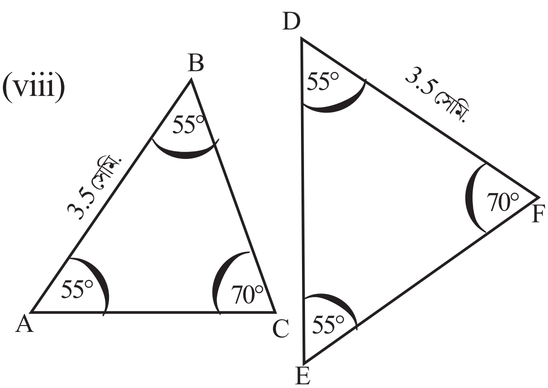
(vi)



(vii)



(viii)



10. আসন্নমান

এ বছরে আমি ক্ষুদিরাম মেমোরিয়াল স্কুলে ভরতি হয়েছি। স্কুলে অনেক বন্ধু পেয়েছি। স্কুলে তমাল, তিতলি, ফিরোজ, আনোয়াড়া সবাই মিলে আমরা খেলাধুলা করি।
আজ আমরা ঠিক করেছি, আমরা নিজেদের বয়স ও উচ্চতা বলব আর তমাল ব্ল্যাকবোর্ডে লিখবে।

আমার বয়স 12 বছর 3 মাস 8দিন এবং উচ্চতা 150.8 সেমি.। কিন্তু তমাল আমার বয়স লিখল 12 বছর ও উচ্চতা লিখল 151 সেমি.। এই রকম লিখল কেন?

তমাল বয়স ও উচ্চতার যে মানটি লিখল সেটি সঠিক মানের আসন্নমান । এই আসন্নমান আমাদের অনেক গুরুত্বপূর্ণ সিদ্ধান্ত নিতে সাহায্য করে। এবার তমাল দুটি দল তৈরি করল। একটি দল যাদের বয়স 12 বছরের বেশি এবং অন্য দলের প্রত্যেকের বয়স 12 বছরের কম। দুই দলের কয়েজনের

উচ্চতা লিখল →

উচ্চতা	তমাল লিখল
150.3 সেমি.	150 সেমি.
152.7 সেমি.	153 সেমি.
159.5 সেমি.	160 সেমি.
161.4 সেমি.	161 সেমি.

বুঝেছি, 150, 153, 160, 161 হলো 150.3, 152.7, 159.5 ও 161.4 - এর আসন্নমান।

কিন্তু এই আসন্নমান লেখার কী কোনো নিয়ম আছে? সেই নিয়মটা কী?

150.3, 152.7 — এগুলো হলো প্রকৃত মান।

তাই দেখছি আসন্নমান প্রকৃত মানের চেয়ে কিছু কম অথবা বেশি হয়।

150.3 - এর আসন্নমান 150 নিলে $150.3 - 150 = 0.3$ কম নিই।

কিন্তু 150.3 - এর আসন্নমান 151 নিলে $151 - 150.3 = 0.7$ বেশি নিই। অর্থাৎ এক্ষেত্রে প্রকৃত মানের থেকে আসন্নমানের পার্থক্য বেড়ে যাবে। তাই, 150.3 -এর আসন্নমান 150 নিলে গাণিতিক চিহ্নে প্রকাশ করে পাই $150.3 \approx 150$

এই $\approx$ গাণিতিক চিহ্ন মানে **প্রায় সমান**।

1 152.7 সেমি.-র আসন্নমান 153 সেমি. কীভাবে হলো দেখি।

152.7-এর আগের পূর্ণসংখ্যা 152 এবং পরের পূর্ণসংখ্যা 153

153 – 152.7 = $\square$ কিন্তু 152.7 – 152 = $\square$

153 প্রকৃত মানের কাছে আছে। তাই 152.7 $\square$ 153 [নিজে আসন্নমানের গাণিতিক চিহ্ন বসাই]

2 কিন্তু 159.5 যখন প্রকৃত মান, তখন আসন্নমান কী হবে দেখি।

159.5-এর আগের ও পরের পূর্ণসংখ্যা $\square$ ও $\square$

160 – 159.5 = $\square$ ও 159.5 – 159 = $\square$

দেখছি, দুটোরই পার্থক্য সমান। সেক্ষেত্রে 159.5 ≈ 160 হবে। অর্থাৎ পরের পূর্ণসংখ্যাই আসন্নমান হবে।

3 কিন্তু 159.251-এর এক দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমান কী হবে?

159.25 ≈ 159.3 [যেহেতু শতাংশে 5 আছে]

4 159.251-এর দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমান কী হবে?

159.251 ≈ 159.25 [যেহেতু সহস্রাংশে 1 আছে]

5 যদি 17 মিটার লম্বা ফিতেকে 14 টি সমান টুকরো করার চেষ্টা করি তবে প্রতি টুকরোর দৈর্ঘ্য কত হতে পারে হিসাব করি।

প্রতি টুকরোর দৈর্ঘ্য হবে $\frac{17}{14}$ মি. = 1.214285712.................................... মিটার

$\frac{17}{14}$ = 1.21428571 ... আসন্নমান লিখি।

(1.2142871....-এর দশমিকের পরে পাঁচটা স্থান বা পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত লেখার চেষ্টা করি)।

1.2142871...-এর পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমান 1.21429

[যেহেতু দশমিকের পরে পঞ্চম স্থানে 8 ও ষষ্ঠ স্থানে 7 আছে তাই (8 + 1) = 9 হলো।]

6 এবার, 1.2142871-এর চার দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমান খুঁজি।

1.2142871 ≈ 1.2143 [∵ দশমিকের পরে পঞ্চম স্থানে 8 আছে তাই চতুর্থ স্থানে 2 + 1 = 3 হলো]

1.2142871 -এর তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমান লিখি —

1.2142871 ≈ 1.21 ☐ [নিজে লিখি]

1.2142871 -এর দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমান লিখি —

1.2142871 ≈ ☐ [নিজে লিখি]

∴ ফিতের প্রতি খণ্ডের দৈর্ঘ্য হবে প্রায় 1.21 মিটার (দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত)।

7 আমি $\frac{12}{13}$ -এর দুই, তিন, চার ও পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমান খুঁজি।

$\frac{12}{13}$ = 0.9230769... ≈ ☐ [দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত]

≈ ☐ [তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত]

≈ ☐ [চার দশমিক স্থান পর্যন্ত]

≈ ☐ [পাঁচ দশমিক স্থান পর্যন্ত]

নিজে করি—10.1

1) নীচের ভগ্নাংশগুলি দুই, তিন ও চার দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমানে লিখি—

(i) $\frac{13}{17}$ (ii) $\frac{19}{29}$

8 কলেজ ঘাট রোডের বিবেকানন্দ উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়ে স্কুলবাড়ি মেরামতের জন্য বিভিন্ন সংস্থা থেকে চাঁদা তোলা হয়েছে। মোট 2486519 টাকা চাঁদা উঠেছে। কত লাখ টাকা চাঁদা উঠেছে ?

প্রায় 25 লক্ষ টাকা চাঁদা উঠেছে।

কারণ 2486519 ≈ 25,00,000 (লক্ষের স্থান পর্যন্ত)

2486519 ≈ 2490000 (অযুতের স্থান পর্যন্ত)

2486519 ≈ ☐ (হাজারের স্থান পর্যন্ত)

2486519 ≈ 2486500 (শতক স্থান পর্যন্ত)

2486519 ≈ ☐ (দশক স্থান পর্যন্ত)

নিজে করি—10.2 নীচের সংখ্যার দশক,শতক, হাজার ও অযুত স্থান পর্যন্ত আসন্নমান লিখি।

মূলসংখ্যা	দশক স্থান পর্যন্ত	শতক স্থান পর্যন্ত	হাজার স্থান পর্যন্ত	অযুত স্থান পর্যন্ত
452167				
784062				

কষে দেখি - 10

1. 3 টাকা 7 জন ছেলেমেয়েদের মধ্যে সমান ভাগে ভাগ করে দিই। হিসাব করে দেখি প্রত্যেকে কত পয়সা করে পাবে । (দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমানে)

   এবার 7 জনের মোট টাকা হিসাব করে দেখি মোট টাকা 3 টাকার কত কম বা কত বেশি হয়।

2. আমি 22 টাকা 8 জন ছেলে ও 7 জন মেয়ের মধ্যে সমান ভাগে ভাগ করে দেওয়ার চেষ্টা করি। হিসাব করে দেখি প্রত্যেকে প্রায় কত পয়সা পাবে । (দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমানে)

   আরও হিসাব করে দেখি 8 জন ছেলে মোট কত টাকা পেল ও 7 জন মেয়ে মোট কত টাকা পেল। 8 জন ছেলে ও 7 জন মেয়ে মিলে মোট কত টাকা পেল হিসাব করি ও দেখি এই মোট টাকা 22 টাকার কত বেশি বা কত কম।

3. আলো 1 সেকেন্ডে যায় 186000 মাইল। আবার 1 মাইল = 1.6093 কিমি.। আলো 1 সেকেন্ডে যতদূর যায় তা কিলোমিটারে আসন্নমানে প্রকাশ করি। (তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমানে)

4. 0.997-এর দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমান লিখি।

5. শূন্যস্থান পূরণ করি—

সংখ্যা	সংখ্যাটির দশমিকের আগে পূর্ণসংখ্যা	সংখ্যাটির দশমিকের আগে পূর্ণসংখ্যায় আসন্নমান	সংখ্যাটির এক দশমিক স্থান পর্যন্ত প্রকৃত মান	সংখ্যাটির এক দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমান	সংখ্যাটির দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত প্রকৃত মান	সংখ্যাটির দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমান	সংখ্যাটির তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত প্রকৃত মান	সংখ্যাটির তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমান
54·7049	54	55	54.7	54.7	54.70	54.70	54.704	54.705
35·6268								
2·00065								
0·06251								
0·00626								

6. নীচের ভগ্নাংশগুলির দুই, তিন ও চার দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমান লিখি—

(i) $\frac{22}{7}$ (ii) $\frac{3}{14}$ (iii) $\frac{1}{5}$ (iv) $\frac{47}{57}$

7. নীচের সংখ্যাগুলির লক্ষ, সহস্র ও শতকে আসন্ন মান লিখি —

মূল সংখ্যা	লক্ষে আসন্ন মান	সহস্রে আসন্ন মান	শতকে আসন্ন মান
2678945			
3124487			
1356921			

8. আসন্নমানের ব্যবহারিক প্রয়োগ —

i) 11 টা 9 মিনিট 40 সেকেন্ডকে আসন্নমানে কত বলি [মিনিটে]?

ii) জুতোর দাম 99.99 টাকা লেখা থাকলে আসন্নমানে জুতোর দাম কত ধরি?

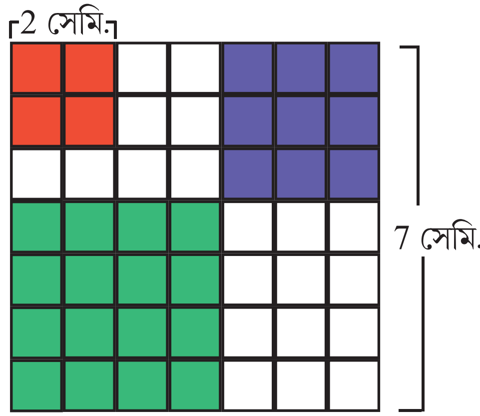
iii) একটি রেখাংশের দৈর্ঘ্য 1.59 সেমি. হলে আসন্নমানে রেখাংশটির দৈর্ঘ্য কত লিখি?

iv) মুদির দোকানে পোস্ত কিনতে গিয়ে ওজন মাপার মেশিনে দেখলাম 102 গ্রাম। দোকানদার আসন্নমানে কত গ্রাম জিনিসের দাম নেয় তা লিখি।

11. ভগ্নাংশের বর্গমূল

আমরা নানান ধরনের রঙিন কার্ড তৈরি করছি। আমাদের মধ্যে অনেকে ভালো আঁকতে পারে। তারা এই কার্ডে অনেক ছবি আঁকছে। আমরা অনেকে ভালো আঁকতে পারি না। কিন্তু কাগজ কেটে নানান নকশা তৈরি করতে পারি। তাই আমরা ঠিক করেছি সমান মাপের অনেকগুলি নানান রঙের বর্গাকার কাগজ কাটব। আমরা নানান মাপের বড়ো বর্গাকার কাগজে ছোটো ছোটো বর্গ এঁকে নিলাম যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 1 সেমি. ও রং করলাম।

রেহানা করল →



দেখছি, রেহানা তার বর্গাকার কাগজকে 49 টি সমান ছোটো ছোটো বর্গে ভাগ করে কিছু ঘরে লাল রং, কিছু ঘরে নীল রং ও কিছু ঘরে সবুজ রং দিল।

রেহানার বর্গাকার কাগজের ক্ষেত্রফল 49 বর্গসেমি.।

লাল রং দিল → $\frac{\boxed{4}}{\boxed{49}}$ অংশে।

অর্থাৎ 49 টি সমান ভাগের 4 ভাগ। আবার লাল রং দেওয়া অংশটিও একটি বর্গক্ষেত্র। এই বর্গক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য বড়ো বর্গক্ষেত্রেটির বাহুর দৈর্ঘ্যের $\frac{2}{7}$ অংশ অর্থাৎ সমান 7 ভাগের 2 ভাগ।

বর্গাকার লাল ঘরের অংশ → $\frac{4}{49}$

লাল বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বড়ো বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের $\frac{4}{49}$ অংশ।

লাল বর্গক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য বড়ো বর্গক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্যের $\sqrt{\frac{4}{49}}$ অংশ।

1 কিন্তু ভগ্নাংশের বর্গমূল কীভাবে পাব অর্থাৎ $\sqrt{\frac{4}{49}}$ -এর মান কীভাবে পাব।

$$\sqrt{\frac{4}{49}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{49}} = \frac{\sqrt{2\times 2}}{\sqrt{7\times 7}} = \frac{\sqrt{2^2}}{\sqrt{7^2}} = \frac{2}{7}$$

অর্থাৎ ভগ্নাংশের বর্গমূল করার ক্ষেত্রে আলাদাভাবে লব ও হরের বর্গমূল করা হয়।

∴ লাল বর্গক্ষেত্রের 1টি বাহুর দৈর্ঘ্য বড়ো বর্গক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্যের $\frac{2}{7}$ অংশ।

আবার $\left(\frac{2}{7}\right)^2 = \frac{2^2}{7^2} = \frac{4}{49}$

কাগজে নীল বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বড়ো বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের = $\frac{\square}{\square}$ অংশ।

নীল বর্গক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য বড়ো বর্গক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্যের = $\sqrt{\frac{\boxed{9}}{\boxed{49}}}$ অংশ = $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{49}}$ অংশ = $\frac{\square}{\square}$ অংশ

আবাব, $(\frac{3}{7})^2 = \frac{3^2}{7^2} = \frac{9}{49}$

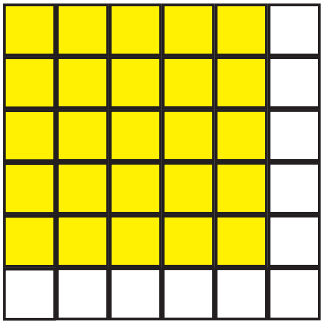
একইভাবে রেহানার বর্গাকার কাগজে সবুজ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বড়ো বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের $\frac{\square}{\square}$ অংশ।

∴ সবুজ বর্গক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য বড়ো বর্গক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্যের = $\sqrt{\frac{\square}{\square}}$ অংশ = $\frac{\square}{\square}$ অংশ

আবার, $(\frac{4}{7})^2 = \frac{\square^2}{\square^2} = \frac{\square}{\square}$

রেহানা লাল, নীল ও সবুজ ঘরগুলি কেটে নিল।

পীযুষ করল →



পীযুষের হলুদ রঙের বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বড়ো বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের $\frac{\square}{\square}$ অংশ।

হলুদ রঙের বর্গাকার ক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য বড়ো বর্গক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্যের $\sqrt{\frac{\square}{\square}}$ = অংশ = $\frac{\square}{\square}$ অংশ

এবার বর্গাকার ঘর না এঁকে বর্গক্ষেত্রের 1টি বাহুর দৈর্ঘ্য বের করি

2 $\frac{32}{50}$ বর্গসেমি. ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের 1টি বাহুর দৈর্ঘ্য কী হবে হিসাব করি।

1 টি বাহুর দৈর্ঘ্য = $\sqrt{\frac{32}{50}}$ সেমি. = $\sqrt{\frac{\cancel{2} \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{\cancel{2} \times 5 \times 5}}$ সেমি. = $\frac{\sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2}}{\sqrt{5 \times 5}}$ সেমি.

= $\frac{\sqrt{2^2 \times 2^2}}{\sqrt{5^2}}$ সেমি. = $\frac{2 \times 2}{5}$ সেমি. = $\frac{4}{5}$ সেমি.

3 $\frac{121}{144}$ বর্গসেমি. ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য কী হবে হিসাব করি।

$\frac{121}{144}$ বর্গসেমি. ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য

= $\sqrt{\frac{121}{144}}$ সেমি. = $\sqrt{\frac{11 \times 11}{2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2 \times 3}}$ সেমি. = $\sqrt{\frac{11^2}{12^2}}$ সেমি. = $\frac{11}{12}$ সেমি.

নিজে করি—11.1

1) নীচের ভগ্নাংশগুলির বর্গ করি:

(i) $\frac{4}{5}$ (ii) $\frac{6}{7}$ (iii) $\frac{8}{10}$ (iv) $\frac{11}{12}$

2) নীচের ভগ্নাংশগুলির বর্গমূল করি:

(i) $\frac{16}{25}$ (ii) $\frac{9}{64}$ (iii) $\frac{36}{121}$, (iv) $\frac{144}{169}$ (v) $\frac{225}{289}$

4 যদি $\frac{9}{32}$ -এর বর্গমূল করতে চাই তাহলে কীভাবে করব দেখি।

$$\sqrt{\frac{9}{32}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{32}} = \frac{\sqrt{3\times3}}{\sqrt{2\times2\times2\times2\times2}} = \frac{\sqrt{3^2}}{\sqrt{2^2\times2^2\times2}}$$

32 পূর্ণবর্গসংখ্যা নয়। কারণ 32 কে মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ করলে পাই $32 = 2^2 \times 2^2 \times 2$।

এই রকম ভগ্নাংশকে কী বলব?

