अध्याय 1

परिमेय संख्याएँ

1.1 पिछली कक्षा में हमने परिमेय संख्याओं की आवश्यकता को अनुभूत करते हुए परिमेय संख्या को $\frac{p}{q}$ के रूप में परिभाषित किया था जहाँ p और q पूर्णांक हैं और $q \neq 0$। हमने परिमेय संख्याओं का संख्या रेखा पर निरूपण, इनकी समतुल्यता, इनके सरलतम (मानक) रूप, उनकी आपस में तुलना और दो परिमेय संख्याओं के बीच की परिमेय संख्या ज्ञात करना आदि का विस्तार से अध्ययन एवं अभ्यास किया है। इस इकाई में पिछली कक्षा के काम को आगे बढ़ाते हुए परिमेय संख्याओं में संक्रियाएँ, गुणात्मक प्रतिलोम, इन संख्याओं के गुणधर्म और माध्य विधि से दो परिमेय संख्याओं के बीच परिमेय संख्याएँ ज्ञात करने का अध्ययन एवं अभ्यास करेंगे।

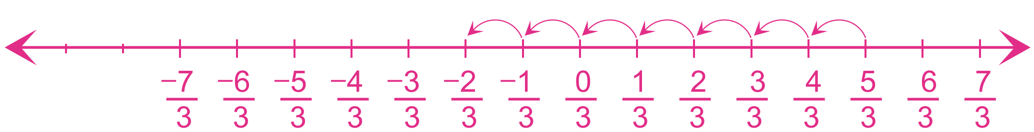
1.2 परिमेय संख्याओं पर संक्रियाएँ

हम जानते हैं कि पूर्णांक तथा भिन्नों को किस प्रकार जोड़ा, घटाया, गुणा और भाग किया जाता है। आइए इन आधारभूत संक्रियाओं का परिमेय संख्याओं पर अध्ययन करते हैं।

1.2.1 योग

विमला ने समान हर वाली दो परिमेय संख्याओं $\frac{5}{3}$ और $-\frac{7}{3}$ को संख्या रेखा पर इस प्रकार जोड़ा –

$$\frac{5}{3} + \left(-\frac{7}{3}\right)$$



संख्या रेखा पर दो क्रमागत बिंदुओं के बीच की दूरी $\frac{1}{3}$ है।

अतः $\frac{5}{3}$ में $-\frac{7}{3}$ जोड़ने का मतलब है कि $\frac{5}{3}$ के $\left(\frac{7}{3}\right.$ का ऋणात्मक चिह्न होने से$\left.\right)$ सात कदम बाईं ओर चलें। हम कहाँ पहुँचते हैं?

हम $\frac{-2}{3}$ पर पहुँचते हैं।

अतः $$\frac{5}{3} + \left(-\frac{7}{3}\right) = \frac{-2}{3}$$

इसको सीधे इस प्रकार भी किया जा सकता है–

$$\frac{5}{3} + \left(-\frac{7}{3}\right)$$

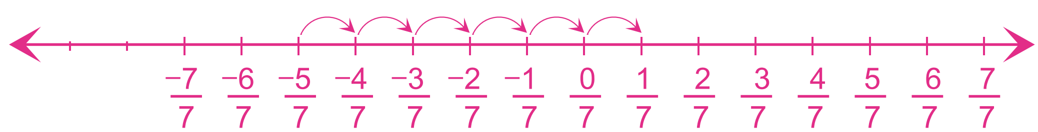
$$= \frac{5+(-7)}{3}$$

$$= \frac{5-7}{3}$$

$$= \frac{-2}{3}$$

दामोदर ने भी दो परिमेय संख्याओं $\frac{-5}{7}$ और $\frac{6}{7}$ को जोड़कर देखा –

$$\frac{-5}{7} + \frac{6}{7}$$



संख्या रेखा पर दो क्रमागत बिन्दुओं के बीच की दूरी $\frac{1}{7}$ है।

अतः $\frac{-5}{7}$ में $\frac{6}{7}$ जोड़ने का मतलब है कि $\frac{-5}{7}$ के दाईं ओर $\left(\frac{6}{7}\right.$ का धनात्मक चिह्न होने से$\left.\right)$ छः कदम चलें। हम $\frac{1}{7}$ पर पहुँचते हैं। अतः $\frac{-5}{7} + \frac{6}{7} = \frac{1}{7}$

इसे ऐसे भी हल किया जा सकता है $\frac{-5}{7} + \frac{6}{7}$

$$= \frac{-5+6}{7}$$

$$= \frac{1}{7}$$

करो और सीखो

- मान ज्ञात कीजिए–

  (i) $\frac{-11}{7} + \frac{4}{7}$ (ii) $\frac{3}{5} + \left(\frac{-2}{5}\right)$ (iii) $\frac{-3}{4} + \left(-\frac{5}{4}\right)$

आइए ऐसे कुछ और उदाहरण देखते हैं

$$\frac{4}{3}+\frac{1}{3} = \frac{4+1}{3} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{-7}{5}+\frac{9}{5} = \frac{-7+9}{5} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{4}{7}+\left(\frac{-9}{7}\right) = \frac{4-9}{7} = \frac{-5}{7}$$

$$\frac{-1}{4}+\left(\frac{-2}{4}\right) = \frac{-1-2}{4} = \frac{-3}{4}$$

इस प्रकार हम देखते हैं कि समान हर वाली परिमेय संख्याओं को जोड़ते समय हर को वही रखते हुए अंशों को जोड़ देते हैं।

विमला ने दामोदर से पूछा कि हम अलग-अलग हर वाली दो परिमेय संख्याओं को किस प्रकार जोड़ेंगे ?

दामोदर–तुम्हें याद है, हमने अलग-अलग हर वाली दो भिन्नों को जोड़ा था।

1. भिन्नों की तरह, हम पहले इन हरों का लघुत्तम समापवर्त्य (ल.स.) ज्ञात करते हैं।
2. इसके बाद ऐसी समतुल्य परिमेय संख्याएँ ज्ञात करते हैं जिनका हर यह ल.स. हो।
3. फिर दोनों परिमेय संख्याओं को (जिनका हर समान है) जोड़ते हैं।

उदाहरण 1 परिमेय संख्या $\frac{-4}{3}$ और $\frac{2}{5}$ को जोड़िए।

हल $\frac{-4}{3}+\frac{2}{5}$

3 और 5 का ल.स. 15 है।

$$-\frac{4}{3} = -\frac{4\times 5}{3\times 5} = -\frac{20}{15}$$

और $\frac{2}{5} = \frac{2\times 3}{5\times 3} = \frac{6}{15}$

$$\frac{-4}{3}+\frac{2}{5} = -\frac{20}{15}+\frac{6}{15}$$

$$= \frac{-20+6}{15} = \frac{-14}{15}$$

करो और सीखो

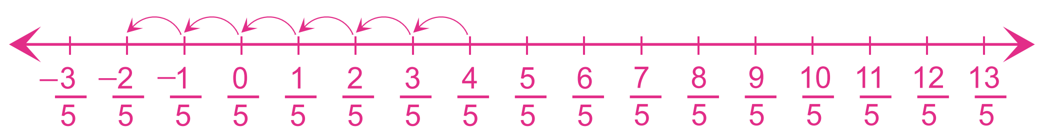
- मान ज्ञात कीजिए–

  (i) $\frac{2}{5}+\frac{1}{6}$ (ii) $\frac{3}{8}+\left(\frac{-5}{2}\right)$ (iii) $\frac{-7}{20}+\frac{7}{3}$ (iv) $-\frac{5}{7}+\left(\frac{-2}{4}\right)$

