5 करणी
(SURDS)

महत्त्वपूर्ण बिन्दु

1. $\sqrt[n]{x}$ एक करणी है जब -

(i) x एक परिमेय संख्या हो,

(ii) x एक घन पूर्णांक हो,

(iii) $\sqrt[n]{x}$ एक अपरिमेय संख्या हो,

अर्थात् जब $\sqrt[n]{x}$ संरचना में n^{th} root संभव नहीं हो तब इसे Surds या करणी कहते है।

2. यदि $\sqrt[n]{x}$ एक करणी हो, तो n को करणी घात एवं x को करणीगत (Redicand) कहते है।

3. प्रत्येक करणी एक अपरिमेय संख्या होती है।

करणी के नियम

I. $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$	II. $\sqrt[n]{a}\,.\,\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$	III. $\sqrt[n]{a^p} = a^{p/n}$

मिश्र करणी (Mixed Surd) : जिस करणी का एक गुणनखण्ड 1 के अतिरिक्त कोई अन्य परिमेय संख्या हो, एवं दूसरा गुणनखण्ड परिमेय हो, उसे मिश्र करणी कहते है -

जैसे :- $2\sqrt{5}, 2\sqrt{5}, 3\sqrt[3]{5}$........

समरूप करणी (Similar Surd) : जिन करणियों के अपरिमेय गुणनखण्ड समान हो, उन्हें समरूप करणी कहते है।

जैसे :- $\sqrt{3}, 4\sqrt{3}, 10\sqrt{3}$

इसी प्रकार, $p\sqrt[n]{a}, q\sqrt[n]{a}, r\sqrt[n]{a}$ आदि समरूप करणियाँ है।

करणियों का जोड़, घटाव, गुणनफल तथा भाजन

समान (समरूप) घात की करणियों में जोड़, घटाव गुणन तथा भाजन हो सकता है। यदि करणियों जिनका जोड़, घटाव, गुणा या भाग करना है, समान घात न हो, तो उनको पहले समान घात वाला बनाया जाता है।

करणियों के समान घात बनाने का नियम

(i) करणियों के करणीघात का लघुत्तम समापवर्तक निकाले तथा इसे प्रत्येक करणी के करणीघात के रूप में लिखे। इसके लिए प्राप्त ल॰ स॰ में प्रत्येक करणी के करणी घात से भाग दे तथा जितना भागफल आता है, उतना ही घातांक संगत के करणी के करणीगत पर दे दे।

जैसे :- $\sqrt[3]{4}$ तथा $\sqrt[4]{5}$ को समान घात बनाने के लिए -

यहाँ करणीघातों 3 तथा 4 का ल॰ स॰ = 12

अब $\sqrt[3]{4} = \sqrt[3\times4]{4^4} = \sqrt[12]{4^4}$

तथा $\sqrt[4]{5} = \sqrt[4\times3]{5^3} = \sqrt[12]{5^3}$

अतः $\sqrt[3]{5}$ तथा $\sqrt[4]{5}$ का समान घात करणी है -

$\sqrt[12]{4^4}$ तथा $\sqrt[12]{5^3}$

करणियों के योग तथा घटाव पर आधारित प्रश्न

सरल करें :-

(a) $5\sqrt{2} + 20\sqrt{2}$

$\because$ यहाँ घात समान है

$= \sqrt{2}\,(5+20) = 25\sqrt{2}$

(b) $4\sqrt{12} - \sqrt{50} - 7\sqrt{48}$

$= 4\sqrt{2\times2\times3} - \sqrt{5\times5\times2} - 7\sqrt{2\times2\times2\times3\times2}$

$= 4\times2\sqrt{3} - 5\sqrt{2} - 2\times2\times7\sqrt{3}$

$= 8\sqrt{3} - 5\sqrt{2} - 28\sqrt{3}$

$= 8\sqrt{3} - 28\sqrt{3} - 5\sqrt{2}$

$= \sqrt{3}\,(8-28) - 5\sqrt{2}$

$= -20\sqrt{3} - 5\sqrt{2}$

करणियों का गुणन तथा भाजन पर आधारित प्रश्न

(c) $\sqrt{14}\times\sqrt{21} = ?$

$\because$ घात समान है

$\therefore \sqrt{14}\times\sqrt{21} = \sqrt{14\times21} = \sqrt{7\times2\times7\times3} = 7\sqrt{6}$

