CHAPTER **37**

प्रायिकता
[PROBABILITY]

परिचय (*Introduction*)

प्रायिकता (Probability) : जब घटना की अनिश्चितताओं को अंकगणित के रूप में निरूपित किया जाता है, तो उसे प्रायिकता (Probability) कहा जाता है।

प्रतिदर्श समष्टि (Sample Space) : किसी प्रयोग के बार-बार किए जाने पर प्राप्त परिणामों के समुच्चय को प्रतिदर्श समष्टि कहते हैं। उसे साधारणतया S या Ω से तथा S के अवयवों की संख्या को n(S) से सूचित करते हैं।

जैसे–एक सामान्य पासे की फेंक में Sample space
S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

घटना (Event) : प्रतिदर्श समष्टि के प्रत्येक उपसमुच्चय को एक घटना कहते हैं। इसे साधणतया E से सूचित करते हैं। जैसे एक सिक्के की उछाल में S {H, T}

यदि शीर्ष ऊपर आने की घटना E हो, तो $E = \{H\} \subseteq S$
यदि S प्रतिदर्श समष्टि हो, तो किसी घटना E की प्रायिकता P

$$(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

जहाँ n (E) = समुच्चय E के अवयवों की संख्या
n (S) = प्रतिदर्श समष्टि S के अवयवों की संख्या

दूसरे शब्दों में, $P(E) = \dfrac{E \text{ के पक्ष में तरीके}}{\text{कुल तरीके}}$

जैसे–यदि एक पासा फेंका जाए, तो चूँकि पासे पर 6 अंक लिखे रहते हैं तथा इनमें से कोई भी अंक ऊपर आ सकता है।

अत: प्रतिदर्श समष्टि S में अवयवों की संख्या
= n(S) = 6

अब संख्या 3 के ऊपर आने की घटना यदि E हो, तो n (E) = 1

अत: ऊपर अंक 3 के आने की प्रायिकता

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{1}{6}$$

किसी घटना में अवयवों की संख्या ज्ञात करना

(i) गिनती का योग नियम : यदि E एक घटना है जो घटना E_1 या E_2 में से किसी एक के घटने से घटती है।

$$n(E) = n(E_1) + n(E_2)$$

(ii) गिनती का गुणन नियम : यदि E एक घटना है, जो घटना E_1 एवं E_2 दोनों के एक साथ घटने से घटती है।

$$n(E) = n(E_1) \times n(E_2)$$

(iii) क्रमचय : यदि कोई घटना E तभी घटित होती है, जब n विभिन्न वस्तुओं में r वस्तुएँ सजाई जाती हैं।

$$n(E) = {}^nP_r = \frac{\lfloor n}{\lfloor n-r}$$

(iv) संचय : यदि कोई घटना E तभी घटित होती है, जब n विभिन्न वस्तुओं में से r वस्तुएँ चुनी जाती हैं।

$$n(E) = {}^nC_r = \frac{\lfloor n}{\lfloor r \lfloor n-r}$$

परस्पर अपवर्जी घटनाएँ (Mutually Exclusive Events) : किसी प्रतिदर्श समष्टि (Sample Space) की दो घटनाएँ E_1 तथा E_2 एक साथ नहीं घटित होती हैं तो इन घटनाओं को परस्पर अपवर्जी घटनाएँ कहा जाता है, जिसमें $E_1 \cap E_2 = \phi$ होता है।

जब E_1 और E_2 दो परस्पर अपवर्जी घटनाएँ हैं तो घटना (E_1 या E_2) की प्रायिकता निम्न प्रकार से मालूम किया जा सकता है—

$$P(E_1 \cap E_2) = P(E_1) + P(E_2)$$

लेकिन जब E_1 तथा E_2 दो परस्पर अपवर्जी घटनाएँ नहीं हों, तो घटना (E_1 या E_2) की प्रायिकता निम्न प्रकार से मालूम किया जा सकता है—

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$$

स्वतंत्र घटना (Independent Event) : यदि दो घटनाओं का घटित होना या नहीं घटित होना एक-दूसरे पर निर्भर न हो, तो उन्हें स्वतंत्र घटनाएँ कहते हैं।

दूसरे शब्दों में, घटनाएँ A और B स्वतंत्र होंगी यदि

$$P(A \cap B) = P(AB) = P(A)\,P(B)$$

जैसे यदि एक सिक्के को दो बार उछाला जाए, तो पहली बार शीर्ष का आना दूसरी बार शीर्ष के आने से स्वतंत्र है।

परतंत्र घटना (Dependent Event) : यदि एक घटना का घटित होना दूसरी घटना पर निर्भर हो, तो ऐसी घटनाओं को परतंत्र घटनाएँ कहते हैं।

जैसे ताश की एक गड्डी से एक पत्ता खींचा जाता है जिसे बाहर रखते हुए यदि दूसरा पत्ता खींचा जाए तो दूसरे पत्ते का निकाला पहले पर निर्भर करेगा। यानि पहले और दूसरे पत्ते का खींचा जाना परतंत्र घटनाएँ हैं।

प्रतिबन्धी प्रायिकता (Conditional Probability) : यदि प्रतिदर्श समष्टि में दो घटनाएँ A और B इस तरह हों कि A के घटने के बाद ही B घटती हो, तो A घटने के बाद B के घटने की इस प्रायिकता को P(B/A) लिखते हैं तथा इसे, इस प्रतिबन्ध पर कि A घट चुकी है, B की प्रतिबन्धी प्रायिकता कहते हैं।

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

जैसे—दो पासों के फेंकने के क्रम में यदि A = पहले पासे पर 3 आने की घटना तथा B = दोनों पासों पर आई संख्याओं का योग 7 होने की घटना हो, तो B की प्रायिकता B की प्रतिबन्धी प्रायिकता होगी इस प्रतिबन्ध पर कि घटना A घट चुकी है।

प्रायिकता से सम्बन्धित कुछ महत्वपूर्ण सूत्र :

