4 સમીકરણ (Equation)

❖ **રમત :**

આરતી : હું તો જાદુગર બની ગઈ છું.

વિપુલ : હેં...? કેવી રીતે ?

આરતી : ચાલ હું તને મારો જાદુ બતાવું.

વિપુલ : હા...હા.

આરતી : હું કહું એમ તું કરતો જજે.
સૌપ્રથમ 1થી 9 સુધીની સંખ્યામાંથી કોઈ પણ એક અંક ધાર.

વિપુલ : હા, ધારી લીધો.

આરતી : હવે, તે સંખ્યાનો 8 વડે ગુણાકાર કર.

વિપુલ : હા, ગુણ્યા.

આરતી : જવાબનો 17 વડે ગુણાકાર કર.

વિપુલ : હા, ગુણ્યા.

આરતી : તેનો 8 વડે ગુણાકાર કર.

વિપુલ : હા, 8 વડે ગુણ્યા.

આરતી : તેમાં મૂળ સંખ્યા ઉમેર.

વિપુલ : ઉમેરી દીધી.

આરતી : જવાબમાં કોઈ પણ એક અંક અને તે કયા સ્થાને છે તે કહે.

વિપુલ : મારા જવાબમાં 3 એ સોના સ્થાને છે.

આરતી : હં... તારો જવાબ 4356 છે.

વિપુલ : અરે વાહ ! તેં કેવી રીતે જાણ્યું ? તું સાચે જ જાદુગર નીકળી.

યાદ કરીએ

1. જો $\Delta = 50$, $\square = 100$ અને $\star = 1000$ હોય, તો નીચેની બાબતો વિશે વિચારીને જવાબ લખો :

(1) $\Delta + \square$ = ________ (6) ________ + ________ = 150

(2) $\Delta \times \star$ = ________ (7) ________ – ________ = 800

(3) $2\Delta + \square$ = ________ (8) ________ – ________ = 500

(4) $3\star - \square$ = ________ (9) ________ + ________ = 500

(5) $5\square - 2\Delta$ = ________ (10) ________ + ________ + ________ = 1550

2. નીચેની વિગતોને ગાણિતિક સંકેતમાં (સાંકેતિક સ્વરૂપમાં) લખો :

(1) કોઈ એક સંખ્યામાં પાંચ ઉમેરતાં ________

(2) કોઈ એક સંખ્યામાંથી પાંચ બાદ કરતાં ________

(3) કોઈ એક સંખ્યાને ત્રણ વડે ગુણતાં ________

(4) કોઈ એક સંખ્યાને બે વડે ભાગતાં ________

(5) કોઈ એક સંખ્યામાંથી પાંચ બાદ કરતાં 20 મળે છે ________

(6) દસમાંથી x બાદ કરતાં 4 મળે છે. ________

(7) અમુક સંખ્યાને પાંચ વડે ગુણતાં 20 મળે છે. ________

(8) અમુક સંખ્યામાં 3 ઉમેરતાં 15 મળે છે. ________

3. ચલની આપેલી કિંમતો માટે જવાબ લખો :

(1) જો $x = 5$ હોય, તો $x + 15$ = ________

(2) જો $p = 10$ હોય, તો $p - 10$ = ________

(3) જો $a = 15$ હોય, તો $3a + 7$ = ________

(4) જો $m = 17$ હોય, તો $m -$ ________ = 7

❖ નવું શીખીએ :

ક્રમ	ગાણિતિક વિધાન	સાંકેતિક સ્વરૂપ	સાંકેતિક સ્વરૂપ : =, ≠, >, < પૈકી આવેલ ચિહ્ન
(1)	કોઈ એક સંખ્યામાં છ ઉમેરતાં 12 થાય છે.	$x + 6 = 12$	______
(2)	કોઈ એક સંખ્યાનાં ત્રણ ગણાંમાંથી પાંચ બાદ કરતાં 13 મળે છે.	$3a - 5 = 13$	______
(3)	x નાં પાંચ ગણાં 10 થાય છે.	$5x = 10$	______
(4)	m નાં બમણાંમાંથી 5 બાદ કરતાં મળતું પરિણામ 10થી વધારે છે.	$2m - 5 > 10$	______
(5)	કોઈ સંખ્યાનાં પાંચ ગણાંમાંથી 7 બાદ કરતાં મળતું પરિણામ શૂન્ય નથી.	$5y - 7 \neq 0$	______
(6)	y ના દસ ગણાંમાં 5 ઉમેરતાં મળતું પરિણામ 30 થી નાનું છે.	$10y + 5 < 30$	______

ઉપરના કોષ્ટકમાં આપેલા ગાણિતિક વિધાનો અને તેના સાંકેતિક સ્વરૂપનો અભ્યાસ કરતાં માલૂમ પડે છે કે ક્રમ (1), (2) અને (3) માં સાંકેતિક સ્વરૂપમાં '='નું ચિહ્ન વપરાય છે.

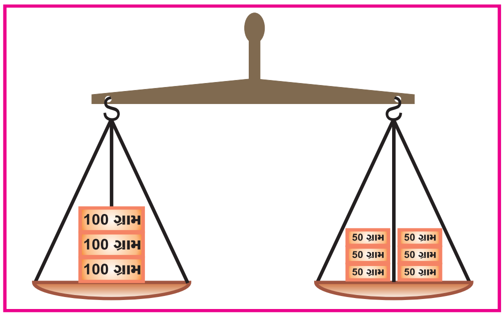
'='નું ચિહ્ન તેની ડાબી બાજુની વિગતો અને જમણી બાજુની વિગતો વચ્ચેનું સરખાપણું એટલે કે સમાનતા અથવા સમતા દર્શાવે છે.