(d) $\sqrt[3]{2}\times\sqrt[4]{3} = ?$

$\because$ घात समान नहीं है।

$\because$ 3 तथा 4 का ल॰ स॰ = 12

$\therefore \sqrt[3]{2}\times\sqrt[4]{3}$

$= \sqrt[3\times4]{2^4}\times\sqrt[4\times3]{3^3} = \sqrt[12]{2^4\times3^3} = \sqrt[12]{16\times27} = \sqrt[12]{432}$

(e) $\sqrt[4]{28} \div \sqrt[4]{16} = ?$

$\because$ घात समान है।

$\therefore \sqrt[4]{28} \div \sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{\frac{28}{16}} = \sqrt[4]{\frac{7}{4}}$

(f) $\sqrt[4]{28} \div \sqrt[3]{7} = ?$

$\because$ घात समान नहीं है।

$\therefore$ 4 और 12 का ल॰ स॰ = 12

$\therefore \sqrt[4]{28} \div \sqrt[3]{7}$

Scanned by CamScanner

$$= \sqrt[4\times 3]{28^3} + \sqrt[3\times 4]{7^4} = \sqrt[12]{\frac{28^3}{7^4}}$$

$$= \sqrt[12]{\frac{28\times 28\times 28}{7\times 7\times 7\times 7}} = \sqrt[12]{\frac{64}{7}}$$

करणियों की तुलना पर आधारित प्रश्न

Case - I : यदि करणियों के करणीघात समान हो, तो करणीगतों की तुलना कर करणियों की तुलना करें

जैसे - $\sqrt[n]{a}$ और $\sqrt[n]{b}$ में यदि $a > b$ तो $\sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b}$

Case - II : करणियों के करणीघात समान न हो, तो उपर बताये गए नियम के अनुसार उसे समान कर तुलना करें -

जैसे - $\sqrt[2]{3}$ और $\sqrt[3]{2}$ में कौन बड़ा है ?

∵ यहाँ करणीघात समान नहीं है।

∵ 2 और 3 का ल॰ स॰ = 6

$\sqrt[2]{3} = \sqrt[2\times 3]{3^3} = \sqrt[6]{27}$

$\sqrt[3]{2} = \sqrt[3\times 2]{2^2} = \sqrt[6]{4}$

अब तुलना करने पर -

$\sqrt[6]{27} > \sqrt[6]{4}$

∴ $\sqrt[2]{3}$ बड़ा है।

करणी का परिमेयीकरण

यदि दो करणियों का गुणनफल एक परिमेय संख्या हो तो उनमें से प्रत्येक को दूसरे का परिमेयकारी गुणक (Rationalising Factor) कहा जाता है।

साधारणतः किसी करणी का सरलतम परिमेयकारी गुणक लिया जाता है। क्योंकि किसी करणी के बहुत से परिमेयकारी गुणक हो सकते है।

जैसे - $3\sqrt{2}\times\sqrt{2} = 6$ (एक परिमेय संख्या)

∴ $3\sqrt{2}$ का परिमेयकारी गुणक $\sqrt{2}$ है।

संयुग्मीकरणी-

द्विपद करणियाँ $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ तथा $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ एक दूसरे के संयुग्मी (Conjugate) कहलाती है तथा इनका गुणनफल सदा एक परिमेय संख्या होता है।

जैसे - $\sqrt{7}-\sqrt{5}$ का संयुग्मी करणी $= \sqrt{7}+\sqrt{5}$

हर का परिमेयीकरण

नियमः-

(i) हर का परिमेयीकारी गुणक निकालें ।

(ii) द्विपद करणी के लिए हर का सुयंग्मी करणी से गुणा करें ।

(iii) परिमेयकारी गुणक से अंश और हर को गुणा कर सरल करें ।
जैसे -

(a) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ **के हर का परिमेयीकरण करें ?**

Speedy Solution :-

∵ हर $= \sqrt{5}$

$\sqrt{5}$ का परिमेयकारी गुणक $= \sqrt{5}$

$$\therefore \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

(b) $\frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$ **के हर का परिमेयीकरण करें ?**