1. $P(A) + P(A') = 1$

   जहाँ A कोई घटना है तथा A' इसकी पूरक घटना है।

2. (i) घटना का अनुकूल संयोगानुपात $E = P(E) : P(E')$

   (ii) घटना का प्रतिकूल संयोगानुपात $E = P(E') : P(E)$

3. (i) यदि घटना का अनुकूल संयोगानुपात = a : b

   तो $P(E) = \frac{a}{a+b}$

   (ii) यदि घटना E का प्रतिकूल संयोगानुपात = a : b

   तो $P(E) = \frac{b}{a+b}$

4. यदि किसी प्रतिदर्श समष्टि S में A, B तथा C कोई तीन घटनाएँ हों, तो

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - (A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

यदि A, B तथा C mutually exclusive हों, तो

$$P(A \cap B) = P(B \cap C) = P(A \cap C) = P(A \cap B \cap C) = 0$$

तथा $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$

ताश तथा ब्रिज से सम्बन्धित महत्वपूर्ण बातें :—

1. ताश की एक गड्डी में 52 पत्ते होते हैं।
2. इनमें 26 लाल और 26 काले रंग के पत्ते होते हैं।
3. 26 लाल रंग के पत्तों में से 13 लाल पान (Hearts) और 13 ईंट (ठीकरी Diamonds) के होते हैं।
4. 26 काले रंग के पत्तों में से 13 काला पान (Spades) और 13 चिड़िया (Clubs) के होते हैं।
5. लाल पान, ठीकरी, काला पान, चिड़िया में से प्रत्येक में एक-एक इक्का होता है अर्थात् ताश की गड्डी में कुल चार इक्के होते हैं। इसी प्रकार चार बादशाह (King), चार बेगम (Queen) और चार गुलाम (Jack) होते हैं।
6. ब्रिज के खेल में चार खिलाड़ी होते हैं और प्रत्येक को 13 पत्ते मिलते हैं। ब्रिज के खेल में प्रत्येक रंग के लिए 5 honours पत्ते होते हैं।

उदाहरण *(Examples)*

उदाहरण 1. एक सिक्के के उछाल में टेल आने की प्रायिकता क्या है ?

हल : सिक्के में Head या Tail होता है।

$\therefore \quad S = \{H, T\}, E = \{T\}$

$\therefore \quad P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{1}{2}$

उदाहरण 2. एक साधारण पासे को फेंका जाता है। सम्भाविता मालूम कीजिए कि चार का अंक ऊपर आए।

हल : पासे पर 1, 2, 3, 4, 5 तथा 6 अंकित होते हैं जिनमें से किसी भी एक के ऊपर आने की संभावना समान है।

$\therefore \quad S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ तथा $n(S) = 6$

माना कि E = {4 का अंक ऊपर आने की घटना}

$\therefore \quad n(E) = 1$

अत: घटना E की सम्भाविता $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{1}{6}$

उदाहरण 3. जो पासे एक साथ फेंके जाते हैं। दोनों पर आये अंकों का योग 7 होने की क्या प्रायिकता है ?

हल : Sample space S में अवयवों की संख्या $n(S) = 6 \times 6 = 36$

यदि अभीष्ट घटना E हो, तो E = {(1, 6), (6, 1), (2, 5), (5, 2), (3, 4), (4, 3)}

$n(E) = 6$

अत: $P(E) = \frac{n(E)}{m(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

उदाहरण 4. तीन सिक्कों की उछाल में निम्नलिखित घटनाओं को प्रदर्शित करें।

(i) दो पृष्ठ एवं एक शीर्ष आने की घटना

(ii) तीन शीर्ष आने की घटना

इन घटनाओं की प्रायिकताएँ भी निकालें।

हल : तीन सिक्कों की उछाल में sample space

S = {H, T} × {H, T} × {H, T}

= {HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT}

$n(S) = 8$

(i) दो पृष्ठ एवं एक शीर्ष आने की घटना

E_1 = {HTT, THT, TTH}

$n(E_1) = 3$

$\therefore \quad P(E_1) = \frac{n(E_1)}{n(S)} = \frac{3}{8}$

(ii) तीन शीर्ष आने की घटना E_4 = {HHH}

$n(E_2) = 1$

$\therefore \quad P(E_2) = \frac{n(E_2)}{n(S)} = \frac{1}{8}$

उदाहरण 5. 4 सिक्कों को उछाला जाता है, तो 2 शीर्ष आने की क्या प्रायिकता है ?

हल : sample space S में अवयवों की संख्या $n(S) = 2^4$ (क्योंकि हर सिक्के में दो पार्श्व हैं)

यदि 2 शीर्ष आने की घटना = A

तो $n(A) = {}^4C_2 = 6$

अत: अभीष्ट प्रायिकता $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{2^4} = \frac{3}{8}$

उदाहरण 6. ताश की एक गड्डी से 4 पत्ते खींचे जाते हैं। इसके विभिन्न प्रकारों में आने की क्या प्रायिकता है ?

हल : ताश की गड्डी में 4 suits होते हैं तथा प्रत्येक suit में 13 पत्ते होते हैं। इनमें किसी suit के 13 पत्तों से 1 आने की घटना में अवयवों की संख्या = ${}^{13}C_1$ इसी प्रकार अन्य suits के लिए भी।

अत: विभिन्न suits के पत्ते आने की घटना में अवयवों की संख्या = ${}^{13}C_1 \times {}^{13}C_1 \times {}^{13}C_1 \times {}^{13}C_1$ (गिनती के गुणन-नियम से);

Sample Space में अवयवों की संख्या = ${}^{52}C_4$

अत: अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{{}^{13}C_1 \times {}^{13}C_1 \times {}^{13}C_1 \times {}^{13}C_1}{{}^{52}C_4}$

$= \frac{13 \times 13 \times 13 \times 13}{\frac{52 \times 51 \times 50 \times 49}{4 \times 3 \times 2}} = \frac{2197}{20825}$

उदाहरण 7. यदि ताश के 52 पत्तों में से 2 पत्ते यादृच्छया खींचे जाएँ, तो दोनों के एक्का होने की क्या प्रायिकता है ?

