সংহতি
(SETS)

❖ *In these days of conflict between ancient and modern studies; there must surely be something to be said for a study which did not begin with Pythagoras and will not end with Einstein; but is the oldest and the youngest. – G.H. HARDY* ❖

1.1 অৱতাৰণা (Introduction)

Georg Cantor, 1845–1918

বৰ্তমান যুগৰ গণিতত সংহতিৰ ধাৰণা এটা মৌলিক অংশ হিচাপে বিবেচিত হৈ আহিছে। এতিয়া গণিতৰ প্ৰায় সকলো শাখাতে এই ধাৰণা ব্যৱহৃত হয়। সম্বন্ধ (relation) আৰু ফলনৰ (function) ধাৰণা সংজ্ঞাবদ্ধ কৰিবলৈ সংহতি ব্যৱহাৰ কৰা হয়। জ্যামিতি (geometry), অনুক্ৰম (sequence), সম্ভাৱিতা (probability) আদিৰ অধ্যয়নত সংহতিৰ জ্ঞানৰ প্ৰয়োজন।

জাৰ্মান গণিতজ্ঞ **জৰ্জ কেণ্টৰে (Georg Cantor, 1845-1918)** সংহতি-তত্ত্বৰ অৱতাৰণা কৰে। 'ত্ৰিকোণমিতীয় শ্ৰেণীৰ সমস্যাসমূহৰ' অধ্যয়ন কৰোঁতে তেওঁ সংহতিৰ সন্মুখীন হয়। এই অধ্যায়ত আমি সংহতি সম্বন্ধীয় কিছুমান মূল সংজ্ঞা আৰু প্ৰক্ৰিয়া আলোচনা কৰিম।

1.2 সংহতি আৰু সিহঁতৰ প্ৰদৰ্শন (Sets and their Representations)

দৈনন্দিন জীৱনত আমি একেজাতীয় বস্তুৰ সংগ্ৰহৰ কথা প্ৰায়েই কওঁ,— উদাহৰণস্বৰূপে এক পেক (Pack) তাছপাত, মানুহৰ থুপ, ক্ৰিকেট দল ইত্যাদি। গণিততো আমি বিভিন্ন সংগ্ৰহ দেখা পাওঁ, উদাহৰণস্বৰূপে স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ সংগ্ৰহ, বিন্দুৰ সংগ্ৰহ, মৌলিক সংখ্যাৰ সংগ্ৰহ ইত্যাদি। এতিয়া আমি তলৰ সংগ্ৰহকেইটা বিশেষভাৱে নিৰীক্ষণ কৰোঁ—

(i) 10তকৈ সৰু অযুগ্ম স্বাভাৱিক সংখ্যা অৰ্থাৎ 1, 3, 5, 7, 9

(ii) ভাৰতবৰ্ষৰ নদীবিলাক

(iii) ইংৰাজী বৰ্ণমালাৰ স্বৰবৰ্ণকেইটা অৰ্থাৎ *a, e, i, o, u*

(iv) বিভিন্ন প্ৰকাৰৰ ত্ৰিভুজ

(v) 210 ৰ মৌলিক উৎপাদককেইটা অৰ্থাৎ 2, 3, 5 আৰু 7

(vi) $x^2 – 5x + 6 = 0$ সমীকৰণৰ সমাধান অৰ্থাৎ 2 আৰু 3

আমি মন কৰিছোঁ যে প্ৰতিটো উদাহৰণেই একো একোটা সু-সংজ্ঞাৱদ্ধ বস্তুৰ সংগ্ৰহ। এইবোৰ এইবাবেই সু-সংজ্ঞাৱদ্ধ যে পৰীক্ষণৰ দ্বাৰা কোনো এটা বস্তু এটা নিৰ্দিষ্ট সংগ্ৰহত আছেনে নাই তাক আমি নিশ্চিতভাৱে ক'ব পাৰো। উদাহৰণস্বৰূপে আমি ক'ব পাৰোঁ যে ভাৰতবৰ্ষৰ নদীৰ সংগ্ৰহত নীল নদী নাই। আনহাতেদি, গংগা নদী এই সংগ্ৰহত আছে।

গণিতত বিশেষভাৱে ব্যৱহৃত হোৱা আন কেইটামান সংহতিৰ উদাহৰণ তলত দিয়া হ'ল, যথা

N ঃ সকলো স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ সংহতি (the set of all natural numbers)

Z ঃ সকলো অখণ্ড সংখ্যাৰ সংহতি (the set of all integers)

Q ঃ সকলো পৰিমেয় সংখ্যাৰ সংহতি (the set of all rational numbers)

R ঃ বাস্তৱ সংখ্যাৰ সংহতি (the set of real numbers)

$\mathbf{Z}^+$ ঃ ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ সংহতি (the set of positive integers)

$\mathbf{Q}^+$ ঃ ধনাত্মক পৰিমেয় সংখ্যাৰ সংহতি (the set of positive rational numbers) আৰু

$\mathbf{R}^+$ ঃ ধনাত্মক বাস্তৱ সংখ্যাৰ সংহতি (the set of positive real numbers)

কিতাপখনত এই বিশেষ সংহতিকেইটাৰ বাবে ওপৰত উল্লেখ কৰা প্ৰতীককেইটা ব্যৱহাৰ কৰা হ'ব।

আকৌ পৃথিৱীৰ পাঁচজন অতি বিখ্যাত গণিতজ্ঞৰ সংগ্ৰহটো সু-সংজ্ঞাৱদ্ধ নহয়, কিয়নো অতি বিখ্যাত গণিতজ্ঞ বুলি কাক বুজোৱা হ'ব সেই চৰ্ত মানুহে প্ৰতি বেলেগ বেলেগ হ'ব। সেয়ে এইটো সু-সংজ্ঞাৱদ্ধ সংগ্ৰহ নহয়। আমি কম যে ***সংহতি হ'ল সু-সংজ্ঞাৱদ্ধ বস্তুৰ সংগ্ৰহ*** (A Set is a well defined collection of objects)।

তলৰ কথা কেইটা মন কৰিব লগীয়া ঃ

(i) বস্তু (object), উপাদান বা মৌল (element) আৰু সদস্য (member) সমাৰ্থক পদ।

(ii) সাধাৰণতে সংহতিবিলাকৰ বৰফলাৰ আখৰ A, B, C, X, Y, Z ইত্যাদিৰে বুজোৱা হয়।

(iii) সংহতিৰ উপাদানবোৰক সৰুফলাৰ আখৰ a, b, c, x, y, z ইত্যাদিৰে বুজোৱা হয়।

যদি A সংহতিৰ a এটা উপাদান হয়, আমি কওঁ যে 'a, A ত আছে' (a belongs to A)। ইয়াক গ্ৰিক প্ৰতীক $\in$ (এপছাইলন) এৰে বুজোৱা হয়। ইয়াক আমি এনেদৰে লিখোঁ $a \in$A । যদি A সংহতিটোৰ b উপাদান নহয়, আমি লিখোঁ $b \notin$A আৰু ইয়াক এনেদৰে পঢ়া হয় 'b, A ত নাই' (b does not belong to A)।

এনেদৰে, ইংৰাজী বৰ্ণমালাৰ স্বৰবৰ্ণৰ সংহতি V ৰ ক্ষেত্ৰত $a \in$V , কিন্তু $b \notin$V . 30 ৰ মৌলিক উৎপাদকৰ সংহতি P ৰ ক্ষেত্ৰত 3 $\in$P কিন্তু 15 $\notin$P

সংহতি বুজোৱা পদ্ধতি দুটাঃ

(i) তালিকাভুক্তিকৰণ পদ্ধতি (Roster or tabular form)

(ii) সংহতি-গঠন পদ্ধতি (Set-builder form)

(i) তালিকাভুক্তিকৰণ পদ্ধতিত সকলোবোৰ উপাদান কুটিল বন্ধনীৰ { } মাজত কমা চিনেৰে বিচ্ছিন্ন কৰি লিখা হয়। উদাহৰণস্বৰূপে, 7 তকৈ সৰু সকলো যুগ্ম অখণ্ড সংখ্যাৰ সংহতিটো তালিকাভুক্তিকৰণ পদ্ধতিত এনেদৰে লিখা হয় {2, 4, 6}. তলত তালিকাভুক্তিকৰণ পদ্ধতিত প্ৰদৰ্শন কৰা আৰু কেইটামান সংহতিৰ উদাহৰণ দিয়া হ'ল ঃ

(a) 42 ক হৰণ কৰিবপৰা স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ সংহতি {1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42}

> ☛ **টোকা** তালিকাভুক্তিকৰণ পদ্ধতিত উপাদনবোৰ লিখাৰ ক্ৰমটোৰ কোনো ধৰা-বন্ধা কথা নাই। উপৰিউক্ত সংহতিটো এনেধৰণেও লিখিব পাৰি {1, 3, 7, 21, 2, 6, 14, 42}

(b) ইংৰাজী বৰ্ণমালাৰ সকলো স্বৰবৰ্ণৰ সংহতিটো হ'ল {a, e, i, o, u}

(c) অযুগ্ম স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ সংহতিটো {1, 3, 5,...} ৰে বুজোৱা হয়। অযুগ্ম সংখ্যাৰ তালিকাখন যে অসীমভাৱে বাঢ়ি গৈ থাকে, সেয়া ডট্‌বোৰে বুজায়।

> ☛ **টোকা** উল্লেখ কৰিব পাৰি যে তালিকাভুক্তিকৰণ পদ্ধতিত সংহতি লিখোঁতে উপাদান এটা সাধাৰণতে বাৰে বাৰে লিখা নহয় অৰ্থাৎ সকলোবোৰ উপাদান পৃথক। উদাহৰণস্বৰূপে SCHOOL শব্দটোৰ আখৰবোৰৰ সংহতি {S, C, H, O, L} বা {H, O, L, C, S} ইয়াত উপাদানবোৰ লিখাৰ ক্ৰমটোৰ কোনো তাৎপৰ্য নাই।

(ii) সংহতি-গঠন পদ্ধতিত, সংহতি এটাৰ সকলোবোৰ উপাদানৰ এটা উমৈহতীয়া ধৰ্ম আছে, যিটো ধৰ্ম সংহতিটোত নথকা আন উপাদানৰ নাই। উদাহৰণস্বৰূপে $\{a, e, i, o, u\}$ সংহতিটোত উপাদানৰ উমৈহতীয়া ধৰ্ম আছে, অৰ্থাৎ প্ৰতিটোৱেই ইংৰাজী বৰ্ণমালাৰ একোটা স্বৰবৰ্ণ। অন্য বৰ্ণৰ এই ধৰ্ম নাই। এই সংহতিটোক V ৰে বুজালে আমি লিখিব পাৰো V = $\{x : x$ ইংৰাজী বৰ্ণমালাৰ এটা স্বৰবৰ্ণ$\}$

মন কৰিব লগীয়া যে আমি সংহতিটোৰ উপাদানক এটা প্ৰতীক x এৰে বুজাইছোঁ (অন্য প্ৰতীক যেনে y, z ইত্যাদি বৰ্ণও ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰি) আৰু ইয়াৰ পিছত এটা ক'ল'ন ":" বহুৱাইছোঁ। ক'ল'ন চিহ্নৰ পাছত সংহতিটোৰ উপাদানবোৰৰ উমৈহতীয়া ধৰ্মটো লিখিছোঁ আৰু এই সমস্তখিনি এযোৰ কুটিল বন্ধনীৰ ভিতৰত ৰাখিছোঁ। V সংহতিটোৰ ওপৰৰ বৰ্ণনাখিনি এনেদৰে পঢ়া হয়, 'সকলো x ৰ সংহতি যাতে x ইংৰাজী বৰ্ণমালাৰ এটা স্বৰবৰ্ণ' (the set of all x such that x is a vowel of the English alphabet)। এই বৰ্ণনাত কুটিল বন্ধনীয়ে 'সকলোৰে সংহতি' (the set of all) বুজায়, ক'ল'নে 'যাতে' (such that) বুজায়। উদাহৰণস্বৰূপে

A =$\{x : x$ এটা স্বাভাৱিক সংখ্যা আৰু $3 < x < 10\}$ সংহতিটো এনেদৰে পঢ়া হয়,— সকলো x অৰ সংহতি যাতে x এটা স্বাভাৱিক সংখ্যা আৰু x, 3 আৰু 10 ৰ মাজত আছে। সেয়ে 4, 5, 6, 7, 8 আৰু 9 সংখ্যাকেইটা A সংহতিটোৰ উপাদান।

তালিকাভুক্তিকৰণ পদ্ধতিত লিখা ওপৰৰ (a), (b) আৰু (c) ত উল্লিখিত সংহতিকেইটাক যদি আমি A, B আৰু C ৰে বুজাওঁ; তেনেহ'লে A, B, C ক সংহতি-গঠন পদ্ধতিত এনেদৰে লিখিব পাৰি

A=$\{x : x$ এটা স্বাভাৱিক সংখ্যা আৰু ইয়াৰে 42 ক হৰণ কৰিব পাৰি$\}$

B =$\{y : y$ ইংৰাজী বৰ্ণমালাৰ এটা স্বৰবৰ্ণ$\}$

C =$\{z : z$ এটা অযুগ্ম স্বাভাৱিক সংখ্যা$\}$

উদাহৰণ 1 $x^2 + x - 2 = 0$ সমীকৰণৰ সমাধান সংহতি তালিকাভুক্তিকৰণ পদ্ধতিত লিখাঁ।

সমাধান প্ৰদত্ত সমীকৰণটো এনেধৰণে লিখিব পাৰি

$(x-1)(x+2) = 0$

অৰ্থাৎ $x = 1, -2$

গতিকে, প্ৰদত্ত সমীকৰণৰ সমাধান সংহতি তালিকাভুক্তিকৰণ পদ্ধতিত এনেধৰণে লিখিব পাৰি $\{1, -2\}$

উদাহৰণ 2 $\{x : x$ এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা আৰু $x^2 < 40\}$ সংহতিটোক তালিকাভুক্তিকৰণ পদ্ধতিত লিখাঁ।

সমাধান নিৰ্ণেয় সংখ্যাকেইটা হ'ল 1, 2, 3, 4, 5, 6. গতিকে, তালিকাভুক্তিকৰণ পদ্ধতিত সংহতিটো হ'ব $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

উদাহৰণ 3 A =$\{1, 4, 9, 16, 25, ...\}$ সংহতিটো সংহতি-গঠন পদ্ধতিত লিখাঁ।

সমাধান A সংহতিটোক আমি এনেদৰে লিখিব পাৰোঁ।

A=$\{x : x$ এটা স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ বৰ্গ$\}$

বিকল্পভাৱে আমি এনেদৰেও লিখিব পাৰোঁ

A = $\{x : x = n^2$, য'ত $n \in \mathbf{N}\}$

উদাহৰণ 4 $\left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}\right\}$ সংহতিটোক সংহতি-গঠন পদ্ধতিত লিখাঁ।

সমাধান প্ৰদত্ত সংহতিটোৰ প্ৰতিটো উপাদানৰ লব হৰতকৈ এক কম। আকৌ, লব 1 ৰে আৰম্ভ হৈছে আৰু 6 তকৈ ডাঙৰ নহয়। গতিকে, সংহতি-গঠন পদ্ধতিত প্ৰদত্ত সংহতিটো হ'ব

$$\left\{x : x = \frac{n}{n+1} \text{ য'ত } n \text{ টা স্বাভাৱিক সংখ্যা আৰু } 1 \le n \le 6\right\}$$

উদাহৰণ 5 তালিকাভুক্তিকৰণ পদ্ধতিত লিখা বাওঁহাতৰ প্ৰতিটো সংহতিক, সংহতি গঠন পদ্ধতিত লিখা সোঁহাতৰ প্ৰতিটো সংহতিৰ লগত মিলোৱা।

(i) {P, R, I, N,C, A, L}	(a) $\{x : x$ এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা আৰু 18 অৰ ভাজক$\}$
(ii) {0}	(b) $\{x : x$ এটা অখণ্ড সংখ্যা আৰু $x^2 - 9 = 0\}$
(iii) {1, 2, 3, 6, 9, 18}	(c) $\{x : x$ এটা অখণ্ড সংখ্যা আৰু $x + 1 = 1\}$
(iv) {3, –3}	(d) $\{x : x$, PRINCIPAL শব্দৰ এটা বৰ্ণ$\}$