Speedy Solution :-

∵ हर $= \sqrt{7}+\sqrt{5}$

∴ हर $\sqrt{7}+\sqrt{5}$ का संयुग्मी करणी $= \sqrt{7}-\sqrt{5}$

$$\therefore \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})}$$

$$= \frac{(\sqrt{7}-\sqrt{5})^2}{(\sqrt{7^2})-(\sqrt{5})^2} = \frac{(\sqrt{7})^2+(\sqrt{5})^2-2\sqrt{7}\times\sqrt{5}}{7-5}$$

$$= \frac{7+5-2\sqrt{35}}{2} = \frac{12-2\sqrt{35}}{2} = \frac{2(6-\sqrt{35})}{2} = 6-\sqrt{35}$$

याद रखें

(i) $(a+b)(a-b) = a^2-b^2$

(ii) $(a+b)^2 = a^2+b^2+2ab$

(iii) $(a-b)^2 = a^2+b^2-2ab$

महत्त्वपूर्ण सूत्र

(i) $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{a+b+2\sqrt{ab}}{a-b}$

(ii) $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{a+b-2\sqrt{ab}}{a-b}$

(iii) $\frac{a}{\sqrt{x}} = \frac{a\sqrt{x}}{x}$

(iv) $\frac{a}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \frac{a(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{x-y}$

(v) $\frac{a}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \frac{a(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{x-y}$

(vi) $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} + \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{2\times(a+b)}{a-b}$

Scanned by CamScanner

करणी से संबंधित महत्त्वपूर्ण प्रश्न

1. $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = ?$

Speedy Solution :-

महत्वपूर्ण सुत्र (I) से

$$\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{5+3+2\sqrt{5\times3}}{5-3}$$

$$= \frac{8+2\sqrt{15}}{2} = \frac{2(4+\sqrt{15})}{2} = 4+\sqrt{15}$$

2. $\frac{\sqrt{11}-\sqrt{7}}{\sqrt{11}+\sqrt{7}} = ?$

Speedy Solution :-

महत्वपूर्ण सुत्र (II) से,

$$\frac{\sqrt{11}-\sqrt{7}}{\sqrt{11}+\sqrt{7}} = \frac{11+7-2\sqrt{11\times7}}{11-7}$$

$$= \frac{18-2\sqrt{77}}{4} = \frac{2(9-\sqrt{77})}{4} = \frac{9-\sqrt{77}}{2}$$

3. $\sqrt{2}, \sqrt[3]{4}, \sqrt[4]{3}$ को आरोही क्रम में लिखे ?

Speedy Solution :-

$\because$ 2, 3 तथा 4 का ल० स० = 12

$\therefore \sqrt{2} = {}^{2\times6}\sqrt{2^6} = \sqrt[12]{64}$

$\sqrt[3]{4} = {}^{3\times4}\sqrt{4^4} = \sqrt[12]{256}$

$\sqrt[4]{3} = {}^{4\times3}\sqrt{3^3} = \sqrt[12]{27}$

$\because \sqrt[12]{27} < \sqrt[12]{64} < \sqrt[12]{256}$

$\therefore$ आरोही क्रम $= \sqrt[4]{3}, \sqrt{2}, \sqrt[3]{4}$

4. $\frac{4}{\sqrt[3]{16}}$ में हर का परिमेयीकरण कर लिखे ?

Speedy Solution :-

$\therefore$ हर $= \sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{4\times4}$

हर का परिमेयकारी गुणक $= \sqrt[3]{4}$

$\therefore \frac{4}{\sqrt[3]{16}} = \frac{4\sqrt[3]{4}}{16} = \frac{\sqrt[3]{4}}{4}$

5. $\sqrt{3}$ और $\sqrt[4]{4}$ कौन बड़ा है ?

Speedy Solution :-

$\because$ 2 तथा 4 का ल० स० = 4

$\therefore \sqrt{3} = {}^{2\times2}\sqrt{3^2} = \sqrt[4]{9}$

$\sqrt[4]{4} = {}^{4\times}\sqrt{4^1} = \sqrt[4]{4}$

$\therefore \sqrt[4]{9} > \sqrt[4]{4}$

$\therefore \sqrt{3}$ बड़ा है।

6. यदि $\sqrt{3} = 1.732$ तथा $\sqrt{2} = 1.414$ हो तो $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = ?$

Speedy Solution :-

महत्वपूर्ण सुत्र (IV) से,

$$\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{1\times(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{3-2}$$

$$= \sqrt{3}-\sqrt{2} = 1.732 - 1.414 = 0.318$$

7. यदि $\sqrt{6} = 2.45$ हो, तो $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = ?$