1.2.2 घटाना (व्यवकलन)

मनीष ने समान हर वाली दो परिमेय संख्याओं $\frac{4}{5}$ और $\frac{6}{5}$ को संख्या रेखा पर इस प्रकार

घटाया– $\frac{4}{5}-\frac{6}{5}$



संख्या रेखा पर दो क्रमागत बिन्दुओं के बीच की दूरी $\frac{1}{5}$ है।

अतः $\frac{4}{5}$ में से $\frac{6}{5}$ घटाने का मतलब हैं कि $\frac{4}{5}$ के बाईं ओर छः कदम चलें। हम कहाँ पहुँचते हैं ?

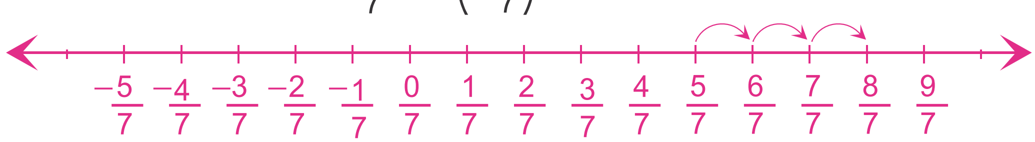
हम $-\frac{2}{5}$ पर पहुँचते हैं।

अतः $\frac{4}{5}-\frac{6}{5} = -\frac{2}{5}$

इसे ऐसे भी कर सकते हैं– $\frac{4}{5}-\frac{6}{5} = \frac{4-6}{5} = -\frac{2}{5}$

प्रणिति ने भी दो परिमेय संख्याओं $\frac{5}{7}$ और $\left(-\frac{3}{7}\right)$ को घटाकर देखा –

$$\frac{5}{7}-\left(-\frac{3}{7}\right)$$



संख्या रेखा पर दो क्रमागत बिन्दुओं के बीच की दूरी $\frac{1}{7}$ है। अतः $\frac{5}{7}$ में से $\left(-\frac{3}{7}\right)$ घटाने का मतलब है कि $\frac{5}{7}$ के दाईं ओर $\left(-\frac{3}{7}\text{ को घटाने से}\right)$ तीन कदम चलें।

हम $\frac{8}{7}$ पर पहुँचते हैं।

अतः $\frac{5}{7} - \left(\frac{-3}{7}\right) = \frac{8}{7}$

इसे ऐसे भी किया जा सकता है–

$$\frac{5}{7} - \left(\frac{-3}{7}\right) = \frac{5-(-3)}{7}$$
$$= \frac{5+3}{7}$$
$$= \frac{8}{7}$$

इस अभ्यास से हम कह सकते हैं कि समान हर वाली दो परिमेय संख्याओं को घटाते समय हर को वहीं रखते हुए अंशों को घटा देते हैं।

इस प्रकार $\frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2-1}{3} = \frac{1}{3}$

एक और तरीका –

उदाहरण 2 परिमेय संख्या $\frac{5}{8}$ में से $\frac{-7}{8}$ को घटाइए।

हल $\frac{5}{8} - \left(\frac{-7}{8}\right) = \frac{5}{8} + \left(\frac{7}{8}\right)$

$$= \frac{5}{8} + \frac{7}{8}$$
$$= \frac{5+7}{8}$$
$$= \frac{12}{8}$$
$$= \frac{3}{2}$$

करो और सीखो

- मान ज्ञात कीजिए–

(i) $\frac{10}{7} - \frac{4}{7}$ (ii) $\frac{-4}{5} - \left(\frac{-2}{5}\right)$ (iii) $\frac{7}{9} - \left(\frac{-4}{9}\right)$

मनीष ने प्रणिति से प्रश्न किया कि यदि दोनों परिमेय संख्याओं का हर अलग–अलग हो तो उन्हें कैसे घटाएँगे ?

प्रणिति – ठीक उसी प्रकार जैसे हमने जोड़ में किया था लेकिन अंतिम चरण में जोड़ के स्थान पर घटाव करते हैं।

उदाहरण 3 परिमेय संख्या $-\frac{5}{4}$ में से $-\frac{3}{8}$ को घटाइए।

हल

$$-\frac{5}{4}-\left(\frac{-3}{8}\right)$$

4 और 8 का ल.स. 8 है।

$$-\frac{5}{4}=-\frac{5\times 2}{4\times 2}=-\frac{10}{8}$$

$$-\frac{5}{4}-\left(\frac{-3}{8}\right)=-\frac{10}{8}-\left(\frac{-3}{8}\right)$$

$$=\frac{-10-(-3)}{8}$$

$$=\frac{-10+3}{8}$$

$$=-\frac{7}{8}$$

करो और सीखो

- मान ज्ञात कीजिए–

(i) $\frac{4}{3}-\frac{3}{8}$ (ii) $\left(\frac{-3}{7}\right)-\frac{2}{14}$ (iii) $\frac{5}{9}-\left(\frac{-2}{11}\right)$ (iv) $\left(\frac{-2}{9}\right)-\frac{7}{6}$

1.2.3 गुणन

हमने भिन्न संख्याओं का गुणनफल सीखा है।

आइए, परिमेय संख्या के गुणनफल $\left(2\times-\frac{5}{7}\right)$ पर विचार करते हैं।

तरीका – 1 (बार–बार जोड़ना)

$2\times\left(-\frac{5}{7}\right)$ का मतलब है दो बार $-\frac{5}{7}$ को जोड़ना

अर्थात् $\left(-\frac{5}{7}\right)+\left(-\frac{5}{7}\right)=\frac{-5}{7}-\frac{5}{7}$

$$=\frac{-5-5}{7}$$

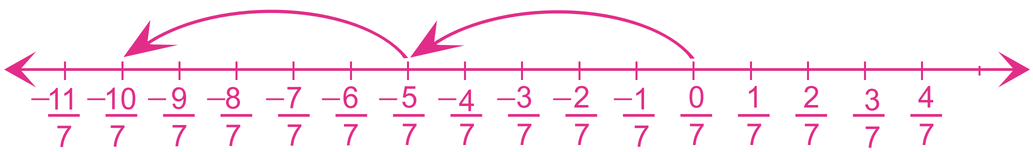
$$=\frac{-10}{7}$$

तरीका – 2 (संख्या रेखा द्वारा)

संख्या रेखा पर दो क्रमागत बिंदुओं के बीच की दूरी $\frac{1}{7}$ है।

शून्य के बाईं ओर चलकर ($\frac{5}{7}$ ऋणात्मक संख्या है)

$\frac{5}{7}$ लम्बी दूरी की दो कूद (क्योंकि $-\frac{5}{7}$ दो बार है) करते हैं। हम कहाँ पहुँचते हैं ?



