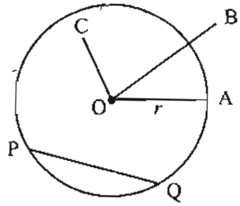
38 वृत्त (CIRCLES)

आवश्यक तथ्य



वृत्त (Circle): एक तल में स्थित उन सभी बिन्दुओं का समुच्चय जिनमें से प्रत्येक बिन्दु एक स्थिर बिन्दु से एक अचर दूरी पर स्थित है, वृत्त कहलाता है.

स्थिर बिन्दु O वृत्त का **केन्द्र (Centre)** कहलाता है.

O से वृत्त पर स्थित किसी बिन्दु A की दूरी OA, वृत्त की **त्रिज्या (Radius)** कहलाती है.

माना किसी वृत्त का केन्द्र O तथा त्रिज्या r है.

(i) वृत्त का बाह्य भाग (Exterior of a circle) : कोई बिन्दु B वृत्त के बाह्य भाग में होगा, यदि $OB > r$.

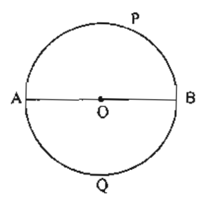
(ii) वृत्त का आन्तरिक भाग (Interior of a Circle) : कोई बिन्दु C वृत्त के आन्तरिक भाग में होगा, यदि $OC < r$.

(iii) कोई बिन्दु A वृत्त पर होगा, यदि $OA = r$.

(iv) जीवा (Chord) : एक रेखाखण्ड $\overline{PQ}$ जिसके अन्तिम बिन्दु P तथा Q वृत्त के ऊपर हों, वृत्त की जीवा कहलाता है.

(v) व्यास (Diameter) : वृत्त के केन्द्र से गुजरने वाली जीवा व्यास कहलाती है.

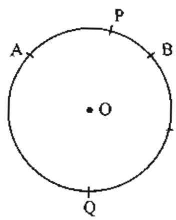
व्यास = (2 × अर्द्धव्यास) = (2 × त्रिज्या).



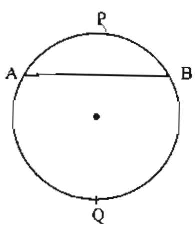
नोट 1. व्यास किसी वृत्त की सबसे बड़ी जीवा है.

नोट 2. व्यास वृत्त को दो बराबर भागों में बाँटता है. प्रत्येक भाग को अर्द्धवृत्त (semi-circle) कहते हैं.

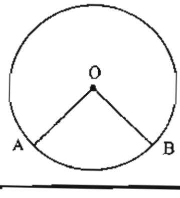
साथ में दिये गये चित्र में वृत्त का केन्द्र O है. AB वृत्त का व्यास है तथा $\widehat{APB}$ एवं $\widehat{AQB}$ में से प्रत्येक अर्द्ध-वृत्त है.



(vi) चाप (Arc) : वृत्त का कोई भी भाग चाप कहलाता है. यदि चाप अर्द्धवृत्त से छोटी हो, तो इसे लघु चाप कहते हैं. यदि चाप अर्द्धवृत्त से बड़ी हो, तो इसे दीर्घ चाप कहते हैं. साथ में दी गई आकृति में $\widehat{APB}$ एक लघु चाप है तथा $\widehat{AQB}$ एक दीर्घ चाप है.



(vii) वृत्त खण्ड (Segment) : एक चाप तथा इसके अन्तिम छोरों को मिलाने वाली सरल रेखा के बीच के क्षेत्र को वृत्त खण्ड कहते हैं. लघु चाप से बना वृत्त खण्ड, लघु वृत्त-खण्ड (Minor segment) कहलाता है तथा दीर्घ चाप से बना वृत्त खण्ड, दीर्घ वृत्त-खण्ड (Major segment) कहलाता है. दी गई आकृति में वृत्त खण्ड APB, लघु वृत्त खण्ड है तथा वृत्त खण्ड AQB, दीर्घ वृत्त खण्ड है



(viii) वृत्त का द्वैत्रिज्य (Sector of a Circle) : दो त्रिज्याओं तथा उनके अन्तिम बिन्दुओं से बनने वाले चाप से घिरे क्षेत्र को वृत्त का द्वैत्रिज्य कहते हैं.

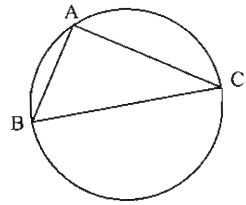
दिये गये चित्र में वृत्त का केन्द्र O है तथा OAB एक द्वैत्रिज्य है.

(*ix*) **वृत्त की परिधि (Circumference of a Circle) : वृत्त के परिमाप को उसकी परिधि कहते हैं.**

त्रिज्या r के वृत्त की परिधि = 2πr.

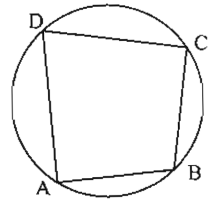
(*x*) **समकेन्द्रीय वृत्त (Concentric Circles) : किसी तल में एक ही केन्द्र से खींचे गये विभिन्न त्रिज्याओं के वृत्त, समकेन्द्रीय वृत्त कहलाते हैं.**

(*xi*) **त्रिभुज का परिवृत्त (Circumcircle) : वह वृत्त जो किसी त्रिभुज के शीर्ष बिन्दुओं से होकर गुजरता है, उस त्रिभुज का परिवृत्त कहलाता है.**



(*xii*) **चक्रीय चतुर्भुज (Cyclic Quadrilateral) : एक ऐसा चतुर्भुज जिसके चारों शीर्ष बिन्दु किसी वृत्त पर स्थित हों, एक चक्रीय चतुर्भुज कहलाता है.**

संलग्न चित्र में $ABCD$ एक चक्रीय चतुर्भुज है.



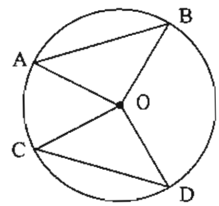
वृत्त पर आधारित प्रमेय

1. (*i*) **किसी वृत्त की दो समान जीवायें केन्द्र पर समान कोण बनाती हैं.**

दिये गये चित्र में एक वृत्त का केन्द्र O है तथा AB एवं CD इसकी दो बराबर जीवायें हैं.

तब, $\angle AOB = \angle COD$.

(*ii*) **यदि किसी वृत्त की दो जीवायें वृत्त के केन्द्र पर समान कोण बनायें, तो ऐसी जीवायें बराबर होती हैं.**

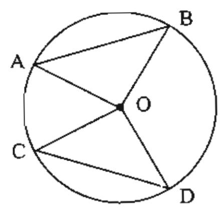


2. (*i*) **यदि किसी वृत्त की दो चाप सर्वांगसम हों तो उनकी संगत जीवायें बराबर होती हैं.**

दिये गये चित्र में वृत्त का केन्द्र O है जिसमें $\widehat{AB} = \widehat{CD}$.

तब जीवा AB = जीवा CD.

(*ii*) यदि किसी वृत्त की दो जीवायें बराबर हों तो इन जीवाओं से काटी गई चाप बराबर होंगी.

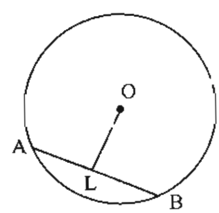


3. (*i*) **किसी वृत्त के केन्द्र से जीवा पर डाला गया लम्ब जीवा को समद्विभाजित करता है.**

दिये गये चित्र में वृत्त का केन्द्र O है तथा AB एक जीवा है.

यदि $OL \perp AB$ हो, तो $AL = BL$.

(*ii*) किसी वृत्त के केन्द्र तथा इसकी एक **जीवा के मध्य बिन्दु** को मिलाने वाली रेखा जीवा पर लम्ब होती है.



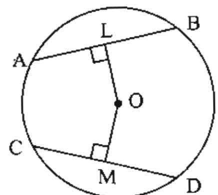
4. (*i*) **किसी वृत्त की समान जीवायें केन्द्र से समदूरस्थ होती हैं.**

दिये गये चित्र में वृत्त का केन्द्र O है तथा जीवा AB = जीवा CD.

यदि $OL \perp AB$ तथा $OM \perp CD$ हो, तो $OL = OM$.

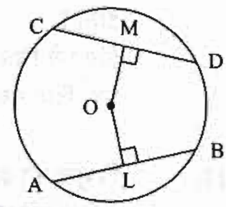
(*ii*) किसी वृत्त की दो जीवायें जो केन्द्र से समदूरस्थ हैं, परस्पर समान होती हैं.

$$OL = OM \Rightarrow AB = CD.$$



5. तीन असरेख बिन्दुओं से होकर एक और केवल एक वृत्त गुजरता है.

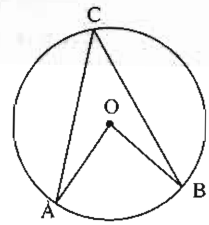
6. (*i*) **किसी वृत्त की दो असमान जीवाओं में से बड़ी जीवा, छोटी जीवा की अपेक्षा केन्द्र से निकटतर होती है.**



दिये गये चित्र में वृत्त का केन्द्र O है तथा जीवा $AB >$ जीवा CD.
यदि $OL \perp AB$ तथा $OM \perp CD$. तब, $OL < OM$.

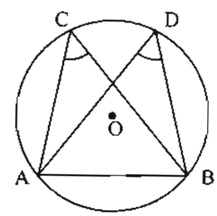
(*ii*) **किसी वृत्त की दो असमान जीवाओं में से जो जीवा केन्द्र के निकटतर होती है, वह बड़ी होती है.**
दिया है $OL < OM$. तब $AB > CD$.

7. **किसी वृत्त की एक चाप द्वारा केन्द्र पर बना कोण, इस चाप द्वारा शेष वृत्त-खण्ड में किसी बिन्दु पर बने कोण का दुगुना होता है.**



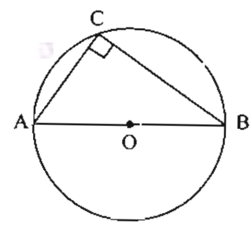
दिये गये वृत्त का केन्द्र O है तथा चाप AB केन्द्र O पर $\angle AOB$ बनाती है. यह चाप शेष वृत्त-खण्ड के बिन्दु C पर $\angle ACB$ बनाती है. तब, $\angle AOB = 2\angle ACB$.

8. **एक ही वृत्तखण्ड में बने दो कोण परस्पर समान होते हैं.**



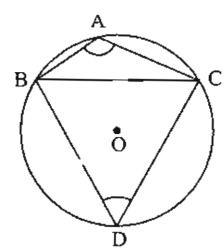
केन्द्र O का एक वृत्त है जिसमें चाप AB द्वारा एक ही वृत्त खण्ड $ACDB$ में दो कोण $\angle ACB$ तथा $\angle ADB$ बनते हैं. तब, $\angle ACB = \angle ADB$.

9. **किसी अर्द्ध-वृत्त में बना कोण समकोण होता है.**



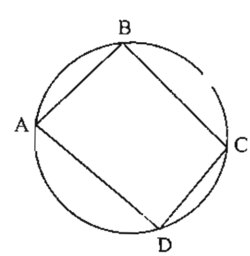
संलग्न चित्र में किसी वृत्त का केन्द्र **O है** तथा अर्द्धवृत्त में $\angle ACB$ बना है.
तब, $\angle ACB = 90°$.