આમ, **'સમતા દર્શાવતા ગાણિતિક વિધાનના સાંકેતિક સ્વરૂપને સમીકરણ કહેવાય.'**

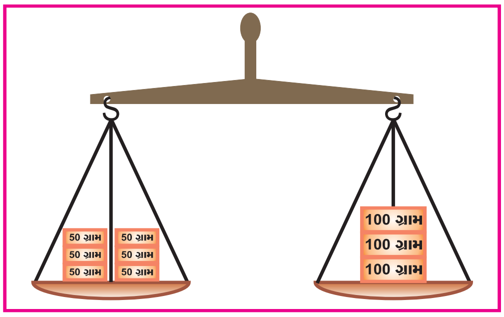
ક્રમ (1), (2) અને (3) માં '='નું ચિહ્ન છે, તેથી તે સમીકરણ છે. પરંતુ ક્રમ (4), (5) અને (6) માં '=' ચિહ્ન નથી, તેથી તે સમીકરણ નથી.

❖ સમતાના ગુણધર્મો

(1) સમતાના ગુણધર્મો સમજવા નીચેની પ્રવૃત્તિ કરો :



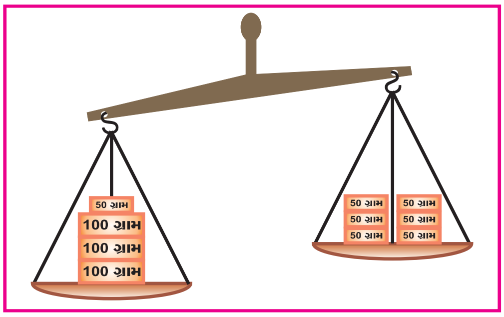
$3(100) = 6(50)$

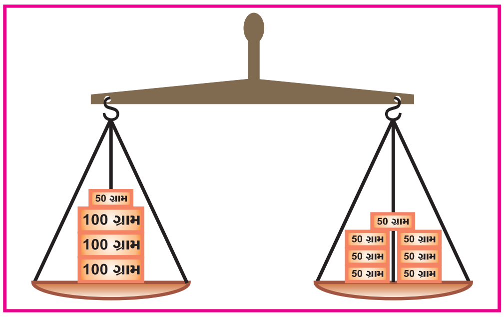


$6(50) = 3(100)$

અહીં ચિત્રમાં બને પલ્લાં સંતુલનમાં છે. ચિત્રમાં બંને પલ્લાંનું સ્થાન અદલબદલ કરતાં સંતુલન જળવાય છે.

(2)

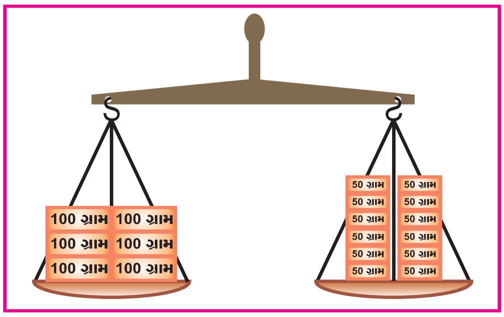




$3(100) + 50 = 6(50) + ...$

અહીં ચિત્રમાં ઉપરના ચિત્રમાંના પ્રથમ પલ્લામાં 50 ગ્રામનું વજન વધારે મૂકવામાં આવ્યું છે, તો બીજા પલ્લામાં પણ 50 ગ્રામનું વજન મૂકવાથી બંને પલ્લાંનું સંતુલન જળવાય છે.

(3)



અહીં ચિત્રમાં ઉપરના ચિત્રમાંના પ્રથમ પલ્લામાં $3(100)$નાં બે જૂથ લેવામાં આવેલ છે, તો બીજા પલ્લામાં પણ $6(50)$નાં બે જૂથ લેતાં સંતુલન જળવાય છે.

$2[3(100)] = 2[6(50)]$

આમ, આ પ્રવૃત્તિ પરથી સમજાય છે કે,

પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ a, b અને c માટે,

(1) જો $a = b$, તો $b = a$ (બાજુઓ બદલવાથી સમતા જળવાય છે.)

(2) જો $a = b$, તો $a + c = b + c$ (બંને બાજુ એકસરખી સંખ્યા ઉમેરતાં સમતા જળવાય છે.)

(3) જો $a = b$, તો $ac = bc$ (બંને બાજુ એક સરખી સંખ્યા વડે ગુણવાથી સમતા જળવાય છે.)

❖ સમીકરણનો ઉકેલ :

આપેલ બહુપદીમાં ચલની કિંમત મૂકીને બહુપદીનું મૂલ્ય શોધતાં આપણે અગાઉ શીખી ગયાં છીએ. તેવી જ રીતે સમીકરણમાં પણ ચલની કિંમત મૂકીને સમીકરણની સમતા જળવાય છે કે નહિ તે નક્કી કરી શકાય છે. દા. ત., $x + 5 = 15$ માં $x = 2$ લેતાં, ડા.બા. $x + 5 = 2 + 5 = 7$, પરંતુ જ. બા. $= 15$ છે, તેથી $x + 5 = 15$માં $x = 2$ લેતાં સમીકરણની સમતા જળવાતી નથી.

હવે, નીચેના કોષ્ટકમાં આપેલ સમીકરણમાં ચલની આપેલી કિંમતો મૂકીને ચકાસો કે સમીકરણની સમતા જળવાય છે ?

