32 दो चरों में रैखिक समीकरण (LINEAR EQUATIONS IN TWO VARIABLES)

सामान्य नियम

1. समीकरण $ax + by + c = 0$, जहाँ a, b, c वास्तविक संख्यायें हैं तथा $x \neq 0, y \neq 0$ दो चरों x तथा y में रैखिक समीकरण कहलाता है. यहाँ x तथा y चर राशियाँ कहलाती हैं.
2. $x = \alpha, y = \beta$ दिये गये समीरकरण $ax + by + c = 0$ को सन्तुष्ट करेंगें, यदि $a\alpha + b\beta + c = 0$ हो.
3. माना दो समीकरण $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ तथा $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ दिये गये हैं.
   दिये गये समीकरणों:
   (i) का एक अद्वितीय हल होगा, यदि $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ हो.
   (ii) के अनन्त हल होंगे, यदि $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ हो.
   (iii) का कोई हल नहीं होगा, यदि $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ हो.
4. दो समीकरणों $a_1x + b_1y = 0,\ a_2x + b_2y = 0$
   (i) का हल केवल $x = 0, y = 0$ होगा, यदि $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ हो.
   (ii) के अनन्त हल होंगे, यदि $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$ हो.

साधित उदाहरण

प्रश्न 1. यदि $3x + 7y = 75, 5x - 5y = 25$ हो, तो $(x + y)$ का मान क्या होगा?

हल: $3x + 7y = 75$ ...(i)

$5x - 5y = 25$ ...(ii)

(i) को 5 से तथा (ii) को 7 से गुणा करके जोड़ने पर:

$$(15x + 35x) = (375 + 175) \Rightarrow 50x = 550 \Rightarrow x = \frac{550}{50} \Rightarrow x = 11.$$

(i) में $x = 11$ रखने पर $33 + 7y = 75 \Rightarrow 7y = 42 \Rightarrow y = \frac{42}{7} = 6.$

$\therefore x = 11, y = 6.$

प्रश्न 2. यदि $x + \frac{1}{y} = 5, 2x + \frac{3}{y} = 13$ हो, तो $(2x - 3y)$ का मान क्या होगा?

हल: $x + \frac{1}{y} = 5$ ...(i)

$2x + \frac{3}{y} = 13$ ...(ii)

(*i*) को 2 से गुणा करके गुणनफल को (*ii*) में से घटाने पर : $\frac{1}{y} = (13 - 10) = 3 \Rightarrow y = \frac{1}{3}$.

(*i*) $y = \frac{1}{3}$ रखने पर $x + 3 = 5 \Rightarrow x = 2$.

$\therefore\ x = 2, y = \frac{1}{3}$.

प्रश्न 3. सिद्ध कीजिए कि युगपत रैखिक समीकरण $3x + 4y = 2, 6x + 8y = 5$ का कोई हल नहीं है.

हल: दिये गये समीकरण हैं $3x + 4y - 2 = 0$ तथा $6x + 8y - 5 = 0$.

इनके प्रारूप हैं क्रमशः $a_1 x + b_1 y + c_1 = 0$ तथा $a_2 x + b_2 y + c_2 = 0$,

जहाँ $a_1 = 3, b_1 = 4, c_1 = -2$ तथा $a_2 = 6, b_2 = 8, c_2 = -5$.

$\therefore\ \frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ तथा $\frac{c_1}{c_2} = \frac{-2}{-5} = \frac{2}{5}$.

अतः $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$.

अतः दिये गये युगपत समीकरण का कोई हल नहीं है.

प्रश्न 4. युगपत रैखिक समीकरण $3x - y = 5, 6x - 2y = 10$ के कितने हल हैं ?

(*a*) केवल एक **(*b*) केवल दो** **(*c*) कोई नहीं** **(*d*) अनन्त**

ठीक उत्तर को चिन्हांकित (✓) कीजिए.

हल: दिये गये समीकरण हैं $3x - y - 5 = 0, 6x - 2y - 10 = 0$.