10. **किसी वृत्त की लघु-चाप द्वारा एकान्तर खण्ड में बना कोण न्यूनकोण तथा दीर्घ-चाप द्वारा बना कोण अधिक कोण होता है.**



माना दिये गये वृत्त का केन्द्र O है. लघु-चाप BAC द्वारा एकान्तर खण्ड में बना कोण $\angle BDC$ एक न्यूनकोण है. जबकि दीर्घ चाप BDC द्वारा एकान्तर खण्ड में बना कोण $\angle BAC$ एक अधिक कोण है.

11. (*i*) **एक चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों का योग 180° होता है.**



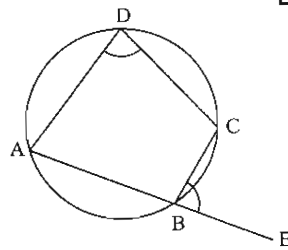
दिये गये चित्र में $ABCD$ एक चक्रीय चतुर्भुज है.
अत: $\angle A + \angle C = 180°$ तथा $\angle B + \angle D = 180°$.

(*ii*) **यदि किसी चतुर्भुज के सम्मुख कोणों का योग 180° हो, तो यह एक चक्रीय-चतुर्भुज होगा.**

(*iii*) **प्रत्येक चक्रीय समान्तर चतुर्भुज एक आयत होता है.**

(*iv*) यदि किसी चतुर्भुज की एक भुजा बढ़ा दी जाये तो इस प्रकार बना बाह्य कोण इसके अभिमुख अन्तःकोण के बराबर होता है.

दिये गये चित्र में चक्रीय चतुर्भुज $ABCD$ की भुजा AB को E तक बढ़ा दिया गया है. तब, $\angle CBE = \angle ADC$.



12. त्रिभुज का अन्तःवृत्त (Incircle of a Triangle) :

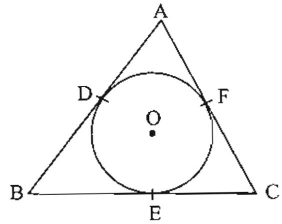
यदि कोई वृत्त एक त्रिभुज की तीनों भुजाओं को स्पर्श करे तो उसे अन्तःवृत्त कहते हैं.

अन्तःवृत्त के केन्द्र को अन्तःकेन्द्र (Incentre) कहते हैं.

दिये गये चित्र में ΔABC के अन्तःवृत्त का केन्द्र O है.

यह वृत्त AB, BC तथा CA को क्रमशः बिन्दु D, E तथा F पर स्पर्श करता है.

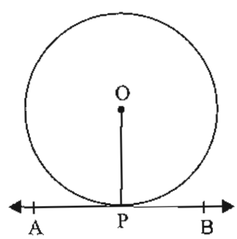
यहाँ $AD = AF$, $BD = BE$ तथा $CE = CF$.



13. (*i*) किसी वृत्त की स्पर्श रेखा, स्पर्श बिन्दु से होकर जाने वाली त्रिज्या पर लम्ब होती है.

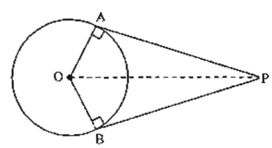
यदि केन्द्र O के वृत्त के बिन्दु P पर स्पर्श रेखा APB हो, तो $OP \perp AB$ होगी.

(*ii*) वह रेखा जो त्रिज्या के अन्तिम सिरे से होकर जाती है तथा त्रिज्या पर लम्ब है, वृत्त की स्पर्श रेखा होती है.

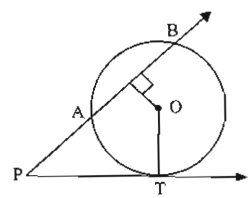


(*iii*) किसी बाह्य बिन्दु से वृत्त पर खींची गई दो स्पर्श रेखाओं की लम्बाईयाँ बराबर होती हैं.

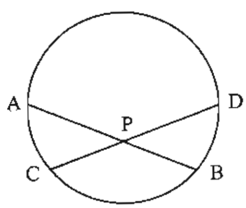
यदि केन्द्र O के वृत्त के बाहर बिन्दु P से दो स्पर्श रेखायें PA तथा PB खींची जायें, तो $PA = PB$.



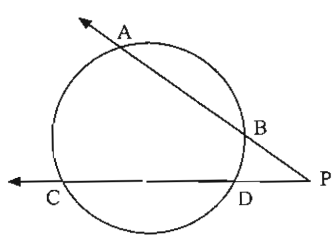
14. (*i*) यदि PAB एक वृत्त की छेदक रेखा हो जो वृत्त को बिन्दु A तथा B पर प्रतिच्छेद करती है तथा PT एक स्पर्श रेखाखण्ड हो, तो $PA \cdot PB = PT^2$ होगा.



(*ii*) यदि किसी वृत्त की दो जीवायें वृत्त के अन्दर या बढ़ाने पर बाहर प्रतिच्छेद करती हों, तो एक जीवा के दो खण्डों से बने आयत का क्षेत्रफल दूसरी जीवा के दो खण्डों से बने आयत के क्षेत्रफल के बराबर होता है.

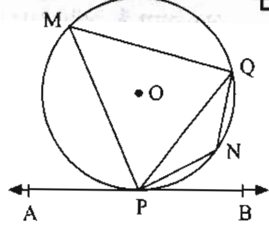


$PA \cdot PB = PC \cdot PD$



$PA \cdot PB = PC \cdot PD$

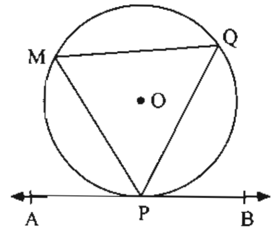
15. (*i*) **यदि किसी वृत्त की स्पर्श रेखा के स्पर्शबिन्दु से एक जीवा खींची जाये, तो इस जीवा द्वारा दी गई स्पर्श रेखा के साथ बने कोण, संगत एकांतर खण्डों में बने कोणों के क्रमशः बराबर होते हैं.**



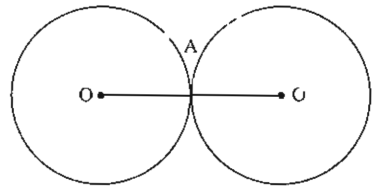
एक वृत्त दिया गया है जिसका केन्द्र O है. इस वृत्त के बिन्दु P पर APB एक स्पर्श रेखा है तथा PQ एक जीवा है. वृत्त पर PQ के विपरीत बिन्दु M तथा N हैं. तब

(*i*) $\angle APQ = \angle PNQ$ तथा (*ii*) $\angle BPQ = PMQ$.

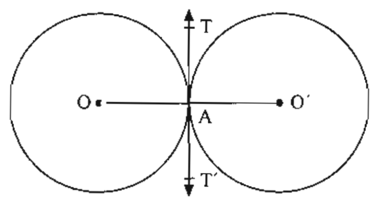
(*ii*) **यदि वृत्त की जीवा के एक अन्तिम बिन्दु से होती हुई रेखा और जीवा के बीच का कोण, एकान्तर खण्ड में जीवा द्वारा अंतरित कोण के बराबर हो, तो यह रेखा वृत्त की स्पर्श रेखा होती है.**



माना एक वृत्त का केन्द्र O है तथा PQ इस वृत्त की जीवा है.
बिन्दु P से जाती हुई एक सरल रेखा AB इस प्रकार खींची गई है कि $\angle BPQ = \angle PMQ$, जहाँ $\angle PMQ$ एकान्तर वृत्तखण्ड में स्थित है. तब AB बिन्दु P पर वृत्त की स्पर्श रेखा है.



16. (*i*) **यदि दो वृत्त जिनके केन्द्र क्रमशः O तथा O' हैं बिन्दु A पर स्पर्श करें तो यह बिन्दु, OO' पर स्थित होगा.**

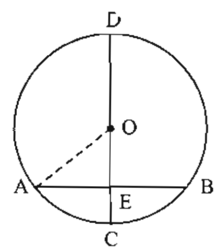


(*ii*) **यदि दो वृत्त एक बिन्दु पर स्पर्श करें तो इन वृत्तों के स्पर्श बिन्दु पर एक उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा होती है.**

प्रश्नमाला 38

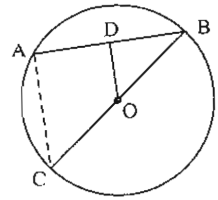
नीचे दिये गये प्रश्नों में से प्रत्येक में ठीक उत्तर को चिन्हांकित (✓) कीजिए :

1. एक वृत्त की त्रिज्या 10 सेमी० है तथा इस वृत्त की एक जीवा की लम्बाई 12 सेमी० है. इस जीवा की केन्द्र से दूरी कितनी है?
(*a*) $2\sqrt{11}$ सेमी० (*b*) 22 सेमी० (*c*) 2 सेमी० (*d*) 8 सेमी०
2. एक वृत्त की त्रिज्या 17 सेमी० है तथा इस वृत्त के केन्द्र से एक जीवा की लम्बवत् दूरी 8 सेमी० है. इस जीवा की लम्बाई कितनी है?
(*a*) 25 सेमी० (*b*) 18 सेमी० (*c*) 30 सेमी० (*d*) 15 सेमी०
3. एक वृत्त के केन्द्र से 12 सेमी० की दूरी पर 32 सेमी० लम्बी जीवा खींची गई है. इस वृत्त की त्रिज्या कितनी है?
(*a*) 20 सेमी० (*b*) 22 सेमी० (*c*) 16 सेमी० (*d*) $2\sqrt{11}$ सेमी०
4. दी गई आकृति में एक वृत्त का केन्द्र O है तथा CD वृत्त का व्यास है. AB वृत्त की एक जीवा 12 सेमी० लम्बी है. यदि $CE = 2$ सेमी० हो, तो वृत्त की त्रिज्या कितनी है?
(*a*) 8 सेमी० (*b*) 9 सेमी० (*c*) 10 सेमी० (*d*) 7·5 सेमी०



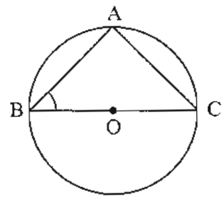
5. दी गई आकृति में वृत्त का केन्द्र O है, AB वृत्त की एक जीवा है तथा BC वृत्त का व्यास है. यदि $OD \perp AB$ हो, तथा $OD = 4$ सेमी॰. तब AC की लम्बाई कितनी होगी ?

(*a*) 4 सेमी॰ (*b*) 6 सेमी॰ (*c*) 8 सेमी॰ (*d*) 5 सेमी॰



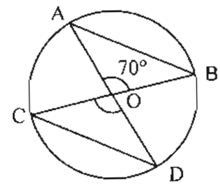
6. दी गई आकृति में वृत्त का केन्द्र O है, BOC वृत्त का व्यास है तथा $AB = AC$. तब, $\angle ABC = ?$

(*a*) 30° (*b*) 45° (*c*) 60° (*d*) 90°



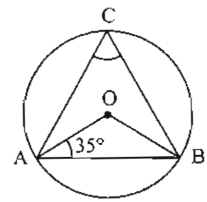
7. दी गई आकृति में वृत्त का केन्द्र O है, AB तथा CD इसकी दो बराबर जीवायें हैं. यदि $\angle AOB = 70°$ है, तो $\angle COD$ का मान क्या होगा ?

