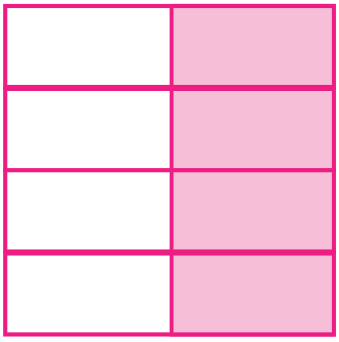
अध्याय 7

भिन्नों पर संक्रियाएँ

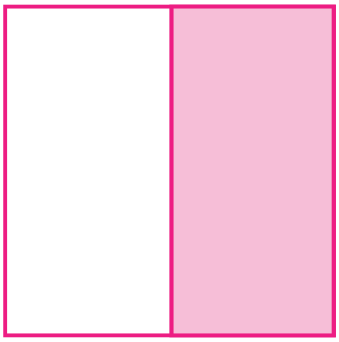
अभय और किट्टू भिन्न के सवाल हल कर रहे थे। किट्टू ने अभय को यह चित्र दिखाया और कहा कि इसके रंगीन भाग के लिए भिन्न लिखो।



अभय ने लिखा– $\frac{1}{2}$

किट्टू बोली नहीं यह तो $\frac{4}{8}$ है।

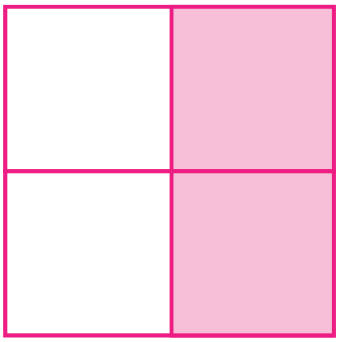
दोनों में बहस होने लगी। दोनों ने तय किया कि चलो लक्ष्मी दीदी से पूछते हैं कि कौन सही है?



''लक्ष्मी दीदी, मैं कहता हूँ इस चित्र में रंगा हुआ भाग एक बटे दो है, और किट्टू कहती है चार बटे आठ है। अब आप ही बताइए कौन सही है?'' अभय ने कहा।

लक्ष्मी दीदी ने हँसकर कहा "दोनों ही सही कह रहे हो।" चलो एक कागज को मोड़कर इसे समझते हैं? मैंने इस कागज को बीच से मोड़ा और फिर खोल दिया। इसे देखो और बताओ मोड़ने पर कागज के कितने हिस्से हुए, और प्रत्येक हिस्सा पूरे कागज का कितना है?''

''कागज के दो बराबर हिस्से हुए और प्रत्येक हिस्सा पूरे कागज का एक बटा दो है।'' अभय ने कहा।

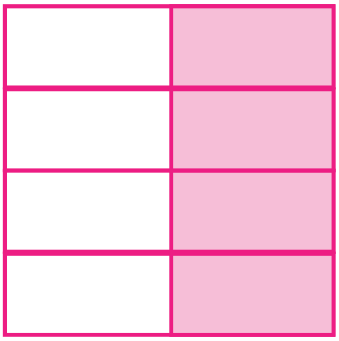


लक्ष्मी दीदी ने कागज के एक बटे दो हिस्से को रंगा और उसे एक बार फिर बीच से आड़ा मोड़ दिया और पूछा ''अब बताओ रंगीन भाग पूरे कागज का कितना है?''

किट्टू बोली– ''कुल हिस्से हुए चार और रंगीन हिस्से हैं दो, इसलिए रंगीन हिस्सा पूरे कागज का दो बटे चार हुआ।''

किट्टू क्या तुम इसे $\frac{1}{2}$ कह सकती हो?

"हाँ, कह सकते हैं क्योंकि एक बटे दो और दो बटे चार दोनों इस कागज के उसी हिस्से को दर्शा रहे हैं।"



लक्ष्मी दीदी ने कागज को एक बार फिर बीच से मोड़ा और पूछा– "अब बताओ रंगीन भाग पूरे कागज का कितना है?"

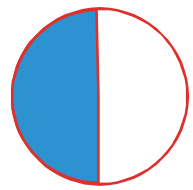
अभय ने कुछ सोचते हुए कहा– "कागज के कुल हिस्से हुए आठ और रंगीन हिस्से हुए चार इसलिए रंगीन भाग पूरे कागज का चार बटे आठ हुआ।"

"अब सोचो क्या एक बटे दो, दो बटे चार और चार बटे आठ तीनों को बराबर कहा जा सकता है?" लक्ष्मी ने पूछा।

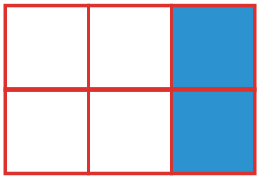
"हाँ दीदी, तीनों ही भिन्नें बराबर रंगीन हिस्से को बता रही हैं। इसलिए ये तीनों भिन्नें बराबर हैं।" अभय ने कहा।

बहुत अच्छे! **ऐसी सभी भिन्नें जो किसी इकाई के एक ही हिस्से को प्रदर्शित करती हैं। तुल्य भिन्नें कहलाती हैं।"** दीदी ने समझाते हुए अपनी बात पूरी की।

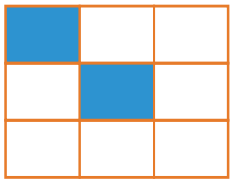
अब तुम नीचे दिए गए प्रत्येक चित्र के रंगीन भाग के लिए भिन्न लिखो और बताओ कि कौन–कौनसी भिन्नें तुल्य भिन्न हैं।



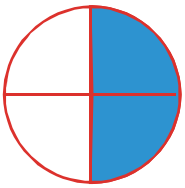
_ _ _ _ _



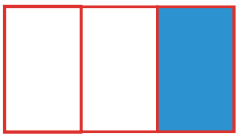
_ _ _ _ _



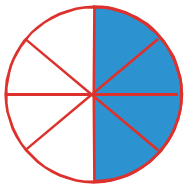
_ _ _ _ _



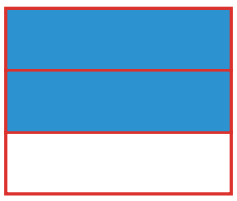
_ _ _ _ _



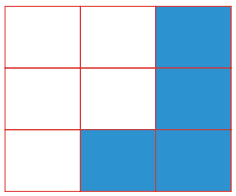
_ _ _ _ _



_ _ _ _ _

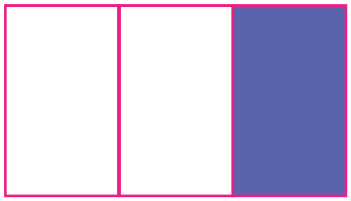


_ _ _ _ _

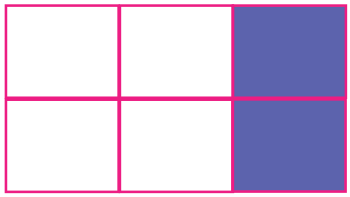


_ _ _ _ _

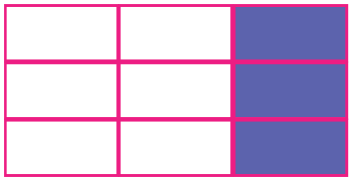
अब नीचे बने चित्रों के रंगीन भागों के लिए भिन्न लिखो–



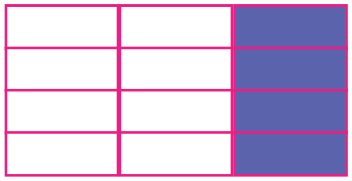
_ _ _ _ _



_ _ _ _ _



_ _ _ _ _



_ _ _ _ _

क्या सभी चित्रों में रंगीन भाग बराबर हैं? ——————————

तो क्या $\frac{1}{3},\frac{2}{6},\frac{3}{9},\frac{4}{12}$ तुल्य भिन्नें हैं?