हल : यदि 52 पत्तों में से 2 पत्ते खींचने की घटना = S तो $n(s)$ = 52 पत्तों में से 2 पत्ते खींचने के कुल तरीके = ${}^{52}C_2$

फिर, यदि A = 2 एक्का होने की घटना, तो

$n(A)$ = 4 एक्कों में से 2 खींचने के कुल तरीके

$= {}^4C_2$

अत: $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{26 \times 51} = \frac{1}{221}$

उदाहरण 8. ताश के 52 पत्तों की गड्डी में से 2 को यदृच्छया खींचा जाता है, तो उनमें एक बादशाह तथा एक बेगम होने की क्या संभावना है ?

हल : यदि 52 पत्तों में से 2 पत्ते खींचने की घटना = S

तो $n(S) = {}^{52}C_2$

फिर, यदि E_1 = एक बेगम आने की घटना

तथा E_2 = एक बादशाह आने की घटना हो, तो

$n(E_1) = {}^4C_1 = n(E_2)$ (क्योंकि 52 पत्तों में 4 बेगम और 4 बादशाह होते हैं)

अब यदि E = एक बेगम और एक बादशाह आने की घटना,

तो $n(E) = n(E_1) \times n(E_2)$ गिनती के गुणन नियम से)

$$\text{अतः } P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{n(E_1) \times n(E_2)}{n(s)}$$

$$= \frac{{}^4C_1 \times {}^4C_1}{{}^{52}C_2} = \frac{8}{663}$$

उदाहरण 9. ताश के 52 पत्तों में से 4 खींचे जाते हैं। क्या संभावना है कि इनमें एक और केवल एक बेगम हो ?

हल : Sample Sapce में अवयवों की संख्या

$n(S) = {}^{52}C_4$

यदि एक बेगम आने की घटना = A, तो $n(A) = {}^4C_1$

फिर, यदि 3 अन्य पत्ते आने की घटना = B,

तो $n(B) = {}^{48}C_3$

(क्योंकि 4 बेगमों को छोड़कर शेष 48 पत्ते बन जाते हैं)

अतः यदि E = एक बेगम तथा तीन अन्य पत्ते आने की घटना, से

$n(E) = n(A) \times n(B) = {}^4C_1 \times {}^{48}C_3$

$$\text{अतः } P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{{}^4C_1 \times {}^{48}C_3}{{}^{52}C_4}$$

उदाहरण 10. यदि ताश में 52 पत्तों में से 3 खींचे जाएँ, तो तीनों के बादशाह होने की क्या संभावना है ?

हल : यदि 52 पत्तों में से 3 पत्ते खींचने की घटना = S, तो

$n(S)$ = 52 पत्तों में से 3 पत्ते खींचने के कुल तरीके $= {}^{52}C_3$

फिर, यदि A = 3 बादशाह होने की घटना,

तो $n(A) = {}^4C_3$ (क्योंकि 4 बादशाह से 3 बादशाह खींचने पर ही अनुकूल घटना होती है)

$$\therefore \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{{}^4C_3}{{}^{52}C_3} = \frac{4}{\frac{52 \times 51 \times 50}{3 \times 2}}$$

$$= \frac{1}{13 \times 17 \times 25} = \frac{1}{5525}$$

उदाहरण 11. 6 लड़के और 6 लड़कियाँ यदृच्छया एक कतार में बैठते हैं। सभी 6 लड़कियों को—

(i) एक साथ बैठने की प्रायिकता निकालें।

(ii) लड़के और लड़कियों के एकान्तर रूप में बैठने की प्रायिकता निकालें।

हल : (i) यदि S sample space हो, तो

$$n(S) = {}^{12}C_{12} = \lfloor 12$$

6 लड़कियों को एक वस्तु मानते हुए कुल 7 वस्तुएँ हो जाती हैं। यदि इन सातों को बैठाने की घटना $= E_1$, तो

$n(E_1)$ = 7 वस्तुओं के सजावट के कुल तरीके $= {}^7P_7$

फिर लड़कियों को भी आपस में सजाया जा सकता है।

यदि 6 लड़कियों को आपस में सजाने की घटना $= E_2$

तो $n(E_2)$ = 6 वस्तुओं की सजावट के कुल तरीके $= {}^6P_6$

यदि E = अभीष्ट घटना, तो

$$n(E) = n(E_1) \times n(E_2)$$

$$= {}^7P_7 \times {}^6P_6 = \lfloor 7 \times \lfloor 6$$

$$\therefore \quad P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{\lfloor 7 \times \lfloor 6}{\lfloor 12} = \frac{1}{132}$$

(ii) यहाँ $n(S) = \lfloor 12$ तथा $n(E) = 2 \times \lfloor 6 \times \lfloor 6$

अतः अभीष्ट प्रायिकता

$$= \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{2 \times \lfloor 6 \times \lfloor 6}{\lfloor 12} = \frac{1}{462}$$

उदाहरण 12. किसी समूह में से, जिसमें 3 पुरुष, 2 महिला तथा 4 बच्चे हैं, चार व्यक्तियों को चुनना है। इनमें ठीक दो बच्चे होने की क्या प्रायिकता है ?