(*a*) 70° (*b*) 105° (*c*) 110° (*d*) 90°



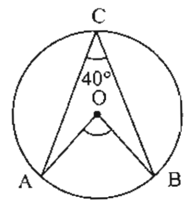
8. दी गई आकृति में वृत्त का केन्द्र O है. यदि $\angle OAB = 35°$ हो तथा C वृत्त पर कोई बिन्दु लिया गया हो, तो $\angle ACB = ?$

(*a*) 35° (*b*) 45° (*c*) 55° (*d*) 70°



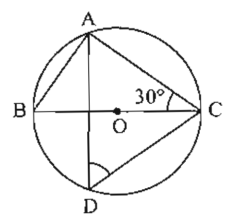
9. दी गई आकृति में वृत्त का केन्द्र O है तथा $\angle ACB = 40°$ है. तब, $\angle AOB = ?$

(*a*) 30° (*b*) 40° (*c*) 60° (*d*) 80°



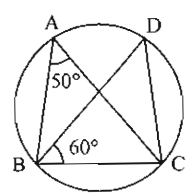
10. दी गई आकृति में वृत्त का केन्द्र O है तथा BOC इस वृत्त का एक व्यास है. यदि $\angle BCA = 30°$ हो, तो $\angle CDA = ?$

(*a*) 30° (*b*) 45° (*c*) 60° (*d*) 50°



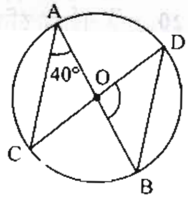
11. दी गई आकृति में ΔABC तथा ΔDBC का परिवृत्त खींचा गया है जो इस प्रकार है कि $\angle BAC = 50°$ तथा $\angle DBC = 60°$. तब, $\angle BCD = ?$

(*a*) 50° (*b*) 60° (*c*) 70° (*d*) 80°



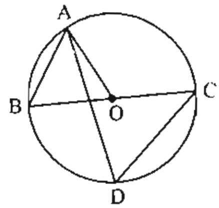
12. दी गई आकृति में एक वृत्त का केन्द्र O है. यदि $\angle OAC = 40°$ हो, तो $\angle BOD = ?$

(*a*) 80° (*b*) 100° (*c*) 90° (*d*) 120°



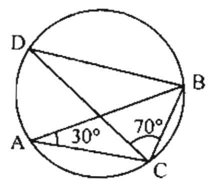
13. दी गई आकृति में एक वृत्त का केन्द्र O है तथा $\angle OAB = 60°$. तब, $\angle CDA = ?$

(*a*) 60° (*b*) 40° (*c*) 90° (*d*) 120°



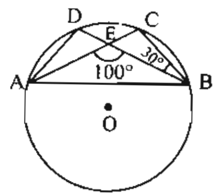
14. दी गई आकृति में एक वृत्त की दो प्रतिच्छेदी जीवायें AB तथा CD हैं. यदि $\angle CAB = 30°$ तथा $\angle BCD = 70°$ हो, तो $\angle CBD = ?$

(*a*) 70° (*b*) 80° (*c*) 40° (*d*) 100°



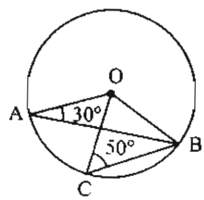
15. दी गई आकृति में वृत्त का केन्द्र O है तथा जीवायें AC तथा BD बिन्दु E पर काटती हैं. यदि $\angle AEB = 100°$ तथा $\angle CBE = 30°$ हो, तो $\angle ADB = ?$

(*a*) 80° (*b*) 90° (*c*) 70° (*d*) 50°



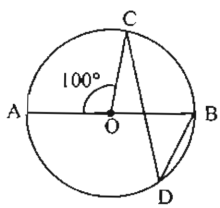
16. दी गई आकृति में वृत्त का केन्द्र O है, $\angle OAB = 30°$ तथा $\angle OCB = 50°$ हो, तो $\angle AOC$ कितना होगा ?

(*a*) 20° (*b*) 40° (*c*) 50° (*d*) 60°



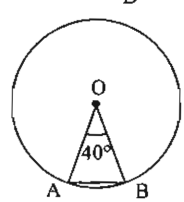
17. दी गई आकृति मे वृत्त का केन्द्र O है तथा $\angle AOC = 100°$. तब, $\angle BDC = ?$

(*a*) 80° (*b*) 60° (*c*) 40° (*d*) 20°



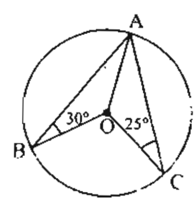
18. दी गई आकृति में वृत्त का केन्द्र O है. यदि $\angle AOB = 40°$ हो, तो $\angle OAB = ?$

(*a*) 50° (*b*) 80° (*c*) 60° (*d*) 70°



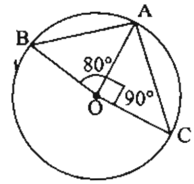
19. दी गई आकृति में वृत्त का केन्द्र O है. यदि $\angle OBA = 30°$ तथा $\angle OCA = 25°$ हो, तो $\angle BAC$ कितना होगा ?

(*a*) 115° (*b*) 95° (*c*) 125° (*d*) 100°



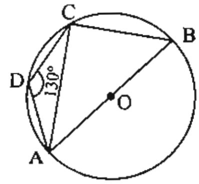
20. दी गई आकृति में वृत्त का केन्द्र O है. यदि $\angle AOB = 80°$ तथा $\angle AOC = 90°$ हो, तो $\angle BAC = ?$

(*a*) 85° (*b*) 75° (*c*) 95° (*d*) 80°



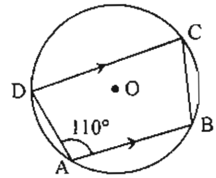
21. दी गई आकृति में वृत्त का केन्द्र O हैं, AOB वृत्त का व्यास है तथा $ABCD$ एक चक्रीय चतुर्भुज है यदि $\angle ADC = 130°$ हो, तो $\angle BAC = ?$

(*a*) 50° (*b*) 40° (*c*) 65° (*d*) 30°



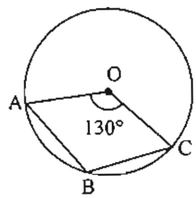
22. दी गई आकृति में $ABCD$ एक चक्रीय चतुर्भुज है जिसमें $AB \parallel DC$ तथा $\angle BAD = 110°$. तब, $\angle ABC = ?$

(*a*) 70° (*b*) 110° (*c*) 55° (*d*) 165°



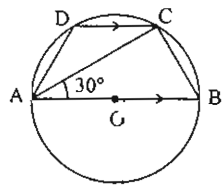
23. दी गई आकृति में वृत्त का केन्द्र O है तथा $\angle AOC = 130°$. तब, $\angle ABC = ?$

(*a*) 130° (*b*) 100° (*c*) 115° (*d*) 65°



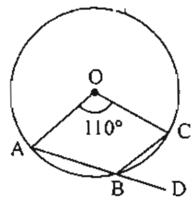
24. दी गई आकृति में वृत्त का केन्द्र O है, AOB वृत्त का व्यास है तथा $DC \parallel AB$. यदि $\angle BAC = 30°$ हो, तो $\angle CAD$ का मान कितना होगा ?

(*a*) 30° (*b*) 45° (*c*) 50° (*d*) 60°



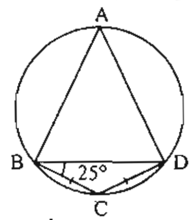
25. दी गई आकृति में वृत्त का केन्द्र O है. यदि $\angle AOC = 110°$ तथा चतुर्भुज $OABC$ की भुजा AB को D तक बढ़ाया गया है. तब, $\angle CBD$ का मान कितना होगा ?

(*a*) 70° (*b*) 55° (*c*) 40° (*d*) 110°



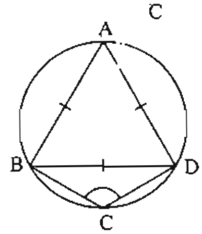
26. दी गई आकृति में $ABCD$ एक चक्रीय चतुर्भुज है जिसमें $BC = CD$ तथा $\angle CBD = 25°$. तब $\angle BAD = ?$

(*a*) 65° (*b*) 55° (*c*) 50° (*d*) 75°



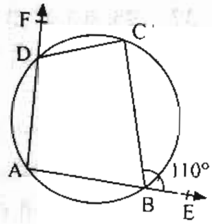
27. दी गई आकृति में एक वृत्त के अन्तर्गत समबाहु त्रिभुज ΔABC खींची गई है तथा $ABCD$ एक चक्रीय चतुर्भुज है. इसमें $\angle BCD$ का माप क्या होगा ?

(*a*) 60° (*b*) 120° (*c*) 90° (*d*) 150°



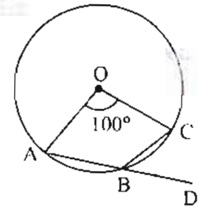
28. दी गई आकृति में एक चक्रीय चतुर्भुज $ABCD$ की भुजाओं AB तथा AD को क्रमश: E तथा F तक बढ़ाया गया है. यदि $\angle CBE = 110°$ हो, तो $\angle CDF = ?$

(*a*) 70° (*b*) 110° (*c*) 140° (*d*) 40°



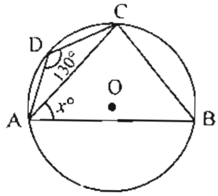
29. दी गई आकृति में वृत्त का केन्द्र O है तथा $\angle AOC = 100°$ तथा भुजा AB को D तक बढ़ाया गया है. तब, $\angle CBD$ का मान कितना होगा ?

(*a*) 80° (*b*) 50° (*c*) 100° (*d*) 40°



30. दी गई आकृति में वृत्त का केन्द्र O है तथा $\angle ADC = 130°$. यदि $\angle BAC = x°$ हो तो x का मान कितना होगा ?

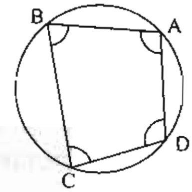
(*a*) 65 (*b*) 50 (*c*) 40 (*d*) 60



31. दी गई आकृति में यदि $\angle A = (2x+4)°, \angle B = (x+10)°, \angle C = (4y-4)°$ तथा $\angle D = (5y+5)°$ हो, तो

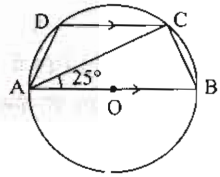
(*a*) $x = 25, y = 40$ (*b*) $x = 40, y = 25$

(*c*) $x = 30, y = 45$ (*d*) $x = 45, y = 30$



32. दी गई आकृति में वृत्त का केन्द्र O है तथा $ABCD$ एक चक्रीय चतुर्भुज है. यदि $AB \parallel DC$ हो तथा $\angle BAC = 25°$ हो, तो $\angle CAD$ का मान कितना होगा ?

(*a*) 50° (*b*) 75° (*c*) 40° (*d*) 80°

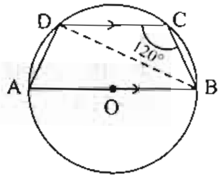


33. एक चक्रीय समान्तर चतुर्भुज सदैव होता है.

(*a*) एक आयत (*b*) एक वर्ग (*c*) एक समचतुर्भुज (*d*) इनमें से कोई नहीं

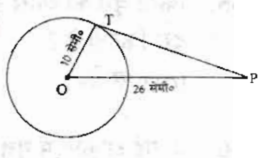
34. दी गई आकृति में वृत्त का केन्द्र O है. यदि $\angle BCD = 120°$ हो, तो $\angle ABD$ कितना होगा ?

(*a*) 60° (*b*) 30° (*c*) 35° (*d*) 70°



35. दिये गये वृत्त का केन्द्र O है. इसमें जीवा AB = 16 सेमी०. $OC \perp AB$ तथा OC = 6 सेमी०. इस वृत्त की त्रिज्या कितनी है ?

