باب-2

کسر (Fraction)

2.1 - تمہید:

پچھلی جماعتوں میں آپ کسر اور اُس کے جوڑ وگھٹاؤ (تفریق) کا مطالعہ کر چکے ہیں۔ آپ نے کسروں کا موازنہ مساوی کسر، کسروں کو خط عددی پر ظاہر کرنا اور کسروں کو سلسلہ وار کرنے وغیرہ کے بارے میں مطالعہ کیا ہے۔ اس باب میں ہم اس سے آگے کسروں کے ضرب اور تقسیم کے بارے میں مطالعہ کریں گے۔

2.2 - اعادہ کرنا:

ہم نے پچھلی جماعتوں میں پڑھا ہے کہ کسر وہ عدد ہے، جسے $\frac{a}{b}$ کی شکل میں لکھا جا سکتا ہے۔ جہاں a اور b مکمل اعداد ہیں اور $b \neq o$، کیا $1\frac{2}{3}$ ایک کسر ہے؟ کسر خاص وہ کسر ہوتا ہے۔ جو پورے کے ایک حصہ کو ظاہر کرتا ہے۔ کیا $\frac{5}{3}$ ایک کسر خاص Proper Fraction ہے؟ اس کے شمار کندہ اور نسب نما میں کون بڑا ہے؟

کسر عام میں مکمل اور مکمل کے ایک حصہ (خاص کسر) کا جوڑ ہوتا ہے۔ کیا $\frac{5}{3}$ ایک کسر عام ہے؟ یہاں شمار کندہ یا نسب نما میں کون بڑا ہے؟ کسر عام $\frac{5}{3}$ کو $1\frac{2}{3}$ کی شکل میں لکھا جا سکتا ہے۔ یہ ایک مرکب کسر (Compound Fraction) ہے۔ آپ عام کسر اور مرکب کسر کے پانچ پانچ مثال لکھیے۔ کیا $\frac{4}{7}$ اور $\frac{8}{14}$ مساوی کسر ہیں۔ دو کسر مساوی کسر کہلاتے ہیں۔ اگر وہ یکساں مقدار ظاہر کرتے ہیں۔

$\frac{8}{14}$ اور $\frac{4}{7}$ میں سے کسر کا اقل ترین (سہل) شکل کون ہے؟ جس کسر کے نسب نما اور شمار کندہ

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

میں ایک کے علاوہ کوئی دوسرا عدد مشترک جز ضربی نہ ہو وہ کسر کا سہل شکل Lowest Form ہوتا ہے۔

مثال: 1 $\frac{4}{5}$ اور $\frac{6}{7}$ میں کون بڑا ہے؟

حل: 7 اور 5 کا مشترک ذواضاف (L.C.M.) = 35

اس لیے $\frac{4}{5}=\frac{4\times7}{5\times7}=\frac{28}{35}$ اور $\frac{4}{5}=\frac{4\times7}{5\times7}=\frac{28}{35}$

چونکہ $\frac{30}{35}>\frac{28}{35}$ اس لیے $\frac{6}{7}>\frac{4}{5}$

مثال: 2 مٹھو نے $4\frac{1}{2}$ کیلوگرام آم اور $2\frac{3}{4}$ کیلوگرام لیچی خریدی۔ مٹھو کے ذریعہ خریدے گئے پھلوں کا کل وزن کتنا ہے؟

حل: پھلوں کا کل وزن = $4\frac{1}{2}$ کیلوگرام + $2\frac{3}{4}$ کیلوگرام

$=\left(\frac{9}{2}+\frac{11}{4}\right)$ کیلوگرام

$=\left(\frac{18}{4}+\frac{11}{4}\right)$ کیلوگرام   مساوی کسر $\left(\frac{9}{2}=\frac{18}{4}\right)$

$=\frac{29}{4}$ کیلوگرام $=7\frac{1}{4}$ کیلوگرام

مثال: 3 روہت روزانہ $3\frac{2}{3}$ گھنٹے کھیلتا ہے۔ وہ اپنے اس وقت میں سے $1\frac{4}{5}$ گھنٹے موہت کے ساتھ کھیلتا ہے تو دوسرے دوستوں کے ساتھ وہ کتنے وقت کھیلتا ہے۔

حل: روہت کے کھیلنے کا کل وقت $3\frac{2}{3}=\frac{11}{3}$ گھنٹے

روہت کا موہت کے ساتھ کھیلنے میں لگا وقت $=1\frac{1}{4}=\frac{9}{5}$ گھنٹے

اس لیے روہت کا دوسرے ساتھیوں کے ساتھ لگا وقت $=\left(\frac{11}{3}+\frac{9}{5}\right)$ گھنٹے

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

$$=\left(\frac{55}{15}+\frac{27}{15}\right) \text{ گھنٹے} \qquad \left(\frac{11}{3}+\frac{55}{15} \quad \text{اور} \quad \frac{9}{5}+\frac{27}{15}\right)$$

$$=\frac{28}{15} \text{ گھنٹے} = 1\frac{13}{15} \text{ گھنٹے}$$

سوالنامہ

-1 ذیل کے چار چار مساوی کسر لکھئے :

(i) $\frac{2}{3}$ (ii) $\frac{6}{7}$ (iii) $\frac{3}{17}$

-2 نیچے دیئے گئے کسر عدد کے جوڑوں کا موازنہ کیجیے اور بتایئے کہ دونوں میں سے کون سا کسری عدد چھوٹا ہے؟

(i) $\frac{3}{5}$ اور $\frac{4}{3}$ (ii) $\frac{6}{7}$ اور $\frac{7}{6}$

(iii) $\frac{21}{5}$ اور $\frac{18}{4}$ (iv) $\frac{7}{15}$ اور $\frac{9}{20}$

-3 حل کیجئے :