इनके प्रारूप हैं क्रमशः $a_1 x + b_1 y + c_1 = 0, a_2 x + b_2 y + c_2 = 0$.

जहाँ $a_1 = 3, b_1 = -1, c_1 = -5$ तथा $a_2 = 6, b_2 = -2, c_2 = -10$.

$\therefore\ \frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$ तथा $\frac{c_1}{c_2} = \frac{-5}{-10} = \frac{1}{2}$.

अतः $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$.

अतः दिये गये युगपत समीकरण के अनन्त हल हैं.

$\therefore$ उत्तर (*d*) सही है.

प्रश्न 5. युगपत रैखिक समीकरण $2x + 5y = 17, 5x + 3y = 14$ के कितने हल हैं?

(*a*) अद्वितीय **(*b*) केवल दो** **(*c*) कोई नहीं** **(*d*) अनन्त**

ठीक उत्तर को चिन्हांकित (✓) कीजिए.

हल: दिये गये समीकरण हैं $2x + 5y - 17 = 0, 5x + 3y - 14 = 0$.

इसके प्रारूप हैं क्रमशः $a_1 x + b_1 y + c_1 = 0$ तथा $a_2 x + b_2 y + c_2 = 0$, जहाँ

$a_1 = 2, b_1 = 5, c_1 = -17$ तथा $a_2 = 5, b_2 = 3, c_2 = -14$.

$\therefore\ \frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{5}, \frac{b_1}{b_2} = \frac{5}{3}$ तथा $\frac{c_1}{c_2} = \frac{-17}{-14} = \frac{17}{14}$.

$\therefore\ \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$.

अतः दिये गये युगपत समीकरण का अद्वितीय हल है.

$\therefore$ उत्तर (*a*) सही है.

प्रश्न 6. युगपत रैखिक समीकरण $23x - 29y = 98, 29x - 23y = 110$ को हल करें.

हल: दिये गये समीकरण हैं: $23x - 29y = 98$ ...(*i*)

$29x - 23y = 110$ ...(*ii*)

(*i*) तथा (*ii*) को जोड़ने पर: $52x - 52y = 208 \Rightarrow 52(x - y) = 208$

$\Rightarrow (x - y) = 4$ ...(*iii*)

(*ii*) में से (*i*) घटाने पर: $6x + 6y = 12 \Rightarrow 6(x + y) = 12$

$\Rightarrow (x + y) = 2$ ...(*iv*)

(*iii*) तथा (*iv*) को जोड़ने पर: $2x = 6 \Rightarrow x = 3$.

(*iv*) में से (*iii*) घटाने पर, $2y = -2 \Rightarrow y = -1$.

$\therefore$ $x = 3, y = -1$ अभीष्ट हल है.

प्रश्नमाला 32

प्रत्येक प्रश्न में ठीक उत्तर को चिन्हांकित (✓) कीजिए:

1. यदि $\frac{2x+7}{5} - \frac{3x+11}{2} = \frac{2x+8}{3} - 5$ हो, तो $x = ?$

(*a*) 1 (*b*) −1 (*c*) 2 (*d*) −2

2. यदि $\frac{5x-4}{6} = 4x + 1 - \frac{3x+10}{2}$ **हो**, तो $x = ?$

(*a*) 3 (*b*) −3 (*c*) 2 (*d*) −2

3. यदि $5x - \frac{1}{3}(x+1) = 6\left(x + \frac{1}{30}\right)$ हो, तो $x = ?$

(*a*) $\frac{1}{5}$ (*b*) $\frac{2}{5}$ (*c*) $\frac{-1}{5}$ (*d*) $\frac{-2}{5}$

