అధ్యాయం - 2

a) నూతన పాఠ్యపుస్తకాల తాత్వికత – అవగాహన

పరిచయం :

ఎంత మంచి పాఠ్యపుస్తకాలైనా కూడ కొంతకాలం తర్వాత మార్పు చెందడం (సిలబస్ రివిజన్) అనేది తప్పనిసరి. పాఠ్య పుస్తకాలలో ఉన్న అంశాలు గాని; చెప్పవలసిన విషయాలు గాని పూర్తి స్థాయిలో మారనప్పటికి చెప్పే ధోరణిలో, విధానంలో మార్పు వస్తుంది. కాలానుగుణంగా; బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలో మార్పు రావాల్సిన అవసరం ఉంది. పరిస్థితులకు అనుగుణంగా విద్యార్థులు / పిల్లల ప్రవర్తనలో; నేర్చుకునే విధానంలో మార్పులు వచ్చాయి. ప్రస్తుత సమాజంలో "గణితము" లేని జీవితాన్ని మనము ఊహించలేము. ఉదయం నుండి రాత్రి వరకు జరిగే అనేక కార్యకలాపాల్లో మనకు తెలియకుండానే "గణితము"ను ఉపయోగించి పనులు చేసుకుంటాము. పిల్లలు పాఠశాలకు రాకముందే ఎంతో కొంత గణిత భావనలు నేర్చుకొని ఉంటారు. ఈ భావనలు నేర్చుకోవడంలో పిల్లలకు ఎలాంటి భయం, ఒత్తిడి ఉండవు. ఆడుతూ, పాడుతూ హాయిగా, ఆహ్లాదంగా నేర్చుకుంటారు. తర్వాత పాఠశాలకు వచ్చే సరికి అదే పిల్లలకు గణితం అంటే క్లిష్టత ఏర్పడి ఆసక్తి తగ్గిపోతుంది. విద్యార్థులలో గణితం పట్ల ఆసక్తిని కలిగిస్తూ గణితాన్ని కేవలం సమస్యా సాధనకు పరిమితం చేయకుండా పిల్లలందరూ గణితాభ్యసనాన్ని ఆహ్లాదంగా నేర్చుకోవడం; లోతైన అవగాహన పెంపొందించడం తప్పనిసరి. వారికి కృత్యాధార పద్ధతిలో గణిత భావనలు అవగాహన పరచడానికి గతంలో 1, 2, మరియు 3వ తరగతి గణితపాఠ్యపుస్తకాలలో మార్పు తీసుకురాడవడం జరిగింది. ప్రస్తుత విద్యా సంవత్సరానికి వాటికి కొనసాగింపుగా 4, 5 తరగతులకు నూతన గణిత పాఠ్యపుస్తకాలను వినియోగంలోకి తీసుకురావడం జరిగింది. గణితంను కేవలం సంఖ్యలు మరియు అంతరాళాల దృశ్యీకరణ; క్రమాలను పరిశీలించడానికే / నేర్చుకోవడానికే పరిమితం చేయకుండా వాటిని అనుక్షణం ఉపయోగించే జీవిత అంతర్భాగ విషయంగా చూపబడింది.

4, 5 తరగతుల నూతన పాఠ్యపుస్తకాలపై మరింత లోతుగా అవగాహన పొందడానికి కింది విషయాలను చర్చిద్దాం:

1. 4, 5, పాఠ్యపుస్తకాలను జాగ్రత్తగా పరిశీలించండి. వాటిలోని ప్రత్యేక అంశాలను గుర్తించి జాబితా తయారుచేయండి.

2. నూతన పాఠ్య పుస్తకాలను అవగాహన చేసుకొని వినియోగించుకోవడానికి పాఠ్యపుస్తకాలలో చదవాల్సిన ముఖ్యమైన అంశాలేవి?

3. పాఠ్యపుస్తకంలోని "ముందుమాట", "ఉపాధ్యాయులకు సూచనలు" వేటి గురించి చర్చించింది. ఇవి పాఠ్యపుస్తక అవగాహనకు ఏ విధంగా దోహదపడుతుంది?

4. కొత్త పాఠ్య పుస్తకంలో మీరు గమనించిన మార్పులు / తేడాలు తెల్పండి.

పుస్తకాలను పరిశీలించారు కదా! మీ పరిశీలనలో కింది అంశాలు గుర్తించి ఉంటారు.

i) రంగు రంగుల బొమ్మలు కల్గిఉండడం.

ii) స్వీయ అభ్యసనానికి అనుకూలంగా ఉండడం.

iii) నిజ జీవిత సందర్భాలు / కృత్యాలు / ఆటల ద్వారా భావనను పరిచయం చేయడం.

iv) ప్రయత్నించండి, ఇవి చేయండి అనే శీర్షికల ద్వారా భావనలు అర్థం చేసుకోవడం.

v) సూచనలు విద్యార్థులు చదివి సులభంగా అర్థం చేసుకోవడం.

vi) అభ్యాసాలు అన్ని స్వంతంగా చేసుకునే విధంగా ఉండడం.

vii) స్వీయ మూల్యాంకానికి దోహదపడడం.

© SCERT not to be republished

ఏ పుస్తకమైన దాని యొక్క వివరాలు గాని, అందులోని అంశాలు గాని ఏమున్నాయో తెలుసుకోవాలంటే పుస్తకంలో ఇవ్వబడిన ముందుమాటను, రచయిత యొక్క అభిప్రాయాలు చదవాలి. అదే విధంగా ప్రస్తుత గణిత పాఠ్యపుస్తకంను గురించి అవగాహన చేసుకోవాలంటే "ముందుమాట"ను క్షుణ్ణంగా చదివి దానిలోని అంశాలకు విస్తృత అర్థాన్ని కనుక తెలుసుకుంటే పుస్తకం యొక్క తాత్వికత, అందులో ఏయే అంశాలు ఇమిడి ఉన్నాయి అనే విషయాలు దాదాపుగా అవగతం అవుతాయి. ఈ పాఠ్య పుస్తకాన్ని తరగతి గదిలో సమర్థవంతంగా వినియోగించాలంటే పాఠ్యపుస్తకంలో ఇచ్చినటువంటి "ఉపాధ్యాయులకు సూచనలు" అనే శీర్షిక కింది అంశాలు చదవాల్సి ఉంటుంది. దీనిలో ఏ ఏ భావనలను బోధించాలి?, ఎలా బోధించాలి? ఎలాంటి వ్యూహాలు అవలంబించాలి? వాడాల్సిన బోధనాభ్యసన సామగ్రి ఏమిటి? తరగతి గది నిర్వహణ ఎలా చేయాలో వివరించబడింది.

ప్రధానంగా పాఠ్యపుస్తకంలోని ముందుమాటను పరిశీలించినట్లయితే కింది ముఖ్య విషయాలు మనకు అవగతం అవుతాయి.

- గణితం అనేది మానవ దైనందిక జీవితంలో అంతర్భాగం.
- పాఠశాల దశకంటే ముందే పిల్లలు అనేక గణిత భావనలు, నైపుణ్యాల పై పరిచయం ఏర్పరుచుకొని ఉంటారు.
  ఉదా॥ ఎక్కువ – తక్కువ; పొడవు – పొట్టి; విశ్లేషించడం; అంచనావేయడం; సంధాన పరచడం మొదలగునవి.
- గణితం అనేది కేవలం సమస్యాసాధనకు మాత్రమే పరిమితం కాకుండా నేర్చుకున్న భావనలు దైనందిక జీవితంలో ఉపయోగించుకునే విధంగా ఉండాలి.
- ప్రస్తుత పాఠ్యపుస్తక లక్షణాలు క్షుణ్ణంగా వివరించబడినాయి.

