

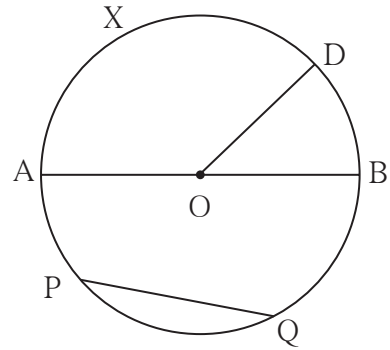


थोड़ा याद करें

संलग्न आकृति में बिंदु O वृत्त का केंद्र है।

आकृति से संबंधित निम्नलिखित कथनों में खाली जगह भरिए।

- रेख OD वृत्त की है।
- रेख AB वृत्त का है।
- रेख PQ वृत्त की है।
- केंद्रीय कोण है।
- लघुचाप : चाप AXD, चाप BD,,,
- दीर्घचाप : चाप PAB, चाप PDQ,
- $m(\text{चाप DB}) = m\angle \dots\dots\dots$
- अर्धवृत्त का चाप : चाप ADB,
- $m(\text{चाप DAB}) = 360^\circ - m\angle \dots\dots\dots$



आओ जानें

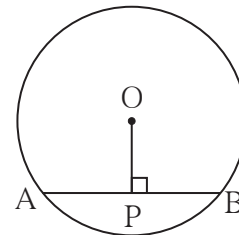
वृत्त की जीवा का गुणधर्म (Properties of chord of a circle)

कृति I :

O केंद्रवाले वृत्त की रेख AB जीवा खींचिए।

केंद्र O से जीवा AB पर रेख OP लंब खींचिए।

रेख AP तथा रेख PB की लंबाई नापिए।



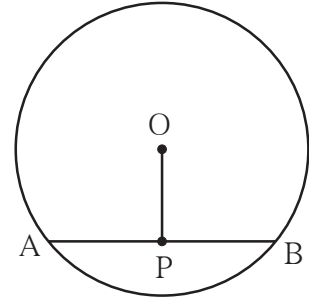
इस प्रकार भिन्न-भिन्न त्रिज्या के पाँच वृत्त कागज पर खींचिए। प्रत्येक वृत्त में एक जीवा खींचकर उस जीवा पर केंद्र से लंब खींचिए। जीवा के बने दोनों भाग समान हैं क्या? विभाजक की सहायता से इनकी जाँच कीजिए।

आपको निम्नलिखित गुणधर्म प्राप्त होगा। इसका अनुभव करें।

वृत्त के केंद्र से जीवा पर डाला गया लंब उस जीवा को समद्विभाजित करता है।

कृति II :

किसी कागज पर भिन्न-भिन्न त्रिज्यावाले 5 वृत्त खींचिए।
प्रत्येक वृत्त में एक जीवा खींचिए। उस जीवा
का मध्य बिंदु प्राप्त कीजिए। वृत्त केन्द्र O को जीवा
के मध्य बिंदु से मिलाइए। संलग्न आकृति में दर्शाएनुसार
प्रत्येक जीवा को AB और जीवा के मध्यबिंदु को P
नाम दीजिए। $\angle APO$ तथा $\angle BPO$ समकोण हैं
यह गुनिया या कोणमापक से जाँच करके देखिए।



यह अनुभव वृत्त की प्रत्येक जीवा से प्राप्त होता है इसे देखिए।

इसके आधार पर आपको निम्नलिखित गुणधर्म प्राप्त होगा।

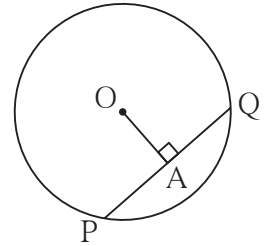
वृत्त के केन्द्र से तथा वृत्त में स्थित जीवा के मध्यबिंदु को जोड़ने वाला रेखाखंड उस जीवा पर लंब होता है।

हल किये गये उदाहरण

उदा. (1) O केन्द्र वाले वृत्त में जीवा PQ की लंबाई 7 सेमी है।

रेख $OA \perp$ जीवा PQ, तो $l(AP)$ ज्ञात कीजिए।

हल : रेख $OA \perp$ जीवा PQ, $\therefore$ बिंदु A जीवा PQ का मध्यबिंदु है।
 $\therefore l(PA) = \frac{1}{2} l(PQ) = \frac{1}{2} \times 7 = 3.5$ सेमी