$\frac{9}{36}$, $\frac{4}{49}$ এইসব ভগ্নাংশের লব ও হরে পূর্ণবর্গ ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা আছে।

যেমন, $\frac{9}{36} = \frac{3^2}{6^2}$, $\frac{4}{49} = \frac{2^2}{7^2}$; তাই এরা পূর্ণবর্গ ভগ্নাংশ। কিন্তু $\frac{9}{32} = \frac{3^2}{2^2\times2^2\times2}$ এইরকম ভগ্নাংশ পূর্ণবর্গ ভগ্নাংশ নয়। বুঝেছি, $\frac{9}{32}$ একটা পূর্ণবর্গ ভগ্নাংশ নয়।

5 $\frac{9}{32}$ -কে পূর্ণবর্গ করতে হলে কোন ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা দিয়ে গুণ বা ভাগ করব দেখি।

32-এর মৌলিক উৎপাদক বিশ্লেষণে দুইটি 4 পূর্ণবর্গসংখ্যা এবং একটি উৎপাদক 2 আছে, যা পূর্ণবর্গ নয়। তাই $\frac{9}{32}$ -কে 2 দিয়ে গুণ করে পাই, $\frac{9}{\cancel{32}_{16}} \times \cancel{2} = \frac{9}{16} = \frac{3^2}{4^2}$

∴ $\frac{9}{16}$ একটি পূর্ণবর্গ ভগ্নাংশ।

∴ $\frac{9}{32}$ -কে ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা ☐ দিয়ে গুণ করলে পূর্ণবর্গ ভগ্নাংশ পাব।

6 আমি যদি $\frac{9}{32}$ -কে 2 দিয়ে ভাগ করি কী পাই দেখি।

$$\frac{9}{32} \div 2 = \frac{9}{32} \times \frac{1}{2} = \frac{9}{64} = \frac{3\times3}{2\times2\times2\times2\times2\times2} = \frac{3^2}{8^2}$$

∴ $\frac{9}{64}$ একটি পূর্ণবর্গ ভগ্নাংশ।

∴ $\frac{9}{32}$ -কে ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা ☐ দিয়ে ভাগ করলে পূর্ণবর্গ ভগ্নাংশ পাব।

7 $\frac{36}{243}$ পূর্ণবর্গ ভগ্নাংশ কিনা দেখি এবং কীভাবে পূর্ণবর্গ ভগ্নাংশ পাব হিসাব করে দেখি।

$$\frac{36}{243} = \frac{2\times2\times3\times3}{3\times3\times3\times3\times3} = \frac{2^2\times3^2}{3^2\times3^2\times3}$$

$\frac{36}{243}$ -এর হরের মৌলিক উৎপাদক বিশ্লেষণে দুইটি পূর্ণবর্গসংখ্যা 3^2 এবং একটি উৎপাদক 3 আছে যা পূর্ণবর্গ নয়।

তাই $\frac{36}{243}$ পূর্ণবর্গ ভগ্নাংশ নয়।

∴ $\frac{36}{243}$ -কে পূর্ণবর্গ ভগ্নাংশ করতে ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা ☐ দিয়ে গুণ করতে হবে।

আবার $\frac{36}{243}$ -কে পূর্ণবর্গ ভগ্নাংশ করতে ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা ☐ দিয়ে ভাগ করতে হবে।

নিজে করি—11.2

1) কোন ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা দিয়ে গুণ করলে নীচের ভগ্নাংশগুলি পূর্ণবর্গ ভগ্নাংশ হবে তা নির্ণয় করি।

(i) $\frac{64}{147}$ (ii) $\frac{25}{162}$ (iii) $\frac{100}{128}$ (iv) $\frac{81}{288}$

2) কোন ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে নীচের ভগ্নাংশগুলি পূর্ণবর্গ ভগ্নাংশ হবে তা নির্ণয় করি।

(i) $\frac{450}{625}$ (ii) $\frac{320}{121}$ (iii) $\frac{245}{64}$ (iv) $\frac{243}{144}$

8 যদি ভগ্নাংশের লব ও হরের বর্গমূল ভাগ প্রক্রিয়ায় করি। তবে কী সুবিধা হয় দেখি।

$\frac{1764}{5625}$ -এর বর্গমূল অর্থাৎ $\sqrt{\frac{1764}{5625}}$ -এর মান ভাগ প্রক্রিয়ায় খুঁজি।

$$
\begin{array}{r|l}
 & \;4\;2 \\
4 & \overline{17}\,\overline{64} \\
 & -16 \\
\hline
82 & \;\;164 \\
 & -164 \\
\hline
 & \;\;\;\;0
\end{array}
$$

$\therefore \sqrt{1764} = 42$

এবং

$$
\begin{array}{r|l}
 & \;7\;5 \\
7 & \overline{56}\,\overline{25} \\
 & -49 \\
\hline
145 & \;\;725 \\
 & -725 \\
\hline
 & \;\;\;\;0
\end{array}
$$

$\therefore \sqrt{5625} = 75$

পেলাম, $\sqrt{\frac{1764}{5625}} = \frac{\sqrt{1764}}{\sqrt{5625}} = \frac{\sqrt{42^2}}{\sqrt{75^2}} = \frac{42}{75}$

দেখছি, ভগ্নাংশের লব ও হরে বড়ো সংখ্যা থাকলে ভাগ প্রক্রিয়ায় বর্গমূল করলে সুবিধা হয়।

এবার আমি $\sqrt{\frac{4761}{5329}}$ -এর মান ভাগ প্রক্রিয়ায় খুঁজব।

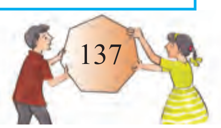
$$
\begin{array}{r|l}
 & \;6\;9 \\
6 & \overline{47}\,\overline{61} \\
 & -36 \\
\hline
129 & \;1161 \\
 & -1161 \\
\hline
 & \;\;\;\;0
\end{array}
$$

$\therefore \sqrt{4761} = \square$

$$
\begin{array}{r|l}
 & \;7\;3 \\
7 & \overline{53}\,\overline{29} \\
 & -49 \\
\hline
143 & \;\;429 \\
 & -429 \\
\hline
 & \;\;\;\;0
\end{array}
$$

$\therefore \sqrt{5329} = \square$

$\therefore \sqrt{\frac{4761}{5329}} = \frac{\sqrt{4761}}{\sqrt{5329}} = \frac{\sqrt{69^2}}{\sqrt{73^2}} = \frac{\square}{\square}$



9 আমি $\frac{625}{144}$ -এর বর্গমূলকে কোন সংখ্যা দিয়ে গুণ করলে 1 পাব হিসাব করে দেখি।

প্রথমে $\frac{625}{144}$ -এর বর্গমূলের মান হিসাব করে লিখি।

$\frac{625}{144}$ -এর বর্গমূল অর্থাৎ $\sqrt{\frac{625}{144}} = \frac{\square}{\square}$

এবার, $\frac{25}{12}$-কে কত দিয়ে গুণ করলে 1 পাব দেখি।

$1 \div \frac{25}{12} = 1 \times \frac{12}{25} = \frac{12}{25}$

$\therefore$ $\frac{25}{12}$ কে $\frac{12}{25}$ দিয়ে গুণ করলে $\square$ পাব।

10 $\frac{625}{144}$ -এর বর্গমূল অর্থাৎ $\frac{25}{12}$ -কে কত দিয়ে গুণ করলে 5-এর বর্গ পাব হিসাব করি।

5-এর বর্গ = $\square$

$\frac{25}{12}$ -কে কত দিয়ে গুণ করলে 25 পাব দেখি।

$25 \div \frac{25}{12} = \cancel{25} \times \frac{12}{\cancel{25}} = 12$

অর্থাৎ, $\frac{25}{12}$ -কে 12 দিয়ে গুণ করলে 5-এর বর্গ পাব।

কষে দেখি— 11.1

1. একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $\frac{1089}{625}$ বর্গসেমি.। বর্গক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য কত সেমি. হবে হিসাব করি।

2. নীচের ভগ্নাংশগুলির বর্গমূল নির্ণয় করি।

(i) $3\frac{22}{49}$ (ii) $\frac{375}{1215}$ (iii) $6\frac{433}{676}$ (iv) $1\frac{496}{729}$ (v) $\frac{324}{576}$

3. $\frac{121}{169}$ -এর বর্গমূলকে কত দিয়ে গুণ করলে গুণফল 1 হবে হিসাব করি।

4. দুটি ধনাত্মক সংখ্যার একটি অপরটির 2 গুণ। সংখ্যা দুটির গুণফল $1\frac{17}{32}$ হলে সংখ্যা দুটি কী কী হবে নির্ণয় করি।

5. হিসাব করে দেখি কোন ভগ্নাংশকে সেই ভগ্নাংশ দিয়ে গুণ করলে গুণফল $6\frac{145}{256}$ হবে।

6. হিসাব করে দেখি $\frac{49}{91}$ -কে কোন ভগ্নাংশ দিয়ে গুণ করলে গুণফলের বর্গমূল 1 হবে।

7. হিসাব করে দেখি $\frac{35}{42}$ -কে কোন ভগ্নাংশ দিয়ে গুণ করলে গুণফলের বর্গমূল 2 হবে।

8. $\frac{9}{50}$ -কে সবচেয়ে ছোটো কোন ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা দিয়ে গুণ করলে গুণফলটি একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে তা নির্ণয় করি।

9. দুটি ধনাত্মক সংখ্যার গুণফল $\frac{14}{15}$ এবং তাদের ভাগফল $\frac{35}{24}$ হলে, সংখ্যা দুটি কী কী হবে তা নির্ণয় করি।

10. দুটি ধনাত্মক সংখ্যার গুণফল $\frac{16}{50}$ এবং তাদের ভাগফল $\frac{1}{2}$ হলে, সংখ্যা দুটি কী কী হবে তা নির্ণয় করি।

11. $\sqrt{\sqrt{\frac{9}{64}}+\sqrt{\frac{25}{64}}}$ - এর মান কত হবে হিসাব করি।

12. $\sqrt{\frac{1}{4}}+\sqrt{\frac{1}{9}}-\sqrt{\frac{1}{16}}-\sqrt{\frac{1}{25}}$ - এর মান কত হবে হিসাব করি।

13. $\sqrt{\frac{1}{16}}, \sqrt{\frac{1}{25}}, \sqrt{\frac{1}{36}}, \sqrt{\frac{1}{49}}$ - কে মানের অধঃক্রমে সাজাই।

14. $(\sqrt{16}+\sqrt{36})$ -এর চেয়ে $(\sqrt{25}+\sqrt{81})$ কত বেশি হিসাব করি।

15. ভগ্নাংশগুলির বর্গমূল করি — (i) $3\frac{22}{49}$ (ii) $7\frac{57}{256}$ (iii) $\frac{1089}{2025}$ (iv) $3\frac{814}{1225}$

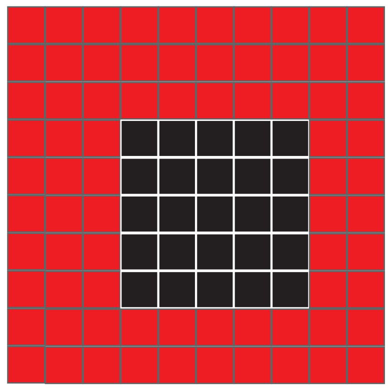
দশমিক সংখ্যার বর্গমূল

আমাদের পাড়ার ক্লাব ঘরের মেঝে ছোটো ছোটো লাল ও কালো বর্গাকার টালি দিয়ে ভরাট করা হয়েছে। 100 টি টালি বর্গাকারে সাজানো হয়েছে। তবে মেঝের মাঝে নীচের মতো $0{\cdot}5 \times 0{\cdot}5$ অংশে কালো টালি আছে।

$0{\cdot}5 \times 0{\cdot}5 = 0{\cdot}25$

$\therefore \quad (0{\cdot}5)^2 = 0{\cdot}25$

12 যদি $0{\cdot}12 \times 0{\cdot}12$ অংশে সবুজ রঙের টালি থাকত, তবে মেঝের কত অংশে সবুজ রঙের টালি থাকত হিসাব করি।



$0{\cdot}12 \times 0{\cdot}12 = 0{\cdot}0144$ অংশে।

$\therefore \quad (0{\cdot}12)^2 = 0{\cdot}0144$

আবার, $0{\cdot}15 \times 0{\cdot}15 = 0{\cdot}0225$

$\therefore \quad (0{\cdot}15)^2 = \square$

$\therefore$ 0·25, 0·0144, 0·0225 পূর্ণবর্গ দশমিক সংখ্যা

0·25 -এর বর্গমূল বা $\sqrt{0{\cdot}25} = 0{\cdot}5$

0·0144-এর বর্গমূল বা $\sqrt{0{\cdot}0144} = 0{\cdot}12$

0·0225-এর বর্গমূল বা $\sqrt{0{\cdot}0225} = \square$

দেখছি, পূর্ণবর্গ দশমিক সংখ্যায় দশমিকের পরে জোড় সংখ্যক অঙ্ক আছে।

পূর্ণবর্গ দশমিক সংখ্যা	পূর্ণবর্গ দশমিক সংখ্যার দশমিকের পরে অঙ্ক সংখ্যা	পূর্ণবর্গ দশমিক সংখ্যার বর্গমূলে দশমিক বিন্দুর পরে অঙ্ক সংখ্যা
$0{\cdot}6 \times 0{\cdot}6 = \boxed{0{\cdot}36}$	2	1
$0{\cdot}9 \times 0{\cdot}9 =$	$\square$	$\square$
$0{\cdot}16 \times 0{\cdot}16 = \square$	4	2
$0{\cdot}27 \times 0{\cdot}27 = \square$		
$0{\cdot}115 \times 0{\cdot}115 = \square$	$\square$	$\square$

পেলাম, কোনো দশমিক সংখ্যায় যদি দশমিক বিন্দুর পরে বিজোড় সংখ্যক অঙ্ক থাকে তাহলে সেই দশমিক সংখ্যা কখনোই পূর্ণবর্গ দশমিক সংখ্যা হবে না।

এবার দশমিক পূর্ণবর্গ সংখ্যার বর্গমূল করার চেষ্টা করি।

13 0·81-এর বর্গমূল খুঁজি।

$\sqrt{0{\cdot}81}$-এর দশমিক বর্জিত অখণ্ড সংখ্যা 81

$81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^2 \times 3^2$

$\therefore \sqrt{81} = 3 \times 3 = 9$

যেহেতু পূর্ণবর্গ দশমিক সংখ্যা 0·81-এ দশমিকের পরে [2] টি অঙ্ক আছে, তাই 0·81-এর বর্গমূলে দশমিকের ডানপাশে [1] টি অঙ্ক থাকবে।

$\therefore \sqrt{0{\cdot}81} = 0{\cdot}9$

আমি অন্যভাবে ভগ্নাংশে প্রকাশ করে $\sqrt{0{\cdot}81}$ -এর মান লিখি।

$$\sqrt{0{\cdot}81} = \sqrt{\frac{81}{100}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{100}} = \frac{\sqrt{3 \times 3 \times 3 \times 3}}{\sqrt{2 \times 5 \times 2 \times 5}} = \frac{3 \times 3}{2 \times 5} = \frac{9}{10} = 0{\cdot}9$$

$\therefore$ 0·81-এর বর্গমূল = 0·9

14 1·69 -এর বর্গমূল খুঁজি

1.69-এর দশমিক বর্জিত অখণ্ড সংখ্যা = [169]

$169 = 13 \times 13$

$\therefore \sqrt{169} = 13$

যেহেতু, পূর্ণবর্গ দশমিক সংখ্যা 1.69-এ দশমিকের পরে [2] টি অঙ্ক আছে, তাই 1.69-এর বর্গমূলে দশমিকের ডানপাশে [1] টি অঙ্ক থাকবে।

$\therefore \sqrt{1.69} = 1{\cdot}3$

অন্যভাবে ভগ্নাংশে প্রকাশ করে $\sqrt{1{\cdot}69}$ -এর মান লিখি

$$\sqrt{1{\cdot}69} = \sqrt{\frac{169}{100}} = \frac{\sqrt{13 \times 13}}{\sqrt{2 \times 5 \times 2 \times 5}} = \frac{13}{2 \times 5} = \frac{13}{10} = 1{\cdot}3$$

$\therefore$ 1·69-এর বর্গমূল = 1·3

15 0·1225-এর বর্গমূল লিখি

0·1225-এর দশমিক বর্জিত অখণ্ড সংখ্যা = [ ]

$1225 = 5 \times 5 \times 7 \times 7 = 5^2 \times 7^2$

$\therefore \sqrt{1225} = 5 \times 7 = 35$

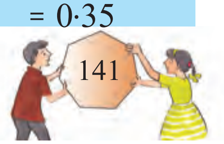
যেহেতু পূর্ণবর্গ দশমিক সংখ্যা 0·1225-এ দশমিকের পরে [ ] টি অঙ্ক আছে, তাই 0·1225-এর বর্গমূলে দশমিকের ডানপাশে [ ] টি অঙ্ক থাকবে।

$\therefore \sqrt{0{\cdot}1225} = 0{\cdot}35$

অন্যভাবে ভগ্নাংশে প্রকাশ করে $\sqrt{0{\cdot}1225}$ -এর মান লিখি।

$$\sqrt{0{\cdot}1225} = \sqrt{\frac{1225}{10000}} = \sqrt{\frac{5 \times 5 \times 7 \times 7}{2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5}} = \sqrt{\frac{5^2 \times 7^2}{2^2 \times 2^2 \times 5^2 \times 5^2}} = \frac{5 \times 7}{2 \times 2 \times 5 \times 5} = \frac{35}{100} = 0.35$$

$\therefore$ 0·1225-এর বর্গমূল = 0·35



নিজে করি—11.3

1) নীচের দশমিক সংখ্যার বর্গের মান লিখি —

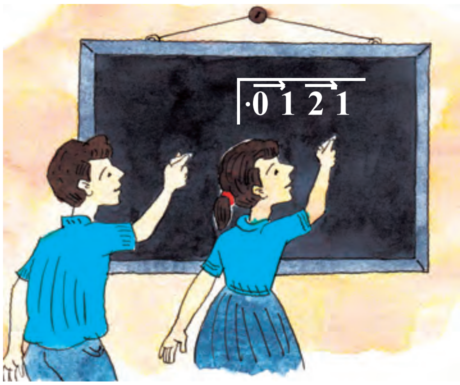
(i) 0.7 (ii) 0·16 (iii) 0·08 (iv) 0·25

2) দশমিক বিন্দুর পরে অঙ্ক সংখ্যার বিচারে নীচের দশমিক সংখ্যার মধ্যে কোনগুলি পূর্ণবর্গ দশমিক সংখ্যা দেখি —

(i) 22.5 (ii) 1.44 (iii) 62.5 (iv) 12.1

3) নীচের দশমিক সংখ্যার বর্গমূলের মান নির্ণয় করি—

(i) 4·41 (ii) 2·25 (iii) 0·0256 (iv) 0·0484



ভাগ পদ্ধতিতে ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যার বর্গমূল করেছি। কিন্তু ভাগ পদ্ধতিতে দশমিক সংখ্যার বর্গমূল করতে পারি কিনা দেখি।

16 0·0121-এর বর্গমূল ভাগ পদ্ধতিতে কীভাবে সম্ভব চেষ্টা করি।

```
            ·1 1
     ____________
  1 | ·0 1  2 1
    |  - 1
     ____________
 21 |    2 1
    |  - 2 1
     ____________
          0
```

∴ ভাগ পদ্ধতিতে $\sqrt{.0121} = 0·11$

বর্গমূলের জন্য দশমিকের পরে জোড় সংখ্যা রাখতে হবে। তাই দশমিকের ডানদিক থেকে দুটি করে সংখ্যার মাথায় তিরচিহ্ন দিলাম (জোড়া না হলে '০' দিয়ে জোড়া করা হয়) ও অখণ্ড সংখ্যার ক্ষেত্রে যে নিয়মে ভাগপদ্ধতিতে বর্গমূল নির্ণয় করেছি সেই ভাবেই এগোলাম।

$\sqrt{1·21}$ -এর মান ভাগ পদ্ধতিতে কীভাবে পাই দেখি।

অখণ্ড সংখ্যার ভাগ পদ্ধতিতে বর্গমূলের সময়ে ডানদিক থেকে বামদিকে দুটি সংখ্যার মাথায় তিরচিহ্ন দেওয়া হয়।

পেলাম,

```
          1 ·1
     ___________
  1 |  1 ·2 1
    | - 1
     ___________
 21 |    2 1
    |  - 2 1
     ___________
          0
```

∴ $\sqrt{1·21} = 1·1$

ভাগ পদ্ধতিতে $\sqrt{0{\cdot}050625}$, $\sqrt{0{\cdot}000324}$, $\sqrt{85{\cdot}3776}$, $\sqrt{3{\cdot}4596}$ ও $\sqrt{0{\cdot}8836}$ -এর মান লিখি

```
        .2 2 5
   2 | 0.050625
     | - 4
  42 |  106
     |  - 84
 445 |   2225
     |  -2225
            0
```
$\therefore \sqrt{0{\cdot}050625} = 0{\cdot}225$

```
        ·0 1 8
   0 | 0.000324
     | - 00
   1 |  03
     |  - 1
  28 |   224
     |  - 224
           0
```
$\therefore \sqrt{0{\cdot}000324} = 0{\cdot}018$

```
         1 · 8  6
   1 |  3 · 45 96
     | - 1
  28 |  2 4 5
     | - 2 2 4
 366 |    2 1 9 6
     |  - 2 1 9 6
              0
```
$\therefore \sqrt{3 \cdot 4596} = 1{\cdot}86$

নিজে করি—11.4

নীচের দশমিক সংখ্যার ভাগ পদ্ধতিতে বর্গমূল নির্ণয় করি।

1) 0·000256 2) 0·045369 3) 1·0609 4) 75·69

যে সব সংখ্যা পূর্ণবর্গ নয় তাদের ভাগ পদ্ধতিতে বর্গমূল করার চেষ্টা করি ও তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান খুঁজি।

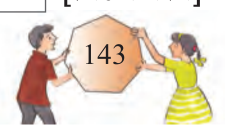
17 আমি 2-এর বর্গমূল করার চেষ্টা করি।

2-কে 1 দিয়ে ভাগ করলে দশমিকের পর থেকে প্রতিবার 1 টি শূন্য নামাতে পারি। কিন্তু ভাগ পদ্ধতিতে বর্গমূলের ক্ষেত্রে দশমিকের পর থেকে কটি শূন্য নামাতে পারব?

```
          1. 4 1 4 2
     1 |  2.00000000
       | - 1
    24 |  100        ← [ দশমিকের পর থেকে প্রথমে দুটি শূন্য পেলাম ]
       | -  96
   281 |    400      ← [ দশমিকের পর থেকে পরের দুটি শূন্য পেলাম ]
       |  - 281
  2824 |    11900    ← [ দশমিকের পর থেকে তারপরের দুটি শূন্য পেলাম ]
       |  - 11296
 28282 |     60400
       |   - 56564
              3836
```

$\sqrt{2}$ -এর তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান 1.414

$\sqrt{2}$ -এর দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান ☐ [নিজে করি]