हल : $n(S) = {}^9C_4 = 126$

फिर, यदि E_1 = दो बच्चे होने की घटना तथा

E_2 = शेष दो अन्य के चुने जाने की घटना।

तो $n(E_1) = {}^4C_2$ तथा $n(E_2) = {}^5C_2$

अतः यदि E = 2 बच्चे तथा 2 अन्य व्यक्ति होने की घटना, तो $n(E) = n(E_1) \times n(E_2) = {}^4C_2 \times {}^5C_2$

$= 6 \times 10 = 60$

$$\therefore P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{60}{126} = \frac{10}{21}$$

उदाहरण 13. 5 महिला एवं 7 पुरुषों में से 4 की एक समिति बनती है, तो निम्नलिखित घटनाओं की प्रायिकताएँ निकालें।

(i) 3 महिलाएँ तथा 1 पुरुष हो,

(ii) 2 महिलाएँ तथा 2 पुरुष हो तथा

(iii) 4 महिलाएँ हों

हल : यहाँ व्यक्तियों की संख्या = (5 + 7) = 12

यदि S sample space हो, तो $n(S) = {}^{17}C_4 = 495$

(i) यदि 3 महिलाएँ होने की घटना = A

तो $n(A) = {}^5C_3 = 10$

फिर, यदि 1 पुरुष होने की घटना = B

तो $n(B) = {}^7C_1 = 7$

अत: यदि E = 3 महिलाएँ एवं 1 पुरुष होने की घटना

तो $n(E) = n(A) \times n(B) = 10 \times 7 = 70$

$$\therefore \quad P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{70}{495} = \frac{14}{99}$$

उसी प्रकार

(ii) अभीष्ट प्रायिकता

$$= \frac{{}^5C_2 \times {}^7C_2}{{}^{12}C_4} = \frac{10 \times 21}{495} = \frac{14}{33}$$

(iii) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{{}^5C_4}{{}^{12}C_4} = \frac{5}{495} = \frac{1}{99}$

उदाहरण 14. दो पासों के फेंकने के क्रम में दोनों में असमान अंक आने की क्या प्रायिकता है ?

हल : यदि दोनों में समान अंक की घटना = A,

तो A = (1, 2), (2, 2). (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)}

$\therefore \quad n(A) = 6$

फिर, यदि S = sample space

तो $n(S) = 6 \times 6 = 36$

$$\therefore \; P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$\therefore$ P(A) = दोनों में असमान अंक आने की प्रायिकता

$$= 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

उदाहरण 15. दो पासों को फेंकने पर ऊपर आई संख्याओं का योग 5 या 6 होने की क्या प्रायिकता है ?

हल : $n(S) = 6 \times 6 = 36$, जहाँ S = sample space

यदि योग 5 आने की घटना = A,

तो A = {(1, 4), (4, 1), (2, 3), (3, 2)}

$n(A) = 4$

फिर, यदि योग 6 आने की घटना = B

तो B = {(1, 5), (5, 1), (2, 4), (4, 2), (3, 3)}

$n(B) = 5$

अत: $P(A) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$ तथा $P(B) = \frac{5}{36}$

चूँकि 5 या 6 का आना परस्पर अपवर्जी हैं, क्योंकि दोनों एक साथ नहीं आ सकते।

अत: अभीष्ट प्रायिकता

$= P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$$= \frac{1}{9} + \frac{5}{36} = \frac{1}{4}$$

उदाहरण 16. एक ताश की गड्डी से दो पत्ते यदृच्छया खींचे जाते हैं। दोनों के लाल रंग के या दोनों के बेगम होने की प्रायिकता मालूम करें।

हल : यदि sample space हो, तो $n(S) = {}^{52}C_2$

यदि A = दोनों पत्ते लाल होने की घटना,

तो $n(A) = {}^{26}C_2$ तथा

यदि B = दोनों पत्ते बेगम होने की घटना, तो

$n(B) = {}^4C_2$

फिर, दो पत्ते ऐसे हैं जो लाल रंग के हैं और बेगम भी है।

$\therefore \quad n(A \cap B) = {}^2C_2$

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= P(A \cup B)$

$= P(A) + (P(B) - P(A \cap B)$

$$= \frac{{}^{26}C_2}{{}^{52}C_2} + \frac{{}^4C_2}{{}^{52}C_2} - \frac{{}^2C_2}{{}^{52}C_2}$$

$$= \frac{25 \times 13}{26 \times 51} + \frac{6}{26 \times 51} - \frac{1}{26 \times 51}$$

$$= \frac{330}{1326} = \frac{55}{221}$$

उदाहरण 17. एक परिवार में दो बच्चे हैं। उनके लड़का होने की क्या प्रायिकता है यदि यह मालूम हो कि उनमें एक लड़का है ?

हल : माना कि E_1 = एक लड़का होने की घटना

तो E_1 = {GB, BB}; $n(E_1) = 2$

फिर, माना कि E_2 = दोनों के लड़का होने की घटना

तो $E_2 = \{BB\}$; $n(E_2) = 1$

$\therefore E_1 \cap E_2 = \{BB\}$; $n(E_1 \cap E_2) = 1$

अत: अभीष्ट प्रायिकता

$$= P(E_2/E_1) = \frac{n(E_1 \cap E_2)}{n(E_1)} = \frac{1}{2}$$

उदाहरण 18. ताश की एक गड्डी से तीन क्रमागत खींचान में एक्का, बादशाह और बेगम आने की प्रायिकता निकालें यदि खींचे गए पत्ते फिर लगा न दिए जाएँ।

हल : माना कि E_1 = पहली खींच में एक्का आने की घटना E_2 = दूसरी खींच में बादशाह आने की घटना तथा E_3 = तीसरी खींच में बेगम आने की घटना

तो $P(E_1) = \frac{^4C_1}{^{52}C_1}, P(E_2) = \frac{^4C_1}{^{51}C_1}$ तथा

$$P(E_3) = \frac{^4C_1}{^{50}C_1}$$

दूसरी और तीसरी खींच में क्रमश: $n(S) = {}^{51}C_1$ तथा ${}^{50}C_1$ क्योंकि खींचे गए पत्ते वापस नहीं लौटाए जाते।

अत: अभीष्ट प्रायिकता $= P(E_1 \cap E_2 \cap E_3)$

$= P(E_1) \times P(E_2) \times P(E_3)$

($\because E_1, E_2$ तथा E_3 स्वतंत्र हैं)

$$= \frac{4}{52} \times \frac{4}{51} \times \frac{4}{50} = \frac{8}{16575}$$

उदाहरण 19. ताश की दो गड्डियों में प्रत्येक से एक पत्ता यदृच्छया खींचा जाता है। (i) दोनों के काला होने की, (ii) दोनों भिन्न रंग के होने की क्या प्रायिकता है ?