तुमने सही कहा, $\frac{1}{3},\frac{2}{6},\frac{3}{9}$ और $\frac{4}{12}$ सभी एक दूसरे की तुल्य भिन्नें हैं।

अर्थात् $\frac{1}{3}$ की तुल्य भिन्नें $\frac{2}{6},\frac{3}{9},\frac{4}{12}$ ..... हैं।

$\frac{2}{6}$ की तुल्य भिन्नें $\frac{1}{3},\frac{3}{9},\frac{4}{12}$.....हैं। इन सबमें $\frac{1}{3}$ सरलतम रूप में है।

अब सोचो यदि चित्र न हो और किसी भिन्न की तुल्य भिन्नें प्राप्त करनी हो तो क्या करोगे? आओ समझें–

ऊपर तुमने देखा है, $\frac{1}{3}$ की तुल्य भिन्नें $\frac{2}{6},\frac{3}{9},\frac{4}{12}$,..... आदि हैं।

यदि इनके अंश और हर को गुणनखंड के रूप में लिखें।

तो– $\frac{2}{6}=\frac{1\times2}{3\times2}$ $\frac{3}{9}=\frac{1\times3}{3\times3}$ $\frac{4}{12}=\frac{1\times4}{3\times4}$

यहाँ तुम देख रहे हो भिन्न $\frac{1}{3}$ के अंश और हर में 2,3,4 आदि का गुणा करने पर $\frac{1}{3}$ की तुल्य भिन्नें मिलीं।

चलो $\frac{3}{5}$ की तुल्य भिन्नें बनाएँ

$\frac{3}{5}$ की तुल्य भिन्नें प्राप्त करनी हो तो हमें $\frac{3}{5}$ के अंश और हर में क्रमशः 2,3,4,5..... आदि से गुणा करना होगा।

अतः $\frac{3}{5}$ की तुल्य भिन्नें –

(i) $\frac{3\times2}{5\times2}=\frac{6}{10}$ (ii) $\frac{3\times3}{5\times3}=\frac{9}{15}$

(iii) $\frac{3\times4}{5\times4}=\frac{12}{20}$ (iv) $\frac{3\times5}{5\times5}=\frac{15}{25}$

(v) $\frac{3\times6}{5\times6}=\frac{18}{30}$

अतः $\frac{3}{5}$ की तुल्य भिन्नें = $\frac{6}{10},\frac{9}{15},\frac{12}{20},\frac{15}{25}$..... होंगी।

अभ्यास

तुल्य भिन्न लिखो–

1. $\frac{2}{3}$ 2. $\frac{8}{10}$ 3. $\frac{3}{5}$ 4. $\frac{4}{6}$ 5. $\frac{1}{7}$

क्या अंश और हर में किसी संख्या का भाग देकर भी तुल्य भिन्न बनती हैं?

आओ इसे समझें–

कोई भिन्न जैसे– $\frac{8}{12}$ लो।

$\frac{8}{12}$ में अंश 8 और हर 12 के समान अपवर्तक 2 और 4 हैं।

अतः अंश और हर दोनों 2 से विभाजित हो सकते हैं और 4 से भी।

अतः $\frac{8}{12}$ के अंश और हर में 2 से भाग देने पर –

$\frac{8}{12}=\frac{8\div2}{12\div2}=\frac{4}{6}$

इसी प्रकार अंश और हर में 4 से भाग देने पर–

$$\frac{8}{12} = \frac{8\div4}{12\div4} = \frac{2}{3}$$

$\because \frac{8}{12}$ के अंश और हर में 2 और 4 से भाग देने पर क्रमशः $\frac{4}{6}$ और $\frac{2}{3}$ प्राप्त होते हैं जो $\frac{8}{12}$ की तुल्य भिन्नें हैं। इनमें $\frac{2}{3}$ सरलतम रूप में है।

एक और भिन्न $\frac{6}{15}$ पर विचार करें।

$\frac{6}{15}$ में अंश 6 व हर 15 का समान अपवर्तक 3 है। अतः अंश और हर 3 से विभाजित होंगी।

$$\therefore \frac{6}{15} = \frac{6\div3}{15\div3} = \frac{2}{5}$$

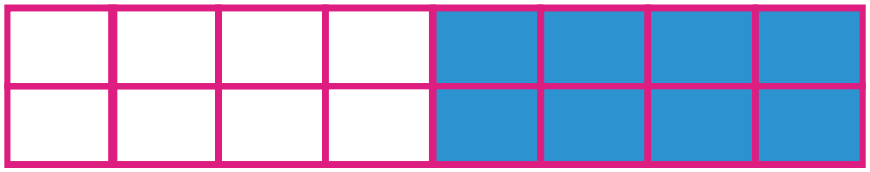
$\therefore \frac{6}{15}$ की तुल्यभिन्न $\frac{2}{5}$ है। यह $\frac{6}{15}$ का सरलतम रूप है।

अब नीचे लिखी भिन्नों के अंश और हर को उचित संख्या से भाग देकर तुल्य भिन्न बनाओ–

(i)	$\frac{3}{9}$	(ii)	$\frac{36}{40}$	(iii)	$\frac{4}{12}$	(iv)	$\frac{56}{64}$
(v)	$\frac{8}{10}$	(vi)	$\frac{35}{45}$	(vii)	$\frac{12}{20}$	(viii)	$\frac{4}{10}$
(ix)	$\frac{15}{25}$	(x)	$\frac{22}{55}$	(xi)	$\frac{4}{5}$	(xii)	$\frac{3}{8}$

यह भी करो–

इस चित्र के रंगीन भाग के लिए तुम अलग–अलग कितनी तुल्य भिन्नें लिख सकते हो, लिखो–



अलग–अलग भिन्नें बताने के लिए तुम कागज की सहायता ले सकते हो।

गणित – 5

भिन्नों को जोड़ना व घटाना

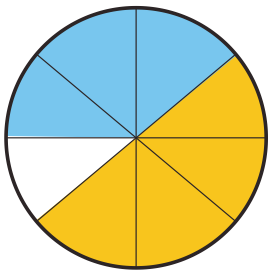
समान हर वाली भिन्नों को जोड़ना

उदाहरण 1 : मुन्नू ने पहले दिन अपने घर की दीवार के $\frac{4}{7}$ हिस्से की पोताई की और दूसरे दिन $\frac{1}{7}$ हिस्से की। दो दिनों में उसने दीवार का $\frac{5}{7}$ हिस्सा पोत लिया।

$$\frac{4}{7}+\frac{1}{7}=\frac{5}{7} \text{ या } \frac{4+1}{7}$$

उदाहरण 2 : $\frac{3}{8}+\frac{4}{8}$ को जोड़ो

$$\frac{3}{8}+\frac{4}{8}=\frac{7}{8} \text{ या } \frac{(3+4)}{8}$$



अतः हम कह सकते हैं–

समान हर वाली भिन्नों को जोड़ने के लिए भिन्नों के अंशों को जोड़कर अंश में लिखते हैं और हर को एक ही बार हर में लिखते हैं।