સમીકરણ	ચલની કિંમત	સમીકરણની સમતા જળવાય છે ? હા / ના
$x + 15 = 25$	$x = 1$	________
$p + 37 = 50$	$p = 15$	________
$2y + 10 = 30$	$y = 20$	________
$z - 15 = 25$	$z = 40$	________
$10 - 3b = 1$	$b = (-4)$	________
$3a + 5 = 23$	$a = 6$	________

હવે નીચે આપેલ સમીકરણ માટે ચલ x ની આપેલી જુદી-જુદી કિંમતો પૈકી કઈ કિંમત માટે સમીકરણની સમતા જળવાય છે ?

સમીકરણ	ચલની કિંમત	સમીકરણની સમતા જળવાય છે ? હા / ના
$2x + 7 = 17$	$x = (-2)$	________
$2x + 7 = 17$	$x = (-5)$	________
$2x + 7 = 17$	$x = 2$	________
$2x + 7 = 17$	$x = 3$	________
$2x + 7 = 17$	$x = 5$	________
$2x + 7 = 17$	$x = 6$	________
$2x + 7 = 17$	$x = 7$	________
$2x + 7 = 17$	$x = 8$	________
$2x + 7 = 17$	$x = 9$	________

આ કોષ્ટક પૂર્ણ કર્યા પછી જણાશે કે, સમીકરણ $2x + 7 = 17$ માં $x = 5$ મૂકતાં સમીકરણની સમતા જળવાય છે. x ની અન્ય કોઈ કિંમત મૂકવાથી સમીકરણની સમતા જળવાતી નથી.

આમ, **સમીકરણમાં ચલના સ્થાને જે કિંમત મૂકવાથી સમીકરણની બંને બાજુનાં પરિણામ (મૂલ્ય) સરખાં થાય એટલે કે સમીકરણની સમતા જળવાય તે કિંમતને આપેલ સમીકરણનો ઉકેલ કહે છે. સમીકરણના ઉકેલને સમીકરણનું બીજ પણ કહેવાય છે.**

સમીકરણનો ઉકેલ શોધવા માટે ઉપરની પ્રયત્ન અને ભૂલની રીત પ્રમાણે ચલની એક પછી એક કિંમત મૂકતા જઈએ, તો ઉકેલ ઝડપથી મળતો નથી વળી, કંટાળાજનક લાંબી ગણતરી કરવી પડે છે. તેથી સમતાના ગુણધર્મોનો ઉપયોગ કરીને ઉકેલ શોધીએ, તો ઝડપથી ઉકેલ મેળવી શકાય છે.

હવેથી આપણે સમતાના ગુણધર્મોનો ઉપયોગ કરીને સમીકરણનો ઉકેલ મેળવીશું.

ઉદાહરણ 1 : સમીકરણ ઉકેલો : $x + 7 = 10$

ઉકેલ : $x + 7 = 10$

$\therefore \quad x + 7 + (-7) = 10 + (-7)$ (બંને બાજુ 7ની વિરોધી સંખ્યા (–7) ઉમેરતાં)

$\therefore \quad x + 0 = 10 - 7$

$\therefore \quad x = 3$ આમ, $x = 3$ એ આપેલ સમીકરણનો ઉકેલ છે.

આને ટૂંકમાં આમ પણ લખાય.

$\therefore x + 7 = 10$

$\therefore x = 10 - 7$

$\therefore x = 3$

ઉકેલ : $x = 3$

ઉદાહરણ 2 : સમીકરણનો ઉકેલ શોધો : $y - 3 = (-2)$

ઉકેલ : $y - 3 = (-2)$

$\therefore y - 3 + 3 = (-2) + 3$ (બંને બાજુ (–3)ની વિરોધી સંખ્યા ઉમેરતાં)

$\therefore y + 0 = 1$

$\therefore y = 1$

> $y - 3$ માં માત્ર 3 ને ધ્યાનમાં ન લેતાં આગળના '–' ચિહ્નને પણ ધ્યાનમાં લેવું પડે. તેથી –3 એટલે કે (–3) ગણાય.

[તાળો મેળવવો : ઉકેલ સાચો છે કે નહિ તે ચકાસવું]

(ડાબી બાજુએ ચલની કિંમત (ઉકેલ) મૂકીએ.)

ડા. બા. $= y - 3$

$= 1 - 3$

$= -2$

= જ. બા.

તેથી $y = 1$ ઉકેલ આપેલ સમીકરણ માટે સાચો છે.

ઉદાહરણ 3 : સમીકરણનો ઉકેલ શોધો : $5 + a = 17$

ઉકેલ : $5 + a = 17$

$\therefore 5 + (-5) + a = 17 + (-5)$ (બંને બાજુ 5ની વિરોધી સંખ્યા (–5) ઉમેરતાં)

$\therefore 0 + a = 17 - 5$

$\therefore a = 12$

આપેલ સમીકરણનો ઉકેલ $a = 12$ છે.

આને આમ પણ લખાય.

$5 + a = 17$

$\therefore a = 17 - 5$

$\therefore a = 12$

ઉકેલ : $a = 12$

ઉદાહરણ 4 : સમીકરણનું બીજ શોધો : $3x = 15$

ઉકેલ : $3x = 15$

$\therefore \quad 3x \times \frac{1}{3} = 15 \times \frac{1}{3}$ (બંને બાજુ 3 ના વ્યસ્ત $\frac{1}{3}$ વડે ગુણતાં)

$\therefore \quad x = 5$

આમ, આપેલ સમીકરણનું બીજ $x = 5$ છે.