আমি ভাগ পদ্ধতিতে $\sqrt{3}$-এর চার দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান কি পাই দেখি

```
              1. 7  3  2  0  5
        1   | 3.000000000000
            |-1
            |----------
       27   | 2 00          ← [ দশমিকের পর থেকে প্রথমে দুটি শূন্য পেলাম ]
            |-1 89
            |----------
      343   |   1100        ← [ দশমিকের পর থেকে পরের দুটি শূন্য পেলাম ]
            | - 1029
            |----------
     3462   |    7100       ← [ দশমিকের পর থেকে তারপরের দুটি শূন্য পেলাম ]
            |  - 6924
            |------------
   346405   |    1760000    ← [ ভাগ যাচ্ছে না বলে দশমিক থেকেশেষের দুজোড়া শূন্য পেলাম ]
            |  - 1732025
            |------------
                   27975
```

∴ $\sqrt{3}$ -এর চার দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান 1.7321

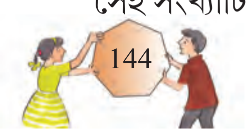
এবং $\sqrt{3}$-এর দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান [ ] [নিজে করি]

নিজে করি—11.5

$\sqrt{5}$ ও $\sqrt{7}$-এর দুই ও তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান নির্ণয় করি।

কষে দেখি—11.2

1. একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 32.49 বর্গসেমি.। এই বর্গক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য কত সেমি. হবে হিসাব করি।
2. 2.1214 বর্গমিটার এবং 2.9411 বর্গমিটার বিশিষ্ট দুটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য কত হবে হিসাব করি।
3. 0.28-এর সাথে কোন দশমিক সংখ্যা যোগ করলে যোগফলের বর্গমূল 1 হবে হিসাব করি।
4. 0.162 এবং 0.2-এর গুণফলের বর্গমূল কত হবে হিসাব করে লিখি।
5. $\sqrt{240.25} + \sqrt{2.4025} + \sqrt{0.024025}$ -এর মান কী হবে হিসাব করে লেখার চেষ্টা করি।
6. 1.4641 বর্গমিটার ও 1.0609 বর্গমিটার ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট দুটি বর্গক্ষেত্রের মধ্যে কোন বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য বেশি ও কত বেশি হিসাব করে লেখার চেষ্টা করি।
7. 0.4-এর বর্গের সঙ্গে 0.3-এর বর্গ যোগ করলে যে যোগফল পাব তা যে সংখ্যার বর্গের সমান সেই সংখ্যাটি কী হবে নির্ণয় করি।



8. ভাগ পদ্ধতিতে বর্গমূল নির্ণয় করি।

(i) 2.56 (ii) 4.84 (iii) 5.76 (iv) 6.76 (v) 0.045369 (vi) 0.000169 (vii) 76.195441 (viii) 170.485249 (ix) 5505.64

9. কোন দশমিক সংখ্যাকে সেই সংখ্যা দিয়ে গুণ করলে গুণফল 1.1025 হবে তা নির্ণয় করি।

10. 0.75 -এর সাথে কোন দশমিক সংখ্যা যোগ করলে তার বর্গমূল 2 হবে তা নির্ণয় করি।

11. 48.09 থেকে কোন দশমিক সংখ্যা বিয়োগ করলে বিয়োগফলের বর্গমূল 5.7 হবে তা নির্ণয় করি।

12. 0.000328 থেকে কোন ক্ষুদ্রতম দশমিক সংখ্যা বিয়োগ করলে বিয়োগফল একটি পূর্ণবর্গসংখ্যা (ছয় দশমিক স্থান পর্যন্ত) হবে তা নির্ণয় করি।

13. নীচের সংখ্যাগুলির আসন্ন মান লিখি।

(i) $\sqrt{6}$ (দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত) (ii) $\sqrt{8}$ (দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত) (iii) $\sqrt{11}$ (তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত) (iv) $\sqrt{12}$ (তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত)

14. $\sqrt{15}$ -এর দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান লিখি। এই আসন্ন মানের বর্গ করি ও এই বর্গ 15-এর চেয়ে কত কম বা বেশি হিসাব করি।

12. বীজগাণিতিক সূত্রাবলী

নানান রঙের আয়তাকার ও বর্গাকার কার্ড তৈরি করি ও সাজাই।

আজ আমি রুমা, বুলু, তিমির ও তমাল সবাই মিলে নানান রঙের নানান মাপের বর্গাকার ও আয়তাকার পিচবোর্ডের কার্ড তৈরি করব এবং তারপরে নানাভাবে সাজিয়ে কি পাই দেখি।

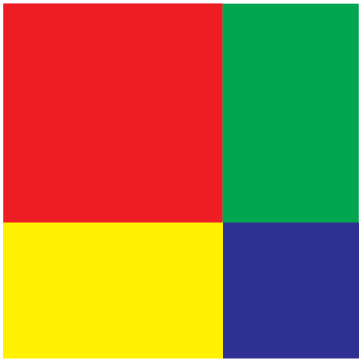
আমি একটি লাল রঙের বর্গাকার পিচবোর্ডের কার্ড তৈরি করলাম যার একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সেমি.।

রুমা আর একটি নীল রঙের বর্গাকার পিচবোর্ডের কার্ড তৈরি করল যার একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সেমি.।

তিমির একটি সবুজ রঙের আয়তাকার পিচবোর্ডের কার্ড তৈরি করল যার দৈর্ঘ্য 5 সেমি. এবং প্রস্থ 3 সেমি.।

বুলুও তিমিরের মতো হলুদ রঙের আয়তাকার পিচবোর্ডের কার্ড তৈরি করল যার দৈর্ঘ্য 5 সেমি. এবং প্রস্থ 3 সেমি.।

এবার এই লাল, নীল, সবুজ ও হলুদ রঙের চার রকমের কার্ড আমরা নানানভাবে সাজানোর চেষ্টা করে পাশের ছবির মতো সাজিয়ে একটি বড়ো বর্গক্ষেত্র পেলাম।



দেখছি, এই বড়ো পিচবোর্ডে যে বর্গক্ষেত্র তৈরি হলো তার একটি বাহুর দৈর্ঘ্য (5 + 3) সেমি.।
তাই বড় বর্গক্ষেত্রাকার পিচবোর্ডের ক্ষেত্রফল = $(5+3)^2$ বর্গসেমি.।

কিন্তু, এই বড়ো বর্গক্ষেত্রাকার পিচবোর্ডের ক্ষেত্রফল = লাল রঙের বর্গক্ষেত্রাকার পিচবোর্ডের ক্ষেত্রফল+
হলুদ রঙের আয়তক্ষেত্রাকার পিচবোর্ডের ক্ষেত্রফল+
সবুজ রঙের আয়তক্ষেত্রাকার পিচবোর্ডের ক্ষেত্রফল +
নীল রঙের বর্গক্ষেত্রাকার পিচবোর্ডের ক্ষেত্রফল।

অর্থাৎ, $(5+3)^2$ বর্গসেমি. = 5^2 বর্গসেমি. + 3সেমি. × 5সেমি. + 5সেমি.× 3সেমি. + 3^2 বর্গসেমি.

= 5^2 বর্গসেমি. + 2(5সেমি. × 3 সেমি.) + 3^2 বর্গসেমি. [∵ 3×5 = 5×3]

তাই $(5+3)^2 = 5^2 + 2 \times 5 \times 3 + 3^2$

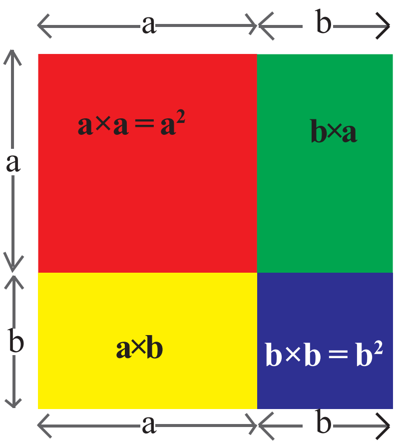
(1) 7 সেমি. ও 3 সেমি. দৈর্ঘ্যের বাহুবিশিষ্ট দুটি বর্গক্ষেত্রাকার কার্ডবোর্ড ও 7 সেমি. দৈর্ঘ্য ও 3 সেমি. প্রস্থ বিশিষ্ট দুটি আয়তক্ষেত্রাকার কার্ডবোর্ড নিয়ে এভাবে তৈরি করেও দেখছি,

$(7 + 3)^2 = 7^2 + 2 \times 7 \times 3 + 3^2$ [কাগজ কেটে নিজে করি।]

(2) অন্য যেকোনো দৈর্ঘ্যের বর্গক্ষেত্র ও আয়তক্ষেত্র তৈরি করে কি পাই দেখি। [নিজে করি]

হাতেকলমে

এবার ধরি a একক দৈর্ঘ্যের বাহুবিশিষ্ট একটি লাল রঙের বর্গাকার পিচবোর্ড, এবং b একক দৈর্ঘ্যের বাহুবিশিষ্ট একটি নীল রঙের বর্গাকার পিচবোর্ড এবং a একক দৈর্ঘ্য ও b একক প্রস্থবিশিষ্ট সবুজ ও হলুদ রঙের দুটি আয়তাকার পিচবোর্ড তৈরি করে একইভাবে সাজিয়ে পেলাম —



এই (a + b) একক দৈর্ঘ্যের বাহু বিশিষ্ট পিচবোর্ডের বর্গক্ষেত্র থেকে পেলাম —

$(a + b)^2 = a^2 + ab + ba + b^2$

$= a^2 + ab + ab + b^2$ [∵ ab = ba]

$= a^2 + 2ab + b^2$

a ও b যেকোনো সংখ্যা হলে $(a+b)^2 = (a+b)\times(a+b)$
অর্থাৎ $(a+b)$ -এর সাথে $(a+b)$ গুণ করে কি পাই দেখি।

$(a+b)\times(a+b) = (a+b)a + (a+b)b$ [বিচ্ছেদ নিয়মে পাই]

$= a\times a + b\times a + a\times b + b\times b$

$= a^2 + ab + ab + b^2$ [$\because$ ba = ab]

$= a^2 + 2ab + b^2$

$\therefore$ $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$\therefore$ হাতেকলমে ও বীজগাণিতিক সংখ্যামালা গুণ করে পেলাম $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

কিন্তু (a-b) × (a-b) — এই বীজগাণিতিক সংখ্যামালা দুটি গুণ করি ও কি পাই দেখি—

$(a-b)\times(a-b) = (a-b)\times a - (a-b)\times b$ [বিচ্ছেদ নিয়মে পাই]

$= a\times a - b\times a - (a\times b - b\times b)$

$= a^2 - b\times a - a\times b + b^2$

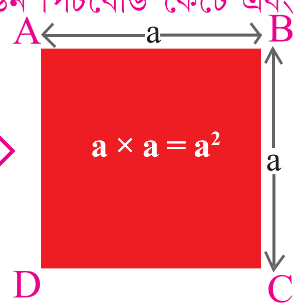
$= a^2 - ab - ab + b^2$ [$\because$ ba = ab]

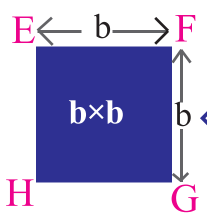
$= a^2 - 2ab + b^2$

হাতেকলমে $\therefore (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

আমরা আগের মতো বর্গাকার ও আয়তাকার রঙিন পিচবোর্ড কেটে এবং সাজিয়ে হাতকলমে $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$ যাচাই করার চেষ্টা করি।

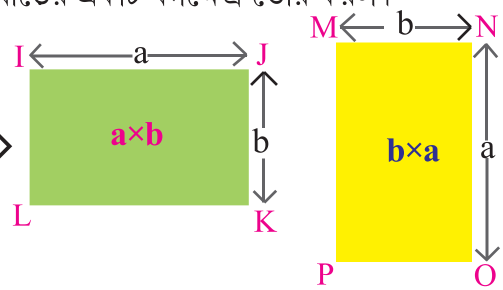
আমি a একক দৈর্ঘ্যের বাহুবিশিষ্ট লাল রঙ করা পিচবোর্ডের একটি বর্গক্ষেত্র তৈরি করলাম।



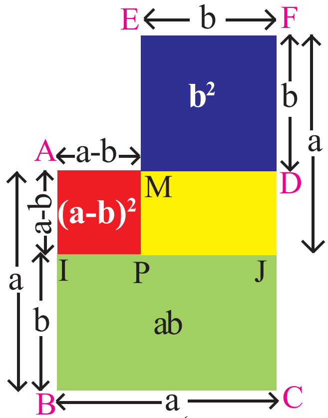


এবার সুনীতি b একক দৈর্ঘ্যের (b < a) বাহুবিশিষ্ট নীল রং করা পিচবোর্ডের একটি বর্গক্ষেত্র তৈরি করল।

মুসকান সবুজ ও হলুদ রং করা পিচবোর্ডের দুটি আয়তাকারক্ষেত্র তৈরি করল যার দৈর্ঘ্য a একক ও প্রস্থ b একক।



আমি প্রথমে লাল রঙের পিচবোর্ডের উপর সবুজ ও হলুদ রঙের পিচবোর্ডগুলি পাশের ছবির মতো রাখলাম। এবার নীল রঙের পিচবোর্ডটি পাশের ছবির মতো রাখলাম। এবার কী পেলাম দেখি।



AIPM বর্গক্ষেত্রের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য (a-b) একক।

∴ AIPM বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $(a-b)^2$ বর্গএকক।

ABCD বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = a^2 বর্গএকক। EMDF বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = b^2 বর্গএকক।

IBCJ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল= $a \times b$ বর্গএকক।

EPJF আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $b \times a$ বর্গএকক।

∴ AIPM বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

= ABCD বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল + EMDF বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল - IBCJ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল - EPJF আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল।

∴ $(a-b)^2$ বর্গএকক = $(a^2+b^2-ab-ba)$ বর্গএকক

= $(a^2 + b^2 - 2ab)$ বর্গএকক [∵ $ab = ba$]

= $(a^2 - 2ab + b^2)$ বর্গএকক

∴ হাতেকলমে ও বীজগাণিতিক সংখ্যামালা গুণ করে পেলাম $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

a = 7 সেমি. ও b = 4 সেমি. দৈর্ঘ্যের বর্গাকার ও আয়তাকার পিচবোর্ডগুলি তৈরি করে সাজিয়ে পাব-

$(7 + 4)^2 = 7^2 + 2\times7\times4 + 4^2$

দেখছি, $(7 + 4)^2 = 11^2 = 121$ এবং $7^2 + 2\times7\times4 + 4^2$

$= 49 + 56 + 16$

$= 105 + 16 = 121$

∴ $(7 + 4)^2 = 7^2 + 2\times7\times4 + 4^2$

$a = 5$ সেমি. ও $b = 3$ সেমি. দৈর্ঘ্য নিয়ে বর্গাকার ও আয়তাকার পিচবোর্ডগুলি তৈরি করে সাজিয়ে পাব- $(5-3)^2 = 5^2 - 2\times5\times3 + 3^2$

দেখছি, $(5-3)^2 = 2^2 = 4$ এবং $5^2 - 2\times5\times3 + 3^2$

$= 25 - 30 + 9$

$= 34 - 30 = 4$

$\therefore \boxed{(5-3)^2 = 5^2 - 2\times5\times3 + 3^2}$

a ও b যে কোন সংখ্যা নিয়ে যাচাই করি।

$\boxed{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$ — (I)

$\boxed{(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$ — (II) (নিজে করি)

তাই (I) ও (II) দুটি অভেদ। যে কোনো দুটি সংখ্যামালা যদি '=' চিহ্নের দুই পাশে থাকে ও দুপাশের মান চলের যেকোনো মানের জন্য সমান হয় তখন সেটিকে অভেদ বলা হয়।

I নং সূত্রে b এর জায়গায় (-b) বসিয়ে কি পাই দেখি।

$\{a + (-b)\}^2 = a^2 + 2\times a\times(-b) + (-b)^2$

$\therefore (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ অর্থাৎ (II) নং সূত্র পেলাম।

1 এবার $(a+b)^2$ ও $(a-b)^2$ যোগ করে কি পাই দেখি।

$(a+b)^2 + (a-b)^2$

$= a^2 + 2ab + b^2 + a^2 - 2ab + b^2$

$= a^2 + a^2 + b^2 + b^2 + 2ab - 2ab$

$= 2a^2 + 2b^2$

$= 2(a^2 + b^2)$

$\therefore \boxed{(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)}$

$a = -2, b = 7$ নিয়ে, $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$ যাচাই করি।

$(a+b)^2 + (a-b)^2 = (-2+7)^2 + (-2-7)^2$

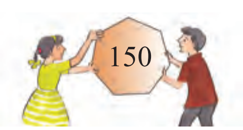
$= (5)^2 + (-9)^2 = 25 + 81 = 106$

আবার $2(a^2 + b^2) = 2\{(-2)^2 + (7)^2\}$

$= 2\{4 + 49\} = 2\times53 = 106$

$\therefore (a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$

a ও b এর অন্য মান নিয়ে যাচাই করি, $\boxed{(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)}$ (নিজে করি)



2 $(a+b)^2 - (a-b)^2$ কি পাই দেখি।

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 = (a^2 + 2ab + b^2) - (a^2 - 2ab + b^2)$$
$$= \cancel{a^2} + 2ab + \cancel{b^2} - \cancel{a^2} + 2ab - \cancel{b^2}$$
$$= 4ab.$$
$$\therefore \boxed{(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab}$$

$a=-6$ ও $b=3$ নিয়ে দেখি $\boxed{(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab}$ পাই কিনা।

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 = (-6+3)^2 - (-6-3)^2$$
$$= (-3)^2 - (-9)^2$$
$$= 9 - 81 = -72$$
$$4 \times a \times b = 4 \times (-6) \times 3 = -72$$

$\therefore$ $\boxed{(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab}$ পেলাম।

a ও b -এর অন্য যেকোনো মান নিয়ে যাচাই করি $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$

(নিজে করি)

$$4ab = (a+b)^2 - (a-b)^2$$
$$\frac{\cancel{4}ab}{\cancel{4}} = \frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{4}$$ [উভয়পক্ষকে 4 দিয়ে ভাগ করে পাই]

$$\therefore \quad ab = \frac{(a+b)^2}{4} - \frac{(a-b)^2}{4}$$
$$= \frac{(a+b)^2}{2^2} - \frac{(a-b)^2}{2^2}$$
$$= \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$$

$$\therefore \boxed{ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2}$$

$\boxed{(a+b)^2 = (a^2 + 2ab + b^2)}$ ———— (I)

3 (I) নং -এ $a = x$ ও $b = y$ বসিয়ে কি পাই দেখি।

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

4 আবার (I)নং - এ যদি , $a = x$ ও $b = -y$ বসাই কি পাই দেখি।

$$(x-y)^2 = x^2 + 2 \times x \times (-y) + (-y)^2$$
$$= x^2 - 2xy + y^2$$

5 আবার (I)নং এ যদি , $a=3x$ ও $b= 5y$ বসাই তাহলে কি পাই দেখি।

$$(3x+5y)^2 = (3x)^2 + 2 \times (3x) \times (5y) + (5y)^2$$
$$= 9x^2 + 30xy + 25y^2$$

6 (I)নং -এর সাহায্যে সহজে $(101)^2$ -এর মান খুঁজি।

$$(101)^2 = (100+1)^2$$
$$= (100)^2 + 2\times100\times1+(1)^2$$
$$= \square$$ নিজে করি।

7 যদি (I) নং -এ, $a = x$ ও $b= y+z$ বসাই তাহলে কি পাই দেখি।

$$\{x+(y+z)\}^2 = x^2 + 2\times x\times (y+z) + (y+z)^2$$
$$= x^2+2xy+2xz+(y+z)^2$$
$$= x^2+2xy+2xz+y^2+2yz+z^2$$
$$= x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2zx$$
$$\therefore \quad \boxed{(x+y+z)^2 = x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2zx}$$

তাই $\boxed{(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca}$ —— (III)

8 (I) নং -এ $a = \frac{x}{5}$, $b = \frac{-z}{2}$ বসিয়ে পাই—

$$\left(\frac{x}{5}+\frac{-z}{2}\right)^2 = \left(\frac{x}{5}\right)^2 + 2\times\left(\frac{x}{5}\right)\times\left(-\frac{z}{2}\right) + \left(-\frac{z}{2}\right)^2$$
$$\left(\frac{x}{5}-\frac{z}{2}\right)^2 = \frac{x^2}{25} - \frac{xz}{5} + \frac{z^2}{4}$$

9 (III) নং -এ $a = 2$, $b = 3$ এবং $c = 4$ বসিয়ে যাচাই করি।

$$(a+b+c)^2 = (2+3+4)^2 = 9^2 = 81$$

আবার, $a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca = 2^2+3^2+4^2+2\times2\times3+2\times3\times4+2\times4\times2$
$$= 4+9+16+12+24+16 = 81$$
$$\therefore \quad (a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$$

নিজে করি-12.1 $(a+b)^2 = (a^2+2ab+b^2)$ -এর সাহায্যে নীচের সংখ্যামালাগুলির বর্গ নির্ণয় করতে হলে a ও b -এর জায়গায় কী কী নিলাম লিখি এবং বর্গ নির্ণয় করি।

(i) $x+3$ (ii) $p+9$ (iii) $6-x$ (iv) $y-2$ (v) $mn+l^2$ (vi) $6x+3$ (vii) $4x+5y$ (viii) $pqc+2$ (ix) $\frac{5}{k}+3$ (x) $\frac{3}{r}+\frac{2}{p}$ (xi) $\frac{p}{q}+\frac{m}{n}$ (xii) m^2+n^2 (xiii) $3xy+4z$ (xiv) $2x+3y+z$ (xv) 102 (xvi) $p+q+r+s$

$$\boxed{(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2} \text{ —— (II)}$$

10 (II) নং -এ a = x ও b= y বসিয়ে কি পাই দেখি।

$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

11 এবার (II) নং -এ a = x ও b= -y বসিয়ে কি পাই দেখি।

$$\{x - (-y)\}^2 = x^2 - 2\times x(-y) + (-y)^2$$

$$\therefore (x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

12 যদি (II)নং -এ $a = \frac{m}{2}$ ও $b = \frac{n}{5}$ বসাই তাহলে কি পাই দেখি।

$$\left(\frac{m}{2} - \frac{n}{5}\right)^2 = \left(\frac{m}{2}\right)^2 - 2\times\frac{m}{2}\times\frac{n}{5} + \left(\frac{n}{5}\right)^2$$

$$= \frac{m^2}{4} - \frac{mn}{5} + \frac{n^2}{25}$$

13 যদি (II) নং -এ a = 6x , এবং b= -7y বসাই তাহলে কি পাই দেখি।

$$\{6x - (-7y)\}^2 = (6x)^2 - 2\times 6x(-7y) + (-7y)^2$$

$$\therefore (6x + 7y)^2 = 36x^2 + 84xy + 49y^2$$

14 এবার (II) নং -এ a = x+y এবং b= z বসিয়ে কি পাই দেখি।

$$\{(x+y) - z\}^2 = (x+y)^2 - 2\times(x+y)z + z^2$$

= ☐ নিজে করি

15 (II) নং -এর সাহায্যে সহজে $(99)^2$ -এর মান খুঁজি।

$$(99)^2 = (100-1)^2$$

$$= (100)^2 - 2\times 100\times 1 + (1)^2$$

= ☐ নিজে করি

নিজে করি -12.2

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ — এর সাহায্যে নীচের সংখ্যামালাগুলির বর্গ নির্ণয় করতে হলে a ও b -এর জায়গায় কী কী নিলাম লিখি এবং বর্গ নির্ণয় করি।

(i) x - 5 (ii) m-n, (iii) 10-x, (iv) x+y, (v) 3x-y, (vi) 4m+2, (vii) 5y +x, (viii) ce-fg, (ix) $px - \frac{1}{2}$ (x) p+q-r, (xi) p-q+r, (xii) $\frac{2x}{3} - \frac{3y}{4}$, (xiii) $3m^3 - 4n^3$, (xiv) 2x+y-z, (xv) 999, (xvi) p+q -r-s.

