দ্বাদশ অধ্যায়

হিৰ'ণৰ সূত্ৰ (Heron's Formula)

12.1 অৱতাৰণা (Introduction) :

আগৰ শ্ৰেণীবোৰত তোমালোকে বৰ্গ, আয়ত, ত্ৰিভুজ আৰু চতুৰ্ভুজ আদিৰ দৰে বিভিন্ন আকৃতিৰ চিত্ৰবোৰৰ বিষয়ে অধ্যয়ন কৰিছা। আয়ত, বৰ্গ, আদি চিত্ৰৰ কিছুমানৰ পৰিসীমা আৰু কালিৰ পৰিমাণো নিৰ্ণয় কৰিছা। উদাহৰণস্বৰূপে তোমালোকে তোমালোকৰ শ্ৰেণীকোঠাটোৰ মজিয়াখনৰ কালি আৰু পৰিসীমা উলিয়াব জানা।

মজিয়াখনৰ চাৰিওকাষেৰে আমি এপাক খোজ কাঢ়োঁ আঁহা; খোজকঢ়া দূৰত্বখিনি ইয়াৰ পৰিসীমা। কোঠাটোৰ মজিয়াৰ আকাৰৰ পৰিমান হ'ল ইয়াৰ কালি।

গতিকে যদি তোমাৰ শ্ৰেণীকোঠাটো আয়তাকাৰ, যাৰ দৈৰ্ঘ্য 10 মি. আৰু প্ৰস্থ 8 মি., ইয়াৰ পৰিসীমা হ'ব 2(10 মি. + 8 মি.) = 36 মি. আৰু ইয়াৰ কালি হ'ব 10 মি. × 8 মি. অৰ্থাৎ 80 বৰ্গমিটাৰ।

দীঘ বা প্ৰস্থৰ কাৰণে জোখৰ একক হিচাপে মিটাৰ (মি.) বা ছেণ্টিমিটাৰ (চে.মি.) আদি লোৱা হয়।

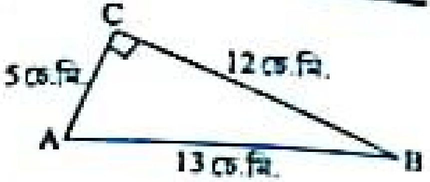
যিকোনো সমতল চিত্ৰৰ কালিৰ বাবে জোখৰ একককপে বৰ্গমিটাৰ (মি^{2}) বা বৰ্গ ছেণ্টিমিটাৰ (ছেমি^{2}) আদি ধৰা হয়।

ধৰা তুমি এখন ত্ৰিভুজাকাৰ বাগিচাত বহি আছা। ইয়াৰ কালি কিদৰে উলিয়াবা? নৱম অধ্যায় আৰু আগৰ শ্ৰেণীবোৰৰ পৰা তোমালোকে জানা যে :

$$\text{ত্ৰিভুজৰ কালি} = \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উন্নতি} \quad \text{...... (I)}$$

লক্ষ্য কৰো যে যেতিয়া ত্ৰিভুজটো সমকোণী, তেতিয়া ভূমি আৰু উন্নতি (উচ্চতা) হিচাপে

সমকোণটোক ধৰি থকা বাহু দুটা ব্যৱহাৰ কৰি আমি হেৰনৰ সূত্ৰটো প্ৰয়োগ কৰিব পাৰো। উদাহৰণস্বৰূপে যদি এটা সমকোণী ত্ৰিভুজ ABC ৰ বাহুকেইটা ক্ৰমে 5 চে.মি., 12 চে.মি. আৰু 13 চে.মি. হ'লে আমি ভূমি 12 চে.মি. আৰু উন্নতি 5 চে.মি. বুলি লওঁ। (চিত্ৰ 12.1 চোৱা) তেন্তে ΔABC ৰ কালি হ'ব—



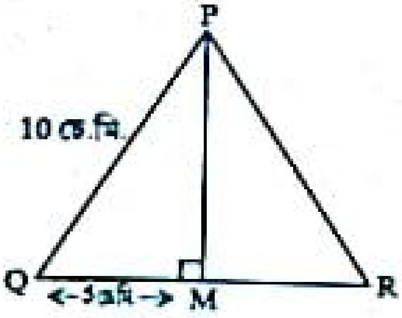
চিত্ৰ 12.1

$\frac{1}{2}$ × ভূমি × উন্নতি

= $\frac{1}{2}$ × 12 × 5 চেমিঃ² অৰ্থাৎ 30 বৰ্গ চে.মি.।

মন কৰা যে আমি ইয়াত ভূমিটো 5 চে.মি. আৰু উন্নতিক 12 চে.মি. হিচাপেও ধৰিব পাৰিলোঁহেতেন।

এতিয়া ধৰা আমি 10 চে.মি. দৈৰ্ঘ্যৰ বাহু থকা এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ PQR ৰ কালি উলিয়াব লাগে (চিত্ৰ 12.2 চোৱা)। কালি উলিয়াবৰ বাবে আমাক ইয়াৰ উন্নতি লাগিব। তুমি এই ত্ৰিভুজটোৰ উন্নতি উলিয়াব পাৰিবানে?



