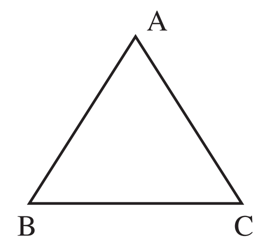
ତ୍ରିଭୁଜ (TRIANGLE)

ଅଧ୍ୟାୟ **2**

2.1 ତ୍ରିଭୁଜ, ତ୍ରିଭୁଜର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ, ବାହୁ ଓ କୋଣ :

ଏକ ସରଳରେଖାରେ ଅବସ୍ଥାନ କରୁ ନ ଥିବା ତିନୋଟି ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱାରା କୋଣ ଗଠନ ହେବା କଥା ପୂର୍ବରୁ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି । ବର୍ତ୍ତମାନ ଏକ ସରଳରେଖାରେ ଅବସ୍ଥିତ ନ ଥିବା ତିନୋଟି ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ଅନ୍ୟ ଏକ ପ୍ରକାର ଚିତ୍ର ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।



(ଚିତ୍ର 2.1)

A, B ଓ C ତିନୋଟି ବିନ୍ଦୁ ଏକ ସରଳରେଖାରେ ଅବସ୍ଥାନ ନ କଲେ, A ଓ B ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟକୁ ନେଇ $\overline{AB}$ (ରେଖାଖଣ୍ଡ AB) ଅଙ୍କନ କରିପାରିବା । ସେହିପରି B ଓ C ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟକୁ ନେଇ $\overline{BC}$ (ରେଖାଖଣ୍ଡ BC) ଏବଂ C ଓ A ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟକୁ ନେଇ $\overline{CA}$ (ରେଖାଖଣ୍ଡ CA) ଅଙ୍କନ କରିବା ସମ୍ଭବ । ଏହି ତିନି ରେଖାଖଣ୍ଡ ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ଚିତ୍ରଟି ହେଉଛି ତ୍ରିଭୁଜ ABC ର ଚିତ୍ର । (ଚିତ୍ର 2.1 ଦେଖ) ।

ସଂଜ୍ଞା :

ତିନୋଟି ବିନ୍ଦୁ, A, B ଓ C ଏକ ସରଳରେଖାରେ ଅବସ୍ଥାନ କରୁ ନ ଥିଲେ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ ଓ $\overline{CA}$ ଏହି ସେଟ୍‌ତ୍ରୟର ସଂଯୋଗକୁ ତ୍ରିଭୁଜ ABC କୁହାଯାଏ ଓ ସଙ୍କେତରେ Δ ABC (ବା ABC Δ)ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ ।

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ସେଟ୍ ହୋଇଥିବା ହେତୁ ସେମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ତ୍ରିଭୁଜ ମଧ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ସେଟ୍ । ସେଟ୍ ପରିଭାଷାରେ ଆମେ ଲେଖିପାରିବା : $\Delta ABC = \overline{AB} \cup \overline{BC} \cup \overline{CA}$

A, B ଓ C ବିନ୍ଦୁତ୍ରୟକୁ ΔABC ର **କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁ ବା ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ (Vertex)** କୁହାଯାଏ; $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ ଓ $\overline{CA}$ କୁ ΔABCର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ **ବାହୁ (Side)** କୁହାଯାଏ; $\angle$ABC, $\angle$BCA ଓ $\angle$CAB କୁ ΔABC ର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ **କୋଣ (Angle)** କୁହାଯାଏ ଏବଂ ସଂକ୍ଷେପରେ ଯଥାକ୍ରମେ $\angle$B, $\angle$C, $\angle$A ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ ।

$\angle A$ କୁ $\overline{BC}$ ବାହୁର **ସମ୍ମୁଖୀନ କୋଣ (opposite angle)** ଓ $\overline{BC}$ ବାହୁକୁ $\angle A$ ର **ସମ୍ମୁଖୀନ ବାହୁ (opposite side)** କୁହାଯାଏ । ସେହିପରି

$\angle B$ ର ସମ୍ମୁଖୀନ ବାହୁ $\overline{CA}$ ଏବଂ $\overline{CA}$ ବାହୁର ସମ୍ମୁଖୀନ କୋଣ $\angle B$, $\angle C$ ର ସମ୍ମୁଖୀନ ବାହୁ $\overline{AB}$ ଏବଂ $\overline{AB}$ ବାହୁର ସମ୍ମୁଖୀନ କୋଣ $\angle C$ ।

$\angle A$ କୁ ବାହୁ $\overline{AB}$ ଓ $\overline{AC}$ ର **ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ (included angle)** କୁହାଯାଏ । ସେହିପରି –

$\overline{BC}$ ଓ $\overline{BA}$ ର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ $\angle B$ ଏବଂ $\overline{CA}$ ଓ $\overline{CB}$ ର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ $\angle C$ ।

$\angle A$ ଓ $\angle B$ ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ ବାହୁ $\overline{AB}$ ର **ସଂଲଗ୍ନ କୋଣ** କୁହାଯାଏ, ସେହିପରି –

$\overline{CA}$ ର ସଂଲଗ୍ନ କୋଣ ହେଲେ $\angle C$ ଓ $\angle A$ ଏବଂ $\overline{BC}$ ର ସଂଲଗ୍ନ କୋଣ ହେଲେ, $\angle B$ ଓ $\angle C$ । $\overline{AB}$ ଓ $\overline{AC}$ ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ $\angle A$ ର **ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁ** ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

2.2 ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଓ ବହିର୍ଦେଶ (Interior and Exterior of the Triangle):

'ଏକ ସରଳରେଖାରେ ନ ଥିବା ତିନୋଟି ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟ ଦେଇ ଗୋଟିଏ ମାତ୍ର ସମତଳ ସମ୍ଭବ', ଏହା ତୁମେ ପୂର୍ବରୁ ଜାଣିଛ । ଏଣୁ ତ୍ରିଭୁଜଟିଏ ସର୍ବଦା ଏକ ସମତଳ ଉପରେ ଅବସ୍ଥାନ କରିବ । କଳାପଟାର ସମତଳରେ ବା ତୁମ ଖାତାର ପୃଷ୍ଠା (ଏକ ସମତଳର ଅଂଶ) ଉପରେ ତ୍ରିଭୁଜଟିଏ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରିବ ।

ତୁମ ପାଇଁ କାମ

ଚିତ୍ର 2.2ରେ ଥିବା $\angle ABC$ ଓ ଏହି ସମତଳରେ ଥିବା P,Q,R,S,T,U,V,M,N, ଓ W ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କୁ ଦେଖି ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ । A, B, C ଏବଂ ପୂର୍ବୋକ୍ତ ଆଠଟି ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ –

(i) କେଉଁ ବିନ୍ଦୁ $\angle A$ ର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ?

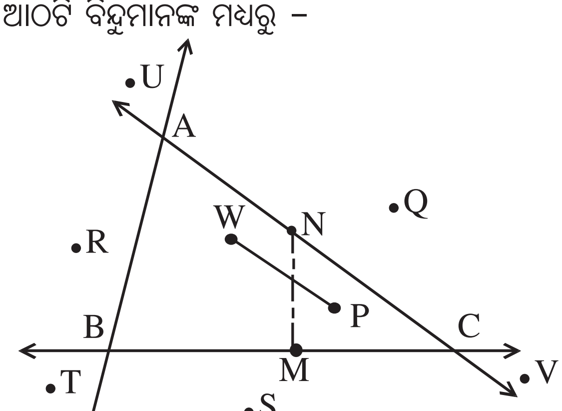
(ii) କେଉଁ ବିନ୍ଦୁ $\angle B$ ର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ?

(iii) କେଉଁ ବିନ୍ଦୁ $\angle C$ ର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ?

(iv) କେଉଁ ବିନ୍ଦୁ $\angle A$, $\angle B$ ଓ $\angle C$ ର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ?

(v) କେଉଁ ବିନ୍ଦୁ $\angle A$, $\angle B$ ଓ $\angle C$ କୌଣସି କୋଣର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ନୁହେଁ ?

(iv) କେଉଁ ବିନ୍ଦୁ ΔABC ଉପରିସ୍ଥ ?