$(a+b)^2 = \square + 2ab + \square$ ------ (I)

এবং $(a-b)^2 = \square - 2ab + \square$ ----- (II)

(I) নং এবং (II) নং -এর সাহায্যে বীজগাণিতিক সংখ্যামালা পূর্ণবর্গাকারে লেখার চেষ্টা করি

16 $4x^2 + 12xy + 9y^2$ — কে পূর্ণবর্গাকারে লিখি এবং a ও b -এর মান কি পেলাম লিখি।

$4x^2 + 12xy + 9y^2$

$= (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3y + (3y)^2$ [এখানে $a = 2x$, $b = 3y$]

$= (2x + 3y)^2$ [(I)নং থেকে পেলাম]

17 $4a^2 + 4 + \frac{1}{a^2}$ বীজগাণিতিক সংখ্যামালাকে পূর্ণবর্গাকারে লিখি ও মান বের করি যখন $a = -\frac{1}{2}$

$4a^2 + 4 + \frac{1}{a^2}$

$= \square^2 + 2 \times 2a \times \frac{1}{a} + (\frac{1}{a})^2$

$= (2a + \frac{1}{a})^2$ [(I) নং সূত্র থেকে পেলাম]

$= \{\cancel{2} \times (-\frac{1}{\cancel{2}}) + \left(\frac{1}{-\frac{1}{2}}\right)\}^2$ [$a = -\frac{1}{2}$ বসিয়ে পাই]

$= (-1 - 2)^2 = (-3)^2 = 9$

18 উপরের (II) নং -এর সাহায্যে

$(3a + 2b)^2 - 2(3a+2b)(a+2b) + (a+2b)^2$ - এর সরল করি।

$(3a + 2b)^2 - 2(3a + 2b)(a+2b) + (a + 2b)^2$

$= x^2 - 2xy + y^2$ [ধরি, $3a + 2b = x$, এবং $a+2b = y$]

$= (x-y)^2$ [(II) নং সূত্র থেকে পেলাম]

$= \{(3a + 2b) - (a+2b)\}^2$ [$x = 3a + 2b$ এবং $y = a+2b$ বসিয়ে পাই]

$= (3a + 2b - a - 2b)^2$

$= (2a)^2 = 4a^2$

19 আমি $x^2y^2 - 10xyz + 25z^2$ বীজগাণিতিক সংখ্যামালাকে পূর্ণবর্গাকারে সাজাই ও মান বের করি যখন $x = 1, y = -1$ ও $z = 2$

$x^2y^2 - 10\,xyz + 25z^2$

$= (xy)^2 - 2\times xy \times 5z + (5z)^2$

$= (xy - 5z)^2$ [(II) নং সূত্র থেকে পেলাম]

এবার দেখি, $x = 1, y = -1$ও $z = 2$ বসিয়ে কি মান পাই (নিজে করি)।

কষে দেখি— 12.1

1. (a+b) কে (a+b) দিয়ে গুণ করলে গুণফল নীচের কোনটি হবে দেখি।

(i) $a^2 + b^2$ (ii) $(a+b)^2$ (iii) $2(a+b)$ (iv) 4ab

2. $(x+7)^2 = x^2 + 14x + k$ হলে k -এর মান নীচের কোনটি হবে লিখি।

(i) 14 (ii) 49 (iii) 7 (iv) কোনটিই নয়।

3. $a^2 + b^2$ - এর সাথে কোন বীজগাণিতিক সংখ্যামালা যোগ করলে যোগফল একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যামালা হবে তা লিখি।

(i) 4ab (ii) -4ab (iii) 2ab বা -2ab (iv) 0

4. $(a+b)^2 = a^2 + 6a + 9$ হলে b -এর ধনাত্মক মান নীচের কোনটি হবে লিখি

(i) 9 (ii) 6 (iii) 3 (iv) -3

5. $x^2 + \frac{1}{4}x$ এর সঙ্গে নীচের কোনটি যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ সংখ্যামালা হবে তা লিখি।

(i) $\frac{1}{64}$ (ii) $-\frac{1}{64}$ (iii) $\frac{1}{8}$ (iv) কোনটিই নয়।

6. (i) k - এর কোন মান বা মানগুলির জন্য $c^2 + kc + \frac{1}{9}$ পূর্ণবর্গ হবে লিখি।

(ii) $9p^2 + \frac{1}{9p^2}$ সংখ্যামালাটি থেকে কোন সংখ্যা বা সংখ্যাগুলি বিয়োগ করলে বিয়োগফল পূর্ণবর্গ হবে তা নির্ণয় করি।

(iii) $(x - y)^2 = 4 - 4y + y^2$ হলে x -এর মান কত হবে তা নির্ণয় করি।

(iv) $(c-3)^2 = c^2 + kc + 9$ হলে k -এর মান কী হবে লিখি।

7. সূত্রের সাহায্যে সরল করি।

(i) $(2q-3z)^2 - 2(2q-3z)(q-3z) + (q-3z)^2$

(ii) $(3p+2q-4r)^2 + 2(3p+2q-4r)(4r-2p-q) + (4r-2p-q)^2$

8. পূর্ণবর্গাকারে প্রকাশ করি।

(i) $16a^2 - 40ac + 25c^2$ (ii) $4p^2 - 2p + \frac{1}{4}$

(iii) $1 + \frac{4}{a} + \frac{4}{a^2}$ (iv) $9a^2 + 24ab + 16b^2$

9. পূর্ণবর্গাকারে প্রকাশ করে মান নির্ণয় করি।

(i) $64a^2 + 16a + 1$ যখন $a=1$

(ii) $25a^2 - 30ab + 9b^2$ যখন $a=3$ এবং $b=2$

(iii) $64 - \frac{16}{p} + \frac{1}{p^2}$, যখন $p=-1$

(iv) $p^2q^2 + 10pqr + 25r^2$ যখন $p=2$, $q=-1$ ও $r=3$

10. $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2+b^2)$ এবং

$(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$ বা

$ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$ - এর সাহায্যে

(i) st ও (s^2+t^2) মান লিখি যখন $s+t=12$ ও $s-t=8$

(ii) $8xy(x^2+y^2)$- এর মান লিখি যখন $(x+y)=5$ এবং $(x-y)=1$

(iii) $\frac{x^2+y^2}{2xy}$ এর মান লিখি যখন $(x+y)=9$ এবং $(x-y)=5$

(iv) 36 -কে দুটি বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ করি। [সংকেত, $36 = 4\times9 = \left(\frac{4+9}{2}\right)^2 - \left(\frac{4-9}{2}\right)^2$]

(v) 44 কে দুটি বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ করি।

(vi) $8x^2 + 50y^2$ কে দুটি বর্গের সমষ্টিরূপে প্রকাশ করি।

(vii) x কে দুটি বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ করি।

বীজগাণিতিক সংখ্যামালা দুটি গুণ করি ও কী পাই দেখি

$(x+5) \times (x+3) = x\times(x+3) + 5\times(x+3)$

$= x^2 + 3x + 5x + 15 = x^2 + 8x + 15$

$\therefore \quad \boxed{(x+5) \times (x+3) = x^2 + 8x + 15}$ ———————— (IV)

এবার (IV) নং -এর সমান চিহ্নের দুপাশে $x = 6$ বসিয়ে কী পাই দেখি।

বামদিকে $x = 6$ বসিয়ে পাই, $(6+5) \times (6+3) = 11\times9 = 99$

আবার ডানদিকে $x = 6$ বসিয়ে পাই, $6^2 + 8\times6 + 15 = 36 + 48 + 15 = 99$

পেলাম, $(6+5) \times (6+3) = 6^2 + 8\times6 + 15$

x- এর যে কোনো মানের জন্য,

$(x+5) \times (x+3) = x^2 + 8x + 15$ -এর সমান চিহ্নের দুপাশে মান সমান হয়।

এই (IV) নং সম্পর্ককে কী বলব যখন x -এর যে কোনো মান সমান চিহ্নের দু-পাশে বসিয়ে দুপাশেই একই মান পাচ্ছি?

এদের অভেদ বলা হয়।

এবার বুঝেছি,

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$

$(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$

এরা সবাই অভেদ।

20 এবার (x+a) ও (x+b) এর গুণফল কত দেখি।

$(x+a) \times (x+b) = x \times (x+b) + a \times (x+b)$

$= x^2 + bx + ax + ab$

$= x^2 + (a+b)x + ab$

পেলাম $\boxed{(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab}$ ———————— (V)

21 (V) নং অভেদে $x = -2$ বসিয়ে পাই

$$(-2+a)(-2+b) = -2(-2+b) + a(-2+b)$$

$$= (-2)\times(-2) + (-2)\times b + a\times(-2) + a\times b$$

$$= 4 - 2b - 2a + ab$$

$$= 4 - 2(b+a) + ab$$

$$(-2)^2 + (a+b)(-2) + a\times b = 4 - 2(a+b) + ab$$

$$\therefore (-2+a)(-2+b) = (-2)^2 + (a+b)(-2) + a\times b$$

$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ -এই অভেদটি ব্যবহার করি।

22 নীচের সংখ্যামালাগুলির গুণফল বের করি

(i) $(x+2)(x+5)$ (ii) $(x+3)(x-7)$ (iii) $(x+1)(x+8)$ (iv) $(x-6)(x+9)$.

(i) $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

এই অভেদটিতে, $a=2$ ও $b=5$ বসিয়ে পাই,

$$(x+2)(x+5) = x^2 + (2+5)x + 2\times 5$$

$$= x^2 + 7x + 10$$

(ii) আবার অভেদটিতে, $a=-3$, $b=-7$ বসিয়ে পাই,

$$(x-3)(x-7) = x^2 + (-3-7)x + (-3)(-7)$$

$$= x^2 - 10x + 21$$

[(iii) ও (iv) নিজে করি]

I নং ও II নং অভেদদুটি লিখি ও অন্যভাবে সাজাই।

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a+b)^2 - 2ab = a^2 + 2\cancel{a}b + b^2 - 2\cancel{a}b = a^2 + b^2$

$\therefore (a+b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$ $\therefore a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$ ....(VI)

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a-b)^2 + 2ab = a^2 - 2a\cancel{b} + b^2 + 2a\cancel{b}$

$\therefore (a-b)^2 + 2ab = a^2 + b^2$ $\therefore a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab$ ....(VII)

(VI) ও (VII) - নং অভেদের সাহায্যে কিছু বীজগাণিতিক সংখ্যামালার মান খোঁজার চেষ্টা করব।

23 ধরি $a + b = 0$ এবং $ab = -25$; a^2+b^2 এর মান কি হবে হিসাব করি।

$(a+b)^2 = a^2+b^2+2ab$

মান বসিয়ে পাই, $0^2 = a^2+b^2+2\times(-25)$

বা, $0 = a^2+b^2 - 50$

বা, $a^2+b^2 = 50$

$\therefore\ a^2+b^2 = 50$

দ্বিতীয় পদ্ধতি

$a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

$= (0)^2 - 2\times(-25)$ [$\because a + b = 0$ এবং $ab = -25$]

$= 0 + 50$

$= 50\ \therefore\ a^2+b^2 = 50$

24 যদি, $2p+\frac{1}{p}=5$ হয়, তাহলে $(p+\frac{1}{2p})^2$ এবং $p^2+\frac{1}{4p^2}$ এর মান বের করি।

$2p+\frac{1}{p}=5$

বা, $2p+\frac{2}{2p}=5$

বা, $2(p+\frac{1}{2p})=5$

বা, $p+\frac{1}{2p}=\frac{5}{2}$

$\therefore (p+\frac{1}{2p})^2=(\frac{5}{2})^2$ [উভয়দিকে বর্গ করে পাই]

$=\frac{25}{4}=6\frac{1}{4}$

আবার, $(p+\frac{1}{2p})^2=\frac{25}{4}$

বা, $p^2+2\cdot p\cdot\frac{1}{2p}+(\frac{1}{2p})^2=\frac{25}{4}$

বা, $p^2+\frac{1^2}{4p^2}=\frac{25}{4}-1$

$=\frac{25-1}{4}=\frac{21}{4}$

সুতরাং $p^2+\frac{1}{4p^2}=5\frac{1}{4}$

দ্বিতীয় পদ্ধতি

$2p+\frac{1}{p}=5$

বা, $2(p+\frac{1}{2p})=5$

$\therefore (p+\frac{1}{2p})=\frac{5}{2}$

$\therefore (p+\frac{1}{2p})^2=(\frac{5}{2})^2$ [উভয়দিকে বর্গ করে পাই]

$=\frac{25}{4}=6\frac{1}{4}$

$p^2+\frac{1}{4p^2}=p^2+(\frac{1}{2p})^2$

$=(p+\frac{1}{2p})^2-2.p.\frac{1}{2p}$

$=(\frac{5}{2})^2-1$

$=\frac{25}{4}-1$

$=\frac{25-4}{4}$

$=\frac{21}{4}=5\frac{1}{4}$

25 $6(x - \frac{1}{x}) = 5$ হলে $x^2 + \frac{1}{x^2}$-এর মান কত হবে হিসাব করি।

$6(x - \frac{1}{x}) = 5$

বা, $x - \frac{1}{x} = \frac{5}{6}$

$(x - \frac{1}{x})^2 = (\frac{5}{6})^2$, [উভয়দিকে বর্গ করে পাই]

বা, $x^2 - 2.x.\frac{1}{x} + (\frac{1}{x})^2 = \frac{25}{36}$

বা, $x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} = \frac{25}{36}$

বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 + 2 = \frac{25}{36} + 2$ [উভয়দিকে 2 যোগ করে পাই]

$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 2\frac{25}{36}$

দ্বিতীয় পদ্ধতি

$6(x - \frac{1}{x}) = 5$

$\therefore (x - \frac{1}{x}) = \frac{5}{6}$

$x^2 + \frac{1}{x^2} = x^2 + (\frac{1}{x})^2$

$= (x - \frac{1}{x})^2 + 2.x.\frac{1}{x}$

$= (\frac{5}{6})^2 + 2$

$= \frac{25}{36} + 2 = 2\frac{25}{36}$

26 $\frac{x}{y} = \frac{y}{x} + \frac{3}{2}$ হলে, $\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2}$ -এর মান দেখি।

$\frac{x}{y} = \frac{y}{x} + \frac{3}{2}$

বা, $\frac{x}{y} - \frac{y}{x} = \frac{3}{2}$

$\therefore (\frac{x}{y} - \frac{y}{x})^2 = \frac{9}{4}$ [উভয় দিকে বর্গ করে পাই]

বা, $\frac{x^2}{y^2} - 2.\frac{x}{y}.\frac{y}{x} + \frac{y^2}{x^2} = \frac{9}{4}$

বা, $\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} = \frac{9}{4} + 2 = \frac{9+8}{4} = \frac{17}{4}$

$= 4\frac{1}{4}$

দ্বিতীয় পদ্ধতি

$\frac{x}{y} = \frac{y}{x} + \frac{3}{2}$

$\therefore \frac{x}{y} - \frac{y}{x} = \frac{3}{2}$

এখন $\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} = (\frac{x}{y})^2 + (\frac{y}{x})^2$

$= (\frac{x}{y} - \frac{y}{x})^2 + 2.\frac{x}{y}.\frac{y}{x}$

$= (\frac{3}{2})^2 + 2$

$= \frac{9}{4} + 2$

$= \frac{9+8}{4} = \frac{17}{4} = 4\frac{1}{4}$

27 এবার $(a+b)^2$ -কে $(a-b)^2$ দিয়ে প্রকাশ করার চেষ্টা করি।

$(a+b)^2 = a^2+b^2+2ab = a^2+b^2-2ab + 4ab = (a-b)^2 + 4ab$

28 এবার $(a-b)^2$ -কে $(a+b)^2$ দিয়ে প্রকাশ করার চেষ্টা করি।

$(a-b)^2 = \square + \square + \square = a^2+b^2+2ab - 4ab = (a+b)^2 - 4ab$

পেলাম, $(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$ ——————— (VIII)

$(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$ ——————— (IX)

29 (VIII) ও (IX) নং -এর সাহায্যে $m+n = 10$ ও $mn = 9$ হলে $(m-n)$ -এর ধনাত্মক মান হিসাব করার চেষ্টা করি।

$(m-n)^2 = (m+n)^2 - 4mn = (10)^2 - 4 \times 9 = 100 - 36 = 64 = 8^2$

$\therefore m-n = \sqrt{8^2} = 8$

কষে দেখি — 12.2

1. $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ —এই অভেদের সাহায্যে নীচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলি গুণ করি।

(i) $(x+7)(x+1)$ (ii) $(x-8)(x-2)$ (iii) $(x+9)(x-6)$

(iv) $(2x+1)(2x-1)$ (v) $(xy-4)(xy+2)$ (vi) $(a^2+5)(a^2-4)$

2. সূত্রের সাহায্যে দেখাই যে—

(i) $(2x+3y)^2 - (2x-3y)^2 = 24xy$, (ii) $(a+2b)^2+(a-2b)^2 = 2(a^2+4b^2)$

(iii) $(l+m)^2 = (l-m)^2 + 4lm$, (iv) $(2p-q)^2 = (2p+q)^2 - 8pq$

(v) $(3m+4n)^2 = (3m-4n)^2 + 48mn$ (vi) $(6x+7y)^2 - 84xy = 36x^2+49y^2$

(vii) $(3a-4b)^2+24ab = 9a^2+16b^2$ (viii) $\left(2a+\frac{1}{a}\right)^2 = \left(2a-\frac{1}{a}\right)^2 + 8$

3. প্রতিক্ষেত্রে সূত্রের সাহায্যে সমস্যার সমাধান করি।

(i) $x-y = 3, xy = 28$ হলে x^2+y^2 -এর মান কত লিখি।

(ii) $a^2+b^2 = 52$, $a-b = 2$ হলে, ab - এর মান কত লিখি।

(iii) $l^2+m^2 = 13$ এবং $l+m = 5$ হলে lm - এর মান কত লিখি।

(iv) $a+\frac{1}{a} = 4$ হলে $a^2+\frac{1}{a^2}$ -এর মান কত লিখি।

(v) $a-\frac{1}{a} = 4$ হলে $a^2+\frac{1}{a^2}$ -এর মান কত লিখি

(vi) $5x+\frac{1}{x} = 6$ হলে দেখাই যে $25x^2+\frac{1}{x^2} = 26$

(vii) $2x + \frac{1}{x} = 5$ হলে $4x^2 + \frac{1}{x^2}$-এর মান লিখি।

(viii) $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 3$ হলে $\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2}$ -এর মান লিখি।