সমাধান (d) ত PRINCIPAL শব্দটোত নটা বৰ্ণ আছে। আৰু দুটা বৰ্ণ P আৰু I দুবাৰকৈ লিখা হৈছে। সেয়ে (i) ৰ লগত (d) মিলে। $x + 1 = 1$ এ $x = 0$ সূচায়। গতিকে (ii) ৰ লগত (c) মিলে। আকৌ 1, 2, 3, 6, 9, 18 হ'ল 18 ৰ ভাজক। সেয়ে (iii) লগত (a) মিলে। আকৌ $x^2 - 9 = 0$ এ $x = 3, -3$ সূচায়। সেয়ে (iv) ৰ লগত (b) মিলে।

অনুশীলনী 1.1

1. তলৰ কোনবোৰ সংহতি? যুক্তিসহ বিচাৰ কৰাঁ।
   (i) J বৰ্ণেৰে আৰম্ভ হোৱা বছৰটোৰ সকলোবোৰ মাহৰ সংগ্ৰহ।
   (ii) ভাৰতবৰ্ষৰ দহজন অতি প্ৰতিভাশালী লেখকৰ সংগ্ৰহ।
   (iii) পৃথিৱীৰ এঘাৰজন শ্ৰেষ্ঠ ক্ৰিকেট বেটছমেনৰ এটা দল।
   (iv) তোমাৰ শ্ৰেণীৰ সকলোবোৰ ল'ৰাৰ সংগ্ৰহ।
   (v) 100 তকৈ সৰু সকলো স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ সংগ্ৰহ।
   (vi) লেখক মুন্সী প্ৰেমচাঁদে লিখা উপন্যাসৰ সংগ্ৰহ।
   (vii) সকলোবোৰ যুগ্ম অখণ্ড সংখ্যাৰ সংগ্ৰহ।
   (viii) এই অধ্যায়ৰ প্ৰশ্নবোৰৰ সংগ্ৰহ।
   (ix) পৃথিৱীৰ আটাইতকৈ ভয়ানক জন্তুৰ সংগ্ৰহ।
2. ধৰা হ'ল A = {1, 2, 3, 4, 5, 6}. খালি ঠাইত যথাযথ প্ৰতীক $\in$ বা $\notin$ বহুওৱাঁঃ
   (i) 5...A (ii) 8 ...A (iii) 0...A
   (iv) 4...A (v) 2...A (vi) 10...A
3. তলৰ সংহতিবোৰ তালিকাভুক্তিকৰণ পদ্ধতিত লিখাঁঃ
   (i) A = $\{x : x$ এটা অখণ্ড সংখ্যা আৰু $-3 < x < 7\}$
   (ii) B = $\{x : x$ ছয়তকৈ সৰু এটা স্বাভাৱিক সংখ্যা$\}$

(iii) C = {x : x হ'ল দুটা অংকবিশিষ্ট স্বাভাৱিক সংখ্যা যাৰ অংকবোৰৰ যোগফল 8}

(iv) D = {x : x এটা মৌলিক সংখ্যা আৰু ই 60 ৰ ভাজক}

(v) E = TRIGONOMETRY শব্দৰ সকলো বৰ্ণৰ সংহতি

(vi) F = BETTER শব্দৰ সকলো বৰ্ণৰ সংহতি

4. তলৰ সংহতিবোৰ সংহতি -গঠন পদ্ধতিত লিখাঁ।

(i) {3, 6, 9, 12} (ii) {2, 4, 8, 16, 32}

(iii) {5, 25, 125. 625} (iv) {2, 4, 6,....}

(v) {1, 4, 9, ..., 100}

5. তলৰ সংহতিবোৰৰ উপাদানবোৰ তালিকাভুক্ত কৰাঁ

(i) A = {x : x এটা অযুগ্ম স্বাভাৱিক সংখ্যা}

(ii) B = $\left\{x : x\right.$ এটা অখণ্ড সংখ্যা, $\left. -\frac{1}{2} < x < \frac{9}{2}\right\}$

(iii) C = {x : x এটা অখণ্ড সংখ্যা, $x^2 \leq 4$}

(iv) D = {x : x হ'ল LOYAL শব্দটোৰ এটা বৰ্ণ}

(v) E = {x : x টো বছৰটোৰ এটা মাহ যিটো 31 দিনীয়া নহয়}

(vi) F = {x : x হ'ল k ৰ আগত থকা ইংৰাজী বৰ্ণমালাৰ এটা ব্যঞ্জন বৰ্ণ}

6. তালিকাভুক্তিকৰণ পদ্ধতিত লিখা বাওঁহাতৰ সংহতিবোৰক সংহতি-গঠন পদ্ধতিত লিখা সোঁহাতৰ সংহতিবোৰৰ লগত মিলোৱাঁ।

(i) {1, 2, 3, 6} (a) {x : x এটা মৌলিক সংখ্যা আৰু ই 6 ৰ ভাজক}

(ii) {2, 3} (b) {x : x এটা 10 তকৈ সৰু অযুগ্ম স্বাভাৱিক সংখ্যা}

(iii) {M, A, T, H, E, I,C,S} (c) {x : x এটা স্বাভাৱিক সংখ্যা আৰু ই 6 ৰ ভাজক}

(iv) {1, 3, 5, 7, 9} (d) {x : MATHEMATICS শব্দটোৰ x এটা বৰ্ণ}

1.3 ৰিক্ত সংহতি (The Empty set)

তলৰ সংহতিটো লোৱা যাওক

A = {x : x হ'ল বৰ্তমান একাদশ শ্ৰেণীত পঢ়ি থকা কোনো এখন স্কুলৰ ছাত্ৰ}

আমি স্কুলখনলৈ যাব পাৰোঁ আৰু একাদশ শ্ৰেণীত বৰ্তমান পঢ়ি থকা স্কুলখনৰ ছাত্ৰৰ সংখ্যা গণিব পাৰোঁ। এতিয়া আমি আন এটা সংহতি B ল'লোঁ ঃ

B = {x : x হ'ল দশম আৰু একাদশ উভয় শ্ৰেণীতে বৰ্তমান পঢ়ি থকা এজন ছাত্ৰ}

এজন ছাত্ৰই একেলগে দশম আৰু একাদশ শ্ৰেণীত পঢ়িব নোৱাৰে। গতিকে B সংহতিটোৰ কোনো উপাদান নাই।

সংজ্ঞা 1 এটাও উপাদান নথকা সংহতিক ৰিক্ত সংহতি (the empty set or the null set or the void set) বোলে।

এই সংজ্ঞা অনুসৰি B এটা ৰিক্ত সংহতি, আনহাতে A এটা অৰিক্ত সংহতি। ৰিক্ত সংহতিক ϕ বা { } প্ৰতীকেৰে বুজোৱা হয়।

তলত কেইটামান ৰিক্ত সংহতিৰ উদাহৰণ দিয়া হ'ল।

(i) ধৰা হ'ল A $=\{x : 1 < x < 2, x$ এটা স্বাভাৱিক সংখ্যা$\}$। তেনেহ'লে A ৰিক্ত সংহতি, কিয়নো 1 আৰু 2 ৰ মাজত কোনো স্বাভাৱিক সংখ্যা নাই।

(ii) B $=\{x : x^2-2 = 0$ আৰু x এটা পৰিমেয় সংখ্যা$\}$। তেনেহ'লে B ৰিক্ত সংহতি, কিয়নো x অৰ কোনো পৰিমেয় মানে $x^2-2 = 0$ সমীকৰণ সিদ্ধ নকৰে।

(iii) C $=\{x : x$ এটা দুইতকৈ ডাঙৰ যুগ্ম মৌলিক সংখ্যা$\}$। তেনেহ'লে C ৰিক্ত সংহতি কিয়নো 2 য়েই একমাত্ৰ যুগ্ম মৌলিক সংখ্যা।

(iv) D$=\{x : x^2 = 4, x$ অযুগ্ম$\}$। তেনেহ'লে D ৰিক্ত সংহতি, কিয়নো x অৰ কোনো অযুগ্ম মানে $x^2 = 4$ সমীকৰণ সিদ্ধ নকৰে।

1.4 সসীম আৰু অসীম সংহতি (Finite and Infinite sets)

ধৰা হ'ল A$=\{1, 2, 3, 4, 5\}$, B$=\{a, b, c, d, e, g\}$

আৰু C $=\{$বৰ্তমান পৃথিৱীৰ বিভিন্ন অংশত বাস কৰা মানুহ$\}$

A সংহতিটোত 5 টা উপাদান আছে আৰু B সংহতিটোত 6 টা উপাদান আছে। C ত কিমানটা উপাদান আছে? C ত কিমান উপাদান আছে আমি নাজানো। কিন্তু নিশ্চয় এইটো এটা স্বাভাৱিক সংখ্যা আৰু এটা অতি ডাঙৰ সংখ্যা। এটা সংহতি S অৰ উপাদানৰ সংখ্যা বুলিলে আমি সংহতিটোৰ সুস্পষ্ট উপাদানৰ সংখ্যাক বুজোঁ আৰু ইয়াক n (S) অৰদ্বাৰা বুজোৱা হয়। যদি n (S) এটা স্বাভাৱিক সংখ্যা, তেনেহ'লে S এটা অৰিক্ত সসীম সংহতি।

স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ সংহতিটো লোৱা হ'ল। এই সংহতিটোৰ উপাদানৰ সংখ্যা সসীম নহয়, কিয়নো অসীম সংখ্যক স্বাভাৱিক সংখ্যা আছে। আমি ক'ম যে স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ সংহতি এটা অসীম সংহতি। ওপৰৰ A, B আৰু C সংহতিকেইটা সসীম সংহতি আৰু n(A) =5, n(B) = 6 আৰু n(C) = এটা সসীম সংখ্যা।

সংজ্ঞা 2 যিটো সংহতি ৰিক্ত বা নিৰ্দিষ্ট সংখ্যক উপাদানেৰে গঠিত, তাক সসীম সংহতি বোলে, অন্যথাই ইয়াক অসীম সংহতি বোলে।

কেইটামান উদাহৰণ লোৱা হ'ল ঃ

(i) ধৰা হ'ল W, সপ্তাহৰ বাৰকেইটাৰ সংহতি। তেনেহ'লে W সসীম সংহতি।

(ii) ধৰা হ'ল S, $x^2 -16 = 0$ সমীকৰণৰ সমাধানৰ সংহতি। তেনেহ'লে S সসীম সংহতি।

(iii) ধৰা হ'ল G এডাল ৰেখাত থকা বিন্দুবোৰৰ সংহতি। তেনেহ'লে G অসীম সংহতি।

যেতিয়া আমি তালিকাভুক্তিকৰণ পদ্ধতিত সংহতি একোটা লিখোঁ, আমি সংহতিটোৰ সকলোবোৰ উপাদান কুটিল বন্ধনীৰ { } ভিতৰত লিখোঁ। অসীম সংহতিৰ সকলোবোৰ উপাদানক কুটিল বন্ধনীৰ { } ভিতৰত লিখা সম্ভৱ নহয়, কিয়নো এনে সংহতিৰ উপাদানৰ সংখ্যা সসীম নহয়। সেয়েহে তালিকাভুক্তিকৰণ পদ্ধতিত অসীম সংহতি লিখোঁতে আমি কেইটামান উপাদান লিখোঁ। ইয়ে সংহতিটোৰ গাঁথনিটো বুজায়। উপাদানকেইটাৰ পিছত (বা আগত) তিনিটা ডট্ দিয়া হয়।

উদাহৰণস্বৰূপে $\{1, 2, 3,...\}$ স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ সংহতি। $\{1, 3, 5, 7,...\}$ অযুগ্ম স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ সংহতি। $\{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$ অখণ্ড সংখ্যাৰ সংহতি। এই সকলোবোৰ অসীম সংহতি।

☛ **টোকা** সকলো অসীম সংহতিক তালিকাভুক্তিকৰণ পদ্ধতিত প্ৰকাশ কৰিব নোৱাৰি। উদাহৰণস্বৰূপে বাস্তৱ সংখ্যাৰ সংহতিক এই পদ্ধতিত প্ৰকাশ কৰিব নোৱাৰি, কিয়নো এই সংহতিৰ উপাদানবোৰে কোনো নিৰ্দিষ্ট পেটাৰ্ণ মানি নচলে।

উদাহৰণ 6 তলৰ কোনবোৰ সংহতি সসীম আৰু কোনবোৰ অসীম কোৱাঁ।

(i) $\{x : x \in \mathbf{N}$ আৰু $(x-1)(x-2) = 0\}$

(ii) $\{x : x \in \mathbf{N}$ আৰু $x^2 = 4\}$

(iii) $\{x : x \in \mathbf{N}$ আৰু $2x - 1 = 0\}$

(iv) $\{x : x \in \mathbf{N}$ আৰু x মৌলিক$\}$

(v) $\{x : x \in \mathbf{N}$ আৰু x অযুগ্ম$\}$

সমাধান (i) প্ৰদত্ত সংহতি $=\{1, 2\}$. সেয়ে ই সসীম সংহতি।

(ii) প্ৰদত্ত সংহতি $=\{2\}$. সেয়ে ই সসীম সংহতি।

(iii) প্ৰদত্ত সংহতি $= \phi$ সেয়ে ই সসীম সংহতি।

(iv) প্ৰদত্ত সংহতিটো মৌলিক সংখ্যাৰ সংহতি। যিহেতু মৌলিক সংখ্যা অসীম সংখ্যক আছে সেয়ে প্ৰদত্ত সংহতিটো অসীম।

(v) যিহেতু অসীম সংখ্যক অযুগ্ম সংখ্যা আছে, সেয়ে, প্ৰদত্ত সংহতিটো অসীম।

1.5 সমান সংহতি (Equal sets)

দুটা সংহতি A আৰু B দিয়া আছে। যদি A ৰ প্ৰতিটো উপাদান B ত থাকে আৰু B ৰ প্ৰতিটো উপাদান A ত থাকে তেনেহ'লে A আৰু B সংহতি দুটা সমান বুলি কোৱা হয়। স্পষ্টতঃ সংহতি দুটাৰ উপাদানবোৰ একে।

সংজ্ঞা 3 দুটা সংহতি A আৰু B সমান বুলি কোৱা হয় যদি সিহঁতৰ উপাদানবোৰ একে আৰু ইয়াক A = B বুলি লিখা হয়। অন্যথাই, সংহতি দুটা অসমান বুলি কোৱা হয় আৰু ইয়াক $A \neq B$ বুলি লিখা হয়।

তলৰ উদাহৰণকেইটা লোৱা হ'ল ঃ

(i) ধৰা হ'ল $A = \{1, 2, 3, 4\}$ আৰু $B = \{3, 1, 4, 2\}$. তেনেহ'লে A = B

(ii) ধৰা হ'ল A, 6 তকৈ সৰু মৌলিক সংখ্যাৰ সংহতি আৰু P, 30 ৰ মৌলিক উৎপাদকৰ সংহতি। যিহেতু 30 ৰ মৌলিক উৎপাদক মাত্ৰ 2, 3 আৰু 5 আৰু ইহঁত 6 তকৈ সৰু, গতিকে A আৰু P সমান।

☛ **টোকা** যদি এটা বা একাধিক উপাদান কেবাবাৰো লিখা হয়, সংহতিটো সলনি নহয়। উদাহৰণস্বৰূপে $A=\{1, 2, 3\}$ আৰু $B=\{2, 2, 1, 3, 3\}$ সংহতি দুটা সমান, কিয়নো A ৰ প্ৰতিটো উপাদান B ত আছে আৰু B ৰ প্ৰতিটো উপাদান A ত আছে। সেইবাবে আমি সাধাৰণতে সংহতি এটা লিখোঁতে এটা উপাদান একাধিকবাৰ নিলিখোঁ।

উদাহৰণ 7 সমান সংহতিৰ যোৰবোৰ বাছি উলিওৱাঁ (যদি আছে)। যুক্তি দিয়াঁ।

$A = \{0\}$, $B = \{x : x > 15$ আৰু $x < 5\}$

$C = \{x : x - 5 = 0\}$, $D = \{x : x^2 = 25\}$

$E = \{x : x^2 - 2x - 15 = 0$ সমীকৰণৰ x এটা অখণ্ড ধনাত্মক মূল$\}$

সমাধান যিহেতু $0 \in A$ আৰু B, C, D আৰু E কোনো এটা সংহতিতে 0 নাই, গতিকে $A \neq B$, $A \neq C$, $A \neq D$, $A \neq E$,

যিহেতু $B = \phi$ কিন্তু বাকী এটাও সংহতি ৰিক্ত নহয়, গতিকে $B \neq C$, $B \neq D$, আৰু $B \neq E$. আকৌ C $= \{5\}$, কিন্তু $-5 \in D$, গতিকে $C \neq D$

যিহেতু $E = \{5\}$, $C = E$. আকৌ , $D = \{-5, 5\}$ আৰু $E = \{5\}$ গতিকে $D \neq E$

গতিকে একমাত্ৰ সমান যোৰ হ'ল C আৰু E.