हम $-\frac{10}{7}$ पर पहुँचते हैं।

अर्थात् $2 \times \left(-\frac{5}{7}\right) = -\frac{10}{7}$

तरीका – 3 (गुणन क्रिया द्वारा)

$$2 \times \left(-\frac{5}{7}\right) = \frac{2}{1} \times \left(-\frac{5}{7}\right)$$
$$= \frac{2 \times (-5)}{1 \times 7}$$
$$= -\frac{10}{7}$$

करो और सीखो

- मान ज्ञात कीजिए–

(i) $4 \times \left(-\frac{1}{3}\right)$ (ii) $\left(-\frac{3}{5}\right) \times 7$ (iii) $\left(-\frac{4}{5}\right) \times (-3)$

(iv) $\left(-\frac{3}{7}\right) \times \frac{2}{5}$ (v) $\frac{2}{3} - \left(\frac{-1}{4}\right)$ (vi) $\left(\frac{-3}{2}\right) \times \left(\frac{-9}{7}\right)$

जरा, सोचिए ! आपने इनका गुणनफल ज्ञात करने के लिए क्या प्रक्रिया अपनाई ?

दो परिमेय संख्याओं का गुणनफल करते समय उनके अंशों का गुणनफल कर अंश में एवं उनके हरों का गुणनफल कर हर में लिखते हैं।

1.2.4 भाग

हम भिन्नों के व्युत्क्रम के बारे में जानते हैं।

$\frac{3}{7}$ का व्युत्क्रम $\frac{7}{3}$ है।

यह अवधारणा परिमेय संख्याओं के व्युत्क्रम के लिए भी लागू है।
इस प्रकार $-\frac{3}{4}$ का व्युत्क्रम $\frac{4}{-3}$ अथवा $\frac{-4}{3}$ होगा तथा $-\frac{7}{9}$ का व्युत्क्रम $-\frac{9}{7}$ होगा।
हम जानते हैं कि 10 x 5 = 50
इसे भाग के रूप में दो तरीके से लिख सकते हैं–

$50 \div 10 = 5$	$50 \div 5 = 10$
$\frac{50}{10} = 5$	$\frac{50}{5} = 10$
$50 \times \frac{1}{10} = 5$	$50 \times \frac{1}{5} = 10$

इसे समझने पर निष्कर्ष निकलता है कि भाज्य में भाजक से भाग करते हैं तो भागफल प्राप्त होता है तथा भाज्य में भाजक के व्युत्क्रम से गुणा करते हैं तो भी भागफल के बराबर ही संख्या प्राप्त होती है। इससे स्पष्ट होता है कि भाग की क्रिया को गुणा के रूप में बदला जा सकता है।

उदाहरण 4 $\frac{-21}{8} \div \frac{8}{3}$ को हल कीजिए।

हल

$$\frac{-21}{8} \div \frac{8}{3} = \frac{-21}{8} \times \frac{3}{8}$$

$$= \frac{-21 \times 3}{8 \times 8}$$

$$= \frac{-63}{64}$$

उपर्युक्त उदाहरण से यह प्रदर्शित होता है कि एक परिमेय संख्या को किसी अन्य परिमेय संख्या से भाग देने के लिए, हम उस परिमेय संख्या को अन्य परिमेय संख्या के व्युत्क्रम से गुणा कर देते हैं।

करो और सीखो

- हल कीजिए–

  (i) $\frac{-7}{2} \div 4$ (ii) $\frac{-12}{7} \div \frac{3}{4}$ (iii) $\frac{5}{9} \div \left(\frac{-4}{5}\right)$

परिमेय संख्या में उसी परिमेय का भाग

$$\frac{3}{7} \div \frac{3}{7} = \frac{3}{7} \times \left(\frac{3}{7} \text{ का व्युत्क्रम}\right) = \frac{3}{7} \times \frac{7}{3} = 1$$

$$\frac{-4}{5} \div \left(\frac{-4}{5}\right) = \frac{-4}{5} \times \left(\frac{-4}{5} \text{ का व्युत्क्रम}\right) = \frac{-4}{5} \times \left(\frac{-5}{4}\right) = 1$$

आप भी कुछ ऐसे ही उदाहरण देखिए।
उपर्युक्त विवेचन से स्पष्ट है कि किसी परिमेय संख्या में उसी परिमेय संख्या से भाग करते हैं तो

भागफल सदैव 1 प्राप्त होता है। दूसरे शब्दों में, किसी परिमेय संख्या का उसके व्युत्क्रम से गुणनफल सदैव 1 होता है।

करो और सीखो

- हल कीजिए–

(i) $\frac{5}{7} \div \frac{5}{7}$ (ii) $\frac{-9}{4} \div \frac{-9}{4}$ (iii) $\frac{-7}{11} \div \frac{-7}{11}$

1.3 परिमेय संख्याओं के गुणधर्म

1.3.1 संवृत गुणधर्म

(i) योग

आइए, दो परिमेय संख्याओं के योग पर विचार करते हैं –

$\frac{3}{4} + \frac{5}{3} = \frac{9}{12} + \frac{20}{12} = \frac{9+20}{12} = \frac{29}{12}$ एक परिमेय संख्या है।

$\frac{2}{7} + \left(\frac{-6}{11}\right) = \frac{22}{77} + \left(\frac{-42}{77}\right) = \frac{22-42}{77} = \frac{-20}{77}$ एक परिमेय संख्या है।

$\frac{5}{11} + \frac{6}{11} = \frac{5+6}{11} = \frac{11}{11} = 1$ एक परिमेय संख्या है।

ऐसी ही कुछ और संख्याओं के साथ जाँच कीजिए।

हम देखते हैं कि दो परिमेय संख्याओं का योग पुनः परिमेय संख्या है अतः **परिमेय संख्याएँ योग के अंतर्गत संवृत हैं** अर्थात् किन्हीं दो परिमेय संख्याओं x तथा y के लिए $(x+y)$ भी एक परिमेय संख्या है।

(ii) व्यवकलन

आइए, दो परिमेय संख्याओं के व्यवकलन पर विचार करते हैं –

$\frac{5}{7} - \frac{3}{8} = \frac{40}{56} - \frac{21}{56} = \frac{40-21}{56} = \frac{19}{56}$ एक परिमेय संख्या है।

$\frac{7}{8} - \frac{8}{9} = \frac{63}{72} - \frac{64}{72} = \frac{63-64}{72} = \frac{-1}{72}$ एक परिमेय संख्या है।

$\frac{1}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1-1}{4} = \frac{0}{4} = 0$ एक परिमेय संख्या है।