పాఠ్య పుస్తకంలోని "ఉపాధ్యాయునికి సూచనలు" అనే శీర్షిక కింద పాఠ్యప్రణాళిక మరియు బోధనా సంబంధిత అంశాలు చాలా విస్తృతంగా వివరించబడినాయి. వీటిలోని ముఖ్యాంశాలు కొన్ని కింద ఇవ్వబడినాయి.

- సంఖ్యా వ్యవస్థ మరియు జ్యామితి అంశాలకు చెందిన పాఠ్యాంశాలు.
- మూర్త వస్తువుల ప్రాధాన్యత, పాఠ్యపుస్తకంలో సూచించిన కొన్ని మూర్త వస్తువులు.
- తరగతి గది బోధనకు ప్రణాళిక తప్పనిసరిగా ఉండాలి.
- పిల్లలు స్వంతంగా సమస్యలను సాధించేటట్లు ప్రోత్సహించడం.
- బోధనాభ్యసన సామాగ్రిని ముందుగానే సేకరించాలి.

ఈ నూతన పాఠ్యపుస్తకంలో భావనల పరిచయం కోసం ఇచ్చిన సందర్భాలు, కృత్యాలు, పిల్లల అభ్యాసం కోసం ఇచ్చిన అభ్యాసాలు కాకుండా ఇవిచేయండి, ప్రయత్నించండి, ఆలోచించండి – చర్చించండి, శీర్షిక కింద కొన్ని సమస్యలు ఇవ్వడం జరిగింది. ఇవి ఎందుకోసం ఇవ్వబడ్డాయి? వీటిని బోధనాభ్యసన ప్రక్రియల్లో ఉపాధ్యాయులు ఎలా ఉపయోగించాలో పరిశీలిద్దాం!

ఇవిచేయండి :

- విద్యార్థి తాను నేర్చుకున్న భావనలు, ఎంత మేరకు అవగాహన జరిగిందనే విషయాన్ని వెంటనే తెలుసుకోవడం కోసం ఉద్దేశించబడింది.
- ఒక భావనకు మాత్రమే పరిమితమై ఉంటుంది.
- వీటిని విద్యార్థులు స్వంతంగా సాధించవలసి ఉంటుంది. ఇవి వారి ఆత్మస్థైరీకరణ పెంపొందించే విధంగా ఉంటాయి.
- పిల్లలు వీటిని సమర్థవంతంగా సాధించగల్గితే ఆ భావన వారికి అర్థమైనట్లు భావించాలి.
- కాబట్టి ప్రతీ ఉపాధ్యాయుడు "ఇవి చేయండి" శీర్షిక కింది సమస్యలు పిల్లలచే వ్యక్తిగతంగా / జట్టు కృత్యంగా నిర్వహించి వారి అభ్యసనకు సహకరించాలి.

© SCERT not to be republished

ప్రయత్నించండి :

- ఇందులో ఇచ్చిన సమస్యలు, ప్రవచనాలు, భావనల అవగాహన తర్వాత విద్యార్థులు వాటిపై కల్గి ఉన్న అవగాహనను సాధారణీకరించుకోవడానికి, మరింత లోతుగా అవగాహనపొందడానికి, భావనల స్థిరీకరణను పరీక్షించడానికి ఉద్దేశించబడినది. ఇవి కొంచెం కాఠిన్యత కల్గి ఉంటాయి.
- ఇవి స్వంతంగా సాధించాల్సి ఉంటుంది. ఎక్కడైనా సందేహాలు వస్తే ఉపాధ్యాయునితోగాని తోటి విద్యార్థులతోగాని చర్చించి సందేహ నివృత్తి చేసుకోవాలి.
- ఇవి విద్యార్థులకు ఆలోచనా శక్తిని రేకెత్తింపచేసి, సవాళ్లను స్వీకరించే విధంగా ఉంటుంది.

ఆలోచించండి - చర్చించండి :

- నేర్పినటువంటి భావనల పరిధిని దాటి విద్యార్థుల స్థాయిని పరీక్షించడానికి ఈ శీర్షిక ఉద్దేశించబడింది.
- ఇవి జట్టు కృత్యంగా నిర్వహించాల్సిన అంశము.
- ఇవి పిల్లల్లోని సృజనాత్మకతను వెలికితీయుటకు దోహదపడుతుంది.
- ఇవి పిల్లలకు అదనపు అభ్యసనాంశంగా దోహదపడుతుంది. భావనలపట్ల విస్తృత అవగాహనకోసం తోటి విద్యార్థులతో చర్చించడానికి ఇది ఉపకరిస్తుంది.

ఉపాధ్యాయుడు తరగతి గదిలో బోధనాభ్యసన ప్రక్రియల నిర్వహణకు పాఠ్యపుస్తకంలోని భావనలు, వివిధ శీర్షికల కింద ఇచ్చిన అంశాలు ఎలా దోహదపడతాయి? ఎందుకోసం ఇవ్వబడ్డాయి? ఎలా నిర్వహించాలో అవగాహనపొందుటకు వివరించడం జరిగింది. ప్రస్తుత పాఠ్యపుస్తకాలను లోతుగా పరిశీలించి చూసినట్లయితే కొన్ని ప్రముఖ మార్పులు మనకు గోచరిస్తాయి. అవి:

i) పాఠ్యపుస్తకాల భాష సరళంగా ఉండి స్వయం అభ్యసనా దీపికల్లాగా ఉపయోగపడడం.

ii) పాఠ్యపుస్తకాలు స్వీయం మూల్యాంకనానికి దోహదపడే విధంగా ఉండడం.

iii) జట్టు కృత్యాలు / వ్యక్తిగత కృత్యాలకు ప్రాధాన్యత ఇవ్వడం.

iv) "ప్రయత్నించండి" శీర్షిక కింద ఇచ్చిన సమస్యలు విద్యార్థులకు ఆలోచనా శక్తిని రేకెత్తింపజేసి సవాళ్ళను స్వీకరించే విధంగా ఉండడం.

b) గణితం - స్వభావం

పరిచయం :

'గణితశాస్త్రం నాగరికతకు అద్దం లాంటిది" గణితం లేని జీవితాన్ని ఊహించలేం. శిశువుకు ప్రకృతి సిద్ధంగానే (సహజంగా) పరిశీలన చేయడం, పోల్చడం, అంచనావేయడం, ఫలితాలను ఊహించడం, సాధారణీకరించడం వంటి లక్షణాలు ఉంటాయి. సహజాత గుణాలు లేదా సామర్థ్యాలు పిల్లల గణితీకరణకు దోహదపడతాయి. గణితం అంటే కేవలం సమస్యా సాధన మాత్రమే కాదు. భావనలు, అంశాలపై లోతైన అవగాహన పెంపొందించుకొని గణిత సౌందర్య సాధనాభిలాషలను పెంపొందించడం. నిత్యజీవితంలో వినియోగించడం, ఇతర విషయాలను అభ్యసించడం, ఉన్నత స్థాయి గణిత అభ్యసనానికి దోహదపడడంగా భావించాలి. ఐతే ఇంత ఆవశ్యకతను కూడిన గణితాభ్యసనాన్ని సాధారణ అభ్యసనాంశంగా భావించకుండా గణితం యొక్క స్వభావాన్ని విస్తృతంగా అవగాహన చేసుకొని బోధించాల్సిన అవసరం ఉంది. ఈ అధ్యాయంలో వాటి గురించి చర్చిద్దాం.