Speedy Solution :-

महत्वपूर्ण सूत्र (II) से,

$$\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{3+2-2\sqrt{3\times2}}{3-2} = 5-2\sqrt{6}$$

$$= 5 - 2\times2.45 = 0.100$$

8. $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = ?$

Speedy Solution :-

महत्वपूर्ण सूत्र (I तथा II) से,

$$\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{5+3+2\sqrt{15}}{5-3} + \frac{5+3-2\sqrt{15}}{5-3}$$

$$= \frac{8+2\sqrt{15}+8-2\sqrt{15}}{2} = \frac{16}{2} = 8$$

9. $\sqrt[4]{81} - 8\sqrt[3]{216} + 15\sqrt[5]{32} + \sqrt{225}$ का मान निकालें ?

Speedy Solution :-

$\sqrt[4]{81} - 8\sqrt[3]{216} + 15\sqrt[5]{32} + \sqrt{225}$

$= \sqrt[4]{3^4} - 8\sqrt[3]{6^3} + 15\sqrt[5]{2^5} + \sqrt{15^2}$

$= 3 - 8\times6 + 15\times2 + 15$

$= 3 - 48 + 30 + 15 = 48 - 48 = 0$

10. $\frac{\sqrt{98}-\sqrt{72}+\sqrt{50}}{\sqrt{18}}$ का मान क्या है ?

Speedy Solution :-

$$\frac{\sqrt{98}-\sqrt{72}+\sqrt{50}}{\sqrt{18}} = \frac{7\sqrt{2}-6\sqrt{2}+5\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}(7-6+5)}{3\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = 2$$

11. $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{3}} - \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} + \frac{6}{\sqrt{18}+\sqrt{12}}$ का मान निकालें ?

Scanned by CamScanner

Speedy Solution :-

हरो का परिमेयीकरण करने पर,

$$\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{2}\times(\sqrt{6}+\sqrt{3})}{6-3}=\frac{3(\sqrt{12}+\sqrt{6})}{3}=\sqrt{12}+\sqrt{6}$$

$$\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{3}\times(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{6-2}=\frac{4(\sqrt{18}+\sqrt{6})}{4}=\sqrt{18}+\sqrt{6}$$

पुनः $\frac{6}{\sqrt{18}+\sqrt{12}}=\frac{6(\sqrt{18}-\sqrt{12})}{18-12}$

$$=\frac{6\times(\sqrt{18}-\sqrt{12})}{6}=\sqrt{18}-\sqrt{12}$$

$$=(\sqrt{12}+\sqrt{6})-(\sqrt{18}+\sqrt{6})+(\sqrt{18}-\sqrt{12})$$

$$=\sqrt{12}+\sqrt{6}-\sqrt{18}-\sqrt{6}+\sqrt{18}-\sqrt{12}=0$$

12. $(\sqrt{13}-\sqrt{11}),(\sqrt{10}-\sqrt{8})$ तथा $(\sqrt{7}-\sqrt{5})$ में से किसका मान सबसे अधिक एवं किसका मान सबसे कम है -

Speedy Solution :-

सबसे अधिक मान $=\sqrt{7}-\sqrt{5}$

सबसे कम मान $=\sqrt{13}-\sqrt{11}$

> **TRICK :** ऐसे प्रश्न में, यदि दिए गए वर्गमूल का अन्तर प्रत्येक पद के लिए समान हो तो सबसे बड़ी संख्या वाली का मान सबसे कम एवं सबसे छोटी संख्या वाली का मान सबसे अधिक होता है।

13. यदि $x=3+2\sqrt{2}$ हो, तो $\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}$ का मान निकालें ?

Speedy Solution :-

$x=3+2\sqrt{2}$

माना $\sqrt{x}=\sqrt{3+2\sqrt{2}}=\sqrt{p}+\sqrt{q}$

$\therefore 3+2\sqrt{2}=p+q+2\sqrt{pq}$

$\Rightarrow p+q=3,\ pq=2$

$\therefore p-q=1$

$\Rightarrow p=2,\ q=1$

$\therefore \sqrt{x}=\sqrt{2}+\sqrt{1}=1+\sqrt{2}$

$\therefore \sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}=(1+\sqrt{2})-\frac{1}{1+\sqrt{2}}$

$$=\frac{(1+\sqrt{2})^2-1}{1+\sqrt{2}}=\frac{1+2+2\sqrt{2}-1}{1+\sqrt{2}}=\frac{2(1+\sqrt{2})}{1+\sqrt{2}}=2$$