চিত্ৰ 12.2

বাহু জনা থাকিলে উন্নতি কিদৰে উলিয়ায় আমি মনত পেলাওঁ। সমবাহু ত্ৰিভুজৰ এইটো সম্ভৱ। QR ৰ মধ্যবিন্দু M লোৱা আৰু ইয়াক P ৰ লগত সংযুক্ত কৰা। আমি জানো যে PMQ এটা সমকোণী ত্ৰিভুজ। গতিকে পাইথাগোৰাছৰ উপপাদ্য ব্যৱহাৰ কৰি আমি PM ৰ দীঘ এইদৰে উলিয়াব পাৰোঁ :

$$PQ^2 = PM^2 + QM^2$$

অৰ্থাৎ $(10)^2 = PM^2 + 5^2$ যিহেতু QM = MR

গতিকে, আমি পাওঁ $PM^2 = 75$

অৰ্থাৎ $PM = \sqrt{75}$ চে.মি. = $5\sqrt{3}$ চে.মি.

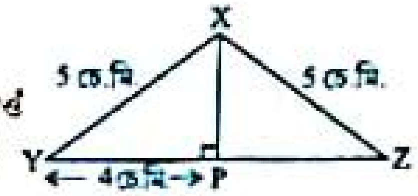
এতেকে ΔPQR ৰ কালি = $\frac{1}{2}$ × ভূমি × উন্নতি

= $\frac{1}{2} \times 10 \times 5\sqrt{3}$ বৰ্গ চে.মি.

= $25\sqrt{3}$ বৰ্গ চে.মি.

এতিয়া এই সূত্ৰটোৰ সহায়ত এটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজৰো কালি উলিয়াব পাৰোঁ নেকি আমি চাওঁ আহা। উদাহৰণস্বৰূপে, XYZ এটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ লওঁ যাৰ সমান বাহু XY আৰু XZ প্ৰত্যেকৰ দীঘ 5 চে.মি. আৰু অসমান বাহু YZ ৰ দীঘ 8 চে.মি. (চিত্ৰ 12.3 চোৱা)।

এই ক্ষেত্ৰতো আমি ত্ৰিভুজটোৰ উন্নতি জানিবলৈ চেষ্টা কৰিম। সেয়ে, আমি Xৰ পৰা YZ বাহুৰ ওপৰত এডাল লম্ব XP টানো। তোমালোকে দেখিবা যে এই XP লম্বডালে YZ ভূমিক দুটা সমান অংশত ভাগ কৰিছে।



চিত্ৰ 12.3

গতিকে, $YP = PZ = \frac{1}{2} YZ = 4$ চে.মি.

এতিয়া, পাইথাগোৰাছৰ উপপাদ্য ব্যৱহাৰ কৰি, আমি পাওঁ

$XP^2 = XY^2 - YP^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9$

গতিকে, $XP = 3$ চে.মি.

এতিয়া, ΔXYZ ৰ কালি $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $YZ \times$ উন্নতি XP

$= \frac{1}{2} \times 8 \times 3$ বৰ্গ চে.মি.$^2 = 12$ চে.মি.^{2}

এতিয়া ধৰা যে আমি এটা বিষমবাহু ত্ৰিভুজৰ বাহুকেইটাৰ দীঘ জানো, কিন্তু উন্নতি নাজানো। তেতিয়াও তুমি ইয়াৰ কালি উলিয়াব পাৰিবানে? উদাহৰণস্বৰূপে, ধৰা তোমাৰ এখন ত্ৰিভুজাকৃতিৰ বাগিচা আছে যাৰ বাহুকেইটাৰ দীঘ 40 মি., 32 মি. আৰু 24 মি.। ইয়াৰ কালি কিদৰে উলিয়াবা? যদি তুমি সূত্ৰ প্ৰয়োগ কৰিব বিচাৰিছা, নিশ্চিতভাৱে তুমি বাগিচাৰ আকাৰটোৰ উন্নতি উলিয়াব লাগিব। কিন্তু এই উন্নতি নিৰ্ণয়ৰ কোনো গুৰুসূত্ৰ আমাৰ হাতত নাই। নিৰ্ণয় কৰাৰ চেষ্টা কৰাচোন। যদি কৰিবলৈ সমৰ্থ নোহোৱা, তেন্তে পিছৰ অনুচ্ছেদলৈ আগবাঢ়া।

12.2 হিৰ'ণৰ সূত্ৰৰ সহায়ত এটা ত্ৰিভুজৰ কালি (Area of a Triangle– by Heron's Formula):

হিৰ'ণ ইজিপ্তৰ আলেকজেণ্ড্ৰিয়াত সম্ভৱতঃ 10 চনত জন্মগ্ৰহণ কৰিছিল। তেওঁ প্ৰায়োগিক গণিতত কাম কৰিছিল। গাণিতিক আৰু ভৌতিক বিষয়বোৰত তেওঁৰ বৰঙণি ইমানেই সংখ্যাগধুৰ আৰু বিচিত্ৰ আছিল যে এইবোৰ ক্ষেত্ৰত তেওঁক এজন প্ৰশস্ত লেখক হিচাপে গণ্য কৰা হয়। তেওঁৰ জ্যামিতিক কৰ্মবোৰৰ বেছিভাগেই তিনিখন কিতাপত লিখিত পৰিমিতিৰ সমস্যাবোৰৰ লৈ আছিল। প্ৰথমখন কিতাপ বৰ্গ, আয়ত, ত্ৰিভুজ, ট্ৰেপেজিয়াম, বিভিন্ন ধৰণৰ বিশিষ্ট চতুৰ্ভুজ, সুষম বহুভুজ, বৃত্ত, বেলনৰ পৃষ্ঠ, শংকু, গোলক ইত্যাদিবোৰৰ পৃষ্ঠকালি সম্বন্ধে আলোচনা কৰিছিল। এই কিতাপতে হিৰ'ণে ত্ৰিভুজৰ তিনিটা বাহুৰ সম্পৰ্কত ইয়াৰ কালি নিৰ্ণয়ৰ বিখ্যাত সূত্ৰটো উলিয়াইছিল।

