সমান্তৰ প্ৰগতি
(Arithmetic Progression)

পঞ্চম অধ্যায়

5.1 অৱতাৰণা (Introduction)

তোমালোকে নিশ্চয় মন কৰিছা যে প্ৰকৃতিত বহুতো বস্তুৱে একোটা নিৰ্দিষ্ট আৰ্হি (pattern) মানি চলে। উদাহৰণস্বৰূপে— সূৰ্যমুখী ফুলৰ পাহিবিলাক, মৌচাকৰ ছিদ্ৰসমূহ, মাকৈৰ ডিলটোত থকা গুটিবোৰ, আনাৰসৰ চকুসমূহ আৰু দেৱদাৰু গছৰ গুটিৰ খুলিটো ইত্যাদি।

এতিয়া আমি আমাৰ দৈনন্দিন জীৱনত পোৱা কেইটামান আৰ্হি কিছুমান লক্ষ্য কৰিম। তেনেকুৱা উদাহৰণ কিছুমান হ'ল :

(i) বীণাই এটা চাকৰিৰ বাবে আবেদন জনালে আৰু নিযুক্তিৰ বাবে নিৰ্বাচিত হ'ল। তেওঁক প্ৰাৰম্ভিক দৰমহা মাহে 8000 টকা আৰু দৰমহাৰ বছেৰেকীয়া বৃদ্ধি (increment) 500 টকা হিচাপে চাকৰিত নিয়োগ কৰা হ'ল। তেওঁৰ দৰমহা (টকাৰ হিচাপত) প্ৰথম, দ্বিতীয়, তৃতীয়.... বছৰত হ'ব ক্ৰমে—

8000, 8500, 9000, ...

(ii) জখলা এডালৰ শলিবিলাকৰ দৈৰ্ঘ্য তলৰ পৰা ওপৰলৈ সমভাৱে 2 চে.মি.কৈ (চিত্ৰ 5.1 চোৱা) কমি যায়। একেবাৰে তলৰ শলিডাল 45 চে.মি. দীঘল। তলৰ পৰা ওপৰলৈ ক্ৰমে প্ৰথম, দ্বিতীয়, তৃতীয়.... অষ্টম শলিকেইডালৰ দৈৰ্ঘ্য (চে.মি.ত) হ'ব—

45, 43, 41, 39, 37, 35, 33, 31

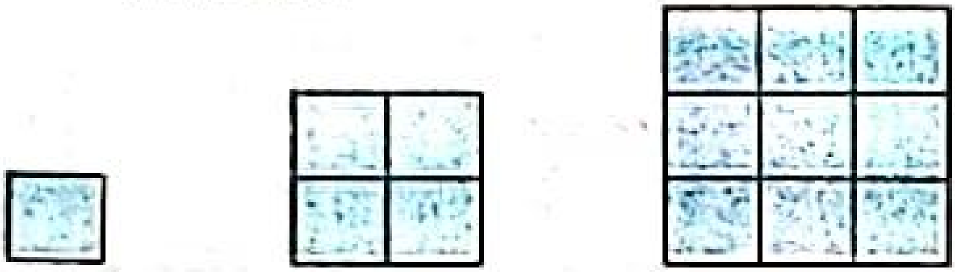
চিত্ৰ 5.1

(iii) কোনো এটা সঞ্চয় আঁচনিত প্ৰতি তিনি বছৰৰ মূৰত সবৃদ্ধিমূলৰ পৰিমাণ মূলধনৰ $\frac{5}{4}$ গুণ হয়। 3, 6, 9 আৰু 12 বছৰৰ পিছত 8000 টকা বিনিয়োগৰ বাবে সম্পূৰ্ণ সবৃদ্ধিমূল (maturity

amount) ক্ৰমে (টকাৰ হিচাপত) :

10000, 12500, 15625, 19531.25

(iv) 1, 2, 3, ... একক দৈৰ্ঘ্যৰ বাহু বিশিষ্ট বৰ্গত থকা (চিত্ৰ 5.2 চোৱা) এক একক দৈৰ্ঘ্যৰ বৰ্গৰ সংখ্যা ক্ৰমে : $1^2, 2^2, 3^2, \ldots$



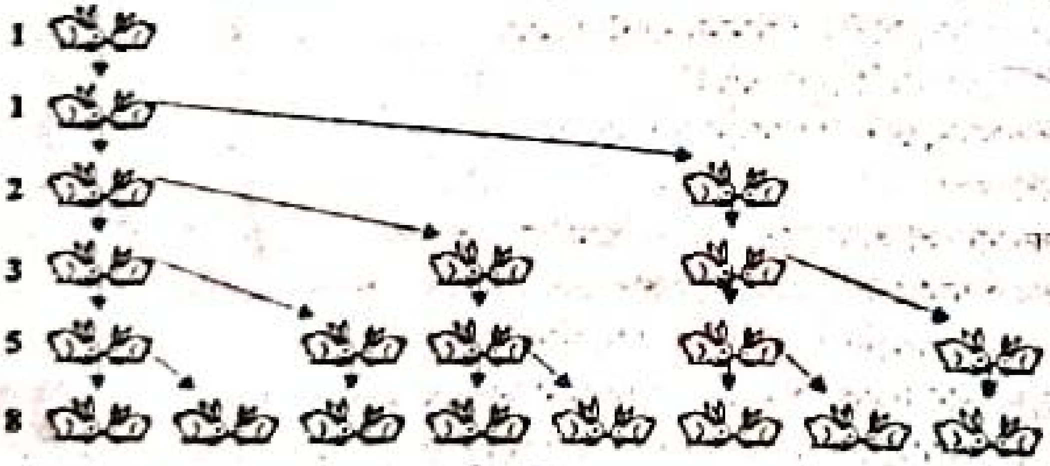
চিত্ৰ 5.2

(v) ছবিনাই তেওঁৰ জীয়েকৰ সঞ্চয় বাকচত জীয়েকৰ বয়স এবছৰ হওঁতে 100 টকা জমা থলে আৰু প্ৰতিবছৰে জমা ধনৰ পৰিমাণ 50 টকাকৈ বঢ়াই গ'ল। প্ৰথম, দ্বিতীয়, তৃতীয়, চতুৰ্থ... জন্মদিনবিলাকত সঞ্চয় বাকচত থকা ধনৰ পৰিমাণ (টকাৰ হিচাপত) ক্ৰমে :

100, 150, 200, 250,....

(vi) এযোৰ শহা ইমান সৰু যে সিহঁতৰ প্ৰথম মাহত পোৱালি জন্ম দিব নোৱাৰে। কিন্তু দ্বিতীয় মাহৰ পৰা আৰু তাৰ পৰৱৰ্তী প্ৰতিমাহে এযোৰকৈ নতুন শহা পোৱালি জন্ম দিয়ে। জন্ম হোৱা প্ৰতিযোৰ নতুন শহায়ো সিহঁতৰ দ্বিতীয় মাহৰ পৰা এযোৰকৈ শহাৰ জন্ম দিয়ে আৰু পৰৱৰ্তী প্ৰতি মাহে মাহে এযোৰকৈ শহাৰ জন্ম দি থাকে (চিত্ৰ 5.3 চোৱা)। কোনো শহাৰ মৃত্যু নোহোৱা বুলি ধৰিলে, যোৰ হিচাপে শহাৰ সংখ্যা প্ৰথম, দ্বিতীয়, তৃতীয়.... ষষ্ঠ মাহৰ আৰম্ভণিতে হ'ব ক্ৰমে :

1, 1, 2, 3, 5, 8



চিত্ৰ 5.3

ওপৰৰ উদাহৰণসমূহত আমি কিছুমান নিৰ্দিষ্ট আৰ্হি দেখা পালো। কিছুমান আৰ্হিত অনুক্ৰমিক পদবোৰ (succeeding terms) এটা নিৰ্দিষ্ট সংখ্যা যোগ কৰি পোৱা যায়, কিছুমানত এটা নিৰ্দিষ্ট সংখ্যা পুৰণ কৰি পোৱা যায়, আকৌ আন কিছুমানত পদবোৰে ক্ৰমিক সংখ্যাৰ বৰ্গ।

এই অধ্যায়ত আমি এই আৰ্হিবোৰৰ এনে এটাৰ বিষয়েহে আলোচনা কৰিম য'ত পূৰ্ববৰ্তী সংখ্যাবোৰৰ লগত এটা নিৰ্দিষ্ট সংখ্যা যোগ কৰি পৰৱৰ্তী সংখ্যাবোৰ পোৱা যায়। তদুপৰি কেনেকৈ সিহঁতৰ nতম পদ আৰু nটা ক্ৰমিক পদৰ যোগফলক উলিয়াব পাৰি চাম আৰু এই জ্ঞানৰ সহায়ত দৈনন্দিন জীৱনৰ সমস্যা কিছুমান সমাধান কৰিম।

5.2 সমান্তৰ প্ৰগতি (Arithmetic Progressions) :

তলত দিয়া সংখ্যাৰ তালিকাসমূহ মন কৰা।

(i) 1, 2, 3, 4, . . .
(ii) 100, 70, 40, 10, . . .
(iii) −3, −2, −1, 0, . . .
(iv) 3, 3, 3, 3, . . .
(v) −1.0, −1.5, −2.0, −2.5, . . .