उदा. (2) 'O' केन्द्रवाले किसी वृत्त की त्रिज्या 10 सेमी है। उस वृत्त की एक जीवा
केन्द्र से 6 सेमी की दूरी पर है, तो उस जीवा की लंबाई ज्ञात कीजिए।

हल : वृत्त की जीवा से केन्द्र की दूरी अर्थात् केन्द्र से उस जीवा पर खींची गई लंब रेखाखंड की लंबाई।
रेख AB यह 'O' केन्द्र वाले वृत्त की जीवा है।

रेख $OP \perp$ जीवा AB।

वृत्त की त्रिज्या = $l(OB) = 10$ सेमी।

$l(OP) = 6$ सेमी। यहाँ समकोण $\triangle OPB$ तैयार होता है।

पाइथागोरस के प्रमेय अनुसार,

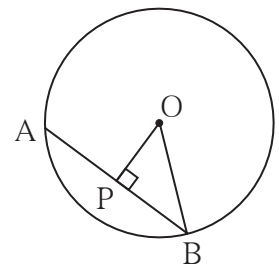
$$[l(OP)]^2 + [l(PB)]^2 = [l(OB)]^2$$

$$\therefore 6^2 + [l(PB)]^2 = 10^2$$

$$\therefore [l(PB)]^2 = 10^2 - 6^2$$

$$\therefore [l(PB)]^2 = (10 + 6)(10 - 6) = 16 \times 4 = 64$$

$$\therefore l(PB) = 8 \text{ सेमी}$$



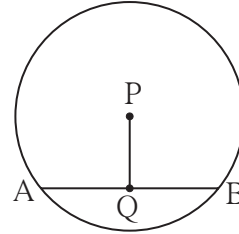
हम जानते हैं कि वृत्त के केंद्र से जीवा पर डाला गया लंब उस जीवा को समद्विभाजित करता है ।

$$\therefore l(AB) = 2l(PB) = 2 \times 8 = 16$$

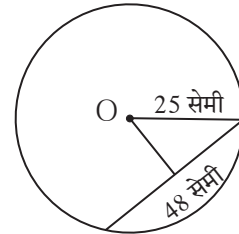
$\therefore$ जीवा AB की लंबाई 16 सेमी है ।

प्रश्नसंग्रह 17.1

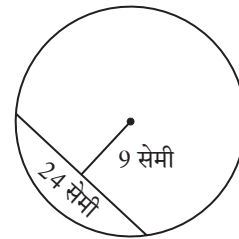
1. 'P' केंद्र वाले वृत्त में जीवा AB की लंबाई 13 सेमी है ।
रेख $PQ \perp$ जीवा AB तो $l(QB)$ ज्ञात कीजिए ।



2. 'O' केंद्र वाले वृत्त की त्रिज्या 25 सेमी है । इस वृत्त में 48 सेमी लंबाईवाली एक जीवा खींची गई तो वृत्त केंद्र से वह कितनी दूरी पर होगी ?



3. O केंद्र वाले वृत्त की एक जीवा की लंबाई 24 सेमी है तथा वह वृत्त केंद्र से 9 सेमी दूरी पर है तो उस वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए ।



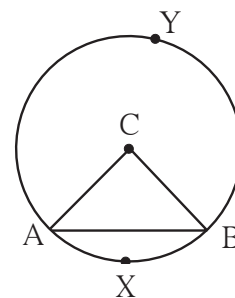
4. किसी वृत्त का केंद्र C तथा उसकी त्रिज्या 10 सेमी है । उस वृत्त के एक जीवा की लंबाई 12 सेमी हो तो वह जीवा केंद्र से कितनी दूरी पर होगी ?