হিৰ'ণ (10 AD – 75 AD)
চিত্ৰ 12.4

ত্ৰিভুজৰ কালি সম্পৰ্কে হিৰ'ণে দিয়া সূত্ৰটো 'হিৰোৰ সূত্ৰ' বুলিও জনাজাত। ইয়াক এইদৰে বৰ্ণনা কৰা হয়—

$$\boxed{\text{ত্ৰিভুজ এটাৰ কালি} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}} \qquad \text{.... (II)}$$

য'ত a, b, c হ'ল ত্ৰিভুজটোৰ বাহু আৰু

s = অৰ্ধ পৰিসীমা, অৰ্থাৎ ত্ৰিভুজৰ পৰিসীমাটোৰ আধা

$$= \frac{a+b+c}{2}$$

যি ক্ষেত্ৰত ত্ৰিভুজ এটাৰ উন্নতি উলিওৱাটো সহজ নহয়, তেনেক্ষেত্ৰত ত্ৰিভুজটোৰ কালি নিৰ্ণয়ত এই সূত্ৰটো সহায়ক হয়। ওপৰত উল্লেখ কৰি অহা ত্ৰিভুজাকৃতিৰ ABC বাগিচাখনৰ কালি উলিয়াবলৈ আমি ইয়াক প্ৰয়োগ কৰোঁ আহাঁ (চিত্ৰ 12.5 চোৱা)।

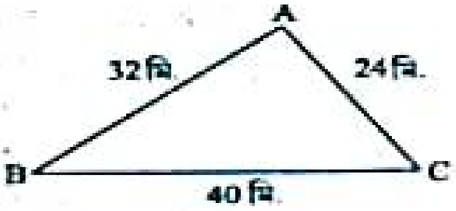
আমি ধৰো, a = 40 মি., b = 24 মি., c = 32 মি.,

যাতে আমি পাওঁ $s = \frac{40+24+32}{2}$ মি. = 48 মি.।

s − a = (48 − 40) মি. = 8 মি.

s − b = (48 − 24) মি. = 24 মি.

s − c = (48 − 32) মি. = 16 মি.



চিত্ৰ 12.5

গতিকে ABC বাগিচাখনৰ কালি

$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{48 \times 8 \times 24 \times 16}$ মি.^{2} = 384 মি.^{2}

আমি লক্ষ্য কৰিছো যে,

$32^2 + 24^2 = 1024 + 576 = 1600 = 40^2$

গতিকে বাগিচাখনৰ বাহবোৰে এটা সমকোণী ত্ৰিভুজ গঠন কৰে। দীৰ্ঘতম বাহু BC, যিটো 40 মি. ইয়াৰ অতিভুজ আৰু AB আৰু AC বাহু দুটাৰ মাজৰ কোণটো 90° হ'ব।

সূত্ৰ I ব্যৱহাৰ কৰি আমি পৰীক্ষা কৰিব পাৰো যে, বাগিচাখনৰ কালি = ½ × 32 × 24 মি.^{2} = 384 মি.^{2}।

আমি দেখিলো যে আমি পোৱা কালিৰ মানটো হিৰ'ণৰ সূত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰি পোৱা মানটোৰ সৈতে একে।

এতিয়া হিৰ'ণৰ সূত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰি আমি এই সত্যটো আগতে আলোচনা কৰি অহা তলত উল্লেখিত ত্ৰিভুজবোৰৰ ক্ষেত্ৰটো পৰীক্ষা কৰি চাব পাৰোঁ—

(i) 10 চে.মি. বাহুৰ সৈতে সমবাহু ত্ৰিভুজ।

(ii) সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ যাৰ সমান বাহু দুটা 5 চে.মি.। আৰু অসমান বাহুটো 8 চে.মি.।

তুমি দেখিবা যে,

(i) ৰ ক্ষেত্ৰত আমি পাওঁ $s = \frac{10+10+10}{2}$ চে.মি.=15 চে.মি.

ত্ৰিভুজটোৰ কালি $= \sqrt{15 \times (15-10)(15-10)(15-10)}$ চে.মি.^{2}

$= \sqrt{15 \times 5 \times 5 \times 5}$ চে.মি.^{2}

$= 25\sqrt{3}$ চে.মি.^{2}

(ii) ৰ ক্ষেত্ৰত, আমি পাওঁ, $s = \frac{8+5+5}{2}$ চে.মি. = 9 চে.মি.

ত্ৰিভুজটোৰ কালি $= \sqrt{9(9-8)(9-5)(9-5)}$ চে.মি.^{2}

$= \sqrt{9 \times 1 \times 4 \times 4}$ চে.মি.^{2} = 12 চে.মি.^{2}

আমি এতিয়া আৰু কিছুমান উদাহৰণ সমাধান কৰোঁ আঁহা :

উদাহৰণ 1 : ত্ৰিভুজ এটাৰ দুটা বাহু 8 চে.মি. আৰু 11 চে.মি. আৰু ইয়াৰ পৰিসীমা 32 চে.মি. (চিত্ৰ 12.6) চোৱা। ত্ৰিভুজটোৰ কালি উলিওৱা।

সমাধান : ইয়াত আমি পাওঁ ত্ৰিভুজটোৰ পৰিসীমা = 32 চে.মি., a = 8 চে.মি. আৰু b = 11 চে.মি.। তৃতীয় বাহু c = 32 চে.মি. − (8 + 11) চে.মি. = 13 চে.মি.