(*a*) 6 सेमी० (*b*) 8·5 सेमी० (*c*) 10 सेमी० (*d*) 12·5 सेमी०



36. 5 सेमी० त्रिज्या के वृत्त की उस जीवा की लम्बाई कितनी होगी जो केन्द्र से 3 सेमी० दूर हो ?

(*a*) 4 सेमी० (*b*) 6 सेमी० (*c*) 8 सेमी० (*d*) 15 सेमी०

37. एक वृत्त की दो समान्तर जीवाओं की लम्बाई क्रमश: 6 सेमी० तथा 8 सेमी० हैं. दोनों जीवायें केन्द्र से नीचे हैं तथा इनके बीच की दूरी 1 सेमी० है. वृत्त की त्रिज्या कितनी है?

(*a*) 8 सेमी० (*b*) 7 सेमी० (*c*) 6 सेमी० (*d*) 5 सेमी०

38. C केन्द्र वाले एक वृत्त की दो समान्तर जीवायें PQ तथा RS इस प्रकार हैं कि $PQ = 8$ सेमी० तथा $RS = 16$ सेमी०. यदि जीवायें केन्द्र के एक ही ओर स्थित हों तथा उनके बीच की दूरी 4 सेमी० हो, तो वृत्त की त्रिज्या कितनी होगी? **(रेलवे परीक्षा, 2006)**

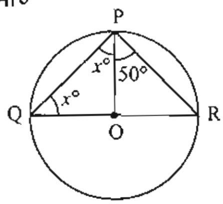
(*a*) $3\sqrt{2}$ सेमी० (*b*) $3\sqrt{5}$ सेमी० (*c*) $4\sqrt{5}$ सेमी० (*d*) $5\sqrt{5}$ सेमी०

39. किसी वृत्त की त्रिज्या 5 सेमी० है. केन्द्र के विपरीत दो समान्तर जीवाओं की लम्बाईयाँ क्रमश: 8 सेमी० तथा 6 सेमी० हैं. इन जीवाओं के बीच की दूरी कितनी है? **(एम०बी०ए० परीक्षा, 2001)**

(*a*) 9 सेमी० (*b*) 8 सेमी० (*c*) 7·5 सेमी० (*d*) 7 सेमी०

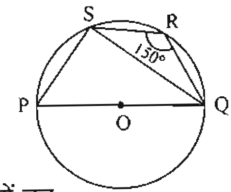
40. दिये गये चित्र में वृत्त का केन्द्र O है तथा $\angle OPR = 50°$. तब, $\angle PQR + \angle PRQ$ का मान क्या होगा?

(*a*) 70° (*b*) 80° (*c*) 90° (*d*) 100°



41. दिये गये चित्र में $PQRS$ एक चक्रीय चतुर्भुज है तथा POQ इस वृत्त का व्यास है. यदि $\angle QRS = 150°$ हो, तो $\angle SQP$ का मान कितना है?

(*a*) 40° (*b*) 30° (*c*) 60° (*d*) 50°



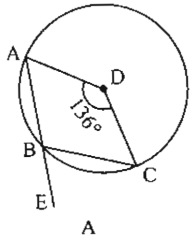
42. यदि दो वृत्तों के केन्द्रों के बीच की दूरी उनकी त्रिज्याओं के योग से कम हो, तो वे दोनों वृत्त

(*a*) अन्त:स्पर्श करेंगे (*b*) बाह्यत: स्पर्श करेंगे (*c*) प्रतिच्छेदित करेंगे (*d*) इनमें से कोई नहीं

(एम०बी०ए० परीक्षा, 2007)

43. दिये गये चित्र में $ABCD$ एक चतुर्भुज इस प्रकार का है कि A, B तथा C में से गुजरने वाले वृत्त का केन्द्र D है. AB को बिन्दु E तक बढ़ाया गया है. यदि $\angle ADC = 136°$ हो, तो $\angle CBE = ?$

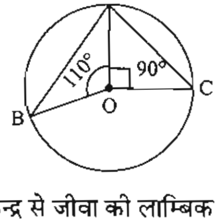
(*a*) 68° (*b*) 44° (*c*) 136° (*d*) 90°



44. दी गई आकृति में वृत्त का केन्द्र O है. यदि $\angle AOC = 90°$ तथा $\angle AOB = 110°$ हो, तथा $\angle BAC = x°$ हो, तो x का मान क्या होगा?

(*a*) 110 (*b*) 90 (*c*) 100 (*d*) 80

(होटल मैनेजमैन्ट परीक्षा, 2005)

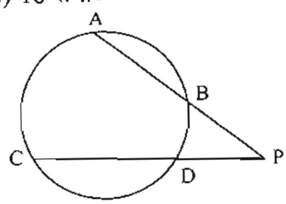


45. किसी वृत्त का व्यास 30 सेमी० है तथा इसकी एक जीवा 24 सेमी० लम्बी है. इस वृत्त के केन्द्र से जीवा की लाम्बिक दूरी कितनी है? **(एम०बी०ए० परीक्षा, 2002)**

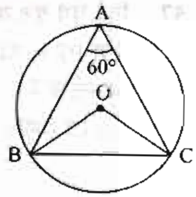
(*a*) 6 सेमी० (*b*) 7 सेमी० (*c*) 9 सेमी० (*d*) 10 सेमी०

46. दी गई आकृति में वृत्त के बाहर बिन्दु P से जीवायें PA तथा PC खींची गई हैं. यदि $PA = 8$ सेमी०, $PD = 4$ सेमी० तथा $CD = 3$ सेमी० हों, तो AB की लम्बाई कितनी है?

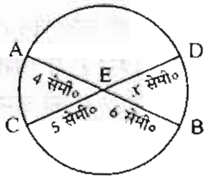
(*a*) 3 सेमी० (*b*) 3·5 सेमी० (*c*) 4 सेमी० (*d*) 4·5 सेमी०



47. दी गई आकृति में एक वृत्त का केन्द्र O है तथा ΔABC एक समबाहु त्रिभुज है. तब $\angle BOC$ का मान क्या होगा?
(*a*) 30° (*b*) 60° (*c*) 90° (*d*) 120°



48. किसी वृत्त की दो जीवायें AB तथा CD एक-दूसरे को बिन्दु E पर काटती हैं. यदि $AE = 4$ सेमी०, $EB = 6$ सेमी० तथा $CE = 5$ सेमी० हो तो ED का नाप कितना होगा?
(*a*) 7·5 सेमी० (*b*) 4·8 सेमी० (*c*) 6·3 सेमी० (*d*) 7 सेमी०



49. यदि एक वृत्त में जीवा AB केन्द्र O पर 120° का कोण बनाये, तो $\angle AOB$ का माप क्या होगा?
(*a*) 30° (*b*) 45° (*c*) 60° (*d*) 120°

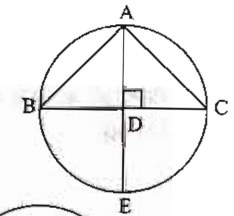
50. किसी वृत्त में AB तथा BC दो जीवायें हैं. दोनों में से प्रत्येक केन्द्र O से 3 सेमी० की दूरी पर है. यदि $AB = 8$ सेमी० हो, तो BC का माप कितना होगा?
(*a*) 4 सेमी० (*b*) 6 सेमी० (*c*) 8 सेमी० (*d*) 5 सेमी०

51. ΔABC के शीर्षों को केन्द्र मान कर तीन वृत्त खींचे जाते हैं जिनमें से प्रत्येक अन्य दो को बाह्यत: स्पर्श करता है. यदि त्रिभुज की भुजायें 4 सेमी०, 6 सेमी० तथा 8 सेमी० लम्बी हों, तो तीनों वृत्तों की त्रिज्याओं का योग कितना होगा?
(*a*) 10 सेमी० (*b*) 14 सेमी० (*c*) 12 सेमी० (*d*) 9 सेमी०

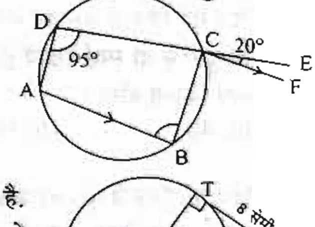
52. 10 सेमी० त्रिज्या के वृत्त के अन्तर्गत एक समकोण त्रिभुज बनाया गया है. वृत्त का व्यास त्रिभुज की एक भुजा है तथा त्रिभुज की परिमिति 48 सेमी० है. इस त्रिभुज की अन्य दो भुजाओं की माप क्या है?
(*a*) 13 सेमी०, 15 सेमी० (*b*) 14 सेमी०, 14 सेमी०
(*c*) 12 सेमी०, 16 सेमी० (*d*) 10 सेमी०, 18 सेमी० **(बी०बी०ए० परीक्षा, 2007)**

53. एक फर्श की वृत्ताकार परिधि पर तीन लड़के खड़े हैं. वे एक-दूसरे से समान दूरी पर हैं. यदि फर्श की त्रिज्या 5 मीटर हो, तो दो लड़कों के बीच न्यूनतम दूरी कितनी है? **(होटल मैनेजमैंट परीक्षा, 2010)**
(*a*) $5\sqrt{3}$ मीटर (*b*) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ मीटर (*c*) $\frac{15\sqrt{3}}{2}$ मीटर (*d*) $\frac{10\pi}{3}$ मीटर

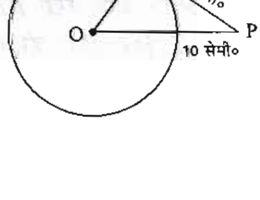
54. दिये गये वृत्त में एक समकोण ΔABC दिया गया है जिसमें $\angle BAC = 90°$. बिन्दु A से एक लम्ब ADE खींचा गया है. $\angle CAD + \angle ADC$ का मान क्या होगा?
(*a*) 135° (*b*) 90° (*c*) 120° (*d*) 180°



55. दी गई आकृति में $ABCD$ एक चक्रीय चतुर्भुज है जिसमें DC को E तक बढ़ाया गया है तथा $CF \parallel AB$ खींचा गया है. यदि $\angle ADC = 95°$ तथा $\angle ECF = 20°$ हो, तो $\angle BAD$ का माप क्या होगा?
(*a*) 75° (*b*) 85° (*c*) 95° (*d*) 105°

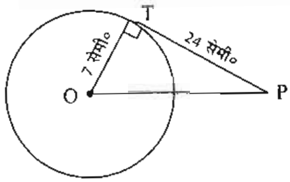


56. दिये गये वृत्त का केन्द्र O है. O से 10 सेमी० दूरी पर एक बिन्दु P लिया गया है. इस बिन्दु से वृत्त पर स्पर्श रेखा PT खींची गई है. यदि PT =,8 सेमी० हो, तो वृत्त की त्रिज्या कितनी है?
(*a*) 9 सेमी० (*b*) 8 सेमी० (*c*) 6 सेमी० (*d*) 5 सेमी०



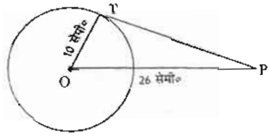
57. दिये गये वृत्त का केन्द्र O है. वृत्त के बाहर बिन्दु P है. यदि P से वृत्त पर स्पर्श रेखा $PT = 24$ सेमी० लम्बी हो तथा $OT = 7$ सेमी० हो, तो OP की लम्बाई कितनी हं ?

(*a*) 17 सेमी० (*b*) 31 सेमी० (*c*) 25 सेमी० (*d*) इनमें से कोई नहीं



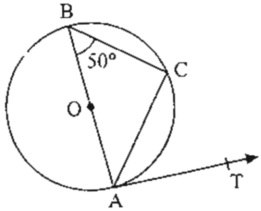
58. दिये गये चित्र में एक वृत्त का केन्द्र O है. केन्द्र से 26 सेमी० दूरी पर स्थित बिन्दु P से स्पर्श रेखा PT खींची गई है. यदि वृत्त की त्रिज्या 10 सेमी० हो तो PT की लम्बाई कितनी है ?