(i) $\frac{2}{5}+0$ (ii) $4+\frac{7}{8}$

(iii) $\frac{3}{2}+\frac{2}{7}$ (iv) $\frac{5}{9}+\frac{4}{7}$

(v) $\frac{4}{5}+\frac{9}{15}$ (vi) $\frac{2}{15}-\frac{1}{20}$

(vii) $\frac{9}{11}-\frac{4}{15}$ (viii) $7\frac{1}{2}-4\frac{1}{5}$

(ix) $4\frac{1}{2}-1\frac{1}{5}+\frac{2}{5}$ (x) $2\frac{1}{5}+1\frac{1}{4}-\frac{1}{2}$

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

4- ایک جادوئی مربع میں ہر ایک قطار ہر ایک کالم اور ہر ایک وتر کی اعداد (Diagonal) کا جمع برابر ہوتا ہے۔ کیا یہ ایک جادوئی مربع ہے۔

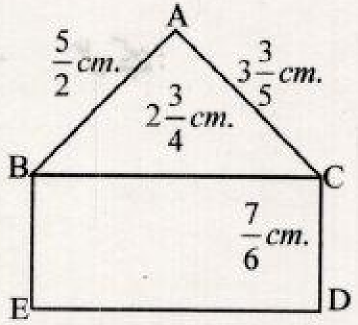
$\frac{4}{13}$	$\frac{9}{13}$	$\frac{2}{13}$
$\frac{3}{13}$	$\frac{5}{13}$	$\frac{7}{13}$
$\frac{8}{13}$	$\frac{1}{13}$	$\frac{6}{13}$

پہلی قطار کے مطابق $\frac{4}{13}+\frac{9}{13}+\frac{2}{13}=\frac{15}{13}$

5- مندرجہ ذیل کسر اعداد کو بڑھتی ہوئی ترتیب میں لکھئے:

(i) $\frac{1}{2},\frac{3}{4},\frac{1}{5}$ (ii) $\frac{3}{7},\frac{2}{5},\frac{3}{5}$

6- ایک مستطیل نما (Rectangular) تختۂ سیاہ (Black Board) کی لمبائی $3\frac{1}{2}$ میٹر اور چوڑائی $2\frac{2}{3}$ میٹر ہے۔ تختۂ سیاہ کا احاطہ (Perimetre) معلوم کیجیے۔



7- تصویر میں دی ہوئی شکل میں $\triangle ABC$ اور مستطیل $BCDE$ کا احاطہ (Perimetre) معلوم کیجیے۔ ساتھ ہی بتایئے کہ کس کا احاطہ زیادہ ہے؟

8- ستیم نے ایک سبق کو پڑھنے میں $\frac{11}{16}$ گھنٹے کا وقت لیا، سلیم نے اُسی سبق کو پڑھنے میں $\frac{3}{4}$ گھنٹے کا وقت لیا۔ کس نے زیادہ وقت لیا؟ یہ وقت کتنا زیادہ تھا؟

9- خالی جگہوں میں صحیح عدد بھریے:

(i) $\frac{5}{7}+\frac{\square}{7}=\frac{6}{7}$ (ii) $\frac{8}{15}-\frac{2}{15}=\frac{\square}{\square}$ (iii) $\frac{7}{9}+\frac{\square}{\square}=\frac{7}{9}$

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

(iv) $\frac{3}{5}-\frac{\square}{5}=\frac{1}{5}$ (v) $1-\frac{1}{2}=\frac{\square}{\square}$

2.3 - کسروں کا ضرب:

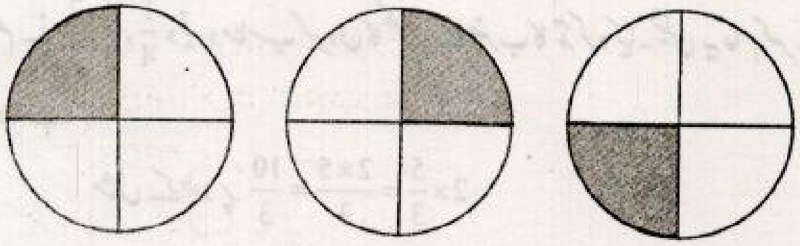
ہم جانتے ہیں کہ اگر کسی مستطیل کی لمبائی و چوڑائی بالترتیب (سلسلہ وار) 9 سینٹی میٹر اور 5 سینٹی میٹر ہے تو اس کا رقبہ 9 سینٹی میٹر × 5 سینٹی میٹر = 45 سینٹی میٹر ہوگا۔

اب اگر مستطیل کی لمبائی اور چوڑائی بالترتیب $9\frac{1}{2}$ سینٹی میٹر × $5\frac{1}{2}$ سینٹی میٹر ہے تو اس کا رقبہ کیا ہوگا؟ آپ کہیں گے کہ یہ $9\frac{1}{2}$ سینٹی میٹر × $5\frac{1}{2}$ سینٹی میٹر = $\left(\frac{19}{2}\times\frac{11}{2}\right)$ سینٹی میٹر ہے۔

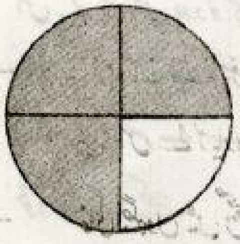
$\frac{19}{2}\times\frac{11}{2}$ کسروں کا ضرب ہے۔ آیئے کسروں کا ضرب کیسے ہوتا ہے؟ دیکھئے:

2.3.1: مکمل عدد اور کسر کا ضرب

خاکہ 2.1 کو دیکھئے۔ ہر ایک سایہ دار (Shaded) حصہ، دائرہ کا $\frac{1}{4}$ حصہ ہے۔



خاکہ: 2.1

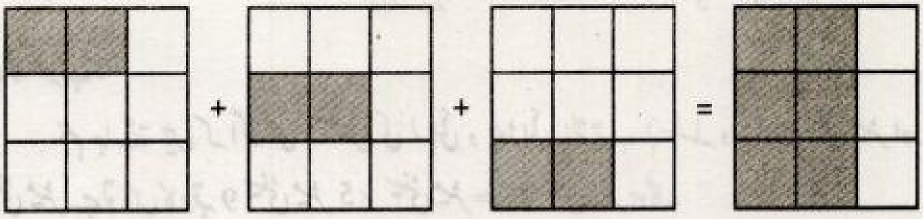


خاکہ: 2.2

اس طرح تین سایہ دار حصہ مل کر دائرے $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{4}=3\times\frac{1}{4}$ کو ظاہر کریں گے۔ ان تین سایہ دار حصوں کو ملانے پر ہمیں شکل 2.2 حاصل ہوتی ہے جو دائرہ کے $\frac{3}{4}$ حصہ کو ظاہر کرتا ہے۔ یعنی $3\times\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ خاکہ 2.3 کسے ظاہر کرے گی؟



خاکہ : 2.3

یہاں ہر ایک میں سایہ دار حصہ $\frac{2}{9}$ ہے۔ آیئے اب ہم $3\times\frac{2}{9}$ معلوم کرتے ہیں۔

$$3\times\frac{2}{9}=\frac{2}{9}+\frac{2}{9}+\frac{2}{9}=\frac{2+2+2}{9}=\frac{3\times2}{9}=\frac{6}{9}$$

اسی طرح $5\times\frac{2}{3}=\frac{5\times2}{3}=\frac{10}{3}$

کیا آپ بتا سکتے ہیں؟ (i) $5\times\frac{1}{5}=?$ (ii) $4\times\frac{2}{7}=?$

اوپر ہم نے $\frac{1}{4},\frac{2}{9},\frac{2}{3}$ وغیرہ مناسب کسروں کا مکمل سے ضرب کا تذکرہ کیا۔ لیکن یہ عام کسر کے لیے بھی لاگو ہوتا ہے۔

مثال کے طور پر $2\times\frac{5}{3}=\frac{2\times5}{3}=\frac{10}{3}$

کوشش کیجیے: (i) $4\times\frac{12}{7}=?$ (ii) $3\times\frac{8}{5}=?$

اس لیے کسی مکمل عدد کو کسی کسر خاص یا کسر عام سے ضرب کرنے کے لیے ہم

(i) مکمل عدد کو کسر کے شمار کنندہ کے ساتھ ضرب کرتے ہیں اور

(ii) کسر کے نسب نما کو غیر تبدیل یا برابر (Same) رکھتے ہیں۔

خود کر کے دیکھیے:

(i) $3\times\frac{1}{3}=\frac{3}{3}$ کو مع تصویر ظاہر کیجیے۔

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

معلوم کیجیے:

(i) $3\times\frac{3}{8}$ (ii) $\frac{3}{7}\times4$ (iii) $\frac{13}{9}\times7$ (iv) $\frac{16}{7}\times3$

توجہ دیجیے کہ کس مرکب کسر کو ایک مکمل عدد سے ضرب کرنے کے لیے سب سے پہلے مرکب کسر کو کسر عام میں تبدیل کیجیے اور تب ضرب کیجیے:

جیسے: $5\times2\frac{3}{7}=5\frac{17}{7}=\frac{85}{7}=12\frac{1}{7}$

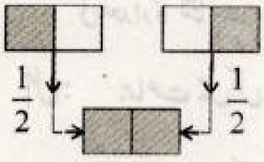
کوشش کیجیے: (i) $3\times2\frac{5}{7}=?$ (ii) $2\times4\frac{2}{5}=?$

کسر، آپریٹر (Operator) ”کا“ کی شکل میں

غور کیجیے:

(i) 2 کا نصف (ii) 3 کا نصف

خاکہ 2.4 میں ہر ایک سایہ دار ٹکڑا 1 کے $\frac{1}{2}$ (نصف) کو ظاہر کرتا ہے۔

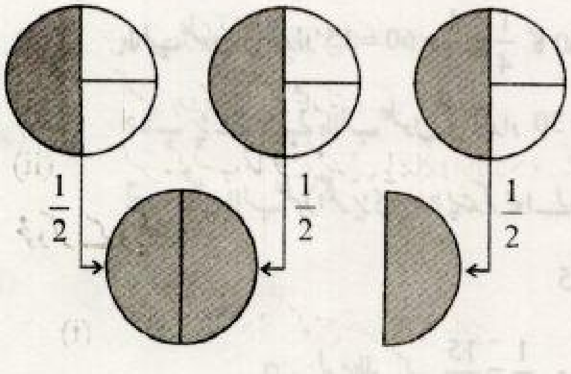


خاکہ: 2.4

اب 2 سایہ دار نصف حصے کو ملانے پر دونوں سایہ دار ٹکڑے مل کر 2 کے $\frac{1}{2}$ کو ظاہر کرتے ہیں۔

اس لیے 2 کا $\frac{1}{2}=2\times\frac{1}{2}=1$

اب خاکہ 2.5 میں تین سایہ دار ٹکڑے مل کر 3 کے $\frac{1}{2}$ نصف حصہ کو ظاہر کرتے ہیں۔