গতিকে $2s = 32$, অৰ্থাৎ $s = 16$ চে.মি.

$s - a$ = (16 − 8) চে.মি. = 8 চে.মি.

$s - b$ = (16 − 11) চে.মি. = 5 চে.মি.

$s - c$ = (16 − 13) চে.মি. = 3 চে.মি.

চিত্ৰ 12.6

সেয়েহে ত্ৰিভুজটোৰ কালি = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{16 \times 8 \times 5 \times 3}$ বৰ্গ চে.মি.

$= 8\sqrt{30}$ বৰ্গ চে.মি.

উদাহৰণ 2 : ABC ত্ৰিভুজাকৃতি উদ্যান এখনৰ বাহুবোৰ 120 মি., 80 মি. আৰু 50 মি. (চিত্ৰ 12.7 চোৱা)। ধনীৰা নামৰ মালী এজনে ইয়াৰ চাৰিওফালে জেওঁৰা দিব আৰু ভিতৰত ঘাঁহ-বন কব লাগে। তেওঁ কিমান মাটিকালিত ঘাঁহ কব লাগিব? এটা ফালে 3 মিটাৰ বহলৰ প্ৰৱেশদ্বাৰৰ বাবে অলপ ঠাই বাদ দি প্ৰতি মিটাৰত 20 টকা হাৰত কাঁইটীয়া তাঁৰৰ জেওঁৰা দিবলৈ

লগা খৰচ কিমান হ'ব উলিওৱা।

সমাধান : উদ্যানখনৰ কালি উলিয়াবলৈ, আমি পাওঁ,

$2s = 50$ মি. $+ 80$ মি. $+ 120$ মি. $= 250$ মি.

অৰ্থাৎ $s = 125$ মি.

চিত্ৰ 12.7

এতিয়া, $s - a = (125 - 120)$ মি. $= 5$ মি.

$s - b = (125 - 80)$ মি. $= 45$ মি.

$s - c = (125 - 50)$ মি. $= 75$ মি.

সেয়ে, উদ্যানখনৰ কালি $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{125 \times 5 \times 45 \times 75}$ বৰ্গ মি.

$= 375\sqrt{15}$ মি.^{2}।

আকৌ, উদ্যানৰ পৰিসীমা $AB + BC + CA = 250$ মি.

সেয়ে, জেওঁৰা দিয়াৰ বাবে লগা তাঁৰৰ দৈৰ্ঘ্য

$= 250$ মি. $- 3$ মি. (প্ৰবেশদ্বাৰৰ বাবে এৰা)

$= 247$ মি.

গতিকে জেওঁৰাৰ খৰচ $= 247 \times 20$ টকা $= 4940$ টকা

উদাহৰণ 3 : ত্ৰিভুজ আকৃতিৰ মাটি এটুকুৰাৰ বাহুকেইটা 3:5:7 অনুপাতত আছে। ইয়াৰ পৰিসীমা 300 মি.। ইয়াৰ কালি উলিওৱা।

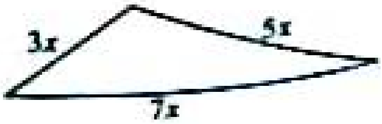
সমাধান : ধৰা বাহুকেইটা মিটাৰত ক্ৰমে $3x$, $5x$ আৰু $7x$ (চিত্ৰ 12.8 চোৱা)।

তেন্তে আমি জানো যে, ত্ৰিভুজটোৰ পৰিসীমা,

$$3x + 5x + 7x = 300$$

সেয়ে, $15x = 300$, যাৰ পৰা $x = 20$।

গতিকে ত্ৰিভুজটোৰ বাহুবোৰ 3×20 মি. 5×20 মি. আৰু 7×20 মি. অৰ্থাৎ 60 মি., 100 মি. আৰু 140 মি.।



চিত্ৰ 12.8

এতিয়া তোমালোকে কালি উলিয়াব পাৰিবানে?
[হিৰ'ণৰ সূত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰি]?

আমি পাওঁ,

$$s = \frac{60+100+140}{2} \text{ মি.} = 150 \text{ মি.}$$

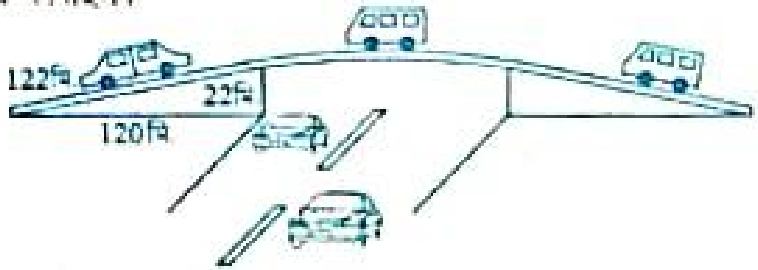
আৰু কালি হ'ব, $\sqrt{150\times(150-60)(150-100)(150-140)}$ বৰ্গ মিটাৰ

$= \sqrt{150 \times 90 \times 50 \times 10}$ মি^{2} $= 1500\sqrt{3}$ মি^{2}

অনুশীলনী 12.1

1. "আগত বিদ্যালয় আছে" বুলি লিখা থকা যানবাহনৰ প্ৰতি সংকেত ফলক এখন সমবাহু ত্ৰিভুজ আকাৰৰ যাৰ বাহুৰ দীঘ 'a'। হিৰ'ণৰ সূত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰি সংকেত ফলকখনৰ কালি উলিওৱা। যদি ইয়াৰ পৰিসীমা 180 ছে.মি., সংকেত ফলকখনৰ কালি কিমান হ'ব?