हल करो–

1. $\frac{5}{16}+\frac{7}{16}=\frac{5+7}{16}=\frac{12}{16}$

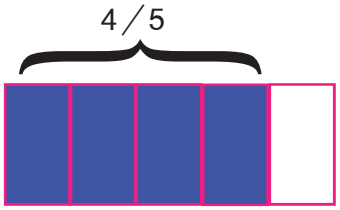
2. $\frac{2}{7}+\frac{3}{7}$ = ———— =

3. $\frac{5}{8}+\frac{1}{8}$ = ———— =

4. $\frac{2}{9}+\frac{6}{9}$ = ———— =

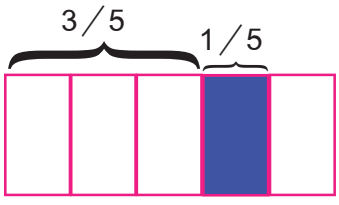
समान हर वाली भिन्नों को घटाना–

किसी खेत के $\frac{4}{5}$ हिस्से में फसल लगी हुई थी।



किसान ने $\frac{3}{5}$ हिस्से की फसल काट ली

$\frac{1}{5}$ हिस्से की फसल लगी है।



$$\frac{4}{5}-\frac{3}{5}=\frac{1}{5} \text{ या } \frac{4-3}{5}$$

अतः हम कह सकते हैं–

समान हर वाली भिन्नों को घटाने के लिए भिन्नों के अंशों को घटाकर अंश में लिखते हैं और हर को एक ही बार हर में लिखते हैं।

घटाओ–

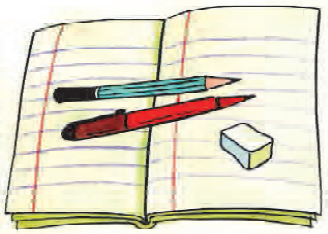
1. $\frac{2}{3}-\frac{1}{3}=\frac{2-1}{3}=\frac{1}{3}$

2. $\frac{5}{8}-\frac{2}{8}=\ldots\ldots\ldots=\ldots\ldots\ldots$

3. $\frac{4}{7}-\frac{3}{7}=\ldots\ldots\ldots=\ldots\ldots\ldots$

4. $\frac{6}{13}-\frac{2}{13}=\ldots\ldots\ldots=\ldots\ldots\ldots$

5. $\frac{7}{10}-\frac{3}{10}=\ldots\ldots\ldots=\ldots\ldots\ldots$



2. असमान हर वाली भिन्नों को जोड़ना

$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=?$

यहाँ पर दोनों भिन्नों के हर अलग हैं। पहले हमने समान हर वाली भिन्नों को जोड़ा है। चलो $\frac{1}{3}$ और $\frac{1}{4}$ को समान हर वाली भिन्नों में बदलें। यह काम दोनों भिन्नों की तुल्य भिन्नें बनाकर कर सकते हैं।

$\frac{1}{3}$ की तुल्य भिन्नें $\frac{2}{6},\frac{3}{9},\frac{4}{12},\frac{5}{15},\frac{6}{18}$ .....

$\frac{1}{4}$ की तुल्य भिन्नें $\frac{2}{8},\frac{3}{12},\frac{4}{16},\frac{5}{20},\frac{6}{24}$ .....

$\frac{1}{3}$ की तुल्य भिन्न $\frac{4}{12}$ और $\frac{1}{4}$ की तुल्य भिन्न $\frac{3}{12}$ दो ऐसी भिन्नें हैं जिनमें हर समान हैं।

इसीलिए– $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{4}{12}+\frac{3}{12}$

$=\frac{4+3}{12}=\frac{7}{12}$ प्राप्त हुआ।

देखो समझो–

$\frac{1}{5}+\frac{1}{2}=?$

हर समान नहीं हैं। सबसे पहले हमें हर बराबर करने होंगे। इसके लिए $\frac{1}{5}$ और $\frac{1}{2}$ की तुल्य भिन्नें लिखेंगे।

$\frac{1}{5}$ की तुल्य भिन्नें $\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{10}},\frac{3}{15},\frac{4}{20},\frac{5}{25}$.....

$\frac{1}{2}$ की तुल्य भिन्नें $\frac{2}{4},\frac{3}{6},\frac{4}{8},\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{10}},\frac{6}{12}$.....

इनमें समान हर वाली भिन्नें $\frac{2}{10}$ एवं $\frac{5}{10}$ हैं।

अतः $\frac{1}{5}+\frac{1}{2}=\frac{2}{10}+\frac{5}{10}$

$=\frac{2+5}{10}=\frac{7}{10}$

इस तरह $\frac{1}{5}+\frac{1}{2}=\frac{7}{10}$ प्राप्त हुआ।

अब अभ्यास करो –

1. $\frac{3}{5}+\frac{1}{4}$
2. $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$
3. $\frac{1}{5}+\frac{1}{6}$
4. $\frac{3}{4}+\frac{2}{8}$
5. $\frac{3}{7}+\frac{1}{3}$
6. $\frac{6}{7}+\frac{7}{8}$

असमान हर वाली भिन्नों को घटाना

तुम असमान हर वाली भिन्नों को समान हर वाली भिन्नों में बदलकर जोड़ना सीख गए हो। अब नीचे लिखे उदाहरण से तुम समझ सकते हो कि अलग–अलग हर वाली भिन्नों को इसी प्रकार घटाते भी हैं–

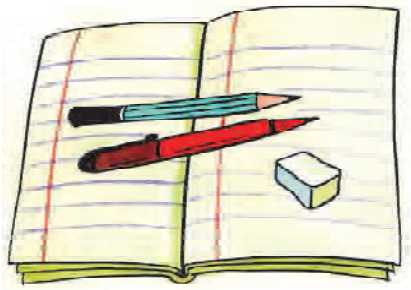
$\frac{2}{3} - \frac{1}{4} = ?$

समान हर वाली भिन्नें बनाने के लिए तुल्य भिन्नें लिखनी होंगी।

$\frac{2}{3}$ की तुल्य भिन्नें $\frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \frac{10}{15}, \frac{12}{18}$.....

$\frac{1}{4}$ की तुल्य भिन्नें $\frac{2}{8}, \frac{3}{12}, \frac{4}{16}, \frac{5}{20}, \frac{6}{24}$.....

