اب 3

حإرضلعي كي تفهيم

3.1 تعارف

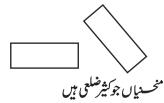
آپ جانتے ہیں کہ کاغذ ہموار طے (Plane Surface) کے لیے ماڈل ہے۔ جب آپ پنسل کو کاغذ سے ہٹائے بغیر قطوں کو آپس میں ملاتے ہیں (واحد نقطوں کو چھوڑ کرڈرائنگ کے کسی بھی حصہ کو دوبارہ بنائے بغیر) تو آپ کو ایک منحنی مستوی (Plane Curve) حاصل ہوتی ہے۔ پچھیلی جماعتوں میں آپ الگ الگ قتم کی مخسینوں کے بارے میں آپ پڑھ چکے ہیں آھیں یاد کرنے کی کوشش کیجھے۔ مندرجہ ذیل کو ملائے: (احتیاط! ایک شکل ایک سے زیادہ ہے بھی میل کھا سکتی ہے)۔

شم	شکل
(a) ساده بنمخنی	(1)
(b) بند منحنی جوسادہ نہیں ہے	(2)
(c) ساده مخنی جو ہندئہیں ہے	(3)
(d) ساده مختی نهیں	(4)

ا پے میل (matchings) کا پنے دوستوں کے میل سے مواز نہ کیجے ۔ کیاوہ راضی ہیں؟

(Polygons) کثیرضلعی 3.2

ایک بندسادہ مخنی جو صرف قطعات خط کی بنی ہوئی ہو کثیر ضلعی (Polygons) کہلاتی ہے۔



منحسنیاں جو کثیر ضلعی نہیں ہیں

کیا آپ درج بالا ہرایک شکل کے ور وں کا نام ہتا سکتے ہیں؟ (شکل 3.1) کیا PQ ایک ورج؟ LN کے بارے میں آپ کا کیا خیال ہے؟ آپ بند منحنی کے اندرون اور بیرون کے بارے میں پہلے پڑھ چکے ہیں (شکل 3.2)۔

پيرون پيرون

شكل 3.2

اندرون کی ایک حد (boundary) ہوتی ہے۔ کیا بیرون کی کوئی حد ہوتی ہے؟ اپنے دوستوں کے ساتھ بحث تیجیے۔

3.2.3 محدب اورمقع کثیر ضلعی (Convex and Concave Polygons) محدب اورمقع کثیر ضلعی

یہاں کچھ محدب (Convex) کثیر ضلعی اور کچھ مقعر کثیر ضلعی (Concave Polygons) دیے گئے ہیں۔ (شکل 3.3)

مقعر كثيرضلع

محدب كثير ضلعي

33, 12

کیا آپ معلوم کر سکتے ہیں کہ اس قتم کے کثیر ضلعی ایک دوسرے سے س طرح مختلف ہیں؟ کثیر ضلعی جو محدب ہیں ان کے ور وں کا کوئی بھی حصہ ان کے بیرون میں نہیں ہے اور کوئی بھی قطع خط جو دونقاط کو ملا رہا ہے کثیر ضلعی کے اندر مکمل طور پر موجود ہوگا۔ کیا یہی بات مقعر کثیر ضلعی کے لیے بھی کہی جاسکتی ہے؟ دی ہوئی شکلوں کا مطالعہ تیجے اور بتا یئے کہ محد ب اور مقعر کثیر ضلعی سے کیا مراد ہے۔ ہرایک قتم کے دورف خاکے بنا یئے۔ اس جماعت میں ہم محد ب کثیر ضلعی کے بارے میں ہی مطالعہ کریں گے۔

(Regular and irregular Polygons) منظم اورغير منظم كثير ضلعي **3.2.4**

ایک منظم کثیر ضلعی مساوی ضلعی اور' مساوی زاویائی' دونوں ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر مربع کے اضلاع اوراس کے زاویہ مساوی ہوتے ہیں یعنی ان کے اضلاع کی لمبائی آپس میں برابر ہوتی ہیں۔ زاویوں کی پیائش بھی برابر ہوتی ہے۔ اس لیے بیا کیے منظم کثیر ضلعی

کثیر ضلعی کی کچھ مثالیں اورغیر مثالیں دینے کی کوشش کیجیے۔ کثیر ضلعی کی ایک رفشکل بنایئے اوراس کے اضلاع اور راسوں کی شناخت کیجیے۔

3.2.1 کیش شلعی کی درجه بندی

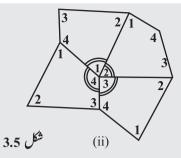
ہم کثیر ضلعی کی درجہ بندی ان کے اضلاع کی تعداد (پاراسوں) کے مطابق کرتے ہیں۔

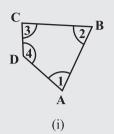
نمونه شکل	درجه بندی	اضلاع یا راسوں کی تعداد
	شكث (Triangle)	3
	(Quadrilateral) چار ضلعی	4
	پانچضلعی (Pentagon)	5
	(Hexagon) (مسدس (چیشلعی)	6
	ہفت(سات) ضلعی (Heptagon)	7
	ہشت (آٹھ) ضلعی (Octagon)	8
C	نهم (نو)ضلعی (Nonagon)	9
	(Decagon) دہم (دس) ضلعی	10
		:
	n-gon) ضلعی	n

رِّمَ 3.2.2

وتر (Diagonals) ایک ایسا قطع خط ہے جو کثیر ضلعی کے دومتبادل راسوں کو ملا تاہے (شکل 3.1)۔

ایبا کرنے کے لیے آپ اسے پلیٹ کرسیج کناروں کوملا سکتے ہیں تا کہ وہ ٹھیک ڈھنگ سے لگ جائیں۔



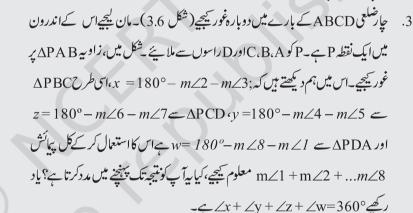


آپاک، ۷۷، د/اور4/ کے مجموع کے بارے میں کیا کہیں گے؟

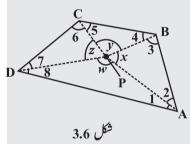
[نوٹ: ہم زاویوں کو اے ، 2 کے ، 3 کے وغیرہ سے ظاہر کرتے ہیں اوران کی پیائش کو 1 سے ، 2 سے فیرہ