উদাহৰণ 8 তলৰ কোনযোৰ সংহতি সমান? তোমাৰ উত্তৰৰ যুক্তিযুক্ততা প্ৰতিপন্ন কৰাঁ।

(i) X, “ALLOY” শব্দটোৰ বৰ্ণৰ সংহতি আৰু B, “LOYAL” শব্দটোৰ বৰ্ণৰ সংহতি

(ii) $A = \{n: n \in Z$ আৰু $n^2 \leq 4\}$ আৰু $B = \{x : x \in R$ আৰু $x^2 - 3x + 2 = 0\}$

সমাধান (i) X={A, L, L, O, Y}, B ={L, O, Y, A, L}. X আৰু B সমান সংহতি, কিয়নো উপাদানৰ পুনৰাবৃত্তিয়ে সংহতি সলনি নকৰে। গতিকে

$$X = \{A, L, O, Y\} = B$$

(ii) $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $B = \{1, 2\}$. যিহেতু $0 \in A$ আৰু $0 \notin B$, A আৰু B সমান সংহতি নহয়।

অনুশীলনী 1.2

1. তলৰ কোনবোৰ ৰিক্ত সংহতিৰ উদাহৰণ?
   (i) 2 ৰে বিভাজ্য সকলো অযুগ্ম স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ সংহতি
   (ii) যুগ্ম মৌলিক সংখ্যাৰ সংহতি
   (iii) $\{x : x$ এটা স্বাভাৱিক সংখ্যা, $x < 5$ আৰু $x > 7\}$
   (iv) $\{y : y$ হ'ল যি কোনো দুডাল সমান্তৰাল ৰেখাত থকা এটা উমৈহতীয়া বিন্দু$\}$
2. তলৰ কোনবোৰ সংহতি সসীম, কোনবোৰ অসীম?
   (i) বছৰৰ মাহবোৰৰ সংহতি
   (ii) {1, 2, 3,...}
   (iii) {1, 2, 3, ..., 99, 100}
   (iv) 100 তকৈ ডাঙৰ ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ সংহতি
   (v) 99 তকৈ সৰু মৌলিক সংখ্যাৰ সংহতি।
3. তলৰ কোনবোৰ সংহতি সসীম আৰু কোনবোৰ অসীম কোৱাঁ।
   (i) x অক্ষৰ সমান্তৰাল সকলো ৰেখাৰ সংহতি
   (ii) ইংৰাজী বৰ্ণমালাৰ বৰ্ণৰ সংহতি
   (iii) 5 অৰ গুণিতকৰ সংহতি
   (iv) পৃথিৱীত বাস কৰা জন্তুৰ সংহতি
   (v) মূলবিন্দু (0, 0) ৰ মাজেৰে যোৱা বৃত্তৰ সংহতি
4. অধোলিখিতবোৰৰ ক্ষেত্ৰত A = B হয়নে?
   (i) $A = \{a, b, c, d\}$ $B = \{d, c, b, a\}$

(ii) A={4, 8, 12, 16} B ={8, 4, 16, 18}

(iii) A={2, 4, 6, 8, 10} B ={x : x এটা ধনাত্মক যুগ্ম সংখ্যা আৰু $x \leq 10$}

(iv) A ={x : x, 10 ৰ গুণিতক} B ={10, 15, 20, 25, 30,....}

5. তলত সংহতিৰ যোৰবোৰ সমান হয়নে? যুক্তি দিয়াঁ।

(i) A ={2, 3} B ={x : $x^2 + 5x + 6 = 0$ ৰ x সমাধান}

(ii) A ={x : FOLLOW শব্দৰ x এটা বৰ্ণ}

B ={y : WOLF শব্দৰ y এটা বৰ্ণ}

6. অধোলিখিত সংহতিবোৰৰপৰা সমান সংহতি বাছি উলিওৱাঁ।

A ={2, 4, 8, 12}, B ={1, 2, 3, 4}, C ={4, 8, 12, 14},

D ={3, 1, 4, 2}, E ={– 1, 1}, F ={0,a}

G ={1, –1}, H = {0,1}

1.6 উপসংহতি (Subsets)

তলৰ সংহতি দুটালৈ মন কৰাঁ

X = তোমাৰ স্কুলৰ সকলো ছাত্ৰৰ সংহতি

Y = তোমাৰ শ্ৰেণীৰ সকলো ছাত্ৰৰ সংহতি (ছাত্ৰ বুলি কওঁতে ছাত্ৰ,ছাত্ৰী সকলোকে বুজাইছে- অনুবাদক)

Y ৰ প্ৰতিটো উপাদানেই X অৰো উপাদান। এই ক্ষেত্ৰত Y ক X অৰ উপসংহতি বুলি কোৱা হয়। Y, X অৰ উপসংহতি, — এই কথাখিনি প্ৰতীকৰ সহায়ত $Y \subset X$ ৰে প্ৰকাশ কৰা হয়। $\subset$ প্ৰতীকে “অমুকৰ উপসংহতি” বা “ অমুকত আছে” বুজায় (“is a subet of” or “is contained in”)

সংজ্ঞা 4 এটা সংহতি A ক আন এটা সংহতি B ৰ উপসংহতি বুলি কোৱা হয় যদি A ৰ প্ৰতিটো উপাদানেই B ৰো উপাদান।

আন কথাত, $A \subset B$ হ'ব যদিহে $a \in A$ হ'লে $a \in B$ হয়। সুবিধাৰ বাবে "$\Rightarrow$" চিনটো ব্যৱহাৰ কৰা হয়। ইয়াৰ অৰ্থ “সূচায়” (implies)। এই প্ৰতীকৰ সহায়ত আমি উপসংহতিৰ সংজ্ঞা এনেদৰে লিখিব পাৰোঁ ঃ

$$A \subset B \text{ যদি } a \in A \Rightarrow a \in B$$

ওপৰৰ উক্তিটো এনেদৰে পঢ়া হয়,— A, B ৰ এটা উপসংহতি যদি a, A ৰ উপাদানে সূচায় যে a, B ৰো উপাদান (A is a subset of B if a is an element of A implies that a is also an element of B)। যদি A, B ৰ উপসংহতি নহয়, তেনেহ'লে এনেদৰে লিখা হয় $A \not\subset B$

A ৰ প্ৰতিটো উপাদান B ৰ উপাদান হ'লেই A, B ৰ উপসংহতি হ'ব। B ৰ প্ৰতিটো উপাদান A ৰ উপাদান হ'বও পাৰে, নহ'বও পাৰে। যদি B ৰ প্ৰতিটো উপাদানো A ৰ উপাদান হয়, তেনেহ'লে $B \subset A$ হ'ব। এই ক্ষেত্ৰত A আৰু B সংহতিদুটা একে। অৰ্থাৎ $A \subset B$ আৰু $B \subset A \Leftrightarrow A = B$ য'ত "$\Leftrightarrow$" হ'ল দ্বিমুখী সূচনা। সাধাৰণতে ইয়াক “যদি আৰু যদিহে” বুলি পঢ়া হয় (ইংৰাজীত “if and only if”, সংক্ষেপে iff বুলি লিখা হয়।)

ওপৰৰ সংজ্ঞাৰপৰা দেখা গ'ল যে প্ৰতিটো সংহতি নিজেই নিজৰ উপসংহতি অৰ্থাৎ $A \subset A$. যিহেতু ৰিক্ত সংহতি ϕ ৰ কোনো উপাদান নাই, ϕ কো প্ৰত্যেক সংহতিৰ উপসংহতি বুলি ধৰা হয়। তলৰ উদাহৰণকেইটা লোৱা হ'ল

(i) পৰিমেয় সংখ্যাৰ সংহতি **Q**, বাস্তৱ সংখ্যাৰ সংহতি **R** অৰ উপসংহতি, অৰ্থাৎ $\mathbf{Q} \subset \mathbf{R}$

(ii) যদি 56 ৰ সকলো ভাজকৰ সংহতি A আৰু 56 ৰ সকলো মৌলিক ভাজকৰ সংহতি B, তেনেহ'লে, B, A ৰ উপসংহতি অৰ্থাৎ $B \subset A$

(iii) ধৰা হ'ল $A = \{1, 3, 5\}$ আৰু $B = \{x : x$, 6 তকৈ সৰু অযুগ্ম স্বাভাৱিক সংখ্যা$\}$ ইয়াত $A \subset B$ আৰু $B \subset A$ আৰু সেয়ে $A = B$.

(iv) ধৰা হ'ল $A = \{a, e, i, o, u\}$ আৰু $B = \{a, b, c, d\}$. ইয়াত A, B ৰ উপসংহতি নহয়; B ও A ৰ উপসংহতি নহয়।

ধৰা হ'ল A আৰু B দুটা সংহতি। যদি $A \subset B$ আৰু $A \neq B$, তেনেহ'লে A ক B ৰ প্ৰকৃত উপসংহতি (Proper subset) বুলি কোৱা হয় আৰু B ক A ৰ অধিসংহতি (superset) বোলে। উদাহৰণস্বৰূপে

$A=\{1, 2, 3\}$ সংহতিটো $B=\{1, 2, 3, 4\}$ ৰ প্ৰকৃত উপসংহতি।

যদি কোনো সংহতি A ৰ মাত্ৰ এটা উপাদান থাকে, ইয়াক একমৌল সংহতি (singleton set) বুলি কোৱা হয়। $\{a\}$ এটা একমৌল সংহতি।

উদাহৰণ 9 তলৰ সংহতিকেইটা লোৱাঁ

ϕ, $A = \{1, 3\}$, $B = \{1, 5, 9\}$, $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

তলৰ যোৰবোৰৰ মাজত $\subset$ বা $\not\subset$ চিন বহুওৱাঁ।

(i) ϕ.........B (ii) A....B (iii) A...C (iv) B.....C

সমাধান (i) $\phi \subset B$. যিহেতু প্ৰত্যেক সংহতিৰ ϕ এটা উপসংহতি

(ii) $A \not\subset B$, কিয়নো $3 \in A$ আৰু $3 \notin B$

(iii) $A \subset C$, কিয়নো A ত থকা 1, 3 মৌলকেইটা C তো আছে।

(iv) $B \subset C$, কিয়নো B ৰ প্ৰতিটো উপাদান C ৰো উপাদান।

উদাহৰণ 10 ধৰা হ'ল $A = \{a, e, i, o, u\}$ আৰু $B = \{a, b, c, d\}$. A, B ৰ উপসংহতি হয়নে? যদি নহয় কিয়? B, A ৰ উপসংহতি হয়নে? যদি নহয় কিয়?

উদাহৰণ 11 A, B আৰু C তিনিটা সংহতি। যদি $A \in B$ আৰু $B \subset C$, $A \subset C$ হয়নে? যদি নহয়, এটা উদাহৰণ দিয়াঁ।

সমাধানঃ নহয়। ধৰা হ'ল $A = \{1\}$, $B = \{\{1\}, 2\}$ আৰু $C = \{\{1\}, 2, 3\}$। ইয়াত $A \in B$, কিয়নো $A = \{1\}$, আৰু $B \subset C$. কিন্তু $A \not\subset C$ কিয়নো $1 \in A$ কিন্তু $1 \notin C$ ।

মন কৰিবাঁ যে সংহতিৰ কোনো উপাদান সংহতিটোৰ উপসংহতি কেতিয়াও হ'ব নোৱাৰে।

1.6.1 বাস্তৱ সংখ্যাৰ সংহতিৰ উপসংহতি *(Subsets of set of real numbers)*

1.6 অনুচ্ছেদত দেখুওৱাৰ দৰে **R** অৰ বহুতো দৰকাৰী উপসংহতি আছে। তলত এনে ধৰণৰ কেইটামান উপসংহতি উল্লেখ কৰা হ'ল।

স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ সংহতি $\mathbf{N} = \{1, 2, 3, 4, 5.....\}$

অখণ্ড সংখ্যাৰ সংহতি $\mathbf{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$

পৰিমেয় সংখ্যাৰ সংহতি $\mathbf{Q} = \{x : x = \frac{p}{q}, p, q \in \mathbf{Z}$ আৰু $q \neq 0\}$ আৰু ইয়াক এনেধৰণে পঢ়া হয়, 'Q হৈছে সকলো সংখ্যা x অৰ সংহতি যাতে x হ'ল ভাগফল $\frac{p}{q}$ ৰ সমান, য'ত p আৰু q অখণ্ড সংখ্যা আৰু q শূন্য নহয়'। **Q** ৰ উপাদানসমূহৰ ভিতৰত -5 ($-\frac{5}{1}$ হিচাপে প্ৰকাশ কৰিব পাৰি), $\frac{5}{7}$, $3\frac{1}{2}$ (ইয়াক $\frac{7}{2}$ হিচাপে প্ৰকাশ কৰিব পাৰি) আৰু $\frac{11}{3}$ আছে। অপৰিমেয় সংখ্যাৰ সংহতিটোক **T** ৰে বুজোৱা হয় আৰু ইয়াত আনবিলাক বাস্তৱ সংখ্যা আছে। অৰ্থাৎ $\mathbf{T} = \{x : x \in \mathbf{R}$ আৰু $x \notin \mathbf{Q}\}$ অৰ্থাৎ পৰিমেয় নোহোৱা সকলো বাস্তৱ সংখ্যা **T** ত আছে। **T** ৰ উপাদানবোৰৰ ভিতৰত $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$ আৰু π আছে।

এই উপসংহতিবোৰৰ মাজত কিছুমান সম্পৰ্ক হ'ল

$$\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q}, \mathbf{Q} \subset \mathbf{R}, \mathbf{T} \subset \mathbf{R}, \mathbf{N} \not\subset \mathbf{T}$$

1.6.2 *R অৰ উপসংহতি হিচাপে অন্তৰাল (Intervals as subsets of R)*

ধৰা হ'ল $a, b \in \mathbf{R}$ আৰু $a < b$. তেনেহ'লে বাস্তৱ সংখ্যাৰ সংহতি $\{y : a < y < b\}$ক *মুক্ত অন্তৰাল* (open interval) বুলি কোৱা হয় আৰু ইয়াক (a, b) ৰে বুজোৱা হয়। a আৰু b ৰ মাজৰ সকলো বিন্দু (a, b) মুক্ত অন্তৰালত আছে; কিন্তু a, b নিজেই এই অন্তৰালত নাই।

যিটো অন্তৰালত প্ৰান্ত বিন্দু দুটাও থাকে তাক *বন্ধ অন্তৰাল* (closed interval) বুলি কোৱা হয় আৰু ইয়াক $[a,b]$ ৰে বুজোৱা হয়। অৰ্থাৎ

$[a,b] = \{x : a \leq x \leq b\}$

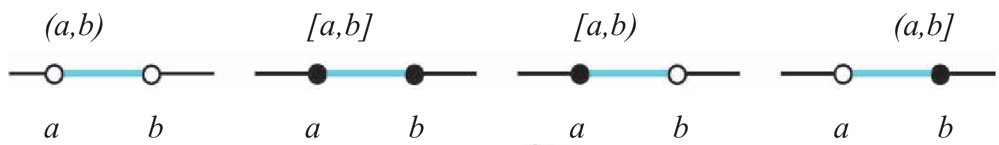
এনে ধৰণৰ অন্তৰালো থাকিব পাৰে যাৰ এটা প্ৰান্ত বন্ধ আৰু আনটো প্ৰান্তত মুক্ত, অৰ্থাৎ