ઉદાહરણ 5 : સમીકરણનો ઉકેલ મેળવો : $5b - 45 = 0$

ઉકેલ : $5b - 45 = 0$

$\therefore \quad 5b - 45 + 45 = 0 + 45$ (બંને બાજુ (–45) વિરોધી સંખ્યા 45 ઉમેરતાં)

$\therefore \quad 5b = 45$

$\therefore \quad 5b \times \frac{1}{5} = 45 \times \frac{1}{5}$ (બંને બાજુ 5ની વ્યસ્ત સંખ્યા $\frac{1}{5}$ વડે ગુણતાં)

$\therefore \quad b = 9$

ઉકેલ : $b = 9$

ઉદાહરણ 6 : સમીકરણ ઉકેલો : $\frac{x}{5} = 4$

ઉકેલ : $\frac{x}{5} = 4$

$\therefore \quad \frac{x}{5} \times 5 = 4 \times 5$ (બંને બાજુ $\frac{1}{5}$ના વ્યસ્ત 5 વડે ગુણતાં)

$\therefore \quad x = 20$

બીજી રીત : $\frac{x}{5} = 4$

$\therefore \quad x = 4 \times 5$

$\therefore \quad x = 20$

ઉકેલ : $x = 20$

હવે, આપણે ટૂંકી રીતે ઉકેલ મેળવીશું.

ઉદાહરણ 7 : સમીકરણ ઉકેલો : $5x + 8 = 28$

ઉકેલ : $5x + 8 = 28$

$\therefore \quad 5x = 28 - 8$

$\therefore \quad 5x = 20$

$\therefore \quad x = \frac{20}{5}$

$\therefore \quad x = 4$

ઉકેલ : $x = 4$

ઉદાહરણ 8 : સમીકરણ ઉકેલો : $\frac{9}{2} - x = \frac{7}{2}$

ઉકેલ : $\frac{9}{2} - x = \frac{7}{2}$

$\therefore \quad -x = \frac{7}{2} - \frac{9}{2}$

$\therefore \quad -x = \frac{7-9}{2}$

$\therefore \quad -x = \frac{-2}{2}$

$\therefore \quad -x = -1$

$\therefore \quad -x \times (-1) = (-1) \times (-1)$

$\therefore \quad x = 1$

ઉકેલ : $x = 1$

ઉદાહરણ 9 : સમીકરણ ઉકેલો : $8 - x = 10$

ઉકેલ : $8 - x = 10$

$\therefore \quad -x = 10 - 8$

$\therefore \quad -x = 2$

$\therefore \quad (-x)\ (-1) = 2 \times (-1)$

$\therefore \quad x = -2$

ઉકેલ : $x = -2$

મહાવરો 1

1. નીચનાં વિધાનો માટેનાં સમીકરણ તેના વિકલ્પોમાંથી પસંદ કરીને લખો :

(1) x અને 4નો સરવાળો 10 છે.

(a) $x - 4 = 10$ (b) $x + 4 = 10$ (c) $x + 10 = 4$ (d) $4 - x = 10$

(2) z માંથી 3 બાદ કરતાં 8 મળે છે

(a) $z - 3 = 8$ (b) $z + 8 = 3$ (c) $z + 3 = 8$ (d) $3z = 8$

(3) m નાં ચાર ગણાં 20 છે.

(a) $\frac{4}{m} = 20$ (b) $m + 4 = 20$ (c) $4m = 20$ (d) $\frac{m}{4} = 20$

(4) x નાં પાંચ ગણાંમાંથી 3 બાદ કરતાં 22 મળે છે.

(a) $3x + 5 = 22$ (b) $\frac{x-3}{5} = 22$ (c) $5x + 3 = 22$ (d) $5x - 3 = 22$

(5) a નો ત્રીજો ભાગ 12 છે.

(a) $3a = 12$ (b) $\frac{a}{3} = 12$ (c) $a - 3 = 12$ (d) $a + 4 = 12$

2. નીચે આપેલ સમીકરણની બાજુમાં આપેલ ચલની કિંમત તે સમીકરણમાં મૂકીને ચકાસો કે સમીકરણની સમતા જળવાય છે કે નહિ ?

(1) $x + 4 = 17$ $(x = 2)$ (2) $5m + 5 = 20$ $(m = -3)$

(3) $5m + 5 = 20$ $(m = 3)$ (4) $4y - 3 = 17$ $(y = 2)$

(5) $4y - 3 = 17$ $(y = 5)$

3. નીચેના દરેક સમીકરણની સામે આપેલ ત્રણ વિકલ્પોમાંથી કયો વિકલ્પ સમીકરણનો ઉકેલ છે તે નક્કી કરો :

(1) $x + 5 = 0$ (a) $x = (-5)$ (b) $x = 0$ (c) $x = 5$

(2) $y - 3 = 2$ (a) $y = 2$ (b) $y = 1$ (c) $y = 5$

(3) $6m = 30$ (a) $m = 0$ (b) $m = 5$ (c) $m = \frac{1}{5}$

(4) $\frac{z}{8} = 3$ (a) $z = -24$ (b) $z = 0$ (c) $z = 24$

4. નીચેનાં સમીકરણના ઉકેલ શોધો :

(1) $x + 8 = 8$	(2) $a - 7 = 3$	(3) $3x - 10 = 2$
(4) $z - 9 = 0$	(5) $y + 5 = (-3)$	(6) $4x - 12 = 0$
(7) $5a - 5 = -5$	(8) $2 + 3b = 5$	(9) $4n - 5 = (-9)$
(10) $5x + 7 = 22$	(11) $2x - 8 = 16$	(12) $5p - 4 = (-24)$

*

❖ વ્યાવહારિક કોયડા :

કોયડા ઉકેલવા માટે તેમાં જે શોધવાનું છે, તેના માટે અજ્ઞાત (ચલ) ધારવામાં આવે છે. તેના આધારે સમીકરણ બનાવવામાં આવે છે. આ સમીકરણનો ઉકેલ મેળવીને કોયડા ઉકેલવામાં આવે છે.