(ଚିତ୍ର 2.2)

ମନେରଖ : ଯେଉଁ ବିନ୍ଦୁ $\angle A$, $\angle B$ ଓ $\angle C$ ର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ତାହା ΔABC ର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ଅଟେ ।

ଏଠାରେ ନାମିତ ହୋଇଥିବା ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେବଳ P ଓ W, ΔABC ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ଅଟେ । ଆହୁରି ଅସଂଖ୍ୟ ବିନ୍ଦୁ ଅଛନ୍ତି ଯେଉଁଗୁଡ଼ିକ ΔABC ର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ଅଟନ୍ତି । **ΔABC ର ସମସ୍ତ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁର ସେଟ୍‌କୁ ଏହାର (ΔABCର) ଅନ୍ତର୍ଦେଶ (Interior) କୁହାଯାଏ ।**

ବର୍ତ୍ତମାନ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରାଯାଇପାରେ ଯେ ΔABC ର ସମତଳ (କଳାପଟାର ସମତଳ ବା ତୁମ ବହି ପୃଷ୍ଠାର ସମତଳ) ଉପରେ ΔABC ବା ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ ନ ଥିବା ଆହୁରି ଅସଂଖ୍ୟ ବିନ୍ଦୁ ଅଛନ୍ତି । ସେମାନଙ୍କୁ ΔABC ର ବହିଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ କୁହାଯାଏ । (ଯଥା, ଚିତ୍ର 2.2 ରେ Q, R, S, T, U, V ବିନ୍ଦୁମାନ ΔABC ର ବହିଃସ୍ଥ) । **ତ୍ରିଭୁଜର ବହିଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ସେଟ୍‌କୁ ଏହାର ବହିର୍ଦେଶ (Exterior) କୁହାଯାଏ ।** ଏଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ ଯେ ଏକ ସମତଳରେ ତ୍ରିଭୁଜଟି ଅଙ୍କନ କଲେ ସମତଳ ଉପରିସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ସମୂହ ତିନୋଟି ସେଟ୍‌ରେ ପରିଣତ ହୁଅନ୍ତି ଓ ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ –

(i) ତ୍ରିଭୁଜ ଉପରିସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ସେଟ୍, (ii) ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଏବଂ (iii) ତ୍ରିଭୁଜର ବହିର୍ଦେଶ ।

ପ୍ରଥମ ଅଧ୍ୟାୟରେ ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି । ଚିତ୍ର 2.2 ରେ ΔABC ର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ ଥିବା କୌଣସି ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ P ଓ W ର ସଂଯୋଜକ ରେଖାଖଣ୍ଡ, ଅର୍ଥାତ୍ $\overline{PW}$ ଅଙ୍କନ କଲେ ଦେଖିବ ଯେ, ଏହା ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ ରହିଯାଉଛି । ତେଣୁ **ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଏକ ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍ ।** (ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍‌ର ସଂଜ୍ଞା ମନେପକାଅ)

ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜ ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍ ହୋଇପାରିବ ନାହିଁ । ΔABC କହିଲେ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ଏକ ସେଟ୍‌କୁ ବୁଝାଏ, ଯାହାକି ଏହାର $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ ଓ $\overline{CA}$ ବାହୁରେ ଥିବା ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କୁ ଏକାଠି ନେଇ ଗଠିତ । ଚିତ୍ର 2.2 ରେ M ଓ N ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ΔABC ଉପରିସ୍ଥ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ । ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ M ଓ N ଛଡ଼ା $\overline{MN}$ ର ଅନ୍ୟ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଉପରିସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ନୁହନ୍ତି । ($\overline{MN}$ ଅଙ୍କନ କରି ଦେଖ) । ସେହି କାରଣରୁ ΔABC ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍ ନୁହେଁ ।

ତ୍ରିଭୁଜର ବହିର୍ଦେଶ ମଧ୍ୟ ଉତ୍ତଳ ସେଟ୍ ନୁହେଁ । ତ୍ରିଭୁଜର ବହିର୍ଦେଶରେ ଏଭଳି ଅନେକ ବିନ୍ଦୁ ଯୋଡ଼ା ପାଇବ, ଯେଉଁମାନଙ୍କର ସଂଯୋଜକ ରେଖାଖଣ୍ଡ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ରୂପେ ବହିର୍ଦେଶରେ ନାହିଁ । ($\overline{QS}$ ଅଙ୍କନ କରି ଦେଖ)

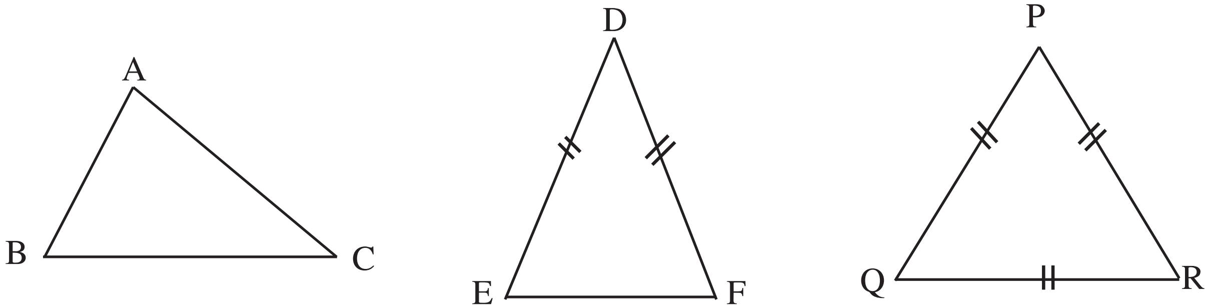
ଏପରି କୌଣସି ବିନ୍ଦୁ ମିଳିବ କି ଯାହା ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ଓ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଉଭୟରେ ରହିପାରିବ ? ତାହା ଅସମ୍ଭବ । ଏଣୁ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ଓ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ମଧ୍ୟରେ କୌଣସି ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁ ନାହିଁ । ସେହିପରି ଅନୁଧ୍ୟାନ କଲେ ଜାଣିବ ଯେ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ଓ ତା'ର ବହିର୍ଦେଶର ମଧ୍ୟ କୌଣସି ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁ ନାହିଁ । ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଓ ବହିର୍ଦେଶର ମଧ୍ୟ କୌଣସି ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁ ନାହିଁ ।

ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ଓ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଦେଶକୁ ଏକତ୍ର ନେଇ ଯେଉଁ ସେଟ୍ ଗଠିତ ହୁଏ ତାକୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଆକୃତିବିଶିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ର ଅଥବା ତ୍ରିଭୁଜାକାର କ୍ଷେତ୍ର (Triangular region) କୁହାଯାଏ ।

ଅର୍ଥାତ୍ ΔABC ଓ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଦେଶ ଏକତ୍ର ନିଆଗଲେ ABC ତ୍ରିଭୁଜାକାର କ୍ଷେତ୍ର ଗଠିତ ହୁଏ । ΔABC ର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ, କୋଣ ଏବଂ ବାହୁମାନଙ୍କୁ ଏହି ତ୍ରିଭୁଜାକାର କ୍ଷେତ୍ରର ଯଥାକ୍ରମେ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ, କୋଣ ଏବଂ ବାହୁ କହିପାରିବା ।

2.3 ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ତ୍ରିଭୁଜ (Types of Triangles) :

(A) **ବାହୁମାନଙ୍କ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ପ୍ରକାରଭେଦ:**



(a) (b) (c)

(ଚିତ୍ର 2.3)

ଚିତ୍ର 2.3 (a) ରେ ଥିବା ΔABC ର ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅସମାନ । ଏ ପ୍ରକାର ତ୍ରିଭୁଜକୁ **ବିଷମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ (Scalene triangle)** କୁହାଯାଏ । ଚିତ୍ର 2.3 (b) ରେ ଥିବା ΔDEF ରେ $DE = DF$ । ଏ ପ୍ରକାର ତ୍ରିଭୁଜକୁ **ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ (Isosceles triangle)** କୁହାଯାଏ । ଚିତ୍ର 2.3 (c) ରେ ଥିବା ΔPQR ରେ $PQ=QR=RP$ । ଏ ପ୍ରକାର ତ୍ରିଭୁଜକୁ **ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ (Equilateral triangle)** କୁହାଯାଏ ।