$[a,b) = \{x : a \leq x < b\}$ হৈছে a ৰ পৰা b লৈ মুক্ত অন্তৰাল য'ত a আছে, কিন্তু b নাই।

$(a,b] = \{x : a < x \leq b\}$ হৈছে a ৰ পৰা b লৈ মুক্ত অন্তৰাল, য'ত b আছে কিন্তু a নাই।

এটা বাস্তৱ সংখ্যাৰ সংহতিৰ উপসংহতি বুজোৱা এইবোৰ একধৰণৰ সংকেত। উদাহৰণস্বৰূপে, যদি A = (–3, 5) আৰু B = [–7, 9] তেনেহ'লে $A \subset B$. $[0, \infty)$ সংহতিয়ে অঋণাত্মক বাস্তৱ সংখ্যাৰ সংহতি বুজায়, $(-\infty, 0)$ সংহতিয়ে ঋণাত্মক সংখ্যাৰ সংহতি বুজায়। ৰেখা এডাল $-\infty$ ৰ পৰা ∞ লৈ বিস্তৃত হৈ থকা সম্পৰ্কত, $(-\infty, \infty)$ সংহতিয়ে বাস্তৱ সংখ্যাৰ সংহতি বুজায়।

ওপৰত **R** অৰ উপসংহতি হিচাপে দেখুওৱা বিভিন্ন ধৰণৰ অন্তৰালক বাস্তৱ সংখ্যা-ৰেখাত চিত্ৰ 1.1 ৰ সহায়ত দেখুওৱা হ'ল।



চিত্ৰ 1.1

মন কৰিব লগীয়া যে অন্তৰাল এটাত অসীমসংখ্যক বিন্দু আছে।

উদাহৰণস্বৰূপে, সংহতি-গঠন পদ্ধতিত লিখা $\{x : x \in \mathbf{R}, -5 < x \leq 7\}$ সংহতিক $(-5, 7]$ অন্তৰাল হিচাপে লিখিব পাৰি আৰু $[-3, 5)$ অন্তৰালক সংহতি-গঠন পদ্ধতিত $\{x : -3 \leq x < 5\}$ হিচাপে লিখিব পাৰি।

$(b - a)$ সংখ্যাটোক (a, b), $[a, b]$, $[a, b)$ বা $(a, b]$ ৰ প্ৰত্যেকৰে দৈৰ্ঘ্য বুলি কোৱা হয়।

1.7 ঘাত সংহতি (Power set)

$\{1, 2\}$ সংহতিটো লোৱা হ'ল। এতিয়া $\{1, 2\}$ সংহতিটোৰ সকলোবোৰ উপসংহতি পাতি লওঁ। আমি জানো যে প্ৰত্যেক সংহতিৰ ϕ এটা উপসংহতি। গতিকে, $\{1, 2\}$ ৰ ϕ এটা উপসংহতি। $\{1\}$ আৰু $\{2\}$ ও $\{1, 2\}$ ৰ উপসংহতি। আকৌ, আমি জানো যে প্ৰত্যেক সংহতি নিজেই নিজৰ উপসংহতি। $\{1, 2\}$ ৰ $\{1, 2\}$ এটা উপসংহতি। এনেদৰে $\{1, 2\}$ সংহতিৰ উপসংহতিৰ সংখ্যা মুঠতে চাৰিটা, যথা ϕ, $\{1\}$, $\{2\}$ আৰু $\{1, 2\}$। এই আটাইকেইটা উপসংহতিৰ সংহতিক $\{1, 2\}$ ৰ **ঘাত সংহতি** বোলে।

সংজ্ঞা 5 কোনো সংহতি A ৰ সকলো উপসংহতিৰ সংগ্ৰহক A ৰ ঘাত সংহতি বোলে। ইয়াক P (A) ৰে বুজোৱা হয়। P(A) ৰ প্ৰত্যেক উপাদানেই এটা সংহতি।

গতিকে, ওপৰৰ উদাহৰণৰ $A = \{1, 2\}$ ৰ বাবে $P(A) = \{\phi, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$

আকৌ, মন কৰিবা যে $n[P(A)] = 4 = 2^2$

সাধাৰণভাৱে, যদি সংহতি A ৰ বাবে $n(A) = m$, তেনেহ'লে দেখুৱাব পাৰি যে

$n[P(A)] = 2^m$

1.8 সৰ্বজনীন সংহতি (Universal set)

সাধাৰণতে এক বিশেষ প্ৰসংগ আলোচনা কৰোঁতে এটা মূল সংহতি আৰু তাৰ উপাদান আৰু উপসংহতিবোৰৰ বিশেষ অধ্যয়ন কৰিব লগীয়া হয়। উদাহৰণস্বৰূপে, সংখ্যা প্ৰণালী আলোচনা কৰোঁতে আমি স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ সংহতি আৰু ইয়াৰ উপসংহতি যেনে সকলো মৌলিক সংখ্যাৰ সংহতি, সকলো যুগ্ম সংখ্যাৰ সংহতি ইত্যাদিৰ বিষয়ে অধ্যয়ন কৰোঁ। এই মূল সংহতিটোক সাৰ্বজনীন সংহতি বোলে। সাৰ্বজনীন সংহতি সাধাৰণতে U ৰে বুজোৱা হয় আৰু ইয়াৰ উপসংহতিবোৰক A, B, C ইত্যাদিৰে বুজোৱা হয়।

উদাহৰণস্বৰূপে, সকলো অখণ্ড সংখ্যাৰ সংহতিৰ বাবে পৰিমেয় সংখ্যাৰ সংহতি বা বাস্তৱ সংখ্যাৰ সংহতি **R** সাৰ্বজনীন সংহতি হিচাপে ল'ব পাৰি। আন এটা উদাহৰণ, মানৱ জনসংখ্যা অধ্যয়নৰ ক্ষেত্ৰত পৃথিৱীৰ সকলো মানুহৰ সংহতিয়েই হ'ব সাৰ্বজনীন সংহতি।

অনুশীলনী 1.3

1. খালি ঠাইত $\subset$ বা $\not\subset$ চিন বহুৱাই উক্তিবোৰ শুদ্ধকৈ লিখাঁ

   (i) $\{2, 3, 4\}$ ..... $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ (ii) $\{a, b, c\}$ .... $\{b, c, d\}$

   (iii) $\{x : x$ তোমাৰ স্কুলৰ একাদশ শ্ৰেণীৰ এজন ছাত্ৰ$\}$..... $\{x : x$ তোমাৰ স্কুলৰ ছাত্ৰ$\}$

   (iv) $\{x : x$ সমতলত থকা এটা বৃত্ত$\}$ .... $\{x : x$ একেখন সমতলতে থকা 1 একক ব্যাসাৰ্ধৰ এটা বৃত্ত$\}$

(v) $\{x : x$ সমতলত থকা এটা ত্ৰিভুজ$\}$......$\{x : x$ সমতলত থকা এটা আয়ত$\}$

(vi) $\{x : x$ সমতলত থকা এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ$\}$...$\{x : x$ একেখন সমতলতে থকা এটা ত্ৰিভুজ$\}$

(vii) $\{x : x$ এটা যুগ্ম স্বাভাৱিক সংখ্যা$\}$ ...$\{x : x$ এটা অখণ্ড সংখ্যা$\}$

2. তলৰ উক্তিবোৰ সঁচা নে মিছা কোৱাঁ।

(i) $\{a, b\} \not\subset \{b, c, a\}$

(ii) $\{a, e\} \subset \{x : x$ ইংৰাজী বৰ্ণমালাৰ এটা স্বৰবৰ্ণ$\}$

(iii) $\{1, 2, 3\} \subset \{1, 3, 5\}$

(iv) $\{a\} \subset \{a, b, c\}$

(v) $\{a\} \in \{a, b, c\}$

(vi) $\{x : x$ এটা 6 অতকৈ সৰু যুগ্ম স্বাভাৱিক সংখ্যা$\} \subset \{x : 36$ ক হৰণ কৰিব পৰা x এটা স্বাভাৱিক সংখ্যা$\}$

3. ধৰা হ'ল $A = \{1, 2, \{3, 4\}, 5\}$. তলৰ কোনবোৰ উক্তি অশুদ্ধ আৰু কিয়?

(i) $\{3, 4\} \subset A$ (ii) $\{3, 4\} \in A$ (iii) $\{\{3,4\}\} \subset A$

(iv) $1 \in A$ (v) $1 \subset A$ (vi) $\{1, 2, 5\} \subset A$

(vii) $\{1, 2, 5\} \in A$ (viii) $\{1, 2, 3\} \subset A$ (ix) $\phi \in A$

(x) $\phi \subset A$ (xi) $\{\phi\} \subset A$

4. তলৰ সংহতিবোৰৰ প্ৰতিটোৰে উপসংহতিবোৰ লিখাঁ।

(i) $\{a\}$ (ii) $\{a, b\}$ (iii) $\{1, 2, 3\}$ (iv) ϕ

5. যদি $A = \phi$, $P(A)$ৰ উপাদানৰ সংখ্যা কিমান?

6. অধোলিখিতবোৰ অন্তৰাল হিচাপে লিখাঁ।

(i) $\{x : x \in \mathbf{R},\ -4 < x \le 6\}$ (ii) $\{x : x \in \mathbf{R},\ -12 < x < -10\}$

(iii) $\{x : x \in \mathbf{R},\ o \le x < 7\}$ (iv) $\{x : x \in \mathbf{R},\ 3 \le x \le 4\}$

7. তলৰ অন্তৰালবোৰ সংহতি গঠন পদ্ধতিত লিখাঁ।

(i) $(-3, 0)$ (ii) $[6, 12]$ (iii) $(6,12]$ (iv) $[-23, 5)$

8. তলৰ প্ৰতিটোৰে বাবে সৰ্বজনীন সংহতি হিচাপে কোনবোৰ সংহতি ল'বা?

(i) সমকোণী ত্ৰিভুজৰ সংহতি (ii) সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজৰ সংহতি

9. $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ আৰু $C = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ বুলি দিয়া আছে। A, B, C এই তিনিওটা সংহতিৰ বাবে তলৰ কোনটো সৰ্বজনীন সংহতি হিচাপে ল'বা?

(i) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

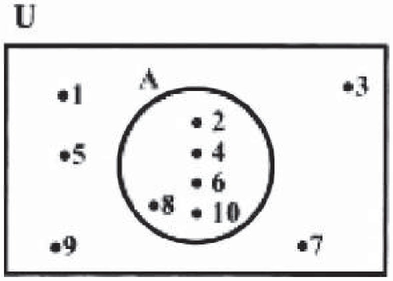
(ii) ϕ

(iii) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

(iv) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

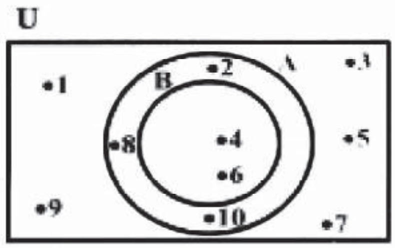
1.9 ভেন চিত্ৰ (Venn Diagrams)

সংহতিৰ মাজৰ বেছিভাগ সম্বন্ধকে চিত্ৰৰ সহায়ত প্ৰদৰ্শন কৰিব পাৰি। এই চিত্ৰবোৰক ভেন চিত্ৰ বুলি কোৱা হয়। ইংৰাজ তৰ্কশাস্ত্ৰবিদ জন ভেনৰ (John Venn, 1834– 1883) নাম অনুসৰি চিত্ৰবোৰক ভেন চিত্ৰ বুলি কোৱা হয়। আয়ত আৰু বন্ধ বক্ৰেৰে ক্ষেত্ৰত সাধাৰণতে বৃত্তেৰে এই চিত্ৰবোৰ বুজোৱা হয়। সাধাৰণতে আয়তৰে সাৰ্বজনীন সংহতি বুজোৱা হয় আৰু বৃত্তেৰে ইয়াৰ উপসংহতিবোৰ বুজোৱা হয়।



চিত্ৰ 1.2

ভেন চিত্ৰত, সংহতিৰ উপাদানবোৰ সংশ্লিষ্ট বৃত্তত লিখা হয় (চিত্ৰ 1.2 আৰু 1.3)।



চিত্ৰ 1.3

ব্যাখ্যাকাৰী উদাহৰণ 1 চিত্ৰ 1.2 ত U = {1, 2, 3, ..., 10} সংহতিটো সৰ্বজনীন সংহতি আৰু A ={2, 4, 6, 8, 10} ইয়াৰ এটা উপসংহতি।

ব্যাখ্যাকাৰী উদাহৰণ 2 চিত্ৰ 1.3 ত U ={1, 2, 3,....,10} সংহতিটো সৰ্বজনীন সংহতি আৰু A ={2, 4, 6, 8, 10} আৰু B ={4, 6} ইয়াৰ দুটা উপসংহতি আৰু $B \subset A$

সংহতিৰ মিলন, ছেদন আৰু অন্তৰৰ বিষয়ে আলোচনা কৰোঁতে ভেনচিত্ৰৰ ব্যাপক প্ৰয়োগ দেখা পোৱা যায়।

1.10 সংহতিৰ বিভিন্ন প্ৰক্ৰিয়া (Operations on sets)

আগৰ শ্ৰেণীবোৰত আমি সংখ্যাৰ যোগ, বিয়োগ, পূৰণ আৰু হৰণ কেনেদৰে কৰিব লাগে সেই বিষয়ে শিকিছোঁ। ইয়াৰ প্ৰতিটো প্ৰক্ৰিয়াই এযোৰ সংখ্যাত খটুওৱা হয় আৰু ফলস্বৰূপে এটা নতুন সংখ্যা পোৱা যায়। উদাহৰণস্বৰূপে, 5 আৰু 13 সংখ্যাযোৰত যোগ প্ৰক্ৰিয়া খটুৱাই 18 পোৱা যায়। আকৌ 5 আৰু 13 সংখ্যা যোৰত পূৰণ প্ৰক্ৰিয়া খটুৱাই 65 পোৱা যায়। তদনুৰূপে কিছুমান প্ৰক্ৰিয়া দুটা সংহতিত খটুওৱা হয় আৰু তাৰপৰা এটা নতুন সংহতি পোৱা যায়। এতিয়া আমি সংহতিৰ প্ৰক্ৰিয়া কিছুমানৰ সংজ্ঞা দিম আৰু তাৰ ধৰ্মবোৰৰ বিষয়ে আলোচনা কৰিম। ইয়াৰ পিছত আলোচ্য সকলো সংহতিকে কোনো সৰ্বজনীন সংহতিৰ উপসংহতি হিচাপে বিবেচনা কৰা হ'ব।

***1.10.1 সংহতিৰ মিলন (Union of sets)*ঃ** A আৰু B দুটা সংহতি। A আৰু B ৰ মিলনো এটা সংহতি আৰু ই A ৰ সকলো উপাদান আৰু B ৰ সকলো উপাদানেৰে গঠিত। উমৈহতীয়া উপাদানবোৰ মাত্ৰ এবাৰহে লিখা হয়। মিলন বুজাবলৈ $\cup$ প্ৰতীকটো ব্যৱহাৰ কৰা হয়। প্ৰতীকৰ সহায়ত ইয়াক $A \cup B$ ৰে লিখা হয় আৰু "A মিলন B" (A union B) হিচাপে পঢ়া হয়।

উদাহৰণ 12 ধৰা হ'ল A ={2, 4, 6, 8} আৰু B ={6, 8, 10, 12}। $A \cup B$ উলিওৱাঁ।

সমাধান $A \cup B$ ={2, 4, 6, 8, 10, 12}

মন কৰিব লগীয়া যে $A \cup B$ লিখোঁতে উমৈহতীয়া উপাদান 6 আৰু 8 মাত্ৰ এবাৰহে লিখা হৈছে।

উদাহৰণ 13 ধৰা হ'ল A ={*a, e, i, o, u*} আৰু B ={a, i, u}। দেখুওৱাঁ যে $A \cup B = A$