గణితం స్వభావం :

a) అమూర్త స్వభావం

గణితం అమూర్తమైనది. ఇది అనేక అమూర్త భావనల కలయిక అని మనం చాలా సంవత్సరాలుగా చర్చిస్తూ ఉన్నదే. కాని ఇక్కడ ఒక విషయాన్ని అవగాహన చేసుకోవాలి. ప్రతి అమూర్త భావన గణితమేనా? ఉదాహరణకు "ఎరుపు" అనేది. ఒక అమూర్త భావన. కాని ఈ భావన ఏ ఇతర భావనలను అభివృద్ధిపరచడానికి ఉపయోగపడుతుంది.

కాని ఇక్కడ 'సంఖ్యాభావన" లోని సంఖ్యలు వాటిపై "కూడిక" "తీసివేత" "గుణకారం" మరియు "భాగహారం" అనే ప్రక్రియలు అమూర్త భావనలు.తద్వారా సరి, బేసి, ప్రధాన మొ॥ సంఖ్యలు అనే భావనలు ఏర్పడతాయి. ఈ విధంగా ఒక అమూర్త భావన మరొక అమూర్త భావన ఆధారంగా ఏర్పడి వాటి ఆధారంగా మరికొన్ని అమూర్త భావనలు ఏర్పడినాయి.

b) గణితంలో తర్కం ఉంది

మరి గణితం కేవలం అమూర్త స్వభావాన్ని మాత్రమే కలిగి ఉందా? ఒక ఉదాహరణను గమనిద్దాం $4 \times 3 = 12$. ఈ వాక్యం చదవగానే మీ మదిలో ఏదో ఒక అమూర్త భావన స్ఫురణకు వచ్చి ఉంటుంది. కాని ఈ వాక్యం కేవలం అమూర్తమైన స్వభావాన్ని మాత్రమే కలిగి ఉందా? 4, ×, 3, =, 12 అనేది గణిత భాషలోని 'సంజ్ఞలు' (గుర్తులు). గణితానికి ఒక ప్రత్యేకమైన భాష ఉంది. ఆ భాష కేవలం ఆంగ్లంలోని అక్షరమాల (A, B, C....) లలాగ అమూర్తంగా నిర్మించబడినా తర్కరహితంగా నిర్మించబడలేదు. గణితంలో ఉపయోగించబడిన ప్రతి భావనకు 'తర్కం' (Logic) ఉంది. ఇక మనం ఉదాహరణను గమనిస్తే 4, 3, 12 లు గణిత భాషలోని అక్షరమాల (అంకెల) నుండి తీసుకోబడ్డాయి. 4×3 అనగానే మీకు $3 + 3 + 3 + 3$ అని స్ఫురణకు వచ్చి ఉంటుంది.

$4 \times 3 = 12$ అనేది ఒక గణిత వాక్యం. కాని అది ఒక తర్కం ఆధారంగా ఏర్పడిన వాక్యం. గణితంలోని ప్రతి "అమూర్త భావన" తర్కంలేనిదే ఏర్పడలేదు.

కాని గణితం అంటే కేవలం "సంఖ్యల" భావనయేనా? చతురస్రం, వృత్తం, దీర్ఘచతురస్రం వంటి జ్యామితీయ భావనల సమాహారం. మీటర్, సెంటీమీటర్, లీటర్, కిలోగ్రామ్, సెకన్, గంట మొదలైన కొలతల భావనలు కూడా గణితంలో అంతర్భాగమే. ఈ అమూర్తభావనలు కూడా గణిత భాషలో 'తర్కం' తో ఏర్పడిన భావనలే.

గణితానికి వినియోగిత స్వభావం ఉందా?

గణిత భాషకు మరియొక స్వభావం ఉంది. నిత్యజీవితంలో ఎదురయ్యే రకరకాల 'సమస్యలను' గణితం సాధించగలుగుతుంది. కాని ఈ మధ్య కాలంలో ప్రపంచం అంతా 'తరగతి గది గణితం' మరియు 'నిజజీవిత గణితానికి' మధ్య అంతరం పెరుగుతూ వస్తుంది. నిజ జీవితంలో పాలు అమ్మే అబ్బాయితో మొదలై రాత్రి పడుకోనేంతవరకు మన జీవితం గణితంతో ముడిపడి ఉంది. అందులో గణిత సమస్యల సాధన అంతర్భాగమై ఉంది.

గణితం వినోదాన్నిస్తుందా?

గణితం "వినోదాన్ని" కూడా పంచుతుంది. సాధారణ పాఠ్యపుస్తకంలోని సమస్యల కంటే విద్యార్థులుగాని, మనంగానీ పజిల్స్, ఆటలు మొదలయిన వాటిని ఆహ్లాదిస్తాం. దీనికి గల కారణం ఏమిటి? గణితంలో ఆ ఆహ్లాదం ఉంది. ఆ అమూర్త భావనలలోని తర్కాన్ని గుర్తించి ఒక సమస్యను సాధించినప్పుడు వచ్చే ఆనందం అంతా ఇంతా కాదు.

పై విషయాలను గమనించినప్పుడు మనం గణితస్వభావాన్ని కింది విధంగా క్రోఢీకరించుకోవచ్చు.

- గణితం అమూర్తమైనది. నిజజీవితంలో నుండి అనుభవాల ద్వారా అమూర్త భావనలను రాబట్టడం గణితం యొక్క ముఖ్య స్వభావం.

  ఉదా॥ మూర్తమయిన వస్తువులను లెక్కించే క్రమంలో అమూర్తమైన సంఖ్యాభావనలు ఏర్పడడం.

© SCERT not to be republished

- గణితం కేవలం ఇటువంటి అమూర్తభావనలకే పరిమితమైనవి కాదు. అది ఈ అమూర్త భావనలనుపయోగించి మరికొన్ని అమూర్త భావనలను రూపొందిస్తుంది.

- గణితం మూర్త వస్తువుల ఆకారాల నిర్మాణం, అమరికల భావనల నుండి అంతరాళం అనే అమూర్తభావనలను అవగాహన పరచుకొనే వీలుకల్పిస్తుంది.

  ఉదా॥ 4వ తరగతిలో పేజి 14లోని పెట్టెపై మరొక పెట్టె 5వ తరగతిలో పేజి 66, 67 లోని వల రూపాలు, కృత్యాలు DISE నిర్మాణం ద్వారా చెప్పబడినవి.

- గణితం ముఖ్యంగా ఆగమన చింతనను (Inductive Reasoning) తద్వారా ఒక అంశాన్ని సాధారణీకరించడం ఒక గణిత వాక్యాన్ని ఇవ్వగలిగే / చెప్పగలిగే సామర్థ్యాన్ని పిల్లల్లో కల్గిస్తుంది.

  ఉదా॥ 5వ తరగతి పాఠ్యపుస్తకంలో బేసి సంఖ్యలను కూడితే సరిసంఖ్యలు ఏర్పడతాయి (పేజి 159) వివరించడం. 4వ తరగతి పాఠ్యపుస్తకంలో (పేజి 125, 126) "అంచులు – సరిహద్దులు"లో చుట్టుకొలత అనగా ఆకారం యొక్క అన్ని అంచుల పొడవుల మొత్తం అనే భావన కల్గించడం.

- గణితం ఆగమన చింతనను కల్గించడమే గాక తద్వారా ఏర్పడిన గణిత వాక్యాలను సత్యమని నిరూపించుటకు, ఫలితాలను నిర్ధారించుటకు నిగమన చింతన (Deductive Reasoning) ద్వారా సూత్రాలు, సిద్ధాంతాలు, స్వీకృతాల ద్వారా నిరూపించే వీలు కల్గిస్తుంది.

  ఉదా॥ 5వ తరగతి గణిత పాఠ్య పుస్తకంలో పేజి 96, పేజి 99 మొదలగు వాటిలో కొలతల ప్రమాణాల పరస్పర మార్పిడి.