आओ जानें

वृत्त की जीवा के संगत चाप (Arcs corresponding to chord of a circle)

संलग्न आकृति में, रेख AB, O केंद्र वाले वृत्त की जीवा है ।
चाप AXB लघुचाप तथा चाप AYB दीर्घचाप है । इन दोनों चापों को जीवा AB के संगत चाप कहते हैं । इसके विपरित जीवा AB चाप AXB और चाप AYB की संगत जीवा है ।



सर्वांगसम चाप (Congruent arcs)

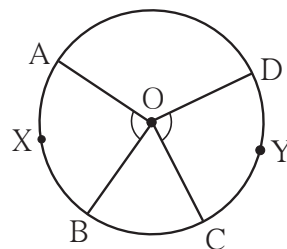
यदि एक ही वृत्त के दो चापों के माप समान हों तो वे दोनों चाप सर्वांगसम होते हैं ।

O केंद्रवाले वृत्त में

$$\therefore m\angle AOB = m\angle COD$$

$$\therefore m(\text{चाप } AXB) = m(\text{चाप } CYD)$$

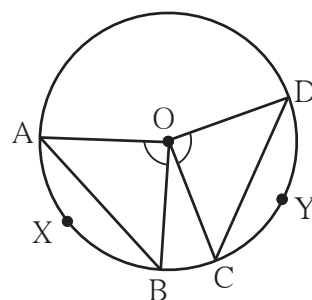
$\therefore$ चाप $AXB \cong$ चाप CYD इसे ट्रेसिंग पेपर की सहायता से जाँच करके देखिए ।



वृत्त की जीवा और संगत चाप के गुणधर्म दी गई कृति द्वारा जाँच करो तथा ध्यान में रखिए ।

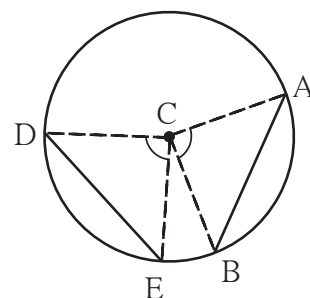
कृति I :

- (1) O केंद्रवाला एक वृत्त खींचो ।
- (2) वृत्त में $\angle COD$ तथा $\angle AOB$ समान मापवाले कोण खींचो । इसके आधार पर चाप CYD और AXB सर्वांगसम चाप प्राप्त होंगे ।
- (3) जीवा AB तथा जीवा CD खींचिए ।
- (4) विभाजक की सहायता से जीवा AB और जीवा CD की लंबाई समान है क्या इसका अनुभव लीजिए ।



कृति II :

- (1) C केंद्रवाला एक वृत्त खींचिए ।
- (2) इस वृत्त की रेख AB और रेख DE सर्वांगसम जीवा खींचिए । रेख CA, रेख CB, रेख CD, रेख CE त्रिज्या खींचिए ।
- (3) $\angle ACB$ तथा $\angle DCE$ सर्वांगसम हैं यह दर्शाइए ।
- (4) इसके आधार पर चाप AB और चाप DE के माप समान हैं, अर्थात् यह चाप सर्वांगसम हैं यह दर्शाइए ।



मैंने यह समझा

किसी वृत्त के सर्वांगसम चापों में संगत जीवाएँ सर्वांगसम होती हैं किसी वृत्त में दो जीवाएँ सर्वांगसम हो तो उनके संगत लघुचाप तथा संगत दीर्घचाप सर्वांगसम होते हैं ।

प्रश्नसंग्रह 17.2

1. C केंद्रवाले वृत्त के व्यास रेख PQ तथा रेख RS समकोण पर प्रतिच्छेदित करते हैं। क्या चाप PS और चाप SQ सर्वांगसम है, बताइए।

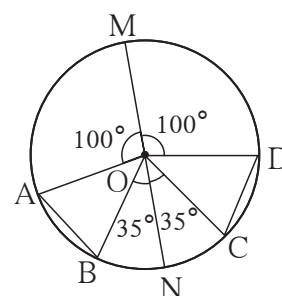
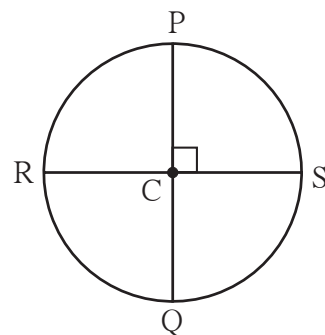
चाप PS के सर्वांगसम अन्य चापों के नाम लिखिए।

2. आकृति में O केंद्रवाले वृत्त का रेख MN व्यास है। कुछ केंद्रीय कोणों के माप दिए हैं।