সমাধান $A \cup B = \{a, e, i, o, u\} = A$

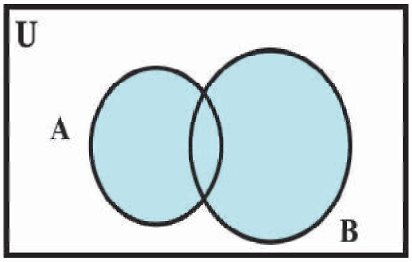
ইয়াৰপৰা দেখা গ'ল যে সংহতি A আৰু ইয়াৰ উপসংহতি B ৰ মিলন সংহতি A য়েই, অৰ্থাৎ যদি $B \subset A$, তেনেহ'লে $A \cup B = A$

উদাহৰণ 14 ধৰা হ'ল স্কুলৰ হকী টীমত অন্তৰ্ভুক্ত একাদশ শ্ৰেণীৰ ছাত্ৰৰ সংহতিটো X ={ৰাম, গীতা, আকবৰ}। ধৰা হ'ল স্কুলৰ ফুটবল টিমত অন্তৰ্ভুক্ত একাদশ শ্ৰেণীৰ ছাত্ৰৰ সংহতিটো Y ={গীতা, ডেভিড, অশোক}। $X \cup Y$ উলিওৱাঁ আৰু সংহতিটোৰ ব্যাখ্যা দিয়াঁ।

সমাধান $X \cup Y$ = {ৰাম, গীতা, আকবৰ, ডেভিড, অশোক }। এইটো একাদশ শ্ৰেণীৰ সেইবোৰ ছাত্ৰৰ সংহতি যিবোৰ হকী টিমত আছে বা ফুটবল টিমত আছে বা উভয়তে আছে। গতিকে, দুটা সংহতিৰ মিলনৰ সংজ্ঞা এনেদৰে দিয়া হয়ঃ

সংজ্ঞা 6 দুটা সংহতি A আৰু B ৰ মিলন হ'ল সংহতি C আৰু ই সেইবোৰ উপাদানেৰে গঠিত যিবোৰ A ত আছে বা B ত আছে বা উভয়তে আছে। প্ৰতীকৰ সহায়ত ইয়াক এনেদৰে লিখা হয় ঃ

$A \cup B = \{x : x \in A$ বা $x \in B\}$



চিত্ৰ 1.4

চিত্ৰত 1.4 ত দেখুওৱাৰ দৰে দুটা সংহতিৰ মিলনক ভেন চিত্ৰৰ সহায়ত প্ৰদৰ্শন কৰিব পাৰি।

চিত্ৰ 1.4 ৰ বোলোৱা অংশই $A \cup B$ বুজায়।

মিলন প্ৰক্ৰিয়াৰ কিছুমান ধৰ্ম (Some Properties of the Operation of Union)

(i) $A \cup B = B \cup A$ (ক্ৰমবিনিময় বিধি, Commutative law)

(ii) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ (সাহচৰ্য্য বিধি, Associative law)

(iii) $A \cup \phi = A$ (একক উপাদানৰ বিধি, $\cup$ ৰ একক হ'ল ϕ)

(iv) $A \cup A = A$ (বৰ্গসম বিধি, Idempotent law)

(v) $U \cup A = U$ (U ৰ বিধি)

1.10.2 সংহতিৰ ছেদন (Intersection of sets) ঃ সংহতি A আৰু B ৰ ছেদন এটা সংহতি আৰু ই A আৰু B উভয়তে থকা উপাদানেৰে গঠিত। ছেদন বুজাবলৈ $\cap$ প্ৰতীক ব্যৱহাৰ কৰা হয়। A আৰু B উভয়তে থকা উপাদানবোৰেৰে A আৰু B ৰ ছেদন গঠিত। প্ৰতীকৰ সহায়ত এনেদৰে লিখা হয় :

$A \cap B = \{x : x \in A$ আৰু $x \in B\}$

উদাহৰণ 15 উদাহৰণ12 অৰ সংহতি A আৰু B লোৱাঁ। $A \cap B$ উলিওৱাঁ।

সমাধান দেখা গ'ল যে 6 আৰু 8 য়েই একমাত্ৰ উপাদান যি A আৰু B উভয়তে আছে। গতিকে

$A \cap B = \{6, 8\}$

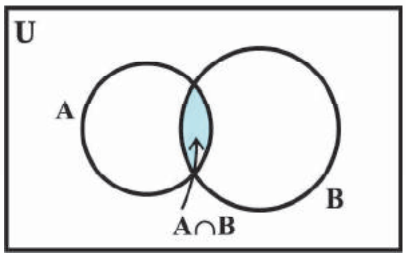
উদাহৰণ 16 উদাহৰণ 14 অৰ সংহতি X আৰু Y লোৱাঁ। $X \cap Y$ উলিওৱাঁ।

সমাধান দেখা গ'ল যে “গীতা” ই একমাত্ৰ উপাদান যিটো উভয়তে আছে। গতিকে $X \cap Y$ ={গীতা}

উদাহৰণ 17 ধৰা হ'ল $A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ আৰু $B=\{2, 3, 5, 7\}$। $A \cap B$ উলিওৱাঁ আৰু ইয়াৰ সহায়ত দেখুওৱাঁ যে $A \cap B = B$।

সমাধান $A \cap B = \{2, 3, 5, 7\} = B$। মন কৰিব লগীয়া যে $B \subset A$ আৰু $A \cap B = B$.

সংজ্ঞা 7 দুটা সংহতি A আৰু B ৰ ছেদন এটা সংহতি আৰু ই সেইবোৰ উপাদানেৰে গঠিত যিবোৰ A আৰু B উভয়তে আছে। প্ৰতীকৰ সহায়ত এনেদৰে লিখা হয়: $A \cap B = \{x : x \in A$ আৰু $x \in B\}$

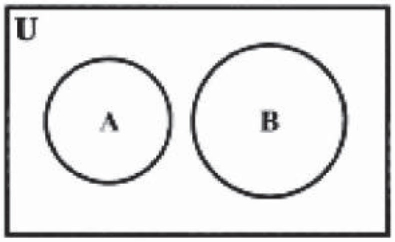


চিত্ৰ 1.5

চিত্ৰ 1.5 ত বোলোৱা অংশই A আৰু B ৰ ছেদন বুজায়।

যদি A আৰু B সংহতি দুটা এনেধৰণৰ হয় যে $A \cap B = \phi$ তেনেহ'লে A আৰু B ক অসংযুক্ত বা অসংযোগী (disjoint) সংহতি বুলি কোৱা হয়।

উদাহৰণস্বৰূপে, ধৰা হ'ল $A = \{2, 4, 6, 8\}$ আৰু $B = \{1, 3, 5, 7\}$। তেনেহ'লে A আৰু B অসংযুক্ত সংহতি, কিয়নো A আৰু B ৰ কোনো উমৈহতীয়া উপাদান নাই। চিত্ৰ 1.6 ত দেখুওৱাৰ দৰে ভেন চিত্ৰৰ সহায়ত অসংযুক্ত সংহতি প্ৰদৰ্শন কৰিব পাৰি। ওপৰৰ চিত্ৰত A আৰু B অসংযুক্ত সংহতি।



চিত্ৰ 1.6

ছেদন প্ৰক্ৰিয়াৰ কিছুমান ধৰ্ম (Some properties of Operation of Intersection)

(i) $A \cap B = B \cap A$ (ক্ৰমবিনিময় বিধি, Commutative law)

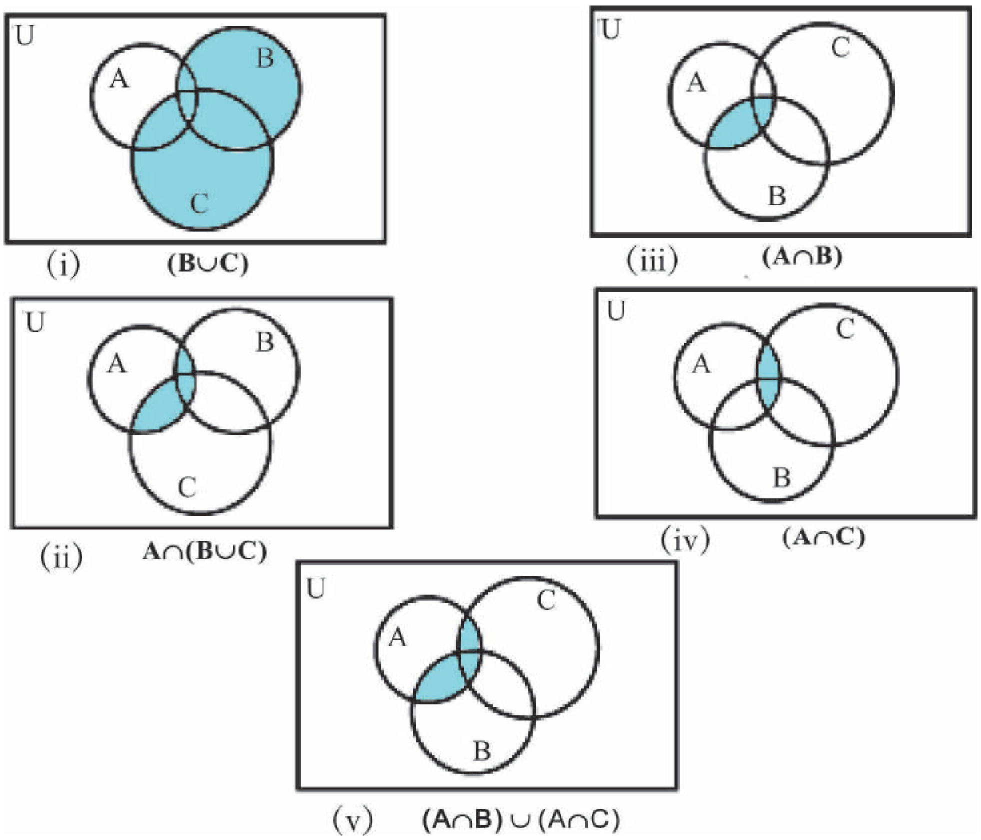
(ii) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ (সাহচৰ্য্য বিধি, Associative law)

(iii) $\phi \cap A = \phi, U \cap A = A$ (ϕ আৰু U ৰ বিধি)

(iv) $A \cap A = A$ (বৰ্গসম বিধি, Idempotent law)

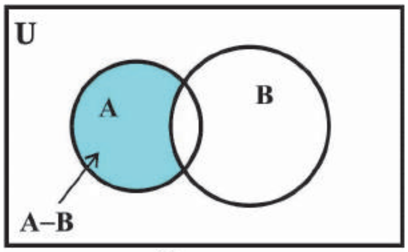
(v) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ (বিতৰণ বিধি, Distributive law) অৰ্থাৎ $\cap$ এ $\cup$ ক বিতৰণ কৰে।

তলত দিয়া ভেনচিত্ৰবোৰৰ সহায়ত (চিত্ৰ 1.7 ৰ (i) ৰ পৰা (v)লৈ) ওপৰৰ ধৰ্মবোৰ অনায়াসে বুজিব পাৰি।



চিত্ৰ 1.7 ((i) ৰ পৰা (v))

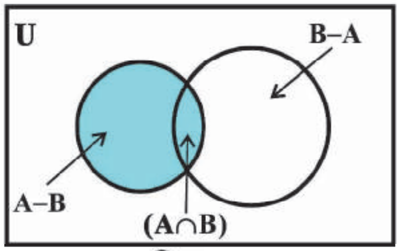
***1.10.3 সংহতিৰ অন্তৰ (Difference of sets)*:** A আৰু B সংহতিৰ অন্তৰ এটা সংহতি আৰু ইয়াৰ উপাদানবোৰ A ত থাকে, কিন্তু B ত নাথাকে। প্ৰতীকৰ সহায়ত ইয়াক A – B ৰে লিখা হয় A – B আৰু ইয়াক 'A বিয়োগ B' (A minus B) হিচাপে পঢ়া হয়।



চিত্ৰ 1.8

উদাহৰণ 18 ধৰা হ'ল A={1, 2, 3, 4, 5, 6}, B={2, 4, 6, 8}। A – B আৰু A – B উলিওৱাঁ।

সমাধান A – B ={1, 3, 5}, কিয়নো 1, 3, 5 উপাদানকেইটা A ত আছে কিন্তু B ত নাই আৰু B – A = {8}, কিয়নো 8 উপাদানটো B ত আছে কিন্তু A ত নাই।



চিত্ৰ 1.9

উদাহৰণ 19 ধৰা হ'ল V={a, e, i, o, u} আৰু B ={a, i, k, u} ।V – B আৰু B – V উলিওৱাঁ।

সমাধান V–B= {e, o}, কিয়নো e, o উপাদানকেইটা V ত আছে, কিন্তু B ত নাই।

B –V = {k}, কিয়নো k উপাদানটো B ত আছে, কিন্তু V ত নাই।

মন কৰিব লগীয়া যে V – B ≠ B – V ।

সংহতি-গঠন পদ্ধতিৰ সহায়ত, অন্তৰৰ সংজ্ঞা এনেদৰে দিব পাৰি

A – B={x : x ∈A আৰু x ∉ B }

চিত্ৰ 1.8 ত দেখুওৱাৰ দৰে দুটা সংহতি A আৰু Bৰ অন্তৰ ভেন চিত্ৰৰ সহায়ত প্ৰদৰ্শন কৰিব পাৰি। বোলোৱা অংশই (Shaded portion) A আৰু B সংহতি দুটাৰ অন্তৰ বুজায়।

মন্তব্য A–B, A ∩ B আৰু B – A সংহতিকেইটা পৰস্পৰ অসংযুক্ত, অৰ্থাৎ চিত্ৰ 1.9 ত দেখুওৱাৰ দৰে এই সংহতি দুটাৰ যিকোনো দুটাৰ ছেদন ৰিক্ত সংহতি।

অনুশীলনী 1.4

1. তলৰ প্ৰতিযোৰ সংহতিৰ মিলন উলিওৱাঁ।
   - (i) X = {1, 3, 5} Y ={1, 2, 3}
   - (ii) A = {a, e, i, o, u} B ={a, b, c}
   - (iii) A = {x : x এটা স্বাভাৱিক সংখ্যা আৰু 3 ৰ গুণিতক}
     B = {x : x এটা 6 অতকৈ সৰু স্বাভাৱিক সংখ্যা}
   - (iv) A = {x : x এটা স্বাভাৱিক সংখ্যা আৰু $1<x\leq6$}
     B = {x : x এটা স্বাভাৱিক সংখ্যা আৰু $6 < x < 10$}
   - (v) A = {1, 2, 3}, B = ϕ
2. ধৰা হ'ল A={a, b}, B={a, b, c}. A⊂B হয়নে? A∪B কি?

3. A আৰু B সংহতি দুটা এনেকুৱা যে $A \subset B$. $A \cup B$ কি?

4. যদি $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$, $C = \{5, 6, 7, 8\}$ আৰু $D = \{7, 8, 9, 10\}$, তেন্তে

(i) $A \cup B$ (ii) $A \cup C$ (iii) $B \cup C$ (iv) $B \cup D$

(v) $A \cup B \cup C$ (vi) $A \cup B \cup D$ (vii) $B \cup C \cup D$ উলিওৱাঁ।

5. ওপৰৰ 1 নম্বৰ প্ৰশ্নৰ প্ৰতিযোৰ সংহতিৰ ছেদন উলিওৱাঁ।

6. যদি $A = \{3, 5, 7, 9, 11\}$, $B = \{7, 9, 11, 13\}$, $C = \{11, 13, 15\}$ আৰু $D = \{15, 17\}$, তেন্তে

(i) $A \cap B$ (ii) $B \cap C$ (iii) $A \cap C \cap D$

(iv) $A \cap C$ (v) $B \cap D$ (vi) $A \cap (B \cup C)$

(vii) $A \cap D$ (viii) $A \cap (B \cup D)$ (ix) $(A \cap B) \cap (B \cup C)$

(x) $(A \cup D) \cap (B \cup C)$ উলিওৱাঁ।

7. যদি $A = \{x : x$ এটা স্বাভাৱিক সংখ্যা$\}$, $B = \{x : x$ এটা যুগ্ম স্বাভাৱিক সংখ্যা$\}$, $C = \{x : x$ এটা অযুগ্ম স্বাভাৱিক সংখ্যা$\}$ আৰু $D = \{x : x$ এটা মৌলিক সংখ্যা$\}$

(i) $A \cap B$ (ii) $A \cap C$ (iii) $A \cap D$

(iv) $B \cap C$ (v) $B \cap D$ (vi) $C \cap D$ উলিওৱাঁ।

8. তলৰ কোনযোৰ সংহতি অসংযুক্ত?