এই তালিকাত থকা প্ৰতিটো সংখ্যাকে 'পদ' (term) বোলে। এতিয়া এই তালিকাৰ পৰা এটা পদ দিলে তাৰ পিছৰ পদটো তুমি লিখিব পাৰিবানে? সম্ভৱতঃ কোনো আৰ্হি বা নিয়ম অনুসৰণ কৰি পাৰিবা। বাৰু এতিয়া আমি পৰ্যবেক্ষণ কৰো আৰু নিয়মবোৰ লিখো।

(i)ৰ ক্ষেত্ৰত, প্ৰতিটো পদ তাৰ আগৰ পদটোতকৈ 1 বেছি।

(ii)ৰ ক্ষেত্ৰত, প্ৰতিটো পদ তাৰ আগৰ পদটোতকৈ 30 সৰু।

(iii)ৰ ক্ষেত্ৰত, প্ৰতিটো পদ তাৰ আগৰ পদটোৰ লগত 1 যোগ কৰি পোৱা যায়।

(iv)ৰ ক্ষেত্ৰত, তালিকাৰ সকলো পদেই 3 অৰ্থাৎ, প্ৰতিটো পদেই তাৰ আগৰ পদটোৰ লগত 0 যোগ (বা বিয়োগ) কৰি পোৱা যায়।

(v)ৰ ক্ষেত্ৰত, প্ৰতিটো পদেই তাৰ আগৰ পদটোৰ লগত বা পৰা −0.5 যোগ (বা 0.5 বিয়োগ) কৰি পোৱা যায়।

ওপৰৰ সকলো তালিকাতে আমি দেখিলো যে আগৰ পদটোৰ লগত এটা নিৰ্দিষ্ট সংখ্যা যোগ কৰি পিছৰ পদটো পোৱা যায়। এই ধৰণৰ এখন তালিকাত থকা সংখ্যাবোৰে এটা সমান্তৰ প্ৰগতি (Arithmetic Progression, চমুকৈ AP) গঠন কৰে বুলি কোৱা হয়।

গতিকে, এটা সমান্তৰ প্ৰগতি এনে কিছুমান সংখ্যাৰ এখন তালিকা যিখনৰ প্ৰথম পদটোৰ বাহিৰে আন আটাইবোৰ পদেই আগৰ পদটোৰ লগত এটা নিৰ্দিষ্ট সংখ্যা যোগ কৰি পোৱা যায়।

এই নিৰ্দিষ্ট সংখ্যাটোকে সমান্তৰ প্ৰগতিটোৰ 'সাধাৰণ অন্তৰ' (Common difference) বোলে।

মনত ৰাখিবা যে এই সংখ্যাটো ধনাত্মক, ঋণাত্মক বা শূন্য হ'ব পাৰে।

এতিয়া এটা সমান্তৰ প্ৰগতিৰ প্ৰথম পদক a_1ৰে, দ্বিতীয় পদটোক a_2ৰে,..... nতম পদক a_nৰে আৰু সাধাৰণ অন্তৰক dৰে সূচিত কৰা হ'ল। তেতিয়া সমান্তৰ প্ৰগতিটো হ'ব $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$।

গতিকে, $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \ldots = a_n - a_{n-1} = d$

সমান্তৰ প্ৰগতিৰ আৰু কিছুমান উদাহৰণ হ'ল—

(a) ৰাতিপুৱাৰ প্ৰাৰ্থনা সভাত এটা শাৰীত থিয় হোৱা এখন বিদ্যালয়ৰ কিছু সংখ্যক শিক্ষাৰ্থীৰ উচ্চতা (চে.মি.ত) হ'ল— 147, 148, 149, ..., 157

(b) জানুৱাৰী মাহৰ এটা সপ্তাহত এখন চহৰৰ সৰ্বনিম্ন উষ্ণতা (ডিগ্ৰী চেলচিয়াচত) লিপিবদ্ধ কৰি উৰ্দ্ধক্ৰমত সজালে পোৱা গ'ল—

$$-3.1, -3.0, -2.9, -2.8, -2.7, -2.6, -2.5$$

(c) মুঠ 1000 টকা ঋণৰ 5 % কৈ টকা আদায় দি থকাৰ পিছত প্ৰতিমাহে বাকী থকা ধনৰ পৰিমাণ (টকাত) 950, 900, 850, 800, ..., 50

(d) এখন স্কুলে ক্লাছ I ৰ পৰা XII লৈ প্ৰতিটো শ্ৰেণীৰ সৰ্বোচ্চ নম্বৰ পাওঁতা শিক্ষাৰ্থীজনক দিয়া নগদ ধনৰ পৰিমাণ (টকাত) ক্ৰমে 200, 250, 300, 350, ..., 750

(e) প্ৰতি মাহে 50 টকাকৈ দহ মাহলৈ সঞ্চয় কৰা টকাৰ পৰিমাণ প্ৰতিমাহৰ অন্তত 50, 100, 150, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500

এতিয়া ওপৰত দিয়া প্ৰতিখন তালিকা সমান্তৰ প্ৰগতিত কিয় আছে তাৰ ব্যাখ্যা আগবঢ়োৱা কামটো তোমালোকলৈ এৰা হ'ল।

তোমালোকে দেখা পাবা যে, $a, a + d, a + 2d, a + 3d, \ldots$ যে এটা সমান্তৰ প্ৰগতি নিৰ্দেশ কৰে যাৰ প্ৰথম পদ a আৰু সাধাৰণ অন্তৰ d। এইটোকেই সমান্তৰ প্ৰগতি এটাৰ সাধাৰণ আৰ্হি (General form) বোলে।

মন কৰিবা যে ওপৰৰ (a) ৰ পৰা (e)লৈকে উদাহৰণকেইটাত প্ৰতিটোতে সীমিত সংখ্যক পদ আছে। এনেকুৱা এটা সমান্তৰ প্ৰগতিক সসীম সমান্তৰ প্ৰগতি (Finite AP.) বোলে। তদুপৰি মন কৰিবা যে ইহঁতৰ প্ৰতিটোৰে এটা অন্তিম পদ আছে। এই অনুচ্ছেদৰ (i) ৰ পৰা (v)লৈ দিয়া সমান্তৰ প্ৰগতিৰ উদাহৰণকেইটা সসীম নহয় আৰু সেই কাৰণে সেইকেইটাক অসীম সমান্তৰ প্ৰগতি (Infinite AP) বোলে। এনেকুৱা সমান্তৰ প্ৰগতিবিলাকৰ অন্তিম পদ নাথাকে।

এতিয়া, এটা সমান্তৰ প্ৰগতিৰ বিষয়ে জানিবলৈ তোমালোকক অতি কমেও কি কি তথ্যৰ প্ৰয়োজন হ'ব? অকল প্ৰথম পদটো জানিলেই যথেষ্ট নে? অথবা, মাত্ৰ সাধাৰণ অন্তৰটো জানিলেই যথেষ্ট হ'ব নেকি? তোমালোকে জানিব পাৰিবা যে এই ক্ষেত্ৰত তোমালোকক প্ৰথম পদ আৰু সাধাৰণ অন্তৰ দুয়োটাৰে প্ৰয়োজন হ'ব।

উদাহৰণস্বৰূপে যদি প্ৰথম পদ aৰ মান 6 আৰু সাধাৰণ অন্তৰ d ৰ মান 3 হয়, তেন্তে সমান্তৰ

প্ৰগতিটো হ'ব— 6, 9, 12, 15, ...

যদি $a = 6$ আৰু $d = -3$ হয় তেন্তে APটো হ'ব— 6, 3, 0, –3, ...

একেদৰে যেতিয়া

$a = -7$, $d = -2$, তেতিয়া AP টো হ'ব $-7, -9, -11, -13, \ldots$

$a = 1.0$, $d = 0.1$, তেতিয়া AP টো হ'ব $1.0, 1.1, 1.2, 1.3, \ldots$

$a = 0$, $d = 1\frac{1}{2}$, তেতিয়া AP টো হ'ব $0, 1\frac{1}{2}, 3, 4\frac{1}{2}, 6, \ldots$

$a = 2$, $d = 0$, তেতিয়া AP টো হ'ব $2, 2, 2, 2, \ldots$

গতিকে যদি তোমালোকে a আৰু d ৰ মান জানা, তেন্তে সমান্তৰ প্ৰগতিটো গঠন কৰিব পাৰিবা। ইয়াৰ বিপৰীত অৱস্থাটোনো কি? যদি তোমালোকক কিছু সংখ্যক নম্বৰৰ তালিকা এখন দিয়া হয় তেনেহ'লে সেইখন সমান্তৰ প্ৰগতিত যে আছে ক'ব পাৰিবানে আৰু তাৰ পৰা a আৰু d ৰ মান উলিয়াব পাৰিবানে? যিহেতু a টো প্ৰথম পদ তাক সহজে নিৰ্ণয় কৰিব পাৰিবা। আমি জানো যে সমান্তৰ প্ৰগতি এটাৰ আগৰ পদটোৰ লগত d যোগ কৰিলে পিছৰ পদটো পোৱা যায়। গতিকে যিকোনো পদ এটা লৈ তাক তাৰ ঠিক আগৰ পদটোৰ পৰা বিয়োগ কৰিলেই d ৰ মান পোৱা যায়। এই মানটো এটা APৰ ক্ষেত্ৰত সদায় একে।

উদাহৰণস্বৰূপে তলৰ তালিকাখন লোৱা

$$6, 9, 12, 15, \ldots,$$

ইয়াত,

$$a_2 - a_1 = 9 - 6 = 3,$$
$$a_3 - a_2 = 12 - 9 = 3,$$
$$a_4 - a_3 = 15 - 12 = 3$$

ইয়াত প্ৰতি ক্ষেত্ৰতে যিকোনো দুটা ওচৰা-উচৰি পদৰ পাৰ্থক্য 3। গতিকে প্ৰদত্ত তালিকাখনে এটা AP গঠন কৰিছে যাৰ প্ৰথম পদ a ৰ মান 6 আৰু সাধাৰণ অন্তৰ d ৰ মান 3।

6, 3, 0, – 3, ... এই তালিকাখনৰ বাবে

$$a_2 - a_1 = 3 - 6 = -3$$
$$a_3 - a_2 = 0 - 3 = -3$$
$$a_4 - a_3 = -3 - 0 = -3$$

একেদৰে ইয়ো এটা AP যাৰ প্ৰথম পদ 6 আৰু সাধাৰণ অন্তৰ –3।

সাধাৰণতে, এটা সমান্তৰ প্ৰগতি $a_1, a_2, \ldots, a_n$ ৰ বাবে আমি পাওঁ

$d = a_{k+1} - a_k$ ইয়াত, a_{k+1} আৰু a_k ক্ৰমে $(k + 1)$তম আৰু kতম পদ।

এটা সমান্তৰ প্ৰগতিৰ d নিৰ্ণয় কৰিবৰ কাৰণে $a_2 - a_1, a_3 - a_2, a_4 - a_3, ...$ আদি আটাইবোৰ নিৰ্ণয় কৰাৰ প্ৰয়োজন নাই। ইয়াৰ যিকোনো এটাৰ পৰা উলিয়ালেই যথেষ্ট।

এতিয়া, 1, 1, 2, 3, 5, ... এই তালিকাখন লোৱা। এইখন চাই ক'ব পাৰিবা যে যিকোনো দুটা ওচৰা-উচৰি পদৰ অন্তৰ একে নহয়। গতিকে এইখন সমান্তৰ প্ৰগতিত নাই।

মন কৰিবা যে, 6, 3, 0, – 3, ... এই সমান্তৰ প্ৰগতিটোৰ d উলিয়াবৰ বাবে আমি 3ৰ পৰা 6 বিয়োগ কৰিছিলো, কিন্তু 6 ৰ পৰা 3 বিয়োগ কৰা নাছিলো। অৰ্থাৎ সাধাৰণ অন্তৰ নিৰ্ণয়ৰ বাবে $(k + 1)$তম পদটো সৰু হ'লেও $(k + 1)$তম পদটোৰ পৰাহে kতম পদটো বিয়োগ কৰা উচিত।

আমি আৰু কিছুমান উদাহৰণৰ সহায়ত এই ধাৰণাটো অধিক স্পষ্ট কৰি লওঁ।

উদাহৰণ 1 : $\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, ...$ এই সমান্তৰ প্ৰগতিটোৰ প্ৰথম পদ a আৰু সাধাৰণ অন্তৰ d কিমান লিখা।

সমাধান : ইয়াত, $a = \frac{3}{2}, d = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -1.$

মনত ৰাখিবা যে যিকোনো দুটা ওচৰা-উচৰি পদৰপৰা আমি d উলিয়াব পাৰিম, যদিহে আমি জানো যে সংখ্যাবিলাক সমান্তৰ প্ৰগতিত আছে।

উদাহৰণ 2 : তলৰ সংখ্যাৰ তালিকাবিলাকৰ কোনবিলাকে সমান্তৰ প্ৰগতি গঠন কৰিছে? যদি এই বিলাকে সমান্তৰ প্ৰগতি গঠন কৰিছে তেনেহ'লে প্ৰতিটোৰে দুটাকৈ পশ্চাদবৰ্তী পদ লিখা।

(i) 4, 10, 16, 22, . . . (ii) 1, – 1, – 3, – 5, . . .