इनमें समान हर वाली भिन्नें $\frac{8}{12}$ और $\frac{3}{12}$ हैं।



इसीलिए $\frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{8}{12} - \frac{3}{12}$

$= \frac{8-3}{12}$

$\therefore \quad = \frac{5}{12}$

अतः $\frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$

अब अभ्यास करो–

1. $\frac{2}{3} - \frac{1}{6}$
2. $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$
3. $\frac{1}{3} - \frac{1}{6}$
4. $\frac{4}{5} - \frac{1}{2}$
5. $\frac{6}{7} - \frac{2}{3}$
6. $\frac{4}{9} - \frac{1}{3}$

भिन्नों का जोड़ना व घटाना हर का लघुतमसमापवर्त्य निकालकर भी किया जा सकता है। इस पर अपने गुरुजी या बहिनजी से बात करो।

भिन्नों का गुणा

भिन्न का पूर्ण संख्या से गुणा–

तुमने दो पूर्ण संख्याओं का गुणा किया है। आओ देखें किसी भिन्न में पूर्ण संख्या का गुणा कैसे होता है?

1. $\frac{2}{10}\times 3 = \frac{2}{10}+\frac{2}{10}+\frac{2}{10}$

$= \frac{2+2+2}{10}$

$= \frac{6}{10}$

क्या इसे ऐसे भी समझा जा सकता है?

$\frac{2}{10}\times 3 = \frac{2\times 3}{10} = \frac{6}{10}$

2. $\frac{3}{16}\times 4 = \frac{3}{16}+\frac{3}{16}+\frac{3}{16}+\frac{3}{16}$

$= \frac{3+3+3+3}{16}$

$= \frac{12}{16}$

क्या इस तरह हल कर सकते हैं?

$\frac{3}{16}\times 4 = \frac{3\times 4}{16} = \frac{12}{16}$

नीचे दिए गुणा के प्रश्नों को दोनों तरह से हल करो और बताओ क्या उत्तर एक जैसे हैं?

$\frac{2}{8}\times 3 = \frac{2}{8}+\ldots\ldots+\ldots\ldots =$ या $\frac{2\times 3}{8} = \ldots\ldots$ ( )

$\frac{3}{14}\times 2 = \frac{3}{14}+\ldots\ldots =$ या $\frac{3\times 2}{14} = \ldots\ldots$ ( )

$\frac{5}{21}\times 4 = \frac{5}{21}+\ldots\ldots+\ldots\ldots+\ldots\ldots =$ या $\frac{5\times}{21} = \ldots\ldots$ ( )

$\frac{3}{9}\times 2 = \ldots\ldots =$ या $\ldots\ldots = \ldots\ldots$ ( )

भिन्न का भिन्न से गुणा–

अभी तुमने जो गुणा किया उसमें गुण्य एक भिन्न सँख्या थी और गुणक एक पूर्ण संख्या थी। यदि गुण्य और गुणक दोनों भिन्न संख्याएँ हो तो गुणा कैसे करेंगे? आओ समझें–

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}$ को हल करें।

इसे हम $\frac{1}{2}$ (आधा) का $\frac{1}{3}$ (एक तिहाई) भी कहेंगे।

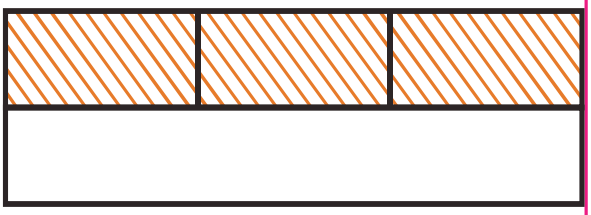
याद करो तुमने एक इकाई का $\frac{1}{2}$ प्राप्त करने के लिए क्या किया था?

इसी तरह $\frac{1}{2}$ का $\frac{1}{3}$ ज्ञात करेंगे।

इसके लिए एक इकाई को दो समान भागों में बाँटों। प्रत्येक भाग $\frac{1}{2}$ को प्रदर्शित करता है। किसी एक भाग को रेखांकित करो।

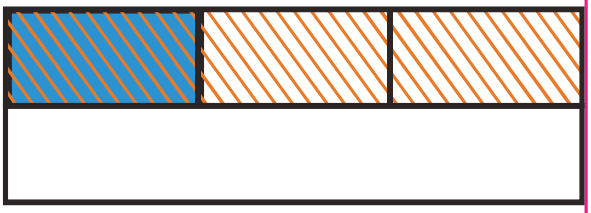
अब इसका $\frac{1}{3}$ मालूम करना है। अतः रेखांकित भाग के 3 समान हिस्से करो।

प्रत्येक हिस्सा $\frac{1}{2}$ के $\frac{1}{3}$ को प्रदर्शित करता है।



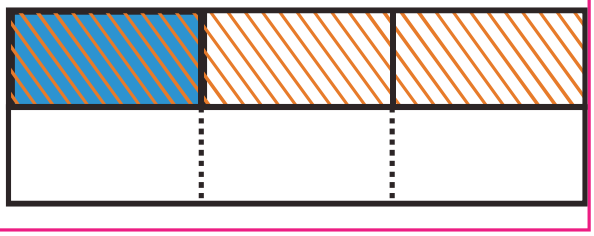
अब इनमें से किसी एक हिस्से को रंगीन करो।

यह $\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}$ है।



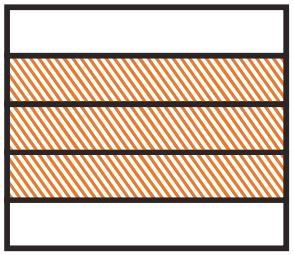
किन्तु यही हिस्सा पूरी इकाई का $\frac{1}{6}$ है।

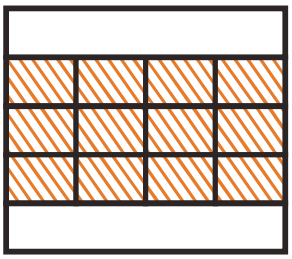
$\therefore \frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}=\frac{1\times1}{2\times3}$



एक और उदाहरण देखें–

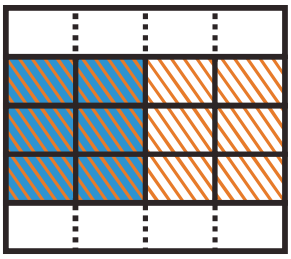
$\frac{3}{5} \times \frac{2}{4}$, किसी इकाई का $\frac{3}{5}$ भाग रेखांकित करो।





अब $\frac{3}{5}$ का $\frac{2}{4}$ प्राप्त करने के लिए रेखांकित भाग के चार समान भाग करो। प्रत्येक हिस्सा $\frac{3}{5}$ का $\frac{1}{4}$ है।

ऐसे दो हिस्से $\frac{3}{5}$ का $\frac{2}{4}$ या $\frac{3}{5} \times \frac{2}{4}$ होंगे।



किंतु ये हिस्से पूरी इकाई के 20 भागों में से 6 भाग हैं अर्थात् $\frac{6}{20}$ हैं।

अतः $\frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20}$

हाँ, ऐसा भी हो सकता है?