(i) $\{1, 2, 3, 4\}$ আৰু $\{x : x$ এটা স্বাভাৱিক সংখ্যা আৰু $4 \leq x \leq 6\}$

(ii) $\{a, e, i, o, u\}$ আৰু $\{c, d, e, f\}$

(iii) $\{x : x$ এটা যুগ্ম অখণ্ড সংখ্যা$\}$ আৰু $\{x : x$ এটা অযুগ্ম অখণ্ড সংখ্যা$\}$

9. যদি $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21\}$, $B = \{4, 8, 12, 16, 20\}$, $C = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\}$, $D = \{5, 10, 15, 20\}$, তেন্তে

(i) $A - B$ (ii) $A - C$ (iii) $A - D$ (iv) $B - A$

(v) $C - A$ (vi) $D - A$ (vii) $B - C$ (viii) $B - D$

(ix) $C - B$ (x) $D - B$ (xi) $C - D$ (xii) $D - C$ উলিওৱাঁ।

10. যদি $X = \{a, b, c, d\}$ আৰু $Y = \{f, b, d, g\}$,

(i) $X - Y$ (ii) $Y - X$ (iii) $X \cap Y$ উলিওৱাঁ।

11. **R** হ'ল বাস্তৱ সংখ্যাৰ সংহতি আৰু **Q** পৰিমেয় সংখ্যাৰ সংহতি, **R** – **Q** কি হ'ব?

12. তলৰ উক্তিবোৰ সঁচা নে মিছা কোৱাঁ। তোমাৰ উত্তৰৰ যুক্তিযুক্ততা প্ৰতিপন্ন কৰাঁ।

(i) $\{2, 3, 4, 5\}$ আৰু $\{3, 6\}$ অসংযুক্ত সংহতি

(ii) $\{a, e, i, o, u\}$ আৰু $\{a, b, c, d\}$ অসংযুক্ত সংহতি

(iii) $\{2, 6, 10, 14\}$ আৰু $\{3, 7, 11, 15\}$ অসংযুক্ত সংহতি

(iv) $\{2, 6, 10\}$ আৰু $\{3, 7, 11\}$ অসংযুক্ত সংহতি।

1.11 সংহতিৰ পূৰক (Complement of a set)

ধৰা হ'ল, সকলো মৌলিক সংখ্যাৰে গঠিত সৰ্বজনীন সংহতিটো হ'ল U. যিবোৰ মৌলিক সংখ্যা 42 ৰ ভাজক নহয়, সেইবোৰ মৌলিক সংখ্যাৰ সংহতিটো A আৰু U ৰ এটা উপসংহতি। অৰ্থাৎ $A = \{x : x \in U$ আৰু x, 42 ৰ ভাজক নহয়$\}$ দেখা গ'ল যে $2 \in U$, কিন্তু $2 \notin A$, কিয়নো 42 ৰ 2 এটা ভাজক। সেইদৰে, $3 \in U$ কিন্তু $3 \notin A$ আৰু $7 \in U$, কিন্তু $7 \notin A$. এতিয়া 2, 3 আৰু 7 য়েই U ৰ একমাত্ৰ মৌল যি A ত নাই। এই তিনিটা মৌলিক সংখ্যাৰে গঠিত সংহতিটোক অৰ্থাৎ $\{2, 3, 7\}$ সংহতিটোক U সাপেক্ষে A ৰ পূৰক (Complement) বুলি কোৱা হয় আৰু ইয়াক A' এৰে বুজোৱা হয়। গতিকে আমি পালোঁ

$A' = \{x : x \in U$ আৰু $x \notin A\}$

ইয়াৰপৰা তলৰ সংজ্ঞাটো পোৱা গ'ল।

সংজ্ঞা 8 ধৰা হ'ল U সৰ্বজনীন সংহতি আৰু A, U ৰ এটা উপসংহতি। U ৰ যিবোৰ মৌল A ত নাই, সেই মৌলবোৰেৰে গঠিত সংহতিটোক A ৰ পূৰক বোলে। প্ৰতীকৰ সহায়ত, U সাপেক্ষে A ৰ পূৰকক A' ৰে বুজোৱা হয়। অৰ্থাৎ $A' = \{x : x \in U$ আৰু $x \notin A\}$

স্পষ্টতঃ $A' = U - A$

বিকল্পভাৱে এনেদৰেও ক'ব পাৰি যে সৰ্বজনীন সংহতি U আৰু সংহতি A ৰ অন্তৰেই হ'ল A ৰ পূৰক।

উদাহৰণ 20 ধৰা হ'ল $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ আৰু $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$. A' উলিওৱাঁ।

সমাধান 2, 4, 6, 8, 10 উপাদানকেইটা U ত আছে, কিন্তু A ত নাই। গতিকে

$A' = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

উদাহৰণ 21 এখন স্কুলৰ একাদশ শ্ৰেণীৰ সকলো ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সৰ্বজনীন সংহতিটো হ'ল U আৰু একাদশ শ্ৰেণীৰ ছাত্ৰীসকলৰ সংহতিটো হ'ল A. A' উলিওৱাঁ।

সমাধান যিহেতু সকলো ছাত্ৰীৰ সংহতিটো A, গতিকে শ্ৰেণীটোৰ সকলো ছাত্ৰৰ সংহতিটোৱেই হ'ব A'.

> **☛ টোকা** সৰ্বজনীন সংহতি U ৰ A উপসংহতি হ'লে, পূৰক A' ও U ৰ এটা উপসংহতি।
>
> আকৌ ওপৰৰ 20 নম্বৰ উদাহৰণত আমি পাইছোঁ $A' = \{2, 4, 6, 8, 10\}$
>
> গতিকে $(A')' = \{x : x \in A$ আৰু $x \notin A'\} = \{1, 3, 5, 7, 9\} = A$
>
> পূৰকৰ সংজ্ঞাৰপৰা এইটো স্পষ্ট যে সৰ্বজনীন সংহতিৰ যিকোনো উপসংহতিৰ বাবে $(A')' = A$

তলৰ উদাহৰণটোত আমি $(A \cup B)'$ আৰু $A' \cap B'$ উলিয়াম।

উদাহৰণ 22 ধৰা হ'ল $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{2, 3\}$ আৰু $B = \{3, 4, 5\}$। A', B', $A' \cap B'$, $A \cup B$ উলিওৱাঁ আৰু ইয়াৰ সহায়ত দেখুওৱাঁ যে $(A \cup B)' = A' \cap B'$

সমাধান স্পষ্টত ঃ $A' = \{1, 4, 5, 6\}$, $B' = \{1, 2, 6\}$। গতিকে $A' \cap B' = \{1, 6\}$

আকৌ $A \cup B = \{2, 3, 4, 5\}$, গতিকে $(A \cup B)' = \{1, 6\}$

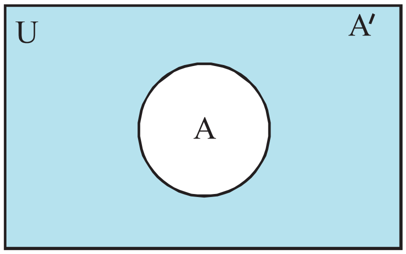
$$(A \cup B)' = \{1, 6\} = A' \cap B'$$

এই ফলটো সদায়েই সত্য বুলি প্ৰমাণ কৰিব পাৰি। সৰ্বজনীন সংহতি U ৰ A আৰু B যি কোনো দুটা উপসংহতি হ'লে $(A \cup B)' = A' \cap B'$

সেইদৰে $(A \cap B)' = A' \cup B'$

এই ফল দুটাৰ কথাখিনি আমি এনেদৰে ক'ব পাৰোঁ ঃ

দুটা সংহতিৰ মিলনৰ পূৰক, সংহতি দুটাৰ পূৰকৰ ছেদনৰ সমান আৰু দুটা সংহতিৰ ছেদনৰ পূৰক, সংহতি দুটাৰ পূৰকৰ মিলনৰ সমান। গণিতজ্ঞ দ্য মৰ্গানৰ নাম অনুসৰি এই বিধি দুটাক **দ্য মৰ্গানৰ বিধি (De Morgan's laws)** বোলে।



চিত্ৰ 1.10

পূৰক সংহতিৰ কেইটামান ধৰ্ম (Some Properties of Complement Sets)

1. পূৰক বিধি ঃ (i) $A \cup A' = U$ (ii) $A \cap A' = \phi$
2. দ্য মৰ্গানৰ বিধি ঃ (i) $(A \cup B)' = A' \cap B'$ (ii) $(A \cap B)' = A' \cup B'$
3. দ্বি-পূৰক বিধি ঃ $(A')' = A$
4. ৰিক্ত সংহতি আৰু সৰ্বজনীন সংহতিৰ বিধি; $\phi' = U$ আৰু $U' = \phi$ । ভেন চিত্ৰৰ সহায়ত এই বিধি কেইটা সত্যাপন কৰিব পাৰি।

অনুশীলনী 1.5

1. ধৰা হ'ল $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A = \{1, 2, 3, 4,\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$ আৰু $C = \{3, 4, 5, 6\}$

   (i) A' (ii) B' (iii) $(A \cup C)'$ (iv) $(A \cup B)'$ (v) $(A')'$

   (v) $(B - C)'$ উলিওৱাঁ।

2. যদি $U = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$, তলৰ সংহতিবোৰৰ পূৰক উলিওৱাঁ।

   (i) $A = \{a, b, c\}$ (ii) $B = \{d, e, f, g\}$

   (iii) $C = \{a, c, e, g\}$ (iv) $D = \{f, g, h, a\}$

3. স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ সংহতিক সৰ্বজনীন সংহতি হিচাপে লৈ তলৰ সংহতিবোৰৰ পূৰক উলিওৱাঁ।

   (i) $\{x : x$ এটা যুগ্ম স্বাভাৱিক সংখ্যা$\}$ (ii) $\{x : x$ এটা অযুগ্ম স্বাভাৱিক সংখ্যা$\}$

   (iii) $\{x : x, 3$ ৰ এটা ধনাত্মক গুণিতক$\}$ (iv) $\{x : x$ এটা মৌলিক সংখ্যা $\}$

   (v) $\{x : x$ এটা 3 আৰু 5 এৰে বিভাজ্য স্বাভাৱিক সংখ্যা$\}$

   (vi) $\{x : x$ এটা পূৰ্ণবৰ্গ$\}$ (vii) $\{x : x$ এটা পূৰ্ণঘন$\}$

   (viii) $\{x : x+5 = 8\}$ (ix) $\{x: 2x + 5 = 9\}$

   (x) $\{x : x \geq 7\}$ (xi) $\{x : x \in \mathbf{N}$ আৰু $2x + 1 > 10\}$

4. যদি $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A = \{2, 4, 6, 8\}$ আৰু $B = \{2, 3, 5, 7\}$, সত্যাপন কৰাঁ

(i) $(A\cup B)'=A'\cap B'$ (ii) $(A\cap B)'=A'\cup B'$

5. তলৰ প্ৰতিটোৰ বাবে যথাযথ ভেন-চিত্ৰ আঁকা।

(i) $(A\cup B)'$ (ii) $A'\cap B'$ (iii) $(A\cap B)'$ (iv) $A'\cup B'$

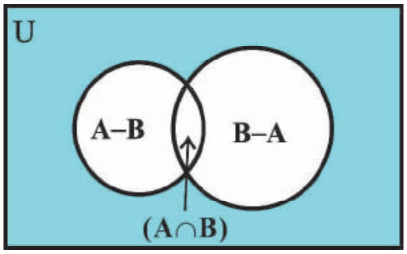
6. ধৰা হ'ল এখন সমতলত থকা সকলো ত্ৰিভুজৰ সংহতিটো U। যিবোৰ ত্ৰিভুজৰ অন্ততঃ এটা কোণ 60° নহয়, সেই ত্ৰিভুজবোৰৰ সংহতি A হ'লে, A'সংহতিটো লিখা।

7. খালি ঠাই পূৰ্ণ কৰা যাতে প্ৰতিটো উক্তিয়েই সত্য হয়।

(i) $A\cup A'=$... (ii) $\phi'\cap A=$...

(iii) $A\cap A'=$.... (iv) $U'\cap A=$....

1.12 দুটা সংহতিৰ মিলন আৰু ছেদনৰ ব্যাৱহাৰিক প্ৰশ্ন (Practical Problems on Union and Intersection of Two Sets)



চিত্ৰ 1.11

আগৰ অনুচ্ছেদত আমি দুটা সংহতিৰ মিলন, ছেদন আৰু অন্তৰৰ বিষয়ে আলোচনা কৰিছোঁ। এই অনুচ্ছেদত আমি দৈনন্দিন জীৱনৰ কিছুমান ব্যাৱহাৰিক প্ৰশ্ন সম্বন্ধে আলোচনা কৰিম। এই অনুচ্ছেদত পোৱা সূত্ৰবোৰ পিছত ষোড়শ অধ্যায়ৰ সম্ভাৱিতাত ব্যৱহাৰ কৰা হ'ব।

ধৰা হ'ল A আৰু B দুটা সসীম সংহতি । যদি $A\cap B=\phi$, তেনেহ'লে

(i) $n(A\cup B)=n(A)+n(B)$ .... (1)

$A\cup B$ ৰ উপাদানবোৰ হয় A ত আছে বা B ত আছে, কিন্তু দুয়োটাতে নাই, কিয়নো $A\cap B=\phi$, গতিকে (1) নম্বৰ সূত্ৰটো পোৱা গ'ল।

সাধাৰণভাৱে যদি A আৰু B দুটা সসীম সংহতি, তেনেহ'লে

(ii) $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$ .....(2)

মন কৰিবা যে $A-B$, $A\cap B$ আৰু $B-A$ সংহতিকেইটা অসংযুক্ত আৰু সিহঁতৰ মিলন $A\cup B$ (চিত্ৰ 1.11) গতিকে

$$n(A\cup B)=n(A-B)+n(A\cap B)+n(B-A)$$
$$=n(A-B)+n(A\cap B)+n(B-A)+n(A\cap B)-n(A\cap B)$$
$$=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$$

গতিকে (2) সত্যাপন কৰা হ'ল।

(iii) যদি A, B আৰু C তিনিটা সসীম সংহতি, তেনেহ'লে

$$n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(B\cap C)$$
$$-n(A\cap C)+n(A\cap B\cap C) \quad .....(3)$$

এতিয়া,

$$n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B\cup C)-n[A\cap(B\cup C)] \quad [(2) \text{ ৰ পৰা}]$$
$$=n(A)+n(B)+n(C)-n(B\cap C)-n[A\cap(B\cup C)] \quad [(2) \text{ ৰ পৰা}]$$

যিহেতু $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$, গতিকে

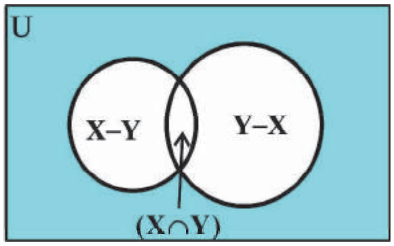
$$n[A\cap(B\cup C)] = n(A\cap B) + n(A\cap C) - n[(A\cap B)\cap(A\cap C)]$$
$$= n(A\cap B) + n(A\cap C) - n(A\cap B\cap C)$$

গতিকে
$$n(A\cup B\cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A\cap B) - n(B\cap C)$$
$$- n(A\cap C) + n(A\cap B\cap C)$$
সেয়ে (3) প্ৰমাণিত হ'ল।

উদাহৰণ 23 X আৰু Y দুটা সংহতি। $X\cup Y$ ৰ উপাদানৰ সংখ্যা 50, X অৰ উপাদানৰ সংখ্যা 28 আৰু Y ৰ উপাদানৰ সংখ্যা 32; $X\cap Y$ ৰ উপাদানৰ সংখ্যা কিমান?