(*a*) 24 सेमी० (*b*) 36 सेमी० (*c*) 16 सेमी० (*d*) 20 सेमी०



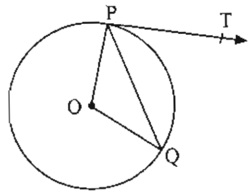
59. दिये गये चित्र में वृत्त का केन्द्र O है तथा AOB इसका एक व्यास है. यदि $\angle ABC = 50°$ हो तथा बिन्दु A पर स्पर्श रेखा AT हो, तो $\angle CAT$ का मान कितना होगा ?

(*a*) 40° (*b*) 50° (*c*) 60° (*d*) 65°



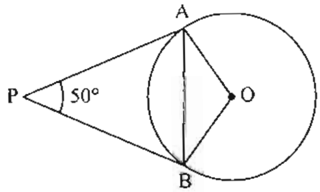
60. दिये गये चित्र में वृत्त का केन्द्र O है तथा PQ एक जीवा है. बिन्दु P पर स्पर्श रेखा PT खींची गई है तथा $\angle QPT = 50°$. तब, $\angle POQ$ का मान कितना है ?

(*a*) 50° (*b*) 40° (*c*) 80° (*d*) 100°



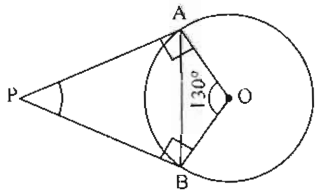
61. दिये गये चित्र में वृत्त का केन्द्र O है. वृत्त के बाहर स्थित एक बिन्दु P से स्पर्श रेखायें PA तथा PB खींची गई हैं. यदि $\angle APB = 50°$ हो, तो $\angle OAB$ का मान कितना है ?

(*a*) 25° (*b*) 30° (*c*) 40° (*d*) 50°



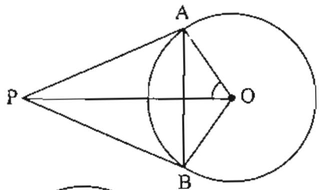
62. यदि किसी वृत्त की दो त्रिज्याओं के बीच 130° का कोण हो, तो इन त्रिज्याओं के अन्त में बनी स्पर्श रेखाओं के बीच का कोण कितना होगा ?

(*a*) 40° (*b*) 65° (*c*) 50° (*d*) 25°



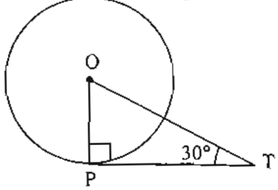
63. दिये गये चित्र में वृत्त का केन्द्र O है. PA तथा PB इस वृत्त की एक बाह्य बिन्दु P से दो स्पर्श रेखायें हैं. यदि $\angle APB = 80°$ हो, तो $\angle AOP$ का मान कितना होगा ?

(*a*) 40° (*b*) 50° (*c*) 60° (*d*) 70°

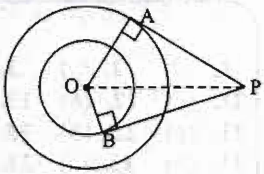


64. दिये गये चित्र में वृत्त का केन्द्र O है तथा OP वृत्त की एक त्रिज्या है. बिन्दु P पर स्पर्श रेखा PT खींची गई है. यदि $OT = 8$ सेमी० हो तथा $\angle PTO = 30°$ हो, तो PT की लम्बाई कितनी है ?

(*a*) 4 सेमी० (*b*) $4\sqrt{3}$ सेमी० (*c*) $4\sqrt{2}$ सेमी० (*d*) 6 सेमी०

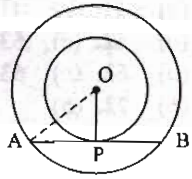


65. दिये गये चित्र में दो समकेन्द्रीय वृत्त दिये गये हैं जिनमें से प्रत्येक का केन्द्र O है. इनकी त्रिज्यायें क्रमश: 5 सेमी० तथा 3 सेमी० हैं. इनके बाहर स्थित एक बिन्दु P से इन वृत्तों पर स्पर्श रेखायें क्रमश: PA तथा PB खींची गई हैं. यदि $PA = 12$ सेमी० हो, तो $PB = ?$



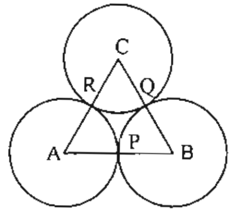
(*a*) $5\sqrt{2}$ सेमी० (*b*) $3\sqrt{5}$ सेमी० (*c*) $4\sqrt{10}$ सेमी० (*d*) $5\sqrt{10}$ सेमी०

66. दिये गये चित्र में दो समकेन्द्रीय वृत्त दिये गये हैं जिनमें से प्रत्येक का केन्द्र O है तथा इनकी त्रिज्यायें क्रमश: 3 सेमी० तथा 5 सेमी० हैं. बाहरी वृत्त की एक जीवा AB है जो अन्दर वाले वृत्त को बिन्दु P पर स्पर्श करता है. जीवा AB की लम्बाई कितनी है ?



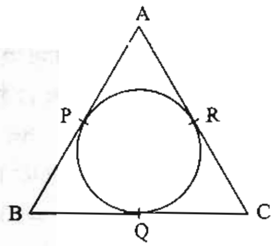
(*a*) 4 सेमी० (*b*) 7 सेमी० (*c*) 8 सेमी० (*d*) $\sqrt{3^4}$ सेमी०

67. संलग्न आकृति में तीन वृत्त जिनके केन्द्र क्रमश: A, B तथा C हैं प्रत्येक एक-दूसरे को बाह्यत: स्पर्श करते हैं. यदि $AB = 5$ सेमी०, $BC = 7$ सेमी० तथा $CA = 6$ सेमी० हो, तो केन्द्र A वाले वृत्त की त्रिज्या कितनी है ?



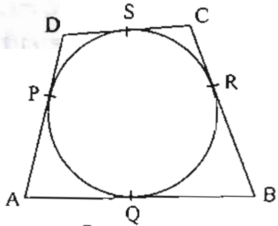
(*a*) 1·5 सेमी० (*b*) 2 सेमी० (*c*) 2·5 सेमी० (*d*) 3 सेमी०

68. दिये गये चित्र में एक वृत्त के परिगत ΔABC खींची गई है तथा इस त्रिभुज की भुजायें AB, BC तथा CA वृत्त को क्रमश: बिन्दु P, Q तथा R पर छूती हैं. यदि $AP = 4$ सेमी०, $BP = 6$ सेमी० तथा $AC = 12$ सेमी० हों, तो BC का माप क्या होगा ?



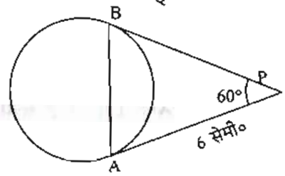
(*a*) 10 सेमी० (*b*) 12 सेमी० (*c*) 14 सेमी० (*d*) 18 सेमी०

69. दी गई आकृति में एक वृत्त की परिगत एक चतुर्भुज $ABCD$ खींचा गया है जिसकी भुजायें वृत्त को क्रमश: बिन्दु P, Q, R तथा S पर छूती हैं. यदि $AP = 5$ सेमी०, $BC = 7$ सेमी० तथा $CS = 3$ सेमी० हो तो भुजा AB की लम्बाई कितनी है ?



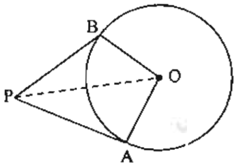
(*a*) 9 सेमी० (*b*) 10 सेमी० (*c*) 12 सेमी० (*d*) 8 सेमी०

70. दी गई आकृति में एक वृत्त पर बिन्दु P से स्पर्श रेखायें PA तथा PB इस प्रकार खींची गई हैं कि $\angle APB = 60°$ तथा $PA = 6$ सेमी० तब जीवा AB की लम्बाई कितनी है ?



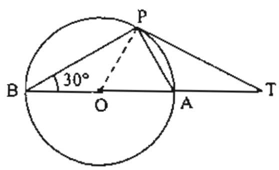
(*a*) $6\sqrt{2}$ सेमी० (*b*) $6\sqrt{3}$ सेमी० (*c*) 6 सेमी० (*d*) 7·5 सेमी०

71. दिये गये चित्र में वृत्त का केन्द्र O है. इसके बाहरी बिन्दु P से स्पर्श रेखायें PA तथा PB इस प्रकार खींची गई हैं कि $\angle APB = 80°$. तब $\angle POA = ?$



(*a*) 40° (*b*) 50° (*c*) 60° (*d*) 80°

72. दिये गये चित्र में वृत्त का केन्द्र O है, BOA इस वृत्त का व्यास है. P पर खींची गई स्पर्श रेखा, BA को बढ़ाने पर T पर मिलती है. यदि $\angle PBA = 30°$ हो, तो $\angle PTA = ?$

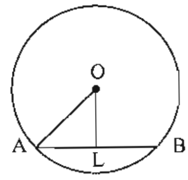


(*a*) 15° (*b*) 30° (*c*) 45° (*d*) 60°

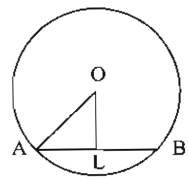
उत्तरमाला (प्रश्नमाला 38)

1. (*d*)	2. (*c*)	3. (*a*)	4. (*c*)	5. (*c*)	6. (*b*)	7. (*a*)	8. (*c*)	9. (*d*)	10. (*c*)
11. (*c*)	12. (*b*)	13. (*a*)	14. (*b*)	15. (*c*)	16. (*b*)	17. (*c*)	18. (*d*)	19. (*b*)	20. (*c*)
21. (*b*)	22. (*b*)	23. (*c*)	24. (*a*)	25. (*b*)	26. (*c*)	27. (*b*)	28. (*a*)	29. (*b*)	30. (*c*)
31. (*b*)	32. (*c*)	33. (*a*)	34. (*b*)	35. (*c*)	36. (*c*)	37. (*d*)	38. (*c*)	39. (*d*)	40. (*c*)
41. (*c*)	42. (*c*)	43. (*a*)	44. (*d*)	45. (*c*)	46. (*d*)	47. (*d*)	48. (*b*)	49. (*a*)	50. (*c*)
51. (*d*)	52. (*c*)	53. (*a*)	54. (*a*)	55. (*d*)	56. (*c*)	57. (*c*)	58. (*a*)	59. (*b*)	60. (*d*)
61. (*a*)	62. (*c*)	63. (*b*)	64. (*b*)	65. (*c*)	66. (*c*)	67. (*b*)	68. (*c*)	69. (*a*)	70. (*c*)
71. (*b*)	72. (*b*)								

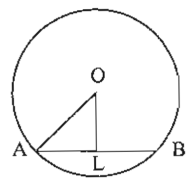
दिये गये प्रश्नों के हल **प्रश्नमाला 38**



1. माना वृत्त का केन्द्र O है तथा जीवा AB है.
माना $OL \perp AB$. तब $AL = \frac{1}{2}AB = \left(\frac{1}{2} \times 12\right)$ सेमी॰ = 6 सेमी॰
तथा $OA = 10$ सेमी॰. अब
$OL^2 = (OA^2 - AL^2) = (10)^2 - 6^2 = (100 - 36) = 64$
$\Rightarrow OL = \sqrt{64} = 8$ सेमी॰
अत: जीवा की केन्द्र से दूरी = 8 सेमी॰.