इस आधार पर (1) $\angle AOB$ और $\angle COD$ के माप ज्ञात कीजिए।

(2) सिद्ध करो कि, चाप $AB \cong$ चाप CD ।

(3) सिद्ध करो कि, जीवा $AB \cong$ जीवा CD ।



उत्तर सूची

- प्रश्नसंग्रह 17.1 1. 6.5 सेमी 2. 7 सेमी
3. 15 सेमी 4. 8 सेमी

- प्रश्नसंग्रह 17.2 1. (1) क्योंकि चापों से संबंधित कोण समान माप के अर्थात् प्रत्येक 90° है।

(2) चाप $PS \cong$ चाप $PR \cong$ चाप RQ

2. (1) $m\angle AOB = m\angle COD = 45^\circ$

(2) चाप $AB \cong$ चाप CD के कारण चापों के संगत कोण समान माप के अर्थात् प्रत्येक 45° है।

(3) जीवा $AB \cong$ जीवा CD के कारण सर्वांगसम चापों की संगत जीवाएँ सर्वांगसम होती हैं।



प्रकीर्ण प्रश्नसंग्रह 2

- निम्नलिखित प्रश्नों के लिये पर्यायी उत्तर दिये गये हैं। उनमें से उचित पर्याय चुनिए।
 (1) एक वृत्त का क्षेत्रफल 1386 वर्गसेमी हो तो उसकी परिधि कितनी होगी ?
 (A) 132 वर्ग सेमी (B) 132 सेमी (C) 42 सेमी (D) 21 वर्ग सेमी
 (2) एक घन की भुजा 4 मी है। अगर भुजा दुगुनी करें तो घनफल कितने गुना बढ़ेगा ?
 (A) दो गुना (B) तीन गुना (C) चार गुना (D) आठ गुना
- प्रणाली 100 मीटर दौड़ की शर्त का अभ्यास कर रही थी। उसके लिए वह 100 मीटर दूरी 20 बार दौड़ी। हर बार के लिए लगा समय सेकंड में निम्नानुसार है।
 18, 17, 17, 16, 15, 16, 15, 14, 16, 15,
 15, 17, 15, 16, 15, 17, 16, 15, 14, 15 दौड़ने के लिये लगे समय का माध्य ज्ञात कीजिए।
- $\triangle DEF$ और $\triangle LMN$ ये त्रिभुज $EDF \leftrightarrow LMN$ एकैकी संगती से सर्वांगसम हैं। तो इस संगति के अनुसार सर्वांगसम भुजाएँ एवं सर्वांगसम कोणों की जोड़ियाँ लिखिए।
- एक यंत्र की कीमत 2,50,000 रुपये है। यह हर साल 4% दर से घटती है। तो यंत्र की खरीद के तीन साल बाद यंत्र की कीमत कितनी होगी ?
- $\square ABCD$ में भुजा $AB \parallel$ भुजा DC , रेखा $AE \perp$ भुजा DC अगर $l(AB) = 9$ सेमी, $l(AE) = 10$ सेमी, $A(\square ABCD) = 115$ सेमी², तो $l(DC)$ निकालिए।
- लंब वृत्ताकार बेलन के आकार की टंकी के आधार का व्यास 1.75 मी और ऊँचाई 3.2 मी है। तो उस टंकी की क्षमता कितने लीटर है ? ($\pi = \frac{22}{7}$)
- त्रिज्या 9.1 सेमी वाले वृत्त की जीवा की लंबाई 16.8 सेमी है। तो वह जीवा केंद्र से कितनी दूरी पर होगी ?
- रोजगार हमी योजना के अंतर्गत A, B, C, D इन गाँवों में कार्यरत पुरुष व महिला कामगारों की संख्या निम्न सारिणी में दी है।

गाँव	A	B	C	D
स्त्री	150	240	90	140
पुरुष	225	160	210	110

- यह जानकारी विभाजित स्तंभालेख द्वारा दिखाइए।
- यह जानकारी प्रतिशत स्तंभालेख द्वारा दिखाइए।