ऐसी ही कुछ और संख्याओं के साथ जाँच कीजिए।

हम पाते हैं कि किन्हीं दो परिमेय संख्याओं के लिए उनका अंतर भी परिमेय संख्या है अतः **परिमेय संख्याएँ व्यवकलन के अंतर्गत संवृत हैं** अर्थात् किन्हीं दो परिमेय संख्याओं x तथा y के लिए $(x - y)$ भी एक परिमेय संख्या है।

(iii) गुणन

आइए, अब दो परिमेय संख्याओं के गुणनफल का अध्ययन करते हैं –

$$\frac{-4}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{(-4)\times 3}{5 \times 7} = \frac{-12}{35}$$ एक परिमेय संख्या है।

$$\frac{2}{3} \times \left(\frac{-4}{9}\right) = \frac{2\times(-4)}{3 \times 9} = \frac{-8}{27}$$ एक परिमेय संख्या है।

$$\left(\frac{-2}{7}\right)\times\left(\frac{-1}{3}\right) = \frac{(-2)\times(-1)}{7 \times 3} = \frac{2}{21}$$ एक परिमेय संख्या है।

ऐसी ही कुछ और संख्याओं के साथ जाँच कीजिए।

सभी उदाहरणों में हम देखते हैं कि दो परिमेय संख्याओं का गुणनफल एक परिमेय संख्या है। अतः **परिमेय संख्याएँ गुणन के अंतर्गत संवृत हैं** अर्थात् किन्हीं दो परिमेय संख्याओं x तथा y के लिए $(x \times y)$ भी एक परिमेय संख्या है।

(iv) भाग

आइए, अब दो परिमेय संख्याओं के भाग का अध्ययन करते हैं।

$$\frac{2}{3} \div \frac{3}{4} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 3} = \frac{8}{9}$$ एक परिमेय संख्या है।

$$\frac{-7}{2} \div \frac{3}{5} = \frac{-7}{2} \times \frac{5}{3} = \frac{-7 \times 5}{2 \times 3} = \frac{-35}{6}$$ एक परिमेय संख्या है।

$$0 \div \frac{1}{2} = 0 \times \frac{2}{1} = 0$$ एक परिमेय संख्या है।

$$5 \div 0 = 5 \times \frac{1}{0} = \frac{5}{0}$$ एक परिमेय संख्या नहीं है। (अपरिभाषित)

अतः हम कह सकते हैं कि दो परिमेय संख्याओं का भाग सदैव एक परिमेय संख्या ही हो ऐसा आवश्यक नहीं है। अतः **परिमेय संख्याएँ भाग के अंतर्गत संवृत नहीं है।**

करो और सीखो

सारणी में खाली स्थानों को भरिए –

संख्याएँ	संक्रिया के अंतर्गत संवृत हैं			
	योग	व्यवकलन	गुणन	भाग
प्राकृत संख्या	हाँ	----	----	----
पूर्ण संख्या	----	----	----	नहीं
पूर्णांक	----	हाँ	----	----
परिमेय संख्या	----	----	हाँ	----

1.3.2 क्रम विनिमेय गुणधर्म

(i) योग

दो परिमेय संख्याओं $\frac{3}{7}, \frac{-1}{4}$ को जोड़ कर देखिए।

$$\frac{3}{7} + \left(\frac{-1}{4}\right) = \frac{12}{28} + \left(\frac{-7}{28}\right) = \frac{12-7}{28} = \frac{5}{28}$$

और $$\left(\frac{-1}{4}\right) + \frac{3}{7} = \left(\frac{-7}{28}\right) + \frac{12}{28} = \frac{-7+12}{28} = \frac{5}{28}$$

अतः $$\frac{3}{7} + \left(\frac{-1}{4}\right) = \left(\frac{-1}{4}\right) + \frac{3}{7}$$

इसी प्रकार $$\frac{-4}{5} + \left(\frac{-2}{3}\right) = \frac{-12}{15} + \left(\frac{-10}{15}\right) = \frac{-12-10}{15} = \frac{-22}{15}$$

$$\frac{-2}{3} + \left(\frac{-4}{5}\right) = \frac{-10}{15} + \left(\frac{-12}{15}\right) = \frac{-10-12}{15} = \frac{-22}{15}$$

अतः $$\frac{-2}{3} + \left(\frac{-4}{5}\right) = \frac{-4}{5} + \left(\frac{-2}{3}\right)$$

आप ऐसी ही कुछ ओर परिमेय संख्याएँ लेकर योग के लिए क्रम विनिमेय गुणधर्म की जाँच कीजिए।

हम पाते हैं कि दो परिमेय संख्याओं को किसी भी क्रम में जोड़ने पर परिणाम समान प्राप्त होता है। अतः हम कह सकते हैं कि **परिमेय संख्याओं के लिए योग क्रम विनिमेय है**, अर्थात् किन्हीं परिमेय संख्याओं a और b के लिए

$$a + b = b + a$$

(ii) व्यवकलन

दो परिमेय संख्याओं $\frac{2}{5}$ और $\frac{4}{7}$ को घटा कर देखिए।

$$\frac{2}{5} - \frac{4}{7} = \frac{14}{35} - \frac{20}{35} = \frac{14-20}{35} = \frac{-6}{35}$$

$$\frac{4}{7} - \frac{2}{5} = \frac{20}{35} - \frac{14}{35} = \frac{20-14}{35} = \frac{6}{35}$$

अतः $$\frac{2}{5} - \frac{4}{7} \neq \frac{4}{7} - \frac{2}{5}$$

इस प्रकार हम कह सकते हैं कि **परिमेय संख्याओं के लिए व्यवकलन क्रम विनिमेय नहीं है,** अर्थात परिमेय संख्याओं a और b के लिए

$$a - b \neq b - a$$

(iii) गुणन

दो परिमेय संख्याओं $\frac{-4}{5}$ और $\frac{3}{7}$ का गुणन कर देखिए –

$$\left(\frac{-4}{5}\right) \times \frac{3}{7} = \frac{(-4) \times 3}{5 \times 7} = \frac{-12}{35}$$

$$\frac{3}{7} \times \left(\frac{-4}{5}\right) = \frac{3 \times (-4)}{7 \times 5} = \frac{-12}{35}$$

अतः $$\left(\frac{-4}{5}\right) \times \frac{3}{7} = \frac{3}{7} \times \left(\frac{-4}{5}\right)$$

आप ऐसी ही कुछ और परिमेय संख्याएँ लेकर गुणन के लिए क्रम विनिमेय गुणधर्म की जाँच कीजिए। हम कह सकते हैं कि **परिमेय संख्याओं के लिए गुणन क्रम विनिमेय है** अर्थात् किन्हीं परिमेय संख्याओं a और b के लिए –

$$a \times b = b \times a$$

(iv) भाग

दो परिमेय संख्याओं $\frac{7}{3}$ और $\frac{14}{5}$ का भाग करके देखिए –

$$\frac{7}{3} \div \frac{14}{5} = \frac{7}{3} \times \frac{5}{14} = \frac{35}{42}$$