(iii) – 2, 2, – 2, 2, – 2, . . . (iv) 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, . . .

সমাধান : (i) ইয়াত,

$$a_2 - a_1 = 10 - 4 = 6$$
$$a_3 - a_2 = 16 - 10 = 6$$
$$a_4 - a_3 = 22 - 16 = 6$$

অৰ্থাৎ, প্ৰতিবাৰতে $a_{k+1} - a_k$ সমান। গতিকে প্ৰদত্ত সংখ্যাৰ তালিকাখনে এটা AP গঠন কৰিছে আৰু ইয়াত সাধাৰণ অন্তৰ $d = 6$।

ইয়াৰ পশ্চাদবৰ্তী পদ দুটা 22 + 6 = 28 আৰু 28 + 6 = 34.

(ii) $a_2 - a_1 = -1 - 1 = -2$

$a_3 - a_2 = -3-(-1) = -3+1 = -2$

$a_4 - a_3 = -5-(-3) = -5+3 = -2$

অৰ্থাৎ প্ৰতিবাৰতে $a_{k+1} - a_k$ সমান। গতিকে প্ৰদত্ত তালিকাখনে এটা AP গঠন কৰিছে আৰু ইয়াত সাধাৰণ অন্তৰ $d = -2$

পৰৱৰ্তী পদ দুটা হ'ল $-5+(-2) = -7$ আৰু $-7+(-2) = -9$

(iii) $a_2 - a_1 = 2-(-2) = 2+2 = 4$

$a_3 - a_2 = -2-2 = -4$

যিহেতু $a_2 - a_1 \neq a_3 - a_2$, গতিকে প্ৰদত্ত সংখ্যাৰ তালিকাই এটা AP গঠন নকৰে।

(iv) $a_2 - a_1 = 1-1 = 0$

$a_3 - a_2 = 1-1 = 0$

$a_4 - a_3 = 2-1 = 1$

ইয়াত, $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 \neq a_4 - a_3$.

গতিকে প্ৰদত্ত সংখ্যাৰ তালিকাই এটা AP গঠন নকৰে।

অনুশীলনী 5.1

1. তলৰ পৰিস্থিতিবিলাকৰ লগত জড়িত সংখ্যাৰ তালিকাবিলাকৰ কোনবিলাকে সমান্তৰ প্ৰগতি গঠন কৰিব আৰু কিয় কৰিব?

   (i) প্ৰথম কিলোমিটাৰত টেক্সি ভাড়া 15 টকা আৰু তাৰ পিছৰ প্ৰতি অতিৰিক্ত কিলোমিটাৰত 8 টকাকৈ হ'লে প্ৰতি কিলোমিটাৰৰ অন্তত টেক্সিৰ ভাড়া।

   (ii) এটা গেছ চিলিণ্ডাৰৰ পৰা ভেকুৱাম পাম্প এটাই এবাৰত চিলিণ্ডাৰত থকা বায়ুৰ $\frac{1}{4}$ অংশ নিষ্কাশন কৰিলে সেই চিলিণ্ডাৰটোত প্ৰতিবাৰ নিষ্কাশনৰ পিছত বৈ যোৱা বায়ুৰ পৰিমাণ।

   (iii) এটা কুঁৱা খান্দোতে প্ৰথম মিটাৰৰ খৰচ 150 টকা আৰু তাৰ পিছৰ প্ৰতিমিটাৰত 50 টকাকৈ লাগিলে প্ৰতি মিটাৰ খন্দাৰ পিছত কুঁৱা খন্দাৰ খৰচ।

   (iv) 10000 টকা বছৰি 8 % মিশ্ৰ সুতৰ (compound interest) হাৰত জমা কৰিলে সেই একাউণ্টত প্ৰতি বছৰে থাকিব লগা ধনৰ পৰিমাণ।

2. যদি প্ৰথম পদ a আৰু সাধাৰণ অন্তৰ d তলত দিয়া ধৰণৰ, তেন্তে প্ৰতিটো APৰ প্ৰথম চাৰিটা পদ লিখা

(i) $a = 10, d = 10$ (ii) $a = -2, d = 0$

(iii) $a = 4, d = -3$ (iv) $a = -1, d = \frac{1}{2}$

(v) $a = -1.25, d = -0.25$

3. তলত দিয়া সমান্তৰ প্ৰগতিসমূহৰ প্ৰথম পদ আৰু সাধাৰণ অন্তৰ নিৰ্ণয় কৰা :

(i) $3, 1, -1, -3, \ldots$ (ii) $-5, -1, 3, 7, \ldots$

(iii) $\frac{1}{3}, \frac{5}{3}, \frac{9}{3}, \frac{13}{3}, \ldots$ (iv) $0.6, 1.7, 2.8, 3.9, \ldots$

4. তলৰ কেইটাত সমান্তৰ প্ৰগতি আছে? যিবিলাকে সমান্তৰ প্ৰগতি গঠন কৰিছে তাৰ প্ৰতিটোৰে সাধাৰণ অন্তৰ d নিৰ্ণয় কৰা আৰু পৰৱৰ্তী তিনিটাকৈ পদ নিৰ্ণয় কৰা।

(i) $2, 4, 8, 16, \ldots$ (ii) $2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}, \ldots$

(iii) $-1.2, -3.2, -5.2, -7.2, \ldots$ (iv) $-10, -6, -2, 2, \ldots$

(v) $3, 3+\sqrt{2}, 3+2\sqrt{2}, 3+3\sqrt{2}, \ldots$ (vi) $0.2, 0.22, 0.222, 0.2222, \ldots$

(vii) $0, -4, -8, -12, \ldots$ (viii) $-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \ldots$

(ix) $1, 3, 9, 27, \ldots$ (x) $a, 2a, 3a, 4a, \ldots$

(xi) $a, a^2, a^3, a^4, \ldots$ (xii) $\sqrt{2}, \sqrt{8}, \sqrt{18}, \sqrt{32}, \ldots$

(xiii) $\sqrt{3}, \sqrt{6}, \sqrt{9}, \sqrt{12}, \ldots$ (xiv) $1^2, 3^2, 5^2, 7^2, \ldots$

(xv) $1^2, 5^2, 7^2, 73, \ldots$

5.3 সমান্তৰ প্ৰগতিৰ nতম পদ (nth Term of an AP)

অনুচ্ছেদ 5.1 ত উল্লেখ কৰা ৰীণাই চাকৰিৰ বাবে আবেদন জনাই নিযুক্তি পোৱা সেই উদাহৰণটো আকৌ লোৱা হ'ল। তেওঁক প্ৰাৰম্ভিক দৰমহা মাহে 8000 টকা আৰু বছৰি 500 টকাৰ বছৰেকীয়া বৃদ্ধিৰ ভিত্তিত চাকৰিটো দিয়া হৈছিল। পঞ্চম বছৰত তেওঁৰ মাহিলী দৰমহা কিমান হ'ব?

এই প্ৰশ্নটোৰ উত্তৰ দিবলৈ মাহতে তেওঁৰ দ্বিতীয় বছৰত মাহিলী দৰমহা কিমান হ'ব প্ৰথমে চোৱা যাওক।

এই দৰমহা হ'ব = Rs (8000 + 500) = Rs 8500। এনেদৰে তৃতীয়, চতুৰ্থ আৰু পঞ্চম বছৰৰ মাহিলী দৰমহা নিৰ্ণয়ৰ বাবে প্ৰতিটোৰে আগৰ বছৰৰ মাহিলী দৰমহা নিৰ্ণয়ৰ বাবে প্ৰতিটোৰে আগৰ বছৰৰ মাহিলী দৰমহাৰ লগত 500 টকাকৈ যোগ কৰি উলিয়াব পাৰিম।

গতিকে তৃতীয় বছৰৰ মাহিলী দৰমহা = (8500 + 500) টকা

= (8000 + 500 + 500) টকা

= (8000 + 2 × 500) টকা

= [8000 + (3 – 1) × 500] টকা

= 9000 টকা

চতুৰ্থ বছৰৰ মাহিলী দৰমহা = (9000 + 500) টকা

= (8000 + 500 + 500 + 500) টকা

= (8000 + 3 × 500) টকা

= [8000 + (4 – 1) × 500] টকা

= 9500 টকা

পঞ্চম বছৰৰ মাহিলী দৰমহা = (9500 + 500) টকা

= (8000+500+500+500 + 500) টকা

= (8000 + 4 × 500) টকা

= [8000 + (5 – 1) × 500] টকা

= 10000 টকা

মন কৰা যে এইদৰে আমি পোৱা সংখ্যাৰ তালিকাখন হ'ল

8000, 8500, 9000, 9500, 10000, . . .

এই সংখ্যাবোৰ সমান্তৰ প্ৰগতিত আছে। (কিয়?)