(ix) $x^2 + y^2 = 4xy$ হলে প্রমাণ করি যে $x^4 + y^4 = 14x^2y^2$

(x) $2a + \frac{1}{3a} = 6$ হলে $4a^2 + \frac{1}{9a^2}$ - এর মান কত লিখি।

(xi) $5a + \frac{1}{7a} = 5$ হলে $25a^2 + \frac{1}{49a^2}$ -এর মান কত লিখি।

(xii) $2x - \frac{1}{x} = 4$ হলে $x^2 + \frac{1}{4x^2}$ -এর মান লিখি।

(xiii) $m + \frac{1}{m} = -p$ হলে দেখাই যে $m^2 + \frac{1}{m^2} = p^2 - 2$

(xiv) $a^2 + b^2 = 5ab$ হলে দেখাই যে $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} = 23$

(xv) $6x^2 - 1 = 4x$ হলে দেখাই যে $36x^2 + \frac{1}{x^2} = 28$

(xvi) $m + \frac{1}{m} = p - 2$ হলে দেখাই যে $m^2 + \frac{1}{m^2} = p^2 - 4p + 6$

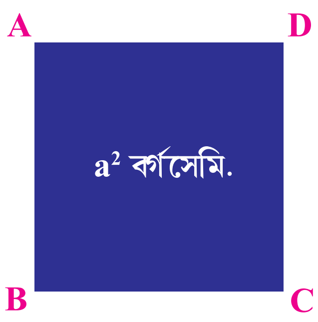
(xvii) $m - \frac{1}{m-2} = 6$ হলে $(m-2)^2 + \frac{1}{(m-2)^2}$ - এর মান কত লিখি।

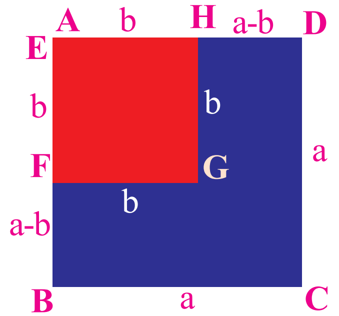
হাতেকলমে

বর্গাকার ও আয়তাকার কাগজ কেটে ও জুড়ে কিছু করার চেষ্টা করি।

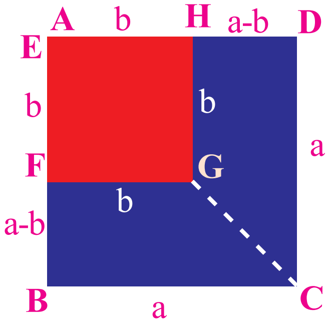
a সেমি. দৈর্ঘ্যের বাহুবিশিষ্ট একটি নীল রঙের বর্গাকার পিচবোর্ড ABCD কেটে নিলাম। তাই, ABCD বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল a^2 বর্গসেমি. [ধরি, a = 6 সেমি.]

এবার b সেমি. দৈর্ঘ্যের বাহুবিশিষ্ট একটি লাল রঙের বর্গাকার পিচবোর্ড EFGH কেটে নিলাম। EFGH বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল b^2 বর্গসেমি. [ধরি, b = 2 সেমি.]

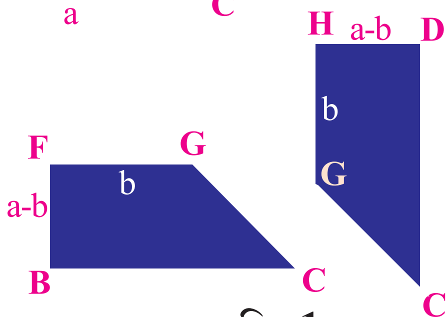




এবার পাশের ছবির মতো ABCD বর্গক্ষেত্রাকার পিচবোর্ডের উপরে EFGH বর্গক্ষেত্রাকার পিচবোর্ড রাখলাম।

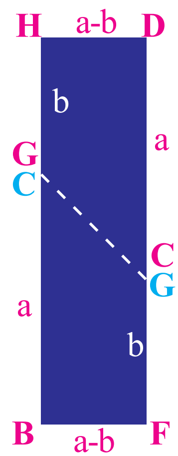


এবার পাশের ছবির মতো G ও C বিন্দু দুটি যোগ করলাম। এবার GC বরাবর কাঁচি দিয়ে কেটে দুটি ট্রাপিজিয়াম HGCD ও GFBC পেলাম ও আলাদা সরিয়ে রাখলাম।



ছবি - 1

HGCD ও GFBC ট্রাপিজিয়াম দুটি পাশের ছবির মতো সাজিয়ে করলাম:



ছবি - 2

কী পেলাম দেখি।

ABCD বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = a^2 বর্গসেমি.

EFGH বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = b^2 বর্গসেমি.

ABCD বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল - EFGH বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল =

ট্রাপিজিয়াম (HDCG) -এর ক্ষেত্রফল + ট্রাপিজিয়াম (FGCB) -এর ক্ষেত্রফল [(1) নং ছবি থেকে]

= HDFB আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল [(2) নং ছবি থেকে]

= HB × HD

$a^2-b^2 = (a+b) \times (a-b)$

$\therefore \quad (a^2-b^2) = (a+b)(a-b)$

এভাবে হাতেকলমে রঙিন কাগজ কেটে ও জুড়ে দেখলাম

$(a^2-b^2) = (a+b)(a-b)$ বা $(a+b)(a-b) = (a^2-b^2)$

30 (a+b) × (a-b) গুণ করে কি পাই দেখি।

$$(a+b)\times(a-b) = (a+b)\times a - (a+b)\times b$$
$$= a^2 + ba - ab - b^2$$
$$= a^2 + ab - ab - b^2 \; [\because ab=ba]$$
$$= a^2-b^2$$

পেলাম $(a+b)\times(a-b) = a^2-b^2$

a= -2, b= 9 বসিয়ে কী পাই দেখি।

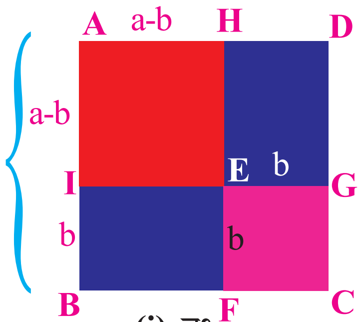
$(a+b)\times(a-b) = (-2+9)\times(-2-9) = 7\times(-11) = -77$

$a^2-b^2 = (-2)^2 - (9)^2 = 4-81 = -77$

$\therefore\quad (a+b)(a-b) = a^2-b^2$

a ও b এর যেকোনো মান বসিয়ে যাচাই করি $(a+b)(a-b) = (a^2-b^2)$ [নিজে করি]

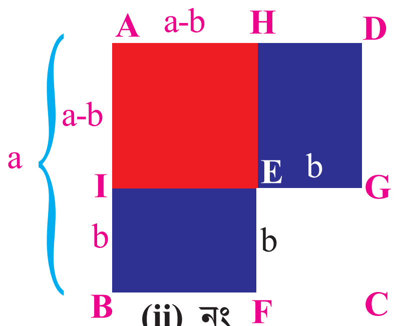
অন্যরকমভাবে হাতেকলমে রঙিন কাগজ কাটি ও বড়ো পিচবোর্ডে আটকে দেখি



(i) নং

ABCD বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = a^2 বর্গএকক

EFCG বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = b^2 বর্গএকক



(ii) নং

ABCD বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল - EFCG বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

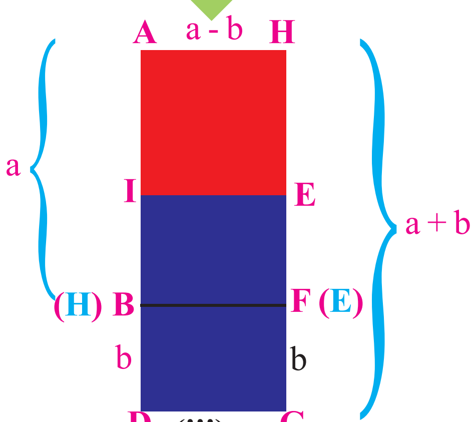
= AHEI বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল + IBFE আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল + DHEG আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = AHGD আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

[**(iii)** নং ছবির মতো সাজিয়ে পেলাম]

$= AH \times HG$

$= (a-b)\times(a+b)$

$\therefore\quad a^2-b^2 = (a+b)\times(a-b)$



(iii) নং

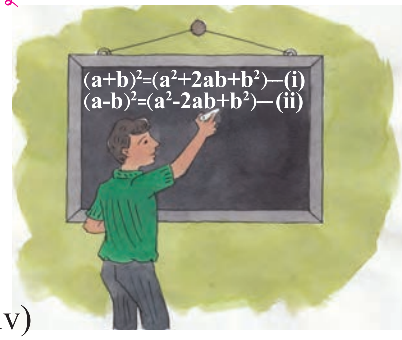
বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলি নিয়ে বিভিন্ন যে অভেদগুলি জানলাম সেগুলি লিখি ও তাদের মধ্যে সম্পর্ক খুঁজি।

$(a+b)^2 = (a^2+2ab+b^2)$ ——————— (i)

$(a-b)^2 = (a^2-2ab+b^2)$ ——————— (ii)

$(a+b)(a-b) = (a^2-b^2)$ ——————— (iii)

$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ ——————— (iv)



নিজে করি— 12.3

1) (iv) নং অভেদে x = a এবং a = bবসিয়ে (i) নং অভেদের মতো পাই কিনা দেখি।

2) (iv) নং অভেদে x = a ও a = -b বসিয়ে (iii) নং অভেদের মতো পাই কিনা দেখি।

3) (iv) নং অভেদে x = a ও a = -b বসিয়ে কোন অভেদটি পাই দেখি।

31 $a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$ -এর সাহায্যে (i) $78^2 - 22^2$ ও (ii) 94×106 –এর মান বের করি।

(i) $78^2 - 22^2 = (78+22) \times (\square - \square)$

$= \square \times 56 = 5600$

(ii) $94 \times 106 = (\boxed{100} - \square)(\boxed{100} + \square)$

$= \square - \square$

$= \square - \square = 9964$

32 সূত্রের সাহায্যে (i) (p+5) (p-5) -কি পাই দেখি ও (ii) $81-a^2$ -কে দুটি দ্বিপদী সংখ্যামালার গুণফল আকারে প্রকাশ করার চেষ্টা করি।

(i) $(p+5)(p-5) = p^2 - (5)^2$

$= p^2 - 25$

(ii) $81-a^2 = (9)^2 - (a)^2$

$= (9+a)(9-a)$

33 সূত্রের সাহায্যে $(2x+4y-3z)^2 - (2x-4y+3z)^2$ - এর সরলতম মান বের করি।

$(2x+4y-3z)^2 - (2x-4y+3z)^2$

$= (2x+4y-3z+2x-4y+3z)\{(2x+4y-3z)-(2x-4y+3z)\}$

$= 4x \times \{2x+4y-3z-2x+4y-3z\}$

$= 4x \times (8y-6z)$

$= 32xy - 24xz$

34 সূত্রের সাহায্যে (5m+2n+3p) (5m+2n-3p) - এর গুণফল কী হবে লিখি।

$(5m+2n+3p)(5m+2n-3p)$

$= \{(5m+2n)+3p\}\{(5m+2n)-3p\}$

$= (a+b)(a-b)$ [ধরি, 5m+2n = a, 3p = b]

$= (a^2-b^2)$

$= (5m+2n)^2 - (3p)^2$

$= 25m^2 + 20mn + 4n^2 - 9p^2$

35 সূত্রের সাহায্যে $(x+y)(x-y)(x^2+y^2)(x^4+y^4)$ -এদের ক্রমিক (পরপর) গুণ করি ও কী পাই দেখি।

$(x+y)(x-y)(x^2+y^2)(x^4+y^4)$

$= \{\square \times \square\}(x^2+y^2)(x^4+y^4)$

$= (\square - \square)(x^2+y^2)(x^4+y^4)$

$= (x^2-y^2)(x^2+y^2)(x^4+y^4)$

$= (\square - \square)(x^4+y^4)$

$= x^8-y^8$

কষে দেখি—12.3

1. $(a^2-b^2) = (a+b)(a-b)$ এই সূত্রের সাহায্যে মান নির্ণয় করি।

   (i) $(37)^2-(13)^2$ (ii) $(2.06)^2-(0.94)^2$ (iii) $(78) \times (82)$

   (iv) 1.15×0.85 (v) $(65)^2-(35)^2$

2. (i) $k-p^2 = (9+p)(9-p)$ হলে k -এর মান কত হবে বের করি।

   (ii) $(25-4x^2) = (5+ax)(5-ax)$ হলে a -এর ধনাত্মক মান কত হবে হিসাব করি।

   (iii) $(4-x) \times \square = (16-x^2)$ হলে ফাঁকা ঘরে কি হবে লিখি।

3. সূত্রের সাহায্যে গুণফলরূপে প্রকাশ করি।

   (i) $25l^2 - 16m^2$ (ii) $49x^4 - 36y^4$

   (iii) $(2a+b)^2-(a+b)^2$ (iv) $(x+y)^2-(a+b)^2$

   (v) $(x+y-z)^2-(x-y+z)^2$ (vi) $(m+p+q)^2-(m-p-q)^2$

4. সূত্রের সাহায্যে ক্রমিক গুণফল নির্ণয় করি।

   (i) $(c+d)(c-d)(c^2+d^2)$

   (ii) $(1-3x^2)(1+3x^2)(1+9x^4)$

   (iii) $(a^2+b^2)(a^2-b^2)(a^4+b^4)(a^8+b^8)$

5. নিচের বীজগাণিতিক সংখ্যামালাগুলি গুণফলরূপে প্রকাশ করি।

   (i) $16c^4 - 81d^4$ (ii) $p^4q^4 - r^4s^4$

   (iii) $81 - x^4$ (iv) $625 - a^4b^4$

6. $(p+q)^4-(p-q)^4 = 8pq(p^2+q^2)$ — প্রমাণ করি।

7. সূত্রের সাহায্যে গুণ করি: $(a+b+c)(b+c-a)(c+a-b)(a+b-c)$

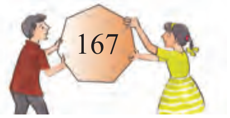
8. $x = \frac{a}{b}+\frac{b}{a}$ এবং $y = \frac{a}{b}-\frac{b}{a}$ হলে দেখাই যে, $x^4 + y^4 - 2x^2y^2 = 16$

9. সূত্রের সাহায্যে গুণ করি $(a^2+a+1)(a^2-a+1)(a^4-a^2+1)$

10. যদি $x = (a+\frac{1}{a})$ এবং $y = (a-\frac{1}{a})$ হয়, তাহলে $x^4+y^4-2x^2y^2$ -এর মান সূত্রের সাহায্যে বের করি।

11. $(4x^2+4x+1-a^2+8a-16)$ -কে দুটি বর্গের অন্তররূপে (a^2-b^2 আকারে) প্রকাশ করি।

12. $a^2 + \frac{1}{a^2} - 3$ কে দুটি বর্গের অন্তররূপে (a^2-b^2 আকারে) প্রকাশ করি।

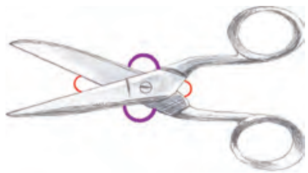


13. সমান্তরাল সরলরেখা ও ছেদকের ধারণা

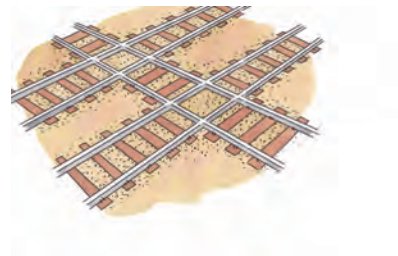
আজ সারাদিন খুব বৃষ্টি হচ্ছে। আমি ও আমার কিছু বন্ধু স্কুলে যেতে পারিনি। আমরা মাঠেও খেলতে যেতে পারলাম না।

তাই আজ আমি ও আমার বন্ধুরা সবাই মিলে আমাদের বাড়ির উঠোনে বসে পেন ও পেনসিল দিয়ে নানা ছবি আঁকব ও কাঁচি দিয়ে কেটে বড়ো পিচবোর্ডে আটকে রাখব।

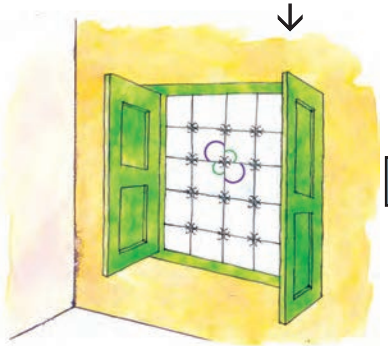
জয়া আঁকল →



সুজয় আঁকল →



রেহানা আমাদের সামনের বারান্দার গ্রিলটা আঁকার চেষ্টা করল
↓



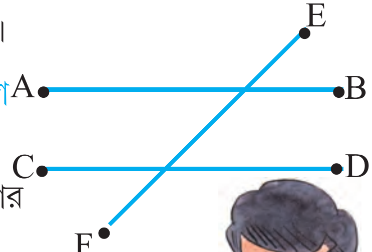
দেখছি জয়ার আঁকা মুখখোলা কাঁচির বিপরীত দিকে একজোড়া করে কোণ তৈরি হয়েছে।

এইরকম কোণকে কি বলব?

দুটি সরলরেখা পরস্পরকে ছেদ করলে ছেদবিন্দুর বিপরীত দিকের একজোড়া কোণকে **বিপ্রতীপ কোণ** বলা হয়।

মুখ খোলা কাঁচিতে দুই জোড়া বিপ্রতীপ কোণ দেখছি। সুজয়ের আঁকা রেললাইনে দেখছি, দুটি রেললাইন সমান্তরাল, কিন্তু অপর একটি লাইন ওদের ছেদ করে চলে গেছে। এইরকম লাইনকে কি বলব?

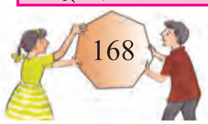
আমি একটি স্কেল বসিয়ে স্কেলের দুপাশে দুটি সমান্তরাল সরলরেখাংশ AB ও CD আঁকলাম যাতে EF সরলরেখাংশ AB ও CD সরলরেখাংশদ্বয়কে দুটি বিন্দুতে ছেদ করে।



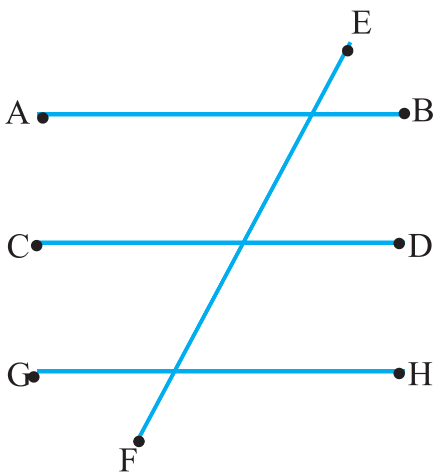
যে সরলরেখাংশ, দুটি বা তার বেশি সরলরেখাংশকে আলাদা আলাদা বিন্দুতে ছেদ করে তাকে **ছেদক বা ভেদক** বলে।

তাই এই EF সরলরেখাংশকে AB ও CD সমান্তরাল সরলেরখাংশের ছেদক বলে।

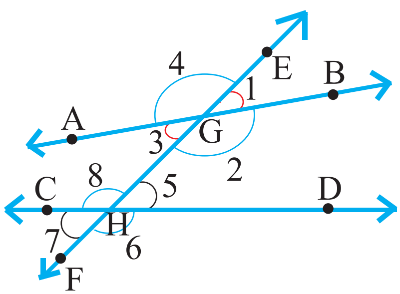
কিন্তু দুইয়ের বেশি সমান্তরাল সরলরেখাংশ কিভাবে আঁকব?