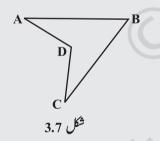
سے ظاہر کرتے ہیں]

ایک جار ضلعی کے جاروں زاویوں کی پیائش کا حاصل جمع _______ ہوتا ہے۔ آپ اس نتیجہ پراور بہت سے طریقوں سے بھی پہنچ سکتے ہیں۔



4. سیجی چارضلعی محدب تھے۔اگر چارضلعی محدب نہیں ہوتے تو کیا ہوتا؟ چارضلعی ABCD پرغور سیجے۔اسے دومثلثوں میں تقسیم سیجے اوران کے اندرونی زاویوں کا عاصل جمع معلوم سیجے (شکل 3.7)۔





مشق 3.1 **ا**

1. يهال كيح شكليل دى گئي بيل-

(4)

(3)

(2)

(1)

(Regular Polygon) ہے۔ایک مستطیل مساوی زاویائی ہوتا ہے لیکن مساوی ضلعی نہیں ہوتا۔ کیا مستطیل ایک منظم کثیر ضلعی ہے؟ کیاایک مساوی ضلعی مثلث ایک منظم کثیر ضلعی ہے؟ کیوں؟

منظم كثير ضلعي

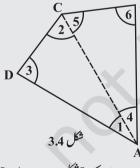
كثير ضلعى جومنظم نهيس ہيں

[نوث: یا کااستعال مساوی لمبائی والے قطعات کوظا ہر کرتا ہے] پچپلی جماعتوں میں آپ نے کسی ایسے چارضلعی کودیکھا ہے جو مساوی ضلعی تو ہے لیکن مساوی زاویائی نہیں؟ یادیجھے کہ آپ نے پچپلی جماعتوں میں ایسے کئی قتم کے چارضلعی دیکھے ہیں جیسے مستطیل ، معین اور مربع وغیرہ۔ کیا ایسا کوئی مثلث ہے جو مساوی ضلعی تو ہے لیکن مساوی زاویائی نہیں؟

(Angle Sum Property) زاويول کي جمعي خصوصيات (3.2.5

کیا آپ کوایک مثلث کے زاویوں کی جمعی خصوصیت یاد ہے؟ مثلث کے تینوں زاویوں کی پیائش کا حاصل جمع °180 ہوتا ہے۔ ذرا اُس طریقے کو دوہرائیۓ جس کی مدد سے ہم اس حقیقت کو ثابت کرتے ہیں۔اب ہم اس تصور کی توسیع چار ضلعی کے لیے کرنے کی کوشش کرتے ہیں۔

اسے پیچیے



- کوئی ایک چار ضلعی لیجیے، جیسے ABCD (شکل 3.4)۔اس کو وتر بنا کر دومثلثوں میں تقسیم سیجیے۔اس طرح آپ کو چھزاویے 5,4,3,2,1 اور 6 حاصل ہوتے ہیں۔ مثلث کے زاویوں کی جمعی خصوصیت کا استعال کر کے بحث سیجیے کہ کس طرح سے مثلث کے زاویوں کی جمعی خصوصیت کا استعال کر کے بحث سیجیے کہ کس طرح سے مثلث کے زاویوں کی جمعی خصوصیت کا استعال کر کے بحث سیجیے کہ کس طرح سے مثلث کے زاویوں کی جمعی خصوصیت کا عاصل جمع °3600 = 180° + 180° کے برابر ہے۔
- 2. کسی چارشلعی A B C D کے چارمماثل گئے کی کا پیاں لیجے جس میں اس طرح کے زاویے ہوں جیسے کہ [شکل (i) 3.5 میں] دکھائے گئے ہیں۔ان کا پیول کوشکل میں دکھائے گئے طریقے سے ترتیب دیجیے۔ جہاں زاویہ اک، 2ک، 4ک ایک ہی نقطہ پر ملتے ہیں [شکل (ii) 3.5]۔

مندر جه ذیل شکلول میں x کی قدر (زاویوں کی قدر) معلوم کیجے۔

(b) (a) x x (c) 7. x + y + z (a)

(Sun of the Measures ایک کثیر ضلعی کے خارجی زاویوں کی پیمائشوں کا حاصل جمع of the Exterior Angles of a Polygon)

ہوت ہی حالتوں میں خارجی زاویوں کی معلومات داخلی زاویوں اور اصلاع کی شم پر روشنی ڈالتی ہے۔

5. ایک منظم کثیر ضلعی کیا ہے؟
 منظم کثیر ضلعی کا نام بتا ہے جس میں
 (ii) 3 اضلاع ہوں
 (ii) 4 اضلاع ہوں

10 (c) 8 (b)

مثال 2: ایک کثیر ضلعی کے اضلاع کی تعداد معلوم تیجے جس کے ہرایک خارجی زاویہ کی پیائش 45° ہے۔

عل : تمام خارجی زاویوں کی کل پیائش = 360°

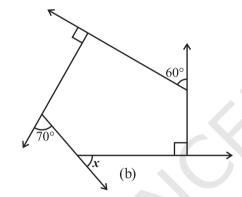
ہرایک بیرونی زاویہ کی پیائش = 45°

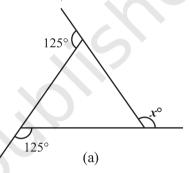
اس کیے، بیرونی زاویوں کی تعداد = 8 =

کثیرضلعی کے 8 ضلعے ہیں۔

مش 3.2

1. مندرجه ذیل اشکال مین x معلوم تیجیه





- 2. ایک منظم کثیر ضلعی کے بیرونی زاویه کی پیائش معلوم کیجیے جس میں
- (ii) 15 اضلاع ہوں
- (i) و اضلاع ہوں
- 3. ایک منظم کثیر ضلعی میں کتنے اضلاع ہوں گے اگرایک خارجی زاویی کی پیائش°24 ہے؟
- 4. ایک منظم کثیر ضلعی میں اضلاع کی تعداد کیا ہوگی اگراس کے ہرایک داخلی زاویہ کی پیائش 165° ہو؟
 - 5. (a) کیااییا کثیر ضلعی ممکن ہے جس کے ہرخار جی زاویہ 22 کی پیائش ہو؟
 - (b) کیابیالیک منظم کیر ضلعی کا داخلی زاویه ہوسکتا ہے؟ کیوں؟
 - 6. (a) ایک منظم کیر ضلعی میں کم ہے کم کتنی پیاکش کا داخلی زاو میمکن ہے؟
 - (b) ایک منظم کثیر ضلعی میں زیادہ سے زیادہ کتنی پیائش کا بیرونی زاویم کن ہے؟