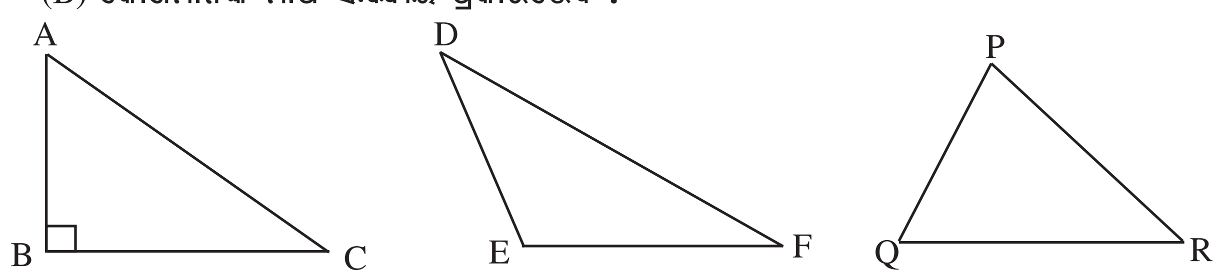
ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜରେ ସମାନ ଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣକୁ ସାଧାରଣତଃ ଉକ୍ତ ତ୍ରିଭୁଜର **ଶୀର୍ଷକୋଣ (Vertex angle)** କୁହାଯାଏ । ଫଳରେ ଚିତ୍ର 2.3(b) ରେ ଥିବା ସମଦ୍ୱିବାହୁ ΔDEF ର ଶୀର୍ଷକୋଣ $\angle D$ । ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଶୀର୍ଷକୋଣର ସମ୍ମୁଖୀନ ବାହୁକୁ ସାଧାରଣତଃ ଏହାର ଭୂମି କୁହାଯାଏ । ଏଣୁ ଉପରିସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ସମଦ୍ୱିବାହୁ ΔDEF ର ଭୂମି $\overline{EF}$ । ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମିର ସଂଲଗ୍ନ କୋଣଦ୍ୱୟକୁ ଏହାର **ଭୂମି ସଂଲଗ୍ନ କୋଣ (base angles)** କୁହାଯାଏ । ଫଳରେ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ΔEDF ର ଭୂମି ସଂଲଗ୍ନ କୋଣଦ୍ୱୟ ହେଲେ $\angle E$ ଓ $\angle F$ ।

ସଂଜ୍ଞା : (i) ଯେଉଁ ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପରସ୍ପର ସମାନ, ତାହା ଏକ **ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ** ।

(ii) ଯେଉଁ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁତ୍ରୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ, ତାହା ଏକ **ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ** ।

(iii) ଯେଉଁ ତ୍ରିଭୁଜର କୌଣସି ଯୋଡ଼ା ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ପରସ୍ପର ସମାନ ନୁହେଁ ତାହା ଏକ **ବିଷମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ** ।

(B) **କୋଣମାନଙ୍କ ମାପ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ପ୍ରକାରଭେଦ :**



(a) (b) (c)

(ଚିତ୍ର 2.4)

ଚିତ୍ର 2.4(a) ରେ ΔABC ରେ $\angle B$ ସମକୋଣ । ଏପରି ତ୍ରିଭୁଜକୁ (ଯାହାର ଗୋଟିଏ କୋଣ ସମକୋଣ) **ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ (Right-angled triangle)** କୁହାଯାଏ । ପରେ ଜାଣିବ ଯେ, ଏକ ତ୍ରିଭୁଜରେ ଅତି ବେଶିରେ ଗୋଟିଏ ସମକୋଣ ରହିପାରେ । ଚିତ୍ର 2.4(b) ରେ ଥିବା ΔDEF ର $\angle E$ ଏକ ସ୍ଥୂଳକୋଣ । ଏପରି ତ୍ରିଭୁଜକୁ (ଯାହାର ଗୋଟିଏ କୋଣ ସ୍ଥୂଳକୋଣ) **ସ୍ଥୂଳକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ (Obtuse-angled triangle)** କୁହାଯାଏ । ପରେ ଜାଣିବ ଯେ, ଏକ ତ୍ରିଭୁଜରେ ଅତି ବେଶିରେ ଗୋଟିଏ ସ୍ଥୂଳକୋଣ ରହିପାରେ । ଚିତ୍ର 2.4(c) ରେ ଥିବା ΔPQR ର $\angle P$, $\angle Q$ ଓ $\angle R$ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ । ଏପରି ତ୍ରିଭୁଜକୁ **ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ (acute-angled triangle)** କୁହାଯାଏ ।

ସଂଜ୍ଞା : (i) ଯେଉଁ ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ କୋଣ ସମକୋଣ, ତାହା ଏକ **ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ** ।

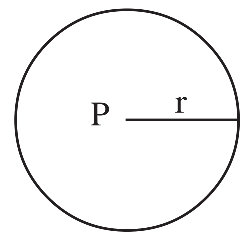
(ii) ଯେଉଁ ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ କୋଣ ସ୍ଥୂଳକୋଣ, ତାହା ଏକ **ସ୍ଥୂଳକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ** ।

(iii) ଯେଉଁ ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣତ୍ରୟ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ, ତାହା ଏକ **ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ** ।

ସଂଜ୍ଞାରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ **ଏକ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ସମକୋଣ ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ କୋଣଦ୍ୱୟ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ ଓ ଗୋଟିଏ ସ୍ଥୂଳକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ସ୍ଥୂଳକୋଣ ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ କୋଣଦ୍ୱୟ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ** ।

2.4 ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କେତୋଟି ପରୀକ୍ଷା :

ତ୍ରିଭୁଜ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଯେକୌଣସି ପରୀକ୍ଷା କରିବା ପୂର୍ବରୁ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ତ୍ରିଭୁଜ କିପରି ଅଙ୍କନ କରିବ, ତାହା ଜାଣିବା ଆବଶ୍ୟକ । ଏଣୁ ପ୍ରଥମେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ପ୍ରଣାଳୀ ବର୍ଣ୍ଣନା କରାଯାଇଛି ।



(ଚିତ୍ର 2.5)

କମ୍ପାସ୍‌ର ବ୍ୟବହାର :

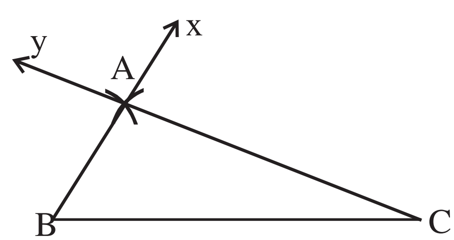
କମ୍ପାସର ବ୍ୟବହାର ତୁମ ପାଇଁ ନୂଆ ନୁହେଁ । କମ୍ପାସ ସାହାଯ୍ୟରେ ତୁମେ ବୃତ୍ତଟିଏ ଅଙ୍କନ କରିଥାଅ । ବୃତ୍ତ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଏଠାରେ ତୁମକୁ କିଛିଟା ସ୍ଥୂଳ ଧାରଣା ଦିଆଯାଉଛି ।

ତୁମ ଖାତାରେ ଗୋଟିଏ ପୃଷ୍ଠା ଉପରେ ଚିହ୍ନିତ ଏକ ବିନ୍ଦୁ P ଠାରୁ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଦୂରତା (ମନେକର, r ଏକକ)ରେ ଖାତାର ସେହି ପୃଷ୍ଠା ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁକୁ କମ୍ପାସ ସାହାଯ୍ୟରେ ଚିହ୍ନଟ କରାଯାଇପାରେ । ଏହି ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକୁ ଏକତ୍ର ନେଇ ଯେଉଁ ଚିତ୍ରଟିଏ ଆମେ ପାଉ, ତାହା **ଏକ ବୃତ୍ତ (Circle)** । କମ୍ପାସ୍‌ରେ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ଆରମ୍ଭ କରି ପେନ୍‌ସିଲ ମୁନକୁ କିଛି ବାଟ ଚଳାଇ (ଅଙ୍କନର ଆରମ୍ଭ ବିନ୍ଦୁରେ ପହଞ୍ଚିବା ପୂର୍ବରୁ) ଅଙ୍କନ ବନ୍ଦ କଲେ, ଯେଉଁ ଚିତ୍ରଟିଏ ମିଳେ, ତାକୁ **ଏକ ଚାପ (arc)** କୁହାଯାଏ । P ବିନ୍ଦୁକୁ ଏହି ଚାପର କେନ୍ଦ୍ର ଓ r କୁ ଏହାର **ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ (radius)** କୁହାଯାଏ । ଚାପଟିଏ ଅଙ୍କନ କରି ଆମେ କୌଣସି ଏକ ବିନ୍ଦୁ P ଠାରୁ r ଏକକ ଦୂରତାବିଶିଷ୍ଟ କେତେକ ବିନ୍ଦୁ ପାଇଥାଉ ।

(a) **ବିଷମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ** (ସ୍କେଲ୍ ଓ କମ୍ପାସ୍ ସାହାଯ୍ୟରେ) :

(i) ଯେକୌଣସି ଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ $\overline{BC}$ ଅଙ୍କନ କର ।

(ii) B କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି r – ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଚାପ ($r \neq BC$) ଅଙ୍କନ କର ?