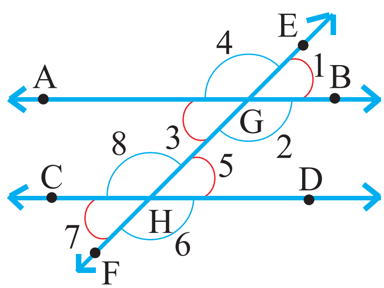
প্রথমে একটি স্কেল বসিয়ে স্কেলের দু-পাশে পেনসিল দিয়ে দাগ দিয়ে AB ও CD সরলরেখাংশ আঁকি। তারপর ওই স্কেলটি বসিয়ে আর একটি স্কেল CD সরলরেখাংশের সাথে অর্থাৎ আগের স্কেলের একটি ধারের সাথে সম্পূর্ণভাবে লাগিয়ে বসাই। এরপর দ্বিতীয় স্কেলের আর একটি ধার বরাবর পেনসিল দিয়ে একটি সরলরেখাংশ GH আঁকি। এবার স্কেল দুটি তুলে নিই। তারপর একটি স্কেল দিয়ে একটি সরলরেখাংশ EF এমনভাবে আঁকি যাতে EF সরলরেখাংশ AB, CD ও GH সরলরেখাংশকে তিনটি বিন্দুতে ছেদ করে। সুজয়ের আঁকা রেললাইনের মতো করে স্কেল ও পেনসিল দিয়ে আঁকা আমার ছবিতে, রেহানার আঁকা গ্রিলে অনেক সরলরেখাংশ ও অনেক ছেদক বা ভেদক দেখছি। এর ফলে অনেক কোণ তৈরি হয়েছে। এই কোণগুলির মধ্যে সম্পর্ক জানার চেষ্টা করি।



তাই গার্গী ও জাকির বড়ো সাদা কাগজে স্কেল ও পেনসিলের সাহায্যে দুটি করে সরলরেখা ও তাদের ছেদক বা ভেদক আঁকল।



গার্গীর ছবি



জাকিরের ছবি

গার্গীর ছবির AB ও CD সরলরেখা পরস্পর সমান্তরাল নয়। গার্গীর ছবিতে কোণগুলির নাম দিলাম, 1,2,3,4,5,6,7 ও 8; গার্গীর ছবির বিপ্রতীপ একজোড়া কোণ $\angle 1$ ও $\angle 3$; অন্য এক জোড়া বিপ্রতীপ কোণ $\angle 2$ ও $\angle 4$

অন্য দু-জোড়া বিপ্রতীপ কোণের নাম লিখি। [নিজে দিলাম]

আমার ছবির $\angle 2$, $\angle 5$, $\angle 8$ ও $\angle 3$ কোণগুলির একটি বাহু GH এবং কোণগুলি AB ও CD সরলরেখার মধ্যে আছে। এদের কী বলব?

গার্গীর ছবির $\angle 2$, $\angle 5$, $\angle 8$, ও $\angle 3$ কোণগুলি অন্তঃস্থ কোণ। $\angle 2$, $\angle 5$ ও $\angle 3$, $\angle 8$ ছেদকের একই পাশের অন্তঃস্থ কোণ। কিন্তু $\angle 2$, $\angle 8$ ও $\angle 3$, $\angle 5$ ছেদকের বিপরীত পাশের অন্তঃস্থ কোণ। কিন্তু $\angle 1$, $\angle 4$, $\angle 6$ ও $\angle 7$ কোণগুলি বহিঃস্থ কোণ।

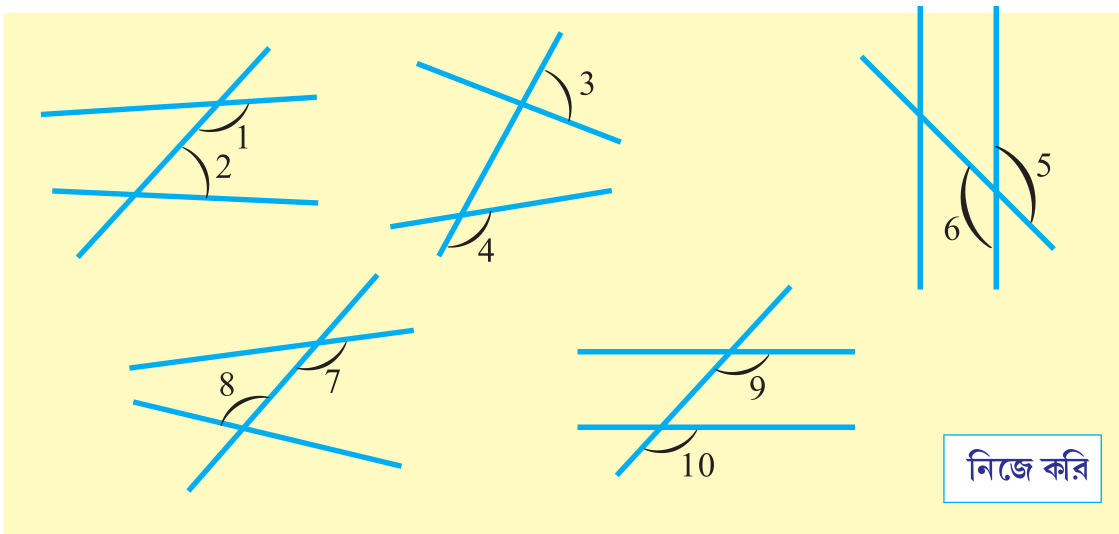
গার্গীর ছবির ∠1 ও ∠5 কোণদুটি ছেদকের একই পাশে আছে। ∠1 বহিঃস্থ কোণ ও ∠5 দূরবর্তী অন্তঃস্থ কোণ। এদের কী বলব?

∠1 ও ∠5 অনুরূপ কোণ, অন্য জোড়া অনুরূপ কোণ ∠4 ও ∠8 এবং বাকি আরও দু-জোড়া অনুরূপ কোণ ∠2, ∠6 ও ☐, ☐

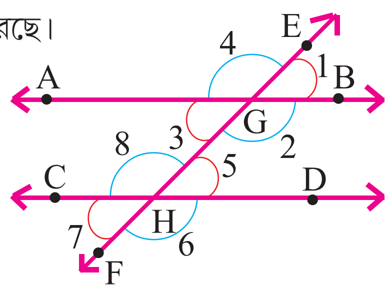
আবার আমার ছবির ∠3 ও ∠5 অন্তঃস্থ কোণ দুটি EF ছেদকের বিপরীত দিকে আছে। এই কোণ দুটিকে কি বলব?

আমার ছবির ∠3 ও ∠5 কোণজোড়াকে একান্তর কোণ বলা হয়। অন্য একজোড়া একান্তর কোণ ∠2 ও ∠8।

নীচের ছবির জোড়া কোণগুলির নাম লিখি।



জাকিরের ছবিতে দেখছি AB ও CD সরলরেখা দুটি পরস্পর সমান্তরাল এবং EF ছেদক বা ভেদক যথাক্রমে AB ও CD সরলরেখাংশকে G ও H বিন্দুতে ছেদ করেছে।



জাকিরের ছবির কোণগুলির নাম দিই

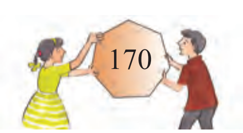
∠1, ∠2, ∠3, ∠4, ∠5, ∠6, ∠7, ও ∠8

এবার কাঁচি দিয়ে কোণগুলি কেটে ফেলি ও একটির উপর একটি মিলিয়ে কী পাই দেখি।

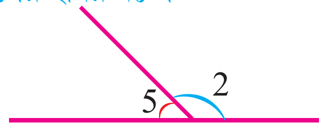
∠1 = ∠3 , ∠2 = ∠4 → অর্থাৎ বিপ্রতীপ কোণগুলি সমান।

∠1 = ∠5 , ∠2 = ∠6 → অর্থাৎ ☐ কোণগুলি সমান।

∠2 = ∠8, ∠3 = ∠5 → অর্থাৎ ☐ কোণগুলি সমান।



রেহানা এই $\angle 2$ ও $\angle 5$ নিয়ে এক মজার ব্যাপার করল। পাশের ছবির মতো $\angle 2$ ও $\angle 5$ -কে মিলিয়ে সরলকোণ পেল।



অর্থাৎ দুটি সমান্তরাল সরলরেখার ছেদকের একই পাশের অন্তঃস্থ কোণদুটির সমষ্টি □ ডিগ্রি পেলাম।

কষে দেখি—13

জাকিরের ছবির মতো গার্গীর ছবির কোণগুলি কেটে আলাদা করলাম ও একটির উপর আর একটি কোণ বসিয়ে মেশালাম। কী পেলাম

যখন দুটি সরলরেখা সমান্তরাল নয়

গার্গীর ছবির কোণ	কোণের ধরন	সমান / অসমান
$\angle 1$ ও $\angle 5$	অনুরূপ কোণ	অসমান
$\angle 4$ ও $\angle 8$	□	□
$\angle 3$ ও $\angle 7$	□	□
$\angle 2$ ও $\angle 6$	□	□
$\angle 2$ ও $\angle 8$	□	□
$\angle 3$ ও $\angle 5$	□	□
$\angle 2$ ও $\angle 5$	□	□
$\angle 3$ ও $\angle 8$	□	□
$\angle 1$ ও $\angle 3$	□	□
$\angle 2$ ও $\angle 4$	□	□
$\angle 5$ ও $\angle 7$	□	□
$\angle 6$ ও $\angle 8$	□	□

(নিজে করি)

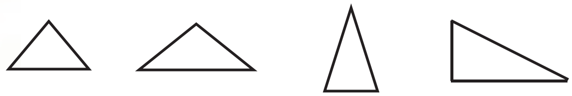
যখন দুটি সরলরেখা সমান্তরাল

জাকিরের ছবির কোণ	কোণের ধরন	সমান / অসমান
$\angle 1$ ও $\angle 5$	অনুরূপ	সমান
$\angle 4$ ও $\angle 8$	□	□
$\angle 3$ ও $\angle 7$	□	□
$\angle 2$ ও $\angle 6$	□	□
$\angle 2$ ও $\angle 8$	□	□
$\angle 3$ ও $\angle 5$	□	□
$\angle 2$ ও $\angle 5$	□	□
$\angle 3$ ও $\angle 8$	□	□
$\angle 1$ ও $\angle 3$	□	□
$\angle 2$ ও $\angle 4$	□	□
$\angle 5$ ও $\angle 7$	□	□
$\angle 6$ ও $\angle 8$	□	□

(নিজে করি)

14. ত্রিভুজের ধর্ম

আয়েষা স্কেল ও পেনসিল দিয়ে অনেকগুলি ত্রিভুজ আঁকল। হিমু ওই ত্রিভুজাকারক্ষেত্রগুলি কাঁচি দিয়ে কেটে ফেলল।



দেখছি, প্রতিটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু ☐ টি।

প্রতিটি ত্রিভুজের বাহু ☐ টি।

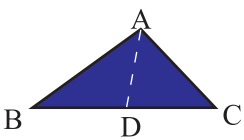
প্রতিটি ত্রিভুজের কোণ ☐ টি।

আমি একটি ত্রিভুজাকারক্ষেত্র নিলাম ও ভাঁজ করে প্রতিটি বাহুর মধ্যবিন্দু খুঁজি।

ত্রিভুজাকারক্ষেত্রটির BC বাহুকে ভাঁজ করে B বিন্দুকে C বিন্দুতে মিলিয়ে BC বাহুর মধ্যবিন্দু D পেলাম।

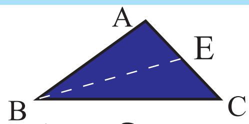
আমি যদি A শীর্ষবিন্দু ও D মধ্যবিন্দু বরাবর ভাঁজ করে খুলে দিই কি পাব দেখি।

AD সরলরেখাংশকে ΔABC -এর কী বলব?



AD সরলরেখাংশ, ABC ত্রিভুজের **মধ্যমা**। অর্থাৎ ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু ও বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখাংশ হলো ত্রিভুজটির মধ্যমা।

আমি কাগজ ভাঁজ করে AC বাহুর মধ্যবিন্দু E ও বিপরীত শীর্ষবিন্দু ☐ যোগ করে মধ্যমা তৈরি করি।



আবার আমি কাগজ ভাঁজ করে ABC ত্রিভুজের AB বাহুর মধ্যবিন্দু খুঁজে তৃতীয় মধ্যমা তৈরি করি ও দেখি ABC ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটি একটি বিন্দুতে মিলিত হয় কিনা।

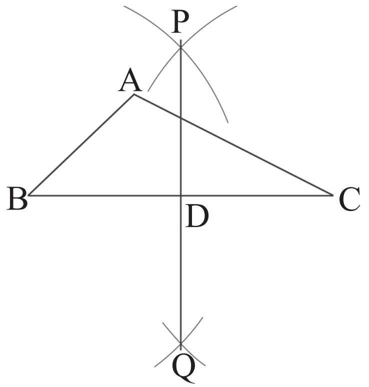
অর্থাৎ, মধ্যমা তিনটি ☐।

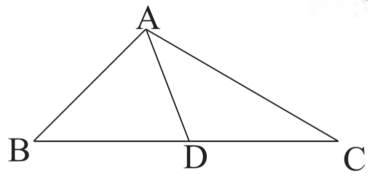
নিজে করি— 14.1

সমবাহু, সমদ্বিবাহু ও বিষমবাহু ত্রিভুজাকারক্ষেত্র কেটে নিয়ে একই ভাবে ভাঁজ করে মধ্যমা তিনটি তৈরি করি এবং প্রতিটি ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটি কী রকম লক্ষ্য করি।

সাকির আয়েসার মতো একটি ত্রিভুজ আঁকল ও কাগজ ভাঁজ না করে শুধুমাত্র কম্পাস ও স্কেলের সাহায্যে ওই ত্রিভুজের প্রতিটি বাহুর মধ্যবিন্দু খুঁজে বার করার চেষ্টা করল।

1 পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে ABC ত্রিভুজের BC বাহুর মধ্যবিন্দু বের করি





(i) প্রথমে পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে ABC ত্রিভুজের BC বাহুর B বিন্দুকে ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে BC বাহুর দৈর্ঘ্যের অর্ধেকের বেশি ব্যাসার্ধ নিয়ে BC বাহুর উপরে ও নীচে দুটি করে বৃত্তচাপ আঁকলাম যারা পরস্পরকে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করল।

(ii) P ও Q বিন্দু দুটি যোগ করলাম। PQ, BC কে D বিন্দুতে ছেদ করল। BC -এর মধ্যবিন্দু পেলাম D।

(iii) A ও D বিন্দু দুটি যোগ করে ABC ত্রিভুজের একটি মধ্যমা পেলাম। একইভাবে স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে অপর দুটি মধ্যমা BE ও CF আঁকি।

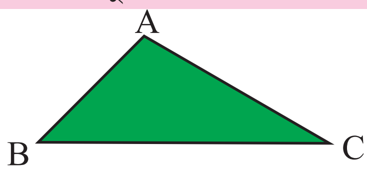
একটি ত্রিভুজের ☐ মধ্যমা পেলাম। দেখছি মধ্যমা তিনটি ☐।
সুচেতা কোণভেদে তিনটি ত্রিভুজ আঁকল। ত্রিভুজ তিনটি সূক্ষ্মকোণী, সমকোণী ও স্থূলকোণী।
এই তিনটি ত্রিভুজের মধ্যমাগুলি আঁকি ও দেখি এরা সমবিন্দু কিনা। [নিজে করি]

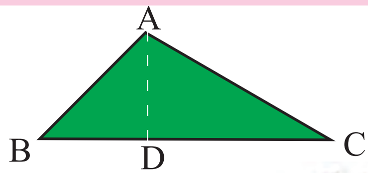
আমরা অনেকগুলি রঙিন কাগজ দিয়ে ত্রিভুজাকারক্ষেত্র তৈরি করেছি ও সেগুলি কেটে আলাদা করে রেখেছি। এবার ঠিক করেছি ওই রঙিন ত্রিভুজাকারক্ষেত্রগুলি একটি বড়ো সাদা পিচবোর্ডে আটকাব।

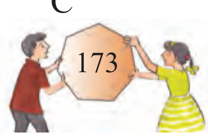
প্রতিটি ত্রিভুজ আটকানোর জন্য আলাদা আলাদা আয়তাকার জায়গা রাখা হবে। কিন্তু প্রতিটি ত্রিভুজাকারক্ষেত্রর জন্য কতটা আয়তকারক্ষেত্র রাখব ? কিভাবে পাব ?

প্রতিটি ত্রিভুজের উচ্চতা মাপতে হবে অর্থাৎ প্রতিটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু থেকে বিপরীত বাহুর লম্ব দূরত্ব মাপতে হবে।

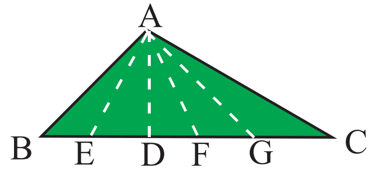
প্রথমে প্রতিটি কাগজের ত্রিভুজাকারক্ষেত্রকে A শীর্ষবিন্দু বরাবর এমনভাবে ভাঁজ করা হলো যাতে ভাঁজের দুই পাশে BC -এর দিকে দুইটি ধার একই সরলরেখাংশে থাকে। এইভাবে উচ্চতা পাবার চেষ্টা করি।







কিন্তু আয়েসা ঠিকমতো ভাঁজ না করায় পেল



স্কেলের সাহায্যে মেপে দেখল AD -এর দৈর্ঘ্য সবচেয়ে কম। চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখলাম $\angle ADC = 90^0$

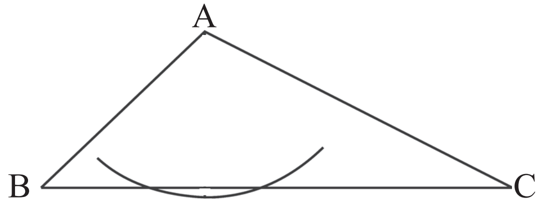
$\therefore$ AD হলো ABC ত্রিভুজের উচ্চতা যা A বিন্দু থেকে BC বাহুর উপর লম্ব।

এভাবে ABC ত্রিভুজের ☐ টি উচ্চতা পেলাম। বাহুভেদে ত্রিভুজগুলি আঁকি।

ত্রিভুজাকারক্ষেত্রগুলি কাঁচি দিয়ে কেটে কাগজ ভাঁজ করে প্রতিটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু থেকে বিপরীত বাহুগুলির উপর লম্ব তিনটি সমবিন্দু কিনা দেখি।

আমরা কোণভেদে ও বাহুভেদে অনেক ত্রিভুজ এঁকে ত্রিভুজাকারক্ষেত্রগুলি কাঁচি দিয়ে কেটে ফেলেছি। এগুলি ওই সাদা পিচবোর্ডে আটকানোর জন্য ফাঁকা আয়তাকার জায়গা রাখব, তাই প্রতিটি ত্রিভুজের উচ্চতা স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে বের করার চেষ্টা করি।

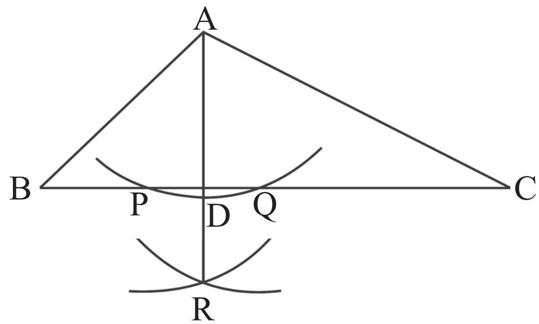
2 প্রথমে পাশের ত্রিভুজটির স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে উচ্চতা বের করি।



A বিন্দু থেকে BC বাহুর উপর লম্ব আঁকব অর্থাৎ BC বাহুর বহিঃস্থবিন্দু A থেকে BC বাহুর উপর লম্ব আঁকব।

(i) প্রথমে পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে A বিন্দুকে কেন্দ্র করে এমন একটি দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধের বৃত্তচাপ আঁকলাম যাতে বৃত্তচাপটি BC বাহুকে P ও Q দুটি বিন্দুতে ছেদ করে।

(ii) এবার পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে BC বাহুর যে দিকে A বিন্দু আছে তার বিপরীত পাশে P ও Q বিন্দুকে কেন্দ্র করে PQ -এর দৈর্ঘ্যের অর্ধেকের বেশি দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধের আরও দুটি বৃত্তচাপ আঁকলাম যারা পরস্পরকে R বিন্দুতে ছেদ করল। স্কেল ও পেনসিলের সাহায্যে A ও R বিন্দু দুটি যোগ করলাম। AR, BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করল।



AD হল ABC ত্রিভুজের উচ্চতা যা A শীর্ষবিন্দু থেকে বিপরীত বাহু BC -এর উপর লম্ব

নিজে করি— 14.2

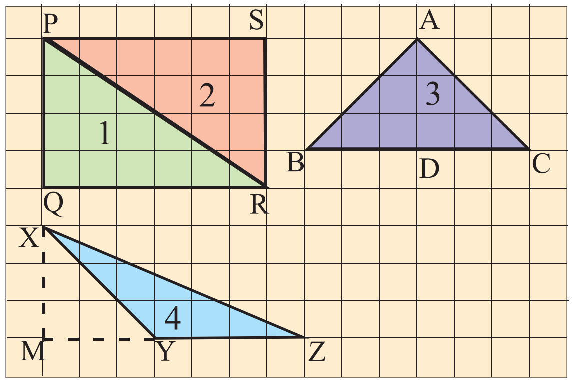
1) একটা ত্রিভুজের কতগুলি উচ্চতা পাব নিজে এঁকে দেখি।

2) একইভাবে স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে বাহুভেদে ও কোণভেদে ত্রিভুজের উচ্চতাগুলি পাবার চেষ্টা করি।