2. এখন উৰণীয়া সেতুৰ ত্ৰিভুজ আকৃতিৰ দীতিৰ বেৰবোৰ বিজ্ঞাপন প্ৰচাৰৰ বাবে ব্যৱহাৰ কৰা হৈছে। প্ৰতিখন বেৰৰ দীতিকেইটা 122 মি., 22 মি. আৰু 120 মি. (চিত্ৰ 12.9 চোৱা)। বিজ্ঞাপনৰ পৰা প্ৰতিবছৰে উপাৰ্জন হয় প্ৰতি বৰ্গমিটাৰত 5000 টকা। এটা কোম্পানীয়ে ইয়াৰ এখন বেৰ 3 মাহৰ বাবে ভাড়া ল'লে। কোম্পানীটোৱে কিমান ভাড়া পৰিশোধ কৰিছিল?



চিত্ৰ 12.9

3. এখন উদ্যানত এখন চেঁচনা সেতু (slide) আছে। ইয়াৰ দীতিৰ বেৰ এখনত "উদ্যানখন সেউজ আৰু নিকা কৰি ৰাখা"— এই বাৰ্তাটোৰ সৈতে ৰং বোলাই ৰঙীন কৰি থোৱা আছে। (চিত্ৰ 12.10 চোৱা)। যদি বেৰখনৰ দীতিকেইটা 15 মি., 11 মি. আৰু 6 মি., তেন্তে ৰঙীন কৰি ৰখা ঠাইখিনিৰ কালি উলিওৱা।

চিত্ৰ 12.10

4. এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা বাহু 18 চে.মি. আৰু 10 চে.মি. আৰু পৰিসীমা 42 চে.মি.। ত্ৰিভুজৰ কালি উলিওৱা।

5. এটা ত্ৰিভুজৰ বাহুকেইটা 12:17:25 অনুপাতত আছে, আৰু ইয়াৰ পৰিসীমা 540 চে.মি. ইয়াৰ কালি উলিওৱা।

6. সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ এটাৰ পৰিসীমা 30 চে.মি. আৰু সমান বাহু দুটাৰ প্ৰত্যেকেই 12 চে.মি.। ত্ৰিভুজটোৰ কালি উলিওৱা।

12.3 চতুৰ্ভুজৰ কালি নিৰ্ণয়ত হিৰ'নৰ সূত্ৰৰ প্ৰয়োগ (Application of Heron's Formula in Finding Areas of Quadrilaterals) :

ধৰা খেতিয়ক এজনৰ মাটি এটুকুৰা চতুৰ্ভুজীয়া আছে। তেওঁ এই উদ্দেশ্যে চহোৱা বৰ্গ মিটাৰৰ ওপৰত হাজিৰা ধৰি কেইজনমান শ্ৰমিক নিয়োগ কৰিলে। তেওঁ এইটো কিদৰে কৰিব? বেছি সময়তে পথাৰবোৰ চতুৰ্ভুজ আকৃতিৰ থাকে। আমি চতুৰ্ভুজটো ত্ৰিভুজ আকৃতিৰ ভাগত ভাগ কৰিব লাগিব আৰু পিছত ত্ৰিভুজৰ কালিৰ বাবে সূত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰিব লাগিব। এই সমস্যাটোলৈ চাওঁ আঁহা।

উদাহৰণ 4 : কমলাই খেঁৰ বোৱা ত্ৰিভুজাকৃতিৰ খেতিপথাৰ এখনৰ বাহবোৰ 240 মি., 200 মি. আৰু 360 মি.। এই পথাৰখনৰ লগতে লাগি থকা আছিল এখন ত্ৰিভুজাকৃতিৰ পথাৰৰ বাহবোৰ 240 মি., 320 মি., 400 মি. হ'ব তেওঁ আলু আৰু পিয়াঁজ কৰে (চিত্ৰ 12.11 চোৱা)। তেওঁ পথাৰখনৰ দীৰ্ঘতম বাহুটোৰ মধ্যবিন্দুক বিপৰীত শীৰ্ষবিন্দুটোৰ লগত লগ লগাই পথাৰখনক দুটা ভাগত বিভক্ত কৰিলে আৰু ইয়াৰ এটা ভাগত আলু আৰু আনটো ভাগত পিয়াঁজ কৰলে। খেঁৰ, আলু আৰু পিয়াঁজৰ বাবে তেওঁ কিমান মাটিকালি (হেক্টৰত) ব্যৱহাৰ কৰিলে?
(1 হেক্টৰ = 10,000 বৰ্গ মিটাৰ)

সমাধান : ধৰা খেঁৰ বোৱা পথাৰখন ABC। ধৰা ACD এখন পথাৰ যাক AD ৰ মধ্যবিন্দু E আৰু C লগ লগাই দুভাগত ভাগ কৰা হৈছে। ABC ত্ৰিভুজৰ কালিৰ ক্ষেত্ৰত আমি পাওঁ,

$a = 200$ মি., $b = 240$ মি., $c = 360$ মি.

যেতে, $s = \frac{200 + 240 + 360}{2}$ মি. $= 400$ মি.