આપણે પહેલાં કોયડા પરથી તેનું સમીકરણ બનાવતાં શીખીએ.

ઉદાહરણ 10 : રમેશના પિતાજીની ઉંમર રમેશની ઉંમરનાં ત્રણ ગણાંથી 2 વર્ષ વધારે છે. જો રમેશના પિતાની ઉંમર 35 વર્ષ હોય, તો રમેશની ઉંમર શોધવા માટેનું સમીકરણ બનાવો.

ઉકેલ : આપણે રમેશની ઉંમર જાણતા નથી.

ધારો કે રમેશની ઉંમર x વર્ષ છે.

રમેશની ઉંમરનાં ત્રણ ગણાં $3x$ થાય.

રમેશના પિતાની ઉંમર રમેશની ઉંમરના ત્રણ ગણાં $(3x)$ થી 2 વર્ષ વધારે છે. એટલે કે રમેશના પિતાની ઉંમર $(3x + 2)$ વર્ષ છે. ઉપરાંત, રમેશના પિતાની ઉંમર 35 વર્ષ આપેલ છે.

$\therefore \quad 3x + 2 = 35$

આ સમીકરણનો ઉકેલ શોધતાં x એટલે કે રમેશની ઉંમર મળશે.

ઉદાહરણ 11 : મનીષ પાસે મેહુલ કરતાં ત્રણ ગણી લખોટીઓ છે. જો બંને પાસે મળીને કુલ 36 લખોટીઓ હોય, તો તે દરેક પાસે રહેલી લખોટીઓની સંખ્યા શોધવા માટેનું સમીકરણ બનાવો.

ઉકેલ : અહીં આપણે મનીષ અને મેહુલ પાસે રહેલી લખોટીઓની સંખ્યા જાણતા નથી. (આવી પરિસ્થિતિમાં જેની કિંમત નાની હોય તેના માટે અજ્ઞાત ધારવાથી સરળતા રહે છે.)

ધારો કે, મેહુલ પાસે x લખોટીઓ છે.

$\therefore$ મનીષ પાસે મેહુલની લખોટીઓ x ની ત્રણ ગણી એટલે કે $3x$ લખોટી હોય.

મનીષ અને મેહુલની પાસે કુલ $x + 3x$ લખોટીઓ હોય.

વળી, બંને પાસે કુલ 36 લખોટીઓ છે.

$\therefore \quad x + 3x = 36$

$\therefore \quad 4x = 36$

ઉદાહરણ 12 : અંજલિ પાસે અમુક પેન્સિલ છે. યાસ્મિના પાસે તેના કરતાં બે પેન્સિલ વધારે છે. અશોક પાસે યાસ્મિના કરતાં એક પેન્સિલ વધારે છે. જો ત્રણેય પાસે મળીને કુલ 11 પેન્સિલ હોય, તો દરેકની પાસે રહેલી પેન્સિલની સંખ્યા શોધવા માટેનું સમીકરણ બનાવો.

ઉકેલ : ધારો કે અંજલિ પાસે x પેન્સિલ છે.

યાસ્મિના પાસે x કરતાં 2 વધારે, એટલે $x + 2$ પેન્સિલ હોય.

અશોક પાસે યાસ્મિનાની પેન્સિલ $(x + 2)$ કરતાં 1 પેન્સિલ વધારે, એટલે કે $x + 2 + 1$ અર્થાત્ $x + 3$ પેન્સિલ હોય.

તેથી, ત્રણેય પાસે કુલ $x + (x + 2) + (x + 3)$ પેન્સિલ થાય.

વળી, ત્રણેય પાસે મળીને કુલ 11 પેન્સિલ છે.

$\therefore \quad x + (x + 2) + (x + 3) = 11$

$\therefore \quad x + x + 2 + x + 3 = 11$

$\therefore \quad 3x + 5 = 11$

ઉદાહરણ 13 : સમીકરણ પરથી વિધાન બનાવો : (કૌંસમાં આપેલી વિગતનો ઉપયોગ કરવાનો છે.)

(1) $2x + 3 = 43$ (વર્ષ) (2) $4x - 7 = 13$ (કિગ્રા) (3) $8m + 5 = 101$ (રૂપિયા)

ઉકેલ : (1) $2x + 3 = 43$ (વર્ષ)

મહેશના પિતાની ઉંમર મહેશની ઉંમરનાં બે ગણાંથી 3 વર્ષ વધારે છે. મહેશના પિતાની ઉંમર 43 વર્ષ છે.

(2) $4x - 7 = 13$ (કિગ્રા)

એક વેપારી પાસે અમુક કિગ્રા સફરજન છે. તે સફરજનનાં ચાર ગણાં વજનમાંથી 7 કિગ્રા સફરજન વેચી દેતાં 13 કિગ્રા સફરજન બાકી રહે.

(3) $8m + 5 = 101$ (રૂપિયા)

રાહિલ પાસે અમુક રૂપિયા છે. રાહિલ પાસેના રૂપિયાના 8 ગણાંમાં 5 રૂપિયા ઉમેરતાં 101 રૂપિયા થાય.

ઉદાહરણ 14 : જેનીફરની હાલની ઉંમર અને પાંચ વર્ષ પછીની ઉંમરનો સરવાળો 35 વર્ષ છે, તો તેની હાલની ઉંમર શોધો.

ઉકેલ : અહીં જેનીફરની હાલની ઉંમર શોધવાની છે.

ધારો કે જેનીફરની હાલની ઉંમર x વર્ષ છે,

તેથી તેની 5 વર્ષ પછીની ઉંમર $x + 5$ વર્ષ થાય.

તેની હાલની ઉંમર અને પાંચ વર્ષ પછીની ઉંમરનો સરવાળો

$x + (x + 5)$ થાય, તે 35 વર્ષ આપેલ છે.