14. $\sqrt{2},\sqrt[3]{3},\sqrt[4]{5},\sqrt[3]{2}$ में कौन बड़ा है -

Speedy Solution :-

2, 3, 4, 3 का ल॰ स॰ = 12

$\because \sqrt{2}=\sqrt[12]{2^6}=\sqrt[12]{64}$

$\because \sqrt[3]{3}=\sqrt[12]{3^4}=\sqrt[12]{81}$

$\because \sqrt[4]{5}=\sqrt[12]{5^3}=\sqrt[12]{125}$

$\because \sqrt[3]{2}=\sqrt[12]{2^4}=\sqrt[12]{16}$

यहाँ $\sqrt[12]{16}<\sqrt[12]{64}<\sqrt[12]{81}<\sqrt[12]{125}$

अतः $\sqrt[4]{5}$ बड़ा होगा।

15. $\frac{3+\sqrt{6}}{5\sqrt{3}-2\sqrt{12}-\sqrt{32}+\sqrt{50}}=?$

Speedy Solution :-

$$\frac{3+\sqrt{6}}{5\sqrt{3}-2\sqrt{12}-\sqrt{32}+\sqrt{50}}$$

$$=\frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{5\sqrt{3}-4\sqrt{3}-4\sqrt{2}+5\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\sqrt{3}$$

16. यदि $x=7-4\sqrt{3}$ हो, तो $\left(x-\frac{1}{x}\right)$ का मान बतायें ?

Speedy Solution :-

$$x+\frac{1}{x}=(7-4\sqrt{3})+\frac{1}{7-4\sqrt{3}}\times\frac{7+4\sqrt{3}}{7+4\sqrt{3}}$$

$$=(7-4\sqrt{3})+\frac{7+4\sqrt{3}}{7^2-(4\sqrt{3})^2}$$

$$=(7-4\sqrt{3})+\frac{(7+4\sqrt{3})}{1}=7+7=14$$

17. $\sqrt{5+2\sqrt{6}}-\frac{1}{\sqrt{5+2\sqrt{6}}}=?$

Speedy Solution :-

$$\sqrt{5+2\sqrt{6}}=\sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}=\sqrt{3}+\sqrt{2}$$

$$\therefore ?=(\sqrt{3}+\sqrt{2})-\frac{1}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})}\times\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$$

$$=(\sqrt{3}+\sqrt{2})-\times\frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{3-2}$$

$$=\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{2}=2\sqrt{2}$$

Scanned by CamScanner

PREVIOUS YEAR'S RRB'S QUESTIONS

1. यदि $\sqrt{3} = 1.732$ हो, तो $\frac{1}{\sqrt{3}}$ का मान लगभग कितना होगा ?

(A) 0.617 (B) 0.313 (C) 0.577 (D) 0.173

(RRB भोपाल/मुम्बई C.C., 2003)

Speedy Solution : (C)

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1.732}{3} = 0.577$$

2. यदि $\sqrt{2} = 1.4142$ हो, तो व्यंजक $\frac{7}{3+\sqrt{2}}$ का मान है -

(A) 1.5858 (B) 4.4142 (C) 3.4852 (D) 3.5858

(RRB भोपाल/मुम्बई T.C., 2003)

Speedy Solution : (A)

$$\frac{7}{3+\sqrt{2}} = \frac{7}{3+\sqrt{2}} \times \frac{3-\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}} = \frac{7(3-\sqrt{2})}{3^2-2}$$

$$= \frac{7(3-\sqrt{2})}{7} = 3-\sqrt{2} = 3-1.4142 = 1.5858$$

3. $\frac{\sqrt{32}+\sqrt{48}}{\sqrt{8}+\sqrt{12}} = ?$

(A) 2 (B) 4 (C) 8 (D) $\sqrt{5}$

(RRB गोरखपुर A.S.M., 2005)

Speedy Solution : (A)

$$\frac{\sqrt{32}+\sqrt{48}}{\sqrt{8}+\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{16\times2}+\sqrt{16\times3}}{\sqrt{4\times2}+\sqrt{4\times3}} = \frac{4(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{2(\sqrt{2}+\sqrt{3})} = 2$$

4. यदि $\sqrt{24} = 4.899$ हो, तो $\sqrt{\frac{8}{3}}$ का मान क्या है -

(A) 1.633 (B) 2.633 (C) 1.634 (D) 2.336

(RRB भोपाल A.S.M., 1995)