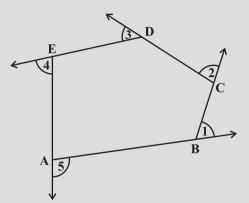
(Kinds of Quadrilateral) جارضلعی کی قشمیں **3.4**

اضلاع یازاویوں کی بنیاد پر چارضلعی کوخصوص نام دیے جاسکتے ہیں۔

(Trapezium) منحرف **3.4.1**

منحرف (Trapezium) ایک ایسا چار ضلعی ہے جس میں اضلاع کا ایک جوڑ امتوازی ہوتا ہے۔

اسے پیچیے



فرش پرچپاک سے ایک کیر ضلعی بنایئے (شکل میں ایک پانچ ضلعی بنایئے (شکل میں ایک پانچ صلعی علمی ABCDE دکھایا گیا ہے) (شکل 3.8)۔ ہم زاویوں کی کل پیمائش معلوم کرنا چپاہتے ہیں لیعنی $m \ge 1 + m \ge 1 + m \ge 1 + m \ge 1 + m \ge 1$

A سے شروع کیجیے۔ AB کے برابر چلیے۔ B پر پہنچنے کے بعد آپ کوزاویہ 1∠m پر گھو منے کی ضرورت ہے جس سے

شكل 3.8

آپ \overline{BC} کے برابر چل سکیں۔ C پر بہنچنے کے بعد \overline{CD} کے برابر چلنے کے لیے آپ کوزاویہ 2 سر پڑھو منے کی ضرورت ہے۔ آپ اس طرح چلنا جاری رکھیں جب تک آپ A B پر نہیں بہنچ جاتے ۔ اس طرح آپ نے ایک پورا چکر گھوم لیا ہے۔ اس لیے 2 + m اس لیے 2 + m اس کے 2 + m ان سب سکتے ہمی اصلاع ہوں ان سب کے لیے بھی اصلاع ہوں ان سب کے لیے بھی اصلاع ہوں ان سب کے لیے بھی حے ہے۔

اس لیے کسی بھی کثیر ضلعی کے خارجی زاویوں کا حاصل جمع °360 ہوتا ہے۔

مثال 1: شکل 3.9 میں x کی پیائش معلوم سیجیے۔

(کیوں؟)

 $x+90^{\circ}+50^{\circ}+110^{\circ}=360^{\circ}$: $\sqrt{}$

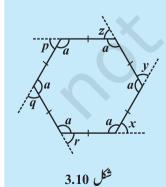
 $x + 250^{\circ} = 360^{\circ}$

 $x = 110^{\circ}$

شكل 3.9

كوشش سيحي

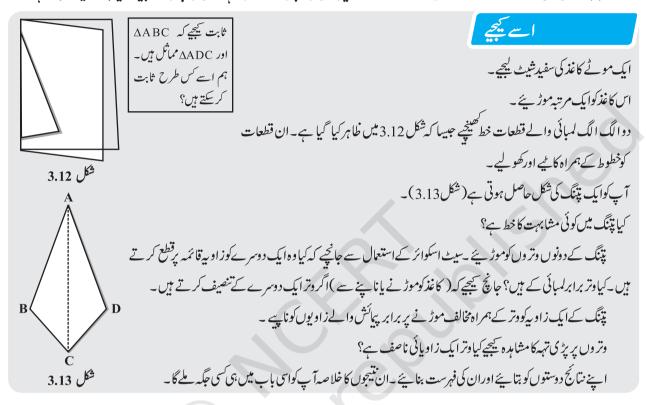
ايك منظم چيلعى مسدس شكل 3.10 كوليجي



- 1. اس کے خارجی زاولوں x, y, z, p, q, r کی پیاکشوں کا حاصل جمع کیا ہے؟
 - ? y = y = z = p = q = r
 - 3. ہرایک کی پمائش کیاہے؟
 - (ii) داخلی زاویی
- (i) خار جی زاویی
- 4. السمل كومندرجه ذيل معاملون مين دو ہرائيے
- (ii) ایک منظّم 20 ضلعی
- (i) ایک منظّم 8 ضلعی

ان اشکال کامطالعہ کیجیے اور بتائے کہ بینگ کس طرح کی ہے۔مشاہرہ کیجیے

- (i) تینگ کے 4 اضلاع ہیں (یوایک جا اضلعی ہے)۔
- (ii) اس میں دوالگ الگ لگا تا راضلاع کے جوڑے ہوتے ہیں جن کی لمپائی برابر ہوتی ہے۔اس کی جانچ کر لیجیے کہ کیا پینگ ایک مربع ہے۔



(Parallelogram) متوازى الاضلاع (3.4.3

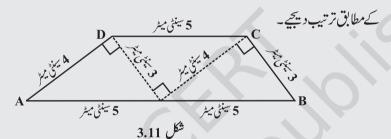
متوازیالاضلاع (Parallelogram) ایک جا رضلعی ہے۔جبیبا کہنام سے ظاہر ہےاس کا تعلق متوازی خطوط سے ہے۔

یمتوازی الاصلاع ہیں ہیں میمتوازی الاصلاع ہیں ان اشکال کا مطالعہ کیجیے اور اپنے الفاظ میں بتا ہے کہ متوازی الاصلاع سے ہماری کیا مراد ہے۔ اپنے مشاہدات کو اپنے دوستوں کے ساتھ بانٹیے ۔ اس کی جانچ کیجیے کہ کیا مستطیل ایک متوازی الاصلاع ہے۔

میمخرف ہیں درج بالاشکلوں پرغور کیجیے (مطالعہ کیجیے)اورا پنے دوستوں کے ساتھ بحث کیجیے کہ کیوں ان میں سے کچھ منحرف ہیں اور پچھ نہیں ہیں۔ (نوٹ: تیر کا نشان متوازی خطوط ظاہر کرتا ہے۔)