$\therefore \quad x + (x + 5) = 35$

$\therefore \quad x + x + 5 = 35$

$\therefore \quad 2x + 5 = 35$

$\therefore \quad 2x = 35 - 5$

$\therefore \quad 2x = 30$

$\therefore \quad x = \frac{30}{2}$

$\therefore \quad x = 15$

$\therefore$ જેનીફરની હાલની ઉંમર 15 વર્ષ છે.

ઉદાહરણ 15 : હેત્વી કરતાં સલમા 3 વર્ષ નાની છે. જો બંનેની હાલની ઉંમરનો સરવાળો 27 વર્ષનો હોય, તો તે બંનેની હાલની ઉંમર શોધો.

ઉકેલ : ધારો કે હેત્વીની હાલની ઉંમર y છે.

હેત્વી કરતાં સલમા 3 વર્ષ નાની છે.

તેથી સલમાની હાલની ઉંમર $(y - 3)$ વર્ષ થાય.

બંનેની હાલની ઉંમરનો સરવાળો $y + (y - 3)$ વર્ષ થાય, જે 27 વર્ષ આપેલ છે.

$\therefore \quad y + (y - 3) = 27$

$\therefore \quad y + y - 3 = 27$

$\therefore \quad 2y - 3 = 27$

$\therefore \quad 2y = 27 + 3$

$\therefore \quad 2y = 30$

$\therefore \quad y = \frac{30}{2}$

$\therefore \quad y = 15$

$\therefore$ હેત્વીની હાલની ઉંમર 15 વર્ષ હોય.

તેથી સલમાની હાલની ઉંમર $y - 3 = 15 - 3 = 12$ વર્ષ હોય.

$\therefore$ હેત્વીની હાલની ઉંમર 15 વર્ષ અને સલમાની હાલની ઉંમર 12 વર્ષ હોય.

ઉદાહરણ 16 : વનિતાએ દુકાનેથી અમુક રૂપિયાની પેન ખરીદી. તેના કરતાં ત્રણ ગણાં રૂપિયાની નોટબુક ખરીદી. આ માટે તેણે દુકાનદારને કુલ 80 રૂપિયા ચૂકવ્યા, તો તેણે કેટલા રૂપિયાની પેન અને કેટલા રૂપિયાની નોટબુક ખરીદી હશે ?

ઉકેલ : ધારો કે, વનિતાએ x રૂપિયાની પેન ખરીદી.

તેણે ખરીદેલી નોટબુકની કિંમત $3x$ રૂપિયા થાય.

પેન અને નોટબુકની કુલ કિમત $(x + 3x)$ રૂપિયા થાય, જે 80 રૂપિયા આપેલી છે.

$\therefore$ $x + 3x = 80$

$\therefore$ $4x = 80$

$\therefore$ $x = \frac{80}{4}$

$\therefore$ $x = 20$

$\therefore$ તેણે 20 રૂપિયાની પેન ખરીદી હશે.

તેથી તેણે $3x = 3\ (20) = 60$ રૂપિયાની નોટબુક ખરીદી હશે.

ઉદાહરણ 17 : લાલભાઈના ખેતરમાં અમુક મણ ઘઉં અને અમુક મણ બાજરીનું ઉત્પાદન થયું. બાજરીનું ઉત્પાદન ઘઉંના ઉત્પાદનનાં બમણાંથી 5 મણ ઓછું થયું છે. જો ઘઉં અને બાજરીનું મળીને કુલ 115 મણ ઉત્પાદન થયું હોય, તો કેટલા મણ ઘઉં અને કેટલા મણ બાજરીનું ઉત્પાદન થયું હશે ?

ઉકેલ : ધારો કે, ઘઉંનું ઉત્પાદન x મણ થયું.

$\therefore$ બાજરીનું ઉત્પાદન ઘઉંના ઉત્પાદનનાં બમણાં $2x$ થી 5 મણ ઓછું એટલે, કે $2x - 5$ થયું હોય.

$\therefore$ ઘઉં અને બાજરીનું કુલ ઉત્પાદન $x + (2x - 5)$ મણ થાય, જે 115 મણ આપેલ છે.

$\therefore$ $x + (2x - 5) = 115$

$\therefore$ $x + 2x - 5 = 115$

$\therefore$ $3x - 5 = 115$

$\therefore$ $3x = 115 + 5$

$\therefore$ $3x = 120$

$\therefore$ $x = \frac{120}{3}$

$\therefore$ $x = 40$

તેથી ઘઉંનું ઉત્પાદન 40 મણ થયું હશે તથા બાજરીનું ઉત્પાદન

$2x - 5 = 2(40) - 5$

$= 80 - 5$

$= 75$

$\therefore$ બાજરીનું ઉત્પાદન 75 મણ થયું હશે.

ઉદાહરણ 18 : જો બે ક્રમિક સંખ્યાઓનો સરવાળો 43 હોય, તો તે સંખ્યાઓ શોધો.

ઉકેલ : ધારો કે, પ્રથમ સંખ્યા x છે.

$\therefore$ તેથી બીજી ક્રમિક સંખ્યા $x + 1$ હોય.

બંને ક્રમિક સંખ્યાઓનો સરવાળો $x + (x + 1)$ થાય, જે 43 આપેલ છે.

$\therefore$ $x + (x + 1) = 43$

$\therefore$ $2x + 1 = 43$

$\therefore$ $2x = 43 - 1$

$\therefore$ $2x = 42$

$\therefore$ $x = \frac{42}{2}$

$\therefore$ $x = 21$

તેથી પ્રથમ સંખ્યા 21 છે.