গতিকে খেঁৰ বোৱা অংশৰ কালি,

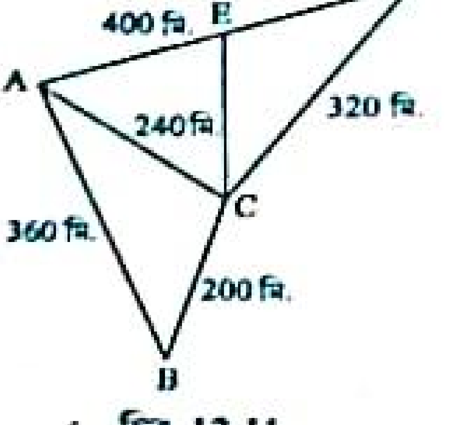
$= \sqrt{400 \times (400 - 200)(400 - 240)(400 - 360)}$ মি.^{2}

$= \sqrt{400 \times 200 \times 160 \times 40}$ মি^{2}

$= 16000\sqrt{2}$ মি^{2}

$= 1.6\sqrt{2}$ হেক্টৰ

$= 2.26$ হেক্টৰ (প্ৰায়)



চিত্ৰ 12.11

এতিয়া আমি ACD ত্ৰিভুজৰ কালি নিৰ্ণয় কৰো আহাঁ।

ইয়াত, আমি পাওঁ,

$$s = \frac{240+320+400}{2} \text{ মি.} = 480 \text{ মি.}$$

গতিকে ΔACD ৰ কালি

$$= \sqrt{480 \times (480-240)(480-320)(480-400)} \text{ মি.}^2$$

$$= \sqrt{480 \times 240 \times 160 \times 80} \text{ মি}^2$$

$$= 38400 \text{ মি}^2 = 3.84 \text{ হেক্টৰ}$$

আমি লক্ষ কৰিছোঁ যে AD ৰ মধ্যবিন্দু E ক C ৰ সৈতে সংযুক্ত কৰা ৰেখাখণ্ডটোৱে ACD ত্ৰিভুজটোক দুটা সমান কালিৰ অংশত ভাগ কৰিছে। ইয়াৰ কাৰণ তুমি দিব পাৰিবানে? প্ৰকৃততে সিহঁতৰ AE আৰু AD ভূমি দুটা সমান, আৰু নক'লেও হ'ব, সিহঁতৰ উচ্চতা একে। সেয়ে, আলু খোৱা অংশৰ কালি = পিয়াঁজ খোৱা অংশৰ কালি

= (3.84 + 2) হেক্টৰ = 1.92 হেক্টৰ।

উদাহৰণ 5 : এখন বিদ্যালয়ৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে পৰিষ্কাৰ পৰিচ্ছন্নতাৰ প্ৰচাৰ অভিযানৰ বাবে এটা সমাবেশৰ আয়োজন কৰিলে। গলিয়ে গলিয়ে তেওঁলোকে দুটা দল হৈ আগবাঢ়িল। এটা দলে AB, BC আৰু CA ৰে আৰু আনটো দলে AC, CD আৰু DA পথেৰে খোজকাঢ়ি গ'ল (চিত্ৰ 12.12 চোৱা)। পিছত তেওঁলোকে নিজৰ নিজৰ পথৰ ভিতৰৰ এলেকা পৰিষ্কাৰ কৰিলে। যদি AB = 9 মি., BC = 40 মি., CD = 15 মি., DA = 28 মি., আৰু $\angle B = 90°$, কোনটো দলে বেছি অঞ্চল পৰিষ্কাৰ কৰিলে আৰু কিমান বেছি কৰিলে? ছাত্ৰছাত্ৰীবোৰে পৰিষ্কাৰ কৰা (পথৰ প্ৰশস্ততা উপেক্ষা কৰি) অঞ্চলৰ মুঠ কালি উলিওৱা।

সমাধান : যিহেতু AB = 9 মি. আৰু BC = 40 মি., $\angle B = 90°$ আমি পাওঁ,

$$AC = \sqrt{9^2 + 40^2} \text{ মি.}$$

$$= \sqrt{81 + 1600} \text{ মি.}$$

$$= \sqrt{1681} \text{ মি.}$$

$$= 41 \text{ মি.}$$

চিত্ৰ 12.12

গতিকে, প্ৰথমটো দলে ABC ত্ৰিভুজৰ কালিৰ সমান পৰিষ্কাৰ কৰিব লাগিব, যিটো ত্ৰিভুজ সমকোণী।

ΔABC ৰ কালি = ½ × ভূমি × উন্নতি

= ½ × 40 × 9

= 180 মি.^{2}

দ্বিতীয় দলটোৱে ACD ত্ৰিভুজটোৰ কালিৰ সমান পৰিষ্কাৰ কৰিব লাগিব, যিটো এটা বিষমবাহু ত্ৰিভুজ যাৰ বাহুবোৰ 41 মি., 15 মি. আৰু 28 মি.।

ইয়াত, $s = \frac{41+15+28}{2}$ মি. = 42 মি.