اسے پیچیے

1. مماثل مثلثوں کے کٹے ہوئے جسے لیجیے جن کے اضلاع 3 سینٹی میٹر، 4 سینٹی میٹر، 5 سینٹی میٹر ہیں۔ انھیں (شکل 3.11)



آپ کوایک منحرف حاصل ہوتا ہے۔ (اس کی جانچ کیجیے!) یہاں کو ن سے اصلاع متوازی ہیں؟ کیا غیر مساوی اصلاع برابر پیائش کے ہونے چاہیے؟

یساں مثلثوں کے گروپ کا ستعال کر کے آپ دواور منحرف حاصل کرسکتے ہیں۔ انھیں تلاش کیجیے اوران کی شکلوں پر بحث سیجیے۔ 2. اپنے اوراپنے دوستوں کے جیومیٹری باکسوں سے جارسیٹ اسکوائر کیجیے۔ انھیں الگ الگ تعداد میں استعال کر کے ساتھ ساتھ رکھیے اورالگ الگ منحرف حاصل سیجیے۔

اگر منحرف کے غیر متوازی اضلاع لمبائی کے اعتبار سے برابر ہوں تو ہم اسے مساوی السا قین منحرف کہتے ہیں۔کیا آپ کواویر کی گئی جانچ میں کوئی مساوی الساقین منحرف حاصل ہوا ہے کیا ؟

(Kite) پَنگ **3.4.2**

بینگ ایک خاص قتم کا چار شلعی ہے۔ شکل میں ایک جیسے نشان لگے ہوئے شلع برابر ہیں۔ مثال کے طور پر AB=AD اور BC = CD

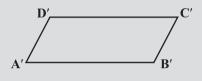
نېنگىيىنېيى بىي

اور متصل اصلاع ہیں۔اس کا مطلب سے سے کہ جہاں ایک ضلع ختم ہوتا ہے وہاں سے دوسر اضلع شروع ہوتا ہے۔
کیا اور بھی متصل اصلاع ہیں؟ دواور متصل اصلاع تلاش کرنے کی کوشش کیجیے۔

A اور B کی تارز اوبیہ ہیں۔وہ اسی ضلع کے آخر میں ہیں۔ B اور C کے بھی نز دیکی زاویے ہیں۔متوازی الا صلاع کے دوسرے نز دیکی زاویوں کے جوڑوں کی پہچان کیجیے۔

اسے پیچے

دوایک جیسے متوازی الاضلاع کے کٹے ہوئے حصے ABCD اور 'A'B'C'D' لیجیے (شکل 3.19)۔





شكل 3.19

یہاں پرضلع AB ضلع 'A'B' کے مساوی ہے کین ان کے نام الگ الگ ہیں۔اسی طرح باتی نظیری اضلاع بھی مساوی ہیں۔

کو کے اوپر رکھیے۔ کیاوہ ایک دوسرے برمنطبق ہیں؟ اب اور کی لمبائی کے بارے میں آپ کیا کہہ

سکتے ہں؟

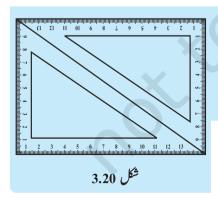
ای طرح سے \overline{AD} اور \overline{BC} کی لمبائی کی بھی جانچ کیجیے۔آپ کو کیا حاصل ہوتا ہے؟ \overline{DC} اور \overline{DC} کی بیائش کر کے بھی پہنچ سکتے ہیں۔

خصوصیت: متوازی الاضلاع کے مقابل اضلاع کی لمبائی برابر هوتی هے۔

كوشش سيجيح

°90 – °60 زاویے والے دوایک جیسے سیٹ اسکوائر لے کر پہلے ہی کی طرح اضیں متصل انداز میں رکھ کرایک متوازی الاضلاع بنایئے ۔ کیااس طرح سے حاصل شکل درج بالاخصوصیت کی تصدیق کرتی ہے؟ جیسا کہ شکل 3.20 میں ظاہر کیا گیا ہے۔

ايك متوازى الاصلاع A B C D (شكل 3.21) پرغور تيجيے ـ كوئى بھى ايك وتر كھينچيے ، مان ليجيے



اسے بیجیے

دو مختلف چوڑائی والے گئے کی منتطیل نمایٹیاں کیچے (شکل 3.14)۔

عیل 1 کی پٹی کومستوی پرر کھیے اوران کے کناروں کے ہمراہ خطوط کھینچیے جسیا کہ

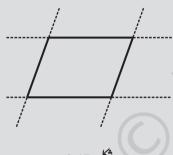
شکل میں کھینچا گیا ہے (شکل 3.15)

شکل میں کھینچا گیا ہے (شکل 3.15)

اب دوسری پٹی کو کھینچیے گئے خطوط کے او پرتر چھی حالت میں رکھیے اوراس کا استعال

شکل 3.15 کرتے ہوئے دوخطوط اور کھینچیے جسیا کہ (شکل 3.16) میں دکھایا گیا ہے۔

ان چارخطوط سے بنی بندشکل حیارضلعی ہے۔ یہ متوازی خطوط کے دوجوڑ وں سے ل کربنی ہے (شکل 3.17)۔



شكل 3.17

شكل 3.18



شكل 3.16

یہایک متوازی الاضلاع ہے۔ متوازی الاصلاع ایک ایسا چار ضلعی ہے جس کے مقابل اصلاع متوازی ہوتے ہیں۔

(Elements of a Parallelogram) متوازى الاصلاع كے عناصر 3.4.4

ایک متوازی الاضلاع کے جاراضلاع اور جارزاویے ہوتے ہیں۔ان میں پچھ کی پیائش برابر ہوتی ہے۔آپ کوان عناصر سے متعلق کچھار کان کو یا در کھنے کی ضرورت ہے۔ ایک متوازی الاضلاع ABCD دیا گیاہے (شکل 3.18)

ور مقابل اضلاع ہیں۔ اور مقابل اضلاع کا دوسراجوڑ بناتے ہیں۔

A اور C مقابل زاویوں کا ایک جوڑا ہے؛ اس طرح B اور D اس کے مقابل زاویوں کا ایک دوسرا جوڑا ہے۔