અને બીજી ક્રમિક સંખ્યા $x + 1 = 21 + 1 = 22$ હોય.

પ્રથમ સંખ્યા $= 21$, બીજી સંખ્યા $= 22$

મહાવરો 2

1. નીચે આપેલી પરિસ્થિતિઓ માટે સમીકરણ બનાવો :

(1) એક દુકાનદાર નાની અને મોટી એમ બે પ્રકારની પેટીઓમાં મોસંબી વેચે છે. એક મોટી પેટીમાં 7 નાની પેટીઓ જેટલી અને તેનાથી 5 વધારે મોસંબી આવે છે જો એક મોટી પેટીમાં 75 મોસંબીઓ આવતી હોય, તો નાની પેટીમાં આવતી મોસંબીની સંખ્યા શોધવા માટેનું સમીકરણ બનાવો. (નાની પેટીમાંની મોસંબીની સંખ્યા a ધારો.)

(2) યશ અને કીર્તિ પાસે અમૂક કચૂકાં છે. યશ પાસે કીર્તિ કરતાં પાંચ ગણાંથી 2 કચૂકા ઓછા છે. જો યશ પાસે 28 કચૂકા હોય, તો કીર્તિ પાસે રહેલા કચૂકાની સંખ્યા શોધવા માટે સમીકરણ બનાવો. (કીર્તિ પાસે રહેલા કચૂકાની સંખ્યા m ધારો.)

(3) સોનલના પિતાની ઉંમર સોનલની ઉંમરનાં ત્રણ ગણાંથી બે વર્ષ વધારે છે. જો સોનલના પિતાની ઉંમર 47 વર્ષ હોય, તો સોનલની ઉંમર શોધવા માટેનું સમીકરણ બનાવો.

(4) રાજુનું વજન વિનોદના વજનનાં બમણાંથી 5 કિલોગ્રામ ઓછું છે. જો બંનેનું કુલ વજન 40 કિગ્રા હોય, તો તેઓનું વજન શોધવા માટેનું સમીકરણ બનાવો.

(5) એક વેપારી પાસે સુતરાઉ કાપડ અને રેશમી કાપડ એમ બે પ્રકારનાં કાપડ છે. સુતરાઉ કાપડ રેશમી કાપડનાં ત્રણ ગણાંથી 7 મીટર ઓછું છે. જો તેની પાસે કુલ 193 મીટર કાપડ હોય, તો દરેક પ્રકારના કાપડની લંબાઈ શોધવા માટેનું સમીકરણ બનાવો.

2. નીચેનાં સમીકરણ પરથી વિધાન બનાવો :

(1) $7x - 2 = 348$ (રૂપિયા)

(2) $4x + 11 = 291$ (મીટર)

(3) $3p + 4 = 40$ (કિગ્રા)

(4) $p + 4 = 15$ (વર્ષ)

3. સમીકરણની મદદથી નીચેના કોયડા ઉકેલો :

(1) વૈશાલીની હાલની ઉંમર અને પાંચ વર્ષ પછીની ઉંમરનો સરવાળો 27 વર્ષ છે, તો તેની હાલની ઉંમર શોધો.

(2) એક ટેબલ અને એક ખુરશીની કુલ કિંમત 900 રૂપિયા છે. જો ટેબલની કિંમત ખુરશીની કિંમત કરતાં બમણી હોય, તો દરેકની કિંમત શોધો.

(3) પિતાની ઉંમર પુત્રની ઉંમરનાં ત્રણ ગણાંથી 2 વર્ષ ઓછી છે. જો બંનેની ઉંમરનો સરવાળો 54 વર્ષ હોય, તો બંનેની ઉંમર શોધો.

(4) રમેશનું વજન જયરામના વજનનાં ત્રણ ગણાંથી 10 કિગ્રા ઓછું છે. જો બંનેનું કુલ વજન 70 કિગ્રા હોય, તો દરેકનું વજન શોધો,

(5) નિમેશ પાસે અમુક લખોટીઓ છે. મહેશ પાસે નિમેશ કરતાં બમણી લખોટીઓ છે. વિશાલ પાસે મહેશ કરતાં ત્રણ લખોટીઓ ઓછી છે. જો ત્રણેય પાસે મળીને કુલ 122 લખોટીઓ હોય, તો તે દરેક પાસે કેટલી લખોટીઓ હશે ?

4. નીચે આપેલ જગ્યામાં ભાતચિત્ર બનાવી તેમાં મનગમતા રંગો પૂરો. તમારે ફક્ત ચોરસ, લંબચોરસ, ત્રિકોણ અને વર્તુળ આકારનો જ ઉપયોગ કરવાનો છે. ત્રિકોણ કરતાં એક ચોરસ વધારે લેવો. ચોરસ કરતાં એક લંબચોરસ વધારે લેવો. લંબચોરસ કરતાં વર્તુળની સંખ્યા એક વધારે લેવી. કુલ 10 આકારોનો ઉપયોગ કરવો.

1. નીચે આપેલાં વિધાનોને સમીકરણ સ્વરૂપે લખો :

(1) x ના ચોથા ભાગમાં 4 ઉમેરતાં 5 થાય છે.

(2) y ના બમણાંમાંથી 7 બાદ કરતાં 19 મળે.

(3) અમુક સંખ્યાને 16 માંથી બાદ કરતાં પરિણામ 20 મળે છે.

(4) 8ના બમણાંથી a નાં ત્રણ ગણાં બાદ કરતાં 13 મળે છે.

(5) બે ક્રમિક સંખ્યાઓનો સરવાળો 29 થાય છે.