Speedy Solution : (A)

$$\sqrt{\frac{8}{3}} = \frac{\sqrt{8}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{24}}{3} = \frac{4.899}{3} = 1.633$$

5. $\frac{\sqrt{5}}{3-\sqrt{2}}$ का मान क्या होगा -

(A) $\sqrt{5}$ (B) 5 (C) $\sqrt{10}$ (D) कोई नहीं

(RRB मुम्बई Group D, 2003)

Speedy Solution : (D)

$$\frac{\sqrt{5}}{3-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}(3+\sqrt{2})}{(3)^2-(\sqrt{2})^2} = \frac{3\sqrt{5}+\sqrt{10}}{9-2} = \frac{3\sqrt{5}+\sqrt{10}}{7}$$

6. निम्नलिखित का मान क्या होगा -

$$\frac{1}{3-\sqrt{8}} - \frac{1}{\sqrt{8}-\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} - \frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{4}}$$

(A) 3 से अधिक (B) 2 और 3 के बीच

(C) 0 (D) 0 और 1 के बीच

(RRB पटना Goods Guard, 2002)

Speedy Solution : (A)

$$\frac{1}{3-\sqrt{8}} = \frac{1(3+\sqrt{8})}{(3-\sqrt{8})(3+\sqrt{8})} = \frac{3+\sqrt{8}}{(3)^2-(\sqrt{8})^2} = 3+\sqrt{8}$$

इसी प्रकार सभी के हर का परिमेयीकरण करने पर,

$$\frac{1}{\sqrt{8}-\sqrt{7}} = \sqrt{8}+\sqrt{7} \qquad \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} = \sqrt{7}+\sqrt{6}$$

$$\frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}} = \sqrt{6}+\sqrt{5} \qquad \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{4}} = \sqrt{5}+\sqrt{4}$$

$$\therefore \frac{1}{3-\sqrt{8}} - \frac{1}{\sqrt{8}-\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} - \frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{4}}$$

$$= (3+\sqrt{8})-(\sqrt{8}+\sqrt{7})+(\sqrt{7}+\sqrt{6})-(\sqrt{6}+\sqrt{5})+(\sqrt{5}+\sqrt{4})$$

$$= 3+\sqrt{8}-\sqrt{8}-\sqrt{7}+\sqrt{7}+\sqrt{6}-\sqrt{6}-\sqrt{5}+\sqrt{5}+\sqrt{4}$$

$$= 3+\sqrt{4} = 3+2 = 5$$

7. यदि $a = 5+2\sqrt{6}$ हो, तो $\sqrt{a}-\frac{1}{\sqrt{a}}$ का मान बताये ?

(A) $2\sqrt{2}$ (B) $3\sqrt{2}$ (C) $2\sqrt{3}$ (D) $3\sqrt{3}$

(RRB कोलकाता/भुवनेश्वर T.C., 2003)

Speedy Solution : (A)

$$\because \left(\sqrt{a}-\frac{1}{\sqrt{a}}\right)^2 = a-2+\frac{1}{a} \qquad = 5+2\sqrt{6}-2+\frac{1}{5+2\sqrt{6}}$$

$$= 3+2\sqrt{6}+\frac{(5-2\sqrt{6})}{(5)^2-(2\sqrt{6})^2} \qquad = 3+2\sqrt{6}+\frac{5-2\sqrt{6}}{25-24}$$

$$= 3+2\sqrt{6}+5-2\sqrt{6} = 8 \qquad \therefore \sqrt{a}-\frac{1}{\sqrt{a}} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

8. निम्नांकित में A का मान ज्ञात करें -

$$\frac{\left(\frac{1}{\sqrt{9}}-\frac{1}{\sqrt{11}}\right)}{\left(\frac{1}{\sqrt{9}}+\frac{1}{\sqrt{11}}\right)} \times \frac{10+\sqrt{99}}{A} = \frac{1}{2}$$

Scanned by CamScanner

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{11}}$

(RRB मुम्बई/भोपाल/अजमेर G.M./T.M./Khaasi, 2003)