এতিয়া ওপৰৰ এই আৰ্হিটো চাই তোমালোকে ৰীণাৰ ষষ্ঠ বছৰত মাহিলী দৰমহা কিমান উলিয়াব পাৰিবানে? 15তম বছৰত কিমান? তেওঁ সেই সময়লৈকে চাকৰি কৰি থকা বুলি ধৰিলে 25তম বছৰত মাহিলী দৰমহা কিমান হ'ব? ইয়াৰ উত্তৰ পাবলৈ প্ৰতিবাৰতে আগৰ বছৰৰ দৰমহাৰ লগত 500 টকাকৈ যোগ কৰিব লাগিব। এই প্ৰক্ৰিয়াটো চমু কৰিব পাৰিবানে? চাওঁচোন আহাঁ। ইতিমধ্যে তোমালোকে ওপৰত দিয়া পদ্ধতিৰ পৰা কিছু ধাৰণা নিশ্চয় কৰিব পাৰিছা।

15তম বছৰৰ মাহিলী দৰমহা = 14তম বছৰৰ মাহিলী দৰমহা + 500 টকা

$$= \left[8000 + \underbrace{500 + 500 + 500 + \ldots + 500}_{13\ \text{বাৰ}}\right] \text{টকা} + 500\ \text{টকা}$$

$= [8000 + 14 \times 500]$ টকা

$= [8000 + (15 - 1) \times 500]$ টকা $= 15000$ টকা

অৰ্থাৎ প্ৰথম দৰমহা + (15 – 1) × বছৰেকীয়া বৃদ্ধি

একেদৰে তেওঁৰ 25তম বছৰৰ মাহিলী দৰমহা হ'ব

$= [8000 + (25 - 1) \times 500]$ টকা $= 20000$ টকা

= প্ৰথম দৰমহা + (25 – 1) × বছৰেকীয়া বৃদ্ধি

এই উদাহৰণকেইটাই নিশ্চয় তোমালোকক কিদৰে 15তম পদটো বা 25তম পদটো লিখিব পাৰি তাৰ এটা ধাৰণা দিলে আৰু সাধাৰণভাৱে, এটা সমান্তৰ প্ৰগতিৰ nতম পদ লিখাৰ এটা ধাৰণা দিলে।

ধৰা হ'ল, $a_1, a_2, a_3, \ldots$ এটা সমান্তৰ প্ৰগতি যাৰ প্ৰথম পদ a_1 হ'ল a আৰু সাধাৰণ অন্তৰ d।

এতিয়া, দ্বিতীয় পদ $a_2 = a + d = a + (2 - 1)d$

তৃতীয় পদ $a_3 = a_2 + d = (a + d) + d = a + 2d = a + (3 - 1)d$

চতুৰ্থ পদ $a_4 = a_3 + d = (a + 2d) + d = a + 3d = a + (4 - 1)d$

. . . .

. . . .

এই আৰ্হিটো চাই ক'ব পাৰো যে, nতম পদ $a_n = a + (n - 1)d$

গতিকে এটা সমান্তৰ প্ৰগতিৰ প্ৰথম পদ a আৰু সাধাৰণ অন্তৰ d হ'লে nতম পদ a_n হ'ব

$$a_n = a + (n - 1)d.$$

a_nক সমান্তৰ প্ৰগতিটোৰ সাধাৰণ পদ (general term) বুলিও কোৱা হয়। যদি সমান্তৰ প্ৰগতিটোত mটা পদ থাকে তেন্তে a_m য়ে অন্তিম পদটো বুজাব যিটোক কেতিয়াবা lৰেও বুজোৱা হয়।

কিছুমান উদাহৰণ লোৱা যাওক।

উদাহৰণ 3 : 2, 7, 12, . . . এই সমান্তৰ প্ৰগতিটোৰ 10তম পদটো নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান : ইয়াত, $a = 2$, $d = 7 - 2 = 5$ আৰু $n = 10$.

আমি জানো যে, $a_n = a + (n - 1)d$

গতিকে, $a_{10} = 2 + (10 - 1) \times 5 = 2 + 45 = 47$

গতিকে প্ৰদত্ত সমান্তৰ প্ৰগতিটোৰ 10তম পদটো হ'ল 47।

উদাহৰণ 4 : 21, 18, 15, . . . এই সমান্তৰ প্ৰগতিটোৰ −81টো কিমান সংখ্যক পদ? তদুপৰি, ইয়াৰ কোনো এটা পদ 0 হ'বনে? তোমাৰ উত্তৰৰ সপক্ষে কাৰণ দৰ্শোৱা।

সমাধান : ইয়াত, $a = 21$, $d = 18 - 21 = -3$ আৰু $a_n = -81$, এতিয়া nৰ মান উলিয়াব লাগে।

যিহেতু, $a_n = a + (n-1)\,d$,

আমি পালো, $-81 = 21 + (n-1)(-3)$

$-81 = 24 - 3n$

$-105 = -3n$

গতিকে, $n = 35$

এতেকে সমান্তৰ প্ৰগতিটোৰ 35তম পদটো −81।

ইয়াৰ পিছত আমি জানিব লাগে যে, যিকোনো nৰ বাবে $a_n = 0$ হ'ব নেকি। যদি তেনে এটা n থাকে তেনেহ'লে পাম যে

$$21 + (n-1)(-3) = 0,$$

অৰ্থাৎ $3(n-1) = 21$

অৰ্থাৎ $n = 8$

গতিকে অষ্টম পদটো 0।

উদাহৰণ 5 : এটা সমান্তৰ প্ৰগতিৰ তৃতীয় পদ 5 আৰু সপ্তম পদ 9 হ'লে সমান্তৰ প্ৰগতিটো নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান : দিয়া আছে,

$$a_3 = a + (3-1)\,d = a + 2d = 5 \qquad ....(1)$$

আৰু $a_7 = a + (7-1)\,d = a + 6d = 9 \qquad ....(2)$

(1) আৰু (2)সহ সমীকৰণ দুটা সমাধান কৰি আমি পাওঁ

$a = 3,\ d = 1$

গতিকে উলিয়াব লগা সমান্তৰ প্ৰগতিটো হ'ব 3, 4, 5, 6, 7, . . .

উদাহৰণ 6 : 301 সংখ্যাটো 5, 11, 17, 23, ... এই সংখ্যাৰ তালিকাখনৰ এটা পদ হ'বনে পৰীক্ষা কৰা।

সমাধান : আমি পাওঁ যে,

$a_2 - a_1 = 11 - 5 = 6, \quad a_3 - a_2 = 17 - 11 = 6, \quad a_4 - a_3 = 23 - 17 = 6$

যিহেতু $k = 1, 2, 3, ...$ ইত্যাদিৰ বাবে $a_{k+1} - a_k$ ৰ মান সমান, গতিকে প্ৰদত্ত সংখ্যাৰ তালিকাখন সমান্তৰ প্ৰগতিত আছে।

এতিয়া, $a = 5$ আৰু $d = 6$.

ধৰা হ'ল 301 সংখ্যাটো এই সমান্তৰ প্ৰগতিটোৰ nতম পদ।

আমি জানো যে, $a_n = a + (n-1)\,d$

গতিকে, $301 = 5 + (n-1) \times 6$

অৰ্থাৎ $301 = 6n - 1$

গতিকে $n = \frac{302}{6} = \frac{151}{3}$

কিন্তু n এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা হ'ব লাগিব (কিয়?)।

গতিকে 301 সংখ্যাটো প্ৰদত্ত তালিকাখনৰ এটা পদ নহয়।

উদাহৰণ 7 : দুটা অংকবিশিষ্ট সংখ্যাৰ কিমানটা 3ৰে বিভাজ্য?

সমাধান : 3ৰে বিভাজ্য দুটা অংকযুক্ত সংখ্যাসমূহ হ'ল—

$$12, 15, 18, \ldots, 99$$

ইহঁত সমান্তৰ প্ৰগতিত আছেনে? হয় আছে।

ইয়াত, $a = 12,\ d = 3,\ a_n = 99.$

যিহেতু $a_n = a + (n-1)\,d,$

গতিকে আমি পাওঁ $99 = 12 + (n-1) \times 3$

অৰ্থাৎ $87 = (n-1) \times 3.$

অৰ্থাৎ $n - 1 = \frac{87}{3} = 29$

অৰ্থাৎ $n = 29 + 1 = 30$

গতিকে 3ৰে বিভাজ্য 2টা অংকযুক্ত সংখ্যা 30টা আছে।

উদাহৰণ 8 : 10, 7, 4, . . ., – 62 এই সমান্তৰ প্ৰগতিটোৰ শেষৰ ফালৰ পৰা (প্ৰথম পদটোৰ ফাললৈ) 11তম পদটো উলিওৱা।

সমাধান ইয়াত, $a = 10,\ d = 7 - 10 = -3,\ l = -62,$

আৰু $l = a + (n - 1)\, d$

শেষৰ ফালৰ পৰা 11তম পদটো নিৰ্ণয় কৰিবলৈ হ'লে আমি প্ৰগতিটোৰ মুঠ পদৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰিব লাগিব।

গতিকে $-62 = 10 + (n - 1)(-3)$

অৰ্থাৎ $-72 = (n - 1)(-3)$

অৰ্থাৎ $n - 1 = 24$

বা $n = 25$

গতিকে APটোত 25টা পদ আছে।

সেয়ে, শেষৰ ফালৰ পৰা 11তম পদটো প্ৰগতিটোৰ 15তম পদ হ'ব। (মন কৰিবা, এইটো কিন্তু 14তম পদটো হ'ব নোৱাৰে। কিয়?)

গতিকে, $a_{15} = 10 + (15 - 1)(-3) = 10 - 42 = -32$

∴ শেষৰফালৰ পৰা 11তম পদটো হ'ল -32।

বিকল্প সমাধান (Alternative Solution) :

যদি আমি প্ৰদত্ত সমান্তৰ প্ৰগতিটো ওলোটাকৈ লিখো, তেতিয়া $a = -62$ আৰু $d = 3$ (কিয়?)

গতিকে এতিয়া প্ৰশ্নটো হ'ব a আৰু dৰ এই মানৰ সহায়ত 11তম পদটো নিৰ্ণয় কৰা।

গতিকে, $a_{11} = -62 + (11 - 1) \times 3 = -62 + 30 = -32$

গতিকে 11তম পদটো, যিটো উলিয়াবলগীয়া পদ, হ'ল -32।

উদাহৰণ 9 : 1000 টকা বছৰি 8% সৰল সুতৰ হাৰত বিনিয়োগ কৰা হ'ল। প্ৰতিবছৰৰ অন্তত সুত কিমান হ'ব গণনা কৰা। সুতৰ এই পৰিমাণসমূহে এটা সমান্তৰ প্ৰগতি গঠন কৰেনে? যদি কৰে, এই তথ্যখিনিৰ সহায়ত 30 বছৰৰ অন্তত সুতৰ পৰিমাণ নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান: আমি জানো যে সৰল সুত গণনা কৰাৰ সূত্ৰটো হ'ল

$$I = \frac{P \times R \times T}{100}$$

গতিকে প্ৰথম বছৰৰ অন্তত সুত $= \frac{1000 \times 8 \times 1}{100}$ টকা = 80 টকা

দ্বিতীয় বছৰৰ অন্তত সুত $= \frac{1000 \times 8 \times 2}{100}$ টকা = 160 টকা

তৃতীয় বছৰৰ অন্তত সুত $= \frac{1000 \times 8 \times 3}{100}$ টকা = 240 টকা

একেদৰে আমি চতুৰ্থ আৰু পঞ্চম, ... আদি বছৰৰ অন্তত সুত নিৰ্ণয় কৰিব পাৰো। গতিকে প্ৰথম, দ্বিতীয়, তৃতীয় ..... বছৰৰ অন্ত সুত হ'ব (টকাৰ হিচাপত) ক্ৰমে

80, 160, 240, ...