और

$$\frac{14}{5} \div \frac{7}{3} = \frac{14}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{42}{35}$$

अतः $$\frac{7}{3} \div \frac{14}{5} \neq \frac{14}{5} \div \frac{7}{3}$$

इस प्रकार हम कह सकते हैं कि **परिमेय संख्याओं के लिए भाग क्रम विनिमेय नहीं हैं।** अर्थात् किन्हीं परिमेय संख्याओं a और b के लिए –

$$a \div b \neq b \div a$$

करो और सीखो

सारणी में खाली स्थानों को भरिए –

संख्याएँ	क्रम विनिमेयता			
	योग	व्यवकलन	गुणा	भाग
प्राकृत संख्या	हाँ	नहीं	हाँ	नहीं
पूर्ण संख्या	----	----	----	----
पूर्णांक	----	----	----	----
परिमेय संख्या	----	----	----	----

1.3.3 साहचर्य (सहचारिता) गुणधर्म

(i) योग

तीन परिमेय संख्याएँ $\frac{-5}{4}$, $\frac{3}{8}$ और $\frac{-7}{6}$ लेकर जाँच कीजिए।

$$\frac{-5}{4}+\left(\frac{3}{8}+\frac{-7}{6}\right) = \frac{-5}{4}+\left(\frac{9-28}{24}\right) = \frac{-5}{4}+\left(\frac{-19}{24}\right) = \frac{-5}{4}-\frac{19}{24} = \frac{-30-19}{24} = \frac{-49}{24}$$

$$\left(\frac{-5}{4}+\frac{3}{8}\right)+\frac{-7}{6} = \left(\frac{-10+3}{8}\right)+\frac{-7}{6} = \left(\frac{-7}{8}\right)+\left(\frac{-7}{6}\right) = \frac{-21+(-28)}{24} = \frac{-21-28}{24} = \frac{-49}{24}$$

अतः $\frac{-5}{4}+\left(\frac{3}{8}+\frac{-7}{6}\right) = \left(\frac{-5}{4}+\frac{3}{8}\right)+\frac{-7}{6}$

करो और सीखो

क्या दोनों ओर के योग समान हैं ?

(i) $\frac{-3}{5}+\left(\frac{2}{3}+\frac{4}{7}\right)=\left(\frac{-3}{5}+\frac{2}{3}\right)+\frac{4}{7}$

(ii) $\frac{1}{2}+\left(\frac{-3}{4}+\frac{-5}{8}\right)=\left(\frac{1}{2}+\frac{-3}{4}\right)+\frac{-5}{8}$

ऐसे ही उदाहरण लेकर आप भी जाँच कीजिए कि क्या योगफल समान प्राप्त होता है ?

हम पाते हैं कि **परिमेय संख्याओं के लिए योग साहचर्य है।** अर्थात् किन्हीं तीन परिमेय संख्याओं a , b और c के लिए

$$a+(b+c) = (a+b)+c$$

(ii) व्यवकलन

तीन परिमेय संख्याएँ $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ और $\frac{-5}{4}$ लेकर जाँच कीजिए।

$$\frac{1}{2} - \left[\frac{3}{4} - \left(\frac{-5}{4}\right)\right] \quad\Big|\quad \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right) - \left(\frac{-5}{4}\right)$$

$$= \frac{1}{2} - \left(\frac{3+5}{4}\right) \quad\Big|\quad = \left(\frac{2-3}{4}\right) - \left(\frac{-5}{4}\right)$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{8}{4} \quad\Big|\quad = \frac{-1}{4} - \left(\frac{-5}{4}\right)$$

$$= \frac{2-8}{4} \quad\Big|\quad = \frac{-1}{4} + \frac{5}{4}$$

$$= \frac{-6}{4} \quad\Big|\quad = \frac{4}{4}$$

$$= \frac{-3}{2} \quad\Big|\quad = 1$$

अतः $$\frac{1}{2} - \left[\left(\frac{3}{4} - \frac{-5}{4}\right)\right] \neq \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right) - \left(\frac{-5}{4}\right)$$

हम पाते हैं कि **परिमेय संख्याओं के लिए व्यवकलन साहचर्य नहीं है** अर्थात् किन्हीं तीन परिमेय संख्याओं a , b और c के लिए

$$a-(b-c) \neq (a-b)-c$$

(iii) गुणन

तीन परिमेय संख्याएँ $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{7}$ और $\frac{-5}{7}$ लेकर जाँच कीजिए –

$$\frac{2}{3} \times \left[\frac{4}{7} \times \left(\frac{-5}{7}\right)\right] \quad\Big|\quad \left(\frac{2}{3} \times \frac{4}{7}\right) \times \left(\frac{-5}{7}\right)$$

$$= \frac{2}{3} \times \left[\frac{4 \times (-5)}{7 \times 7}\right] \quad\Big|\quad = \left(\frac{2 \times 4}{3 \times 7}\right) \times \left(\frac{-5}{7}\right)$$

$$= \frac{2}{3} \times \left(\frac{-20}{49}\right) \quad\Big|\quad = \frac{8}{21} \times \left(\frac{-5}{7}\right)$$

$$= \frac{2 \times (-20)}{3 \times 49} \quad\Big|\quad = \frac{8 \times (-5)}{21 \times 7}$$

$$= \frac{2 \times -20}{3 \times 49} \quad\Big|\quad = \frac{8 \times -5}{21 \times 7}$$

$$= \frac{-40}{147} \quad\Big|\quad = \frac{-40}{147}$$

अतः $$\frac{2}{3} \times \left(\frac{4}{7} \times \frac{-5}{7}\right) = \left(\frac{2}{3} \times \frac{4}{7}\right) \times \left(\frac{-5}{7}\right)$$

कुछ और परिमेय संख्याएँ लेकर स्वयं जाँच कीजिए।

हम पाते हैं कि परिमेय संख्याओं के लिए गुणन साहचर्य है अर्थात् किन्हीं तीन परिमेय संख्याओं a , b और c के लिए

$$a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$$

करो और सीखो

सत्यापित कीजिए–

(i) $\frac{-4}{3}\times\left[\left(\frac{-2}{5}\right)\times\frac{1}{7}\right]=\left[\frac{-4}{3}\times\left(\frac{-2}{5}\right)\right]\times\frac{1}{7}$

(ii) $\frac{-3}{5}\times\left[\frac{4}{11}\times\left(\frac{-3}{22}\right)\right]=\left[\left(\frac{-3}{5}\right)\times\frac{4}{11}\right]\times\frac{-3}{22}$