- గణితం ఒక సమస్యను అనేక పద్ధతులలో సాధించే సామర్థ్యాన్ని పెంపొందింపజేస్తుంది. ఉదా॥ 4వ తరగతి పేజి 41లో తీసివేత సమస్యల సాధన. పేజి 58లో 45 × 23 అనే గుణకారం చేసిన విధాలు

c) గణిత భావనలు ఎలా ఏర్పడతాయి?

మూర్తం నుండి అమూర్తం వైపు

ప్రతి మనిషికి ఏర్పడే గణితం జ్ఞానం "మూర్త అనుభవాల" ఆధారంగానే ఏర్పడుతుంది. ఒక "త్రిమితీయ ఆకారాల" ఉదాహరణను గమనిద్దాం. "గుండ్రని" అనే భావన మీకు ఏ విధంగా ఏర్పడిందో ఆలోచించండి. 'గుండ్రని' అనే భావన మరియు 'గోళం' భావన ఏ విధంగా అవగాహన చేసుకొన్నారో ఆలోచించండి. మీకు మొదట్లో ఈ విధంగా అవగాహన జరిగి ఉంటుందా?

మన చుట్టూ ఉన్న అన్ని రకాల వస్తువులను మనం చూస్తూ ఉంటాం. వాటిని ఉపయోగిస్తున్నప్పుడు వాటిలో కొన్ని బంతి, నారింజ, తర్బూజ (పుచ్చకాయ), లడ్డు లాంటి వస్తువులలో ఒక సాధారణ గుణం 'గుండ్రని' ఉంటుందని గమనిస్తాం. ఈ వస్తువులన్నిటి ఆధారంగా 'గుండ్రని' అనే భావన క్రమంగా ఏర్పడుతుంది. మనం ఈ భావన ఆధారంగా 'గుండ్రంగా' ఉన్న మరియు 'గుండ్రంగాలేని" వస్తువులను వేరుచేయగలుగుతాం. ఈ వస్తువులలో ఉన్న 'గుండ్రని' అనే ధర్మానికి ఆ వస్తువులలోని ఇతర గుణాలు, ధర్మాలతో సంబంధం ఉండదు. అవి ఏ పదార్థంతో చేయబడ్డాయి. వాటి పరిమాణమెంత? అవి ఏ రంగులో ఉన్నాయి? అవి తినగల్గేవి అవుతాయా? వాటి రుచి ఏమి? మొదలగు ధర్మాలతో సంబంధం లేకుండా వాటిలోని "గుండ్రని" స్వభావాన్ని మన గుర్తిస్తాం మరియు 'గుండ్రని' వస్తువుల భావనను ఏర్పరచుకొంటాం. ఈ అత్యవసరమైన 'గుండ్రని' అనే ధర్మం ఆధారంగా మనం క్రమంగా 'గోళం' అనే భావనను ఏర్పరచుకొంటాం. ఎప్పుడైతే 'గోళం' గురించి భావన ఏర్పడిందో మనం

© SCERT not to be republished

'గుండ్రని' ధర్మం గురించి తక్కువగా ప్రస్తావిస్తాం. ఈ విధంగా మనం క్రమంగా మూర్త వస్తువుల ధర్మాల ఆధారంగా అమూర్త భావనలనేర్పరచుకొంటాం.

ఈ 'గోళం' భావన అనేది గోళం యొక్క 'వ్యాసం', 'వ్యాసార్థం' ఉపరితలం, వైశాల్యం, ఘనపరిమాణం మొదలైన భావనల నిర్మాణానికి ఉపయోగపడుతుంది. ఈ విధంగా గణితంలో ఒక అమూర్త భావన మరికొన్ని అమూర్త భావనల నిర్మాణానికి ఉపయోగపడుతుంది.

అంతేకాకుండా ఈ అమూర్త భావనల మధ్య సంబంధాలు కూడా మనం తర్వాత ఏర్పరచుకొంటాం. గోళం యొక్క వ్యాసార్థం పెరిగితే, దాని పరిమాణం పెరుగుతుంది. దాని వ్యాసార్థం తగ్గితే దాని పరిమాణం తగ్గుతుంది. ఈ విధంగా వ్యాసార్థానికి, ఘనపరిమాణానికి మధ్యసంబంధాన్ని క్రమంగా ఏర్పరచుకోగలుగుతాం.

పై విషయాలను గమనించినప్పుడు ఈ కింది వాటిని చర్చించండి.

- *పాఠ్యపుస్తకంలో ఏయే భావనలు ఏయే మూర్త వస్తువుల ఆధారంగా వివరించబడినాయి?*
- *పాఠ్య పుస్తకంలో పిల్లలకు చాలా వినోదం పంచే అంశాలు ఏమిటి?*
- *పాఠ్యపుస్తకంలో గణిత స్వభావం పరిగణలోకి తీసుకోబడిందని మీరు ఎలా చెప్పగలరు?*

d) పిల్లలు గణితంలోని భావనలను ఎలా నిర్వచించుకొంటారు?

©SCERT not to be republished

మన అనుభవంలో వివిధ వయసులలో ఉన్న పిల్లలతో వివిధ సందర్భాలలో రకరకాల అనుభవాలు ఎదురవుతూ ఉంటాయి.

పిల్లలు బాల్య దశ నుండే రకరకాలైన విషయాలను నేర్చుకోవడం మొదలుపెడతారు. మరియు కొత్త విషయాలను నేర్చుకొంటూ ఉంటారని ఎప్పుడైనా అనిపించిందా? లేదా "రూసో ప్రస్తావించినట్లు పిల్లల మెదడు "ఖాళీ పలక" (తబులరసా)", దానిపై ప్రతి విషయాన్ని పాఠశాలలోనే జ్ఞానాన్ని రాసి, ప్రతీ విషయాన్ని నేర్పించాలి" అని భావిస్తున్నారా?

నిజానికి పిల్లలు వారు చేసేప్రతిపని, handle చేసే ప్రతి వస్తువు నుండి ప్రతి విషయాన్ని, ఏదైనా విషయాన్ని నేర్చుకొంటారు. వారు పాఠశాలలో చేరే ముందు చాలా నేర్చుకొంటారు. పాఠశాలలో చేరిన తర్వాత కూడా పాఠశాల బయట కూడా చాలా నేర్చుకొంటారు. మనం "ఒకవేళ పిల్లలు బడిలోనే నేర్చుకొంటారు" అని అనుకొంటే 'నేర్చుకోవడం' పట్ల మన భావన తప్పు. పిల్లలు "వైకుంఠపాళి" (snakes & ladders) ఆటను ఆడుకొంటూ ఉంటే వారి తల్లిదండ్రులుగాని, ఇతర పెద్దలుగాని వారు చదువుకొనే సమయాన్ని వృథా చేస్తున్నారనే అనుకొంటాము తప్ప. వారిలో సంఖ్యాభావనలు ఏర్పడుతున్నాయి, పరిపుష్టి అవుతున్నాయని గ్రహించలేము.