Speedy Solution : (A)

$$\frac{\left(\frac{1}{\sqrt{9}}-\frac{1}{\sqrt{11}}\right)}{\left(\frac{1}{\sqrt{9}}+\frac{1}{\sqrt{11}}\right)}\times\frac{10+\sqrt{99}}{A}=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{11}-\sqrt{9}}{\sqrt{99}}}{\frac{\sqrt{11}+\sqrt{9}}{\sqrt{99}}}\times\frac{10+\sqrt{99}}{A}=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{11}-\sqrt{9}}{\sqrt{11}+\sqrt{9}}\times\frac{10+\sqrt{99}}{A}=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{11}-\sqrt{9}}{\sqrt{11}+\sqrt{9}}\times\frac{\sqrt{11}-\sqrt{9}}{\sqrt{11}-\sqrt{9}}\times\frac{10+\sqrt{99}}{A}=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\left(\sqrt{11}-\sqrt{9}\right)^2}{\left(\sqrt{11}\right)^2-\left(\sqrt{9}\right)^2}\times\frac{10+\sqrt{99}}{A}=\frac{1}{2}$$

$(a-b)^2=a^2+b^2-2ab\ a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

$$\Rightarrow \frac{11+9-2\times\sqrt{11}\times\sqrt{9}}{11-9}\times\frac{10+\sqrt{99}}{A}=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{20-2\sqrt{99}}{2}\times\frac{10+\sqrt{99}}{A}=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{2\left(10-\sqrt{99}\right)}{2}\times\frac{10+\sqrt{99}}{A}=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \left(10-\sqrt{99}\right)\times\frac{\left(10+\sqrt{99}\right)}{A}=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{(10)^2-\left(\sqrt{99}\right)^2}{A}=\frac{1}{2} \quad \Rightarrow \frac{100-99}{A}=\frac{1}{2}$$

$\Rightarrow \frac{1}{A}=\frac{1}{2}$ अतः $A=2$

9. $\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}+\frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$ का मान है –

(A) $2\sqrt{7}-3\sqrt{5}$ (B) $2\sqrt{7}+3\sqrt{5}$
(C) 12 (D) 2

(RRB भोपाल G.G., 2001)

Speedy Solution : (C)

$$\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}+\frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{7}+\sqrt{5}\right)^2+\left(\sqrt{7}-\sqrt{5}\right)^2}{\left(\sqrt{7}-\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{7}+\sqrt{5}\right)}$$

$$=\frac{\left(7+5+2\sqrt{7}\times\sqrt{5}\right)+\left(7+5-2\sqrt{7}\times\sqrt{5}\right)}{\left(\sqrt{7}\right)^2-\left(\sqrt{5}\right)^2}$$

$$=\frac{(7+5)+(7+5)}{2}=\frac{24}{2}=12$$

10. $\frac{1}{\sqrt{2+1}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}+.....+\frac{1}{\sqrt{100}+\sqrt{99}}$

(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) कोई नहीं

(RRB भोपाल G.G., 2001)

Speedy Solution : (A)

$$\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}+.....+\frac{1}{\sqrt{100}+\sqrt{99}}$$

इसमें प्रत्येक हर के विपरीत चिह्न का गुणा अंश और हर में करने पर,

$$=\frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}+\frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}+$$
$$\frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{(\sqrt{4}+\sqrt{3})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}+\cdots\frac{\sqrt{100}-\sqrt{99}}{(\sqrt{100}+\sqrt{99})(\sqrt{100}-\sqrt{99})}$$

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ से सरल करने पर

$$=\frac{\sqrt{2}-1}{2-1}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2}+\frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{4-3}+\cdots\frac{\sqrt{100}-\sqrt{99}}{100-99}$$

$$=\sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{4}-\sqrt{3}+....\sqrt{100}-\sqrt{99}$$

$$=-1+\sqrt{100}$$

$$=-1+10=9$$

11. $\sqrt[3]{1+\sqrt{2}}.\sqrt[6]{3-2\sqrt{2}}$ का सरलीकृत मान है-

(A) $2-\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{2}-1$ (C) $3-2\sqrt{2}$ (D) 1

(RRB भोपाल G.G., 2001)

Speedy Solution : (D)

$$\sqrt[3]{1+\sqrt{2}}.\sqrt[6]{3-2\sqrt{2}}$$

$$=\sqrt[3]{(1+\sqrt{2})}\times\sqrt[6]{(2+1-2\sqrt{2})}=\sqrt[3]{1+\sqrt{2}}\times\sqrt[6]{(\sqrt{2}-1)^2}$$