(iv) भाग

कोई तीन परिमेय संख्याएँ $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ और $\frac{-2}{7}$ लेकर जाँच कीजिए।

$$\frac{2}{3}\div\left[\frac{3}{4}\div\left(\frac{-2}{7}\right)\right]$$
$$=\frac{2}{3}\div\left[\frac{3}{4}\times\left(-\frac{7}{2}\right)\right]$$
$$=\frac{2}{3}\div\left[\frac{3\times(-7)}{4\times 2}\right]$$
$$=\frac{2}{3}\div\left(\frac{-21}{8}\right)$$
$$=\frac{2}{3}\times\frac{8}{-21}$$
$$=\frac{-16}{63}$$

$$\left(\frac{2}{3}\div\frac{3}{4}\right)\div\left(\frac{-2}{7}\right)$$
$$=\left(\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\right)\div\left(\frac{-2}{7}\right)$$
$$=\left(\frac{2\times 4}{3\times 3}\right)\div\left(\frac{-2}{7}\right)$$
$$=\frac{8}{9}\div\left(\frac{-2}{7}\right)$$
$$=\frac{8}{9}\times\left(\frac{7}{-2}\right)$$
$$=\frac{-56}{18}$$

अब
$$\frac{2}{3}\div\left[\frac{3}{4}\div\left(\frac{-2}{7}\right)\right]\neq\left[\left(\frac{2}{3}\div\frac{3}{4}\right)\right]\div\left(\frac{-2}{7}\right)$$

हम पाते हैं कि **परिमेय संख्याओं के लिए भाग साहचर्य नहीं है** अर्थात किन्हीं तीन परिमेय संख्याओं a , b और c के लिए

$$a\div(b\div c)\neq(a\div b)\div c$$

करो और सीखो

सारणी में खाली स्थानों को भरिए –

संख्याएँ	साहचर्य			
	योग	व्यवकलन	गुणा	भाग
प्राकृत संख्या	हाँ	-----	-----	-----
पूर्ण संख्या	-----	-----	-----	नहीं
पूर्णांक	-----	-----	हाँ	-----
परिमेय संख्या	-----	-----	-----	-----

1.3.4 शून्य की परिमेय संख्याओं के साथ संक्रियाएँ

क्या आप कोई ऐसी संख्या बता सकते हैं, जिसे किसी संख्या में जोड़ने पर वही संख्या प्राप्त हो जाए? जब 0 (शून्य) किसी भी परिमेय संख्या में जोड़ा जाता है तो वही परिमेय संख्या प्राप्त होती है।

$$5 + 0 = 0 + 5 = 5$$

$$(-3) + 0 = 0 + (-3) = -3$$

$$\left(\frac{-5}{7}\right) + 0 = 0 + \left(\frac{-5}{7}\right) = \frac{-5}{7}$$

इस कारण 0 (शून्य) को योज्य तत्समक कहते हैं अर्थात किसी परिमेय संख्या a के लिए

$$a + 0 = 0 + a = a$$

सोचिए क्या प्राकृत संख्याओं में योज्य तत्समक है ?

करो और सीखो

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए –

(i) $3 + \square = 3$ (ii) $\square + 0 = -7$ (iii) $\frac{-4}{9} + \square = \frac{-4}{9}$

(iv) $\square + \frac{9}{13} = \frac{9}{13}$ (v) $\frac{-5}{11} + 0 = \square$

1.3.5 गुणात्मक तत्समक

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए –

$8 \times \square = 8$ और $\square \times 8 = 8$

$(-5) \times \square = -5$ और $\square \times (-5) = -5$

$\left(\frac{2}{3}\right) \times \square = \frac{2}{3}$ और $\square \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$

$\left(\frac{-4}{7}\right) \times \square = \frac{-4}{7}$ और $\square \times \left(\frac{-4}{7}\right) = \frac{-4}{7}$

इस अभ्यास से हम कह सकते हैं कि –

किसी भी परिमेय संख्या को 1 से गुणा करते हैं तो गुणनफल वही परिमेय संख्या प्राप्त होती है। अर्थात 1 (एक) परिमेय संख्या के लिए गुणात्मक तत्समक है। किसी परिमेय संख्या a के लिए

$$a \times 1 = 1 \times a = a$$

सोचिए, पूर्णांक और पूर्ण संख्याओं के लिए गुणात्मक तत्समक क्या है ?

1.3.6 योज्य प्रतिलोम

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए–

$2 + \square = 0$ और $\square + 2 = 0$

$-3 + \square = 0$ और $\square + (-3) = 0$

$\frac{3}{4} + \square = 0$ और $\square + \frac{3}{4} = 0$

$-\frac{5}{7} + \square = 0$ और $\square + \left(\frac{-5}{7}\right) = 0$

इस अभ्यास से हम कह सकते हैं कि –

जब दो संख्याओं का योग शून्य (योज्य तत्समक) हो तो वे दोनों संख्याएँ एक दूसरे की योज्य प्रतिलोम होती हैं। जैसे 1 का योज्य प्रतिलोम –1 तथा –1 का योज्य प्रतिलोम 1 है।

इस प्रकार हम कह सकते हैं कि $\frac{a}{b}$ का योज्य प्रतिलोम $\frac{-a}{b}$ तथा $\frac{-a}{b}$ का योज्य प्रतिलोम $\frac{a}{b}$ है।

करो और सीखो

1. निम्न परिमेय संख्याओं के योज्य प्रतिलोम लिखिए।

(i) 4 (ii) $\frac{-1}{3}$ (iii) $\frac{7}{2}$ (iv) $\frac{-3}{5}$ (v) $\frac{9}{2}$

1.3.7 गुणात्मक प्रतिलोम

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए–

$5 \times \square = 1$ और $\square \times 5 = 1$

$-7 \times \square = 1$ और $\square \times (-7) = 1$

$\frac{2}{3} \times \square = 1$ और $\square \times \frac{2}{3} = 1$

$-\frac{2}{3} \times \square = 1$ और $\square \times \left(\frac{-2}{3}\right) = 1$

इस अभ्यास से हम कह सकते हैं कि –

जब दो संख्याओं का गुणनफल 1 (गुणात्मक तत्समक) हो तो वे दोनों संख्याएँ एक दूसरे की गुणात्मक प्रतिलोम होती है। जैसे $\frac{3}{4}$ का गुणात्मक प्रतिलोम $\frac{4}{3}$ तथा $\frac{4}{3}$ का गुणात्मक प्रतिलोम $\frac{3}{4}$ है।

किसी परिमेय संख्या $\frac{a}{b}$ के लिए यदि $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1 = \frac{b}{a} \times \frac{a}{b}$ होता है तो हम कह सकते हैं कि $\frac{a}{b}$ का गुणात्मक प्रतिलोम $\frac{b}{a}$ तथा $\frac{b}{a}$ का गुणात्मक प्रतिलोम $\frac{a}{b}$ है।

क्या आप बता सकते हैं कि शून्य का गुणात्मक प्रतिलोम क्या है ?