2. माना वृत्त का केन्द्र O है तथा जीवा AB है.
माना $OL \perp AB$. तब $OL = 8$ सेमी॰ तथा $OA = 17$ सेमी॰.
$AL^2 = (OA^2 - OL^2) = (17)^2 - 8^2 = (289 - 64) = 225$
$\Rightarrow AL = \sqrt{225} = 15$ सेमी॰
$\Rightarrow AB = 2 \times AL = (2 \times 15)$ सेमी॰ = 30 सेमी॰.



3. माना वृत्त का केन्द्र O है तथा जीवा AB है.
माना $OL \perp AB$. तब, $OL = 12$ सेमी॰.
$AL = \frac{1}{2}AB = \left(\frac{1}{2} \times 32\right)$ सेमी॰ = 16 सेमी॰.
$OA^2 = (AL^2 + OL^2) = (16)^2 + (12)^2 = (256 + 144) = 400$
$\Rightarrow OA = \sqrt{400} = 20$ सेमी॰
$\Rightarrow$ वृत्त की त्रिज्या = 20 सेमी॰.

4. माना $OA = OC = r$ सेमी॰. तब, $OE = (r - 2)$ सेमी॰ तथा $AE = \frac{1}{2}AB = 6$ सेमी॰
तब, $OA^2 = OE^2 + AE^2 \Rightarrow r^2 = (r-2)^2 + 6^2 \Rightarrow 4r = 40 \Rightarrow r = 10$ सेमी॰.

5. AC को मिलायें. अब, $OD \perp AB \Rightarrow D, AB$ का मध्य बिन्दु है.
स्पष्ट है कि O, BC का मध्य बिन्दु है.
अब ΔBAC में D तथा O क्रमश: BA तथा BC के मध्य बिन्दु हैं.
अत: $DO \parallel AC$ तथा $DO = \frac{1}{2}AC \Rightarrow \frac{1}{2}AC = 4 \Rightarrow AC = 8$ सेमी॰.

6. हम जानते हैं कि एक अर्द्ध-वृत्त में बना कोण समकोण होता है. अत: $\angle BAC = 90°$.
$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 90°$. परन्तु $AB = AC \Rightarrow \angle ABC = \angle ACB$.
$\therefore 2(\angle ABC) = 90° \Rightarrow \angle ABC = 45°$.

7. हम जानते हैं कि किसी वृत्त की समान जीवायें वृत्त के केन्द्र पर समान कोण बनाती हैं.
अत: $\angle COD = \angle AOB = 70°$.

8. $OA = OB \Rightarrow \angle OBA = \angle OAB = 35^\circ$.

$\therefore\ \angle AOB = 180^\circ - (35^\circ + 35^\circ) = 110^\circ$

$\Rightarrow \angle ACB = \frac{1}{2}\angle AOB = \left(\frac{1}{2}\times 110^\circ\right) = 55^\circ$.

9. स्पष्ट है कि $\angle AOB = 2\times(\angle ACB) = (2\times 40^\circ) = 80^\circ$.

10. अर्द्ध-वृत्त में बना कोण 90° का होता है. अत: $\angle BAC = 90^\circ$.

$\therefore\ \angle ABC = 180^\circ - (30^\circ + 90^\circ) = 60^\circ$.

$\Rightarrow \angle CDA = \angle ABC = 60^\circ$ [एक ही वृत्त खण्ड में बने दो कोण समान होते हैं.]

11. $\angle BDC = \angle BAC = 50^\circ$ [एक ही वृत्त खण्ड में बने कोण]

$\therefore\ \angle BCD = 180^\circ - (60^\circ + 50^\circ) = 70^\circ$.

12. $\angle ODB = \angle OAC = 40^\circ$ [एक ही वृत्त खण्ड में बने कोण]

$OD = OB \Rightarrow \angle OBD = \angle ODB = 40^\circ$.

$\therefore\ \angle BOD = 180^\circ - (40^\circ + 40^\circ) = 100^\circ$.

13. $OA = OB \Rightarrow \angle OBA = \angle OAB = 60^\circ$.

$\therefore\ \angle CDA = \angle CBA = \angle OBA = 60^\circ$ [एक ही वृत्त खण्ड में बने कोण].

14. $\angle CDB = \angle CAB = 30^\circ$ [एक ही वृत्त खण्ड में बने कोण]

$\therefore\ \angle CBD = 180^\circ - (30^\circ + 70^\circ) = 80^\circ$.

15. $\angle AEB + \angle BEC = 180^\circ \Rightarrow \angle BEC = (180^\circ - 100^\circ) = 80^\circ$.

$\Delta\, BEC$ में $\angle CBE + \angle BEC + \angle ECB = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle ECB = 180^\circ - (30^\circ + 80^\circ) = 70^\circ$

$\Rightarrow \angle ADB = \angle ACB = 70^\circ$ [एक ही वृत्त खण्ड में बने कोण]

16. $OA = OB \Rightarrow \angle OBA = \angle OAB = 30^\circ$.

$\Delta\, OAB$ में $30^\circ + 30^\circ + \angle AOB = 180^\circ \Rightarrow \angle AOB = 120^\circ$.

$OB = OC \Rightarrow \angle OBC = \angle OCB = 50^\circ$.

$\Delta\, OBC$ में $\angle OCB + \angle OBC + \angle BOC = 180^\circ \Rightarrow 50^\circ + 50^\circ + \angle BOC = 180^\circ \Rightarrow \angle BOC = 80^\circ$.

$\therefore\ \angle AOC = (120^\circ - 80^\circ) = 40^\circ$.

17. $\angle BOC = (180^\circ - 100^\circ) = 80^\circ$.

अब चाप BC केन्द्र पर $\angle BOC$ बनाती है तथा वृत्त के शेष भाग पर स्थित बिन्दु D पर $\angle BDC$ बनाती है.

$\therefore\ \angle BDC = \frac{1}{2}\times\angle BOC = \left(\frac{1}{2}\times 80^\circ\right) = 40^\circ$.

18. $OA = OB \Rightarrow \angle OAB = \angle OBA = 30^\circ \Rightarrow \angle AOB = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ$.

$OA = OC \Rightarrow \angle OAC = \angle OCA = 25^\circ \Rightarrow \angle AOC = 180^\circ - (25^\circ + 25^\circ) = 130^\circ$.

$\therefore\ \angle BOC = 360^\circ - (120^\circ + 130^\circ) = (360^\circ - 250^\circ) = 110^\circ$.

19. $OA = OB \Rightarrow \angle OBA = \angle OAB = x^\circ$ (माना).

तब, $x + x + 80 = 180 \Rightarrow 2x = 100 \Rightarrow x = 50$.

$\therefore\ \angle OAB = 50^\circ$.

$OA = OC \Rightarrow \angle OCA = \angle OAC = y^\circ$ (माना).

तब, $y + y + 90 = 180^\circ \Rightarrow 2y = 90^\circ \Rightarrow y = 45^\circ$.

$\therefore\ \angle OAC = 45^\circ$.

अत: $\angle BAC = \angle OAB + \angle OAC = (50^\circ + 45^\circ) = 95^\circ$.

20. $OA = OB \Rightarrow \angle OBA = \angle OAB = x^\circ$.

$\therefore\ x + x + 80 = 180 \Rightarrow 2x = 100 \Rightarrow x = 50 \Rightarrow \angle OAB = 50^\circ$.

$OA = OC \Rightarrow \angle OCA = \angle OAC = y°$.

$\therefore\ y + y + 90 = 180 \Rightarrow 2y = 90 \Rightarrow y = 45 \Rightarrow \angle OAC = 45°$.

$\therefore\ \angle BAC = \angle OAB + \angle OAC = (50+45)° = 95°$.

21. चूँकि $ABCD$ एक चक्रीय चतुर्भुज है, अत:

$\angle ABC + \angle ADC = 180° \Rightarrow \angle ABC + 130° = 180° \Rightarrow \angle ABC = 50°$.

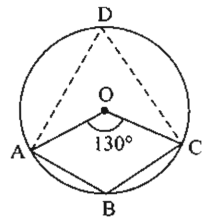
$\Rightarrow \angle ABC + \angle ACB + \angle BAC = 180° \Rightarrow 50° + 90° + \angle BAC = 180° \Rightarrow \angle BAC = 40°$.

22. $\angle BAD + \angle BCD = 180°$ [$\because$ $ABCD$ एक चक्रीय चतुर्भुज है]

$\Rightarrow 110° + \angle BCD = 180° \Rightarrow \angle BCD = 70°$.

$\Rightarrow \angle ABC = (180° - 70°) = 110°$ [$\because AB \parallel DC \Rightarrow \angle ABC + \angle BCD = 180°$]

23. वृत्त की परिधि के शेष भाग में बिन्दु D लें.



AD तथा CD खींचें.

तब, $\angle ADC = \frac{1}{2}\angle AOC = \left(\frac{1}{2} \times 130°\right) = 65°$.

अब, $ABCD$ एक चक्रीय चतुर्भुज है.

$\therefore\ \angle ADC + \angle ABC = 180° \Rightarrow 65° + \angle ABC = 180° \Rightarrow \angle ABC = 115°$.

24. ΔABC में $\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180°$

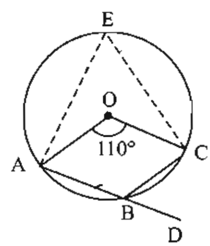
$\Rightarrow 30° + \angle ABC + 90° = 180° \Rightarrow \angle ABC = 60°$ [$\because \angle ACB$ एक अर्द्धवृत्त है]

अब $\angle ABC + \angle ADC = 180° \Rightarrow 60° + \angle ADC = 180° \Rightarrow \angle ADC = 120°$.

परन्तु, $\angle ACD = \angle BAC = 30°$ [$\because AB \parallel DC$]

$\angle CAD + \angle ACD + \angle ADC = 180° \Rightarrow \angle CAD + 30° + 120° = 180° \Rightarrow \angle CAD = 30°$.

25. चाप ABC के बाहर बिन्दु E लें. EA तथा EC खींचें.



अब, $\angle AEC = \frac{1}{2}\angle AOB = \left(\frac{1}{2} \times 110°\right) = 55°$.

परन्तु $ABCE$ एक चक्रीय चतुर्भुज है तथा इसकी एक भुजा AB को D तक बढ़ाया गया है.

अत: $\angle CBD = \angle AEC = 55°$.

26. $BC = CD \Rightarrow \angle BDC = \angle CBD = 25°$.

ΔBCD में, $\angle CBD + \angle BDC + \angle BCD = 180°$

$\Rightarrow 25° + 25° + \angle BCD = 180° \Rightarrow \angle BCD = 130°$.

अब, $\angle BAD + \angle BCD = 180°$ [$\because$ $ABCD$ एक चक्रीय चतुर्भुज है]

$\Rightarrow \angle BAD + 130° = 180° \Rightarrow \angle BAD = 50°$.

27. $\angle BAD = 60°$ [$\because AB = BD = AD$]

अब $ABCD$ एक चक्रीय चतुर्भुज है.

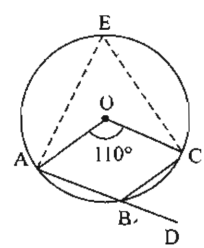
$\therefore\ \angle BAD + \angle BCD = 180° \Rightarrow 60° + \angle BCD = 180° \Rightarrow \angle BCD = 120°$.