4. यदि $\frac{3(x-5)}{4} - 4x = 3 - \frac{(x-3)}{2}$ हो, तो $x = ?$

(*a*) −3 (*b*) 3 (*c*) 5 (*d*) −5

5. यदि $\frac{2}{x-1} + \frac{1}{x-3} = \frac{3}{x-2}$ हो, तो $x = ?$

(*a*) 3 (*b*) 4 (*c*) 5 (*d*) −3

6. यदि $\frac{x-1}{x} + \frac{x}{x+1} = 2\frac{1}{2}$ हो, तो $x = ?$

(*a*) 2 अथवा −1 (*b*) −2 अथवा 1 (*c*) −2 अथवा −1 (*d*) 2 अथवा 1

7. यदि $\frac{x-7}{x-3} + \frac{x-2}{x-9} = 2$ हो, **तो $x = ?$**

(*a*) −5 (*b*) 5 (*c*) 4 (*d*) −4

8. यदि $\frac{x+1}{x-1} + \frac{x+2}{x-2} = \frac{22x+30}{11x-18}$ **हो, तो** $x = ?$

(*a*) 6 (*b*) −6 (*c*) 5 (*d*) −5

9. यदि $2x + 3y = 13, 4x - y = 5$ हो, तो x तथा y के मान क्या होंगे ?

(*a*) $x = 2, y = 3$ (*b*) $x = 3, y = -2$ (*c*) $x = -3, y = -2$ (*d*) $x = -2, y = -3$

10. यदि $x + 2y = -1, 2x - 3y = 12$, हो, तो x तथा y के मान क्या होंगे?
(*a*) $x = 2, y = -3$ (*b*) $x = 3, y = -2$ (*c*) $x = 3, y = -1$ (*d*) $x = -3, y = 1$

11. यदि $\frac{2x}{a} + \frac{y}{b} = 2, \frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 4$ हो, तो x तथा y के मान क्या होंगे ?
(*a*) $x = a, y = -b$ (*b*) $x = -2a, y = 2b$ (*c*) $x = 2a, y = -2b$ (*d*) $x = -a, y = b$

12. यदि $x + y = a + b, ax - by = a^2 - b^2$ हो, तो x तथा y के मान क्या होंगे ?
(*a*) $x = a, y = b$ (*b*) $x = -a, y = b$ (*c*) $x = a, y = -b$ (*d*) $x = -a, y = -b$

13. यदि $148x + 231y = 527$, $231x + 148y = 610$ हो, तो x तथा y के मान क्या होंगे?
(*a*) $x = 1, y = 2$ (*b*) $x = 2, y = 1$ (*c*) $x = 3, y = 2$ (*d*) $x = 2, y = 3$

14. यदि $47x + 31y = 63, 31x + 47y = 15$ हो, तो x तथा y के मान क्या होंगे?
(*a*) $x = 2, y = 1$ (*b*) $x = -2, y = 1$ (*c*) $x = 2, y = -1$ (*d*) $x = -2, y = -1$

15. यदि $(a - b)x + (a + b)y = a^2 - 2ab - b^2, (a + b)(x + y) = a^2 + b^2$ हो, तो
(*a*) $x = (a + b), y = \frac{2ab}{(a+b)}$ (*b*) $x = (a - b), y = \frac{2ab}{(a-b)}$
(*c*) $x = (a + b), y = \frac{-2ab}{(a+b)}$ (*d*) इनमें से कोई नहीं

16. यदि $\frac{4}{x} + 3y = 14, \frac{3}{x} - 4y = 23$ हो तथा $x \neq 0$ हो, तो x तथा y के मान क्या होंगे ?
(*a*) $x = 5, \quad y = \frac{-1}{2}$ (*b*) $x = \frac{1}{5}, \quad y = -2$ (*c*) $x = 5, y = -2$ (*d*) $x = -5, y = 2$

17. यदि $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 13, \frac{5}{x} - \frac{4}{y} = -2$ हो तथा $x \neq 0, y \neq 0$ हो, तो x तथा y के मान क्या होंगे ?
(*a*) $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{3}$ (*b*) $x = 2, y = 3$ (*c*) $x = \frac{-1}{2}, y = \frac{-1}{3}$ (*d*) $x = -2, y = -3$

18. यदि $\frac{1}{7x} + \frac{1}{6y} = 3, \frac{1}{2x} - \frac{1}{3y} = 5$ तथा $x \neq 0, y \neq 0$ हो, तो x तथा y के मान क्या होंगे ?
(*a*) $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{6}$ (*b*) $x = \frac{1}{7}, y = \frac{1}{3}$ (*c*) $x = \frac{1}{14}, y = \frac{1}{6}$ (*d*) इनमें से कोई नहीं