دوایک جیسے °30-°60 – °90 زاویوں والے سیٹ اسکوائر کیجیاورمتوازی الاضلاع بنایئے جس طرح آپ پہلے بناچکے ہیں۔ کیااس طرح سے حاصل شکل درج بالاخصوصیت کی تصدیق کرتی ہے؟

آپ منطقی دلیل کے ذریعہ اس کی مزید تصدیق کرسکتے ہیں۔

اگر اور متوازی الاضلاع کے وتر ہیں (شکل 3.24)

تو آپ کوحاصل ہوتاہے

شكل 3.24

(2) = 1 | (2) = 2

A B C اور ΔA D C (شکل 3.25) کا الگ الگ مطالعہ کرنے پرآپ دیکھ سکتے ہیں کہ مماثلث کی A S A شرط کی روسے

(کس طرح؟) $\triangle ABC \cong \triangle CDA$

اس سے پتا چاتا ہے کہ B کے اور D کی پیائش ایک ہی ہے۔اسی طرح سے آپ کو m ک m حاصل ہوتا ہے۔

2 = 1 اور 4 = 2

مثال x: x اور z کی قدریں معلوم کیجیہ BEST میں 3.26 میں BEST میں y: x

حل : B،S کےمقابل ہے۔

 $x=100^\circ$ مقابل زاویه خصوصیت کی روسے) اس لیے

 $y=100^\circ$ پیائش) $y=100^\circ$

 $z=80^{\circ}$ کیوں کہ چے، y > 1 ایک خطی جوڑا ہے)

اب ہما پنی توجہ متوازی الاصلاع کے متصل زاویوں کی طرف مرکوز کرتے ہیں۔

متوازى الاضلاع A B C D ميں (شكل3.27)

A اور D کیکمیلی زاویے ہیں کیوں کہ اور قاطع کے

مطابق پہ دونوں زاویہ مقابل داخلی زاویے بر ہیں۔

A اور B بھی تکمیلی زاویہ ہیں کیا آپ بتا سکتے ہیں، کیوں؟

شكل 3.27

ز او بول کو دیکھیے

$$(? \bigcirc 2) \qquad \angle 3 = \angle 4 \qquad \text{let} \qquad \angle 2 = \angle 2$$

 $\angle 1 = \angle 2$ ، $\angle 3 = \angle 4$ میں ADC اور ADC کیوں کہ مثاثوں

مشترک ہے۔اس کیے متماثلث ASA شرط کی روسے

(یہاں A S A کااستعال کسے ہوا؟)

 $\Delta ABC \cong \Delta CDA$

BC = AD let AB = DC

اس سے حاصل ہوتا ہے

مثال 3: متوازى الاضلاع PQRS (شكل 3.22) كااحاطه معلوم ليجير

شكل 3.22

7 توازی الا ضلاع میں مقابل اضلاع برا برہوتے ہیں۔ 7 \sim QR = PS = 10 اور 7 سینٹی میٹر PQ = SR = 10

PQ + QR + RS + SP = 1اس کے اعاطہ

38 سينٹي ميٹر = 7 سينٹي ميٹر + 12 سينٹي ميٹر + 7 سينٹي ميٹر + 12 سينٹي ميٹر 38

(Angles of a Parallelogram) متوازى الاضلاع كزاوي (3.4.5

ہم نے متوازی الاصلاع کے (مقابل) اصلاع ہے متعلق خصوصیت کا مطالعہ کیا ہے۔ ہم زاویوں کے بارے میں کیا کہہ سکتے ہیں؟

اسے پیچیے

شكل 3.23

مان لیچے A B C D ایک متوازی الاضلاع ہے (شکل 3.23)۔ ایکٹرینگ شیٹ (عکاسی کاغذ) پراس کی نقل کیجیے۔اس نقل کو 'A' B' C' D نام د یجیے۔'A B C D کو A' B' C' D پرر کھیے۔ دونوں چار ضلعی کوآپیں میں ملا کراس نقطہ پرین لگائیے جہاں دونوں وتر ملتے ہیں۔ شقاف (Transparent) شیٹ کو °180 پر گھما ہے'ے۔ دونوں متوازی الاصلاع اب بھی منطبق ہیں؛لیکن اب آپ 'A' کو **B** یوری طرح سے C کے اویر اور C کو یوری طرح سے B کے اویریا کیں گے: اس طرح

سے D، B کے اوپر ہوگا؛ اسی طرح برعکس طریقہ سے بھی ہیچے ہے۔

کیااس وجہ سے آپ کوزاو پی A اور C کی پیائش کے بارے میں کچھ معلوم ہوتا ہے؟ اسی طریقہ سے زاو پی B اور D کی بھی جانچ كيجياور جونتيجه حاصل ہوائسے بيان كيجيـ

خصوصیت: متوازی الاضلاع کے مقابل زاویوں کی پیمائش برابر هوتی هے۔

اس خصوصیت ربحث کرنااوراس کی تصدیق کرنامشکل نہیں ہے۔ شکل3.30 سے، ASA شرط کے استعال سے بدد کھنا آسان ہے کہ $\Delta AOB \cong \Delta COD$ (ASA) $\Delta AOB \cong \Delta COD$ شكل 3.30 اس سے حاصل ہوتا ہے AO = CO اور BO = DO شال 6: شکل 13.3 میں HELP ایک متوازی الاضلاع ہے۔ (لمبائی سینٹی میٹر میں ہے) دیا ہوا ہے OE = 4 اور PE ، HL سے 5 زیادہ ہے؟ OH OE = 4 تب OP بھی 4 ہے OE = 4 شكل 3.31 PE=8 (کیول؟) HL = 8 + 5 = 13= 6.5 (سينځي ميٽر) OH =1. متوازى الاصلاع ABCD ديا ہواہے۔ ہربيان كوتعريف ياخصوصيت كے ساتھ يُر كيجے۔ AD = (i) $\angle DCB = \dots$ (ii) $m \angle DAB + m \angle CDA = \dots$ (iv) $OC = \dots$ (iii) 2. مندرجه ذیل متوازی الاصلاع برغور تیجیے۔ نامعلوم x رور z کی قدریں معلوم تیجیے۔ (ii) (i) (iv) 3. کیاایک چارضلعیABCD ایک متوازی الاضلاع بھی ہوسکتا ہے اگر $? \angle D + \angle B = 180^{\circ}$ (i) BC = 8 اور 4.4 سینٹی میٹر AB = DC = 8 اور 4.4 سینٹی میٹر AB = DC = 8