$\frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{3 \times 2}{5 \times 4} = \frac{6}{20}$

दो भिन्नों का गुणा करने के लिए अंशों का गुणा कर अंश में लिखें और हरों का गुणा कर हर में लिखें। इस तरह मिलने वाली भिन्न ही दोनों भिन्नों का गुणनफल है।

हल करो–

1. $\frac{3}{7} \times \frac{2}{3}$

अंशों का गुणा करो $3 \times 2 = 6$

हरों का गुणा करो $7 \times 3 = 21$

6 को अंश में तथा 21 को हर में लिखो, $\frac{6}{21}$ मिलेगा।

$\therefore \quad \frac{3}{7}\times\frac{2}{3} = \frac{3\times2}{7\times3} = \frac{6}{21}$

2. $\frac{4}{5}\times\frac{3}{4} = \frac{4\times3}{5\times4} = \frac{12}{20}$

कुछ तुम भी हल करो।

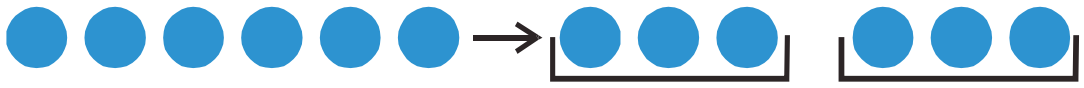
1. $\frac{3}{4}\times\frac{1}{5}$ 2. $\frac{2}{5}\times\frac{6}{7}$ 3. $\frac{1}{2}\times\frac{2}{9}$

4. $\frac{2}{9}\times5$ 5. $5\times\frac{2}{9}$ 6. $\frac{10}{11}\times\frac{3}{8}$

भिन्नों का भाग

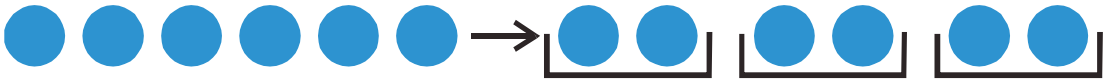
नीचे कुछ भाग के सवाल हल किए गए हैं उन्हें समझो–

$6\div3=?$ का अर्थ है; 6 में तीन–तीन के कितने समूह हैं? (या 6 में 3 कितनी बार है) देखें–



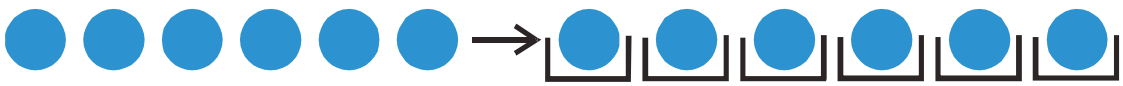
6 में तीन–तीन के दो समूह हैं। $\therefore\ 6\div3=2$

$6\div2=?$ का अर्थ है 6 में दो–दो के कितने समूह हैं।



दो–दो के तीन समूह $\therefore\ 6\div3=2$

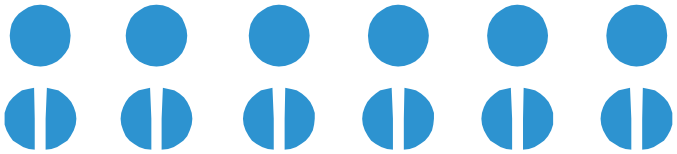
$6\div1=?$ का अर्थ है 6 में 1 कितनी बार है।



एक 6 बार $\therefore\ 6\div1=6$

अब पता करें $6 \div \frac{1}{2} = ?$

$6 \div \frac{1}{2}$ का अर्थ है; 6 में $\frac{1}{2}$ कितनी बार (सम्मिलित) है।



12 टुकड़े होंगे। प्रत्येक टुकड़ा $\frac{1}{2}$ है। $\therefore 6 \div \frac{1}{2} = 12$

दूसरे शब्दों में

एक वस्तु में $\frac{1}{2}$, 2 बार है।

तो 6 वस्तु में $\frac{1}{2}$; $6 \times 2 = 12$ बार होगा।

$\therefore 6 \div \frac{1}{2} = 12$

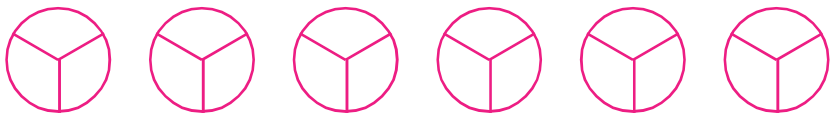
क्या भिन्नों के भाग करने पर हर बार ऊपर की तरह ही परिणाम मिलता है?

आओ पता करें–

$6 \div \frac{1}{3} = ?$

6 में $\frac{1}{3}$ कितनी बार है?

6 में 18 बार $\frac{1}{3}$ है।



$\therefore 6 \div \frac{1}{3} = 18$ लेकिन $6 \times \frac{3}{1} = 18$

इसलिए $6 \div \frac{1}{3} = 6 \times \frac{3}{1} = \frac{6 \times 3}{1} = 18$

भिन्नों का भाग करना हो तो भाजक के अंश को हर के स्थान पर तथा हर को अंश के स्थान पर रखो, और फिर भाज्य से गुणा करो।

इसे नीचे लिखे उदाहरणों से भी समझें–

उदाहरण 4 : $9 \div \frac{1}{2}$ को हल करो–

हल: $\frac{9 \times 2}{1} = \frac{1\ 8}{1}$

उदाहरण 5 : $\frac{2}{3} \div \frac{3}{5}$ को हल करो–

हल: $\frac{2}{3} \div \frac{3}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{3}$ (भाजक के अंश और हर का आपस में स्थान बदलकर फिर भाज्य से गुणा करने पर)

$= \frac{2 \times 5}{3 \times 3}$

$= \frac{10}{9}$

अतः $\frac{2}{3} \div \frac{3}{5} = \frac{10}{9}$ उत्तर

अब तुम नीचे दिए गए सवालों को हल करो–

1. $\frac{4}{6} \div 2$
2. $6 \div \frac{1}{2}$
2. $8 \div \frac{3}{4}$
4. $\frac{3}{4} \div 6$
5. $\frac{2}{5} \div \frac{3}{9}$
6. $5 \div \frac{4}{5}$

इबारती प्रश्न

1. राजू ने दो पपीते तोड़े। एक पपीते का वजन $\frac{1}{4}$ कि.ग्रा. तथा दूसरे पपीते का वजन $\frac{1}{2}$ कि.ग्रा. था। बताओ दोनों पपीतों का कुल वजन कितना होगा?
2. रीतेश प्रतिदिन $\frac{1}{3}$ लीटर और सीमा $\frac{1}{4}$ लीटर दूध पीते हैं, तो बताओ दोनों प्रतिदिन कुल कितने लीटर दूध पीते हैं।

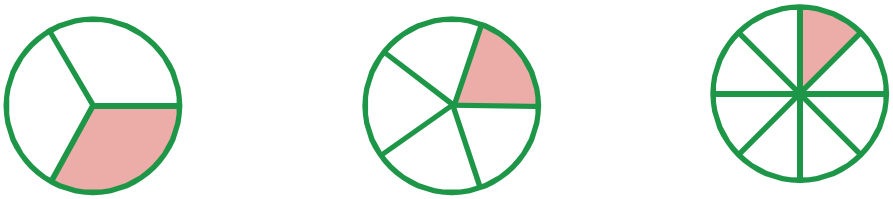
3. अजय प्रतिदिन सुबह $\frac{2}{5}$ कि.मी. दौड़ता है और शीलू $\frac{1}{3}$ कि.मी. दौड़ती है तो बताओ अजय, शीलू से कितना अधिक दौड़ता है?