19. समीकरण $x + 2y = 5$ का आलेख खींचें तथा ज्ञात करें कि निम्न में से इसका सही हल कौन सा है?
(*a*) $x = 2, y = 3$ (*b*) $x = 3, y = -1$ (*c*) $x = 1, y = 2$ (*d*) $x = 2, y = 1$

20. $3x - 2y = 12$ का आलेख खींचें तथा आलेख से ज्ञात करें कि निम्न में से इसका सही हल कौन सा है?
(*a*) $x = 3, y = 2$ (*b*) $x = 2, y = -3$ (*c*) $x = 3, y = -2$ (*d*) $x = 4, y = -1$

21. युगपत रैखिक समीकरण $2x - 3y = 3, 6x - 9y = 12$ के कितने हल हैं?
(*a*) केवल एक (*b*) केवल दो (*c*) अनन्त (*d*) कोई नहीं

22. युगपत रैखिक समीकरण $4x + 3y = 2, 8x + 6y = 4$ के कितने हल हैं?
(*a*) केवल एक (*b*) केवल दो (*c*) कोई नहीं (*d*) अनन्त

23. युगपत रैखिक समीकरण $5x + y = 7, 3x - 4y = 18$ के कितने हल हैं?
(*a*) केवल एक (*b*) केवल दो (*c*) कोई नहीं (*d*) अनन्त

उत्तरमाला (प्रश्नमाला 32)

1. (*b*)	**2.** (*c*)	**3.** (*d*)	**4.** (*a*)	**5.** (*c*)	**6.** (*b*)	**7.** (*a*)
8. (*b*)	**9.** (*a*)	**10.** (*b*)	**11.** (*c*)	**12.** (*a*)	**13.** (*b*)	**14.** (*c*)
15. (*c*)	**16.** (*b*)	**17.** (*a*)	**18.** (*c*)	**19.** (*c*)	**20.** (*b*)	**21.** (*d*)
22. (*d*)	**23.** (*a*)					

दिये गये प्रश्नों के हल प्रश्नमाला 32

1. दिये गये समीकरण को लिख सकते है:

$$6(2x+7)-15(3x+11)=10(2x+8)-150$$

$\Rightarrow \quad 12x+42-45x-165=20x+80-150$

$\Rightarrow \quad 20x+45x-12x=42-165-80+150$

$\Rightarrow \quad 53x=-53 \Rightarrow x=-1.$

2. दिये गये समीकरण को लिख सकते हैं

$$5x-4=6(4x+1)-3(3x+10)$$

$\Rightarrow \quad 5x-4=24x+6-9x-30 \Rightarrow 24x-9x-5x=30-6-4$

$\Rightarrow \quad 10x=20 \Rightarrow x=2.$

3. दिये गये समीकरण को लिख सकते हैं:

$$5x-\frac{1}{3}(x+1)=6\left(\frac{30x+1}{30}\right)$$

$\Rightarrow \quad 150x-10(x+1)=6(30x+1)$

$\Rightarrow \quad 150x-10x-10=180x+6 \Rightarrow 180x-150x+10x=-10-6$

$\Rightarrow \quad 40x=-16 \Rightarrow x=\dfrac{-16}{40}=\dfrac{-2}{5}.$

4. दिये गये समीकरण को लिख सकते हैं:

$$3(x-5)-16x=12-2(x-3)$$

$\Rightarrow \quad 3x-15-16x=12-2x+6 \Rightarrow 16x-3x-2x=-15-12-6$

$\Rightarrow \quad 11x=-33 \Rightarrow x=-3.$

5. दिये गये समीकरण को लिख सकते हैं:

$$\frac{2}{x-1}+\frac{1}{x-3}=\frac{2}{x-2}+\frac{1}{x-2}$$

$\Rightarrow \quad \dfrac{2}{x-1}-\dfrac{2}{x-2}=\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{1}{x-3} \Rightarrow \dfrac{2(x-2)-2(x-1)}{(x-1)(x-2)}=\dfrac{(x-3)-(x-2)}{(x-2)(x-3)}$