গতিকে, ΔACD ৰ কালি $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{42(42-41)(42-15)(42-28)}$ মি.^{2}

$= \sqrt{42 \times 1 \times 27 \times 14}$ মি^{2}

$= \sqrt{14 \times 3 \times 3 \times 9 \times 14}$ মি^{2}

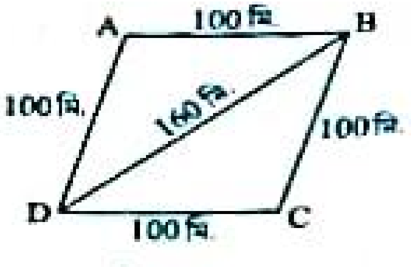
$= 14 \times 3 \times 3$ মি^{2} = 126 মি^{2}।

গতিকে প্ৰথমটো দলে 180 মি^{2} পৰিষ্কাৰ কৰে আৰু ই দ্বিতীয়টো দলে পৰিষ্কাৰ কৰাতকৈ (180–126) বৰ্গ মি. অৰ্থাৎ 54 বৰ্গ মিটাৰ বেছি।

অতিথিসকলৰ ছাত্ৰছাত্ৰীয়ে পৰিষ্কাৰ কৰা মুঠ কালিৰ পৰিমাণ = (180 + 126) মি^{2} = 306 বৰ্গ মিটাৰ।

উদাহৰণ 6 : চানীয়াৰ এটুকুৰা ৰম্বাচ আকৃতিৰ মাটি আছে (চিত্ৰ 12.13 চোৱা)। তেওঁ তেওঁৰ এজনী জী আৰু এজন পুত্ৰক মাটি টুকুৰাত কাম কৰি বিভিন্ন শস্যৰ উৎপাদন কৰিবলৈ দিব খুজিলে। তেওঁ মাটি টুকুৰাক দুটা সমান অংশত ভাগ কৰি দিলে। যদি মাটি টুকুৰাৰ পৰিসীমা 400 মিটাৰ আৰু কৰ্ণ এডালৰ দীঘ 160 মিটাৰ, সিহঁতৰ প্ৰত্যেক শস্য উৎপাদনৰ বাবে কিমানকৈ মাটিকালি পাব?

সমাধান : ধৰা মাটি টুকুৰা ABCD।



চিত্ৰ 12.13

পৰিসীমা = 400 মি.

গতিকে প্ৰতি বাহু = 400 মি. ÷ 4 = 100 মি.

অৰ্থাৎ AB = AD = 100 মি.।

ধৰা কৰ্ণ BD = 160 মি.। তেন্তে

ΔABD ৰ অৰ্দ্ধ-পৰিসীমা পোৱা যাব—

$s = \frac{100+100+160}{2}$ মি. = 180 মি.

গতিকে ΔABD ৰ কালি $= \sqrt{180(180-100)(180-100)(180-160)}$ মি.^{2}

$= \sqrt{180 \times 80 \times 80 \times 20}$ মি^{2}

$= \sqrt{20 \times 9 \times 80 \times 80 \times 20}$ মি^{2}

$= 20 \times 80 \times 3$ মি^{2} = 4800 মি^{2}।

এতেকে, সিহঁতৰ প্ৰতিজনে 4800 বৰ্গ মিটাৰৰ কালি একোটাকৈ পাব।

বিকল্প পদ্ধতি :