28. चूँकि $ABCD$ एक चक्रीय चतुर्भुज है जिसकी भुजा AB को E तक बढ़ाया गया है.

$\therefore\ \angle ADC = \angle EBC = 110°$.

परन्तु $\angle ADC + \angle CDF = 180° \Rightarrow 110° + \angle CDF = 180° \Rightarrow \angle CDF = 70°$.

29. चाप ABC को छोड़कर वृत्त पर कोई बिन्दु E लें.



EA तथा EC खींचें. स्पष्ट है कि $\angle AEC = \frac{1}{2}\angle AOC = 50°$.

अब चक्रीय चतुर्भुज $BCEA$ की भुजा AB को D तक बढ़ाया गया है.

$\therefore\ \angle CBD = \angle AEC = 50°$.

30. $ABCD$ एक चक्रीय चतुर्भुज है. अत: $\angle ABC + \angle ADC = 180°$.

$\therefore\ \angle ABC + 130° = 180° \Rightarrow \angle ABC = 50°$.

$\Delta\, ABC$ में $\angle ACB$ एक अर्द्धवृत्त में है. अत: $\angle ACB = 90°$.

अब, $\angle ABC + \angle ACB + \angle BAC = 180° \Rightarrow 50° + 90° + x° = 180° \Rightarrow x = 40$.

31. $ABCD$ एक चक्रीय चतुर्भुज है. अत: $\angle A + \angle C = 180°$ तथा $\angle B + \angle D = 180°$.

$\therefore\ (2x+4)+(4y-4) = 180$ तथा $(x+10)+(5y+5) = 180$

$\Rightarrow 2x + 4y = 180$ तथा $x + 5y = 165$

$\Rightarrow x + 2y = 90 \quad ...(i)$ तथा $x + 5y = 165 \quad ...(ii)$

$\Rightarrow y = 25$ तथा $x = 40$.

32. $AB \parallel DC$ तथा AC इन्हें काटती है. अत: $\angle ACD = \angle CAB = 25°$.

$\angle ACB = 90°$ [अर्द्धवृत्त में बना कोण]

माना $\angle CAD = x°$. तथा $\angle BAD + \angle BCD = 180°$.

$\therefore\ 25° + x° + 90° + 25° = 180° \Rightarrow x + 140 = 180 \Rightarrow x = 40$.

अत: $\angle CAD = 40°$.

33. याद रहे : एक चक्रीय समान्तर चतुर्भुज सदैव एक आयत होता है.

34. चक्रीय चतुर्भुज $ABCD$ में $\angle BAD + \angle BCD = 180°$

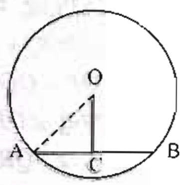
$\therefore\ \angle BAD + 120° = 180° \Rightarrow \angle BAD = 60°$.

$\angle ADB = 90°$ [अर्द्धवृत्त में स्थित कोण]

अब, $\Delta\, ABD$ में $\angle BAD + \angle ABD + \angle ADB = 180°$

$\Rightarrow 60° + \angle ABD + 90° = 180° \Rightarrow \angle ABD = (180° - 150°) = 30°$.

35. O तथा A को मिलायें. तब AB = 16 सेमी॰ तथा OC = 6 सेमी॰.



$\therefore\ AC = CB = 8$ सेमी॰. माना $OA = r$ सेमी॰.

तब, $r^2 = (OC)^2 + (AC)^2 = (6)^2 + (8)^2 = 36 + 64 = 100$

$\Rightarrow r = \sqrt{100}$ सेमी॰ $= 10$ सेमी॰.

अत: दिये गये वृत्त की त्रिज्या 10 सेमी॰.

36. माना वृत्त का केन्द्र O तथा जीवा AB है. $OC \perp AB$ खींचें.

O तथा A को मिलायें.

तब, OA = 5 सेमी॰ तथा OC = 3 सेमी॰.

$AC^2 = (OA^2 - OC^2) = (5^2 - 3^2) = (25 - 9) = 16 \Rightarrow AC = \sqrt{16}$ सेमी॰ $= 4$ सेमी॰.

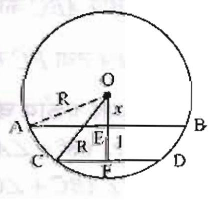
$\therefore\ AB = 2 \times AC = (2 \times 4)$ सेमी॰ $= 8$ सेमी॰.

37. माना वृत्त का केन्द्र O है. इसकी जीवायें AB = 8 सेमी॰ तथा CD = 6 सेमी॰ हैं.

माना $OE \perp AB$ तथा $OEF \perp CD$. माना $OE = x$ सेमी॰. तब $OF = (x + 1)$ सेमी॰.

माना $OA = OC = R$ (वृत्त की त्रिज्या). तब

$AE = \frac{1}{2} AB = 4$ सेमी॰, $CF = \frac{1}{2} CD = 3$ सेमी॰.



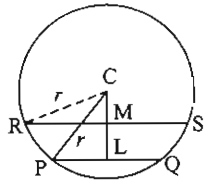
$\Delta\, OAE$ से $R^2 = x^2 + 4^2$ तथा ΔOCF में $R^2 = (x+1)^2 + 3^2$

$\therefore\ x^2 + 4^2 = (x+1)^2 + 3^2 \Rightarrow x^2 + 16 = x^2 + 2x + 10$

$\Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$.

$\therefore\ R^2 = (x^2 + 4^2) = (3^2 + 4^2) = (9 + 16) = 25 \Rightarrow R = \sqrt{25} = 5$ सेमी॰.

38. बिन्दु C से $CL \perp PQ$ तथा $CM \perp RS$ खींचें.



तब $PQ = 8$ सेमी०, $RS = 16$ सेमी० तथा $ML = 4$ सेमी०.

$PL = QL = 4$ सेमी० तथा $RM = SM = 8$ सेमी०,

माना $CR = CP = r$ सेमी०. माना $CM = x$ सेमी०. तब

$r^2 + x^2 + 8^2$ तथा $r^2 = (x+4)^2 + 4^2$

$\Rightarrow x^2 + 8^2 = (x+4)^2 + 4^2 \Rightarrow x^2 + 64 = x^2 + 8x + 32$

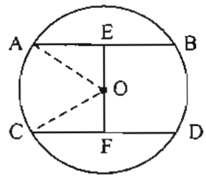
$\Rightarrow 8x = 32 \Rightarrow x = 4.$

$\Rightarrow r^2 = 4^2 + 8^2 = 16 + 64 = 80 \Rightarrow r = \sqrt{16 \times 5} = 4\sqrt{5}$ सेमी०.

39. माना वृत्त का केन्द्र O है जिसकी त्रिज्या $r = 5$ सेमी०.

जीवा $AB = 8$ सेमी० तथा जीवा $CD = 6$ सेमी०.

$OE \perp AB$ तथा $OF \perp CD$ खींचें.



तब, $AE = \frac{1}{2}AB = 4$ सेमी०, $CF = \frac{1}{2}CD = 3$ सेमी०.

तथा $OA = OC = 5$ सेमी०.

$OE^2 = (OA^2 - AE^2) = (5^2 - 4^2) = (25 - 16) = 9$

$\Rightarrow OE = \sqrt{9} = 3$ सेमी०.

$OF^2 = (OC^2 - CF^2) = (5^2 - 3^2) = (25 - 9) = 16$

$\Rightarrow OF = \sqrt{16} = 4$ सेमी०.

$\therefore EF = (OE + OF) = (3 + 4)$ सेमी० $= 7$ सेमी०.

40. $OP = OR \Rightarrow \angle ORP = \angle OPR = 50°$.

ΔPOR में $\angle OPR + \angle ORP + \angle POR = 180° \Rightarrow 50° + 50° + \angle POR = 180° \Rightarrow \angle POR = 80°$.

$\angle POQ + \angle POR = 180° \Rightarrow \angle POQ + 80° = 180° \Rightarrow \angle POQ = 100°$.

$OP = OQ \Rightarrow \angle OQP = \angle OPQ$.

परन्तु $\angle OPQ + \angle OQP + \angle POQ = 180° \Rightarrow x + x + 100 = 180 \Rightarrow 2x = 80 \Rightarrow x = 40$.

$\therefore \angle PQR = \angle PQO = 40°$ तथा $\angle PRQ = 50°$.

अत: $\angle PQR + \angle PRQ = (40° + 50°) = 90°$.

41. $\angle QPS + \angle SRQ = 180° \Rightarrow \angle QPS + 150° = 180° \Rightarrow \angle QPS = 30°$.

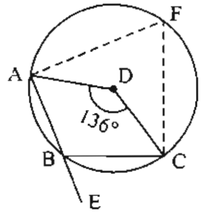
$\angle PSQ = 90°$ [अर्द्धवृत्त में बना कोण]

अब ΔSPQ में, $\angle PSQ + \angle QPS + \angle PQS = 180°$

$\Rightarrow 90° + 30° + \angle PQS = 180° \Rightarrow \angle PQS = 60°$.

42. यदि दो वृत्तों के केन्द्रों के बीच की दूरी उनकी त्रिज्याओं के योग से कम हो, तो स्पष्ट है कि ऐसे वृत्त प्रतिच्छेदित करेंगे.

43. चाप ABC को छोड़कर वृत्त के शेष भाग में कोई बिन्दु F लें.



FA तथा FC खीचें. $\angle AFC = \frac{1}{2}\angle ADC = \frac{1}{2} \times 136° = 68°$.

अब चक्रीय चतुर्भुज $ABCF$ में, $\angle AFC + \angle ABC = 180°$.

$\therefore 68° + \angle ABC = 180° \Rightarrow \angle ABC = (180° - 68°) = 112°$.

$\angle ABC + \angle CBE = 180° \Rightarrow 112° + \angle CBE = 180°$

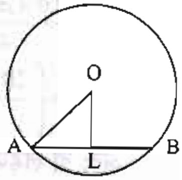
$\Rightarrow \angle CBE = (180° - 112°) = 68°$.

44. $110° + 90° + \angle BOC = 360° \Rightarrow \angle BOC = (360° - 200°) = 160°$.

$\therefore\ \angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC = \frac{1}{2} \times 160° = 80°$.

$\therefore\ x = 80$.

45. माना दिये गये वृत्त का केन्द्र O तथा जीवा AB है. $OL \perp AB$ खींचें.



तब $AL = \frac{1}{2}AB = \left(\frac{1}{2} \times 24\right)$ सेमी॰ = 12 सेमी॰

OA = वृत्त की त्रिज्या = $\left(\frac{1}{2} \times 30\right)$ सेमी॰ = 15 सेमी॰.

$OL^2 = (OA^2 - AL^2) = (15)^2 - (12)^2 = (225 - 144) = 81$

$\Rightarrow OL = \sqrt{81} = 9$ सेमी॰.

अत: वृत्त के केन्द्र से जीवा की लाम्बिक दूरी 9 सेमी॰ है.

46. माना $AB = x$ सेमी॰. $PC = PD + CD = (4 + 3)$ सेमी॰ = 7 सेमी॰.

$PA \times PB = PC \times PD \Rightarrow 8 \times (8 - x) = 7 \times 4$

$\therefore\ 64 - 8x = 28 \Rightarrow 8x = (64 - 28) = 36 \Rightarrow x = \frac{36}{8} = 4{\cdot}5$.

अत: $AB = 4{\cdot}5$ सेमी॰.

47. चूँकि $\Delta\, ABC$ एक समबाहु त्रिभुज है, अत: $\angle BAC = 60°$.