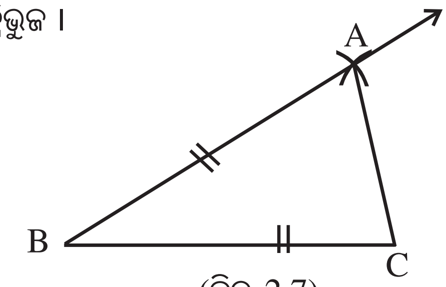
(ଚିତ୍ର 2.6)

(iii) C କୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି ଓ BC ତଥା (ii) ରେ ନେଇଥିବା ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧଠାରୁ ପୃଥକ୍ ଏକ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଅନ୍ୟ ଏକ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରି ଏହା (ii) ରେ ଅଙ୍କିତ ଚାପକୁ ଛେଦ କରିବ । ଛେଦ ବିନ୍ଦୁର ନାମ A ଦିଅ । $\overline{AB}$ ଓ $\overline{AC}$ ଅଙ୍କନ କର । ବର୍ତ୍ତମାନ ମିଳିଥିବା ତ୍ରିଭୁଜ ଏକ ବିଷମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ।

(b) **ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ:** (ସ୍କେଲ୍ ଓ କମ୍ପାସ ଦ୍ୱାରା)

(i) ଯେକୌଣସି ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ $\overline{BC}$ ଅଙ୍କନ କର ।

(ii) B କୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି BC ସହ ସମାନ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଚାପଟିଏ ଅଙ୍କନ କର ।



(ଚିତ୍ର 2.7)

(iii) C ବିନ୍ଦୁକୁ କେନ୍ଦ୍ରକରି BC ଠାରୁ ପୃଥକ୍ ଏକ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଚାପଟିଏ ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରିକି ଏହା (ii)ରେ ଅଙ୍କିତ ଚାପକୁ ଛେଦ କରିବ । ଛେଦ ବିନ୍ଦୁର ନାମ A ଦିଅ ।

(iv) $\overline{AB}$ ଓ $\overline{AC}$ ଅଙ୍କନ କର ।

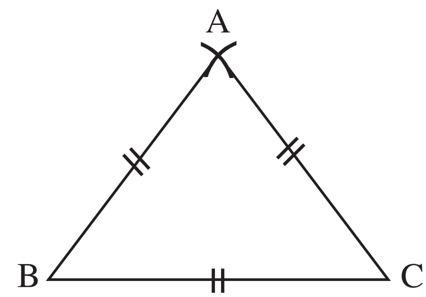
ବର୍ତ୍ତମାନ ମିଳିଥିବା ΔABC ଏକ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ । ଏହାର BC = AB ଏବଂ $\overline{CA}$ ଏହାର ଭୂମି ।

(c) **ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ :**

(i) ଯେକୌଣସି ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ $\overline{BC}$ ଅଙ୍କନ କର ।

(ii) B ବିନ୍ଦୁକୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି BC ସହ ସମାନ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନେଇ ଚାପଟିଏ ଅଙ୍କନ କର ।

(iii) C ବିନ୍ଦୁକୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି (ii) ରେ ନେଇଥିବା ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ (BC ସହ ସମାନ) ନେଇ ଚାପଟିଏ ଅଙ୍କନ କର ।



(ଚିତ୍ର 2.8)

(iv) ସୋପାନ (ii) ଓ (iii) ଅଙ୍କିତ ଚାପଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁର ନାମ A ଦିଅ । $\overline{AB}$ ଓ $\overline{AC}$ ଅଙ୍କନ କର । ବର୍ତ୍ତମାନ ଅଙ୍କିତ ΔABC ଏକ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ।

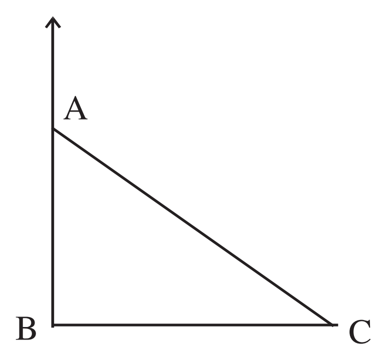
(d) **ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ :**

(i) ଯେକୌଣସି ଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ $\overline{BC}$ ଅଙ୍କନ କର ।

(ii) $\overline{BC}$ ସହ ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାରରେ ସମକୋଣ ସଂଲଗ୍ନ ଗୋଟିଏ ଧାର ଲଗାଇ ରଖ ଯେପରି ଏହାର ସମକୋଣ B ଠାରେ ରହିବ । ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାରର ସମକୋଣ ସଂଲଗ୍ନ ଅନ୍ୟ ଧାରକୁ ଲଗାଇ ଏକ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର ଗୋଟିଏ ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ B, ଏହାର ଅନ୍ୟ ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁର ନାମ A ଦିଅ ।

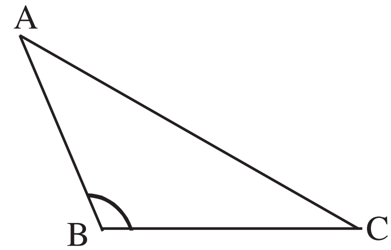
(iii) $\overline{AC}$ ଅଙ୍କନ କର ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ମିଳିଥିବା ΔABC ଏକ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ।



(ଚିତ୍ର 2.9)

(e) ସ୍ଥୂଳକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ :



(ଚିତ୍ର 2.10)

ସ୍ଥୂଳକୋଣୀ ΔABC ଅଙ୍କନ କରିବାକୁ ହେଲେ –

(i) ଯେକୌଣସି ଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ $\overline{BC}$ ଅଙ୍କନ କର ।

(ii) $\overline{BC}$ ସହ B ଠାରେ ସ୍ଥୂଳକୋଣ (ଅର୍ଥାତ୍ 90^0 ରୁ ଅଧିକ ପରିମାଣବିଶିଷ୍ଟ କୋଣ) ଅଙ୍କନ କରୁଥିବା $\overline{BA}$ (ଯେକୌଣସି ଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ) ଅଙ୍କନ କର ।

(iii) $\overline{AC}$ ଅଙ୍କନ କର ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ମିଳିଥିବା ΔABC ଏକ ସ୍ଥୂଳକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ।

ପରୀକ୍ଷଣ-1:ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ତିନିକୋଣର ପରିମାଣ ମଧ୍ୟରେ ସଂପର୍କ ନିରୂପଣ

ସ୍କେଲ୍, କମ୍ପାସ ଓ ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର ଆବଶ୍ୟକ ହେଲେ ବ୍ୟବହାର କରି ତିନୋଟି ଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର । ପ୍ରତ୍ୟେକର ନାମ ABC Δ ଦିଅ । ଚିତ୍ର ତିନୋଟିକୁ ଚିତ୍ର ନଂ. 1, ଚିତ୍ର ନଂ. 2 ଓ ଚିତ୍ର ନଂ. 3 ଦ୍ୱାରା ସୂଚାଅ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରୁ ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ସାହାଯ୍ୟରେ କୋଣଗୁଡ଼ିକ ମାପି ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଲେଖ ।

ଚିତ୍ର ନଂ	$m\angle A$	$m\angle B$	$m\angle C$	$m\angle A + m\angle B + m\angle C$
1				
2				
3				

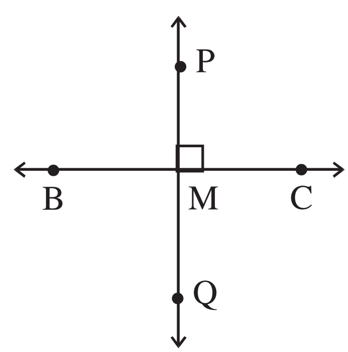
ସାରଣୀ - 2.1

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ର ଲାଗି ସାରଣୀର ଶେଷ ସ୍ତମ୍ଭରେ $m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^0$ ହେବାର ଦେଖିବ ।

ସିଦ୍ଧାନ୍ତ – 1 **ଯେକୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣତ୍ରୟର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0 ।**

ଅନୁସିଦ୍ଧାନ୍ତ–1 **ଏକ ତ୍ରିଭୁଜରେ ଅତି ବେଶିରେ ଗୋଟିଏ ସମକୋଣ ବା ଗୋଟିଏ ସ୍ଥୂଳକୋଣ ରହିପାରିବ ।**

ଅନୁସିଦ୍ଧାନ୍ତ–2: $\overleftrightarrow{BC}$ ର ବହିଃସ୍ଥ P ଏକ ବିନ୍ଦୁ ହେଲେ, P ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟଦେଇ ଗୋଟିଏ ମାତ୍ର $\overleftrightarrow{PQ}$ ଅଙ୍କନ କରିବା ସମ୍ଭବ, ଯେପରିକି $\overleftrightarrow{BC}$ ସହ $\overleftrightarrow{PQ}$ ଏକ ସମକୋଣ ସୃଷ୍ଟି କରିବ । ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ $\overleftrightarrow{PQ}$ ଓ $\overleftrightarrow{BC}$ **ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ (Perpendicular to each other or mutually perpendicular)** ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ଯଦି $\overleftrightarrow{BC}$ ଓ $\overleftrightarrow{PQ}$ ର ଛେଦବିନ୍ଦୁ M ହୁଏ, ତେବେ $\overline{PM}$ କୁ P ବିନ୍ଦୁରୁ $\overleftrightarrow{BC}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ବୋଲି କୁହାଯାଏ ଏବଂ M ବିନ୍ଦୁକୁ $\overline{PM}$ **ଲମ୍ବର ପାଦବିନ୍ଦୁ (Foot of the perpendicular)** ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।