সমাধান দিয়া আছে

$$n(X\cup Y) = 50, n(X) = 28, n(Y) = 32,$$
$n(X\cap Y) = ?$
সূত্ৰৰ সহায়ত আমি পালোঁ



চিত্ৰ 1.12

$$n(X\cup Y) = n(X) + n(Y) - n(X\cap Y)$$

গতিকে $n(X\cap Y) = n(X) + (Y) - n(X\cup Y)$
$$= 28 + 32 - 50 = 10$$

বিকল্প উপায়, ধৰা হ'ল $n(X\cap Y) = k$ গতিকে $n(X - Y) = 28 - k$, $n(Y - X) = 32 - k$ (চিত্ৰ 1.12 অৰ ভেন চিত্ৰৰপৰা)

গতিকে $50 = n(X\cup Y)$
$$= n(X - Y) + n(X\cap Y) + n(Y - X)$$
$$= (28 - k) + k + (32 - k)$$
$$\therefore k = 10$$

উদাহৰণ 24 এখন স্কুলৰ 20 জন শিক্ষকে গণিত বা পদাৰ্থবিজ্ঞান শিকায়। ইয়াৰে 12 জনে গণিত শিকায় আৰু 4 জনে গণিত আৰু পদাৰ্থবিজ্ঞান দুয়োটা শিকায়। কিমান জনে পদাৰ্থ বিজ্ঞান শিকায়?

সমাধান ধৰা হ'ল গণিত শিকোৱা শিক্ষকৰ সংহতিটো M, আৰু পদাৰ্থবিজ্ঞান শিকোৱা শিক্ষকৰ সংহতিটো P. 'বা' ই মিলনৰ ধাৰণা দিয়ে আৰু 'আৰু' ৱে ছেদনৰ ধাৰণা দিয়ে। গতিকে আমি পালোঁ

$$n(M\cup P) = 20, n(M) = 12, n(M\cap P) = 4$$

n (P) উলিয়াব লাগে।

এতিয়া $n(M\cup P) = n(M) + n(P) - n(M\cap P)$

সেয়ে আমি পালোঁ।

$$20 = 12 + n(P) - 4$$

গতিকে n (P) =12

সেয়ে 12 জন শিক্ষকে পদাৰ্থবিজ্ঞান শিকায়।

উদাহৰণ 25 এটা শ্ৰেণীত 35 জন ছাত্ৰ আছে। ইয়াৰে 24 জনে ক্ৰিকেট খেলি ভাল পায় আৰু 16 জনে ফুটবল খেলি ভাল পায়। প্ৰতিজন ছাত্ৰই অন্ততঃ এটা খেল ভাল পায়। কিমান জন ছাত্ৰই ক্ৰিকেট আৰু ফুটবল দুয়োটা খেলি ভাল পায়?

সমাধান ধৰা হ'ল ক্ৰিকেট ভাল পোৱা ছাত্ৰৰ সংহতিটো X আৰু ফুটবল ভাল পোৱা ছাত্ৰৰ সংহতিটো Y। গতিকে অন্তত: এটা খেল ভাল পোৱা ছাত্ৰৰ সংহতিটো $X \cup Y$ আৰু দুয়োটা খেল ভাল পোৱাৰ সংহতিটো $X \cap Y$. দিয়া আছে $n(X) = 24,\ n(Y) = 16,\ n(X \cup Y) = 35,\ n(X \cap Y) = ?$

$n(X \cup Y) = n(X) + n(Y) - n(X \cap Y)$ সূত্ৰৰপৰা,

$35 = 24 + 16 - n(X \cap Y)$

অৰ্থাৎ $n(X \cap Y) = 5$

অৰ্থাৎ 5 জন ছাত্ৰই দুয়োটা খেল খেলি ভাল পায়।

উদাহৰণ 26 এখন স্কুলৰ 400 জন ছাত্ৰৰ এটা সমীক্ষাত দেখা গ'ল যে 100 জনে আপেলৰ ৰস খায়, 150 জনে সুমথিৰাৰ ৰস খায় আৰু 75 জনে আপেল আৰু সুমথিৰা দুয়োটাৰে ৰস খায়। কিমান জন ছাত্ৰই আপেল নাইবা সুমথিৰাৰ কোনো এবিধ ফলৰো ৰস নাখায়?

সমাধান ধৰা হ'ল সমীক্ষা চলোৱা ছাত্ৰৰ সংহতিটো U, আপেলৰ ৰস খোৱা ছাত্ৰৰ সংহতিটো A আৰু সুমথিৰাৰ ৰস খোৱা ছাত্ৰৰ সংহতিটো B. গতিকে

$n(U) = 400,\ n(A)=100,\ n(B) = 150$ আৰু $n(A \cap B) = 75$

এতিয়া $n(A' \cap B') = n(A \cup B)'$

$= n(U) - n(A \cup B)$

$= n(U) - n(A) - n(B) + n(A \cap B)$

$= 400 - 100 - 150 + 75 = 225$

গতিকে 225 জন ছাত্ৰই আপেলৰ ৰসো নাখায়, সুমথিৰাৰ ৰসো নাখায়।

উদাহৰণ 27 200 জন চৰ্মৰোগী আছে। 120 জন C_1 কেমিকেলৰদ্বাৰা আক্ৰান্ত, 50 জন C_2 কেমিকেলৰদ্বাৰা, 30 জন C_1আৰু C_2 দুয়োটা কেমিকেলৰদ্বাৰা আক্ৰান্ত। এই সকল ব্যক্তিৰ সংখ্যা উলিওৱাঁ যিসকল

(i) C_1 ৰ দ্বাৰা আক্ৰান্ত, কিন্তু C_2 ৰ দ্বাৰা নহয় (ii) C_2 ৰ দ্বাৰা আক্ৰান্ত, C_1 অৰ দ্বাৰা নহয়

(iii) C_1 বা C_2 ৰ দ্বাৰা আক্ৰান্ত

সমাধান ধৰা হ'ল চৰ্মৰোগীৰ সংহতিটো U, C অৰদ্বাৰা আক্ৰান্ত ৰোগীৰ সংহতিটো A, C_2 ৰ দ্বাৰা আক্ৰান্ত ৰোগীৰ সংহতিটো B.

ইয়াত $n(U) = 200,\ n(A) = 120,\ n(B) = 50$ আৰু $n(A \cap B) = 30$

(i) ভেনচিত্ৰৰপৰা (চিত্ৰ1.13), আমি পালোঁ

$A = (A - B) \cup (A \cap B)$

সেয়ে $n(A) = n(A-B) + n(A \cap B)$ ($\because$ $A - B$ আৰু $A \cap B$ অসংযুক্ত)

বা $n(A-B) = n(A) - n(A \cap B) = 120 - 30 = 90$

গতিকে C_1 অৰ দ্বাৰা আক্ৰান্ত, কিন্তু C_2 ৰ দ্বাৰা নহয়, এনে ৰোগীৰ সংখ্যা 90.

(ii) চিত্ৰ 1.13 ৰ পৰা

$$B = (B-A) \cup (A \cap B)$$

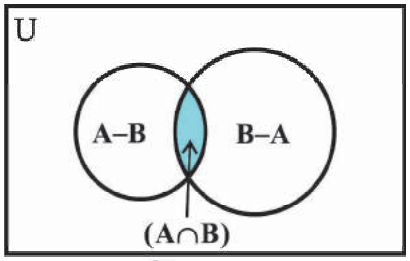
আৰু সেয়ে $n(B) = n(B-A) + n(A \cap B)$

($\because$ $B - A$ আৰু $A \cap B$ অসংযুক্ত)

বা $n(B-A) = n(B) - n(A \cap B)$

$= 50 - 30 = 20$

গতিকে C_2 ৰ দ্বাৰা আক্ৰান্ত, কিন্তু C_1 অৰ দ্বাৰা নহয়, এনে ৰোগীৰ সংখ্যা 20.



চিত্ৰ 1.13

(iii) C_1 বা C_2 ৰ দ্বাৰা আক্ৰান্ত ৰোগীৰ সংখ্যা অৰ্থাৎ

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$= 120 + 50 - 30 = 140$

অনুশীলনী-1.6

1. X আৰু Y দুটা সংহতি আৰু $n(X) = 17$, $n(Y) = 23$ আৰু $n(X \cup Y) = 38$. $n(X \cap Y)$ উলিওৱাঁ।
2. X আৰু Y দুটা সংহতি। $X \cup Y$ সংহতিটোত 18 টা উপাদান আছে। X অত 8 টা উপাদান আছে আৰু Y ত 15 টা উপাদান আছে। $X \cap Y$ ত কিমানটা উপাদান আছে?
3. 400 জন মানুহৰ এটা দলৰ 250 জনে হিন্দী ক'ব পাৰে আৰু 200 জনে ইংৰাজী ক'ব পাৰে। কিমানজন মানুহে হিন্দী আৰু ইংৰাজী দুয়োটা ক'ব পাৰে?
4. S আৰু T দুটা সংহতি। S অৰ উপাদানৰ সংখ্যা 21, T ৰ উপাদানৰ সংখ্যা 32 আৰু $S \cap T$ ৰ উপাদানৰ সংখ্যা 11, $S \cup T$ ত কিমানটা উপাদান আছে?
5. X আৰু Y দুটা সংহতি। X অৰ উপাদানৰ সংখ্যা 40, $X \cup Y$ ৰ উপাদানৰ সংখ্যা 60 আৰু $X \cap Y$ ৰ উপাদানৰ সংখ্যা 10; Y ত কিমানটা উপাদান আছে?
6. 70 জনীয়া এটা দলৰ 37 জনে কফি ভাল পায়, 52 জনে চাহ ভাল পায় আৰু প্ৰতিজন ব্যক্তিয়ে অন্ততঃ এবিধ পানীয় ভাল পায়। কিমান জনে কফি আৰু চাহ দুয়োটা ভাল পায়?
7. 65 জনীয়া এটা দলৰ 40 জনে ক্ৰিকেট ভাল পায়, 10 জনে ক্ৰিকেট আৰু টেনিছ দুয়োবিধ ভাল পায়। কিমানজনে মাত্ৰ টেনিছ ভাল পায়, কিন্তু ক্ৰিকেট ভাল নাপায়? কিমানজনে টেনিছ ভাল পায়?
8. এখন সমিতিৰ 50 জনে ফৰাচী কয়, 20 জনে স্পেনিছ কয় আৰু 10 জনে স্পেনিছ আৰু ফৰাচী দুয়োবিধ কয়। কিমানজনে দুয়োটা ভাষাৰ অন্ততঃ এটা কয়?

বিবিধ উদাহৰণ

উদাহৰণ 28 CATARACT শব্দটো উচ্চাৰণ কৰিবলৈ প্ৰয়োজন হোৱা বৰ্ণৰ সংহতিটো আৰু TRACT শব্দটো উচ্চাৰণ কৰিবলৈ প্ৰয়োজন হোৱা বৰ্ণৰ সংহতিটো সমান বুলি দেখুওৱাঁ।

সমাধান ধৰা হ'ল CATARACT শব্দটোৰ বৰ্ণৰ সংহতিটো X।

সেয়ে X ={C, A, T, R}

ধৰা হ'ল TRACT শব্দটোৰ বৰ্ণৰ সংহতিটো Y।

গতিকে Y = {T, R, A, C}

যিহেতু X ৰ প্ৰতিটো উপাদান Y ত আছে আৰু Y ৰ প্ৰতিটো উপাদান X অত আছে, গতিকে X=Y

উদাহৰণ 29 {–1, 0, 1} সংহতিটোৰ আটাইবোৰ উপসংহতি লিখাঁ।

সমাধান ধৰা হ'ল A={–1, 0, 1}। এটাও উপাদান নথকা A ৰ উপসংহতিটো হ'ল ৰিক্ত সংহতি ϕ। এটা উপাদান থকা A ৰ উপসংহতিবোৰ হ'ল {–1}, {0}, {1}। দুটা উপাদান থকা A ৰ উপসংহতিবোৰ হ'ল {–1, 0}, {–1, 1}, {0, 1}। তিনিটা উপাদান থকা A ৰ উপসংহতিটো A নিজেই ।

গতিকে A ৰ উপসংহতিবোৰ হ'ল ϕ, {–1}, {0}, {1}, {–1, 0}, {–1, 1}, {0,1} আৰু {–1, 0, 1}

উদাহৰণ 30 দেখুওৱাঁ যে $A \cup B = A \cap B$ এ A =B সূচায়।

সমাধান ধৰা হ'ল $a \in A$। গতিকে $a \in A \cup B$। যিহেতু $A \cup B = A \cap B$, সেয়ে $a \in A \cap B$। এতেকে $a \in B$। ইয়াৰ পৰা পাওঁ $A \subset B$। সেইদৰে যদি $b \in B$, তেনেহ'লে $b \in A \cup B$। যিহেতু $A \cup B = A \cap B$, সেয়ে $b \in A \cap B$। গতিকে $b \in A$ আৰু সেয়ে $B \subset A$। এতেকে A = B.

উদাহৰণ 31 যি কোনো দুটা সংহতি A আৰু B ৰ বাবে দেখুওৱাঁ যে

$P(A \cap B) = P(A) \cap P(B)$

সমাধান ধৰা হ'ল $X \in P(A \cap B)$

সেয়ে $X \subset A \cap B$। গতিকে $X \subset A$ আৰু $X \subset B$। গতিকে $X \in P(A)$ আৰু $X \in P(B)$. ইয়াৰপৰা $X \in P(A) \cap P(B)$. গতিকে $P(A \cap B) \subset P(A) \cap P(B)$.

ধৰা হ'ল $Y \in P(A) \cap P(B)$

গতিকে $Y \in P(A)$ আৰু $Y \in P(B)$। ইয়াৰ পৰা $Y \subset A$ আৰু $Y \subset B$। গতিকে, $Y \subset A \cap B$, ইয়াৰপৰা $Y \in P(A \cap B)$ গতিকে $P(A) \cap P(B) \subset P(A \cap B)$; এতেকে, $P(A \cap B) = P(A) \cap P(B)$

উদাহৰণ 32 এটা বজাৰ গৱেষণা গোটে 1000 জন উপভোক্তাৰ সমীক্ষা চলালে। 720 জন উপভোক্তাই উৎপাদিত সামগ্ৰী A আৰু 450 জন উপভোক্তাই উৎপাদিত সামগ্ৰী B ভাল পায়। সৰ্বনিম্ন কিমানজন মানুহে দুয়োবিধ সামগ্ৰী ভাল পায়?

সমাধান ধৰা হ'ল উপভোক্তাৰ সংহতিটো U, A বিধ সামগ্ৰী ভাল পোৱা উপভোক্তাৰ সংহতিটো S আৰু B বিধ সামগ্ৰী ভাল পোৱা উপভোক্তাৰ সংহতিটো T। প্ৰশ্নমতে $n(U) = 1000$, $n(S) = 720$, $n(T) = 450$

গতিকে $n(S\cup T)=n(S)+n(T)-n(S\cap T)$

$=720+450-n(S\cap T)$

$=1170-n(S\cap T)$

গতিকে $n(S\cup T)$ সৰ্বোচ্চ যেতিয়া $n(S\cap T)$ সৰ্বনিম্ন। কিন্তু $S\cup T\subset U$. গতিকে $n(S\cup T)\le n(U)=1000$. গতিকে $n(S\cup T)$ ৰ গৰিষ্ঠ মান 1000। গতিকে $n(S\cap T)$ৰ সৰ্বনিম্ন মান 170। গতিকে দুয়ো বিধ সামগ্ৰী ভালপোৱা সৰ্বনিম্ন উপভোক্তাৰ সংখ্যা 170।

উদাহৰণ 33 500 খন কাৰৰ (car) গৰাকীৰ সমীক্ষা চলাওঁতে দেখা গ'ল যে 400 জনে A বিধ কাৰ লৈছে আৰু 200 জনে B বিধ কাৰ লৈছে, 50 জনে A আৰু B দুয়ো বিধ কাৰ লৈছে। এই তথ্যখিনি শুদ্ধ হয়নে?