మనం ఇంకో ఉదాహరణ గమనిద్దాం. పిల్లలు పాఠశాలకు రాకమునుపే (వయసు 2-3 సంవత్సరాల) లేదా పూర్వ ప్రాథమిక విద్య సమయంలో (3-5 సంవత్సరాలు) 1 నుండి 100 వరకు వల్లెవేసి చెపితే లేదా ఆంగ్ల అక్షరమాలను వల్లెవేసి చెప్పినా చాలా సంతోషించి, ఉబ్బితబ్బిబ్బయిపోతూ ఉంటారు. అది సహజం... తప్పేమి కాదు. కాని ఆ అమ్మాయి / అబ్బాయి నిజంగా "సంఖ్యలు" నేర్చుకొన్నట్లేనా? 100 వస్తువులను ఆ పిల్లలు లెక్కించగలరా? లేదా 50 వస్తువులు మరియు 100 వస్తువుల మధ్య తేడాను అభినందించగలడా? కేవలం సంఖ్యలపేర్లను నేర్చుకొన్నంత మాత్రాన సంఖ్యలను నేర్చుకొన్నట్లేనా? ఈ విధంగా ఆ అమ్మాయి నేర్చుకొన్న తర్వాత జ్ఞప్తికి తెచ్చుకోలేకపోతే వారిపై కోపంగా అరుస్తూ అన్ని నేర్చుకొన్నావు కదా! మర్చిపోయావా?" అని వారిపై బరువును పెంచుతూ ఉంటాం. మూర్త వస్తువులతో రకరకాల అనుభవాల ద్వారా పిల్లలు నేర్చుకొంటూ ఉంటారు. వారు ఆడుకొనే ఆటలు, పెద్దలతో జరిపే ప్రతిస్పందనల ఆధారంగా వారు రకరకాల భావనలు ఏర్పరచుకొంటూ ఉంటారు. మీరు

ఎప్పుడైనా పిల్లలకు 'సగం' భావనను అవగాహన చేయాల్సిన అవసరం ఏర్పడిందా? లేదా పిల్లలు 'సగం' యొక్క భావనను ముందే నేర్చుకొంటారా?

పిల్లలు తమ అనుభవాలు, వారి సహజ సామర్థ్యాల ఆధారంగా సహజ లక్షణాల మూలంగా క్రమంగా 'సగం' భావనను నిర్మించుకొంటారు.

పిల్లలు వారు ఏర్పరచుకొన్న భావనలు లేదా నిత్యజీవితంలో ఎదురయ్యే సమస్యల సాధనలో వారు వారి సొంత నిర్వచనాలు చేసుకొంటారు.

ఉదాహరణకు 8 + 6 మొత్తం కనుక్కోమంటే ఈ కింది విధాలుగా చేయవచ్చు.

8 + 6 = 8 + 2 + 4 = 14 లేదా 8 + 6 = 9, 10, 11, 12, 13, 14 = 14 (అనగా 8 నుండి మొదలుపెట్టి తరువాత ఆరుసంఖ్యలను లెక్కించి 14 అని చెప్పవచ్చు) లేదా

8 + 6 = 1 + 1 + 1 + . . . (8 సార్లు) + (1 + 1 + 1 + . . . 6 సార్లు) = 14

మరొక ఉదాహరణను పరిశీలిద్దాం! ఒక పాఠశాలలోని ఉపాధ్యాయుడు తీసివేతలు పాఠ్యాంశం చెప్పే క్రమంలో 'తీసివేత' భావనను అవగాహన చేయించిన పిదప "మీరు ఒక షాపులో ₹ 65 కు ఒక నూనె పాకెటు కొని, దుకాణదారునికి ₹ 100 ఇచ్చిన మీకు తిరిగి ఎంత సొమ్ము వస్తుంది?" అని సమస్య ఇచ్చినప్పుడు కొందరు పిల్లలు ₹ 65 + ₹ 5 = ₹ 70 + ₹ 30 = ₹ 100 కావున ₹ 35 అని జవాబు ఇవ్వవచ్చు. ఎందుకంటే ఆ అమ్మాయి మొదట్లో ₹ 65 కు ₹ 5 కలిపిన ₹ 70 మరియు ₹ 70 కు ₹ 30 కలిపిన ₹ 100 అవుతాయి అని ఆలోచించి సమస్య సాధించవచ్చు. కాని ఉపాధ్యాయుడు ఆ అమ్మాయి 100 – 65 = 35 అని తీసివేతను చేయాలని ఆశిస్తాడు. ఆ విధంగా చేయకూడదని కూడ మనం తరచుగా చేస్తుంటాం.

ఈ విధంగా చేయడం వలన వారు "స్వంతంగా ఆలోచించడం" అనే స్వాభావిక గుణాన్ని కట్టడి చేసినట్లవుతుంది. తమ ఉపాధ్యాయుడు చెప్పిందే సరైనది అనే ధోరణి పిల్లల్లో అభివృద్ధి చెందుతుంది. తద్వారా వారి సృజనాత్మకత మరియు పలురకాలుగా ఆలోచించే స్వాభావిక తత్వాన్ని అణగదొక్కి, కేవలం జ్ఞానాన్ని స్వీకరించే స్వీకర్తగా పిల్లలు తయారవుతున్నారు కదా!

పై అంశాలను వివిధ ఉదాహరణల ద్వారా చర్చించాము కదా! పిల్లలు గణిత భావనలు ఏర్పరచుకొనే సందర్భాలలో ఎలా నిర్వచించుకొంటారో గమనించాము. కింది చర్చనీయాంశాల ద్వారా పాఠ్యపుస్తకాన్ని అవగాహన చేసుకుందాం.

ఈ కింది వాటిని చర్చించండి :

- ***గుణకార, భాగహార ప్రక్రియలను పిల్లలు ఏ విధంగా నిర్వచిస్తారు? పాఠ్యపుస్తకంలో వాటి భాగాన్ని చర్చించండి.***
- ***కొలతలు కొలిచేటప్పుడు, వాటి ప్రమాణాలను వినియోగించేటప్పుడు పిల్లలు ఎలా ఆలోచిస్తారు?***
- ***జ్యామితీయ భావనలలో, పిల్లల నిర్వచనాలు ఎలా ఉంటాయి? పాఠ్యపుస్తకంలో ఎక్కడెక్కడ వాడబడినాయి?***

e) ప్రాథమిక స్థాయిలో గణిత బోధన ఎలా ఉండాలి?

ఉన్నత స్థాయి లేదా భవిష్యత్తులో గణిత అభ్యసనానికి ప్రాథమిక స్థాయిలో నేర్చుకున్న గణితము పునాది వంటిది. కాబట్టి ప్రాథమిక స్థాయిలో కనుక గణిత భావనల నిర్మాణం సమర్థవంతంగా పిల్లలలో పెంపొందింపజేసినపుడు భవిష్యత్తులో వారి గణిత అభ్యసనానికి ఎలాంటి ఇబ్బంది ఉండదు.

ముఖ్యంగా ప్రాథమిక స్థాయిలో ప్రశ్నోత్తర పద్ధతి ద్వారానే అభ్యసనం కొనసాగుతుంది. తరగతి గదిలో ఉపాధ్యాయుడు పిల్లల్ని "ఇలాంటి ఆకారాలను ఏమని పిలుస్తారు", "అవి ఇతర ఆకారాలతో ఎలాంటి తేడాలు కల్గిఉన్నాయి" అనే ప్రశ్నలు

అడిగినప్పుడు మరియు సమస్యలు సాధించడంలో "మీరు ఎలా సాధించారు", "ఆ పట్టికలోనే ఎందుకు సాధించారు లాంటి ప్రశ్నల ద్వారా (మౌఖికంగా) పిల్లలలో గణితపరమైన సమస్యాసాధన నైపుణ్యాలు పెంపొందించడానికి ప్రయత్నిస్తారు. ప్రతి ఉపాధ్యాయుడు కూడా తనకంటూ ఒక ప్రత్యేకమైన బోధనాపద్ధతులను అవలంభిస్తాడు. ఏ ఏ సందర్భాలలో ఏ ఏ వ్యూహాలు అమలుపర్చాలో, అనుసరించాలో ముందుగా ప్రణాళిక చేసుకొని ఈ ప్రణాళిక ప్రకారం బోధనకు ఉపక్రమిస్తారు. అయితే తాము ఎంచుకొన్న ప్రణాళిక, పద్ధతులు ఒక్కోసారి అనుకున్న లక్ష్యాలు సాధించవచ్చు, లేకపోవచ్చు. ఐతే మనం ప్రాథమిక స్థాయిలో గణితాన్ని బోధించడానికి పిల్లల్ని అర్థం చేసుకొంటే, వారిని అవగాహన పరుచుకుంటే, వారి యొక్క అనుభవాలను పరిగణలోకి తీసుకొంటే వారిని అభ్యసింపజేయడం పెద్ద కష్టమైన పనేమీకాదు. ఈ అధ్యాయంలో మనం వాటి గురించి చర్చిద్దాం!