4. ایک جارضلعی کی رف شکل بنایئے جومتوازی الاضلاع نہ ہولیکن جس کے دونوں مقابل زاویوں کی بیائش برابر ہو۔

 $\angle C = 65^{\circ} \angle A = 70^{\circ}$ (iii)

ایک قاطع ہے، جوقاطع کے ایک ہی جانب کے اندرونی زاویے A کے اور B بناتے ہیں۔ دی گئی شکل میں دواور تکمیلی زاو بوں کی شناخت کیجیے۔

خصوصیت: ایك متوازی الاضلاع كے متصل زاويےزاويه تكميلي هيں_

مثال 5: متوازى الاضلاع RING مين، (شكل 3.28) اگر °70 = mلا سيقوبا في دوسر بيزاوي معلوم سيجير

 $m \angle R = 70^{\circ}$ ن : دیا ہواہے

 $m\angle N = 70^{\circ}$

کیوں کہ R کے اور N متوازی الاضلاع کے مقابل زاویہ ہیں۔

شكل 3.28

کیوں کہ R اور 1 کے تکمیلی ہیں

 $m \angle I = 180^{\circ} - 70^{\circ} = 110^{\circ}$

 ~ 2 اکے مقابل سے $m \angle G = 110^{\circ}$

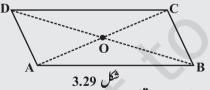
 $m\angle I = m\angle G = 110^{\circ}$ let $m\angle R = m\angle N = 70^{\circ}$

سوچيے ، بحث سيجيے اور کھيے

 $m \ge m$ اور $m \ge m$ معلوم کر سکتے ہیں؟ $m \ge m$ اور $m \ge m$ اور $m \ge m$ معلوم کر سکتے ہیں؟

(Diagonals of a Parallelogram) متوازي اضلاع كور 3.4.6

عموی طور پرمتوازی الاضلاع کے وتروں کی لمبائی برابزنہیں ہوتی۔ (کیا آپ پچھلے مشغلہ میں اس کی جانچ کر چکے ہیں؟ جب کہ متوازی الاصلاع کے وتروں کی ایک دلچیسے خصوصیت ہے۔



اسے پیچیے

مان کیجیے ABCD (شکل 3.29)۔اس کے وتر اور ایک دوسرے کو نقطہ O برقطع کرتے ہیں۔

متوازى الاضلاع ABCD كاابك كاڻا ہوا حصہ ليجے،

C کو A کے اوپرایک تہہ (Fold) کی مدد سے رکھیے اور کا وسطی نقطہ معلوم سیجیے۔ کیاوسطی نقطہ O ہی ہے؟

کیااس سے پتا چاتا ہے کہ وتر DB وتر AC کی نقطہ O پر تنصیف کرتا ہے؟ اپنے دوستوں کے ساتھ بحث سیجیے۔اس

مشغلہ کو بہ جاننے کے لیے دہرائیں کہ DB کاوسطی نقطہ کہاں پرواقع ہے۔

خصوصیت: متوازی الاضلاع کے وتر ایک دو سرے کی تنصیف کرتے هیں (یقیناً ،اپنے نقطه تقاطع پر!)

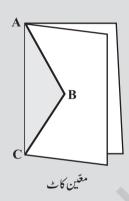
(Some Special Parallelogram) چيمخصوص متوازي الاضلاع **3.5**

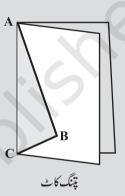
(Rhombus) معين **3.5.1**

نینگ: (جوایک متوازی الاضلاع نہیں ہے) کوایک خاص طریقے سے رکھنے پر ہمیں ایک معیّن (Rhombus) (جوایک متوازی الاضلاع ہے) حاصل ہوتا ہے

اسے پیچیے

آپ نے کاغذکوکاٹ کر پہلے جو پینگ بنائی تھی اُسے دوہرائے۔





جب آپABC کے ہمراہ کاٹ کر کھولتے ہیں تو آپ کوایک بینگ حاصل ہوتی ہے۔ یہاںAB اور BC کی لمبائی الگ الگ تھی۔اگر آپAB=BC کھینچیں تو آپ کو حاصل شدہ بینگ ایک معین کہلائے گی۔

نوٹ یجھے کہ معیّن کی تمام لمبائیاں برابر ہوتی ہیں، ایسا پڑنگ کے ساتھ نہیں ہے۔
معیّن ایک ایسا چارضلعی ہے جس کے چاروں اضلاع مساوی ہوتے ہیں۔
چونکہ معین کے مقابل اضلاع کی لمبائی برابر ہوتی ہے، اس لیے یہ ایک متوازی
الاضلاع بھی ہے۔ اس لیے معین میں وہ تمام خصوصیات بھی ھیں جو ایک
متوازی الاضلاع میں ھو تی ھیں اور پتنگ کے بھی۔ ان کی ایک فہرست بنا ہے۔
اب آ یا بی فہرست، کتاب میں دی گئ کسی بھی فہرست کے ساتھ ملاکر تصدیق کرسکتے ہیں۔

ينگ مغير

ایک معتین کی سب سے اہم خصوصیت اس کے وتر وں کی ہے۔ •

خصوصیت: معین کے و تر ایک دو سرے کے عمودی ناصف هوتے هیں۔

- 5. کسی متوازی الاضلاع کے دوتصل زاویوں کی نسبت 2: 3 ہے۔ متوازی الاضلاع کے بھی زاویوں کی پیائش معلوم کیجے۔
 - 6. کسی متوازی الاضلاع کے دوتصل زاویوں کی پیائش برابر ہے۔ اس متوازی الاضلاع کے ہرزاویے کی پیائش معلوم کیجیے۔
 - 7. متصل شکل HOPE ایک متوازی الاضلاع ہے۔ زاویہ x ہر اور یکی پیائش معلوم کیجیے۔ معلوم کرنے کے لیے جوخصوصیات استعال کی ہیں انھیں بیان کیجیے۔
 - اور RUNS متدارجه ذیل شکلیں GUNS اور RUNS متوازی الاضلاع ہیں۔ x اور y
 معلوم کیجیے (لمبائی سینٹی میٹر میں دی ہیں)۔