ইয়াত ওচৰা-উচৰি দুটা পদৰ পাৰ্থক্য 80 অৰ্থাৎ $d = 80$, গতিকে সংখ্যাৰ এই তালিকাখনে এটা AP গঠন কৰে। তদুপৰি $a = 80$

এতিয়া 30 বছৰৰ অন্তত সুতৰ পৰিমাণ নিৰ্ণয় কৰিবলৈ আমি a_{30} নিৰ্ণয় কৰিব লাগিব।

এতিয়া, $a_{30} = a + (30 - 1)\,d = 80 + 29 \times 80 = 2400$.

গতিকে 30 বছৰৰ অন্তত সুত হ'ব 2400 টকা।

উদাহৰণ 10 : ফুলনি এডৰাত প্ৰথম শাৰীত 23 জোপা, দ্বিতীয় শাৰীত 21 জোপা, তৃতীয় শাৰীত 19 জোপা ইত্যাদিকৈ গোলাপ ফুলৰ গছ আছে। শেষৰ শাৰীত 5 জোপা গোলাপ ফুলৰ গছ আছে। ফুলনি ডৰাত মুঠতে গোলাপৰ শাৰী কিমান আছে?

সমাধান : প্ৰথম, দ্বিতীয়, তৃতীয়.... শাৰীত থকা গোলাপ ফুলৰ গছৰ সংখ্যা ক্ৰমে

23, 21, 19, . . ., 5

ইহঁত সমান্তৰ প্ৰগতিত আছে (কিয়?)। ধৰা হ'ল ফুলনি ডৰাত থকা গোলাপৰ শাৰীৰ সংখ্যা n।

এতিয়া $a = 23,\ d = 21 - 23 = -2,\ a_n = 5$

যিহেতু $a_n = a + (n - 1)\,d$, গতিকে আমি পাওঁ যে

$5 = 23 + (n - 1)(-2)$

অৰ্থাৎ $-18 = (n - 1)(-2)$

অৰ্থাৎ $n = 10$

গতিকে ফুলনিডৰাত মুঠতে 10 শাৰী গোলাপৰ গছ আছে।

অনুশীলনী 5.2

1. দিয়া আছে যে সমান্তৰ প্ৰগতিৰ প্ৰথম পদ a, সাধাৰণ অন্তৰ d আৰু nতম পদ a_n। তলৰ তালিকাখনৰ খালী ঠাইসমূহ পূৰণ কৰা—

	a	d	n	a_n
(i)	7	3	8	. . .
(ii)	−18	. . .	10	0
(iii)	. . .	−3	18	−5
(iv)	−18.9	2.5	. . .	3.6
(v)	3.5	0	105	. . .

2. তলৰ প্ৰতিটোৰে শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা আৰু কাৰণ দৰ্শোৱা—

(i) 10, 7, 4, . . . , এই সমান্তৰ প্ৰগতিটোৰ 30তম পদটো

(A) 97 (B) 77 (C) −77 (D) −87

(ii) $-3, -\frac{1}{2}, 2, \ldots$, এই সমান্তৰ প্ৰগতিটোৰ 11তম পদটো

(A) 28 (B) 22 (C) −38 (D) $-48\frac{1}{2}$

3. তলৰ সমান্তৰ প্ৰগতিসমূহৰ খালীঘৰ কেইটাৰ লুপ্ত পদসমূহ (missing terms) নিৰ্ণয় কৰা—

(i) 2, ☐, 26

(ii) ☐, 13, ☐, 3

(iii) 5, ☐, ☐, $9\frac{1}{2}$

(iv) −4, □, □, □, □, 6

(v) □, 38, □, □, □, −22

4. 3, 8, 13, 18, . . . , সমান্তৰ প্ৰগতিটোৰ কোনটো পদ 78?

5. তলৰ প্ৰতিটো সমান্তৰ প্ৰগতিৰ পদৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰা :

(i) 7, 13, 19, . . . , 205 (ii) 18, $15\frac{1}{2}$, 13, . . . , −47

6. 11, 8, 5, 2 ..... এই সমান্তৰ প্ৰগতিটোৰ −150 সংখ্যাটো কোনো এটা পদ হ'ব পাৰেনে পৰীক্ষা কৰা।

7. এটা সমান্তৰ প্ৰগতিৰ 11তম পদটো 38 আৰু 16তম পদটো 73 হ'লে তাৰ 31তম পদটো নিৰ্ণয় কৰা।

8. এটা সমান্তৰ প্ৰগতিত 50 টা পদ আছে যাৰ তৃতীয় পদটো 12 আৰু শেষ পদটো 106। 29তম পদটো নিৰ্ণয় কৰা।

9. যদি এটা সমান্তৰ প্ৰগতিৰ তৃতীয় আৰু নৱম পদ দুটা ক্ৰমে 4 আৰু −8 হয় তেন্তে ইয়াৰ কোনটো পদ শূন্য হ'ব?

10. এটা সমান্তৰ প্ৰগতিৰ 17তম পদটো 10তম পদটোতকৈ 7 ডাঙৰ। সমান্তৰ প্ৰগতিটোৰ সাধাৰণ অন্তৰ নিৰ্ণয় কৰা।

11. 3, 15, 27, 39, . . . সমান্তৰ প্ৰগতিটোৰ কোনটো পদ 54তম পদতকৈ 132 ডাঙৰ?

12. দুটা সমান্তৰ প্ৰগতিৰ সাধাৰণ অন্তৰ একে। সিহঁতৰ 100তম পদ দুটাৰ পাৰ্থক্য 100। সিহঁতৰ 1000তম পদ দুটাৰ পাৰ্থক্য কিমান?

13. কিমানটা তিনি অংকযুক্ত সংখ্যা 7ৰে বিভাজ্য?

14. 10 আৰু 250ৰ মাজত 4ৰ গুণিতক কিমানটা আছে?

15. nৰ কি মানৰ বাবে 63, 65, 67, . . . আৰু 3, 10, 17, . . . এই সমান্তৰ প্ৰগতি দুটাৰ nতম পদ দুটা সমান?

16. এটা সমান্তৰ প্ৰগতিৰ তৃতীয় পদটো 16 আৰু সপ্তম পদটো পঞ্চম পদটোতকৈ 12 ডাঙৰ। সমান্তৰ প্ৰগতিটো নিৰ্ণয় কৰা।

17. 3, 8, 13, . . ., 253 এই সমান্তৰ প্ৰগতিটোৰ শেষৰ ফালৰ পৰা 20তম পদটো নিৰ্ণয় কৰা।

18. এটা সমান্তৰ প্ৰগতিৰ চতুৰ্থ আৰু অষ্টম পদ দুটাৰ যোগফল 24 আৰু ষষ্ঠ আৰু দশম পদ দুটাৰ যোগফল 44। সমান্তৰ প্ৰগতিটোৰ প্ৰথম তিনিটা পদ নিৰ্ণয় কৰা।

19. 1995 চনত চুক্তি বাবে 5000 টকা বছৰেকীয়া দৰমহাত চাকৰি আৰম্ভ কৰিলে আৰু প্ৰতি বছৰে 200 টকাকৈ বৃদ্ধি (Increment) লাভ কৰিলে। কোন বছৰত তেওঁৰ দৰমহা 7000 টকা হ'ব?

20. ৰামচৰণে কোনো এটা বছৰৰ প্ৰথম সপ্তাহত 5টকা সঞ্চয় কৰিলে আৰু প্ৰতি সপ্তাহত সঞ্চয়ৰ ধন 1.75 টকাকৈ বঢ়াই গৈ থাকিল। nতম সপ্তাহত তেওঁৰ সাপ্তাহিক সঞ্চয়ৰ পৰিমাণ 20.75 টকা হ'লে nৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

5.4 সমান্তৰ প্ৰগতিৰ প্ৰথম nটা পদৰ যোগফল (Sum of First n Terms of an AP)

আমি 5.1 অনুচ্ছেদত দিয়া সেই উদাহৰণটো আকৌ লৈছো যিটোত ছকিনাই তেওঁৰ জীয়েকৰ সঞ্চয় বাকচত তাইৰ বয়স এবছৰ হওঁতে 100 টকা থৈছিল আৰু তাৰ পিছত দ্বিতীয় জন্মদিনত 150 টকা, তৃতীয় জন্মদিনত 200 টকা ইত্যাদি ধৰণেৰে প্ৰতি বছৰে জমা কৰি গৈছিল। ছোৱালীজনীৰ বয়স 21 বছৰ হওঁতে সেই সঞ্চয় বাকচত কিমান টকা জমা হ'ব?