9. निम्नलिखित समीकरण हल कीजिए ।

$$(1) 17(x+4) + 8(x+6) = 11(x+5) + 15(x+3)$$

$$(2) \frac{3y}{2} + \frac{y+4}{4} = 5 - \frac{y-2}{4} \quad (3) 5(1-2x) = 9(1-x)$$

10. निम्न कृति दिए हुए सोपानानुसार किजिए ।

(1) समबाहु $\square$ ABCD और उसका विकर्ण AC खींचिए ।

(2) सर्वांगसम घटक समान चिन्हों द्वारा दर्शाइए ।

(3) $\triangle ADC$ तथा $\triangle ABC$ किस संगति एवं किस कसौटी से सर्वांगसम होते हैं लिखिए ।

(4) $\angle DCA \cong \angle BCA$, उसी प्रकार $\angle DAC \cong \angle BAC$ दिखाने के लिए कारण लिखिए ।

(5) दिये गये सोपान से ध्यान में आने वाले समबाहु चतुर्भुज का गुणधर्म लिखिए ।

11. एक खेती की जमीन का आकार चौकोन है । उसके चार कोनों को P, Q, R, S नाम देकर, ली हुई मापें आगे दिये अनुसार हैं ।

$$l(PQ) = 170 \text{ मी}, l(QR) = 250 \text{ मी}, l(RS) = 100 \text{ मी},$$

$$l(PS) = 240 \text{ मी}, l(PR) = 260 \text{ मी}$$

इस खेती की जमीन का क्षेत्रफल हेक्टर में ज्ञात कीजिए । (1 हेक्टर = 10,000 वर्ग मी)

12. एक ग्रंथालय में कुल किताबों के 50% किताबें मराठी की हैं । मराठी किताबों का $\frac{1}{3}$ किताबें अंग्रेजी की और, अंग्रेजी किताबों का 25% किताबें गणित की हैं । बाकी बची हुई 560 किताबें अन्य विषयों की हैं । तो उस ग्रंथालय में कुल कितनी किताबें हैं ?

13. $(2x+1)$ इस द्विपद से $(6x^3+11x^2-10x-7)$ इस बहुपद को भाग दीजिए । भागफल और शेषफल लिखिए ।

उत्तर सूची

1. (1) B (2) D 2. 15.7 सेकेंड

3. भुजा $ED \cong$ भुजा LM , भुजा $DF \cong$ भुजा MN , भुजा $EF \cong$ भुजा LN ,
 $\angle E \cong \angle L$, $\angle D \cong \angle M$, $\angle F \cong \angle N$

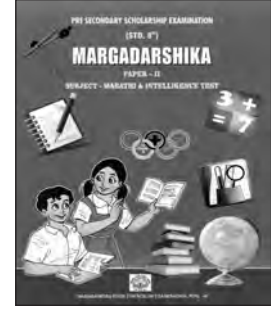
4. ₹ 2,21,184 5. 14 सेमी

6. 7700 7. 3.5 सेमी

9. (1) $x = 16$, (2) $y = \frac{9}{4}$ (3) $x = -4$ 11. 3.24 हेक्टर

12. 1920 13. भागफल $3x^2 + 4x - 7$; शेषफल 0

इयत्ता ५ वी, ८ वी शिष्यवृत्ती परीक्षा मार्गदर्शिका



- मराठी, इंग्रजी, उर्दू, हिंदी माध्यमामध्ये उपलब्ध
- सरावासाठी विविध प्रश्न प्रकारांचा समावेश