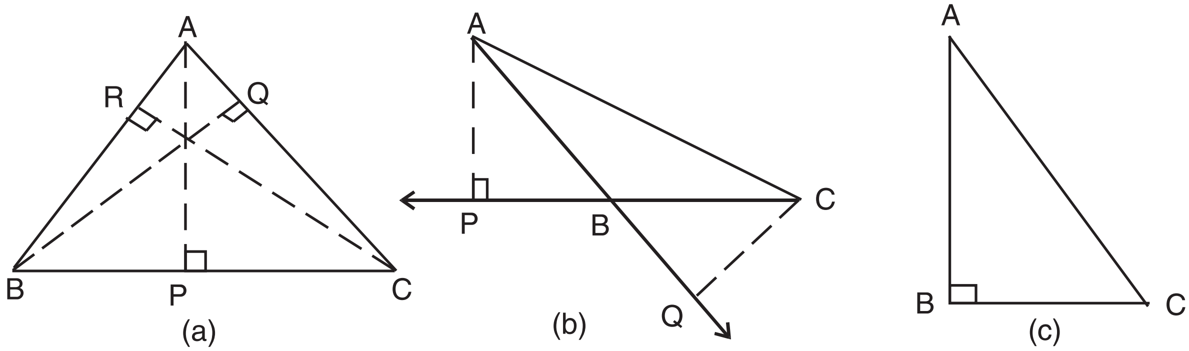
(ଚିତ୍ର 2.11)

ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା (Height of the triangle) :

ΔABC ରେ A ବିନ୍ଦୁରୁ $\overline{BC}$ ପ୍ରତି ଗୋଟିଏ ମାତ୍ର ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ।

ସେହିପରି, B ଓ C ବିନ୍ଦୁରୁ ଯଥାକ୍ରମେ $\overline{AC}$ ଓ $\overline{AB}$ ପ୍ରତି ମଧ୍ୟ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇ ପାରିବ । ଲମ୍ବତ୍ରୟର ପାଦବିନ୍ଦୁ P, Q ଓ R ହେଲେ, $\overline{AP}$, $\overline{BQ}$ ଓ $\overline{CR}$ କୁ ΔABC ରେ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରୁ ବିପରୀତ ବାହୁ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ (Perpendicular) ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

$\overline{AP}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ AP କୁ ΔABC ର A ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରୁ $\overline{BC}$ ପ୍ରତି ଉଚ୍ଚତା କୁହାଯାଏ । ସେହିପରି BQ ଓ CR କୁ ଯଥାକ୍ରମେ B ବିନ୍ଦୁରୁ $\overline{AC}$ ପ୍ରତି ଓ C ବିନ୍ଦୁରୁ $\overline{AB}$ ପ୍ରତି ଉଚ୍ଚତା (Height) କୁହାଯାଏ ।

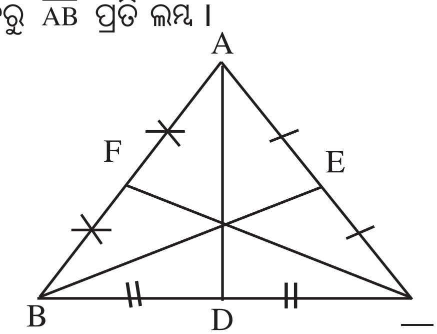


(ଚିତ୍ର 2.12)

ଚିତ୍ର 2.12 (a) ରେ ଥିବା ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣୀ ΔABC ର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରୁ ବିପରୀତ ବାହୁ ପ୍ରତି ଲମ୍ବତ୍ରୟ ଦର୍ଶାଯାଇଛି । ଚିତ୍ର 2.12(b) ରେ ଦେଖ ଯେ ସ୍ଥୂଳକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ ସ୍ଥୂଳକୋଣ ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁ ପ୍ରତି ବିପରୀତ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବଦ୍ୱୟ ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ ନାହାନ୍ତି । ଏହା କେବଳ ସ୍ଥୂଳକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ ଘଟିଥାଏ । ଚିତ୍ର 2.12(c) ରେ ଦେଖ ଯେ $\overline{AB}$ ବାହୁ ହିଁ A ବିନ୍ଦୁରୁ $\overline{BC}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଏବଂ $\overline{BC}$ ବାହୁ ହିଁ C ବିନ୍ଦୁରୁ $\overline{AB}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ।

ତ୍ରିଭୁଜର ମଧ୍ୟମା (Medians of a triangle) :

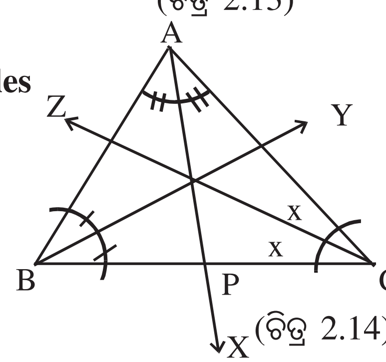
ତ୍ରିଭୁଜର କୌଣସି କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁ ଓ ତାହାର ସମ୍ମୁଖୀନ ବାହୁର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁକୁ ସଂଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ ମଧ୍ୟମା (median) କୁହାଯାଏ । ଚିତ୍ର 2.13 ରେ A ଗୋଟିଏ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁ । A ର ସମ୍ମୁଖୀନ ବାହୁ $\overline{BC}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ D ଅଟେ । ତେଣୁ $\overline{AD}$ ଗୋଟିଏ ମଧ୍ୟମା । ସେହିପରି $\overline{BE}$ ଓ $\overline{CF}$ ଆଉ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟମା । କୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜର ତିନୋଟି ମଧ୍ୟମା ଥାଏ ।



(ଚିତ୍ର 2.13)

ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣମାନଙ୍କ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ (Bisectors of the angles of a triangle or Angle-bisectors of a triangle):

ΔABC ର କୋଣମାନଙ୍କର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ରଶ୍ମିଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ, $\overrightarrow{AX}$, $\overrightarrow{BY}$ ଏବଂ $\overrightarrow{CZ}$ । ସେଗୁଡ଼ିକ ଯଥାକ୍ରମେ ∠A, ∠B ଓ ∠C ର ଅନ୍ତଃସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଅଟନ୍ତି । (ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ କେବଳ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ କହିଲେ ଠିକ୍ ହେବ ।)



(ଚିତ୍ର 2.14)

ପରୀକ୍ଷଣ-2:ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁତ୍ରୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ ନିରୂପଣ ।

ତିନୋଟି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରି (ସ୍କେଲ୍, କମ୍ପାସ୍ ଓ ଆବଶ୍ୟକ ହେଲେ ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର୍ ସାହାଯ୍ୟରେ) ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଚିତ୍ର ନଂ 1, 2, 3 ରୂପେ ଚିହ୍ନଟ କର । ପ୍ରତ୍ୟେକର ନାମ ΔABC ଦିଅ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରୁ ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପି ପରବର୍ତ୍ତୀ ସାରଣୀ ପୂରଣ କର ।

ଚିତ୍ର ନଂ	AB	BC	CA	AB + BC	BC + CA	CA + AB
1						
2						
3						

ସାରଣୀ - 2.2

ସାରଣୀରୁ ଦେଖିବ ଯେ,

$AB + BC > CA$, $BC + CA > AB$, $AB + CA > BC$

ସିଦ୍ଧାନ୍ତ - 2 : ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ଯେକୌଣସି ଦୁଇ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି ଏହାର ତୃତୀୟ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟଠାରୁ ବୃହତ୍ତର ।

ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ-1: AB= 2 ସେ.ମି., BC = 4 ସେ.ମି., CA = 6 ସେ.ମି. ହେଲେ ΔABC ଅଙ୍କନ ହୋଇପାରିବ କି ?