2. નીચે આપેલ સાંકેતિક સ્વરૂપો સમીકરણ છે કે નહિ તે લખો :

(1) $m + 3 > 9$ (2) $2x + 5 = (-3)$ (3) $3z + 4 < 9$

(4) $3n = 36$ (5) $7p + 4 = 12$ (6) $4b - 3 = 21$

3. નીચે આપેલ સમીકરણો પૈકી કયા-કયા સમીકરણનો ઉકેલ 2 છે તે ચકાસો :

(1) $x - 4 = (-2)$ (2) $2x - 3 = 5$ (3) $3x - 6 = 0$

(4) $a + 3 = 5$ (5) $6 - m = 10$ (6) $-2b + 1 = (-3)$

(7) $14x = 28$ (8) $6y - 1 = 11$ (9) $5y + 4 = 20$

4. નીચેનાં સમીકરણ ઉકેલો :

(1) $3 + m = 8$ (2) $2x - 10 = 4$ (3) $3n - 12 = 0$

(4) $3x + 7 = 40$ (5) $3x - 8 = 31$ (6) $17 - 2y = 35$

(7) $3 + 2z = 7$ (8) $36 - 5p = 26$ (9) $x + 12 = (-7)$

5. સમીકરણની મદદથી નીચેના કોયડા ઉકેલો :

(1) એક લંબચોરસની લંબાઈ 10 સેમી છે. જો તેની પરિમિતિ 34 સેમી હોય, તો તેની પહોળાઈ કેટલી હશે ?

(2) સાહિલ પાસે સોહન કરતાં ત્રણ ગણાંથી 12 રૂપિયા ઓછા છે. જો બંને પાસે મળીને કુલ 88 રૂપિયા હોય, તો તે દરેક પાસે કેટલા રૂપિયા હશે ?

(3) રીટા કરતાં બીનાની હાલની ઉંમર 2 વર્ષ વધારે છે. બીના કરતાં ટીનાની હાલની ઉંમર 3 વર્ષ વધુ છે. જો રીટા, બીના અને ટીનાની હાલની ઉંમરનો સરવાળો 79 વર્ષ હોય, તો ત્રણેયની હાલની ઉંમર શોધો.

(4) રાહુલનું વજન સચિન કરતાં 5 કિગ્રા વધારે છે. સમીરનું વજન સચિનના વજનનાં બમણાંથી 12 કિગ્રા ઓછું છે. જો ત્રણેયનું કુલ વજન 93 કિગ્રા હોય, તો દરેકનું વજન શોધો.

(5) એક ગામમાં પુરુષો કરતાં સ્ત્રીઓની સંખ્યા 89 જેટલી વધારે છે. બાળકોની સંખ્યા પુરુષો કરતાં 400 જેટલી વધારે છે. જો ગામની કુલ વસતિ 4989 હોય, તો પુરુષો, સ્ત્રીઓ અને બાળકોની સંખ્યા શોધો.

(6) પ્રિયાંશી પાસે ધ્રુવ કરતાં 5 ચૉકલેટ ઓછી છે. જો બંને પાસે મળીને કુલ 15 ચૉકલેટ હોય, તો દરેક પાસે કેટલી કેટલી ચૉકલેટ હશે ?

(7) મહાવરા 2માં આપેલ દા.નં. 1 ના (1) થી (5)ના સમીકરણ પરથી તે કોયડાઓનો ઉકેલ શોધો.

જવાબો

મહાવરો 1

1. (1) b (2) a (3) c (4) d (5) b

2. (1) નથી (2) નથી (3) છે (4) નથી (5) છે

3. (1) a (2) c (3) b (4) c

4. (1) 0 (2) 10 (3) 4 (4) 9 (5) (– 8) (6) 3
(7) 0 (8) 1 (9) (– 1) (10) 3 (11) 12 (12) (– 4)

મહાવરો 2

1. (1) $7a + 5 = 75$ (2) $5m - 2 = 28$ (3) $3y + 2 = 47$
(4) $3x - 5 = 40$ (5) $4y - 7 = 193$

3. (1) 11 વર્ષ (2) ટેબલ ₹ 600, ખુરશી ₹ 300
(3) પુત્ર 14 વર્ષ, પિતા 40 વર્ષ (4) જયરામ 20 કિગ્રા, રમેશ 50 કિગ્રા
(5) નિમેશ 25 લખોટી, મહેશ 50 લખોટી, વિશાલ 47 લખોટી

સ્વાધ્યાય

1. (1) $\frac{x}{4} + 4 = 5$ (2) $2y - 7 = 19$ (3) $16 - x = 20$ (4) $16 - 3a = 13$
(5) $x + (x + 1) = 29$

2. (1) ના (2) હા (3) ના (4) હા (5) હા (6) હા

3. ઉકેલ = 2 છે. : (1), (3), (4), (6), (7), (8)

4. (1) 5 (2) 7 (3) 4 (4) 11 (5) 13 (6) (–9) (7) 2 (8) 2 (9) (–19)

5. (1) 7 સેમી (2) સોહન ₹ 25, સાહિલ ₹ 63
(3) રીટા 24 વર્ષ, બીના 26 વર્ષ, ટીના 29 વર્ષ
(4) સચિન 25 કિગ્રા, રાહુલ 30 કિગ્રા, સમીર 38 કિગ્રા
(5) પુરુષો 1500, સ્ત્રીઓ 1589, બાળકો 1900
(6) પ્રિયાંશી - 5 ચૉકલેટ, ધ્રુવ 10 ચૉકલેટ

6. (1) 10 મોસંબી (2) 6 ક્યૂકા (3) 15 વર્ષ (4) વિનોદ - 15 કિગ્રા, રાજુ - 25 કિગ્રા
(5) રેશમી કાપડ 50 મીટર સુતરાઉ કાપડ - 143 મીટર