ప్రాథమిక స్థాయిలో గణితం ఎలా బోధించాలి?

ఒక ఉపాధ్యాయుడు ఒక 5వ తరగతిలో కూడికలు భావన బోధిస్తున్నారు. అతడు కూడికలు భావనను నల్లబల్లపై వివరించి, తర్వాత ఒక లెక్కను సాధించే విధానాన్ని వివరించిన తర్వాత, పాఠ్యపుస్తకంలోని మిగిలిన లెక్కలను ఇంటిపనిగా చేసుకొని రమ్మన్నాడు. తర్వాత రోజు ఆ తరగతిలోని చాలా మంది పిల్లలు లెక్కలను తప్పుగా చేసుకొని వచ్చారులేదా అసలే చేయలేదు. ఆ ఉపాధ్యాయుడు "నేనైతే బాగానే బోధించానుకదా! వీళ్ళకు ఎందుకు అర్థం కాలేదు" అని ఆలోచించాడు.

"ఉపాధ్యాయుడు బాగా బోధించినా, పిల్లలు లెక్కలను ఎందుకు చేయలేకపోయాడు?"

ఈ సందర్భంలో ఉపాధ్యాయుడు బోధించడానికి ఎంత ఉత్సాహంగా, కుతూహలంగా ఉన్నా, పిల్లలకు అవసరమైన రీతిలో 'మార్గదర్శనం' జరగలేదన్నమాట. మనం సాధారణంగా "పిల్లలకు ఏమీ తెలియదు? వారికి మనం ఒక కొత్త విషయాన్ని బోధిస్తున్నాం' అని అనుకుంటూ ఉంటాం. వారి పూర్వ భావనలు, వారి సహజ సామర్థ్యాలను తరగతి గదిలో పూర్తిగా వినియోగించుట లేదు. పిల్లలకు ఒక విషయాన్ని నేర్పే సమయంలో ఒక "బోధకుడి" నుండి మనం ఒక "మార్గదర్శి" లా మారితే ఫలితాలు భిన్నంగా ఉంటాయి.

ఒక తరగతి గదిలో ఒక ఉపాధ్యాయుడు $\begin{array}{r} 18 \\ +\ 5 \\ \hline \end{array}$ ను సాధించమన్నాడు.

దానిని ఒక విద్యార్థి ఇలా సాధించాడు.

$$\begin{array}{r} 3 \\ 18 \\ +\ 5 \\ \hline 41 \\ \hline \end{array}$$

8 + 5 = 13 13లో 3ను Carryగా తీసికొని 1 పైన రాసాడు. 1ని జవాబు స్థానంలో రాసాడు. 1ని, Carryగా ఉన్న 3ను తీసుకొని 3 + 1 = 4 అని రాసాడు.

ఆ విద్యార్థిని ఉపాధ్యాయుడు "నీ దగ్గర 18 గోళీలున్నాయి. తర్వాత 5 గోళీలు గెలుచుకున్నావు. ఇప్పుడు నీ దగ్గర ఎన్ని గోళీలుంటాయి" అని అడిగినప్పుడు ఆ విద్యార్థి 19, 20, 21, 22, 23 అని వేళ్ళలో లెక్కించి 23 అని జవాబు చెప్పినాడు.

పైన సంజ్ఞల రూపంలో చేసిన లెక్కలో ఆ విద్యార్థికి ఎక్కడ అవగాహనా లోపం ఉన్నట్లు? అతనికి 'కూడిక' ప్రక్రియపై అవగాహన లేదని చెప్పగలమా? ఆ విద్యార్థికి కూడిక ప్రక్రియపై పూర్తి అవగాహన ఉంది. కాని అతడికి 'స్థానవిలువ'లు మరియు "స్థాన విలువల ఆధారంగా కూడిక సమస్యల సాధన" లపై ఉన్న భావనలలో లోపాలున్నాయి.

విద్యార్థి యొక్క పూర్వభావనలను ఉపాధ్యాయుడు పట్టించుకోకపోతే, ఈ లోపాలు అతనిలో కొనసాగుతూనే ఉంటాయి.

అనుసంధానాలు చేయడం

మనం ఇంతకుముందే చర్చించినట్లు గణిత అభ్యసనంలో మరియు అందులో సమస్యాసాధన అభ్యసనంలో ఫలితం సాధించడంలో "పద్ధతి"కి ప్రాధాన్యం ముఖ్యం కాని "ఫలితం"నకు కాదు.

© SCERT not to be republished

ఒక విద్యార్థి పాఠ్యపుస్తకంలోని అన్ని సమస్యలను తప్పులు లేకుండా సాధిస్తే, గణిత అభ్యసనం జరిగినట్లేనా?

ఆ విద్యార్థి పాఠ్యపుస్తకంలోని ప్రతి సమస్యను సాధించగలిగి, నిజజీవితంలోని ఒక గుణకార సమస్యను సాధించలేకపోతే కూడా ఆ విద్యార్థి గణితంలో ఆ స్థాయికి తెలివైనవాడేనా?

గణిత సమస్యాసాధనలో పరిశీలన, ప్రశ్నించేతత్వం, exploration మరియు తర్కంను తెలుసుకోవడం (కనుక్కోవడం) వంటి లక్షణాలను విద్యార్థులలో పెంపొందించాలి. పిల్లలు అడిగే చిన్న ప్రశ్నలైనా, పెద్ద ప్రశ్నలైనా వారిని నిరుత్సాహపరచకుండా, ఆ తత్వాన్ని మన ఆయుధాలుగా మలచుకోవాలి.

ఉదాహరణకు ఒక ఉపాధ్యాయుడు 2 × 76 ను సాధించమన్నప్పుడు ఒక అమ్మాయి 432 అని సాధించింది. అప్పుడు ఆ అమ్మాయిని ఉపాధ్యాయుడు మళ్లీ పరిశీలించి చేయమన్నాడు. అయినా ఆ అమ్మాయి 432 అనే జవాబు రాసింది.

అప్పుడు ఆ ఉపాధ్యాయుడు

2 × 60

2 × 70

2 × 75

2 × 80

2 × 90

2 × 100

2 × 200

సమస్యలను సాదించమన్నాడు. దాన్ని ఆ అమ్మాయి

2 × 60 = 120

2 × 70 = 140

2 × 75 = 150

2 × 80 = 160

2 × 90 = 180

2 × 100 = 200

2 × 200 = 400

అని గమనించిన వెంటనే "సార్! తప్పుచేసాను. మళ్లీ చేస్తాను" అని 2 × 76ను మరియొక సారి సాధించి 152 జవాబును సరిచేసింది. ఇక్కడ ఉపాధ్యాయుడు

- ఆ అమ్మాయి లెక్కతప్పుచేసిన వెంటనే సరియైన జవాబు చెప్పలేదు.
- ఆ అమ్మాయికి నేరుగా తప్పుచేసిన విషయం చెప్పలేదు.

© SCERT not to be republished

- ఆ అమ్మాయిని 'నీవు మొద్దు' "నీకు లెక్కలు రానేరావు" అని నిరుత్సాహపరచలేదు.
- ఆ అమ్మాయిని "లెక్క తప్పుచేసినావు" అని సరిచేయమని భయపెట్టలేదు.
- ఆ అమ్మాయి తప్పు ఎలా చేసిందో మొత్తం తరగతిలో హేళన చేయలేదు.