ছোৱালীজনীৰ প্ৰথম, দ্বিতীয়, তৃতীয়, চতুৰ্থ.... জন্মদিনত সঞ্চয় বাকচত থোৱা টকাৰ পৰিমাণ 21তম জন্মদিনলৈকে ক্ৰমে 100, 150, 200, 250, ...। এতিয়া তাইৰ 21তম জন্মদিনত সঞ্চয় বাকচত থকা মুঠ ধনৰ পৰিমাণ নিৰ্ণয় কৰিবলৈ হ'লে এই 21টা সংখ্যা প্ৰতি লৈ যোগ কৰিব লাগিব। এই পদ্ধতিটো আমনিদায়ক আৰু সময়ব্যয়ী বুলি নাভাবানে? এই কামটো চমু উপায়েৰে কৰিব পাৰিবানে? এইটো সম্ভব হ'ব যদিহে আমি এই যোগফলটো উলিওৱাৰ এটা নিয়ম উলিয়াব পাৰো। ইয়াকে আমি চাওঁ আহা।

গাউছৰ (এওঁৰ বিষয়ে তোমালোকে প্ৰথম অধ্যায়ত পঢ়িছিলা) বয়স মাত্ৰ 10 বছৰ থাকোতেই তেওঁক সমাধান কৰিবলৈ দিয়া অংকটোকে আমি লৈছো। তেওঁক 1ৰ পৰা 100লৈ ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাসমূহৰ যোগফল উলিয়াবলৈ কোৱা হৈছিল। তেওঁ তৎক্ষণাৎ যোগফল 5050 হ'ব বুলি উত্তৰ দিছিল। তোমালোকে অনুমান কৰিব পাৰিছানে তেওঁনো কেনেকৈ এই কামটো কৰিছিল? তেওঁ লিখিছিল :

$$S = 1 + 2 + 3 + \ldots + 99 + 100$$

আৰু তাৰ পিছত সংখ্যাবোৰ ওলোটাই পাতি লিখিছিল

$$S = 100 + 99 + \ldots + 3 + 2 + 1$$

এই দুটা যোগ কৰি পাইছিল

$$2S = (100 + 1) + (99 + 2) + \ldots + (3 + 98) + (2 + 99) + (1 + 100)$$
$$= 101 + 101 + \ldots + 101 + 101 \quad (100 \text{ বাৰ})$$

গতিকে, $S = \frac{100 \times 101}{2} = 5050$, অৰ্থাৎ যোগফলটো = 5050

এই একেটা কৌশলকে আমি এতিয়া $a, a + d, a + 2d, \ldots$ এই সমান্তৰ প্ৰগতিটোৰ প্ৰথম nটা পদৰ যোগফল উলিয়াবলৈ ব্যৱহাৰ কৰিম।

এই APটোৰ nতম পদটো $a + (n - 1)d$। ধৰা হ'ল, এই APটোৰ প্ৰথম nটা পদৰ যোগফল S।
গতিকে আমি পাওঁ

$$S = a + (a + d) + (a + 2d) + \ldots + [a + (n - 1) d] \quad \ldots(1)$$

পদসমূহ ওলোটাই লৈ পুনৰ লিখিলে পাওঁ

$$S = [a + (n - 1) d] + [a + (n - 2) d] + \ldots + (a + d) + a \quad \ldots(2)$$

(1) আৰু (2)ক পদানুক্ৰমে যোগ কৰিলে পাওঁ—

$$2S = \underbrace{[2a + (n - 1)d] + [2a + (n - 1)d] + \ldots + [2a + (n - 1)d] + [2a + (n - 1)d]}_{(n \text{ বাৰ আছে})}$$

বা $2S = n [2a + (n - 1) d]$ (যিহেতু n টা পদ আছে)

বা $S = \frac{n}{2} [2a + (n - 1) d]$

গতিকে এটা সমান্তৰ প্ৰগতিৰ প্ৰথম nটা পদৰ যোগফল হ'ব

$$S = \frac{n}{2} [2a + (n - 1) d]$$

ইয়াকে আমি এইদৰেও লিখিব পাৰো যে, $S = \frac{n}{2} [a + a + (n - 1) d]$

অৰ্থাৎ $S = \frac{n}{2} (a + a_n) \quad \ldots(3)$

এতিয়া, যদি সমান্তৰ প্ৰগতিটোত মাত্ৰ nটা পদেই থাকে তেতিয়া হ'লে $a_n = l$, ইয়াত l অন্তিম পদ।

গতিকে (3)ৰ পৰা দেখা যায় যে

$$S = \frac{n}{2} (a + l) \quad \ldots(4)$$

যদি সমান্তৰ প্ৰগতি এটাৰ প্ৰথম পদ আৰু অন্তিম পদ দিয়া থাকে, কিন্তু সাধাৰণ অন্তৰ দিয়া নেথাকে, তেতিয়া এই আৰ্হিটো বৰ দৰকাৰী।

এতিয়া আমি প্ৰথমতেই দিয়া প্ৰশ্নটোলৈ উভতি যাওঁ। ছকিনাৰ জীয়েকৰ সঞ্চয় বাকচত প্ৰথম, দ্বিতীয়, তৃতীয়, চতুৰ্থ.... জন্মদিনবিলাকত জমা হোৱা ধনৰাশি (টকাৰ হিচাপত) ক্ৰমে 100, 150, 200, 250, ...।

এইটো এটা সমান্তৰ প্ৰগতি। আমি তাইৰ 21তম জন্মদিনত গোট খোৱা মুঠ টকা উলিয়াব লাগে অৰ্থাৎ এই সমান্তৰ প্ৰগতিটোৰ প্ৰথম 21টা পদৰ যোগফল উলিয়াব লাগে।

ইয়াত $a = 100$, $d = 50$ আৰু $n = 21$।

$S = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$ সূত্ৰৰ সহায়ত পাওঁ যে

$$S = \frac{21}{2}[2 \times 100 + (21-1) \times 50] = \frac{21}{2}[200 + 1000]$$

$$= \frac{21}{2} \times 1200 = 12600$$

গতিকে তাইৰ 21তম জন্মদিনত গোট খোৱা সমুদায় ধনৰ পৰিমাণ 12600।

সূত্ৰটোৰ ব্যৱহাৰে সমস্যাটোৰ সমাধান অধিক সহজ নকৰিলেনে বাৰু?

সমান্তৰ প্ৰগতিৰ প্ৰথম nটা পদৰ যোগফল বুজাবলৈ S ৰ সলনি S_n কো ব্যৱহাৰ কৰো। সমান্তৰ প্ৰগতিৰ প্ৰথম 20টা পদৰ যোগফল বুজাবলৈ S_{20} লিখো। প্ৰথম nটা পদৰ যোগফল উলিওৱা সূত্ৰটোত S, a, d আৰু n এই চাৰিটা ৰাশি জড়িত হৈ আছে। যদি এই কেইটাৰ যিকোনো তিনিটা আমি জানো, তেতিয়া আমি চতুৰ্থটো উলিয়াব পাৰিম।

মন্তব্য : এটা সমান্তৰ প্ৰগতিৰ প্ৰথম nটা পদৰ যোগফল আৰু প্ৰথম $(n-1)$ টা পদৰ যোগফলৰ পাৰ্থক্যটো সেই সমান্তৰ প্ৰগতিটোৰ nতম পদটো, অৰ্থাৎ $a_n = S_n - S_{n-1}$।

এতিয়া আমি কিছুমান উদাহৰণ লওঁ।

উদাহৰণ 11 : 8, 3, –2, ... এই সমান্তৰ প্ৰগতিটোৰ প্ৰথম 22 টা পদৰ যোগফল উলিওৱা।

সমাধান : ইয়াত, $a = 8$, $d = 3 - 8 = -5$, $n = 22$.

আমি জানো যে,

$$S = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

গতিকে, $S = \frac{22}{2}[16 + 21(-5)] = 11(16 - 105) = 11(-89) = -979$

সেয়ে, প্ৰদত্ত APটোৰ প্ৰথম 22টা পদৰ যোগফল –979।

উদাহৰণ 12 এটা APৰ প্ৰথম 14টা পদৰ যোগফল 1050 আৰু প্ৰথম পদ 10, তাৰ 20তম পদটো উলিওৱা।

সমাধান ইয়াত, $S_{14} = 1050$, $n = 14$, $a = 10$.

যিহেতু, $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$,

গতিকে, $1050 = \frac{14}{2}[20 + 13d] = 140 + 91d$

অৰ্থাৎ $910 = 91d$ বা $d = 10$

সেই কাৰণে, $a_{20} = 10 + (20 - 1) \times 10 = 200$, অৰ্থাৎ 20তম পদটো 200।

উদাহৰণ 13 : 24, 21, 18, ... এই সমান্তৰ প্ৰগতিটোৰ কিমানটা পদ ল'লে সিহঁতৰ যোগফল 78 হ'ব?

সমাধান ইয়াত, $a = 24$, $d = 21 - 24 = -3$, $S_n = 78$,

আমি এতিয়া n উলিয়াব লাগে।

আমি জানো যে, $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

সেয়ে, $78 = \frac{n}{2}[48 + (n-1)(-3)] = \frac{n}{2}[51 - 3n]$

বা $3n^2 - 51n + 156 = 0$

বা $n^2 - 17n + 52 = 0$

বা $(n-4)(n-13) = 0$

বা $n = 4$ বা 13

nৰ এই দুয়োটা মানেই গ্ৰহণযোগ্য। গতিকে পদৰ সংখ্যা 4 অথবা 13।

মন্তব্য :

1. এই ক্ষেত্ৰত, প্ৰথম 4টা পদৰ যোগফল = প্ৰথম 13টা পদৰ যোগফল = 78
2. ইয়াত দুয়োটা উত্তৰেই সম্ভৱ হৈছে কাৰণ পঞ্চম পদৰ পৰা 13তম পদলৈ যোগফল শূন্য। এইটো হোৱাৰ কাৰণ হ'ল যে ইয়াত a ধনাত্মক আৰু d ঋণাত্মক হোৱাত কিছুমান পদ ধনাত্মক হ'ব আৰু কিছুমান ঋণাত্মক হৈ পৰস্পৰ কটাকটি যাব।

উদাহৰণ 14 : যোগফল নিৰ্ণয় কৰা :

(i) প্ৰথম 1000টা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ (ii) প্ৰথম nটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ

সমাধান :

(i) ধৰা হ'ল $S = 1 + 2 + 3 + \ldots + 1000$

এতিয়া, এটা APৰ প্ৰথম nটা পদৰ যোগফলৰ সূত্ৰ $S_n = \frac{n}{2}(a + l)$ ব্যৱহাৰ কৰি পাওঁ

$$S_{1000} = \frac{1000}{2}(1 + 1000) = 500 \times 1001 = 500500$$

গতিকে প্ৰথম 1000টা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ যোগফল 500500।

(ii) ধৰা হ'ল, $S_n = 1 + 2 + 3 + \ldots + n$

ইয়াত $a = 1$ আৰু অন্তিম পদ lৰ মান n।

সেইকাৰণে, $S_n = \frac{n(1 + n)}{2}$ বা $S_n = \frac{n(n + 1)}{2}$

গতিকে প্ৰথম nটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ যোগফল হ'ব

$$S_n = \frac{n(n + 1)}{2}$$

উদাহৰণ 15 : এখন সংখ্যাৰ তালিকাৰ প্ৰথম 24টা পদৰ যোগফল নিৰ্ণয় কৰা যাৰ nতম পদটো $a_n = 3 + 2n$

সমাধান : যিহেতু, $a_n = 3 + 2n$,

গতিকে
$$a_1 = 3 + 2 = 5$$
$$a_2 = 3 + 2 \times 2 = 7$$
$$a_3 = 3 + 2 \times 3 = 9$$
$$\vdots$$

গতিকে সংখ্যাৰ তালিকাখন হ'ব 5, 7, 9, 11, . . .