करो और सीखो

1. परिमेय संख्याओं $3, \frac{1}{5}, \frac{-3}{7}, \frac{2}{3}, \frac{-5}{6}$ के गुणात्मक प्रतिलोम लिखिए ।

1.3.8 परिमेय संख्याओं के लिए गुणन की योग पर वितरकता

निम्नलिखित पर विचार कीजिए –

$$\frac{5}{4}\times\left[\left(\frac{-2}{8}\right)+\left(\frac{-3}{5}\right)\right]$$
$$=\frac{5}{4}\times\left(\frac{-10-24}{40}\right)$$
$$=\frac{5}{4}\times\left(\frac{-34}{40}\right)$$
$$=\frac{-170}{160}$$
$$=\frac{-17}{16}$$

$$\frac{5}{4}\times\left[\left(\frac{-2}{8}\right)+\left(\frac{-3}{5}\right)\right]$$
$$=\frac{5}{4}\times\left(\frac{-2}{8}\right)+\frac{5}{4}\times\left(\frac{-3}{5}\right)$$
$$=\frac{-10}{32}+\left(\frac{-15}{20}\right)$$
$$=\frac{-50-120}{160}$$
$$=\frac{-170}{160}$$
$$=\frac{-17}{16}$$

अतः $\frac{5}{4}\times\left[\left(\frac{-2}{8}\right)+\left(\frac{-3}{5}\right)\right]=\frac{5}{4}\times\left(\frac{-2}{8}\right)+\frac{5}{4}\times\left(\frac{-3}{5}\right)$

क्या $\frac{2}{5}\times\left[\left(\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{-3}{4}\right)\right]=\frac{2}{5}\times\frac{1}{2}+\frac{2}{5}\times\left(\frac{-3}{4}\right)$ है ?

यह गुण योग पर गुणा का वितरण (गुणन की योग पर वितरकता) कहलाता है।
क्या परिमेय संख्याओं के लिए व्यवकलन पर गुणन की वितरकता सत्य है ?
सभी परिमेय संख्याओं a , b और c के लिए

$$a\times(b+c)=a\times b+a\times c$$
$$a\times(b-c)=a\times b-a\times c$$

करो और सीखो

वितरण नियम (वितरकता) का उपयोग कर निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए।

(i) $\frac{5}{8} \times \left(\frac{-3}{7}\right) + \frac{5}{8} \times \left(\frac{-7}{6}\right)$ (ii) $\frac{2}{5} \times \left(\frac{-1}{9}\right) + \frac{2}{5} \times \left(\frac{-3}{7}\right)$

(iii) $\left(\frac{-4}{5}\right) \times \frac{2}{9} + \left(\frac{-4}{5}\right) \times \frac{7}{11}$ (iv) $\frac{3}{5} \times \left(\frac{-1}{3}\right) + \frac{3}{5} \times \frac{3}{5}$

1.3.9 दो परिमेय संख्याओं के बीच की परिमेय संख्या ज्ञात करना (औसत द्वारा)

हमने पिछली कक्षा में दो परिमेय संख्याओं के बीच की परिमेय संख्या ज्ञात की थी। हम माध्य के बारे में भी पढ़ चुके हैं। आइए अब हम औसत (माध्य) द्वारा दो परिमेय संख्याओं के बीच की परिमेय संख्या ज्ञात करने का अभ्यास करते हैं–

हम जानते हैं कि

5 और 1 के बीच की प्राकृत संख्याएँ 4, 3, 2 है।

क्या कोई प्राकृत संख्या 2 और 3 के बीच है ?

–3 और 3 के बीच के पूर्णांक –2, –1, 0, 1, 2 है।

क्या दो क्रमिक पूर्णांकों के बीच कोई पूर्णांक है ?

दो क्रमिक पूर्णांकों के बीच कोई भी पूर्णांक नहीं होता है। किंतु दो क्रमिक पूर्णांकों के बीच हम परिमेय संख्या ज्ञात कर सकते हैं।

उदाहरण 5 2 और 3 के मध्य परिमेय संख्या ज्ञात कीजिए।

हल $\frac{2+3}{2} = \frac{5}{2}$

अतः $2 < \frac{5}{2} < 3$

उदाहरण 6 $\frac{3}{5}$ और $\frac{7}{2}$ के मध्य परिमेय संख्या बताइए।

हल

$$\frac{\frac{3}{5}+\frac{7}{2}}{2}$$

$$= \frac{\frac{6+35}{10}}{2}$$

$$= \frac{\frac{41}{10}}{2}$$

$$= \frac{41}{20}$$

दोनों उदाहरणों से स्पष्ट है कि दो परिमेय संख्याओं a और b के मध्य की परिमेय संख्या ज्ञात करने के लिए दोनों संख्याओं को जोड़ कर 2 का भाग लगाते हैं।

$$\text{मध्य संख्या} = \frac{a+b}{2}$$

उदाहरण 7 3 व 4 के मध्य तीन परिमेय संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

हल 3 व 4 के मध्य की परिमेय संख्या $= \frac{3+4}{2}$

$= \frac{7}{2}$

इस प्रकार $3 < \frac{7}{2} < 4$

3 व $\frac{7}{2}$ के मध्य की परिमेय संख्या $= \frac{3+\frac{7}{2}}{2} = \frac{\frac{6+7}{2}}{2} = \frac{\frac{13}{2}}{2} = \frac{13}{4}$

इसलिए $3 < \frac{13}{4} < \frac{7}{2} < 4$

$\frac{7}{2}$ व 4 के मध्य की परिमेय संख्या $= \frac{\frac{7}{2}+4}{2} = \frac{\frac{7+8}{2}}{2} = \frac{\frac{15}{2}}{2} = \frac{15}{4}$

इसलिए $3 < \frac{13}{4} < \frac{7}{2} < \frac{15}{4} < 4$

अतः 3 व 4 के मध्य की तीन परिमेय संख्याएँ $\frac{13}{4}$, $\frac{7}{2}$ व $\frac{15}{4}$ हैं।

इसी प्रकार दो संख्याओं के बीच हम कितनी भी (अनंत) परिमेय संख्याएँ प्राप्त कर सकते हैं।

करो और सीखो

1. -1 और 2 के मध्य की परिमेय संख्या लिखिए।
2. $\frac{2}{3}$ और $\frac{3}{4}$ के मध्य की परिमेय संख्या लिखिए।
3. 2 और 3 के मध्य की तीन परिमेय संख्याएँ लिखिए।

प्रश्नावली 1

1. निम्नलिखित परिमेय संख्याओं का योगफल ज्ञात कीजिए।
(किन्हीं दो को संख्या रेखा पर भी हल कीजिए)

(i) $\frac{5}{2}+\left(\frac{-3}{4}\right)$ (ii) $\frac{-2}{3}+\left(\frac{-4}{5}\right)+\frac{5}{6}$ (iii) $0+\frac{-2}{3}$

(iv) $-2\frac{1}{3}+4\frac{3}{5}$ (v) $\frac{-6}{5}+\left(\frac{-13}{7}\right)$ (vi) $\frac{-8}{19}+\frac{(-4)}{57}$

2. मान ज्ञात कीजिए। (किन्हीं दो को संख्या रेखा पर हल कीजिए)

(i) $\frac{2}{3}+\frac{5}{4}$ (ii) $-2\frac{1}{9}+7$ (iii) $\frac{-7}{16}+\frac{(-3)}{48}$