हल : (i) यदि A = पहली गड्डी से काला पत्ता निकलने की घटना तथा B = दूसरी गड्डी से काला पत्ता निकलने की घटना, तब $n(A) = {}^{26}C_1$ तथा $n(B) = {}^{26}C_1$

$$\therefore \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{^{26}C_1}{^{52}C_1} = \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$$

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

चूँकि A और B स्वतंत्र हैं, क्योंकि पहली गड्डी से निकलनेवाले पत्ते पर दूसरी गड्डी से निकलने वाला पत्ता निर्भर नहीं करता।

(ii) पहली गड्डी से लाल और दूसरी से काला निकलने की प्रायिकता $= \frac{26}{52} \times \frac{26}{52} = \frac{1}{4}$ [(i) की तरह]

फिर पहली गड्डी से काला और दूसरी से लाल निकालने की प्रायिकता $= \frac{26}{52} \times \frac{26}{52} = \frac{1}{4}$

ये दोनों घटनाएँ परस्पर अपवर्जी हैं।

अत: अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ (योग प्रमेय से)

उदाहरण 20. एक कक्षा में अध्ययन करने वाले विद्यार्थियों में से 7 महाराष्ट्र के, 5 कर्नाटक के तथा 3 गोवा के हैं। चार विद्यार्थियों को अक्रमिक रूप से चुनना है। कम से कम एक विद्यार्थी कर्नाटक का चुना जाए, इसकी संभावना क्या है ?

[BSRB Guwahati (P.O.), 1999]

हल : 15 विद्यार्थियों में 4 विद्यार्थी चुने जाने के कुल तरीके $= {}^{15}C_4 = \frac{\lfloor 15}{\lfloor 4 \lfloor 11} = 15 \times 13 \times 7$

चार विद्यार्थियों में से एक भी कर्नाटक के नहीं होने के कुल तरीके $= {}^{10}C_4 = \frac{\lfloor 10}{\lfloor 4 \lfloor 6} = 210$

कम से कम एक विद्यार्थी कर्नाटक के होने की संभावना

$$= 1 - \frac{210}{15 \times 13 \times 7} = \frac{11}{13}$$

उदाहरण 21 : एक दर्जन नारंगी ले जाने वाली पेटी में एक-तिहाई नारंगियाँ सड़ गईं। यदि पेटी में से तीन नारंगियाँ इधर-उधर से निकाल ली जाए तो क्या संभावना रहेगी कि उठाई गई तीन नारंगियों में से कम से कम एक अच्छी है ?

[SBI (P.O.), 1999]

हल : 12 नारंगियों में से 3 नारंगियाँ निकालने के कुल तरीके $= {}^{12}C_3 = \frac{\lfloor 12}{\lfloor 3 \lfloor 9} = 220$

3 नारंगियाँ निकालने के कुल तरीके जिसमें एक भी अच्छी न हो $= {}^4C_3 = \frac{\lfloor 4}{\lfloor 3 \lfloor 1} = 4$

एक भी अच्छी नारंगी न होने की संभावना $= \frac{4}{220}$ कम

से कम एक नारंगी अच्छी होने की संभावना $= 1 - \frac{4}{220} = \frac{54}{55}$

उदाहरण 22. कुल 12 आम में से एक-तिहाई खराब हो गए हैं। यदि यादृच्छिक चार आम निकाले जाएँ, तो एक भी आम खराब न होने की संभावना कितनी है ?

[Andhra Bank (P.O.), 2003]

हल : अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{^8C_4}{^{12}C_4} = \frac{14}{99}$

उदाहरण 23. 3 लाल गंदे, 4 हरी गेंदे तथा 3 काली गेन्दों के समूह में से 2 गेंदे एक साथ निकाली जाती हैं। दोनों गेन्दें लाल न होने की प्रायिकता क्या है ?

[RBI (PO), 2003]

हल : अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{^7C_2}{^{10}C_2} = \frac{21}{45} = \frac{7}{15}$

उदाहरण 24. एक टोकरी में 4 हरे और 2 नीले गेंद हैं। यदि दो यादृच्छिक निकालें जाएँ, तो उनके हरे होने की कितनी संभावना है ? **[Andhra Bank (S.O.), 2005]**

हल : अभीष्ट संभावना $= \frac{^4C_2}{^6C_2} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

उदाहरण 25. यदि किसी प्रतिदर्श में से एक व्यक्ति यादृच्छिक चुना जाता है तथा उसके स्मोकर होने की प्रायिकता $\frac{3}{5}$ है तथा वह पुरुष है इसकी प्रायिकता $\frac{1}{2}$ है, तो वह पुरुष भी हो और स्मोकर भी हो, इसकी प्रायिकता क्या होगी ?

[SBI (P.O.), 2005]

हल : $\because$ दोनों घटनाएँ स्वतंत्र हैं।

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$

उदाहरण 26. एक बुक शेल्फ पर प्रबन्धन की तीन, दर्शनशास्त्र की दो, चिकित्सा की तीन और मनोविज्ञान की एक पुस्तक है।

(i) तीन पुस्तकें बेतरतीब उठाई जाने पर कम से कम एक पुस्तक दर्शनशास्त्र की होने की सम्भावना क्या है ?

(ii) चार पुस्तकें बेतरतीब उठाई जाने पर इनमें प्रत्येक विषय की एक-एक पुस्तक होने की सम्भावना कितनी है ?