$\Rightarrow \quad \dfrac{2x-4-2x+2}{(x-1)(x-2)}=\dfrac{x-3-x+2}{(x-2)(x-3)} \Rightarrow \dfrac{-2}{(x-1)}=\dfrac{-1}{(x-3)}$

$\Rightarrow \quad -2(x-3)=-(x-1) \Rightarrow -2x+6=-x+1 \Rightarrow 2x-x=6-1 \Rightarrow x=5.$

6. $\dfrac{x+1}{x}=y$ रखने पर:

$$y+\frac{1}{y}=\frac{5}{2} \Rightarrow 2y^2+2=5y \Rightarrow 2y^2-5y+2=0$$

$\Rightarrow\quad 2y^2 - 4y - y + 2 = 0 \Rightarrow 2y(y-2) - (y-2) = 0$

$\Rightarrow\quad (y-2)(2y-1) = 0 \Rightarrow y = 2$ अथवा $y = \frac{1}{2}$.

$\therefore\quad \frac{x+1}{x} = 2$ अथवा $\frac{x+1}{x} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow\quad x + 1 = 2x$ अथवा $2x + 2 = x \Rightarrow x = 1$ अथवा $x = -2$.

7. $\left(\frac{x-7}{x-3} - 1\right) + \left(\frac{x-2}{x-9} - 1\right) = 0$

$$\Rightarrow\quad \frac{(x-7)-(x-3)}{(x-3)} + \frac{(x-2)-(x-9)}{(x-9)} = 0$$

$$\Rightarrow\quad \frac{(x-7-x+3)}{(x-3)} + \frac{(x-2-x+9)}{(x-9)} = 0$$

$$\Rightarrow\quad \frac{-4}{(x-3)} + \frac{7}{(x-9)} = 0 \Rightarrow \frac{7}{x-9} = \frac{4}{x-3}$$

$\Rightarrow\quad 7(x-3) = 4(x-9) \Rightarrow 7x - 21 = 4x - 36 \Rightarrow 3x = -15 \Rightarrow x = -5.$

8. दिये गये समीकरण को लिख सकते हैं:

$$\left(\frac{x+1}{x-1} - 1\right) + \left(\frac{x+2}{x-2} - 1\right) = \frac{22x+30}{11x-18} - 2$$

$$\Rightarrow\quad \frac{(x+1)-(x-1)}{(x-1)} + \frac{(x+2)-(x-2)}{(x-2)} = \frac{(22x+30) - 2(11x-18)}{(11x-18)}$$

$$\Rightarrow\quad \frac{(x+1-x+1)}{(x-1)} + \frac{(x+2-x+2)}{(x-2)} = \frac{(22x+30-22x+36)}{11x-18}$$

$$\Rightarrow\quad \frac{2}{(x-1)} + \frac{4}{x-2} = \frac{66}{(11x-18)} \Rightarrow \frac{2(x-2)+4(x-1)}{(x-1)(x-2)} = \frac{66}{(11x-18)}$$

$$\Rightarrow\quad \frac{(2x-4+4x-4)}{(x^2-3x+2)} = \frac{66}{(11x-18)} \Rightarrow \frac{(6x-8)}{(x^2-3x+2)} = \frac{66}{(11x-18)}$$

$\Rightarrow\quad (6x-8)(11x-18) = 66(x^2-3x+2)$

$\Rightarrow\quad 66x^2 - 108x - 88x + 144 = 66x^2 - 198x + 132$

$\Rightarrow\quad 198x - 108x - 88x = 132 - 144 \Rightarrow 2x = -12 \Rightarrow x = -6.$

9. $2x + 3y = 13$ ...(*i*)

$4x - y = 5$ ...(*ii*)

(*ii*) को 3 से गुणा करके (*i*) में जोड़ने पर:

$(2x + 12x) = (13 + 15) \Rightarrow 14x = 28 \Rightarrow x = 2.$

(*ii*) में $x = 2$ रखने पर $8 - y = 5 \Rightarrow y = (8-5) \Rightarrow y = 3.$

$\therefore\ x = 2, y = 3.$

10. $x + 2y = -1$ ...(*i*)

$2x - 3y = 12$ ...(*ii*)

(*i*) को 2 से गुणा करके गुणनफल में से (*ii*) घटाने पर:

$(2x + 4y) - (2x - 3y) = (-2 - 12) \Rightarrow 7y = -14 \Rightarrow y = -2.$

(*i*) में $y = -2$ रखने पर $x - 4 = -1 \Rightarrow x = 3.$

$\therefore \quad x = 3, y = -2.$

11. $\dfrac{2x}{a} + \dfrac{y}{b} = 2$ ...(*i*)

$\dfrac{x}{a} - \dfrac{y}{b} = 4$ ...(*ii*)

(*i*) तथा (*ii*) को जोड़ने पर:

$\dfrac{3x}{a} = 6 \Rightarrow 3x = 6a \Rightarrow x = 2a.$

(*i*) में $x = 2a$ रखने पर: $\dfrac{4a}{a} + \dfrac{y}{b} = 2 \Rightarrow 4 + \dfrac{y}{b} = 2$

$\therefore \quad \dfrac{y}{b} = -2 \Rightarrow y = -2b.$

अत: $x = 2a, y = -2b.$

12. $x + y = a + b$ ...(i)

$ax - by = a^2 - b^2$ ...(*ii*)

(*i*) को b से गुणा करके गुणनफल में (*ii*) जोड़ने पर:

$(bx + ax) = (ab + b^2 + a^2 - b^2) \Rightarrow x\,(b + a) = (ab + a^2)$

$\Rightarrow \quad x = \dfrac{a\,(b+a)}{(b+a)} \Rightarrow x = a.$

(*i*) में $x = a$ रखने पर, $y = b.$

$\therefore \quad x = a, y = b.$

13. ध्यान रखें यहाँ दूसरे समीकरण में पहले समीकरण के x तथा y के गुणाँक परस्पर बदल दिये गये हैं. ऐसे प्रश्नों में एक बार दोनों समीकरणों को जोड़ देते हैं तथा दूसरी बार घटा देते हैं.

$148x + 231y = 527$ ...(*i*)

$231x + 148y = 610$ ...(*ii*)

(*i*) तथा (*ii*) को जोड़ने पर:

$379x + 379y = 1137 \Rightarrow 379\,(x + y) = 1137$

$\Rightarrow (x + y) = \dfrac{1137}{379} \Rightarrow x + y = 3$ ...(*iii*)

(*i*) को (*ii*) में से घटाने पर :

$83x - 83y = (610 - 527) \Rightarrow 83\,(x - y) = 83 \Rightarrow x - y = 1$ ...(*iv*)

(*iii*) तथा (*iv*) को जोड़ने पर: $2x = 4 \Rightarrow x = 2.$

(*iii*) में $x = 2$ रखने पर $2 + y = 3 \Rightarrow y = 1.$

$\therefore \quad x = 2, y = 1.$

14. $47x + 31y = 63$ ...(*i*)

$31x + 47y = 15$ ...(*ii*)

(*i*) तथा (*ii*) को जोड़ने पर $78x + 78y = 78$

$\Rightarrow 78\,(x + y) = 78 \Rightarrow x + y = 1$ ...(*iii*)

(*i*) में से (*ii*) घटाने पर: $16x - 16y = 48$

$$\Rightarrow 16(x - y) = 48 \Rightarrow x - y = 3 \quad ...(iv)$$

(*iii*) तथा (*iv*) को जोड़नें पर: $2x = 4 \Rightarrow x = 2$.

(*i*) में $x = 2$ रखने पर: $2 + y = 1 \Rightarrow y = -1$.

$\therefore \quad x = 2, y = -1$.