خاکہ: 2.4

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

اور انھیں ملانے پر $1\frac{1}{2}$ یعنی $\frac{3}{2}$ کو ظاہر کرتا ہے۔

اس لیے 3 کا $\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ اسی لیے $3\times\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

اس طرح ہم دیکھتے ہیں کہ ''کا'' ضرب کو ظاہر کرتا ہے۔

مثال: 4 شوبھم کے پاس 30 روپیہ ہے، شکیلہ کے پاس 30 کا $\frac{1}{5}$ ہے تو شکیلہ کے پاس کتنے روپے ہیں؟

حل: شوبھم کے پاس 30 روپیہ ہے، شکیلہ کے پاس 30 کا $\frac{1}{5}$ ہے۔ یعنی $30\times\frac{1}{5} = 6$ روپیہ۔

کوشش کیجیے: (i) 16 کا $\frac{1}{2} = ?$ (ii) 25 کا $\frac{2}{5} = ?$

مثال: 5 60 طالب علموں کی ایک جماعت میں کل طالب علموں کی تعداد کا $\frac{1}{4}$ انگریزی پڑھنا پسند کرتے ہیں۔ کل تعداد کا $\frac{1}{2}$ حساب پڑھنا پسند کرتے ہیں اور باقی طالب علم سائنس پڑھنا پسند کرتے ہیں تو بتائیے کتنے طالب علم انگریزی پڑھنا پسند کرتے ہیں؟ کتنے طالب علم حساب پڑھنا پسند کرتے ہیں؟ کل طالب علموں کی تعداد کا کتنا حصہ سائنس پڑھنا پسند کرتے ہیں؟

حل: جماعت میں کل طالب علموں کی تعداد = 60

ان میں سے کل کا $\frac{1}{4}$ انگریزی پڑھنا پسند کرتے ہیں۔ اس لیے انگریزی پڑھنا پسند کرنے والے

طالب علموں کی تعداد 60 کا $\frac{1}{4} = \frac{1}{4}\times 60 = 15$

حساب پڑھنے والے طالب علموں کی تعداد 60 کا $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}\times 60 = 30$ سائنس پڑھنے والوں کی

تعداد = کل طالب علم (انگریزی پڑھنا پسند کرنیوالے طالب علم + حساب پڑھنا پسند کرنیوالے طالب علم)

$= 60-(15+30) + 60-45 = 15$

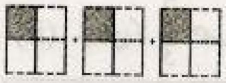
اس لیے مطلوبہ کسر $\frac{15}{60} = \frac{1}{4}$ ہے۔

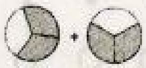
© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

سوالنامہ

1- نیچے کچھ کسری اعداد کے ضرب کے لیے خاکے بنائے گئے ہیں۔ ہر ایک ضرب کو اس کے صحیح خاکہ (تصویر) سے ملائیے:

(i) $3\times\frac{1}{5}$ (a)

(ii) $3\times\frac{1}{2}$ (b) 

(iii) $2\times\frac{2}{3}$ (c) 

(iv) $3\times\frac{1}{4}$ (d)

2- نیچے دیے گئے کسر اعداد کو ضرب کیجیے اور سہل ترین شکل میں لکھیے:

(i) $7\times\frac{4}{5}$ (ii) $3\times\frac{2}{3}$ (iii) $7\times\frac{2}{9}$

(iv) $\frac{1}{3}\times4$ (v) $2\times\frac{6}{7}$ (vi) $\frac{7}{2}\times6$

(vii) $11\times\frac{3}{7}$ (viii) $15\times\frac{3}{5}$ (ix) $11\times\frac{1}{3}$

(x). $10\times\frac{3}{5}$ (xi) $5\times\frac{3}{2}$ (xii) $6\times\frac{1}{6}$

9- مندرجہ ذیل تصویروں کے لیے کسر لکھیے:

(i)

2 کا ---- = ----

(ii)

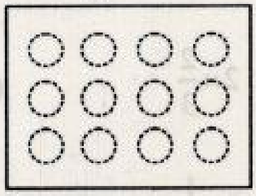
3 کا ---- = ----

(iii)

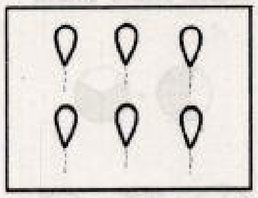
3 کا ---- = ----

-4 سایہ دار کیجیے:

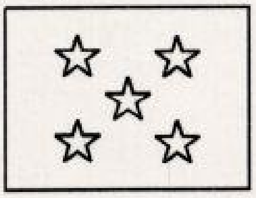
(i) دائروں کا $\frac{1}{2}$ حصہ



(ii) بیلون کا $\frac{2}{3}$ حصہ



(iii) تاروں کا $\frac{3}{5}$



-5 معلوم کیجیے:

(i) 26 کا $\frac{1}{2}$

(ii) 38 کا $\frac{1}{2}$

(iii) 21 کا $\frac{2}{3}$

(iv) 24 کا $\frac{2}{3}$

(v) 20 کا $\frac{3}{4}$

(vi) 36 کا $\frac{3}{4}$

(vii) 25 کا $\frac{4}{5}$

(viii) 30 کا $\frac{4}{5}$

(ix) 81 کیلوگرام کا $\frac{7}{9}$

(x) 14 روپیہ کا $\frac{4}{7}$

-5 ضرب کیجیے اور مرکب کسر کی شکل میں ظاہر کیجیے:

(i) $3\times5\frac{1}{5}$

(ii) $4\times6\frac{1}{2}$

(iii) $7\frac{1}{5}\times 5$ (iv) $4\frac{1}{7}\times 21$

(v) $3\frac{1}{4}\times 6$ (vi) $\frac{5}{8}\times 108$

7- سنبل اور فرحان پکنک پر گئے۔ ان کی ماں نے انھیں 5 لیٹر پانی والی ایک بوتل دی۔ سنبل نے کل پانی کا $\frac{3}{5}$ حصہ استعمال کیا۔ باقی پانی فرحان نے پیا۔

(i) سنبل نے کتنا پانی پیا؟

(ii) پانی کی کل مقدار کا کتنا حصہ فرحان نے پیا؟

8- معلوم کریں:

(i) ایک دن کا $\frac{5}{6}$ (گھنٹوں میں) (ii) ایک گھنٹے کا $\frac{2}{3}$ (منٹوں میں)

(iii) ایک ہفتہ کا $\frac{2}{7}$ (دن میں) (iv) ایک کیلوگرام کا $\frac{3}{5}$ (گرام میں)

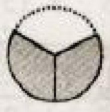
(v) ایک سال کا $\frac{3}{5}$ (دن میں)

9- ایک مستطیل نما آنگن میں $5\frac{1}{4}$ میٹر لمبا اور $1\frac{1}{7}$ میٹر چوڑا ہے۔ تو آنگن کا احاطہ (Perimetre) معلوم کریں۔

2.3.2 کسر کا کسر سے ضرب

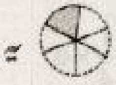
آیئے دیکھتے ہیں کہ دو کسروں کا حاصل ضرب، جیسے $\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}$ کیسے معلوم کیا جائے؟

$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}$ کا مطلب ہے $\frac{1}{3}$ کا $\frac{1}{2}$ یا $\frac{1}{3}$ کا نصف۔ اسے سمجھنے کے لیے ایک دائرہ کا $\frac{1}{3}$ حصہ لیتے ہیں۔



خاکہ: 2.6

پھر $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}$ کے لیے اس تہائی حصہ کا نصف کرتے ہیں۔

 یہ نصف (A◁) حصہ پورے دائرے کا کتنا حصہ ہے؟

خاکہ: 2.7

یہ معلوم کرنے کے لے پورے دائرہ کو A کے برابر حصوں میں بانٹنا پڑے گا۔ ہم پاتے ہیں کہ ایسے چھ حصے ہوتے ہیں اور A اس میں ایک ہے۔ اس لیے $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$

کیا $\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}$ بھی $\frac{1}{6}$ ہوگا۔ تصویر بنا کر دیکھیے۔

خاکہ: 2.8

اس طرح ہم پاتے ہیں کہ دو کسروں کا حاصل ضرب = $\frac{\text{شمار کنندہ کا حاصل ضرب}}{\text{نسب نما کا حاصل ضرب}}$

مثال کے طور پر: $\frac{2}{3}\times\frac{4}{7}=\frac{2\times4}{3\times7}=\frac{8}{21}$

کوشش کریں: (i) $\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=?$ (ii) $\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=?$

حاصل ضرب کی قیمت:

ہم جانتے ہیں کہ دو مکمل اعداد کا حاصل ضرب ان دونوں اعداد سے بڑا ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر $2\times3=6$ اور $6>3, 6>2$

دو کسروں کو ضرب کر حاصل ضرب کی قیمت کو دیئے گئے کسروں سے موازنہ کیجیے۔

کسروں کا ضرب	حاصل ضرب کے دونوں کسروں سے موازنہ	نتیجہ
$\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}=\frac{8}{15}$	$\frac{8}{15}<\frac{2}{3}, \frac{8}{15}<\frac{4}{15}$	حاصل ضرب ہر ایک کسر سے کم ہے
$\frac{1}{4}\times\frac{3}{7}$	$\frac{3}{28}<\frac{1}{4}, \frac{3}{28}<\frac{3}{7}$	

$\frac{1}{4}\times\frac{3}{7}$		
$\frac{7}{8}\times\frac{2}{5}$		

ہم پاتے ہیں کہ دو خاص کسروں کے حاصل ضرب کی قیمت دونوں کسروں میں سے ہر ایک سے چھوٹی ہوتی ہے۔ جدول کو پورا کر کے اس کی جانچ کیجیے۔

آیئے اب ہم دو عام کسروں کے حاصل ضرب کا تذکرہ کرتے ہیں۔

$\frac{7}{4}\times\frac{7}{3}=\frac{49}{12}$	$\frac{49}{12}>\frac{7}{3},\frac{49}{12}<\frac{7}{4}$	حاصل ضرب ہر ایک کسر سے بڑا ہے
$\frac{4}{3}\times\frac{7}{5}=\frac{28}{15}$		
$\frac{7}{2}\times\frac{9}{2}=\frac{63}{4}$		
$\frac{3}{2}\times\frac{7}{6}=\frac{21}{12}$		

ہم پاتے ہیں کہ دو کسر عام کے حاصل ضرب کی قیمت ان میں سے ہر ایک کسر سے زیادہ ہے۔

ایسے پانچ اور مثالوں کو بنایئے اور مندرجہ بالا قول کو تصدیق کیجیے۔

آیئے اب ہم ایک کسر عام اور ایک کسر خاص کو ضرب کرتے ہیں۔

مان لیجیے $\frac{4}{3}$ اور $\frac{8}{5}$ کو ضرب کرنا ہے۔

ہم پاتے ہیں کہ $\frac{24}{20}=\frac{3}{4}\times\frac{8}{5}$ یہاں $\frac{24}{20}>\frac{3}{4}$ اور $\frac{24}{20}<\frac{8}{5}$