ଲକ୍ଷ୍ୟକର, ଦୁଇଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି ତୃତୀୟ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସହ ସମାନ । ଅର୍ଥାତ୍ $AB + BC = CA$ ହେତୁ A - B - C ହେବ । ଏଠାରେ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ ।

2. ଯେକୌଣସି ΔABC ରେ $AB + BC > CA$ କିମ୍ବା $AB + BC - BC > CA - BC$

କିମ୍ବା $AB > CA - BC$ କିମ୍ବା $CA - BC < AB$

ଅନୁସିଦ୍ଧାନ୍ତ : ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ଯେକୌଣସି ଦୁଇବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅନ୍ତର ତୃତୀୟ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଠାରୁ କ୍ଷୁଦ୍ରତର ।

AB = 2 ସେ.ମି., BC = 3 ସେ.ମି. ଓ CA = 6 ସେ.ମି. ହେଲେ, ΔABC ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ କି ?

ଲକ୍ଷ୍ୟକର, ଏଠାରେ $CA - BC > AB$ । ତେଣୁ ΔABC ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ ।

(ଏଠାରେ $AB + BC < CA$ । ତେଣୁ ΔABC ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ ।)

ପରୀକ୍ଷଣ-3: ଏକ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ସର୍ବସମ ବାହୁଦ୍ୱୟର ସମ୍ମୁଖୀନ କୋଣଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ସଂପର୍କ ନିରୂପଣ ।

ସ୍କେଲ୍ କମ୍ପାସ୍ ଓ ଆବଶ୍ୟକ ହେଲେ ସେଟ୍‌ସ୍କୋୟାର ସାହାଯ୍ୟରେ ତିନୋଟି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଆକୃତିର ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରେ ସମାନ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ବାହୁ ଦ୍ୱୟର ନାମ $\overline{AB}$ ଓ $\overline{AC}$ ଦିଅ । ସମାନ ଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଏହି ବାହୁମାନଙ୍କର ସମ୍ମୁଖୀନ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ମାପ । ଚିତ୍ର ତ୍ରୟକୁ ଚିତ୍ର ନଂ -1, ଚିତ୍ର ନଂ - 2 ଓ ଚିତ୍ର ନଂ - 3 ନାମରେ ସୂଚିତ କର ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରୁ ନିର୍ଣ୍ଣିତ ମାପଗୁଡ଼ିକ ନେଇ ପ୍ରଦତ୍ତ ସାରଣୀ ପୂରଣ କର ।

ଚିତ୍ର ନଂ	AB	AC	m∠ABC	m∠ACB
1				
2				
3				

ସାରଣୀ - 2.3

ସାରଣୀର ଦେଖିବା ଯେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରେ ସମାନ ଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ ବାହୁ $\overline{AB}$ ଓ $\overline{AC}$ ର ସମ୍ମୁଖୀନ କୋଣ ∠ABC ଓ ∠ACB ର ପରିମାଣ ସମାନ ।

ସିଦ୍ଧାନ୍ତ - 3 : ଯେକୌଣସି ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ସମାନ ଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ ବାହୁଦ୍ୱୟର ସମ୍ମୁଖୀନ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ସମାନ ।

ଅନୁସିଦ୍ଧାନ୍ତ : ଏକ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣତ୍ରୟର ପରିମାଣ ସମାନ ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକର ପରିମାଣ 60^0 ।

ପରୀକ୍ଷଣ-4:ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ କୋଣଥିବା ତ୍ରିଭୁଜର ସର୍ବସମ କୋଣଦ୍ୱୟର ସମ୍ମୁଖୀନ ବାହୁଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ସଂପର୍କ ନିରୂପଣ ।

(i) $\overline{BC}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କର ।

(ii) $\overline{BC}$ ସହ B ଠାରେ ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ ସୃଷ୍ଟି କରୁଥିବା ଏକ ରଶ୍ମି ଅଙ୍କନ କର ।

(iii) $\overline{BC}$ ସହ C ଠାରେ ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ ଅଙ୍କନ କରୁଥିବା ଏକ ରଶ୍ମି ଅଙ୍କନ କର, ଯେପରିକି C ଠାରେ ଅଙ୍କିତ କୋଣର ପରିମାଣ ଓ B ଠାରେ ଅଙ୍କିତ କୋଣର ପରିମାଣ ପରସ୍ପର ସମାନ ହେବେ (ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ବ୍ୟବହାର କରି ଅଙ୍କନ କରିବ) ଏବଂ (ii) ଓ (iii) ରେ ଅଙ୍କିତ ରଶ୍ମିଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରିବେ । ଏହି ଛେଦବିନ୍ଦୁର ନାମ A ଦିଅ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ମିଳିଥିବା ΔABC ରେ m∠B = m∠C । ସେହି ପ୍ରଣାଳୀରେ ଆଉ ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କର ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥଳେ ତ୍ରିଭୁଜର ନାମ ABC ଦିଅ ଯେପରିକି m∠B = m∠C । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରୁ AB ଓ AC ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପି ନିମ୍ନସାରଣୀ ପୂରଣ କର ।

ଚିତ୍ର ନଂ	AB	AC
1		
2		
3		

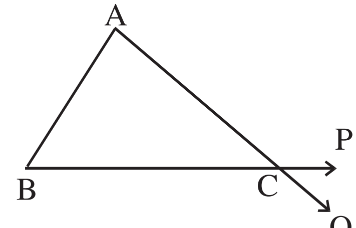
ସାରଣୀ - 2.4

ସାରଣୀରୁ ଦେଖିବ ଯେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ତ୍ରିଭୁଜରେ AB = AC

ସିଦ୍ଧାନ୍ତ- 4: ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇଟି କୋଣର ପରିମାଣ ସମାନ ହେଲେ, ଏହି କୋଣଦ୍ୱୟର ସମ୍ମୁଖୀନ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ।

2.5 ତ୍ରିଭୁଜର ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ :

ଯେକୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣତ୍ରୟକୁ ଆମେ ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣ (Interior angles) ବୋଲି କହିଥାଉ ।



(ଚିତ୍ର 2.15)

ଚିତ୍ର 2.15 ରେ $\overrightarrow{CB}$ ର ବିପରୀତ ରଶ୍ମି $\overrightarrow{CP}$ ହେଲେ, ∠ACB ର ଏକ ସନ୍ନିହିତ ପରିପୂରକ ∠ACP ମିଳିଥାଏ । ସେହିପରି $\overrightarrow{CA}$ ର ବିପରୀତ ରଶ୍ମି $\overrightarrow{CQ}$ ହେଲେ, ∠ACB ର ଅନ୍ୟ ଏକ ସନ୍ନିହିତ ପରିପୂରକ ∠BCQ ମିଳିଥାଏ ।

$\overrightarrow{BP}$ ଓ $\overrightarrow{AQ}$ ର ଛେଦବିନ୍ଦୁ C ହେତୁ, ∠ACP ଓ ∠BCQ ଏକ ଯୋଡ଼ା ପ୍ରତୀପ କୋଣ ।

ଫଳରେ ସେ କୋଣଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ସମାନ । ସଂଜ୍ଞା ଅନୁଯାୟୀ ΔABC ର C ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁରେ ଅବସ୍ଥିତ ଦୁଇଟି ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ ହେଲେ ∠ACP ଓ ∠BCQ ।

ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଯେ ∠PCQ, ΔABC ର ଏକ ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ ନୁହେଁ ।

ତ୍ରିଭୁଜର ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କେତେକ **ଜାଣିବା କଥା:**

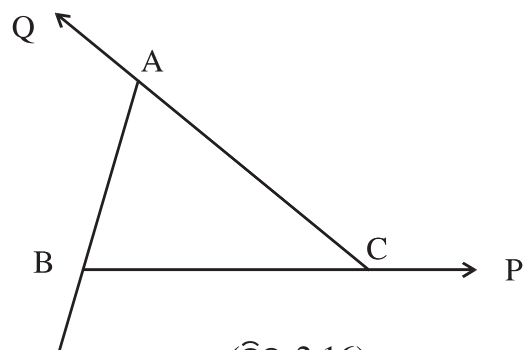
(i) **ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରେ ଦୁଇଟି ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ ପାଇବା ସମ୍ଭବ** ଓ ଏ ଦୁଇଟିର ପରିମାଣ ସମାନ ।

(ii) ତ୍ରିଭୁଜର କୌଣସି ଏକ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରେ ଥିବା ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣ ଓ ଏକ ବହିଃସ୍ଥ କୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0 ।

(iii) ΔABC ର ∠B ଓ ∠C ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ A ଠାରେ ଥିବା ବହିଃସ୍ଥ କୋଣର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ଦୂରବର୍ତ୍ତୀ କୋଣ (Remote Interior angle) କୁହାଯାଏ ।

ପରୀକ୍ଷଣ– 5 :

କୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜର ଏକ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରେ ଥିବା ଗୋଟିଏ ବହିଃସ୍ଥ କୋଣର ପରିମାଣ ସହିତ ଏହାର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ଦୂରବର୍ତ୍ତୀ କୋଣ ଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ମଧ୍ୟରେ ସଂପର୍କ ନିରୂପଣ ।