15. $(a - b)x + (a + b)y = a^2 - 2ab - b^2 \quad ...(i)$

$(a + b)x + (a + b)y = a^2 + b^2 \quad ...(ii)$

(*ii*) में से (*i*) घटाने पर:

$(a + b)x - (a - b)x = (a^2 + b^2) - (a^2 - 2ab - b^2)$

$\Rightarrow \quad [(a + b) - (a - b)]x = 2b^2 + 2ab$

$\Rightarrow \quad (a + b - a + b)x = 2b(a + b) \Rightarrow 2bx = 2b(a + b) \Rightarrow x = (a + b)$.

(*i*) में $x = (a + b)$ रखने पर: $(a - b)(a + b) + (a + b)y = a^2 - 2ab - b^2$

$\Rightarrow \quad (a + b)y = (a^2 - 2ab - b^2) - (a^2 - b^2) \Rightarrow (a + b)y = -2ab$

$\Rightarrow \quad y = \dfrac{-2ab}{(a + b)}$.

$\therefore \quad x = (a + b),\ y = \dfrac{-2ab}{(a + b)}$.

16. $\dfrac{4}{x} + 3y = 14 \quad ...(i)$

$\dfrac{3}{x} - 4y = 23 \quad ...(ii)$

(*i*) को 4 से तथा (*ii*) को 3 से गुणा करके जोड़ने पर:

$\dfrac{16}{x} + \dfrac{9}{x} = 56 + 69 \Rightarrow \dfrac{25}{x} = 125 \Rightarrow 125x = 25 \Rightarrow x = \dfrac{25}{125} \Rightarrow x = \dfrac{1}{5}$.

(*i*) में $x = \dfrac{1}{5}$ रखने पर: $20 + 3y = 14 \Rightarrow 3y = -6 \Rightarrow y = -2$.

$\therefore\ x = \dfrac{1}{5},\ y = -2$.

17. $\dfrac{1}{x} = u$ तथा $\dfrac{1}{y} = v$ रखने पर:

$2u + 3v = 13 \quad ...(i)$

$5u - 4v = -2 \quad ...(ii)$

(*i*) को 4 से तथा (*ii*) को 3 से गुणा करके जोड़ने पर:

$(8u + 15u) = (52 - 6) \Rightarrow 23u = 46 \Rightarrow u = \dfrac{46}{23} \Rightarrow u = 2$.

(*i*) में $u = 2$ रखने पर $4 + 3v = 13 \Rightarrow 3v = 9 \Rightarrow v = 3$.

$\therefore u = 2, v = 3 \Rightarrow \dfrac{1}{x} = 2, \dfrac{1}{y} = 3 \Rightarrow x = \dfrac{1}{2}, y = \dfrac{1}{3}$.

18. $\frac{1}{x} = u$ तथा $\frac{1}{y} = v$ रखने पर :

$\frac{1}{7}u + \frac{1}{6}v = 3 \Rightarrow 6u + 7v = 126$ ...(*i*)

$\frac{1}{2}u - \frac{1}{3}v = 5 \Rightarrow 3u - 2v = 30$ ...(*ii*)

(*ii*) को 2 से गुणा करके गुणनफल को (*i*) में से घटाने पर:

$(7v + 4v) = (126 - 60) \Rightarrow 11v = 66 \Rightarrow v = 6.$

(*ii*) में $v = 6$ रखने पर: $3u - 12 = 30 \Rightarrow 3u = 42 \Rightarrow u = 14.$

$\therefore \quad u = 14, v = 6 \Rightarrow \frac{1}{x} = 14, \frac{1}{y} = 6 \Rightarrow x = \frac{1}{14}, y = \frac{1}{6}.$

19. $x + 2y = 5$ में $x = 0$ रखने पर $y = \frac{5}{2}.$

$x + 2y = 5$ में $y = 0$ रखने पर $x = 5.$

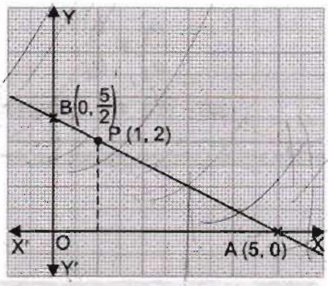
x-अक्ष पर $A(5, 0)$ लें तथा *y*-अक्ष पर $B\left(0, \frac{5}{2}\right)$ लें.