Scanned by CamScanner

$(a^2+b^2-2ab)=(a-b)^2$ से

$= \sqrt[3]{1+\sqrt{2}} \times \sqrt[3]{(\sqrt{2}-1)} = \sqrt[3]{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}$

$= \sqrt[3]{(\sqrt{2})^2-(1)^2}$ $[\because a^2-b^2=(a+b)(a-b)]$ से

$= \sqrt[3]{2-1} = \sqrt[3]{1} = 1$

12. $\frac{4-\sqrt{6}}{2\sqrt{2}-\sqrt{3}} = ?$

(A) 1.4 (B) 1.7 (C) 2 (D) 1

(RRB कोलकाता/भुवनेश्वर T.C., 2003)

Speedy Solution : (A)

$$\frac{4-\sqrt{6}}{2\sqrt{2}-\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{2\sqrt{2}-\sqrt{3}}$$

[$\sqrt{2}$ उभयनिष्ठ लेने पर]

$= \sqrt{2} = 1.4$

13. यदि x, 1 से बड़ा तथा $\frac{\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}} = 2$ है तो, x का मान है –

(A) $\frac{5}{4}$ (B) 2 (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{3}{4}$

(RRB भोपाल Asst. Driver, 2001)

Speedy Solution : (A)

योगान्तरानुपात के नियमानुसार –

$$\frac{(\sqrt{x+1})+(\sqrt{x-1})}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{(\sqrt{x+1})+(\sqrt{x-1})+(\sqrt{x+1})-(\sqrt{x-1})}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}-\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}} = \frac{2+1}{2-1}$$

$\therefore \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}} = \frac{3}{1}$

$\Rightarrow \frac{x+1}{x-1} = \frac{9}{1}$ $\Rightarrow 9x-9 = x+1$

$\Rightarrow 8x = 10$ $\therefore x = \frac{5}{4}$

14. $\sqrt[3]{1+\sqrt{2}} \cdot \sqrt[6]{3-2\sqrt{2}}$ को सरलीकृत किए जाने पर वह किसके बराबर होता है ?

(A) $2-\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{2}-1$ (C) $3-2\sqrt{2}$ (D) 1

(RRB भोपाल T.C., 2001)

Speedy Solution : (D)

$\sqrt[3]{1+\sqrt{2}} \cdot \sqrt[6]{3-2\sqrt{2}}$

$= \sqrt[3]{1+\sqrt{2}} \times \sqrt[6]{2-2\sqrt{2}+1}$ [a^2+b^2-2ab के रूप में]

$= \sqrt[3]{1+\sqrt{2}} \times \sqrt[6]{(\sqrt{2}-1)^2}$ [$(a-b)^2$ के रूप में]

$= \sqrt[3]{1+\sqrt{2}} \times \sqrt[3]{\sqrt{2}-1}$

$= \sqrt[3]{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}$ [$(a+b)(a-b) = a^2 = a^2-b^2$]

$= \sqrt[3]{(2-1)} = 1$

15. $\left[\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} + \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}\right]$ को सरलीकृत कीजिए ?

(A) $2-\sqrt{3}$ (B) $2+\sqrt{3}$ (C) $16-\sqrt{3}$ (D) $4-\sqrt{3}$

(RRB मुम्बई A.S.M., 2003)

Speedy Solution : (C)

$\left[\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} + \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}\right]$

$= \left[\frac{(2+\sqrt{3})^2}{4-3} + \frac{(2-\sqrt{3})^2}{4-3} + \frac{(\sqrt{3}-1)^2}{3-1}\right]$

$= \left[4+3+4\sqrt{3}+4+3-4\sqrt{3}+\frac{3+1-2\sqrt{3}}{2}\right]$

$= [14+2-\sqrt{3}] = 16-\sqrt{3}$

16. $\sqrt{5+2\sqrt{6}} - \frac{1}{\sqrt{5+2\sqrt{6}}}$ का मान है ?

(A) $2\sqrt{2}$ (B) $2\sqrt{3}$ (C) $1+\sqrt{5}$ (D) $\sqrt{5}-1$

(RRB राँची E.S.M., 2003)

Speedy Solution : (A)

$\sqrt{5+2\sqrt{6}} - \frac{1}{\sqrt{5+2\sqrt{6}}}$

$= \sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2} - \frac{1}{\sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}}$

$= \sqrt{3}+\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

$= \sqrt{3}+\sqrt{2} - \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{3-2}$

$= \sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

Scanned by CamScanner