[UTI (Mumbai), 2005]

हल : (i) कुल तरीके $= {}^9C_3 = 84$

दर्शनशास्त्र की एक भी पुस्तक न होने पर कुल तरीके = ${}^7C_3 = 35$

$\therefore$ कम से कम एक पुस्तक दर्शनशास्त्र की होने की अभीष्ट संभावना $= 1 - \frac{35}{84} = \frac{7}{12}$

(ii) कुल तरीके $= {}^9C_3 = 126$

कुल तरीके जब प्रत्येक विषय पर एक-एक पुस्तक हो

$= {}^3C_1 \times {}^2C_1 \times {}^3C_1 \times {}^1C_1$

$= 3 \times 2 \times 3 \times 1 = 18$

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{18}{126} = \frac{1}{7}$

उदाहरण 27. एक ही पद के दो रिक्त स्थानों के लिए एक पुरुष और उसकी पत्नी साक्षात्कार में उपस्थित होते हैं। यदि पति के चुने जाने की प्रायिकता $\frac{1}{7}$ तथा पत्नी के चुने जाने की प्रायिकता $\frac{1}{5}$ हो, तो उनमें से सिर्फ एक के चुने जाने की प्रायिकता क्या है ? **[MAT, 2005]**

हल : पति और पत्नी में से एक के चुने जाने की प्रायिकता $= P(A \cup B) - P(A \cap B)$

$\because \quad P(A) = \frac{1}{7}$ और $P(B) = \frac{1}{5}$

$\therefore \quad P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{7} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{35}$

तथा $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= \frac{1}{7} + \frac{1}{5} - \frac{1}{35} = \frac{11}{35}$

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{11}{35} - \frac{1}{35} = \frac{2}{7}$

उदाहरण 28. एक क्रिकेट क्लब में 15 सदस्य हैं जिसमें से सिर्फ 5 गेन्द फेंक सकते हैं। यदि इन 15 में से 11 यदृच्छाया चुने जाते हैं, तो उन 11 में कम से कम 3 गेन्द फेकने वालों की प्रायिकता क्या होगी ? **[MAT, 2005]**

हल : अभीष्ट प्रायिकता

$$= \frac{^5C_3 \times {}^{10}C_8}{^{15}C_{11}} + \frac{^5C_4 \times {}^{10}C_7}{^{15}C_{11}} + \frac{^5C_5 \times {}^{10}C_6}{^{15}C_{11}}$$

$$= \frac{12}{13}$$

उदाहरण 29. एक कलश में 4 हरी और 7 नीली गोलियाँ हैं। यदि बेतरतीब 3 गोलियाँ उठाई जाती हैं, तो इनमें किन्हीं दो के नीली होने की सम्भावना क्या है ?

[IDB (P.O.), 2005]

हल : अभीष्ट सम्भावना

$$= \frac{^7C_2 \times {^4C_1}}{^{11}C_3} = \frac{21 \times 4}{165} = \frac{28}{55}$$

उदाहरण 30. पाँच लड़के और चार लड़कियाँ एक पंक्ति में बैठे हैं। इसकी कितनी सम्भावना है कि सभी चार लड़कियाँ साथ-साथ बैठी हैं ? **[RBI, 2005]**

हल : अभीष्ट सम्भावना $= \frac{\lfloor 6 \times \lfloor 4}{\lfloor 9} = \frac{1}{21}$

उदाहरण 31. एक कटोरे में 4 लाल, 3 हरे, 2 नीले और 5 काले मार्बल हैं।

(i) यदि चार मार्बल बेतरतीब ढंग से निकाले जाते हैं, तो उनमें दो के लाल और 2 के नीले मार्बल होने की कितनी संभाव्यता है ?

(ii) यदि दो मार्बल बेतरतीब ढंग से निकाले जाते हैं, तो उनके हरे मार्बल होने की कितनी संभाव्यता होगी ?

(iii) यदि तीन मार्बल बेतरतीब ढंग से निकाले जाते हैं, तो उनमें से किसी के भी काला मार्बल न होने की कितनी संभाव्यता है ?

(iv) यदि तीन मार्बल बेतरतीब ढंग से निकाले जाते हैं उनमें से कम से कम एक के लाल मार्बल होने की कितनी संभावना है ? **[Dena Bank (P.O.), 2006]**

हल : (i) कुल तरीके $= {^{14}C_4} = 1001$

तथा अनुकूल तरीके $= {^4C_2} \times {^2C_2}$

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{6}{1001}$

(ii) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{^3C_2}{^{14}C_2} = \frac{3}{91}$

(iii) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{^9C_3}{^{14}C_3} = \frac{3}{13}$

(iv) कुल परिणाम $= {^{14}C_3} = 364$

लाल मार्बल न होने के लिए अनुकूल परिणाम $= {^{10}C_3} = 120$

$\therefore$ कम से कम 1 लाल मार्बल होने की प्रायिकता

$$= 1 - \frac{120}{364} = \frac{244}{364} = \frac{61}{91}$$

उदाहरण 32. एक बॉक्स में 4 नीले, 4 लाल, 4 सफेद और 4 काले बॉल हैं। सहसा चार बॉल उठाए जाते हैं। निम्नलिखित में से क्या घटित होने की सम्भावना है ? **[आन्ध्रा बैंक (P.O.), 2005]**

(i) चारों बॉल नीले होंगे,

(ii) चारों के चारों लाल नहीं हो सकते हैं अर्थात् कम से कम चार में से एक लाल नहीं है,

(iii) चार में से एक भी सफेद नहीं है तथा

(iv) चारों बॉल एक ही रंग के हैं

हल : (i) चारों बॉल नीले होने की अभीष्ट प्रायिकता

$$= \frac{^4C_4}{^{16}C_4} = \frac{1}{1820}$$

(ii) $\because$ चारों बॉल लाल होने की प्रायिकता $= \frac{1}{1820}$

$\therefore$ चारों बॉल लाल न हो सकने की अर्थात् कम से कम चार में एक बॉल लाल न होने की

अभीष्ट प्रायिकता $= 1 - \frac{1}{1820} = \frac{1819}{1820}$

(iii) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{^{12}C_4}{^{16}C_4} = \frac{99}{364}$

(iv) अभीष्ट प्रायिकता

$$= \frac{^4C_4}{^{16}C_4} + \frac{^4C_4}{^{16}C_4} + \frac{^4C_4}{^{16}C_4} + \frac{^4C_4}{^{16}C_4}$$

$$= \frac{4}{1820} = \frac{1}{455}$$

महत्वपूर्ण प्रश्न (*Important Questions*)

1. एक बॉक्स में 10 आम हैं, जिनमें 4 सड़ गए हैं। एक साथ 2 आम लिए गए हैं। यदि उनमें से एक अच्छा है, तो दूसरे के अच्छे होने की प्रायिकता क्या है ?