ఆ ఉపాధ్యాయుడు

- మొదట ఆమెతో లెక్కను పరిశీలించి సరిగాచేసినావా? సరిచూడు అని ప్రేమతో అడిగినాడు.
- ఆ అమ్మాయి తప్పు ఎందుకు చేసిందో ఆలోచించినాడు.
- ఆ అమ్మాయి చేసిన తప్పును స్వయంగా తెలిపే పద్ధతిని గురించి ఆలోచించాడు.
- చాలా ఓపికతో, ఆ అమ్మాయి చేసిన తప్పును సరిదిద్దుకొనేవరకు వేచిచూసాడు.
- ఆ అమ్మాయినే ఇచ్చిన వరసను పరిశీలించి, ఆలోచించి, క్రమాన్ని గుర్తించి క్రమంలోని అనుసంధానాన్ని గుర్తించి, తన తప్పును తానే తెలుసుకొనేలా ప్రోత్సహించాడు.

గణిత అభ్యసనంలో క్రమాలకు చాలా ప్రాముఖ్యత ఉంది. ఉపాధ్యాయుడు గణిత బోధనలో పిల్లలచే క్రమాలను "పరిశీలింపచేసి", వాటి గురించి "ఆలోచించి" క్రమాలలోని "తర్కాన్ని" గుర్తించి "సాధారణీకరించేలా" ప్రోత్సహించాలి. వారు తనదైన శైలిలో నిర్వచనాలు చేయగలిగేలా చూడాలి. వారిని ఆలోచింపచేసేలా చూడాలి.

- మొదట భౌతికంగా కనిపించే వస్తువులతో వివిధ అనుభవాలను ఏర్పరచడం.
- ఆ అనుభవాలను వారి సొంతమాటలలో వ్యక్తపరచడం.

కాని మనం మరియొక ముఖ్య విషయాన్ని దృష్టిలో ఉంచుకోవాలి గణిత భాషలోని సంజ్ఞలు, పదాల వినియోగం విద్యార్థికి అవగాహన కావాలి.

దీనికికూడా ఒక క్రమం ప్రతిపాదించబడింది.

- మొదట భౌతికంగా కనిపించే వస్తువులతో వివిధ అనుభవాలను ఏర్పరచడం.
- ఆ అనుభవాలను వారి సొంత మాటలలో వ్యక్తపరచడం.
- ఆ వ్యక్తపరిచిన లేదా వివరించిన దానిని బొమ్మల రూపంలో చూపడం.
- వాటిని సాధారణీకరించి సంజ్ఞలు, పదాలు, జ్యామితీయ పటాలు మొదలగు వాటి రూపంలో పరిచయం చేయడం.

పైన వివిధ అంశాలను చర్చించడం ద్వారా "ప్రాథమిక స్థాయిలో గణితం బోధన ఎలా ఉండాలి" అని అవగాహన చేసుకోవడానికి ప్రయత్నించాం. ఈ అవగాహనను పాఠ్యపుస్తక బోధనలో ఉపయోగించుకోడానికి కింది అంశాలను చర్చిద్దాం.

- ✦ భిన్నాల భావనలు అవగాహన చేసుకోవడంలో పిల్లలు చేసే తప్పులు ఏమి? వాటిని మీరెలా సవరిస్తారు?
- ✦ పాఠ్యపుస్తకంలో సమయాన్ని am, pm లలో ఎలా అవగాహన చేసుకొంటారని ఇవ్వబడింది. దానికి వాడిన అనుసంధానాలు ఏమిటి?

© SCERT not to be republished

f) ఆగమన - నిగమన పద్ధతులు

పిల్లల్లో అంతర్గతంగా ఎన్నో రకాల శక్తులు, సామర్థ్యాలు దాగి ఉంటాయి. అందరు విద్యార్థులు ఒకే విధంగా నేర్చుకొంటారు అనేది నిజముకాదు. ఒక్కొక్క విద్యార్థి తనదైన శైలిలో అభ్యసిస్తారు. కాబట్టి ప్రతి ఉపాధ్యాయుడు కూడ విద్యార్థులకు సమర్థవంతముగా బోధన జరపుటకు వివిధ రకాలైన బోధనా పద్ధతుల గురించి తెలుసుకోవలసిన అవసరం ఎంతైనా ఉంది. గణితపరంగా వాటిలో ముఖ్యమైనది ఆగమన, నిగమన మరియు వీటి మిశ్రమము. సరైన బోధనా పద్ధతుల్లో బోధించడము వల్ల విద్యార్థులలో ఆశించిన సామర్థ్యాలను పెంపొందించవచ్చు.

ఆగమన - నిగమన పద్ధతి :

గణితం స్వయం పరిపుష్టి కావడానికై 'ఆగమన' తార్కిక చింతనలను వాడుతుంది. కొన్ని పరిశీలనలు, అనుభవాలతో గమనించిన ఆవర్తన క్రమాలను (Patterns) సాధారణీకరించి, కొన్ని ప్రవచనాలను రూపొందించడాన్ని "ఆగమన చింతన" అంటారు. ఈ విధంగా ఆగమన సాధారణీకరణం అనేది ప్రత్యక్షంగా పరిశీలించి చూడదగ్గ ప్రవచనాల సంగ్రహమే.

గణితం ఆగమన చింతనా విధానానికొక ఉదాహరణ :

కింది భాగాహారాలను పరిశీలించండి.

2) 2 (1	2) 4 (2	2) 6 (3	2) 8 (4
2	4	6	8
0	0	0	0

పై భాగాహారాలను పరిశీలించినప్పుడు అవి అన్నియూ కూడా 2చే నిశ్శేషంగా భాగించబడుతున్నాయి అని చెప్పవచ్చు.

ఇలా 2చే నిశ్శేషంగా భాగించబడే సంఖ్యలు అన్నింటిని కూడా సరిసంఖ్యలు అంటాం.

కావున 2, 4, 6, 8 సరిసంఖ్యలు.

వీటి క్రమాన్ని పరిశీలించినప్పుడు 2కు 2 కలిపితే 4, 4కు 2 కలిపితే 6, 6కు 2 కలిపితే 8 వస్తున్నాయి. అలాగే 8క 2 కలిపితే 10 వస్తుంది. మరి 10 కూడా సరి సంఖ్యయేనా? భాగించి చూద్దాం?

2) 10 (5
10
0

కావున 10 కూడా సరిసంఖ్యనే.

కావున 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, ... సరిసంఖ్యలు.

సరిసంఖ్యలన్నియూ 2చే నిశ్శేషంగా భాగించబడుతాయి.

పై ఉదాహరణల నుండి "సరిసంఖ్యలన్నియూ 2చే నిశ్శేషంగా భాగించబడుతాయి" అనే సాధారణీకరణ (Generalisation) చేయవచ్చు. అనగా ఆగమన పద్ధతిలో కొన్ని ప్రత్యేక ఉదాహరణల నుండి సాధారణీకరణం వైపుకు వెళతాము. సాధారణీకరణం అనేది ప్రత్యేక ప్రయోగాలు, ప్రత్యేక అభ్యసనంపైన ఆధారపడి ఉంటుంది.