4. यदि एक आयताकार टाइल की लम्बाई $\frac{3}{5}$ मीटर और चौड़ाई $\frac{1}{2}$ मीटर है तो टाइल का क्षेत्रफल बताओ? (आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई X चौड़ाई)

5. सरिता के पास $\frac{8}{10}$ कि.ग्रा. मिठाई थी। उसने आधी मिठाई राधा को दे दी। बताओ राधा को कितने कि.ग्रा. मिठाई मिली।

छोटी–बड़ी भिन्नें–

नीचे दिये गये चित्रों को देखो–



तीनों वृत्त समान हैं।

पहले वृत्त को कुल 3 समान भागों में बाँटा गया है।

इसका प्रत्येक भाग = $\frac{1}{3}$

दूसरे वृत्त को 5 समान भागों में बाँटा गया है।

इसका प्रत्येक भाग = $\frac{1}{5}$

तीसरे वृत्त को कुल 8 समान भागों में बाँटा गया है।

इसका प्रत्येक भाग = $\frac{1}{8}$

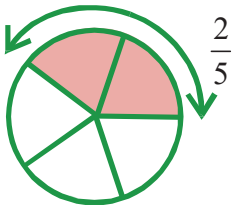
पहले वृत्त के कुल भागों की संख्या कम है।

अतः पहले वृत्त का प्रत्येक भाग दूसरे वृत्त के प्रत्येक भाग से बड़ा होगा।

यानी $\frac{1}{3} > \frac{1}{8}$ इसी प्रकार $\frac{1}{5} > \frac{1}{8}$

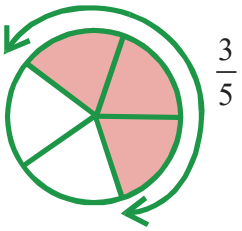
भिन्नों के अंश समान हों तो छोटे हर वाली भिन्न बड़ी होती है, और बड़े हर वाली भिन्न छोटी होती है।

आओ देखें $\frac{2}{5}$ और $\frac{3}{5}$ में कौनसी भिन्न बड़ी है?



$\frac{2}{5}$ यानी एक वस्तु के 5 समान भागों में से 2 भाग

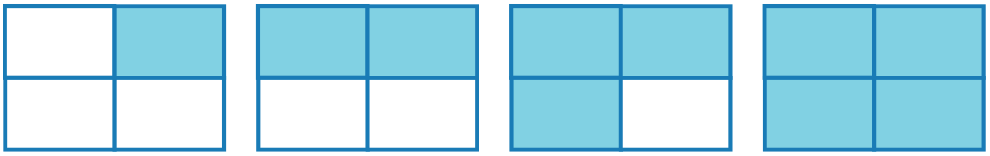
$\frac{3}{5}$ यानी एक वस्तु के 5 समान भागों में से 3 भाग



स्पष्ट है 3 भाग 2 भाग से अधिक हैं।

$\therefore \frac{3}{5} > \frac{2}{5}$

अब इन चित्रों के छायांकित भाग को भिन्न के रूप में लिखो–



इन सभी भिन्नों को छोटे से बड़े क्रम में जमाओ।

———————————————————————————————————

क्या इन सभी भिन्नों के अंश समान हैं ? ——————————————————————

क्या इन सभी भिन्नों के हर समान हैं ? ——————————————————————

अब बताओ हर समान होने पर बड़े अंश वाली भिन्न बड़ी है या छोटी? ——————————

हर समान होने पर छोटे अंश वाली भिन्न छोटी है या बड़ी? ——————————————

भिन्नों के हर समान हों तो बड़े अंश वाली भिन्न बड़ी होती है।

रिक्त स्थानों की पूर्ति $<, >$ चिह्न लगाकर करो–

1. $\frac{3}{7}$ ..... $\frac{6}{7}$

2. $\frac{3}{5}$ ..... $\frac{3}{9}$

3. $\frac{4}{5}$ ..... $\frac{2}{5}$

4. $\frac{20}{29}$ ..... $\frac{2}{29}$

5. $\frac{5}{13}$ ..... $\frac{5}{8}$

6. $\frac{4}{9}$ ..... $\frac{4}{15}$

7. $\frac{11}{17}$ ..... $\frac{12}{17}$

8. $\frac{3}{8}$ ..... $\frac{5}{8}$

इन भिन्नों को बढ़ते क्रम (आरोही क्रम) में लिखो–

1. $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{2}{4}, \frac{4}{4}$ ——————————————————————

2. $\frac{3}{5}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{4}{5}$ ——————————————————————

3. $\frac{5}{11}, \frac{7}{11}, \frac{4}{11}, \frac{8}{11}$ ——————————————————————

4. $\frac{3}{8}, \frac{3}{5}, \frac{3}{16}, \frac{3}{14}$ ——————————————————————

5. $\frac{8}{9}, \frac{5}{9}, \frac{7}{9}, \frac{4}{9}$ ——————————————————————

6. $\frac{1}{2}, \frac{1}{10}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}$ ——————————————————————

इन भिन्नों को घटते क्रम (अवरोही क्रम) में लिखो–

1. $\frac{7}{10}, \frac{5}{10}, \frac{1}{10}, \frac{9}{10}$ ——————————————————————

2. $\frac{2}{7}, \frac{2}{25}, \frac{2}{13}, \frac{2}{17}$ ——————————————————————

3. $\frac{4}{7}, \frac{6}{7}, \frac{5}{7}, \frac{1}{7}$ ——————————————————————

4. $\frac{3}{6}, \frac{5}{6}, \frac{1}{6}, \frac{2}{6}$ ——————————————————————

5. $\frac{6}{9}, \frac{6}{14}, \frac{6}{13}, \frac{6}{7}$ ——————————————————————

6. $\frac{3}{14}, \frac{3}{19}, \frac{3}{25}, \frac{3}{16}$ ——————————————————————

दो भिन्नों में से छोटी या बड़ी भिन्न ज्ञात करने के लिए दोनों भिन्नों के अंश या हर बराबर होने चाहिए। यदि अंश या हर दोनों में से कोई भी बराबर न हो तो कैसे पता करेंगे कि कौनसी भिन्न बड़ी है?

देखें $\frac{2}{3}$ और $\frac{4}{5}$ में कौनसी भिन्न बड़ी है ?