AB को मिलाकर बढ़ायें.

तब *AB*, दिये गये समीकरण का ग्राफ है.

$x = 1$ लेने पर, $y = 2.$

अत: $x = 1, y = 2$ इसका अभीष्ट हल है.



20. दिया गया समीकरण है : $3x - 2y = 12.$

इसमें $x = 0$ रखने पर $-2y = 12 \Rightarrow y = -6.$

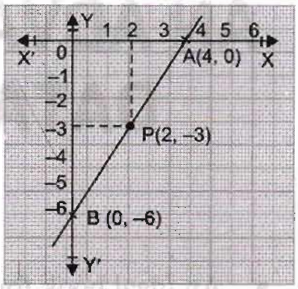
तथा $y = 0$ रखने पर $3x = 12 \Rightarrow x = 4.$

अत: $A(4, 0)$ तथा $B(0, -6)$ दिये गये समीकरण को सन्तुष्ट करते हैं

ग्राफ पेपर पर *X'OX* तथा YOY' क्रमश: *x*-अक्ष तथा *y*-अक्ष लें.

इस पर बिन्दु $A(4, 0)$ तथा $B(0, -6)$ निरूपित करके AB को मिलायें

यह इस दिये गये समीकरण का ग्राफ है.



स्पष्ट है कि बिन्दु $P(2, -3)$ इस ग्राफ की रेखा पर स्थित है.

अत: $x = 2, y = -3$ इसका अभीष्ट हल है.

21. दिये गये समीकरण हैं $2x - 3y - 3 = 0$ तथा $6x - 9y - 12 = 0.$

इनके प्रारूप हैं $a_1 x + b_1 y + c_1 = 0$ तथा $a_2 x + b_2 y + c_2 = 0,$

जहाँ $a_1 = 2, b_1 = -3, c_1 = -3$ तथा $a_2 = 6, b_2 = -9, c_2 = -12.$

$\therefore \quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}; \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{-3}{-9} = \frac{1}{3}$ तथा $\frac{c_1}{c_2} = \frac{-3}{-12} = \frac{1}{4}.$

अत: $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}.$

अत: दिये गये समीकरणों का कोई हल नहीं होगा.

22. दिये गये समीकरण हैं $4x + 3y - 2 = 0$ तथा $8x + 6y - 4 = 0$.

इनके प्रारूप हैं $a_1 x + b_1 y + c_1 = 0$ तथा $a_2 x + b_2 y + c_2 = 0$,

जहाँ $a_1 = 4, b_1 = 3, c_1 = -2$ तथा $a_2 = 8, b_2 = 6, c_2 = -4$.

$\therefore \quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}, \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ तथा $\frac{c_1}{c_2} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$.

$\therefore \quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$.

अत: दिये गये समीकरणों के अनन्त हल हैं.

23. दिये गये समीकरण हैं $5x + y - 7 = 0$ तथा $3x - 4y - 18 = 0$.

इनके प्रारूप हैं $a_1 x + b_1 y + c_1 = 0$ तथा $a_2 x + b_2 y + c_2 = 0$,

जहाँ $a_1 = 5, b_1 = 1, c_1 = -7$ तथा $a_2 = 3, b_2 = -4, c_2 = -18$.

$\therefore \quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{5}{3}, \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{-4} = \frac{-1}{4}$ तथा $\frac{c_1}{c_2} = \frac{-7}{-18} = \frac{7}{18}$.

$\therefore \quad \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$.

अत: दिये गये समीकरणों का एक अद्वितीय हल है.

AN ADVANCED APPROACH TO DATA INTERPRETATION

— Dr. R.S. Aggarwal

- An ideal book for all competitive examinations.
- A whole lot of questions on *Bar Graphs, Line Graphs, Pie-Charts* and *Tabulation,* fully solved.
- Illustrative examples with techniques to solve all types of problems.
- Previous years' questions included.