.9

اوپردی گئی شکل میں دونوں RISK اور CLUE متوازی الا ضلاع ہیں۔ یہ کی قدر معلوم سیجیے۔ 10. پیشکل کس طرح سے منحرف ہے تشریح سیجیے۔اس کے کون سے دوا ضلاع متوازی ہیں؟ (شکل 3.32)

شكل 3.32 شكل 3.33 شكل 3.33

- 11. شكل 3.33 مين m∠C معلوم يجيحيا كر
- 12. شکل 3.34 میں Pاور P کی پیائش معلوم کیجیے اگر ہے۔ (اگر آپ P معلوم کرلیں تو کیا P معلوم کرلیں تو کیا P معلوم کرلیں تو کیا P معلوم کرنے کا کوئی دوسراطریقہ بھی ہے؟)

شكل 3.41

```
اس طرح ہے مستطیل ایک ایسامتوازی الاضلاع ہے جس کا ہرایک زاویہ، زاوئیہ قائمہ ہے۔
```

چوں کہ مستطیل ایک متوازی الاضلاع ہے اس لیے اس کے مقابل اضلاع برابر ہوتے ہیں اور اس کے وتر ایک دوسرے کی تنصف کرتے ہیں۔

متوازی الاصلاع میں وتر وں کی لمبائی مختلف ہوسکتی ہے۔ (جانچ کیجیے) بلیکن حیرت کی بات یہ ہے کہ منتظیل (ایک مخصوص شکل کےطور پر) میں وتر وں کی لمبائی مساوی ہوتی ہے۔

خصوصیت: مستطیل کے وتروں کی لمبائی برابر ہوتی ہے۔

اس ليے

شكل 3.39 شكل 3.40 اس کی تصدیق کرنا آسان ہے۔اگر ABCD ایک مستطیل ہے (شکل 3.38)، تو مثلث ABC اور ABD کو [بالترتیب (شکل 3.39) اور (3.40) الگ الگ دیکھنے پرہمیں حاصل ہوتا ہے $\triangle ABC \cong \triangle ABD$ (مشترک) بياس ليے ہے كه AB = AB(کیوں؟) BC = AD(كيول؟) $m \angle A = m \angle B = 90^{\circ}$ بیمما ثلث کی SAS شرط کی روسے حاصل ہوتا ہے۔ AC=BDاورمستطیل میں و تر نه صرف ایک دو سرے کی تنصیف کرتے هیں بلکه مساوی بھی هوتے هیں (کیوں؟) شل RENT : 8 ایک منتظیل ہے (شکل 3.41) ۔ اس کے ورز O پر ملتے ہیں۔ ور OT = 3x + 1 اور OR = 2x + 4 ہو۔ حل: وتر كانصف به، وتر كانصف به ـ یہاں وتر برابر ہیں (کیوں؟) اس لیےان کے نصف بھی برابر ہوں گے۔

3x + 1 = 2x + 4

x = 3

اسے کیجے

معین کی ایک نقل (Copy) لیجیے۔ کاغذ کوموڑ کر جانچ کیجیے کہ کیا نقطہ تقاطع پر ایک وتر کا وسطی نقطہ ہے۔ آپ ایک سیٹ اسکوائر کے کنارے کا استعمال کر کے جانچ کر سکتے ہیں کہ وہ ایک دوسرے کوز اوبیقائمہ پر قطع کرتے ہیں۔

یہاں ایک خاکہ دیا ہوا ہے جس کی مدد سے منطقی اقدام کا استعمال کرتے ہوئے اس خصوصیت کی تصدیق کی جاسکتی ہے۔ABCD ایک معین ہے (شکل 3.35)۔اس کیے بدایک متوازی الاصلاع بھی ہے۔ چوں کہ وترایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں اس لیے OA = OC اور OB = OD اور شكل 3.35 $m\angle AOD = m\angle COD = 90^{\circ}$ مماثلث کی SSS شرطسے بددیکھاجاسکتاہے کہ $\Delta AOD \cong \Delta COD$ (کیوں؟) AO = CO $m \angle AOD = m \angle COD$ (کیوں؟) AD = CDکیوں کہ AODک اور CODک خطی جوڑ ہیں۔ OD = OD $m \angle AOD = m \angle COD = 90^{\circ}$ مثال 7: RICE ایک معین ہے (شکل 3.36)۔ x راور z کی قدرین معلوم کیجے اوراپنے جواب کی تصدیق کیجے۔

RICE آیک بین ہے(منتق 3.36)۔ x , x اور z می فدرین معلوم سیجیے اورا پیغ جواب کی تصدیق سیجیے۔ حل :

$$z = 2$$
 معین کا ضلع $y = 0$ $y = 0$ $x = 0$ OE $y = 0$ $y =$

شكل 3.36

(A Rectangle) ایک متطیل **3.5.2**

مستطیل (Rectangle) ایک ایسامتوازی الا ضلاع ہے جس کے زاویے مساوی ہوتے ہیں (شکل 3.37)۔

اس تعریف کا اصل مفہوم کیا ہے؟ اپنے دوستوں کے ساتھ بحث تیجیے۔

اگر مستطیل مساوی زاویہ ہے تو ہر زاویہ کی بیمائش کیا ہوسکتی ہے؟

مان لیجے ہر زاویہ کی پیمائش x ہے۔

مان لیجے ہر زاویہ کی پیمائش x ہے۔ $4x^\circ = 360^\circ$ اس لیہ $x^\circ = 90^\circ$ لہذا مستطیل کا ہر زاویہ ایک زاویہ قائمہ ہے۔