$\frac{2}{3}$ और $\frac{4}{3}$ में न तो दोनों भिन्नों के हर समान हैं और न ही अंश। तुम जानते हो कि तुल्य भिन्न बनाकर अंश और हर बदला जा सकता है।

$\frac{2}{3}$ की तुल्य भिन्न $= \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \frac{10}{15}, \frac{12}{18}, \text{-----}$

$\frac{4}{5}$ की तुल्य भिन्न $= \frac{8}{10}, \frac{12}{15}, \frac{16}{20}, \frac{20}{25}, \frac{24}{30}, \text{-----}$

$\frac{2}{3}$ व $\frac{4}{5}$ की तुल्य भिन्नों में समान हर वाली भिन्नें क्रमशः $\frac{10}{15}$ व $\frac{12}{15}$ है।

$\because \quad 12 > 10$

$\therefore \quad \frac{12}{15} > \frac{10}{15}$

$\therefore \quad \frac{4}{5} > \frac{2}{3}$

$\because \quad \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$ और $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$

छोटी भिन्न पर घेरा लगाओ।

1. $\frac{1}{2}$ और $\frac{2}{3}$ **2.** $\frac{3}{4}$ और $\frac{1}{3}$ **3.** $\frac{5}{6}$ और $\frac{7}{8}$

4. $\frac{1}{4}$ और $\frac{6}{7}$ **5.** $\frac{4}{5}$ और $\frac{5}{6}$

असमान हर वाली भिन्नों को बढ़ते क्रम (आरोही क्रम) और घटते (अवरोही) क्रम में लिखना–

नीचे लिखी भिन्नों को आरोही और अवरोही क्रम में लिखो–

$\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{1}{3}$ और $\frac{5}{6}$

हर असमान है। अतः सभी भिन्नों की तुल्य भिन्नें लिखने पर–

$\frac{2}{3}$ की तुल्य भिन्नें $= \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \frac{10}{15}, \frac{12}{18}, \frac{14}{21}$-------

$\frac{3}{4}$ की तुल्य भिन्नें $= \frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \frac{12}{16}, \frac{15}{20}, \frac{18}{24}$,------

$\frac{1}{3}$ की तुल्य भिन्नें $= \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}, \frac{5}{15}, \frac{6}{18}$,----

$\frac{5}{6}$ की तुल्य भिन्नें $= \frac{10}{12}, \frac{15}{18}, \frac{20}{24}, \frac{25}{30}$

तुल्य भिन्नों में समान हर = 12

अतः $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{1}{3}$ और $\frac{5}{6}$ की समान हर वाली तुल्य भिन्नें क्रमशः $\frac{8}{12}, \frac{9}{12}, \frac{4}{12}, \frac{10}{12}$ हैं। इन्हें बढ़ते क्रम में लिखें तो–

$\because \quad 4 < 8 < 9 < 10$

$\therefore \quad \frac{4}{12} < \frac{8}{12} < \frac{9}{12} < \frac{10}{12}$ या $\frac{1}{3} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{5}{6}$

और इन्हें घटते क्रम में लिखें तो–

$\because \quad 10 > 9 > 8 > 4$

तो $\quad \frac{10}{12} > \frac{9}{12} > \frac{8}{12} > \frac{4}{12}$

$\therefore \quad \frac{5}{6} > \frac{3}{4} > \frac{2}{3} > \frac{1}{3}$

अब इन भिन्नों को आरोही और अवरोही क्रम में लिखो–

1. $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{8}, \frac{1}{4}$ ----------

2. $\frac{5}{6}, \frac{1}{3}, \frac{3}{4}, \frac{3}{8}$ ----------

3. $\frac{2}{9}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{4}{6}$ ----------

4. $\frac{2}{5}, \frac{3}{6}, \frac{1}{3}, \frac{3}{10}$ ----------

5. $\frac{1}{2}, \frac{4}{5}, \frac{3}{4}, \frac{7}{10}$ ----------

कैसी–कैसी भिन्नें– उन भिन्नों पर घेरा बनाओ जिनके अंश हर से छोटे हैं–

$$\frac{1}{2}, \frac{5}{6}, \frac{7}{2}, \frac{4}{9}, \frac{10}{3}, \frac{8}{5}, \frac{10}{10}, \frac{3}{4}, \frac{4}{3}, \frac{9}{4}, \frac{5}{7}, \frac{2}{5}, \frac{11}{8}, \frac{7}{4}, \frac{6}{15}, \frac{13}{6}$$

घेरा लगी भिन्नों को यहाँ लिखो–

_____

_____

इन्हें सम भिन्न कहते हैं।

इन भिन्नों में क्या विशेषता है?

_____

_____

_____

_____

जिन भिन्नों के अंश,हर से छोटे होते हैं वे सम भिन्नें कहलाती हैं। या सम भिन्नों का हर, अंश से बड़ा होता है।

जिन भिन्नों पर घेरा नहीं लगा है वे विषम भिन्न हैं।

विषम भिन्नों में क्या विशेषता है?

_____

_____

_____

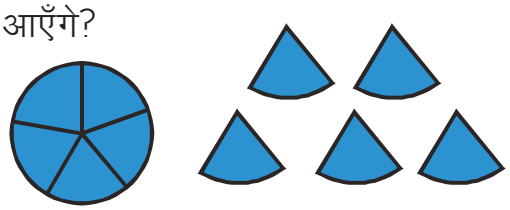
जिन भिन्नों में अंश, हर से बड़े होते हैं, वे विषम भिन्नें कहलाती हैं।
विषम भिन्नों के हर, अंश से छोटे होते हैं।

अब एक विषम भिन्न $\frac{7}{5}$ पर विचार करें–

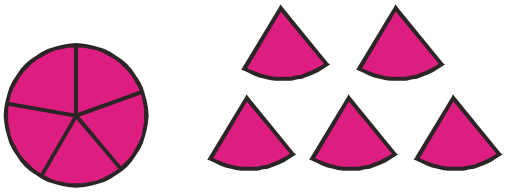
$\frac{7}{5}$ में हर 5 और अंश 7 हैं। इसका अर्थ है किसी एक इकाई के 5 बराबर हिस्से किए गए, ऐसे सात हिस्से उस इकाई का $\frac{7}{5}$ है। किन्तु इस तरह बात करने पर यह समझना भी जरूरी है कि

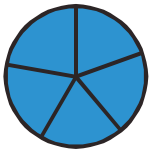
जब कुल 5 ही हिस्से हुए थे तो 7 हिस्से कहाँ से आएँगे?