এদের মধ্যে

i) কোন ত্রিভুজের উচ্চতা সেই ত্রিভুজের একটি বাহু হবে এঁকে দেখি।

ii) কোন ত্রিভুজের একটি উচ্চতা ও মধ্যমা একই সরল রেখাংশ পাব এঁকে দেখি।



সবাই যখন নানা রঙের ত্রিভুজাকারক্ষেত্র কাটছি, ফিরোজ তখন একটি ছক কাগজ তৈরি করে ফেলল। মিলি তার নিজের আঁকা ত্রিভুজাকার ক্ষেত্র ছক কাগজের উপরে পাশের ছবির মতো রাখল এবং তার চারপাশে পেনসিল দিয়ে দাগ দিল।

ধরি ছক কাগজের ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 সেমি.।

$\therefore$ ছক কাগজের প্রতিটি ক্ষুদ্রতম বর্গাকারক্ষেত্র = 1 বর্গসেমি.।

ছবিতে দেখছি দুটি একই মাপের অর্থাৎ PQR ত্রিভুজাকারক্ষেত্রের সমান করে PSR ত্রিভুজাকারক্ষেত্র কাটা। সমকোণী ত্রিভুজাকারক্ষেত্র PQR ও PSR পাশাপাশি অতিভুজ বরাবর মিলে একটি আয়তক্ষেত্র PQRS তৈরি করেছে যার দৈর্ঘ্য 6 সেমি. এবং প্রস্থ 4 সেমি.।

কিন্তু 1 নং ত্রিভুজাকারক্ষেত্র বা ΔPQR এর উচ্চতা = 4 সেমি. **[** ভূমি যখনQR বাহু**]**

1 নং ত্রিভুজাকারক্ষেত্র বা ΔPQR এর ভূমি = 6 সেমি. (QR বাহু)

2 নং ত্রিভুজাকারক্ষেত্র বা ΔPSR এর উচ্চতা = 4 সেমি. (SR বাহু) **[** ভূমি যখন PS বাহু**]**

2 নং ত্রিভুজাকারক্ষেত্র বা ΔPSR এর ভূমি = 6 সেমি. (SP বাহু)

$\therefore$ PQR ত্রিভুজাকৃতিক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = PSR ত্রিভুজাকৃতিক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}\times$ PQRS আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল।

PQRS আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = QR × PQ = ভূমি × উচ্চতা

PQR ত্রিভুজাকৃতিক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}\times$ ভূমি × উচ্চতা।

$$= \frac{1}{\cancel{2}} \times \overset{3}{\cancel{6}} \times 4 \text{ বর্গসেমি.} = 12 \text{ বর্গসেমি.}$$

ছক কাগজ থেকে দেখছি, $\triangle PQR$ এর ক্ষেত্রফল = 12 বর্গসেমি. (প্রায়) [10 টি সম্পূর্ণ ঘর, 2 টি অর্ধেকের বেশি বর্গঘর ও 2 টি অর্ধেকের কম বর্গঘর জুড়ে আছে]।

$\therefore$ ত্রিভুজাকৃতিক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল উচ্চতা ও ভূমির দৈর্ঘ্যের উপর নির্ভর করে।

আমি 3 নং ত্রিভুজাকৃতি ক্ষেত্রে অর্থাৎ ABC ত্রিভুজাকৃতিক্ষেত্রের ভূমি ও উচ্চতা মাপি।

$\triangle ABC$ এর ভূমি BC = 6 সেমি.।

উচ্চতা AD = ☐ সেমি.।

$\therefore$ $\triangle ABC$ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{\cancel{2}} \times \overset{3}{\cancel{6}} \times 3$ বর্গসেমি. = 9 বর্গসেমি.।

ছক কাগজের ঘর গুনে পাই, $\triangle ABC$ -এর ক্ষেত্রফল = 9 বর্গসেমি.। [6 টি সম্পূর্ণ বর্গঘর ও 6 টি অর্ধেক বর্গঘর]

4 নং ত্রিভুজাকৃতিক্ষেত্রের অর্থাৎ XYZ ত্রিভুজাকৃতিক্ষেত্রের ভূমি (YZ) = ☐ সেমি.

এবং XYZ ত্রিভুজাকৃতিক্ষেত্রের উচ্চতা (XM) = ☐ সেমি.

$\therefore$ XYZ ত্রিভুজাকৃতিক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{\cancel{2}} \times \overset{2}{\cancel{4}} \times 3$ বর্গসেমি. = 6বর্গসেমি.।

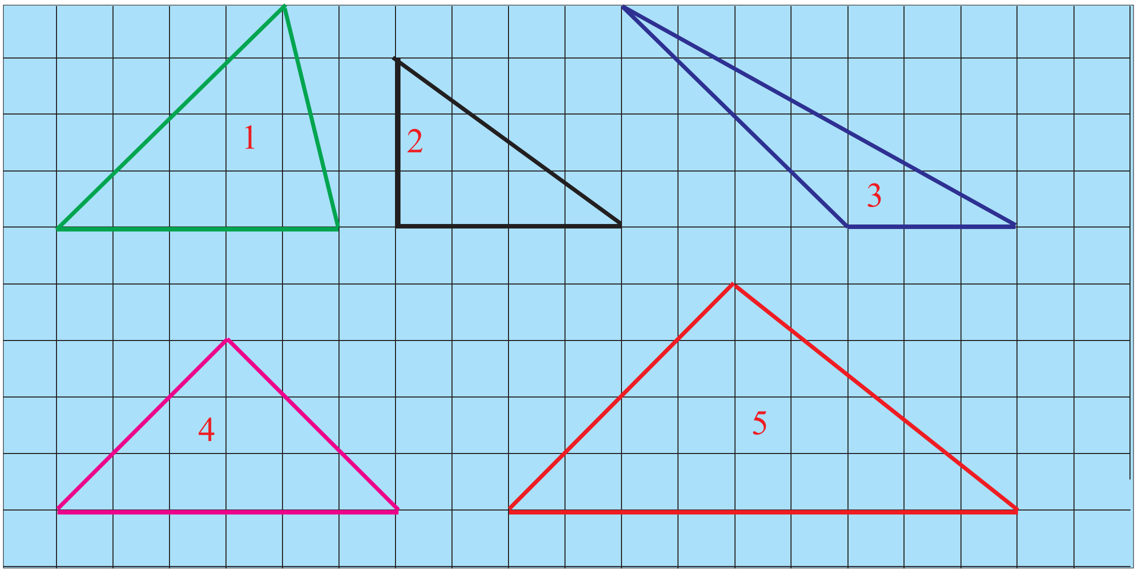
ছককাগজে ঘর গুনে পাই, XYZ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = 6 বর্গসেমি. (প্রায়)।

কারণ **Δ**XYZ -এ 3 টি সম্পূর্ণ বর্গ, 1 টি অর্ধেকের বেশি বর্গ, 4 টি অর্ধেকের কম বর্গ ও 2 টি অর্ধেক বর্গ ঘর জুড়ে আছে।

$\therefore$ XYZ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলও প্রায় 6 বর্গসেমি. এর সমান পেলাম।

নীচের ছককাগজে ঘর গুনে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত দেখি এবং ত্রিভুজগুলির ভূমি ও উচ্চতা মাপি এবং

$\boxed{\frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}}$ -এর মান নির্ণয় করে দেখি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল উভয় ক্ষেত্রে সমান হচ্ছে কিনা।



কষে দেখি—14

1. (i) একটি ত্রিভুজের কতগুলি মধ্যমা পাব লিখি।

   (ii) একটি ত্রিভুজের মধ্যমাগুলি কয়টি বিন্দুতে ছেদ করে লিখি।

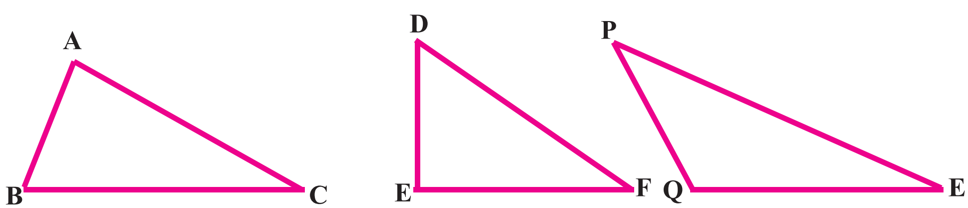
   (iii) একটি ত্রিভুজে কতগুলি উচ্চতা পাব লিখি।

   (iv) একটি ত্রিভুজের উচ্চতাগুলি কয়টি বিন্দুতে ছেদ করে লিখি।

   (v) কোন ত্রিভুজের প্রতিটি উচ্চতা ও মধ্যমা একই তা লিখি।

2. কোণভেদে ও বাহুভেদে ত্রিভুজ আঁকি ও তাদের মধ্যমা এঁকে দেখি ত্রিভুজের মধ্যমা সর্বদা ত্রিভুজের ভিতরে থাকে কিনা (স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্য নিই)।

3. নীচের প্রতিটি ত্রিভুজের উচ্চতা মাপি (স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্য নিই)।



4. কোণভেদে ত্রিভুজ আঁকি। ত্রিভুজের প্রতিটি উচ্চতা সবর্দাই ত্রিভুজের ভিতরে থাকবে কিনা দেখি। (স্কেল ও পেনসিলের কম্পাসের সাহায্য নিই)

15. সময় ও দূরত্ব

আমাদের স্কুলে প্রতিদিন সকাল 10টা 40মিনিটে প্রার্থনা শুরু হয়। আমরা রোজ স্কুলে সকাল 10টা 30মিনিটে পৌঁছে নিজেদের শ্রেণিতে বইয়ের ব্যাগ রেখে প্রার্থনার জন্য স্কুলের বারান্দায় সারি করে দাঁড়াই।

তাই আমি প্রতিদিন সকাল 10:05-এ বাড়ি থেকে বেড়িয়ে একইরকম গতিতে সাইকেল চালিয়ে সকাল 10: 30-এ স্কুলে পৌঁছোই। অর্থাৎ আমি (10টা 30মি. - 10টা 05মি.) = 25 মিনিটে সাইকেল চালিয়ে স্কুলে পৌঁছোই।

কিন্তু আজ বাড়ি থেকে বেরোতে 5 মিনিট দেরি হয়ে গেল। অর্থাৎ সকাল 10: 10-এ বাড়ি থেকে বেরোলাম।

আজ কীভাবে স্কুলে 10:30-এ পৌঁছোব?

সাইকেল আরও তাড়াতাড়ি চালাতে হবে অর্থাৎ গতিবেগ কিছুটা বাড়াতে হবে। তাই (10টা 30মি. - 10টা 10মি.) = 20মিনিটে স্কুলে পৌঁছোতে হবে।

বাড়ি থেকে স্কুলের দূরত্ব 4কিমি. = 4000 মিটার।

গতিবেগ কী?

একক সময়ে কোনো বস্তু নির্দিষ্ট দিকে যতটা দূরত্ব অতিক্রম করে সেটাই ওই বস্তুর গতিবেগ

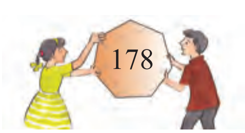
প্রতিদিন আমার সাইকেলের গতিবেগ ঘন্টায় কত ছিল হিসাব করি।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি হলো,

সময় (মিনিট)	দূরত্ব (মিটার)
25	4000
60	?

গতিবেগ একই থাকলে বেশি সময়ে বেশি দূরত্ব অতিক্রম করব। তাই সময় ও দূরত্ব সরল সমানুপাতে আছে।

$\therefore$ 25 : 60 :: 4000 : *



$\therefore$ ($*$) অর্থাৎ চতুর্থ সমানুপাতী = $\frac{\overset{160}{\cancel{4000}}\times 60}{\cancel{25}} = 9600$ $\therefore$ গতিবেগ = 9600 মিটার/ঘন্টা

অন্যভাবে পাই, 25 মিনিটে যাই 4000 মিটার

1 মিনিটে যাই $\frac{4000}{25}$ মিটার

60 মিনিটে যাই = $\frac{\overset{160}{\cancel{4000}}}{\cancel{25}} \times 60 = 9600$ মিটার।

$\therefore$ প্রতিদিন আমার সাইকেলের গতিবেগ ছিল ঘন্টায় 9600 মিটার বা 9600 মিটার / ঘন্টা।

ঠিক সময়ে স্কুলে পৌঁছানোর জন্য কিন্তু আজকে আমার সাইকেলের গতিবেগ কত করতে হয়েছিল হিসাব করি।

সাইকেলে 20 মিনিটে 4000 মিটার গিয়েছিলাম।

গণিতের ভাষায় পাই —

সময় (মিনিট)	দূরত্ব (মিটার)
20	4000
60	?

গতিবেগ একই থাকলে যেহেতু সময় বাড়লে অতিক্রান্ত দূরত্ব বাড়বে, তাই সময় ও দূরত্ব সরল সমানুপাতী।

20 : 60 :: 4000 : $*$

$\therefore$ ($*$) অর্থাৎ চতুর্থ সমানুপাতী = $\frac{\overset{200}{\cancel{4000}}\times 60}{\cancel{20}} = 12000$

$\therefore$ সাইকেলের গতিবেগ ঘন্টায় 12000 মিটার বা 12000 মিটার/ঘন্টা।

সাইকেলের গতিবেগ ঘন্টায় কত মিটার বাড়াতে হলো হিসাব করি —

12000 মিটার/ঘন্টা - 9600 মিটার/ঘন্টা = 2400 মিটার/ঘন্টা

$\therefore$ আমার সাইকেলের গতিবেগ ঘন্টায় 2400 মিটার বাড়াতে হয়েছিল।

আজ বিকালে আমার বোন একইরকম গতিতে সাইকেল চালিয়ে বাজারে 30 মিনিটে পৌঁছোয়।

1 যদি বাড়ি থেকে বাজারের দূরত্ব 4050 মিটার হয়, তবে বাজারে যাওয়ার সময়ে মিনিটে বোনের সাইকেলের গতিবেগ কত ছিল হিসাব করি।

গণিতের ভাষায় পাই —

সময় (মিনিট)	অতিক্রান্ত দূরত্ব (মিটার)
30	4050
1	?

30 মিনিটে যায় 4050 মিটার

1 মিনিটে যায় $\frac{\overset{135}{\cancel{4050}}}{\cancel{30}}$ মিটার = 135 মিটার

∴ বোনের সাইকেলের গতিবেগ 135 মিটার/মিনিট

অন্যভাবে, 30 : 1 :: 4050 : *

∴ (*) বা চতুর্থ সমানুপাতী = $\frac{1\times\overset{135}{\cancel{4050}}}{\cancel{30}}$ = 135

বোনের সাইকেলের গতিবেগ 135 মিটার/ মিনিট

[গতিবেগ একই থাকলে, সময় ও দূরত্ব সরল সমানুপাতী]

দেখছি, অতিক্রান্ত দূরত্বকে প্রয়োজনীয় সময় দিয়ে ভাগ করলে গতিবেগ পাওয়া যায়।

∴ গতিবেগ = $\frac{\text{অতিক্রান্ত দূরত্ব}}{\text{প্রয়োজনীয় সময়}}$

2 কিন্তু বাজার থেকে বাড়ি ফেরার সময় বোন 150 মিটার /মিনিট বেগে সাইকেল চালিয়ে বাড়ি এল। তাই বাজার থেকে বাড়ি ফিরতে বোনের কত সময় লাগল হিসাব করি।

গণিতের ভাষায় পাই —

অতিক্রান্ত দূরত্ব (মিটার)	প্রয়োজনীয় সময় (মিনিট)
150	1
4050	?

150 মিটার যায় 1 মিনিটে

1 মিটার যায় $\frac{1}{150}$ মিনিটে

4050 মিটার যায় $\frac{\cancel{4050}^{27}}{\cancel{150}}$ মিনিটে = 27 মিনিটে

অন্যভাবে,

গতিবেগ একই থাকলে যেহেতু বেশি দূরত্ব যেতে বেশি সময় লাগে, তাই সময় ও দূরত্ব সরল সমানুপাতী।

$150 : 4050 :: 1 : *$

চতুর্থ সমানুপাতী $(*) = \frac{\cancel{4050}^{27} \times 1}{\cancel{150}} = 27$ $\therefore$ সময় লাগে 27 মিনিট।

দেখছি, অতিক্রান্ত দূরত্বকে গতিবেগ দিয়ে ভাগ করে প্রয়োজনীয় সময় পাই।

$\therefore$ প্রয়োজনীয় সময় = $\frac{\text{অতিক্রান্ত দূরত্ব}}{\text{গতিবেগ}}$

3 কিন্তু 150 মিটার/মিনিট বেগে সাইকেল চালিয়ে 25 মিনিটে কতটা দূরত্ব যেতে পারব হিসাব করি। গণিতের ভাষায় সমস্যাটি হলো,

সময় (মিনিট)	দূরত্ব (মিটার)
1	150
25	?

গতিবেগ একই থাকলে সময় ও দূরত্ব সরল সমানুপাতী।

$1 : 25 :: 150 : *$

$(*)$ অথবা চতুর্থ সমানুপাতী $= \frac{25 \times 150}{1} =$ 3750; $\therefore$ 25 মিনিটে 3750 মিটার দূরত্ব যায়।

অন্যভাবে, 1 মিনিটে যায় 150 মিটার

25 মিনিটে যায় 150×25 মিটার = 3750 মিটার

দেখছি, প্রয়োজনীয় সময়কে গতিবেগ দিয়ে গুণ করে অতিক্রান্ত দূরত্ব পাব।

$\therefore$ অতিক্রান্ত দূরত্ব = গতিবেগ $\times$ প্রয়োজনীয় সময়

নিজে করি। নীচের ছক যেকোনো পদ্ধতিতে হিসাব করে পূরণ করার চেষ্টা করি —

অতিক্রান্ত দূরত্ব	প্রয়োজনীয় সময়	গতিবেগ
120 কিমি	5 ঘন্টা	
276 কিমি	6 ঘন্টা	
18 কিমি	1 ঘন্টা	

অতিক্রান্ত দূরত্ব	গতিবেগ	প্রয়োজনীয় সময়
1600 মি	32 মি/মিনিট	
25 কিমি	80 মি/সেকেন্ড	
52 কিমি	1.3 কিমি/মিনিট	

গতিবেগ	প্রয়োজনীয় সময়	অতিক্রান্ত দূরত্ব
45 কিমি/ঘন্টা	1.5 ঘন্টা	
165 মি/মিনিট	24 মিনিট	
5 কিমি/ঘন্টা	10 মিনিট	

আজ রবিবার। আমি খুব সকাল সকাল ঘুম থেকে উঠে বাগানের কিছু কাজ করে তাড়াতাড়ি 160 মিটার/মিনিট বেগে সাইকেল চালিয়ে আমার বন্ধু পরেশের বাড়ি গেলাম। পরেশের বাড়ি আমাদের বাড়ি থেকে 2.4 কিমি দূরে। আজ আমি ও পরেশ স্টেশনে যাব অনুপ স্যারকে নিয়ে আসার জন্য।

4 কিন্তু পরেশের বাড়ি যাবার পরে আমার সাইকেল খারাপ হয়ে গেল। তাই আমি ও পরেশ রিকশায় চেপে স্টেশনে গেলাম। আমি সাইকেলে করে যে সময়ে পরেশের বাড়ি এসেছিলাম সেই সময়েই রিকশায় করে স্টেশনে গেলাম। রিকশার গতিবেগ ছিল মিনিটে 150 মিটার।

পরেশের বাড়ি থেকে স্টেশনের দূরত্ব কত হিসাব করি।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি হলো —

গতিবেগ (মিটার/মিনিট)	দূরত্ব (মিটার)
160	2.4×1000 = 2400
150	?

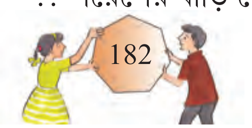
গতিবেগ বাড়ালে বা কমালে একই সময়ে যথাক্রমে বেশি দূরত্ব বা কম দূরত্ব অতিক্রম করব।

তাই গতিবেগ ও দূরত্ব সরল সমানুপাতে আছে।

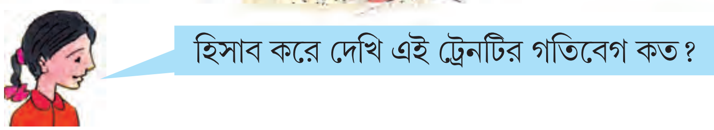
$\therefore 160 : 150 :: 2400 : *$

$\therefore$ (*) বা চতুর্থ সমানুপাতী $= \frac{150\times \overset{15}{\overset{30}{\cancel{2400}}}}{\underset{2}{\cancel{160}}} = 2250$

$\therefore$ পরেশের বাড়ি থেকে স্টেশনের দূরত্ব 2250 মিটার।



5 কিন্তু স্টেশনে পৌঁছে দেখি, একটি 75 মিটার লম্বা ট্রেন কিছুক্ষণ পরে 4.5 সেকেন্ডে আমাকে অতিক্রম করে চলে গেল।



দেখছি, ট্রেনটি 4.5 সেকেন্ডে নিজের দৈর্ঘ্য অতিক্রম করেছে।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি লিখে পাই—

সময় (সেকেন্ড)	দূরত্ব (মিটার)
4.5	75
1	?