- घटकनिहाय प्रश्नांचा समावेश
- नमुन्यादाखल उदाहरणांचे स्पष्टीकरण



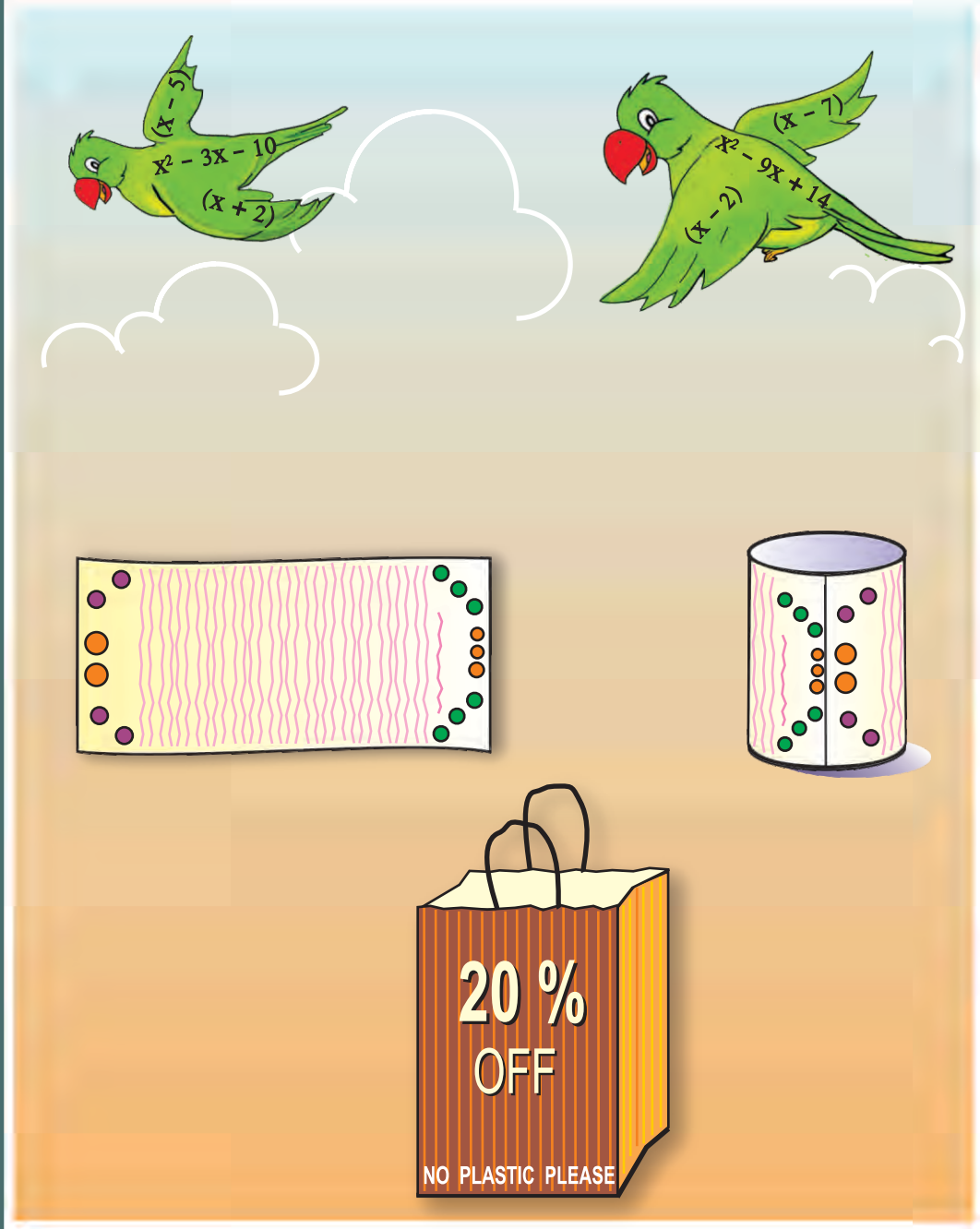
पुस्तक मागणीसाठी www.ebalbharati.in, www.balbharati.in संकेत स्थळावर भेट द्या.

साहित्य पाठ्यपुस्तक मंडळाच्या विभागीय भांडारांमध्ये विक्रीसाठी उपलब्ध आहे.



ebalbharati

विभागीय भांडारे संपर्क क्रमांक : पुणे - ☎ २५६५९४६५, कोल्हापूर - ☎ २४६८५७६, मुंबई (गोरेगाव) - ☎ २८७७९८४२, पनवेल - ☎ २७४६२६४६५, नाशिक - ☎ २३९७५११, औरंगाबाद - ☎ २३३२७७९, नागपूर - ☎ २५४७७९६/२५२३०७८, लातूर - ☎ २२०९३०, अमरावती - ☎ २५३०९६५



महाराष्ट्र राज्य पाठ्यपुस्तक निर्मिती व अभ्यासक्रम संशोधन मंडळ,
पुणे-४११००४.

हिंदी गणित इ. ८ वी

₹ 48.00