یعنی حاصل ضرب، کسر عام سے چھوٹا اور کسر خاص سے بڑا ہے۔

$\frac{3}{5}\times\frac{10}{3}$ اور $\frac{2}{7}\times\frac{7}{5}$ کے لیے بھی حاصل ضرب کی جانچ کیجیے۔

سوالنامہ : 2.3

1- ذیل کی قیمت معلوم کیجیے:

(i) $\frac{1}{2}$ کا $\frac{1}{2}$ (ii) $\frac{2}{5}$ کا $\frac{1}{4}$ (iii) $\frac{5}{4}$ کا $\frac{1}{4}$

(iv) $\frac{12}{5}$ کا $\frac{1}{5}$ (v) $\frac{6}{4}\times\frac{3}{8}$ (vi) $2\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}$

(vii) $\frac{3}{5}\times3\frac{4}{7}$ (viii) $9\times\frac{7}{2}$ (ix) $5\frac{1}{4}\times\frac{2}{5}$

(x) $\frac{7}{9}\times6\frac{2}{5}$

2- کون بڑا ہے؟

(i) $\frac{2}{7}$ کا $\frac{3}{4}$ یا $\frac{2}{7}$ کا $\frac{1}{2}$ (ii) $\frac{1}{6}$ کا $\frac{3}{4}$ یا $\frac{3}{5}$ کا $\frac{5}{8}$

3- بدھ واری اپنے باغیچے میں پانچ چھوٹے پودے ایک قطار میں لگاتی ہے۔ دو لگاتار چھوٹے پودے کے بیچ کی دوری $\frac{3}{4}$ میٹر ہے۔ پہلے اور آخری پودے کے بیچ کی دوری معلوم کیجیے۔

4- شیوانی ایک کتاب کو ہر روز $1\frac{2}{7}$ گھنٹے پڑھتی ہے۔ وہ پوری کتاب کو ایک ہفتہ میں پڑھتی ہے۔ اس کتاب کو پڑھنے میں اس نے کل کتنے گھنٹے لگائی؟

5- ایک اسکوٹر ایک لیٹر پٹرول میں 35 کیلو میٹر کی دوری طے کرتا ہے۔ $3\frac{4}{5}$ لیٹر پٹرول میں یہ اسکوٹر کتنی دوری طے کرے گا؟

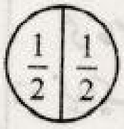
2.4 کسروں کا تقسیم (Division of Fraction)

جواہر کے پاس 9 سینٹی میٹر لمبی کاغذ کی ایک پٹی ہے۔ وہ اس پٹی کو 3 سینٹی میٹر لمبی چھوٹی پٹیوں میں کاٹتا ہے تو وہ $9\div3=3$ پٹیاں حاصل کرے گا۔ اب اگر جواہر 9 سینٹی میٹر لمبائی والی ایک دوسری پٹی کو $\frac{3}{4}$ سینٹی میٹر لمبائی والی چھوٹی پٹیوں میں کاٹنا چاہتا ہے تو اسے $9\div\frac{3}{2}$ پٹیاں حاصل ہوں گی۔ اسی طرح

$\frac{21}{2}$ سینٹی میٹر لمبائی والی پٹی کو $\frac{3}{2}$ سینٹی میٹر لمبائی والی چھوٹی پٹیوں میں کاٹنے پر ہمیں $\frac{21}{13} \div \frac{3}{2}$ ٹکڑے حاصل ہوں گے۔ اسے حل کرنے کے لیے ہمیں ایک مکمل عدد کو کسی کسر سے یا ایک کسر کو دوسرے کسر سے تقسیم دینے کی ضرورت پڑتی ہے۔ آیئے اسے حل کرنے کا طریقہ دیکھیں۔

2.4 کسر سے مکمل عدد کی تقسیم

آیئے $1 \div \frac{1}{2}$ معلوم کرتے ہیں۔ اگر ایک سینٹی میٹر لمبی پٹی ہو تو جو اہر اس میں نصف سینٹی میٹر کی کتنی پٹیاں کاٹ سکتا ہے۔ (خاکہ: 2.9) ایسے نصف حصوں کی تعداد $1 \div \frac{1}{2}$ ہوگی۔ ایسا دو نصف حصہ ہے پھر ایک اکائی میں نصف۔ نصف دو حصے ہوتے ہیں۔



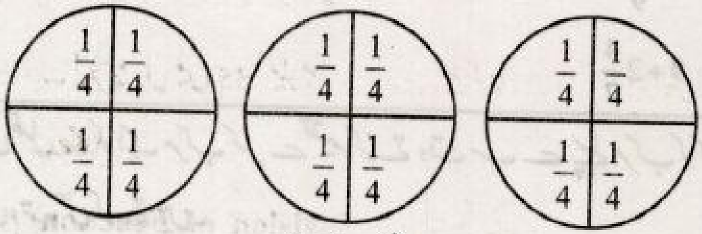
خاکہ: 2.9

اس لیے $1 \div \frac{1}{2} = 2$ ہوگا   ساتھ ہی $1\times\frac{2}{1} = 1\times 2 = 2$

اس لیے $1 \div \frac{1}{2} = 1\times\frac{2}{1}$ ہوگا۔

اسی طرح $3 \div \frac{1}{4}$ یعنی 3 پورے میں کتنا $\frac{1}{4}$ حصہ ہے۔ یہ جاننے کے لیے ہم 3 اکائیوں کو $\frac{1}{4}$ حصوں میں بانٹیں گے اور گنیں گے۔

$\frac{1}{4}$ حصوں کی تعداد = 12 (خاکہ: 2.10)