© SCERT not to be republished

గణితంలో నిజ నిర్ధారణ నిగమన చింతన ద్వారా జరుగుతుంది. ఒక పరికల్పన యొక్క నిజ నిర్ధారణ, ఇంతకు ముందే నిరూపింపబడిన ఒక సిద్ధాంతాన్నిగాని, నిరూపణ అవసరంలేని స్వీకృతాలు (axioums (or) postulates) అంటే సహజ జ్ఞానము అనుభవంతో తెలుసుకున్న నిజాలు. ఉదాహరణకు రెండు సరిసంఖ్యల లబ్ధము ఎప్పుడూ సరిసంఖ్యే అవుతుంది అనేదానికి ప్రత్యేక నిరూపణ అవసరం లేదు. దీని ఆధారంగా తర్కాన్నుపయోగించి (ఆగమన మరియు నిగమన) రుజువు చేస్తారు. నిగమన చింతనలో సాధారణీకరణ నుండి ప్రత్యేక ఉదాహరణలవైపు వెళతాము.

గణితంలో నిగమన చింతనకు ఉదాహరణ :

పరికల్పన : రెండు సరిసంఖ్యల లబ్దము ఎప్పుడూ సరిసంఖ్యే అవుతుంది.

నిజనిర్ధారణ : రెండు సంఖ్యలూ సరిసంఖ్యలే కాబట్టి అవి రెండూ 2 చే నిశ్శేషంగా భాగించబడతాయి. (సరిసంఖ్య నిర్వచనాన్ననుసరించి) అందువల్ల, ఆ సంఖ్యలను 2m మరియు 2n గా రాయవచ్చు.

2m, 2n ల లబ్ధం $2m \times 2n = 4mn$

ఈ లబ్ధం $4mn = 2\ (2mn)$. ఇది 2 చే నిశ్శేషంగా భాగించబడుతుంది. కాబట్టి ఇది సరిసంఖ్య అందువల్ల రెండు సరి సంఖ్యల లబ్దం ఎప్పుడూ సరిసంఖ్యే.

వాస్తవానికి గణితం, ఈ విధంగా ఆగమన, నిగమన చింతనల పరస్పర సహకారంతో అభివృద్ధి చెందుతుంది. మనం ఒక దృగ్విషయాన్ని పరిశీలించి, దానిలో ఒక ఆవర్తన క్రమాన్ని గుర్తించి, ఆగమన చింతన ద్వారా ఒక సాధారణీకరణచేసి, వాటిని బట్టి ఒక పరికల్పన చేస్తాం. అప్పుడు దానిని నిరూపించడానికి, అందుబాటులో ఉన్న జ్ఞానాన్ని ఆధారం చేసుకొని నిగమన చింతన చేస్తాం. అందువల్ల గణితం అభివృద్ధి చెందాలంటే పొందిన జ్ఞానాన్ని వ్యవస్థీకరించి, అందులోని అంశాలను ఒకదానితో మరొకటి సంధానం చేసి, పాఠశాల స్థాయి నుండి, పరిశోధనా స్థాయి వరకు విద్యార్థులకు అందించాలి.

ఆగమన, నిగమన చింతనల మధ్య వ్యత్యాసం, విజ్ఞానశాస్త్రానికి, గణితానికి మధ్య ఉన్న సున్నితమైన భేదాన్ని తెలియజేస్తుంది. గణితం నిగమన చింతనపై ఆధారపడితే, విజ్ఞాన శాస్త్రం ఆగమన చింతన పద్ధతిపై ఆధారపడుతుంది. విజ్ఞాన శాస్త్రములో ఒక్క నమూనా తయారీలో తప్ప గణితంలోలాగా విజ్ఞాన శాస్త్రంలో ఒక ప్రవచనాన్నిగాని, ఒక నమూనానుగాని నిరూపించలేము. విజ్ఞానశాస్త్రంలో మహాఅయితే, మనకు తెలిసిన అన్ని దృగ్విషయాలతోనూ ఈ ప్రపంచం ఏకీభవిస్తుంది మరియు ఉదాహరణగా నిలుస్తుంది అని మాత్రం చెప్పగలం. అయినప్పటికీ, విజ్ఞానశాస్త్రం అభివృద్ధికి గణిత ప్రక్రియలు అత్యావశ్యకమని చెప్పవచ్చు.

> పాఠశాలలో గణితం యొక్క సంకుచితమైన ఉద్దేశ్యం (Narrow aim) ఏమిటంటే, విద్యార్థులు సంఖ్యలు, సంఖ్యలతో గణిత ప్రక్రియలు, కొలతలు, దశాంశాలు, శాతాలు మొదలయిన సంఖ్యా పరిజ్ఞానాన్ని పెంపొందించుకోవాలి. దాని ఉన్నత ఉద్దేశ్యం ఏమిటంటే, విద్యార్థులలో గణిత పరంగా ఆలోచించి, చింతన చేయడానికి అవసరమైన వనరులను పెంపొందించడం, వారు తాము ఊహించిన విషయాల నుండి (assumptions) తార్కిక నిర్ణయాల (Logiacl conclussions) వరకు అన్వేషణ కొనసాగించగల్గేలా చేయటం మరియు అమూర్త భావనలను అర్థం చేసుకొని సమర్థవంతంగా వాడగల్గడం.
>
> – NCF 2005

©SCERT not to be republished

c) కృత్యపత్రం

1. దైనందిన జీవితం గణితంతో ముడిపడి ఉంటుంది. అవును / కాదు
2. బడిలో చేరేటప్పటికే పిల్లలకు కొన్ని సామర్థ్యాలు ఉంటాయి. అవును / కాదు
3. నిజ జీవిత / దైనందిన అనుభవాలు తరగతి గదిలో గణిత బోధనకు ఉపయోగపడవు. అవును / కాదు
4. ప్రాథమిక స్థాయిలో గణితబోధన మూర్త వస్తువులను ఉపయోగిస్తే ప్రభావవంతంగా ఉంటుంది. అవును / కాదు
5. గణిత భావనల నిర్మాణానికి సరైన టి. ఎల్. ఎమ్. అవసరము. అవును / కాదు
6. ఆగమన; నిగమన పద్ధతుల కలయికనే గణితము. అవును / కాదు
7. గణితం అనేది ఒక దాని కొకటి సంబంధంలేని కొన్ని అమూర్త భావనల మిశ్రమం. అవును / కాదు
8. గణితంలో నేర్చుకున్న భావనలు ఇతర విభాగాలలో వినియోగపడుతాయి. అవును / కాదు

0. గణితాభ్యసనం వల్ల పిల్లల్లో తార్కిక చింతన, విశ్లేషణా నైపుణ్యం పెరుగుతాయి. అవును / కాదు

10. పిల్లలందరూ గణితం నేర్చుకోగలరనే విషయాన్ని ప్రతీ ఉపాధ్యాయుడు నమ్మాలి. అవును / కాదు
11. గణితంలో అంచనా వేసే సామర్థ్యంను పిల్లల్లో పెంపొందించాల్సిన అవసరం లేదు. అవును / కాదు
12. గణితంలో వ్యక్తిగత / జట్టు కృత్యాలకు ప్రాధాన్యత ఇవ్వాల్సిన అవసరం లేదు. అవును / కాదు
13. పిల్లలు స్వయంగా నేర్చుకోడమే గాక ఇతర పిల్లలతో కృత్యాలలో పాల్గొనడం ద్వారా (Interactions) కూడ నేర్చుకుంటారు. అవును / కాదు
14. బోధనాభ్యసన సామాగ్రి లేదా బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలను రూపొందించడంలో పిల్లల నిజ జీవిత అనుభవాలను దృష్టిలో ఉంచుకోవాలి. అవును / కాదు
15. గణిత బోధనకు సంకుచితమైన ఉద్దేశ్యం ఉండాలి. అవును / కాదు
16. గణిత ప్రాజెక్టులు, "అన్వేషణ"ను ప్రోత్సహించే విధంగా ఉండాలి. అవును / కాదు
17. గణిత బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలో భాగంగా నిరంతర సమగ్ర మూల్యాంకనం చేయాలి. అవును / కాదు

©SCERT not to be republished