ইয়াত, $7 - 5 = 9 - 7 = 11 - 9 = 2$ আৰু এইদৰে গৈ থাকিব।

সেয়ে তালিকাখনে এটা AP গঠন কৰিছে আৰু ইয়াৰ সাধাৰণ অন্তৰ $d = 2$

এতিয়া, S_{24} নিৰ্ণয় কৰিবৰ বাবে ইয়াত $n = 24$, $a = 5$, $d = 2$

গতিকে, $S_{24} = \frac{24}{2}[2 \times 5 + (24 - 1) \times 2] = 12[10 + 46] = 672$

সেয়ে সংখ্যাৰ তালিকাখনৰ প্ৰথম 24টা পদৰ যোগফল 672।

উদাহৰণ 16 : এটা টিভি ছেট উৎপাদনকাৰী উদ্যোগে তৃতীয় বছৰত 600 টা আৰু সপ্তম বছৰত 700 টা ছেট উৎপাদন কৰিলে। প্ৰতিবছৰে উৎপাদন এটা নিৰ্দিষ্ট সংখ্যাত সুষমভাৱে বাঢ়ি যোৱা বুলি ধৰি তলত দিয়াবিলাক নিৰ্ণয় কৰা

(i) প্ৰথম বছৰৰ উৎপাদন (ii) দশম বছৰৰ উৎপাদন

(iii) প্ৰথম সাত বছৰৰ মুঠ উৎপাদন

সমাধান : (i) যিহেতু প্ৰতি বছৰে উৎপাদন এটা নিৰ্দিষ্ট সংখ্যাত সুষমভাৱে বাঢ়ি যায়, গতিকে প্ৰথম, দ্বিতীয়, তৃতীয়,.... ইত্যাদি বছৰবিলাকত টিভি ছেট উৎপাদনৰ সংখ্যাই এটা AP গঠন কৰিব।

ধৰো nতম বছৰত টিভি ছেট উৎপাদনৰ সংখ্যা a_n।

তেতিয়াহ'লে, $a_3 = 600$ আৰু $a_7 = 700$

বা $a + 2d = 600$

আৰু $a + 6d = 700$

∴ এই সমীকৰণ দুটা সমাধান কৰিলে পাওঁ, $d = 25$ আৰু $a = 550$.

∴ প্ৰথম বছৰত উৎপাদন হোৱা টিভি ছেটৰ সংখ্যা 550।

(ii) এতিয়া $a_{10} = a + 9d = 550 + 9 \times 25 = 775$

গতিকে দশম বছৰত উৎপাদন হোৱা টিভি ছেটৰ সংখ্যা 775

(iii) অনুৰূপে, $S_7 = \frac{7}{2}[2 \times 550 + (7-1) \times 25]$

$$= \frac{7}{2}[1100 + 150] = 4375$$

এতেকে প্ৰথম সাত বছৰত উৎপাদিত মুঠ টিভি ছেটৰ সংখ্যা 4375।

অনুশীলনী 5.3

1. তলৰ সমান্তৰ প্ৰগতিসমূহৰ যোগফল নিৰ্ণয় কৰা :
   (i) 2, 7, 12, ... (10 টা পদলৈ) (ii) −37, −33, −29, . . ., (12 টা পদলৈ)
   (iii) 0.6, 1.7, 2.8, . . ., (100 টা পদলৈ) (iv) $\frac{1}{15}, \frac{1}{12}, \frac{1}{10}, \ldots$, (11টা পদলৈ)
2. তলৰ যোগফলবিলাক নিৰ্ণয় কৰা :
   (i) $7 + 10\frac{1}{2} + 14 + \ldots + 84$ (ii) $34 + 32 + 30 + \ldots + 10$
   (iii) $-5 + (-8) + (-11) + \ldots + (-230)$
3. এটা সমান্তৰ প্ৰগতিৰ
   (i) দিয়া আছে $a = 5$, $d = 3$, $a_n = 50$, n আৰু S_n উলিওৱা
   (ii) দিয়া আছে $a = 7$, $a_{13} = 35$, d আৰু S_{13} উলিওৱা
   (iii) দিয়া আছে $a_{12} = 37$, $d = 3$, a আৰু S_{12} উলিওৱা
   (iv) দিয়া আছে $a_3 = 15$, $S_{10} = 125$, d আৰু a_{10} উলিওৱা
   (v) দিয়া আছে $d = 5$, $S_9 = 75$, a আৰু a_9 উলিওৱা

(vi) দিয়া আছে $a = 2$, $d = 8$, $S_n = 90$, n আৰু a_n উলিওৱা

(vii) দিয়া আছে $a = 8$, $a_n = 62$, $S_n = 210$, n আৰু d উলিওৱা

(viii) দিয়া আছে $a_n = 4$, $d = 2$, $S_n = -14$, n আৰু a উলিওৱা

(ix) দিয়া আছে $a = 3$, $n = 8$, $S = 192$, d উলিওৱা

(x) দিয়া আছে $l = 28$, $S = 144$, আৰু মুঠ পদৰ সংখ্যা 9; a উলিওৱা।

4. 9, 17, 25, ... এই সমান্তৰ প্ৰগতিটোৰ কিমানটা পদৰ যোগফল 636 হ'ব?

5. এটা সমান্তৰ প্ৰগতিৰ প্ৰথম পদ 5, অন্তিম পদ 45 আৰু যোগফল 400। মুঠ পদৰ সংখ্যা আৰু সাধাৰণ অন্তৰ নিৰ্ণয় কৰা।

6. এটা APৰ প্ৰথম পদ আৰু অন্তিম পদ ক্ৰমে 17 আৰু 350। যদি ইয়াৰ সাধাৰণ অন্তৰ 9, তেন্তে APটোত কিমান পদ আৰু সিহঁতৰ যোগফল কিমান?

7. এটা APৰ $d = 7$ আৰু 22তম পদটো 149 হ'লে ইয়াৰ প্ৰথম 22 টা পদৰ যোগফল নিৰ্ণয় কৰা।

8. এটা APৰ দ্বিতীয় আৰু তৃতীয় পদ ক্ৰমে 14 আৰু 18 হ'লে প্ৰথম 51টা পদৰ যোগফল উলিওৱা।

9. এটা APৰ প্ৰথম 7টা পদৰ যোগফল 49 আৰু প্ৰথম 17টা পদৰ যোগফল 289, APটোৰ প্ৰথম nটা পদৰ যোগফল উলিওৱা।

10. দেখুওৱা যে, $a_1, a_2, ..., a_n, ...$ পদসমূহে এটা AP গঠন কৰে যাৰ a_n ক তলত দিয়াৰ দৰে সংজ্ঞাবদ্ধ কৰা হৈছে

(i) $a_n = 3 + 4n$ (ii) $a_n = 9 - 5n$

লগতে, প্ৰতিটোৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰথম 15টা পদৰ যোগফল উলিওৱা।

11. যদি এটা APৰ প্ৰথম nটা পদৰ যোগফল $4n - n^2$, তেন্তে ইয়াৰ প্ৰথম পদ (S_1) কি? প্ৰথম পদ দুটাৰ যোগফল কিমান? দ্বিতীয় পদটো কি? একেদৰে, তৃতীয়, দশম আৰু nতম পদকেইটা নিৰ্ণয় কৰা।

12. 6ৰে বিভাজ্য প্ৰথম 40টা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ যোগফল নিৰ্ণয় কৰা।

13. প্ৰথম 15টা 8ৰ গুণিতকৰ যোগফল নিৰ্ণয় কৰা।

14. 0 আৰু 50ৰ মাজৰ অযুগ্ম সংখ্যাবিলাকৰ যোগফল নিৰ্ণয় কৰা।

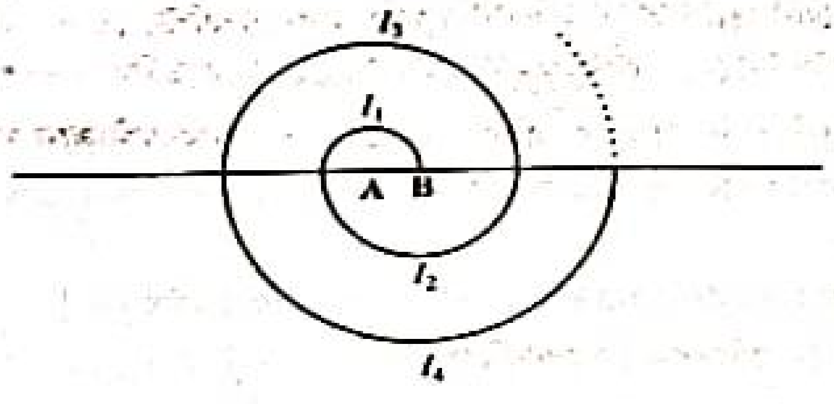
15. এটা নিৰ্মাণ কাৰ্যৰ ঠিকাত নিৰ্মাণৰ কাম এটা নিৰ্ধাৰিত তাৰিখতকৈ পলম হ'লে দিব লগা জৰিমনা এনেধৰণৰ : প্ৰথম দিনা 200 টকা, দ্বিতীয় দিনা 250 টকা, তৃতীয় দিনা 300 টকা

ইত্যাদি। অৰ্থাৎ প্ৰতিটো পৰৱৰ্তী দিনৰ জৰিমনা তাৰ পূৰ্বৱৰ্তী দিনটোকৈ 50 টকা বেছি। ঠিকাদাৰ এজনে কামটো 30 দিন পলমকৈ সম্পূৰ্ণ কৰিলে। তেওঁ মুঠ কিমান টকা জৰিমনা ভৰিব লাগিব।

16. এখন বিদ্যালয়ৰ শিক্ষাৰ্থীসকলক বিদ্যায়তনিক ক্ষেত্ৰত দেখুওৱা পাৰদৰ্শিতাৰ বাবে মুঠ 700 টকাৰ সাতটা নগদ ধনৰ পুৰস্কাৰ দিব লগা হ'ল। যদি প্ৰতিটো পুৰস্কাৰৰ ধন তাৰ আগৰটোতকৈ 20 টকা কম হয়, তেনেহ'লে প্ৰতিটো পুৰস্কাৰৰ মূল্য নিৰ্ণয় কৰা।

17. এখন বিদ্যালয়ৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলে বায়ু প্ৰদূষণ ৰোধৰ উদ্দেশ্যে বিদ্যালয়ৰ চৌপাশে বৃক্ষৰোপণ কৰিবলৈ মনস্থ কৰিলে। এইটো সিদ্ধান্ত লোৱা হ'ল যে প্ৰতিটো শ্ৰেণীৰ প্ৰতিটো শাখাৰ পৰা তেওঁলোক পঢ়া শ্ৰেণীটোৰ সমসংখ্যক বৃক্ষৰোপণ কৰিব। উদাহৰণস্বৰূপে প্ৰথম শ্ৰেণীৰ এটা শাখাই এজোপা, দ্বিতীয় শ্ৰেণীৰ এটা শাখাই দুজোপা ইত্যাদিকৈ গৈ সেইদৰে দ্বাদশ শ্ৰেণীলৈকে বৃক্ষ ৰোপণ কৰিব। প্ৰতিটো শ্ৰেণীৰে তিনিটাকৈ শাখা আছে। ছাত্ৰ-ছাত্ৰীবিলাকে মুঠতে কিমান জোপা গছ ৰোপণ কৰিব?