خاکہ: 2.10

پھر ہم جانتے ہیں کہ $3 \div \frac{1}{4} = 12$ اور $3\times\frac{4}{1} = 12$

اسی طرح $3 \div \frac{1}{3}$ اور $3\times\frac{3}{1}$ معلوم کیجیے۔ ہم پاتے ہیں کہ کسر سے مکمل عدد کو تقسیم دینے پر وہی حاصل

تقسیم حاصل ہوتا ہے جو ہم مکمل عدد کو کسر کے ضربی معکوس(Reciprocal) سے ضرب کرنے پر ملتا ہے۔

$\frac{1}{4}$ کے شمار کنندہ اور نسب نما کو ایک دوسرے سے بدلنے پر $\frac{4}{1}$ حاصل ہوتا ہے۔ یہی $\frac{1}{4}$ کا ضربی معکوس(Reciprocal) ہے۔ اسی طرح کسی بھی کسر کے شمار کنندہ اور نسب نما کو ایک دوسرے کے بدلنے سے اس کسر کا ضربی معکوس حاصل ہوتا ہے۔

مندرجہ ذیل حاصل ضرب کو دیکھئے اور خالی جگھوں کو پورا کیجئے :

$8\times\frac{1}{8}=1$	$\frac{7}{3}\times\frac{3}{7}=$ ....
$\frac{1}{7}\times 7=$	$\frac{3}{4}\times$ .... $=1$
$\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}=\frac{6}{6}=1$	.... $\times\frac{4}{9}=1$

سوچئے :

1- کیا ایک خاص کسر کا ضربی معکوس بھی خاص کسر ہوگا؟

2- کیا ایک عام کسر کا ضربی معکوس procal بھی کسر عام ہوگا؟

خود کر کے دیکھئے :معلوم کیجیے۔

(i) $8\div\frac{2}{5}$ (ii) $12\div\frac{4}{7}$

(iii) $1\div\frac{8}{9}$ (vi) $5\div 5\frac{1}{3}$

(v) $9\div 2\frac{4}{7}$

دھیان دیں: کسی مکمل عدد کو ایک مرکب کسر سے تقسیم کرتے وقت سب سے پہلے مرکب کو کسر عام میں بدلتے ہیں، تب حل کرتے ہیں۔

مثال کے طور پر: $3\div 2\frac{2}{5}=3\div\frac{12}{5}$

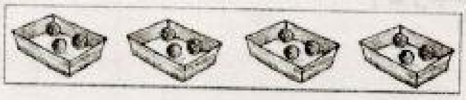
$$=3\times\frac{5}{12}=\frac{5}{4}$$

S.S.A. 2014-15 (FREE)

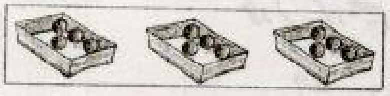
2.4.2 - مکمل عدد سے کسر کی تقسیم:

ہم تقسیم کو دو طرح سے سمجھ سکتے ہیں۔ $12 \div 3$

1- 12 میں تین تین کے کتنے گروپ ہیں؟

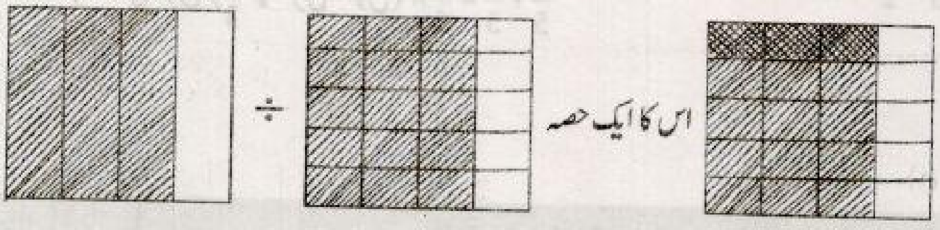


2- 12 چیزوں کو تین لوگوں میں بانٹنے پر ہر ایک کو ملنے والا حصہ



اب $\frac{3}{4} \div 5$ کا تذکرہ کریں:

$\frac{3}{4} \div 5$ یعنی $\frac{3}{4}$ کو 5 حصوں میں بانٹنا اور ہر ایک حصہ کتنا ہے یہ معلوم کرنا ہے۔



یہ حصہ مکمل کا کتنا حصہ ہے۔ معلوم کرنے کے لیے مکمل کے اتنے ہی برابر چھوٹے حصے کیے گئے ہیں۔ اس طرح کل حصے 20 اور سایہ دار حصے 3 ہیں۔ اس $\frac{3}{4}$ کے 5 حصے کرنے پر ہمیں $\frac{3}{20}$ حصہ ہمیں ملے گا۔

اسی طرح $\frac{5}{4} \div \frac{5}{1}$ کی قیمت ہوگی $= \frac{5}{4} \div \frac{5}{1} = \frac{5}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{4}$

اسی طرح $\frac{2}{3} \div 5 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$

لیکن $2\frac{1}{4} \div 3 = ?$

یہاں مرکب کسر کو مکمل سے تقسیم کرنے کے لیے مرکب کسر کو عام کسر میں تبدیل کرنا ہوگا اس لیے

$$2\frac{1}{4} \div 3 = \frac{9}{4} \div \frac{9}{4} \times \frac{1}{3} \div \frac{3}{4}$$

کوشش کریں:

1. $2\frac{2}{5} \div 3 = ?$
2. $3\frac{3}{5} \div 3 = ?$

2.4.3 - ایک کسر کا دوسرے کسر سے تقسیم:

مثال کے طور پر $\frac{2}{3} \div \frac{5}{6}$

$= \frac{2}{3} \times$ ($\frac{5}{6}$ کا ضربی معکوس)