(iv) $\frac{-7}{63}+\left(\frac{-5}{21}\right)$ (v) $\frac{-2}{13}+\frac{(-1)}{7}$ (vi) $4\frac{3}{5}-\left(-2\frac{1}{3}\right)$

3. निम्नलिखित परिमेय संख्याओं का गुणनफल ज्ञात कीजिए।

(i) $\frac{13}{15}\times 5$ (ii) $\frac{4}{-5}\times\frac{-5}{4}$ (iii) $\frac{-2}{5}\times\left(\frac{-3}{7}\right)$

(iv) $\frac{15}{18}\times\frac{5}{6}\times\frac{21}{5}$ (v) $\frac{9}{4}\times\left(\frac{-7}{5}\right)\times\left(\frac{-6}{21}\right)$ (vi) $2\frac{1}{9}\times\left(-3\frac{1}{2}\right)$

4. मान ज्ञात कीजिए।

(i) $(-6)\div\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{-27}{5}\div\left(\frac{-54}{10}\right)$ (iii) $\frac{21}{36}\div\left(\frac{-7}{18}\right)$

(iv) $\frac{-7}{12}\div\left(\frac{-3}{13}\right)$ (v) $-2\frac{1}{9}\div 6\frac{1}{9}$ (vi) $\frac{2}{15}\div\left(\frac{-8}{45}\right)$

5. मान ज्ञात कीजिए।

(i) $\frac{3}{5}+\frac{7}{10}+\left(\frac{-8}{12}\right)+\frac{4}{3}$ (ii) $2\frac{1}{2}+\left(-3\frac{1}{2}\right)+\left(-2\frac{1}{3}\right)+\left(2\frac{1}{9}\right)$

(iii) $\left(\frac{-7}{5}\right)\times\frac{2}{3}\times\frac{15}{16}\times\left(\frac{-8}{9}\right)$ (iv) $\frac{1}{2}\div\left[\left(\frac{-1}{3}\right)\div\frac{2}{7}\right]$

6. उचित गुणधर्मों के उपयोग से निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए।

(i) $\frac{3}{5}\times\left(\frac{-3}{7}\right)-\frac{2}{7}\times\frac{3}{2}+\frac{3}{15}\times\frac{5}{9}$ (ii) $\frac{5}{2}-\frac{3}{5}\times\frac{7}{2}+\frac{3}{5}\times\left(\frac{-2}{3}\right)$

7. निम्नलिखित परिमेय संख्याओं का योज्य प्रतिलोम लिखिए।

(i) $\frac{7}{19}$ (ii) $-\frac{9}{5}$ (iii) $\frac{-3}{-7}$

(iv) $\frac{5}{-9}$ (v) $\frac{-13}{-17}$ (vi) $\frac{21}{-31}$

8. निम्नलिखित परिमेय संख्याओं के गुणात्मक प्रतिलोम ज्ञात कीजिए।

(i) -17 (ii) $\frac{-11}{17}$ (iii) $-1\times\frac{-3}{5}$ (iv) $\frac{13}{-19}$

9. परिमेय संख्या $\frac{5}{7}$ को $\frac{-7}{15}$ के व्युत्क्रम से गुणा कीजिए।

10. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

(i) दो परिमेय संख्याओं का गुणनफल सदैव ------------- होता है। (परिमेय/पूर्णांक)

(ii) किसी ऋणात्मक परिमेय संख्या का योज्य प्रतिलोम ---- होता है। (ऋणात्मक/धनात्मक)

(iii) शून्य का व्युत्क्रम ---------------- होता है। (शून्य/अनिर्धारित)

(iv) परिमेय संख्याओं का योज्य तत्समक ------------------- होता है। (शून्य/एक)

(v) परिमेय संख्याओं के लिए गुणात्मक तत्समक ------------------ है। (शून्य/एक)

(vi) परिमेय संख्या का गुणात्मक प्रतिलोम उसका ------------- होता है। (व्युत्क्रम/वही)

(vii) ऋणात्मक परिमेय संख्याएँ संख्या रेखा पर सदैव शून्य के ---------------- ओर होती है। (दाईं/बाईं)

(viii) धनात्मक परिमेय संख्याएँ संख्या रेखा पर सदैव शून्य के ------------------ ओर होती है। (दाईं/बाईं)

(ix) किसी परिमेय संख्या में उसके योज्य प्रतिलोम को जोड़ने पर परिणाम ---------- प्राप्त होता है। (शून्य/वही संख्या)

(x) किसी परिमेय संख्या में उसी परिमेय संख्या से भाग देने पर भागफल सदैव -------- प्राप्त होता है। (शून्य/एक)

11. माध्य विधि से–

(i) –3 और 0 के बीच कोई पाँच परिमेय संख्याएँ लिखिए।

(ii) 0 से बड़ी और $\frac{5}{6}$ से छोटी कोई चार परिमेय संख्याएँ लिखिए।

(iii) $\frac{-3}{4}$ और $\frac{5}{6}$ के बीच की कोई तीन परिमेय संख्याएँ बताइए।

हमने सीखा

1. समान हर वाली परिमेय संख्याओं को जोड़ने या घटाने के लिए हर को वही रखते हुए अंशों को जोड़ या घटा सकते हैं।
2. अलग–अलग हर वाली परिमेय संख्याओं को जोड़ने या घटाने के लिए हरों का लघुत्तम समापवर्त्य (ल.स.) लेना होता है।
3. परिमेय संख्याओं का गुणा करने के लिए अंश का गुणा अंश के साथ तथा हर का गुणा हर के साथ करते हैं।
4. किसी परिमेय संख्या को किसी अन्य परिमेय संख्या से भाग देने के लिए उस परिमेय संख्या को अन्य परिमेय संख्या के व्युत्क्रम से गुणा करते हैं।
5. किसी परिमेय संख्या का उसके व्युत्क्रम से गुणनफल सदैव 1 होता है।
6. परिमेय संख्याएँ योग, व्यवकलन और गुणन की संक्रियाओं के अन्तर्गत संवृत है।
7. परिमेय संख्याओं के लिए योग और गुणन की संक्रियाएँ क्रमविनिमेय तथा साहचर्य है।
8. परिमेय संख्याओं के लिए 0 (शून्य) योज्य तत्समक तथा 1 (एक) गुणात्मक तत्समक है।
9. परिमेय संख्या $\frac{a}{b}$ का योज्य प्रतिलोम $-\frac{a}{b}$ है और विलोमतः भी सत्य है। इसी प्रकार परिमेय संख्या $\frac{a}{b}$ का गुणात्मक प्रतिलोम $\frac{b}{a}$ है और विलोमतः भी सत्य है।
10. वितरकता नियम –

    परिमेय संख्या a, b और c के लिए–

    $$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$
    $$a \times (b - c) = a \times b - a \times c$$
11. किन्हीं दो परिमेय संख्याओं के मध्य अपरिमित परिमेय संख्याएँ होती हैं। दो परिमेय संख्याओं के मध्य परिमेय संख्याएँ, माध्यविधि द्वारा ज्ञात की जाती है।