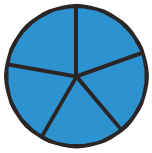
इसे इस तरह समझें, एक इकाई के 5 बराबर हिस्से किए। इनमें से प्रत्येक हिस्सा इस इकाई का $\frac{1}{5}$ होगा ही।



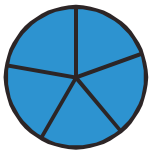
यदि ठीक ऐसा ही हिस्सा किसी दूसरी इकाई से लिया गया हो तो वह भी पहली इकाई का $\frac{1}{5}$ होगा। याने

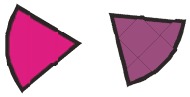


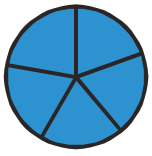
हिस्सा इकाई  का $\frac{1}{5}$ है।

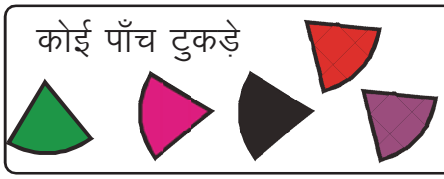
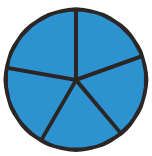
हिस्सा भी इकाई  का $\frac{1}{5}$ है।

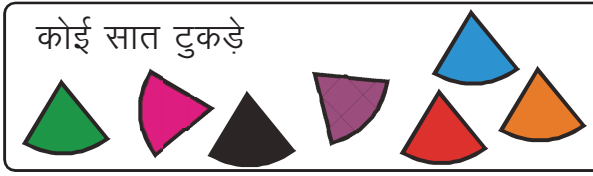
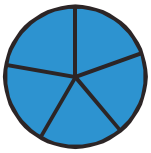
अब कल्पना करो अलग–अलग इकाइयों से हमने पहले की तरह अनेक टुकड़े इकट्ठे किए।

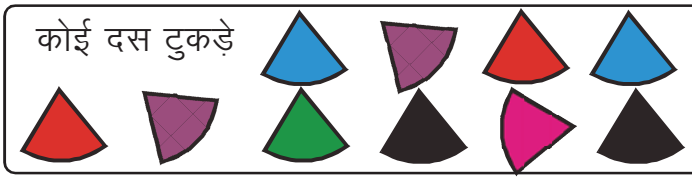
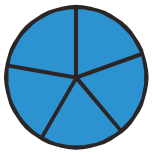
इनमें से हर टुकड़ा इकाई  का $\frac{1}{5}$ है।

कोई दो टुकड़े  इकाई के $\frac{2}{5}$ हैं।

कोई तीन टुकड़े इकाई  के $\frac{3}{5}$ हैं।

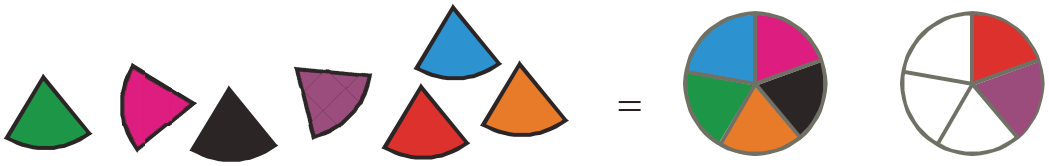
कोई पाँच टुकड़े  इकाई  के $\frac{5}{5}$ हैं।

कोई सात टुकड़े  इकाई  के $\frac{7}{5}$ हैं।

कोई दस टुकड़े  इकाई  के $\frac{10}{5}$ हैं।

इसी तरह हम आगे भी जा सकते हैं।

$\frac{7}{5}$ को एक बार फिर से देखो और उन सात टुकड़ों को इकाई वाले वृत्तों के ऊपर जमाओ।



तुम देख रहे हो, $\frac{7}{5}$ एक पूरी इकाई और $\frac{2}{5}$ के बराबर है।

इसलिए $\frac{7}{5} = 1 + \frac{2}{5}$ या $\frac{7}{5} = \frac{5+2}{5} = \frac{5}{5} + \frac{2}{5} = 1 + \frac{2}{5} = 1\frac{2}{5}$

$1\frac{2}{5}$ को हम एक सही दो बटे पाँच पढ़ते हैं।

इसी प्रकार

$\frac{5}{3} = \frac{3+2}{3} = \frac{3}{3} + \frac{2}{3}$ या $\frac{5}{3} = 1 + \frac{2}{3}$ या $1\frac{2}{3}$

और $\frac{7}{2} = \frac{2+2+2+1}{2} = \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{1}{2}$ या $\frac{7}{2} = 1+1+1+\frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{2}$ या $3\frac{1}{2}$

तुमने देखा कि विषम भिन्नों $\frac{7}{5}, \frac{5}{3}$ और $\frac{7}{2}$ को हम क्रमशः $1\frac{2}{5}, 1\frac{2}{3}$ और $3\frac{1}{2}$ लिख सकते हैं। इनमें एक पूर्ण संख्या और एक सम भिन्न है। ऐसी भिन्नों को हम मिश्र भिन्न कहते हैं।

जब एक विषम भिन्न को पूर्ण संख्या और भिन्न के मिश्रित रूप में लिखते हैं तो उन्हें मिश्र भिन्न कहते हैं।

हमने विषम भिन्न को मिश्र भिन्न में बदलना सीख लिया है। अब यदि मिश्र भिन्न को विषम भिन्न में बदलना हो तो क्या करें?

आओ इसे उदाहरणों से समझें–

उदाहरण 5 : मिश्र भिन्न $1\frac{3}{5}$ को विषम भिन्न में बदलो–

हल : $1\frac{3}{5} = 1+\frac{3}{5}$

यहां सम भिन्न का हर 5 है अतः 1 को $\frac{5}{5}$ के रूप में लिखते हैं।

$$= \frac{5}{5}+\frac{3}{5} = \frac{5+3}{5} = \frac{8}{5}$$

$$\therefore\ 1\frac{3}{5} = \frac{8}{5}$$ उत्तर

उदाहरण 6 : मिश्र भिन्न $3\frac{4}{9}$ को विषम भिन्न के रूप में लिखो–

हल : $3\frac{4}{9} = 3+\frac{4}{9} = \frac{3}{1}+\frac{4}{9}$

यहाँ सम भिन्न का हर 9 है। अतः $\frac{3}{1}$ की ऐसी तुल्य भिन्न यहाँ लिखेंगे जिसका हर 9 है। याने $\frac{3}{1} = \frac{3\times9}{1\times9} = \frac{27}{9}$

$$\therefore 3\frac{4}{9} = \frac{27}{9}+\frac{4}{9}$$

$$= \frac{27+4}{9}$$

$$= \frac{31}{9}$$

$$\therefore\ 3\frac{4}{9} = \frac{31}{9}$$

दी गई विषम भिन्नों को मिश्र भिन्न में बदलो–

1. $\frac{10}{9}$
2. $\frac{10}{7}$
3. $\frac{13}{6}$
4. $\frac{8}{5}$
5. $\frac{9}{4}$
6. $\frac{7}{3}$

दी गई मिश्र भिन्नों को चित्र द्वारा प्रदर्शित करो–

1. $1\frac{1}{3}$
2. $2\frac{1}{2}$
3. $1\frac{3}{4}$
4. $2\frac{1}{5}$
5. $3\frac{2}{3}$
6. $1\frac{4}{5}$

दी गई मिश्र भिन्नों को विषम भिन्नों में बदलो–

1. $1\frac{1}{3}$
2. $1\frac{1}{2}$
3. $4\frac{3}{4}$
4. $5\frac{3}{7}$
5. $2\frac{1}{5}$
6. $3\frac{5}{6}$

JSQQ4N