(1) 1/3 (2) 2/3
(3) 8/13 (4) 5/13

[RRB Bhuvneshwar, 2001]

2. यदि एक पासे को 18 बार फेंका जाए तो कितने बार 2 के आने की प्रायिकता है ?

(1) 2 बार (2) 3 बार
(3) 6 बार (4) 9 बार

[RRB Kolkata, A. Driver 2005]

3. एक पर्स में 5 चाँदी के एवं 2 सोने के सिक्के हैं। एक दूसरे पर्स में 4 चाँदी के और 3 सोने के सिक्के हैं। किसी एक पर्स से एक सिक्का निकाला गया। इसे चाँदी का सिक्का होने की क्या प्रायिकता है ?

(1) 9/6 (2) 20/49
(3) 1/18 (4) 9/14

[RRB Bangalore, ESM 2004]

4. 20 हरा और 15 लाल गेंद एक बर्तन में डाले जाते हैं। एक हरा गेंद को चुनने की संभावना कितनी हो सकती है ?
(1) 1/20 (2) 1/35
(3) 4/7 (4) 3/4
[RRB Bangalore ASM, 2004]

5. एक दर्जन संतरे वाले एक डिब्बे में एक तिहाई संतरे खराब हो गए हैं। यदि इस डिब्बे में से किसी भी तीन संतरों को बाहर निकाला जाता है, तो निकाले गए इन तीन संतरों में से कम-से-कम एक संतरा अच्छा होगा, इसकी संभावना कितनी है ?
(1) 1/55 (2) 54/55
(3) 45/55 (4) 3/55
[RRB Kolkata, Goods Guard, 2002]

6. 52 पत्तों की एक गड्डी में से दो पत्ते निकाले गए, तो निकाले गए पत्ते दो इक्के होंगे इसकी क्या संभावना है ?
(1) 2/245 (2) 1/218
(3) 4/1569 (4) 1/221

7. तीन सिक्के उछाले जाते हैं, कम से कम एक चित्त आने की क्या प्रायिकता है ?
(1) 1/8 (2) 1/2
(3) 7/8 (4) 1/3
[RRB Bhuneshwar, Chasing Inspector, 2005]

8. किसी थैले में 4 उजली और 5 काली गेंद है। उनमें से तीन गेंद निकाला जाता है, तो 1 उजला और 2 काला गेंद निकालने की प्रायिकता होगी।
(1) 21/10 (2) 10/21
(3) 10/31 (4) 10/51 **[RRB, 2001]**

9. A 75% मामलों में सच बोलता है तथा B 60% मामलों में सच बोलता है। दोनों का विरोधाभास होने की संभावना ज्ञात करें ?
(1) 25% (2) 45%
(3) 75% (4) 84% **[IB, 2003]**

10. एक दिवसीय क्रिकेट टूर्नामेंट में भारत के भाग नहीं लेने की संभावना 25% है जबकि आस्ट्रेलिया के भाग नहीं लेने की संभावना 30% है दोनों में से किसी के भी भाग नहीं लेने की संभावना है—
(1) $\frac{22}{40}$ (2) $\frac{21}{40}$
(3) $\frac{28}{40}$ (4) $\frac{25}{40}$ **[CBI, 1998]**

11. किसी प्रतियोगिता में राम को पुरस्कार जीतने की संभावना $\frac{1}{5}$ है, जबकि मोहन के पुरस्कार जीतने की संभावना $\frac{3}{4}$ है, तो
(a) दोनों के पुरस्कार जीतने की संभावना ज्ञात करें।
(1) $\frac{3}{20}$ (2) $\frac{1}{5}$
(3) $\frac{7}{10}$ (4) $\frac{1}{12}$
(b) दोनों में से किसी के भी पुरस्कार नही जीतने की क्या संभावना है ?
(1) $\frac{1}{5}$ (2) $\frac{3}{5}$
(3) $\frac{4}{9}$ (4) $\frac{2}{7}$

12. एक कक्षा में 6 छात्र तथा 4 छात्राएँ हैं। इनमें से यादृच्छिक रूप ये यदि किसी चार विद्यार्थियों को चुन लिया जाय तो क्या संभावना रहेगी कि उनमें से कम से कम एक छात्रा जरूर हो ?
(1) $\frac{7}{12}$ (2) $\frac{13}{40}$
(3) $\frac{5}{12}$ (4) $\frac{9}{40}$
[Delhi Police, 2003]

13. 5 लड़के और 4 लड़कियाँ एक ही पंक्ति में बैठे हैं इसकी कितनी संभावना है कि सभी चार लड़कियाँ साथ-साथ बैठी हैं ?
(1) $\frac{3}{7}$ (2) $\frac{4}{13}$
(3) $\frac{1}{21}$ (4) $\frac{2}{7}$
[C.E.T., 1999, H.M., 2009]

14. एक कलश में 4 हरी और 7 नीली गोलियाँ हैं यदि बेतरतीब 3 गोलियाँ उठाई जाती हैं तो इनमें से किन्हीं दो के नीली होने की संभावना क्या है ?
(1) $\frac{2}{13}$ (2) $\frac{28}{55}$
(3) $\frac{27}{55}$ (4) $\frac{26}{55}$
[R.R.B. 1997, 2008]

15. एक बाक्स में 12 संतरे हैं जिनमें से 5 पके नहीं हैं। बॉक्स में से यदि 4 संतरे बेतरतीब उठाएँ जाते हैं तो कम से कम एक संतरा अधपका हो ऐसी संभावना कितनी है ?
(1) $\frac{92}{99}$ (2) $\frac{27}{98}$
(3) $\frac{93}{99}$ (4) $\frac{2}{7}$ **[S.S.C., 2003]**

16. कितने प्रकार से शब्द LEADING के अक्षर इस प्रकार समायोजित किए जा सकते हैं कि स्वर सदैव एक साथ हो ?