সমাধান ধৰা হ'ল সমীক্ষা চলোৱা কাৰৰ গৰাকীৰ সংহতিটো U, A বিধ কাৰৰ গৰাকীৰ সংহতিটো M আৰু B বিধ কাৰৰ গৰাকীৰ সংহতিটো S।

দিয়া আছে $n(U)=500$, $n(M)=400$, $n(S)=200$ আৰু $n(S\cap M)=50$

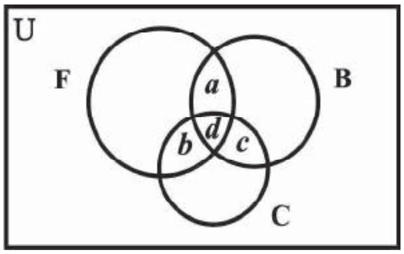
গতিকে $n(S\cup M)=n(S)+n(M)-n(S\cap M)$

$=200+400-50=550$

কিন্তু $S\cup M\subset U$. ইয়াৰপৰা $n(S\cup M)\le n(U)$. এইটো পৰস্পৰ বিৰোধী কথা। গতিকে প্ৰদত্ত তথ্যখিনি অশুদ্ধ।

উদাহৰণ 34 এখন কলেজে ফুটবলত 38 টা, বাস্কেটবলত 15 টা আৰু ক্ৰিকেটত 20 টা পদকেৰে পুৰস্কৃত কৰে। যদি এই পদক কেইটা মুঠতে 58 জন মানুহে পায় আৰু মাত্ৰ তিনিজন মানুহে তিনিওবিধ খেলতে পদক পায়, কিমানজন মানুহে এই তিনিটা খেলৰ দুবিধত পদক পাব?

সমাধান ধৰা হ'ল ফুটবল, বাস্কেটবল আৰু ক্ৰিকেটত পদক পোৱা ব্যক্তিৰ সংহতিকেইটা ক্ৰমে F, B আৰু C



চিত্ৰ-1.14

গতিকে $n(F)=38$, $n(B)=15$, $n(C)=20$

$n(F\cup B\cup C)=58$ আৰু $n(F\cap B\cap C)=3$

এতিয়া

$n(F\cup B\cup C)=n(F)+n(B)+n(C)-n(F\cap B)$

$-n(F\cap C)-n(B\cap C)+n(F\cap B\cap C)$

ইয়াৰ পৰা $n(F\cap B)+n(F\cap C)+n(B\cap C)=18$

ভেন-চিত্ৰটোলৈ মন কৰা যাওক (চিত্ৰ 1.14)। ইয়াত মাত্ৰ ফুটবল আৰু বাস্কেটবলত পদক পোৱা মানুহৰ সংখ্যা a, মাত্ৰ ফুটবল আৰু ক্ৰিকেটত পদক পোৱা মানুহৰ সংখ্যা b, মাত্ৰ বাস্কেটবল আৰু ক্ৰিকেটত পদক পোৱা মানুহৰ সংখ্যা c আৰু তিনিওবিধ খেলতে পদক পোৱা মানুহৰ সংখ্যা d .

গতিকে $d=n(F\cap B\cap C)=3$ আৰু

$a+d+b+d+c+d=18$

গতিকে $a+b+c=9$

এইটোৱেই তিনিওটা খেলৰ দুবিধত পদক পোৱা মানুহৰ সংখ্যা।

প্ৰথম অধ্যায়ৰ বিবিধ অনুশীলনী

1. তলৰ সংহতিবোৰৰ কোনবোৰ আনবোৰৰ উপসংহতি?

   $A = \{x : x \in R$ আৰু x এ $x^2 - 8x + 12 = 0$ সিদ্ধ কৰে$\}$,

   $B = \{2, 4, 6\}$, $C = \{2, 4, 6, 8, ...\}$, $D = \{6\}$

2. তলৰ কোনবোৰ সচাঁ আৰু কোনবোৰ মিছা? যদি সঁচা, প্ৰমাণ কৰাঁ। যদি মিছা, এটা উদাহৰণ দিয়াঁ।

   (i) যদি $x \in A$ আৰু $A \in B$ তেনেহ'লে $x \in B$

   (ii) যদি $A \subset B$ আৰু $B \in C$, তেনেহলে $A \in C$

   (iii) যদি $A \subset B$ আৰু $B \subset C$, তেনেহ'লে $A \subset C$

   (iv) যদি $A \not\subset B$ আৰু $B \not\subset C$, তেনেহ'লে $A \not\subset C$

   (v) যদি $x \in A$ আৰু $A \not\subset B$ তেনেহ'লে $x \in B$

   (vi) যদি $A \subset B$ আৰু $x \notin B$ তেনেহ'লে $x \notin A$

3. A, B আৰু C তিনিটা সংহতি যাতে

   $A \cup B = A \cup C$ আৰু $A \cap B = A \cap C$, দেখুওৱাঁ যে $B = C$

4. দেখুওৱাঁ যে তলৰ চৰ্ত চাৰিটা সমতুল্য

   (i) $A \subset B$ (ii) $A - B = \phi$ (iii) $A \cup B = B$ (iv) $A \cap B = A$

5. যদি $A \subset B$, দেখুওৱাঁ যে $C - B \subset C - A$

6. ধৰাঁ $P(A) = P(B)$. দেখুওৱাঁ যে $A = B$.

7. যিকোনো সংহতি A আৰু B ৰ বাবে, $P(A) \cup P(B) = P(A \cup B)$ সত্য হয়নে? তোমাৰ উত্তৰৰ যুক্তিযুক্ততা প্ৰতিপন্ন কৰাঁ।

8. যি কোনো সংহতি A আৰু B ৰ বাবে দেখুওৱাঁ যে

   $A = (A \cap B) \cup (A - B)$ আৰু $A \cup (B - A) = (A \cup B)$

9. সংহতিৰ ধৰ্ম ব্যৱহাৰ কৰি দেখুওৱাঁ যে

   (i) $A \cup (A \cap B) = A$ (ii) $A \cap (A \cup B) = A$

10. দেখুওৱাঁ যে $A \cap B = A \cap C$ এ $B = C$ নুসূচায়।

11. A আৰু B দুটা সংহতি। যদি $A \cap X = B \cap X = \phi$ আৰু $A \cup X = B \cup X$, X যি কোনো সংহতি, দেখুওৱাঁ যে $A = B$

    (ইংগিত $A = A \cap (A \cup X)$, $B = B \cap (B \cup X)$. বিতৰণ বিধি ব্যৱহাৰ কৰিবাঁ।)

12. A, B আৰু C সংহতি তিনিটা উলিওৱাঁ যাতে $A \cap B$, $B \cap C$ আৰু $A \cap C$ অৰিক্ত সংহতি আৰু $A \cap B \cap C = \phi$

13. এখন স্কুলৰ 600 জন ছাত্ৰৰ এটা সমীক্ষা চলোৱা হ'ল। দেখা গ'ল যে 150 জন ছাত্ৰই চাহ খাইছে, 225 জনে কফি খাইছে, 100 জনে চাহ আৰু কফি খাইছে। কিমান জন ছাত্ৰই চাহো খোৱা নাই, কফিও খোৱা নাই?

14. এটা ছাত্ৰৰ দলৰ 100 জন ছাত্ৰই হিন্দী জানে, 50 জনে ইংৰাজী জানে আৰু 25 জনে দুয়োটা ভাষা জানে। দলটোৰ প্ৰতিজন ছাত্ৰই হিন্দী বা ইংৰাজী জানে। দলটোত মুঠতে কিমানজন ছাত্ৰ আছে?

15. 60 জন মানুহৰ এটা সমীক্ষাত দেখা গ'ল যে 25 জন মানুহে H বাতৰি কাকতখন পঢ়ে, 26 জনে T বাতৰি কাকতখন পঢ়ে, 26 জনে I বাতৰি কাকতখন পঢ়ে, 9 জনে H আৰু I দুয়োখন পঢ়ে, 11জনে H আৰু T দুয়োখন পঢ়ে, 8 জনে T আৰু I দুয়োখন পঢ়ে, 3 জনে তিনিওখন বাতৰি কাকত পঢ়ে।

(i) অন্ততঃ এখন কাকত পঢ়া মানুহৰ সংখ্যা উলিওৱাঁ।

(ii) মাত্ৰ এখন কাকত পঢ়া মানুহৰ সংখ্যা উলিওৱাঁ।

16. এটা সমীক্ষাত দেখা গ'ল যে 21 জন মানুহে উৎপাদিত সামগ্ৰী A ভাল পায়, 26 জনে সামগ্ৰী B ভাল পায়, 29 জনে সামগ্ৰী C ভাল পায়। যদি 14 জনে A আৰু B সামগ্ৰী দুবিধ ভাল পায়, 12 জনে C আৰু A সামগ্ৰী দুবিধ ভাল পায়, 14 জনে B আৰু C সামগ্ৰী দুবিধ ভাল পায় আৰু 8 জনে তিনিও বিধ সামগ্ৰী ভাল পায়, তেন্তে কিমানজনে সামগ্ৰী C ভাল পায়?

সাৰাংশ

এই অধ্যায়ত সংহতিসম্বন্ধীয় কিছুমান মূল সংজ্ঞা আৰু প্ৰক্ৰিয়াৰ বিষয়ে আলোচনা কৰা হৈছে। সেইবোৰ সংক্ষিপ্তাকাৰত তলত দিয়া হ'ল।

- সংহতি হ'ল সু-সংজ্ঞাৱদ্ধ বস্তুৰ সংগ্ৰহ।
- যিটো সংহতিত এটাও উপাদান নাথাকে, তাক ৰিক্ত সংহতি বোলে।
- যিটো সংহতিত নিৰ্দিষ্ট সংখ্যক উপাদান থাকে, তাক সসীম সংহতি বোলে, অন্যথাই ইয়াক অসীম সংহতি বোলে।
- দুটা সংহতি A আৰু B সমান বুলি কোৱা হয় যদি সংহতি দুটাৰ উপাদানবোৰ একে।
- এটা সংহতি A ক এটা সংহতি B ৰ উপসংহতি বুলি কোৱা হয়, যদি A ৰ প্ৰতিটো উপাদান B ত থাকে। অন্তৰালবোৰ **R** অৰ উপসংহতি।
- এটা সংহতি A ৰ উপসংহতিবোৰৰ সংগ্ৰহক ঘাত সংহতি বোলে। ইয়াক P(A) ৰে বুজোৱা হয়।
- দুটা সংহতি A আৰু B ৰ মিলন এটা সংহতি যাৰ উপাদানবোৰ A ত আছে বা B ত আছে।
- দুটা সংহতি A আৰু B ৰ ছেদন এটা সংহতি যাৰ উপাদানবোৰ দুয়োটা সংহতিতে আছে। দুটা সংহতি A আৰু B ৰ অন্তৰ (এইটো ক্ৰমত) এটা সংহতি যাৰ উপাদানবোৰ A ত আছে, কিন্তু B ত নাই।
- সৰ্বজনীন সংহতি U ৰ উপসংহতি A ৰ পূৰক এটা সংহতি যাৰ উপাদানবোৰ A ত নাই।
- যি কোনো দুটা সংহতি A আৰু B ৰ বাবে,

  $(A \cup B)' = A' \cap B'$ আৰু $(A \cup B)' = A' \cup B'$
- A আৰু B দুটা সসীম সংহতি আৰু $A \cap B = \phi$ তেনেহ'লে

  $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

  যদি $A \cap B \neq \phi$, তেনেহ'লে

  $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

ঐতিহাসিক টোকা

জাৰ্মান গণিতজ্ঞ জৰ্জ কেন্টৰৰ (Georg Cantor, 1845– 1918) কামৰপৰাই মুখ্যতঃ সংহতিৰ আধুনিক তত্ত্বৰ সূত্ৰপাত হয়। 1874 চনৰপৰা 1897 চনৰ ভিতৰত তেওঁৰ সংহতি সম্বন্ধীয় গৱেষণা- পত্ৰবোৰ প্ৰকাশ পাবলৈ লয়। $a_1 \sin x + a_2 \sin 2x + a_3 \sin 3x + ...$ আকাৰৰ ত্ৰিকোণমিতীয় শ্ৰেণীসমূহ অধ্যয়ন কৰি থাকোঁতে সংহতি - তত্ত্বৰ ধাৰণা তেওঁৰ মনলৈ আহে। 1874 চনত তেওঁৰ এখন গৱেষণা-পত্ৰ প্ৰকাশ পায় আৰু ইয়াত তেওঁ মত প্ৰকাশ কৰে যে বাস্তৱ সংখ্যাৰ সংহতিৰ লগত অখণ্ড সংখ্যাৰ সংহতিৰ এক-এক সম্পৰ্ক (one to one correspondance) স্থাপন কৰিব নোৱাৰি। 1879 চনৰ পিছৰেপৰা বিমূৰ্ত সংহতিৰ বহুতো ধৰ্ম দেখুৱাই তেওঁ বহু গৱেষণা-পত্ৰ প্ৰকাশ কৰে।

কেন্টৰৰ কামে আন এজন বিশ্ৰুত গণিতজ্ঞ ৰিছাৰ্ড ডেডিকাইণ্ডৰ (Richard Dedekind, 1831– 1916) পৰা প্ৰশংসা পায়। অসীম সংহতিক সসীম সংহতিৰ সৈতে একে ধৰণে দেখুওৱা বাবে ক্ৰনেকাৰে (Kronecker, 1810–1893) কিন্তু তেওঁক ভৰ্ৎসনা কৰে। শতাব্দীৰ শেষত আন এজন জাৰ্মান গণিতজ্ঞ গটলব ফ্ৰেজিয়ে (Gottlob Frege) তৰ্কশাস্ত্ৰৰ নীতি হিচাপে সংহতি-তত্ত্ব উত্থাপন কৰে। তেতিয়ালৈকে সকলো সংহতিৰ সংহতি (the set of all sets)ৰ ধাৰণাৰ ওপৰত সমগ্ৰ সংহতি-তত্ত্ব নিৰ্ভৰশীল আছিল। 1902 চনত প্ৰথিতযশা ইংৰাজ দাৰ্শনিক বাৰ্ট্ৰাণ্ড ৰাছেলে (Bertrand Russell, 1872–1970) আঙুলিয়াই দিয়ে যে সকলো ধাৰণাৰপৰা পৰস্পৰ বিৰোধী কথা ওলাই পৰে। ইয়াৰপৰাই বিখ্যাত ৰাছেলৰ কূটৰ (Russell's Paradox) সূত্ৰপাত হয়। পল আৰ হেলমছে (Paul R Halmos) তেখেতৰ **Naive Set Theory** ত ইয়াৰ বিষয়ে লেখিছে যে "নোহোৱাৰ মাজত সকলো সোমাই আছে" ("nothing contains everything")।

সংহতি -তত্ত্বত অকল ৰাছেলৰ কূটেই ওলোৱা নাই। উত্তৰ কালত বহু গণিতজ্ঞ আৰু তৰ্কশাস্ত্ৰবিদে ভালেমান কূটৰ অৱতাৰণা কৰে। এই সকলোবোৰ কূটৰ ফলস্বৰূপে আৰ্ণষ্ট ঝাৰমেলই (Ernst Zermelo) 1908 চনত পোন প্ৰথমবাৰৰ বাবে সংহতি-তত্ত্বৰ স্বীকাৰ্য্যকৰণ (axiomatisation) প্ৰকাশ কৰে। 1922 চনত আব্ৰাহাম ফ্ৰেন্‌কেলে (Abraham Fraenkel) আন এটা উত্থাপন কৰে। 1925 চনত জন ভন নয়ম্যানে (John Von Neumann) "axiom of regularity"ৰ অৱতাৰণা কৰে। পিছত 1937 চনত পল বাৰ্ণেজে (Paul Bernays) এটা অধিক সন্তোষজনক স্বীকাৰ্য্যকৰণ উত্থাপন কৰে। 1940 চনত কুৰ্ট গ'দেলে (Kurt Godel)তেওঁৰ ম'ন'গ্ৰাফত এই স্বীকাৰ্য্যবোৰৰ কিছু সংযোগ—বিয়োগ কৰে। ইয়াক ভন্‌নয়ম্যান বাৰ্ণেজ (Von Neumann-Bernays, VNB) বা গ'দেল বাৰ্ণেজ (Godel Bernays, GB) সংহতি - তত্ত্ব বুলি কোৱা হয়।

ইমানবোৰ অসুবিধা সত্ত্বেও, কেন্টৰৰ সংহতি-তত্ত্ব আধুনিক যুগৰ গণিতত ব্যৱহৃত হয়। দৰাচলতে, অধুনা কালত গণিতৰ বেছিভাগ ধাৰণা আৰু ফল সংহতি-তত্ত্বৰ ভাষাত প্ৰকাশ কৰা হয়।