(ଚିତ୍ର 2.16)

ଚିତ୍ର 2.16 ଭଳି ତିନୋଟି ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରି ପ୍ରତ୍ୟେକଟିକୁ ABC Δ ରୂପେ ନାମିତ କର । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରେ $\overrightarrow{CB}$ ବିପରୀତ ରଶ୍ମି $\overrightarrow{CP}$, $\overrightarrow{AC}$ ବିପରୀତ ରଶ୍ମି $\overrightarrow{AQ}$ ଏବଂ $\overrightarrow{BA}$ ର ବିପରୀତ ରଶ୍ମି $\overrightarrow{BR}$ ଅଙ୍କନ କର ।

∠A, ∠B, ∠C, ବହିଃସ୍ଥ ∠ACP, ∠BAQ ଓ ∠CBR ର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର (ପ୍ରୋଟ୍ରାକ୍ଟର ସାହାଯ୍ୟରେ) ଓ ନିମ୍ନ ସାରଣୀ ପୂରଣ କର ।

ଚିତ୍ର ନଂ	m∠A+m∠B	m∠ACP	m∠B+m∠C	m∠BAQ	m∠C+m∠A	m∠CBR
1						
2						
3						

ସାରଣୀ - 2.5

ଉପରିସ୍ଥ ସାରଣୀରୁ ଦେଖିଲେ ଯେ,

m∠ACP = m∠BAC + m∠ABC; m∠BAQ = m∠ABC + m∠BCA ଏବଂ

m∠CBR = m∠CAB + m∠BCA ।

ସିଦ୍ଧାନ୍ତ -5 : କୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜର ଏକ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରେ ଥିବା ଗୋଟିଏ ବହିଃସ୍ଥ କୋଣର ପରିମାଣ ଏହାର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ଦୂରବର୍ତ୍ତୀ କୋଣଦ୍ୱୟର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି ସଙ୍ଗେ ସମାନ ।

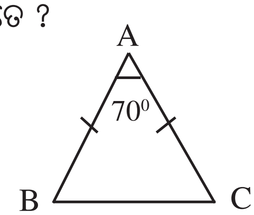
ଆଲୋଚିତ ସିଦ୍ଧାନ୍ତମାନଙ୍କର ଉପରେ ଆଧାରିତ କେତେକ ଉଦାହରଣ ।

ଉଦାହରଣ–1: ଯେଉଁ ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇଟି କୋଣର ପରିମାଣ 110^0 ଓ 36^0 ତାହାର ତୃତୀୟ କୋଣର ପରିମାଣ କେତେ ?

ସମାଧାନ : ତ୍ରିଭୁଜର ତିନିକୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0 । ଦୁଇଟି କୋଣର ପରିମାଣ 110^0 ଓ 36^0 ।

$\therefore$ ଏହାର ତୃତୀୟ କୋଣର ପରିମାଣ $= 180^0 - (110^0 + 36^0) = 180^0 - 146^0 = 34^0$ । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ – 2: ଗୋଟିଏ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଶୀର୍ଷକୋଣର ପରିମାଣ 70^0 ହେଲେ, ଏହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭୂମି ସଂଲଗ୍ନ କୋଣର ପରିମାଣ ଏବଂ C ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁଠାରେ ବହିଃସ୍ଥ କୋଣର ପରିମାଣ କେତେ ?



(ଚିତ୍ର 2.17)

ସମାଧାନ : ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ΔABC ସମଦ୍ୱିବାହୁ । ଏଠାରେ AB = AC

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ $m\angle A = 70^0$

ଯେହେତୁ AB = AC, ତେଣୁ $m\angle B = m\angle C$

ତ୍ରିଭୁଜର ତିନିକୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0 ।

$\therefore$ ଭୂମି-ସଂଲଗ୍ନ କୋଣଦ୍ୱୟର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି $= 180^0 - 70^0 = 110^0$

$\therefore$ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭୂମି-ସଂଲଗ୍ନ କୋଣର ପରିମାଣ $= \frac{110^0}{2} = 55^0$ ।

$\therefore$ C ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁଠାରେ ବହିଃସ୍ଥ କୋଣର ପରିମାଣ $= m\angle A + m\angle B = 70^0 + 55^0 = 125^0$ । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ–3 : ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ଅନ୍ୟଟିର ଦୁଇଗୁଣ ହେଲେ, ସୂକ୍ଷ୍ମ କୋଣ ଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ : ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ କୋଣ ସମକୋଣ ।

$\therefore$ ଅନ୍ୟ ଦୁଇ ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି $= 180^0 - 90^0 = 90^0$

ମନେକର ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣର ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକର ପରିମାଣ x^0 ଏବଂ ଅନ୍ୟଟିର ପରିମାଣ $2x^0$

$\therefore x^0 + 2x^0 = 90^0 \Rightarrow 3x^0 = 90^0$

ଗୋଟିଏ ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣର ପରିମାଣ $= x^0 = \frac{90^0}{3} = 30^0$

$\therefore$ ଅନ୍ୟ ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣର ପରିମାଣ $= 2x^0 = 2 \times 30^0 = 60^0$ । (ଉତ୍ତର)

ଅନୁଶୀଳନୀ - 2

1. ନିମ୍ନ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକ ଠିକ୍ ଥିଲେ କୋଠରି ମଧ୍ୟରେ ✓ ଚିହ୍ନ ଓ ଭୁଲ୍ ଥିଲେ ✗ ଚିହ୍ନ ଦିଅ ।

(a) $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{BC}, \overleftrightarrow{CA}$ ପ୍ରତ୍ୟେକ, ତ୍ରିଭୁଜ ABC ର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ବାହୁ । ☐

(b) $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ ଓ $\overline{CA}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ ତ୍ରୟଦ୍ୱାରା ΔABC ଗଠିତ ହୁଏ । ☐

(c) ତ୍ରିଭୁଜ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ସେଟ୍ ।

(d) ଗୋଟିଏ ସ୍ଥୂଳକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ ଅତି ବେଶିରେ ଗୋଟିଏ ସ୍ଥୂଳକୋଣ ରହିବ ।

(e) ΔABC ର $\angle B$ ଓ $\angle C$ କୁ A ଠାରେ ଥିବା ବହିଃସ୍ଥ କୋଣର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ଦୂରବର୍ତ୍ତୀ କୋଣ କୁହାଯାଏ ।

(f) ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ ଅତି ବେଶିରେ ଦୁଇଗୋଟି ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ ରହିପାରିବ ।

(g) ΔABC ରେ $AB = AC$ ହେଲେ $\angle A$ ଓ $\angle B$ ର ପରିମାଣଦ୍ୱୟ ସମାନ ହେବେ ।

(h) ତ୍ରିଭୁଜର ମଧ୍ୟମାତ୍ରୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁ ସର୍ବଦା ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ ଅବସ୍ଥାନ ନ କରିପାରନ୍ତି ।

(i) ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇକୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି ସର୍ବଦା ତୃତୀୟ କୋଣର ପରିମାଣ ଠାରୁ ବୃହତ୍ତର ।

(j) ତ୍ରିଭୁଜର କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁତ୍ରୟ ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ଅଟନ୍ତି ।

(k) ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି ତୃତୀୟ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅପେକ୍ଷା ବୃହତ୍ତର ।

(l) ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ଏକ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁରେ ଉତ୍ପନ୍ନ ବହିଃସ୍ଥ କୋଣର ପରିମାଣ ସର୍ବଦା ଏହି ଶୀର୍ଷସ୍ଥ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣର ପରିମାଣଠାରୁ ବୃହତ୍ତର ।

2. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

(a) ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ---- ଗୋଟି ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁ ଅଛି ।

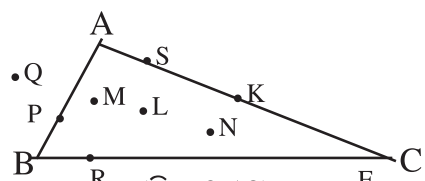
(b) ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ମଧ୍ୟମା ସଂଖ୍ୟା ---- ।

(c) ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁ ସଂଖ୍ୟା ---- ।

(d) ଗୋଟିଏ ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁରୁ ବିପରୀତ ବାହୁ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ ସଂଖ୍ୟା ---- ।

(e) ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣ ସଂଖ୍ୟା ----- ।

3. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର ଦେଖି ସାରଣୀରେ ଥିବା ବିନ୍ଦୁର ଅବସ୍ଥାନ ଅନୁଯାୟୀ ଉପଯୁକ୍ତ କୋଠରିରେ ✓ ଚିହ୍ନ ଦିଅ ।