$= \frac{2}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{4}{5}$

اسی طرح $\frac{9}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{9}{5} \times$ ($\frac{2}{3}$ کا ضربی معکوس)

$= \frac{9}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{27}{10}$

خود کر کے دیکھیں:

1. $\frac{2}{5} \div \frac{1}{2} = ?$
2. $2\frac{1}{2} \div \frac{2}{5} = ?$
3. $5\frac{1}{3} \div \frac{9}{2} = ?$

سوالنامہ : 2.4

ا- معلوم کیجیے:

(i) $15 \div \frac{3}{4}$ (ii) $12 \div \frac{5}{6}$ (iii) $9 \div \frac{7}{3}$

(iv) $8 \div \frac{8}{3}$ (v) $3 \div 2\frac{2}{3}$ (vi) $7 \div 3\frac{2}{7}$

-2 مندرجہ ذیل کسروں میں سے ہر ایک کا ضربی معکوس (Reciprocal) معلوم کیجیے۔
ضربی معکوس (Reciprocol) کو کسر خاص، کسر عام اور مکمل عدد کی صورت میں درجہ بندی کیجیے۔

(i) $\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{4}{5}$ (iii) $\frac{9}{7}$ (iv) $\frac{7}{5}$

(v) $\frac{15}{8}$ (vi) $\frac{1}{5}$ (vii) $\frac{1}{13}$

-3 معلوم کیجیے:

(i) $\frac{5}{3} \div 2$ (ii) $\frac{7}{9} \div 5$ (iii) $\frac{7}{13} \div 7$

(iv) $2\frac{1}{3} \div 2$ (v) $4\frac{1}{2} \div 4$ (vi) $3\frac{3}{7} \div 7$

(vii) $5\frac{3}{4} \div 7$ (viii) $3\frac{2}{3} \div 11$

-4 معلوم کیجیے:

(i) $\frac{3}{5} \div \frac{1}{2}$ (ii) $\frac{2}{7} \div \frac{2}{3}$ (iii) $\frac{3}{7} \div \frac{6}{7}$

(iv) $2\frac{1}{3} \div \frac{2}{5}$ (v) $5\frac{1}{2} \div \frac{11}{3}$ (vi) $\frac{2}{5} \div 2\frac{1}{2}$

(vii) $2\frac{1}{5} \div 3\frac{2}{3}$ (viii) $3\frac{1}{5} \div 2\frac{1}{5}$

-5 آدھا درجن کیلوں کی قیمت $7\frac{1}{2}$ ہے تو 1 کیلا کی قیمت معلوم کیجیے:

-6 ایک ہوسٹل میں ہر ایک طلبہ روزانہ اوسطاً $1\frac{5}{6}$ لیٹر دودھ لیتا ہے۔ روزانہ کل 308 لیٹر دودھ ہوسٹل میں استعمال ہوتا ہے۔ تو طلبہ کی تعداد معلوم کیجیے۔

-7 ایک $15\frac{1}{5}$ میٹر لمبے ربن کے 4 برابر حصے کیا جاتا ہے تو ہر ایک حصے کی لمبائی کیا ہوگی؟

-8 $3\frac{1}{4}$ کیلوگرام سیب کی قیمت 130 روپیہ ہے، تو 1 کیلوگرام سیب کی قیمت کیا ہوگی؟

ہم نے سیکھا

-1 دو کسر کو ضرب کرنے کے لیے ان کے شمار کنندہ اور نسب نما کو الگ الگ کیا جاتا ہے اور پھر حاصل ضرب کو $\frac{\text{شمار کنندہ کا حاصل ضرب}}{\text{نسب نما کا حاصل ضرب}}$ کی شکل میں لکھتے ہیں۔

-2 کسر آپریٹر ''کا'' کی شکل میں کام کرتا ہے۔ جیسے 2 کا $\frac{1}{2}$ ہوتا ہے $2\times\frac{1}{2}=1$

-3 (الف) دو خاص کسروں کا حاصل ضرب، ضرب کیے گئے ہر ایک کسر سے کم ہوتا ہے۔

(ب) دو عام کسروں کا حاصل ضرب، ضرب کیے گئے دونوں کسروں میں سے ہر ایک سے بڑا ہوتا ہے۔

(ج) ایک کسر خاص اور ایک کسر عام کا حاصل ضرب کسر خاص سے کم اور کسر عام سے زاید ہوتا ہے۔

-4 ایک کسر کا ضربی معکوس (Reciprocol) شمار کنندہ اور نسب نما کو ایک دوسرے سے بدلنے پر حاصل ہوتا ہے۔

-5 ایسے غیر صفر عدد جن کا باہم حاصل ضرب 1 ہے، ایک دوسرے کے ضربی معکوس عدد کہلاتے ہیں، جیسے 5 و $\frac{1}{5}$ یا $\frac{2}{3}$ اور $\frac{3}{2}$

-6 کسی مکمل یا کسر عدد کو دوسرے مکمل یا کسر عدد سے تقسیم کرنے کے لیے ہم پہلے عدد کو دوسرے عدد کے ضربی معکوس (Reciprocol) سے ضرب کرتے ہیں۔

(i) مکمل کا کسر سے تقسیم $2\div\frac{3}{5}=2\times\frac{5}{3}$

(ii) کسر کا مکمل سے تقسیم $\frac{2}{3}\div 7=\frac{2}{3}\times\frac{1}{7}$

(iii) کسر کا کسر سے تقسیم $\frac{2}{3}\div\frac{5}{7}=\frac{2}{3}\times\frac{7}{5}$