कुल प्रश्नों की संख्या : 29] [कुल मुद्रित पृष्ठों की संख्या : 5

XIHY-202204

विषय : गणित

समय : 3 घण्टे] [पूर्णांक : 100

निर्देश : (1) सभी प्रश्न करने अनिवार्य हैं।

(2) खण्ड- 'अ' में प्रश्न संख्या 01 से 04 तक अतिलघु उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक में 01 अंक निर्धारित हैं।

(3) खण्ड- 'ब' में प्रश्न संख्या 05 से 12 तक लघु उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 02 अंक निर्धारित हैं।

(4) खण्ड- 'स' में प्रश्न संख्या 13 से 23 तक दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। कुल प्रश्नों की संख्या 11 है। प्रत्येक प्रश्न पर 4 अंक निर्धारित हैं। इस खण्ड में प्रश्न संख्या 14, 17 एवं 20 पर आंतरिक विकल्प का प्रावधान है।

(5) खण्ड- 'द' में प्रश्न संख्या 24 से 29 तक अतिदीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं कुल प्रश्नों की संख्या 6 है। प्रत्येक प्रश्न पर 6 अंक निर्धारित हैं। इस खण्ड में प्रश्न संख्या 26 एवं 29 पर आंतरिक विकल्प का प्रावधान है।

(6) कैलकुलेटर की अनुमति नहीं है।

खण्ड-अ

प्रश्न-1. यदि $A=\{1,3,5,7,9\}$ और $B=\{5,9,11,15,17\}$ हो तो $A-B$ का मान ज्ञात कीजिए। (1

प्रश्न-2. $(1+i)^4 \left(1+\frac{1}{i}\right)^4$ का मान ज्ञात कीजिए। (1

प्रश्न-3. $(1-2x)^5$ का प्रसार कीजिए। **(1)**

प्रश्न-4. दो बिन्दुओं $P(2, 3, 5)$ और $Q(4, 3, 1)$ के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए। **(1)**

खण्ड-ब

प्रश्न-5. यदि $f(x) = x^2$ तथा $g(x) = 2x + 1$ हो तो $(f+g)x$, $(fg)x$, $\left(\frac{f}{g}\right)x$ तथा $(f-g)x$ का मान ज्ञात कीजिए। **(2)**

प्रश्न-6. सिद्ध कीजिए कि **(2)**

$$\cos\left(\frac{\pi}{4}+x\right)+\cos\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=\sqrt{2}\cos x$$

प्रश्न-7. सम्मिश्र संख्या $z = 1+\sqrt{3}\,i$ को ध्रुवीय रूप में प्रदर्शित कीजिए। **(2)**

प्रश्न-8. द्विपद प्रमेय का उपयोग करके $(11)^5$ का मान ज्ञात कीजिए। **(2)**

प्रश्न-9. श्रेणी $\frac{1}{32}, \frac{1}{16}, \frac{1}{8}, \ldots\ldots\ldots\ldots$ का 10 वाँ पद ज्ञात कीजिए। **(2)**

प्रश्न-10. रेखा $12x + 5y + 4 = 0$ पर बिन्दु $(1, 2)$ से डाले गए लम्ब की लम्बाई ज्ञात कीजिये। **(2)**

प्रश्न-11. उस वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके व्यास के सिरों के निर्देशांक $A(3, 4)$ और $B(-3, -4)$ हैं। **(2)**

प्रश्न-12. उस त्रिभुज ABC का केन्द्रक ज्ञात कीजिए जिसके शीर्षो के निर्देशांक $A(1, 2, -3)$ $B(3, 0, 1)$ और $C(-1, 1, -4)$ हैं। **(2)**

खण्ड-स

प्रश्न-13. यदि $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$ तथा $C = \{3, 4, 5, 6\}$ हो तो (i) A' (ii) B' (iii) $(A \cup B)'$ (iv) $(A')'$ का मान ज्ञात कीजिए। **(4)**

प्रश्न-14. फलन $f(x) = \dfrac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 8x + 12}$ का प्रांत ज्ञात कीजिए। **(4)**