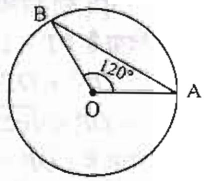
$\therefore\ \angle BOC = 2 \times \angle BAC = (2 \times 60°) = 120°$.

48. दिया है $AE = 4$ सेमी॰, $EB = 6$ सेमी॰, $CE = 5$ सेमी॰. माना $ED = x$ सेमी॰.

तब, $AE \times EB = CE \times ED \Rightarrow 4 \times 6 = 5 \times x \Rightarrow x = \frac{24}{5} = 4{\cdot}8$.

अत: $ED = 4{\cdot}8$ सेमी॰.

49. माना वृत्त का केन्द्र O है तथा जीवा AB इस प्रकार है कि $\angle AOB = 120°$.



$OA = OB$ (प्रत्येक वृत्त की त्रिज्या के बराबर है)

$\Rightarrow \angle OBA = \angle OAB = x°$ (माना)

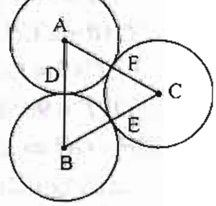
तब $x + x + 120 = 180$ [$\because \Delta$ के तीनों कोणों का योग = 180°].

$\Rightarrow 2x = 60 \Rightarrow x = 30 \Rightarrow \angle OAB = 30°$.

50. किसी वृत्त में केन्द्र से बराबर दूरी पर स्थित दो जीवायें सदैव बराबर होती हैं.

$\therefore\ BC = AB = 8$ सेमी॰.

51. माना इन वृत्तों के स्पर्श बिन्दु क्रमश: D, E तथा F हैं.



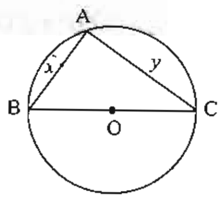
माना $AD = r_1$ सेमी॰, $BE = r_2$ सेमी॰ तथा $CF = r_3$ सेमी॰.

तब $r_1 + r_2 = 4 \quad ...(i)$, $r_2 + r_3 = 6 \quad ...(ii)$ तथा $r_3 + r_1 = 8 \quad ...(iii)$

इन्हें जोड़ने पर : $2(r_1 + r_2 + r_3) = 18$

$\therefore\ r_1 + r_2 + r_3 = 9$ सेमी॰.

52. माना दिये गये समकोण त्रिभुज की भुजायें x सेमी॰, y सेमी॰ तथा 20 सेमी॰ हैं. तब



$x + y + 20 = 48 \Rightarrow x + y = 28 \quad ...(i)$

$x^2 + y^2 = (20)^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = 400 \quad ...(ii)$

(i) का वर्ग करने पर : $x^2 + y^2 + 2xy = 784$

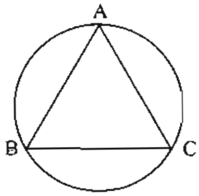
$\therefore\ 400 + 2xy = 784 \Rightarrow 2xy = 384 \Rightarrow xy = 192$.

$(x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy = (400 - 384) = 16 \Rightarrow x - y = 4$.

$x + y = 28$ तथा $x - y = 4$ को हल करने पर $x = 16, y = 12$.

अत: त्रिभुज की शेष भुजायें 16 सेमी॰ तथा 12 सेमी॰ हैं.

53. माना ΔABC में $AB = BC = CA = x$ सेमी०.



दिया है, $R = 5$ मीटर.

ΔABC का क्षेत्रफल $= \Delta = \left(\frac{\sqrt{3}}{4}x^2\right)$ वर्ग मी०.

$\Delta = \frac{AB \times BC \times AC}{4R} \Rightarrow \frac{x \times x \times x}{4 \times 5} = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2$

$\Rightarrow x = \left(\frac{20 \times \sqrt{3}}{4}\right) = 5\sqrt{3}.$

अत: दो लड़कों के बीच की दूरी $= 5\sqrt{3}$ मीटर.

54. दिया है $\angle BAC = 90°$. अत: BDC वृत्त का व्यास है तथा D वृत्त का केन्द्र है.

$AD = DC \Rightarrow \angle ACD = \angle CAD = x°$ (माना)

$\Rightarrow x + x = 90 \Rightarrow 2x = 90 \Rightarrow x = 45.$

अत: $\angle CAD = 45°.$

$\therefore \angle CAD + \angle ADC = (45° + 90°) = 135°.$

55. $\angle ABC + \angle ADC = 180° \Rightarrow \angle ABC + 95° = 180° \Rightarrow \angle ABC = 85°.$

अब $CF \parallel AB$ है तथा CB एक तिर्यक रेखा इन्हें काटती है.

$\therefore \angle BCF = \angle ABC = 85°$ [एकान्तर कोण]

$\Rightarrow \angle BCE = (85° + 20°) = 105°$

$\Rightarrow \angle BAD = 105°.$

56. दिया है : $PT = 8$ सेमी० तथा $OP = 10$ सेमी०.

$OT^2 = (OP^2 - PT^2) = (10)^2 - 8^2 = (100 - 64) = 36 \Rightarrow OT = \sqrt{36} = 6$ सेमी०.

$\therefore$ वृत्त की त्रिज्या $= 6$ सेमी०.

57. दिया है $PT = 24$ सेमी० तथा $OT = 7$ सेमी०.

$\therefore OP^2 = OT^2 + PT^2 = (7)^2 + (24)^2 = (49 + 576) = 625$

$\Rightarrow OP = \sqrt{625} = 25$ सेमी०.

58. दिया है : $OP = 26$ सेमी० तथा $OT = 10$ सेमी०.

$PT^2 = (OP^2 - OT^2) = (26)^2 - (10)^2 = (26 + 10)(26 - 10) = (36 \times 16)$

$\Rightarrow PT = (6 \times 4) = 24$ सेमी०.

59. $\angle ACB = 90°$ [अर्द्ध-वृत्त में बना कोण]

$\angle CAB + \angle CBA = 90° \Rightarrow \angle CAB + 50° = 90° \Rightarrow \angle CAB = 40°.$

$\therefore \angle CAT = (\angle BAT) - (\angle CAB) = (90° - 40°) = 50°.$

60. $\angle OPT = 90°\ k\ \angle QPT = 50° \Rightarrow \angle OPQ = (90° - 50°) = 40°.$

$OP = OQ \Rightarrow \angle OQP = \angle OPQ = 40°.$

$\therefore \angle OPQ + \angle OQP + \angle POQ = 180° \Rightarrow 40° + 40° + \angle POQ = 180° \Rightarrow \angle POQ = 100°.$

61. स्पष्ट है कि $\angle OAP = \angle OBP = 90°.$

$\therefore \angle OAP + \angle OBP = (90° + 90°) = 180°$

$\Rightarrow \angle APB + \angle AOB = 180° \Rightarrow 50° + \angle AOB = 180° \Rightarrow \angle AOB = 130°.$

अब $OA = OB \Rightarrow \angle OAB = \angle OBA = x°$ (माना)

तब $x + x + 130 = 180 \Rightarrow 2x = 50 \Rightarrow x = 25.$

$\therefore \angle OAB = 25°.$

62. $\angle PAO = 90°$ तथा $\angle PBO = 90° \Rightarrow (\angle PAO + \angle PBO) = 180°$.

$\therefore \angle APB + \angle AOB = 180° \Rightarrow \angle APB + 130° = 180° \Rightarrow \angle APB = 50°$.

63. स्पष्ट है कि PO कोण $\angle APB$ को समद्विभाजित करता है.

$\therefore \angle APO = \frac{1}{2}\angle APB = \left(\frac{1}{2} \times 80°\right) = 40°$ तथा $\angle OAP = 90°$.

ΔAPO में $\angle APO + \angle OAP + \angle AOP = 180° \Rightarrow 40° + 90° + \angle AOP = 180° \Rightarrow \angle AOP = 50°$.

64. स्पष्ट है कि $OP \perp PT$.

समकोण ΔOPT से, $\frac{PT}{OT} = \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{PT}{8} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow PT = 4\sqrt{3}$ सेमी॰.

65. यहाँ $OA = 5$ सेमी॰, $OB = 3$ सेमी॰, $PA = 12$ सेमी॰. माना $PB = x$ सेमी॰.

ΔOAP में $OP^2 = OA^2 + PA^2 = (5)^2 + (12)^2 = (25 + 144) = 169$

$\Rightarrow OP = \sqrt{169} = 13$ सेमी॰.

ΔOBP में, $PB^2 = OP^2 - OB^2 = (13)^2 - (3)^2 = (169 - 9) = 160$

$\Rightarrow PB = \sqrt{160} = \sqrt{16 \times 10} = 4\sqrt{10}$ सेमी॰.

66. रेखाखण्ड OP तथा OA खींचो. तब $OP = 3$ सेमी॰ तथा $OA = 5$ सेमी॰.

$OA^2 = AP^2 + OP^2 \Rightarrow AP^2 = (OA^2 - OP^2) = (5^2 - 3^2) = (25 - 9) = 16$

$\Rightarrow AP = \sqrt{16}$ सेमी॰ $= 4$ सेमी॰

$\Rightarrow$ जीवा $AB = (2 \times AP) = (2 \times 4)$ सेमी॰ $= 8$ सेमी॰.

67. माना दिये गये वृत्तों की त्रिज्यायें क्रमशः a, b, c हैं. तब

$(a + b = 5, b + c = 7$ तथा $c + a = 6) \Rightarrow 2(a + b + c) = 18 \Rightarrow a + b + c = 9$.

$\therefore a = (a + b + c) - (b + c) = (9 - 7) = 2$ सेमी॰.

अतः A वृत्त की त्रिज्या = 2 सेमी॰.

68. स्पष्ट है कि $AR = AP = 4$ सेमी॰, $BQ = BP = 6$ सेमी॰, $CR = CQ = x$ सेमी॰ (माना)

$AC = 12$ सेमी॰ $\Rightarrow AE + CR = 12 \Rightarrow 4 + x = 12 \Rightarrow x = 8$.

$BC = (BQ + CQ) = (BP + CR) = (6 + 8)$ सेमी॰ $= 14$ सेमी॰.

69. स्पष्ट है कि $AQ = AP = 5$ सेमी॰, $CR = CS = 3$ सेमी॰

$BQ = BR = (BC - CR) = (7 - 3)$ सेमी॰ $= 4$ सेमी॰.

$AB = AQ + BQ = (5 + 4)$ सेमी॰ $= 9$ सेमी॰.

70. स्पष्ट है कि $PA = PB$. अतः $\angle PBA = \angle PAB = x°$.

$\therefore x + x + 60 = 180 \Rightarrow 2x = 120 \Rightarrow x = 60$.

$\therefore \angle PBA = \angle PAB = \angle APB = 60°$.

अतः ΔPAB एक समबाहु त्रिभुज है. अतः $AB = PB = PA = 6$ सेमी॰.

71. $\angle APO = \frac{1}{2}\angle APB = \left(\frac{1}{2} \times 80°\right) = 40°, \angle OAP = 90°$.

$\therefore POA = 180° - (40° + 90°) = \mathbf{50°}$.

72. $\boldsymbol{OP = OB \Rightarrow \angle OPB = \angle OBP = 30°}$.

$\boldsymbol{\therefore \angle BPT = \angle OPB + \angle OPT = (30° + 90°) = 120°}$.

ΔPBT में, $\angle TBP + \angle BPT + \angle PTA = 180°$

$\Rightarrow \angle OBP + \angle BPT + \angle PTA = 180° \Rightarrow 30° + 120° + \angle PTA = 180°$

$\Rightarrow \angle PTA = (180° - 150°) = 30°$.