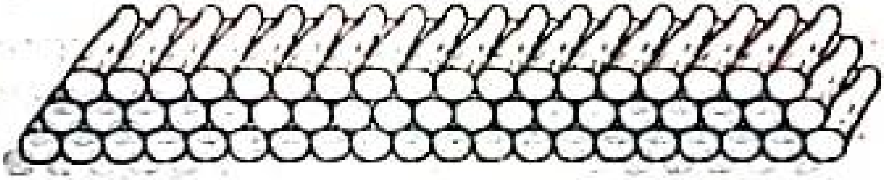
18. চিত্ৰ 5.4ত দেখুওৱাৰ দৰে 0.5 ছেমি., 1.0 চে.মি., 1.5 চে.মি., 2.0 চে.মি. ..... ব্যাসাৰ্ধৰ অনুক্ৰমিকভাৱে ধৰা কিছুমান অৰ্ধবৃত্তৰ দ্বাৰা এটি কুণ্ডলী সজোৱা হ'ল। এই অৰ্ধবৃত্তবোৰৰ কেন্দ্ৰ Aত আৰম্ভ। ই এটাৰ পিছত এটাকৈ ক্ৰমে A, Bকৈ আছে। 13টা একাদিক্ৰমে ধৰা অৰ্ধবৃত্তৰদ্বাৰা গঠিত এনে এটা কুণ্ডলীৰ মুঠ দৈৰ্ঘ্য কিমান? (ধৰা $\pi = \frac{22}{7}$)



চিত্ৰ 5.4

[ইংগিত ঃ অনুক্ৰমিকভাৱে ধৰা অৰ্ধবৃত্তসমূহৰ দৈৰ্ঘ্য l_1, l_2, l_3, l_4, ... আৰু ইহঁতৰ কেন্দ্ৰ ক্ৰমে A, B, A, B, ...]

19. 200 টুকুৰা কাঠ এনেদৰে সজোৱা হ'ল : 20 টুকুৰা একেবাৰে তলৰ শাৰীত, তাৰ পিছৰ শাৰীত 19 টুকুৰা, তাৰ পিছত 18 টুকুৰা ইত্যাদি। (চিত্ৰ 5.5 চোৱা)। 200 টুকুৰা কাঠ কিমান শাৰীত সজোৱা হ'ল আৰু একেবাৰে ওপৰৰ শাৰীত কেইটুকুৰা কাঠ আছে?



চিত্ৰ 5.5

20. এটা আলু দৌৰ প্ৰতিযোগিতাত এটা বাল্টি আৰম্ভণী বিন্দুত থোৱা আছে আৰু বাল্টিটো প্ৰথম আলুটোৰ পৰা 5 মি. আঁতৰত আছে। এডাল সৰলৰেখাত 3 মি. আঁতৰে আঁতৰে আনবিলাক আলু আছে। ৰেখাডালত মুঠতে 10 টা আলু আছে। (চিত্ৰ 5.6 চোৱা)।

চিত্ৰ 5.6

এজন প্ৰতিযোগীয়ে বাল্টিটোৰ কাষৰ পৰা দৌৰি গৈ একেবাৰে ওচৰতে থোৱা আলুটো বুটলি লৈ উভতি দৌৰি আহি আলুটো বাল্টিটোত ভৰাই থৈ পুনৰ দৌৰি গৈ ওচৰতে থকা পিছৰ আলুটো বুটলি লৈ আকৌ উভতি দৌৰি আহি একেদৰে বাল্টিটোত থয়। এইদৰে তেওঁ দৌৰি দৌৰি শেষৰ আলুটোও বাল্টিটোত থয়। প্ৰতিযোগীজনে মুঠতে কিমান দূৰত্ব দৌৰিব লগা হ'ল?

[ইংগিত : প্ৰথমটো আৰু দ্বিতীয়টো আলু বুটলিবলৈ প্ৰতিযোগীজনে মুঠতে দৌৰিব লগা দূৰত্ব (মিটাৰত) হ'ল $2 \times 5 + 2 \times (5 + 3)$]

অনুশীলনী 5.4 (ঐচ্ছিক)*

1. 121, 117, 113, ..., এই সমান্তৰ প্ৰগতিটোৰ প্ৰথম ঋণাত্মক পদটো কিমান সংখ্যক পদ? [ইংগিত : n উলিওৱা যেতিয়া $a_n < 0$]

2. এটা APৰ তৃতীয় আৰু সপ্তম পদৰ যোগফল 6 আৰু সিহঁতৰ পূৰণফল 8; এই APটোৰ প্ৰথম 16 টা পদৰ যোগফল উলিওৱা।

* এই অনুশীলনীটো পৰীক্ষাৰ দৃষ্টিকোণৰ পৰা নহয়।

3. এডাল জখলাৰ শলাবিলাক 25 চে.মি. আঁতৰে আঁতৰে আছে (চিত্ৰ 5.7 চোৱা)। একেবাৰে তলত থকা শলিডালৰ দীঘ 45 চে.মি. আৰু পিছৰ শলিবিলাকৰ দীঘ সুষমভাৱে কমি কমি গৈ একেবাৰে ওপৰৰ শলিডালৰ দীঘ হয় 25 চে.মি.। যদি একেবাৰে ওপৰৰ শলিডালৰ পৰা একেবাৰে তলৰ শলিডালৰ দূৰত্ব $2\frac{1}{2}$ মি. হয় তেনেহ'লে শলিবিলাকৰ বাবে লগা কাঠৰ মুঠ দৈৰ্ঘ্য কিমান?

(ইংগিত : শলিৰ সংখ্যা = $\frac{250}{25}+1$)

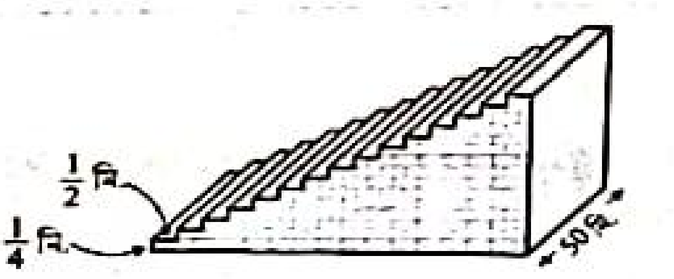
চিত্ৰ 5.7

4. এটা শাৰীত থকা ঘৰবিলাকত 1 ৰ পৰা 49লৈ ক্ৰমিকভাৱে নম্বৰ দিয়া হ'ল। দেখুওৱা যে xৰ এনেকুৱা এটা মান আছে যাতে x নম্বৰ দিয়া ঘৰটোৰ পূৰ্ববৰ্তী ঘৰৰ নম্বৰবিলাকৰ যোগফল তাৰ পৰৱৰ্তী ঘৰৰ নম্বৰবিলাকৰ যোগফলৰ সমান। xৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

[ইংগিত : $S_{x-1} = S_{49} - S_x$]

5. এখন ফুটবল খেলপথাৰত কংক্ৰিটেৰে বনোৱা এটা গেলাৰীত 15টা ঢাপ আছে আৰু প্ৰতিটো ঢাপৰ দৈৰ্ঘ্য 50 মি.। প্ৰতিটো ঢাপৰ উচ্চতা $\frac{1}{4}$ মি. আৰু বহল $\frac{1}{2}$ মি. (চিত্ৰ 5.8 চোৱা)। এই গেলাৰীটো সাজিবলৈ লগা কংক্ৰিটৰ মুঠ আয়তন নিৰ্ণয় কৰা।

[ইংগিত : প্ৰথম ঢাপটো সাজিবলৈ লগা কংক্ৰিটৰ আয়তন = $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times 50\ m^3$]



চিত্ৰ 5.8

5.5 সাৰাংশ (Summary)

এই অধ্যায়ত তোমালোকে তলত দিয়া কথাকেইটা অধ্যয়ন কৰিলা :

1. এটা সমান্তৰ প্ৰগতি কিছুমান সংখ্যাৰ এখন তালিকা যাৰ প্ৰথম পদটোক বাদ দি আন প্ৰতিটো পদেই আগৰ পদটোৰ লগত এটা সংখ্যা d যোগ কৰি পোৱা যায়। এই নিৰ্দিষ্ট সংখ্যা dক সাধাৰণ অন্তৰ বোলে। এটা APৰ সাধাৰণ আৰ্হি হ'ল $a,\ a+d,\ a+2d,\ a+3d, \ldots$

2. $a_1, a_2, a_3, \ldots$ সংখ্যাবিলাকৰ তালিকাখন AP হ'ব যদিহে $a_2 - a_1, a_3 - a_2, a_4 - a_3, \ldots$ৰ মান একে হয়, অৰ্থাৎ kৰ বিভিন্ন মানৰ বাবে $a_{k+1} - a_k$ একে হয়।

3. এটা APৰ প্ৰথম পদ a আৰু সাধাৰণ অন্তৰ d হ'লে তাৰ nতম পদটো (বা সাধাৰণ পদটো) হ'ব $a_n = a + (n-1)d$.

4. এটা APৰ nটা পদৰ যোগফলটো হ'ল $S = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

5. যদি এটা APৰ অন্তিম পদটো (ধৰি লোৱা nতম পদটো) l হয় তেন্তে APটোৰ সকলো পদৰ যোগফলটো হ'ব, $S = \frac{n}{2}(a+l)$

পঢ়ুৱৈলৈ এটি টোকা (A Note To The Reader)

যদি a, b, c সমান্তৰ প্ৰগতিত থাকে তেন্তে $b = \frac{a+c}{2}$ আৰু bক a আৰু cৰ সমান্তৰ মাধ্য (Arithmetic mean) বোলে।