अथवा

यदि $A=\{-1, 1\}$ हो तो $A\times(A\times A)$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न–15. सिद्ध कीजिए कि– **(4)**

$$\frac{\sin 5x - 2\sin 3x + \sin x}{\cos 5x - \cos x} = \tan x$$

प्रश्न–16. सम्मिश्र संख्या $Z = \frac{(3+i\sqrt{5})(3-i\sqrt{5})}{(\sqrt{3}+i\sqrt{2})-(\sqrt{3}-i\sqrt{2})}$ को $A+iB$ के रूप में व्यक्त कीजिए। **(4)**

प्रश्न–17. रैखिक असमिका निकाय को आलेखीय विधि द्वारा हल कीजिए– **(4)**

$$x+2y \le 8, \quad 2x+y \le 8, \; x \ge 0, \; y \ge 0$$

अथवा

रैखिक असमिका निकाय को आलेखीय विधि द्वारा हल कीजिए–

$$2x+y \ge 8, \; x+2y \ge 10.$$

प्रश्न–18. यदि ${}^{2n}C_3 : {}^{n}C_2 = 12:1$ हो तो n का मान ज्ञात कीजिए। **(4)**

प्रश्न–19. $\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^{11}$ के प्रसार में x^7 का गुणांक ज्ञात कीजिए। **(4)**

प्रश्न–20. श्रेणी 5 + 55 + 555 + ... के n पदों का योगफल ज्ञात कीजिए। **(4)**

अथवा

यदि किसी समान्तर श्रेणी के m पदों तथा n पदों के योगफल का अनुपात $m^2 : n^2$ है तो सिद्ध कीजिए कि इस समान्तर श्रेणी के mवाँ तथा nवाँ पदों का अनुपात $(2m-1):(2n-1)$ है।

प्रश्न-21. उस सरल रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु (2, 2) से होकर जाती है तथा जिसके द्वारा अक्षों से काटे गए अन्त: खण्डों का योगफल 9 है। **(4)**

प्रश्न-22. उस परवलय का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी नाभि (0, −1) तथा नियता का समीकरण $x+y-1=0$ है। **(4)**

प्रश्न-23. एक त्रिभुज ABC के शीर्षों के निर्देशांक $A(0, 0, 6)$, $B(0, 4, 0)$ तथा $C(6, 0, 0)$ हैं। तो माध्यिकाओं की लम्बाई ज्ञात कीजिए। **(4)**

खण्ड-द

(6)

प्रश्न-24. फलन f,

$$f(x) = \begin{cases} 1-x, & x<0 \\ 1, & x=0 \\ x+1, & x>0 \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित है। $f(x)$ का आलेख खींचिए। **(6)**

प्रश्न-25. समीकरण हल कीजिए- **(6)**

$$\tan\theta + \tan(\theta+\pi/3) + \tan(\theta+2\pi/3) = 3$$

प्रश्न-26. गणितीय आगमन के सिद्धान्त से सभी पूर्णांक $n \geq 1$ के लिए सिद्ध कीजिए- **(6)**

$$\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots\dots\dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

अथवा

सभी $n \in N$ के लिए गणितीय आगमन सिद्धान्त के प्रयोग द्वारा सिद्ध कीजिए कि $3^{2n+2}-8n-9$, संख्या 8 से भाज्य हैं।

प्रश्न-27. यदि $a=\cos\theta + i\sin\theta$ तब $\dfrac{1+a}{1-a}$ का मान ज्ञात कीजिए। **(6)**

प्रश्न-28. यदि किसी गुणोत्तर श्रेणी में n पदों का योगफल S, गुणनफल P तथा उनके व्युत्क्रमों का योगफल R है तो सिद्ध कीजिए कि- **(6)**

$$P^2 = \left(\frac{S}{R}\right)^n$$

प्रश्न-29. उस दीर्घवृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए, जिसके दीर्घ अक्ष की लम्बाई 26 तथा नाभियाँ $(\pm 5, 0)$ हैं। **(6)**

अथवा

यदि e और e' क्रमशः अतिपरवलय और उसके संयुग्मी अतिपरवलय की उत्केन्द्रताएँ हों, तो सिद्ध कीजिए-

$$\frac{1}{e^2} + \frac{1}{e'^2} = 1$$