(b) سبھی معیّن ،متوازی الاضلاع ہوتے ہیں۔

(d) تمام مربع متوازى الاضلاع نہيں ہيں۔

(b) چارزاویےزاویہ قائمہ ہوتے ہیں۔

(f) تمام عین پینگیں ہیں۔

(h) تمام مربع منحرف ہیں۔

مشق 3.4

- 1. صحیح یاغلط ہے دکھا ہے
- (a) سبھی مربعے متطیل ہوتے ہیں۔
- (c) تمام مربعے عین اور منتظیل ہوتے ہیں۔
 - (e) تمام تینگیر معین ہیں۔
 - (g) تمام متوازى الاضلاع منحرف ہيں۔
 - 2. ان تمام چارضلعی کی شناخت کیجیے جن میں
 - (a) حیاراضلاع مساوی ہوتے ہیں۔
 - 3. واضح كيجيك ولي كس طرح سيم بع بي-
- (i) ایک چار شلعی ہے (ii) ایک متوازی الاصلاع ہے (iii) ایک معیّن ہے
 - (iv) ایک مشطیل ہے
 - 4. اس چارضلعی کانام بتاییج جس کے وتر
- (i) ایک دوسر کوتنصیف کرتے ہیں۔ (ii) ایک دوسرے کے عمودی ناصف ہوتے ہیں۔ (iii) برابر ہیں
 - 5. واضح کیجیے کہ کیوں مستطیل ایک محدب چار شلعی ہے
 - 6. ABC ایک قائم زاویه مثلث ہے اور O قائم زاویہ کے سامنے کے ضلعے کاوسطی نقطہ ہے۔وضاحت کیجیے کہ O کیوں B،Aاور C سے مساوی فاصلہ پر ہے (مدد کے لیے الگ سے نقطہ دارخطوط کھنچے گئے ہیں)۔

سوچي، بحث سيجياور کھي

- 1. راج مستری ایک کنگریٹ کی سلیب بنا تا ہے۔وہ اسے مستطیل نما بنانا چا ہتا ہے۔وہ کتنے طریقوں سے یہ یقین کرے گا کہ یہ مستطیل نماہے؟
- 2. مربع کی تعریف مستطیل کی شکل میں کی گئی ہے جس کے بھی اضلاع برابر ہوتے ہیں۔کیا ہم اس کی تعریف معین کی شکل میں بھی کر سکتے ہیں جس کے زاویہ برابر ہوں؟اس تصور کو واضح کیجیے۔
 - 3. كياايك منحرف كيتمام زاويه مساوى موسكته بين؟ كيااس كتمام اضلاع برابر موسكته بين؟ بيان واضح كيجيه

(Square) 4, 3.5.3

مربع (Square) ایک ایسامتنظیل ہے جس کے اضلاع برابر ہوتے ہیں۔ اس کا مطلب بیہ ہے کہ مربع میں مستطیل کی تمام خصوصیات ہوتی ہیں اور اس کے تمام اضلاع کی لمبائی برابر ہوتی ہے۔ مستطیل ہی کی طرح مربع کے وتر بھی برابر ہوتے ہیں۔ مستطیل میں بیضروری نہیں کہ وتر ایک دوسرے پڑمود ہوں (جانچ کیجیے)۔ ایک مربع میں وتر

> (i) ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں (کیوں کہ مرابع ایک متوازی الاصلاع بھی ہے)

(ii) کی لمبائی برابر ہوتی ہے (کیوں کہ مربع ،ستطیل بھی ہوتا ہے) اور

(iii) ایک دوسرے برغمود بھی ہوتے ہیں۔

اس طرح سے ہمیں مندرجہ ذیل خصوصیت حاصل ہوتی ہے۔

خصوصیت: مربع کے وتر ایک دوسرے کے عمودی ناصف هوتے هیں۔

BE = EL = LT = TB، ایک مربع ہے BELT \triangle کے \triangle \triangle کے \triangle

اور BL = ET OE = OT اور OB = OL

اسے پیچے

ایک مربع شیٹ لیجیے، مثال کے طور پرPQRS (شکل 3.42)۔ دونوں وتروں کے ساتھ اسے موڑ یئے ۔ کیاان کے وسطی نقطے ایک ہی ہیں؟ سیٹ اسکوائر کے استعال سے جانچ کیجیے کہ 0 پر زاویہ °90 کا ہے۔اس سے مذکورہ بالا خصوصیت کی تقید اِق ہوتی ہے۔

شكل 3.42

ہم اس کی تصدیق منطقی دلیل کے ذریعہ بھی کرسکتے ہیں:۔ ABCD ایک مربع ہے جس کے وتر O پر ملتے ہیں (شکل 3.43)۔

OA = OC (کیوں کہ مربع ایک متوازی الاضلاع ہے)

مماثلث کی SSS شرط کے استعال سے، ہم و کیستے ہیں کہ

 $(?_{\omega})$ $\triangle AOD \cong \triangle COD$

 $m\angle AOD = m\angle COD$

اس کیے

خطی جوڑے کی وجہ سے ہرزاویہ،زاویہ قائمہ ہے۔

شكل 3.43

هم نے کیا سیکھا؟		
خصوصیات	حپارضلعی	
(1) مقابل اصلاع برابر ہوتے ہیں (2) مقابل زاویہ برابر ہوتے ہیں (3) وترایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں	C : C متوازی الاصلاع : C ایک جپارضلعی کے مقابل اصلاع C	
(1) متوازی الاصلاع کی تمام خصوصیات ہوتی ہیں (2) وترایک دوسرے کے عمود کی ناصف ہوتے ہیں	معتین : R ایک متوازی الاصلاع جس کے تمام Q برابر ہوں۔ Q	
(1) متوازی الاصلاع کی تمام خصوصیات ہوتی ہیں (2) ہرزاویہ، زاویہ قائمہ ہوتا ہے (3) وتر برابر ہوتے ہیں	مستطیل: M مستطیل: متوازی الاصلاع جس کا ہرزاو بیزاد بیقائمہ ہوتا ہے۔ L	
متوازىالاضلاع مستطيل اورمعين كى تمام خصوصيات	S مربع : R ایک مستطیل جس کے اصلاع کی Q بابی برابرہوتی ہے۔ Q	
(1) وترایک دوسر بے پرعمود ہوتے ہیں (2) وترایک دوسر بے کی تنصیف کرتے ہیں (3) شکل میں M∠A ≠ m∠C کیسے سے m∠A ≠ m∠C شکل میں	ینگ: ایک چارضلعی جس کے ضلعوں کے دولگا تار جوڑے برابر ہوتے ہیں۔ C	