CE ⊥ BD টানা (চিত্ৰ 12.14 চোৱা)।

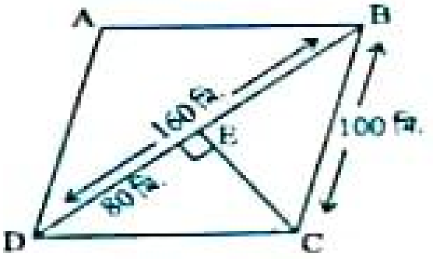
যিহেতু BD = 160 মি. আমি পাওঁ,

$$DE = 160 \text{ মি.} \div 2 = 80 \text{ মি.}$$

আৰু $DE^2 + CE^2 = DC^2$

ইয়াৰ পৰা, $CE = \sqrt{DC^2 - DE^2}$

$$= \sqrt{100^2 - 80^2} \text{ মি.} = 60 \text{ মি.}$$

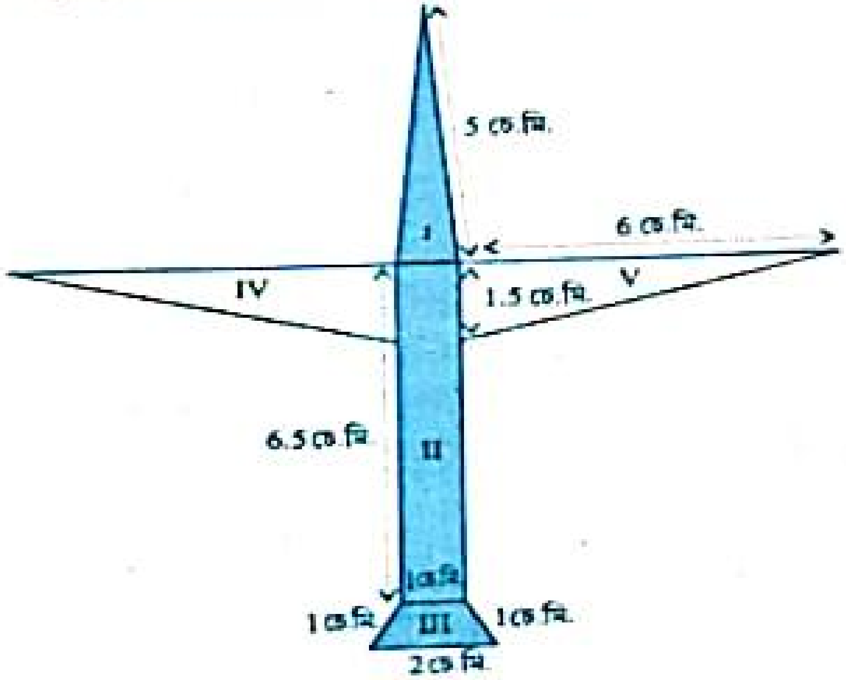


চিত্ৰ 12.14

গতিকে ΔBCD ৰ কালি $= \frac{1}{2} \times 160 \times 60$ মি.^{2} = 4800 বৰ্গ মিটাৰ

অনুশীলনী 12.2

1. চতুৰ্ভুজ আকৃতিৰ এখন উদ্যানৰ ABCD ৰ ∠C = 90°, AB = 9 মি., BC = 12 মি., CD = 5 মি. আৰু AD = 8 মি.। ই কিমান মাটিকালি আগুৰি আছে?
2. এটা চতুৰ্ভুজ ABCD ৰ AB = 3 চে.মি., BC = 4 চে.মি., CD = 4 চে.মি., DA = 5 চে.মি. আৰু AC = 5 চে.মি.। ইয়াৰ কালি উলিওৱা।
3. চিত্ৰ 12.15 ত দেখুওৱাৰ দৰে ৰাধাই ৰঙীন কাকতেৰে এৰোপ্লেনৰ এটা চিত্ৰ তৈয়াৰ কৰিলে। তেওঁ ব্যৱহাৰ কৰা কাকতৰ মুঠ কালি উলিওৱা।



চিত্ৰ 12.15

4. এটা ত্ৰিভুজ আৰু এটা সামান্তৰিকৰ ভূমি একে আৰু কালিও একে। যদি ত্ৰিভুজটোৰ বাহুকেইটা 26 চে.মি., 28 চে.মি., আৰু 30 চে.মি., আৰু সামান্তৰিকটো 28 চে.মি. ভূমিৰ ওপৰত অৱস্থিত তেন্তে সামান্তৰিকটোৰ উচ্চতা নিৰ্ণয় কৰা।

5. এখন ৰম্বাচ আকৃতিৰ পথাৰত 18 জনী গাই গৰুৱে খাবৰ কাৰণে সেউজীয়া ঘাঁহ আছে। যদি ৰম্বাচটোৰ প্ৰতিটো বাহুৱেই 30 মি. আৰু ইয়াৰ দীৰ্ঘতম কৰ্ণটো 48 মি. তেন্তে প্ৰতিজনী গাইগৰুৱে ঘাঁহনিখনৰ মুঠ কালিৰ অংশ কিমানকৈ পাব?

6. দুটা বেলেগ ৰঙৰ ত্ৰিভুজ আকৃতিৰ 10 টা কাপোৰৰ টুকুৰা সী এটা ছাতি তৈয়াৰ কৰা হৈছে। (চিত্ৰ 12.16 চোৱা)। প্ৰতিটো কাপোৰৰ টুকুৰাৰ জোখ 20 চে.মি., 50 চে.মি. আৰু 50 চে.মি.। ছাতিটোৰ বাবে প্ৰতিটো ৰঙৰ কাপোৰ কিমানকৈ লাগিছে?

7. বৰ্গ আকৃতিৰ এখন চিলাৰ কৰ্ণ 32 চে.মি. আৰু ইয়াৰ লগত 8 চে.মি. ভূমি আৰু 6 চে.মি. জোখৰ দুটা বাহুৰে এটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ সংযুক্ত কৰা আছে। যদি চিলাখনক (চিত্ৰ 12.17)ত দেখুৱাৰ ধৰণেৰে তিনিটা বিভিন্ন ৰঙ দি তৈয়াৰ কৰা হয়, তেন্তে প্ৰতিটো ৰঙৰে কিমানকৈ কাকত ইয়াত ব্যৱহাৰ হ'ব?

চিত্ৰ 12.16

চিত্ৰ 12.17

8. এখন মজিয়াত থকা এটা ফুলৰ চানেকী 16 খন ত্ৰিভুজ আকৃতিৰ টাইলেৰে গঠিত। প্ৰতিটো ত্ৰিভুজৰ বাহুবোৰ 9 চে.মি., 28 চে.মি. আৰু 35 চে.মি. (চিত্ৰ 12.18 চোৱা) প্ৰতি বৰ্গ চেণ্টিমিটাৰত 50 পইচা হাৰত টাইলবোৰ পালিচ কৰিবলৈ খৰচ কিমান পৰিব উলিওৱা।

9. ট্ৰেপিজিয়াম আকৃতিৰ এখন পথাৰৰ সমান্তৰাল বাহুবোৰ 25 মি. আৰু 10 মি.। অ-সমান্তৰাল বাহু দুটা 14 মি. আৰু 13 মি.। পথাৰখনৰ কালি উলিওৱা।

চিত্ৰ 12.18

12.4 সাৰাংশ (Summary) :

এই অধ্যায়ত তোমালোকে তলৰ মূলকথাকেইটা অধ্যয়ন কৰিলা—

1. a, b আৰু c বাহু থকা ত্ৰিভুজ এটাৰ কালি নিৰ্ণয়ৰ বাবে ব্যৱহাৰ কৰা হিৰ'ণৰ সূত্ৰটো হ'ল—

   ত্ৰিভুজৰ কালি = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

   য'ত $s = \frac{a+b+c}{2}$

2. বাহুবোৰ আৰু এটা কৰ্ণ দিয়া থাকিলে, চতুৰ্ভুজ এটাক দুটা ত্ৰিভুজত ভাগ কৰি আৰু হিৰ'ণৰ সূত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰি ইয়াৰ কালি নিৰ্ণয় কৰিব পাৰি।