গতিবেগ একই থাকলে সময় ও দূরত্ব সরল সমানুপাতী। ∴ 4.5 : 1 : : 75 : ?

∴ দূরত্ব = $\frac{75 \times 1}{4.5}$ মিটার = $\overset{5}{\cancel{75}} \times \frac{10}{\underset{3}{\cancel{45}}}$ মিটার

= $\frac{50}{3}$ মিটার = $16\frac{2}{3}$ মিটার

∴ ট্রেনটির গতিবেগ $16\frac{2}{3}$ মি./সেকেন্ড।

কিন্তু ওই ট্রেনটির ঘন্টায় গতিবেগ কি হবে হিসাব করি

ট্রেনটি 1 সেকেন্ড যায় $\frac{50}{3}$ মিটার

ট্রেনটি 60×60 সেকেন্ড যায় $\frac{50 \times 60 \times \overset{20}{\cancel{60}}}{\cancel{3}}$ মিটার = 60000 মিটার

= ☐ কিমি.

∴ ট্রেনটির গতিবেগ ঘন্টায় 60 কিমি.।

6 কিন্তু ওই ট্রেনটি যদি আমাকে অতিক্রম না করে 125 মিটার লম্বা সেতু সমবেগে অতিক্রম করত তবে কত সময় লাগত হিসাব করি।

যখন ট্রেনটি কোনো সেতু অতিক্রম করত তখন ট্রেনটিকে অতিক্রম করতে হবে, ট্রেনটির নিজের দৈর্ঘ্য + সেতুর দৈর্ঘ্য। অর্থাৎ ☐ মিটার + 125 মিটার

= 200 মিটার

ট্রেনটির গতিবেগ পেয়েছি ☐ / সেকেন্ড।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি হল —

দুরত্ব (মিটার)	সময় (সেকেন্ড)
$\frac{50}{3}$	1
200	*

গতিবেগ একই থাকলে সময় ও দূরত্ব সরল সমানুপাতী

∴ ☐ : ☐ :: ☐ : *

$\therefore$ সময় = $\dfrac{200}{\frac{50}{3}}$ সেকেন্ড = $\dfrac{\overset{4}{\cancel{200}} \times 3}{\cancel{50}}$ সেকেন্ড

= 12 সেকেন্ড

অন্যভাবে,

$\frac{50}{3}$ মিটার যায় 1 সেকেন্ডে

1 মিটার যায় $1 \div \frac{50}{3}$ সেকেন্ডে = $\frac{1 \times 3}{50}$ সেকেন্ডে

200 মিটার যায় = $\overset{4}{\cancel{200}} \times \frac{3}{\cancel{50}}$ সেকেন্ডে = 12 সেকেন্ডে

ট্রেনটি 125 মিটার লম্বা সেতুকে অতিক্রম করত 12 সেকেন্ডে।

7 স্টেশনে দেখছি, 200 মিটার ও 240 মিটার লম্বা দুটি ট্রেন পাশাপাশি দুটি লাইনে ঘন্টায় যথাক্রমে 42.5 কিমি ও 36.7 কিমি গতিবেগে পরস্পরের দিকে এগিয়ে আসছে।
হিসাব করে দেখি ট্রেন দুটি মিলিত হওয়ার কত সময় পরে পরস্পরকে অতিক্রম করবে।

ট্রেন দুটি মিলিত হওয়ার পরে পরস্পরকে অতিক্রম করবে অর্থাৎ ট্রেন দুটি একসাথে নিজেদের দৈর্ঘ্যের সমান দূরত্ব অতিক্রম করবে।

∴ ট্রেন দুটি অতিক্রম করবে 200 মি. + 240 মি.
= 440 মিটার।

প্রথম ট্রেনের গতিবেগ 42.5 কিমি. / ঘণ্টা = ☐ মিটার / ঘণ্টা।

দ্বিতীয় ট্রেনের গতিবেগ 36.7 কিমি. / ঘণ্টা = ☐ মিটার / ঘণ্টা।

প্রথম ট্রেন ও দ্বিতীয় ট্রেন পরস্পরের বিপরীত দিকে চললে 1 ঘন্টায় মোট যাবে —

42500 মিটার + 36700 মিটার = ☐ মিটার।

এখন গণিতের ভাষায় সমস্যাটি হলো —

দূরত্ব (মিটার)	সময় (সেকেন্ড)
79200	60×60
440	?

দূরত্ব ও সময় সরল সমানুপাতে আছে।

∴ ☐ : ☐ : : 60×60 : *

তাই সময় লাগবে = 20 সেকেন্ড

∴ ট্রেন দুটি পরস্পরকে অতিক্রম করবে 20 সেকেন্ডে।

অন্যভাবে,

79200 মিটার যায় 60×60 সেকেন্ডে

1 মিটার যায় $\dfrac{60 \times 60}{79200}$ সেকেন্ডে

440 মিটার যায় = $\dfrac{\overset{10}{\cancel{\overset{10}{\cancel{60}}}} \times \overset{10}{\cancel{60}} \times \overset{20}{\cancel{440}}}{\underset{\underset{\underset{\underset{\cancel{10}}{\cancel{100}}}{\cancel{2200}}}{\cancel{13200}}}{\cancel{79200}}}$ সেকেন্ডে = 20 সেকেন্ডে

8 যদি ট্রেন দুটি আলাদা লাইনে একই দিকে যেত তবে প্রথম ট্রেনটি দ্বিতীয় ট্রেনটির সাথে মিলিত হওয়ার কত সময় পরে পরস্পরকে অতিক্রম করত হিসাব করি।

যেহেতু ট্রেন দুটি একই দিকে যাচ্ছে,

প্রথম ট্রেন দ্বিতীয় ট্রেনের থেকে 1 ঘণ্টায় বেশি যায় 42500 মি. - 36700 মি. = 5800 মিটার

ট্রেন দুটি মিলিত হওয়ার পরে প্রথম ট্রেনটির দ্বিতীয় ট্রেনকে অতিক্রম করতে মোট পথ অতিক্রম করতে হবে ☐ মিটার + ☐ মিটার = 440 মিটার

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি হলো —

দূরত্ব (মিটার)	সময় (সেকেন্ড)
5800	60 × 60
440	?

সময় ও দূরত্ব সরল সমানুপাতে আছে

∴ 5800 : 440 : : 60 × 60 : ?

∴ প্রয়োজনীয় সময় = $\frac{440 \times \cancel{60}^{6} \times \cancel{60}^{3}}{\cancel{5800}_{\cancel{290}_{29}}}$ সেকেন্ড

$\frac{7920}{29}$ সেকেন্ড = $273\frac{3}{29}$ সেকেন্ড

নিজে করি— 15.1

স্টেশনে মাস্টারমশায়ের সাথে দেখা হওয়ার পরে আমি ও পরেশ মাস্টারমশায়ের সাথে ট্যাক্সি চেপে 18 মিনিটে অনুষ্ঠানবাড়িতে এলাম। ট্যাক্সির গতিবেগ 35 কিমি. / ঘন্টা হলে স্টেশন থেকে অনুষ্ঠান বাড়ির দূরত্ব কত ছিল হিসাব করি।

কষে দেখি - 15

1. আমি শনিবার 2 ঘন্টায় 13 কিমি. / ঘন্টা বেগে সাইকেল চালিয়ে কিছুটা পথ গেলাম। কিন্তু রবিবার ওই একই সময়ে 11 কিমি. / ঘন্টা বেগে চালিয়ে কিছু পথ গেলাম। শনি ও রবিবারের মধ্যে কোনদিন 2 ঘন্টা সাইকেল চালিয়ে কত বেশি পথ গেলাম হিসাব করি।

এখান থেকে সময় স্থির রেখে গতিবেগ ও অতিক্রান্ত দূরত্বের মধ্যে সম্পর্ক খুঁজি। (সরল না ব্যস্ত সমানুপাত)

2. আমি সোমবার বাজারে গেলাম 12 কিমি. / ঘন্টা গতিবেগে সাইকেল চালিয়ে। কিন্তু মঙ্গলবার বাজারে গেলাম 15 কিমি. / ঘন্টা গতিবেগে সাইকেল চালিয়ে। যদি বাড়ি থেকে বাজারের দূরত্ব 2 কিমি. হয়, তা হলে কবে বাজারে যেতে আমার কম সময় লাগল এবং কত কম সময় লাগল হিসাব করি।

এখান থেকে দূরত্ব স্থির রেখে গতিবেগের সাথে প্রয়োজনীয় সময়ের সম্পর্ক খুঁজি। (সরল না ব্যস্ত সমানুপাত)

3. গতিবেগ স্থির রেখে সময়ের সাথে অতিক্রান্ত দূরত্বের সম্পর্ক খুঁজি (নিজে গল্প তৈরি করি ও সম্পর্ক খুঁজে লিখি)

4. আমি বাসে 12 কিমি. 40 মিনিটে গেলাম। বাসের গতিবেগ ঘন্টায় কত হিসাব করি।

5. 100 মিটার লম্বা একটি ট্রেন ঘন্টায় 60 কিমি. বেগে একটি গাছকে অতিক্রম করতে কত সময় নেবে হিসাব করে লিখি।

6. সমান গতিবেগে একটি ট্যাক্সি 6 ঘন্টা 12 মিনিটে 217 কিমি. যায়। 273 কিমি. যেতে ট্যাক্সির কত সময় লাগে হিসাব করি। (সম্পর্ক উল্লেখ করে হিসাব করি)

7. আজ আমাদের পাড়ার অয়নদা তার মোটরবাইকে 2 ঘন্টা 5মিনিটে 100 কিমি. দুরত্ব গিয়েছে। কিন্তু শিবুদা তার সাইকেলে ওই দুরত্ব 6 ঘন্টা 40 মিনিটে গিয়েছে। মোটরবাইক ও সাইকেলের গতিবেগের অনুপাত হিসাব করি ও লিখি।

8. সমান গতিবেগে চলে একটি মালগাড়ি 2 ঘন্টা 45 মিনিটে 49.5 কিমি. দূরের একটি স্টেশনে পৌঁছোয়। 58.5 কিমি. দূরের একটি স্টেশনে পৌঁছোতে ওই মালগাড়িটির কত সময় লাগবে হিসাব করি।

9. আমার ছোট কাকা বাড়ি থেকে মোটর সাইকেলে পাঁচলায় গিয়ে এক ঘন্টা কাজ সেরে বাড়ি ফিরে এলেন। এতে তার মোট 3 ঘন্টা 30 মিনিট সময় লাগল। যদি যাতায়াতে মোটর সাইকেলের গতিবেগ ঘন্টায় 40 কিমি. হয় তবে বাড়ি থেকে পাঁচলার দূরত্ব কত ছিল হিসাব করি।

10. একটি বাস সকাল 7টা 30 মিনিটে কলকাতা থেকে রওনা হয়ে কোথাও না থেমে দুপুর 12 টায় দিঘা পৌঁছোল। যদি বাসটির গতিবেগ ঘন্টায় 45 কিমি. হয় তবে কলকাতা থেকে দিঘার দূরত্ব কত হিসাব করি।

11. 70 মিটার লম্বা একটি ট্রেন ঘন্টায় 75 কিমি. বেগে যায়। ওই ট্রেনটি কত সময়ে 105 মিটার লম্বা একটি প্ল্যাটফর্ম অতিক্রম করবে হিসাব করি।

12. 90 মিটার লম্বা একটি রেলগাড়ি একটি স্তম্ভকে 25 সেকেন্ডে অতিক্রম করল। আমি এই রেলগাড়ির গতিবেগ ঘন্টায় কত কিলোমিটার হিসাব করে লিখি।

13. 250 মিটার লম্বা একটি সেতু অতিক্রম করতে 150 মিটার লম্বা একটি ট্রেনের 30 সেকেন্ড সময় লাগল। হিসাব করে দেখি ওই ট্রেনের 130 মিটার লম্বা একটি প্ল্যাটফর্ম অতিক্রম করতে কত সময় লাগবে।

14. একটি ট্রেনের একজন যাত্রী দেখলেন ট্রেনটির একটি প্ল্যাটফর্ম অতিক্রম করতে 15 সেকেন্ড সময় লাগল। ট্রেনটির গতিবেগ যদি ঘন্টায় 60 কিমি. হয়, তবে প্ল্যাটফর্মের দৈর্ঘ্য কত তা হিসাব করে লিখি।

15. একটি ট্রেন 4 সেকেন্ডে একটি টেলিগ্রাফ পোস্ট এবং 20 সেকেন্ডে 264 মিটার দীর্ঘ একটি সেতু অতিক্রম করতে পারে। ওই ট্রেনটির দৈর্ঘ্য ও গতিবেগ হিসাব করি।

16. একটি ট্রেন 210 মিটার ও 122 মিটার দীর্ঘ দুটি সেতু যথাক্রমে 25 সেকেন্ডে ও 17 সেকেন্ডে অতিক্রম করেছে। হিসাব করে ট্রেনটির দৈর্ঘ্য ও গতিবেগ লিখি।

17. ঘন্টায় 48 কিমি. বেগে ধাবমান 100 মিটার লম্বা একটি ট্রেন 21 সেকেন্ডে পাহাড়ের ভিতর দিয়ে একটি সুড়ঙ্গ রাস্তা অতিক্রম করল। হিসাব করে সুড়ঙ্গ রাস্তাটির দৈর্ঘ্য লিখি।

18. একটি ট্রেন 10 সেকেন্ডে 150 মিটার লম্বা প্ল্যাটফর্মে দাঁড়ানো একজন লোককে অতিক্রম করে এবং প্ল্যাটফর্মটি অতিক্রম করে 22 সেকেন্ডে। হিসাব করে ট্রেনটির দৈর্ঘ্য ও গতিবেগ লিখি।

19. ______ মিটার ও ______ মিটার লম্বা দুটি ট্রেন পাশাপাশি দুটি লাইনে যথাক্রমে ঘন্টায় ______ কিমি. ও ঘন্টায় ______ কিমি. গতিবেগে পরস্পরের দিকে এগিয়ে আসছে। মিলিত হওয়ার পর কত সময়ে ট্রেন দুটি পরস্পরকে অতিক্রম করবে হিসাব করে লিখি। [নিজে সংখ্যা বসাই]

20. 250 মিটার লম্বা একটি মালগাড়ি ঘন্টায় 33 কিমি. বেগে এগিয়ে চলেছে। পিছন থেকে অন্য আর একটি লাইনে 200 মিটার লম্বা একটি মেল ট্রেন ঘন্টায় 60 কিমি. বেগে এসে মালগাড়িটিকে ধরার পর কত সময়ে সেটিকে অতিক্রম করবে হিসাব করি।

16. দ্বি-স্তম্ভ লেখ

প্রতি বছরের মতো এবছরেও আমাদের স্কুল থেকে শিক্ষামূলক ভ্রমণের ব্যবস্থা করা হয়েছে।

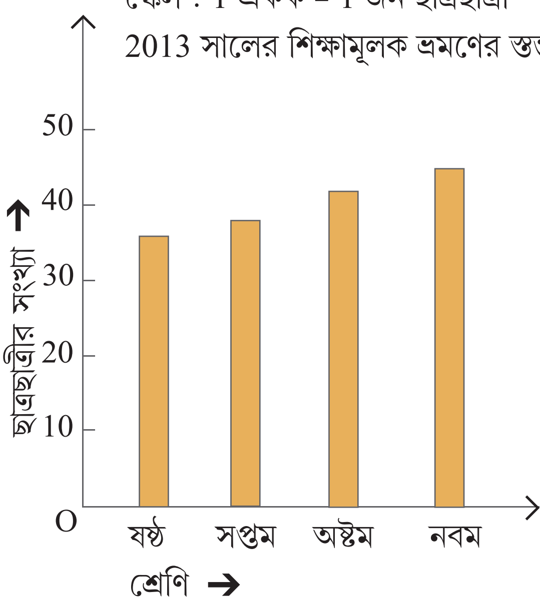
এবছরেও ষষ্ঠ, সপ্তম, অষ্টম ও নবম শ্রেণির ছাত্রছাত্রীরা এই ভ্রমণে যাবে। আমি ও সুমিতা এবছরে কোন শ্রেণির কতজন ছাত্রছাত্রী যাবে তার একটি তালিকা তৈরি করি ও স্তম্ভ চিত্র তৈরি করি।

2013 সালে শিক্ষামূলক ভ্রমণে যাওয়ার সংখ্যা —

ষষ্ঠ শ্রেণি — 36 জন
সপ্তম শ্রেণি — 38 জন
অষ্টম শ্রেণি — 42 জন
নবম শ্রেণি — 45 জন

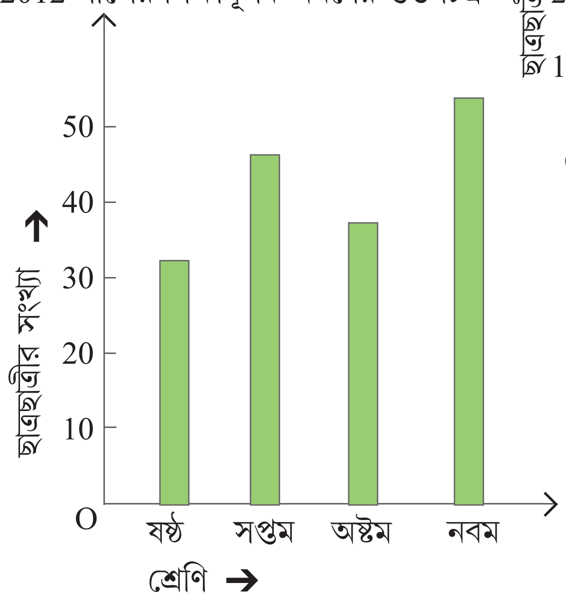
স্কেল : 1 একক = 1 জন ছাত্রছাত্রী

2013 সালের শিক্ষামূলক ভ্রমণের স্তম্ভ চিত্র



স্কেল : 1 একক = 1 জন ছাত্রছাত্রী

2012 সালের শিক্ষামূলক ভ্রমণের স্তম্ভ চিত্র



2012 সালের স্তম্ভ চিত্র থেকে কি কি জানলাম লিখি—

1) 2012 সালেও শিক্ষামূলক ভ্রমণে ষষ্ঠ, সপ্তম, অষ্টম ও নবম শ্রেণির ছাত্রছাত্রীরা গিয়েছিল।

2) 2012 সালে ষষ্ঠ শ্রেণির ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা ছিল 40 -এর কম।

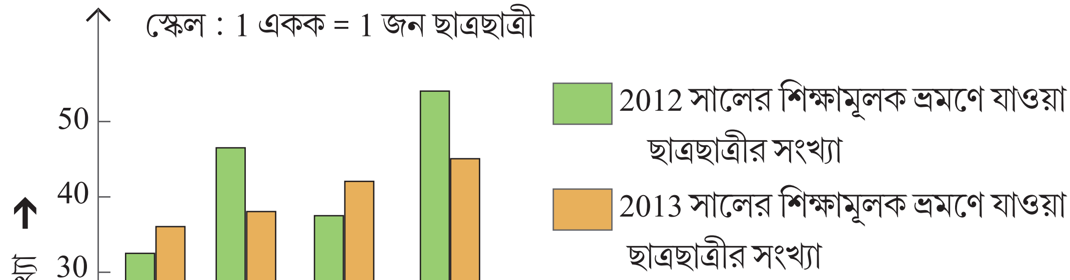
3) 2012 সালে সপ্তম শ্রেণির ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা ছিল প্রায় ☐ -এর কাছাকাছি।

4) 2012 সালে অষ্টম শ্রেণির ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা ছিল প্রায় 30 ও ☐ -এর মাঝামাঝি।

5) 2012 সালে নবম শ্রেণির ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা ছিল প্রায় ☐ -এর কাছাকাছি।

1 কিন্তু 2012 ও 2013 সালের শিক্ষামূলক ভ্রমণের ছাত্রছাত্রীদের ঠিক তুলনা আরও সহজে কীভাবে করা যায়?

নীচের চিত্র দেখি ও আরও সহজে তুলনার চেষ্টা করি —



এই চিত্র থেকে সহজে বুঝতে পারছি যে 2013 সালে 2012 সালের তুলনায় ষষ্ঠ শ্রেণি ও অষ্টম শ্রেণির ভ্রমণে যাওয়া ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা বেড়েছে , কিন্তু সপ্তম শ্রেণি ও নবম শ্রেণির ভ্রমণে যাওয়া ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা কমেছে।

কিন্তু এই রকম চিত্রকে কি বলব?

এই দুটি স্তম্ভ চিত্রকে পাশাপাশি এঁকে দুটি তথ্য সহজে তুলনা করার জন্য যে চিত্র এঁকেছি তাকে দ্বিস্তম্ভ লেখ **(Double Bar Graph)** বলা হয়।