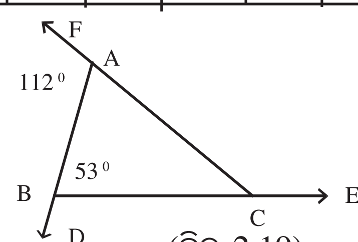


(ଚିତ୍ର 2.18)

ବିନ୍ଦୁର ଅବସ୍ଥିତି	A	B	C	P	Q	R	L	E	M	N	S	K
ΔABC ଉପରେ												
ΔABC ର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ												
ΔABC ର ବହିର୍ଦେଶରେ												

ସାରଣୀ - 2.6

4. ΔABC ର ବହିଃସ୍ଥ କୋଣମାନ $\angle BAF$, $\angle CBD$ ଏବଂ $\angle ACE$ । ଯଦି $m\angle BAF = 112^0$ ଏବଂ $m\angle ABC = 53^0$, ତେବେ ଅନ୍ୟ ସମସ୍ତ କୋଣର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର ।



(ଚିତ୍ର 2.19)

5. ΔABC ର $m\angle A = 72^0$ ଓ $m\angle B = 36^0$ ହେଲେ $\angle C$ ର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର । ΔABC କି ପ୍ରକାର ତ୍ରିଭୁଜ ? ଏହାର ଉତ୍ତର କାରଣ ସହ ଦର୍ଶାଅ ।

6. ΔABC ର $\angle A$ ର ପରିମାଣ $\angle B$ ର ପରିମାଣ ଅପେକ୍ଷା 10^0 ଅଧିକ ଓ $\angle B$ ର ପରିମାଣ $\angle C$ ର ପରିମାଣ ଅପେକ୍ଷା 10^0 ଅଧିକ ହେଲେ, କୋଣତ୍ରୟର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର ।

7. ΔABC ରେ $m\angle B = 90^0$ ହେଲେ, ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

(i) $m\angle A + m\angle C =$ କେତେ ?

(ii) $AB = BC$ ହେଲେ $m\angle A$ କେତେ ?

(iii) $m\angle C = 30^0$ ହେଲେ $m\angle A$ କେତେ ?

(iv) B ବିନ୍ଦୁରେ ΔABC ର ବହିଃସ୍ଥ କୋଣର ପରିମାଣ କେତେ ?

(v) $m\angle A = 45^0$ ହେଲେ ΔABC ର କେଉଁ ଦୁଇ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ହେବେ ?

8. ABC ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର $m\angle B = 90^0$, $\angle A$ ର ପରମାଣ, $\angle C$ ପରିମାଣର 5 ଗୁଣ ହେଲେ, କୋଣଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର ।

9. ΔABC ର $m\angle A = 48^0$ ଓ $m\angle B = 110^0$ ହେଲେ ନିମ୍ନସ୍ଥ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକରେ ଥିବା ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

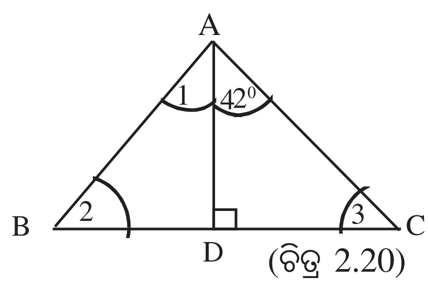
(a) ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ---- ରେ ଥିବା ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ ଏକ ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ ।

(b) ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ A ଠାରେ ଥିବା ବହିଃସ୍ଥ କୋଣର ପରିମାଣ ---- ।

(c) B ଠାରେ ଥିବା ବହିଃସ୍ଥ କୋଣର ପରିମାଣ ---- ।

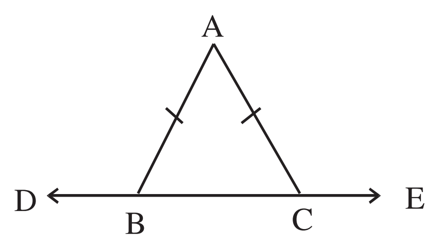
(d) C ଠାରେ ଥିବା ବହିଃସ୍ଥ କୋଣର ପରିମାଣ ----- ।

10. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, $AD = BD$ ଓ $m\angle DAC = 42^0$ ହେଲେ, 1, 2, 3 ଚିହ୍ନିତ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର ।



(ଚିତ୍ର 2.20)

11. ΔABC (ଚିତ୍ର 2.21)ରେ $AB = AC$ ହେଲେ ଦର୍ଶାଅ ଯେ, B ଓ C ବିନ୍ଦୁରେ ଉତ୍ପନ୍ନ ବହିଃସ୍ଥ କୋଣଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ସମାନ ।

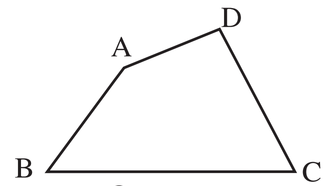


(ଚିତ୍ର 2.21)

12. ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ଏକ ବହିଃସ୍ଥ କୋଣର ପରିମାଣ 120^0 ଏବଂ ତାହାର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ଦୂରବର୍ତ୍ତୀ କୋଣଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକର ପରିମାଣ 70^0 ହେଲେ, ଅନ୍ୟ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ଦୂରବର୍ତ୍ତୀ କୋଣଟିର ପରିମାଣ କେତେ ?

13. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଅ ଯେ,

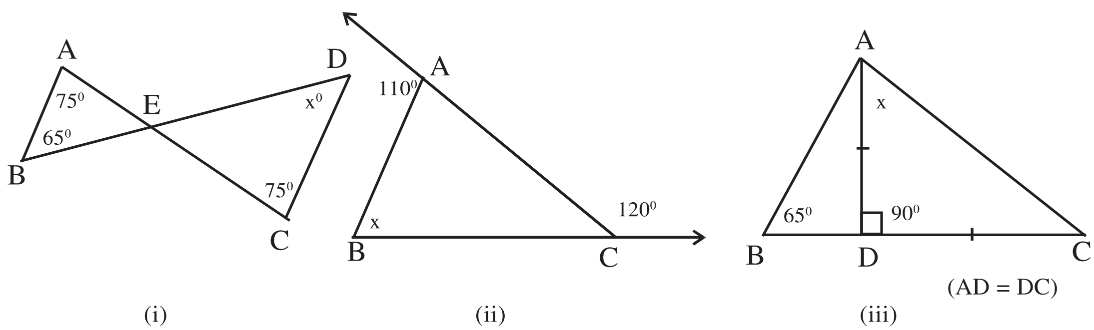
$AB + BC + CD + AD > 2AC$



(ଚିତ୍ର 2.22)

14. ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ତିନିକୋଣ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକର ପରିମାଣ, କ୍ଷୁଦ୍ରତମ କୋଣର ପରିମାଣର ଦୁଇଗୁଣ ଏବଂ ଅନ୍ୟଟିର ପରିମାଣ, କ୍ଷୁଦ୍ରତମ କୋଣର ପରିମାଣର ତିନିଗୁଣ ହେଲେ, ବୃହତ୍ତମ କୋଣର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର ।

15. ଚିତ୍ର 2.23 (i), (ii) ଓ (iii) ରେ ଥିବା ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରମାନଙ୍କରେ 'x' ଚିହ୍ନିତ କୋଣର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର ।



(ଚିତ୍ର 2.23)

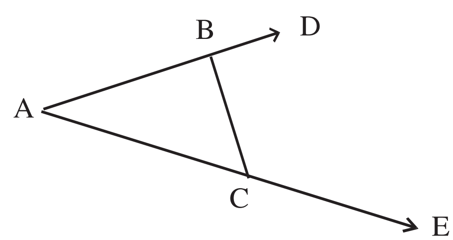
16. ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣତ୍ରୟର ପରିମାଣର ଅନୁପାତ 2:3:4 ହେଲେ, ସେମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର ।

17. ΔABC ରେ $m\angle A + m\angle B = 125^0$ ଏବଂ $m\angle A + m\angle C = 113^0$ ହେଲେ, ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣତ୍ରୟର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର ।

18. ΔABC ରେ ଯଦି $2m\angle A = 3m\angle B = 6m\angle C$ ହୁଏ, କୋଣତ୍ରୟର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର ।

19. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ର 2.24 ରେ ଦର୍ଶାଅଯେ,

$m\angle DBC + m\angle BCE > 2m\angle A$



(ଚିତ୍ର 2.24)

20. ΔABC ର $m\angle A = m\angle B + m\angle C$ ଏବଂ $m\angle B = 2m\angle C$ ହେଲେ, କୋଣତ୍ରୟର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର ।

*****