(1) 420 (2) 670
(3) 720 (4) 230 **[P.O., 2005]**

17. शब्द ADJUST के अक्षरों कितने विभिन्न प्रकारों से क्रमबद्ध किए जा सकते हैं ताकि स्वर एक साथ नहीं आ सकते हैं ?

(1) 290 (2) 480
(3) 520 (4) 250 **[P.O., 1998]**

18. LEADER शब्द के अक्षरों को कितने विविध प्रकार से व्यवस्थित किया जा सकता है ?

(1) 360 (2) 560
(3) 430 (4) 600 **[C.B.I., 2001]**

19. स्वरों को हर बार साथ रखकर एवं व्यंजन को भी हर बार साथ रखकर ORGANISE शब्द को अलग-अलग कितने प्रकार से क्रमबद्ध किया जा सकता है ?

(1) 900 (2) 576
(3) 720 (4) 300 **[B.S.R.B., 2003]**

20. शब्द DESIGN के अक्षरों को अलग-अलग कितनी तरह से क्रमबद्ध किया जा सकता है कि कोई भी व्यंजन दो में से किसी भी छोर पर न हो ?

(1) 20 (2) 56
(3) 60 (4) 48 **[B.S.R.B., 2004]**

संक्षिप्त उत्तर (*Short Answers*)

1. (1)	**2.** (2)	**3.** (2)	**4.** (3)	**5.** (2)
6. (4)	**7.** (3)	**8.** (2)	**9.** (2)	**10.** (2)
11. (a) (1)	(b) (1)	**12.** (2)	**13.** (3)	**14.** (2)
15. (1)	**16.** (3)	**17.** (2)	**18.** (1)	**19.** (2)
20. (4)				

उत्तर व्याख्यासहित (*Answer with Explanation*)

1. (1) कुल आम = 10 = 6 + 4

↓ ↓

अक्षर सड़ा

चूँकि एक साथ 2 आम लिए गए, उनमें से एक अच्छा है, तो दोनों के अच्छे आम होने की संभावना/ प्रायिकता

$$=\frac{6C_2}{10C_2}=\frac{6\times5}{10\times9}=\frac{1}{3}$$

2. (2) ∵ पासे की एक फेंक में '2' अंक की प्रायिकता $=\frac{1}{6}$

∵ पासे की प्रत्येक फेंक परस्पर अपवर्जी है।

∵ 18 फेंकों में '2' आने की प्रायिकता

$$=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\ldots18 \text{ बार}$$

= 3 बार

3. (2) पहले पर्स से 1 सिक्का निकालने पर चाँदी होने की संभावना $=\frac{5}{7}$

दूसरे पर्स से 1 सिक्के निकालने पर चाँदी होने की संभावना $=\frac{4}{7}$

= संयुक्त रूप से चाँदी होने की संभावना

$$=\frac{5}{7}\times\frac{4}{7}=\frac{20}{49}$$

4. (3) कुल गेंद = 20 + 15

∴ एक हरा गेंद चुनने की संभावना

$$=\frac{20C_1}{35C_1}=\frac{20}{35}=\frac{4}{7}$$

5. (2) तीन संतरे निकालने के कुल प्रकार

$$=12C_3=\frac{12\times11\times10}{3\times2\times1}=220$$

खराब संतरे $=12\times\frac{1}{3}=4$ संतरे

∴ एक भी अच्छा संतरा नहीं होने का कुल प्रकार

$$={}^4C_3=\frac{4\times3\times2}{3\times2}=4$$

∴ कम-से-कम एक अच्छा संतरा होने की प्रायिकता

$$=1-\frac{4}{220}=\frac{54}{55}$$

6. (4) 52 से 2 पत्ते निकालने के कुल प्रकार $={}^{52}C_2$

$$=\frac{52\times51}{2\times1}=1326$$

4 में से दो इक्के निकालने के कुल प्रकार $={}^4C_2$

$$=\frac{4\times3}{2\times1}=6$$

∴ दो इक्के होने की संभावना

$$=\frac{6}{1326}=\frac{1}{221}$$

7. (3) तीन सिक्के उछाले जाने पर कुल घटनाएँ $= 2^3 = 8$

कम-से-कम 1 चित्त (Head) आने की अनुकूल घटनाएँ = {HTT, THT, TTH, HHT, HTH, TTH, HHH} = 7

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{7}{8}$

8. (2) $n(S) = {}^9C_3 = \frac{9!}{6!3!} - \frac{9\times8\times7\times6!}{6!\times3\times2\times!} = 84$

$n(E) = {}^4C_1 \times {}^5C_2 = 4 \times 10 = 40$

$\therefore P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{40}{84} = \frac{10}{21}$

9. (2) A की सच बोलने की संभावना $= \frac{74}{100} = \frac{3}{4}$

$\therefore$ A के छूट बोलने की संभावना $= 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

B के सच बोलने की संभावना $= \frac{60}{100} = \frac{3}{5}$

$\therefore$ B के झूठ बोलने की संभावना $= 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$

विरोधाभास तभी होगा जब एक बोलता हो तथा दूसरा झूठ अतः ऐसी संभावना

$= \frac{3}{4}\times\frac{2}{5} + \frac{1}{4}\times\frac{3}{4} = \frac{9}{20}\times100 = 45\%$

10. (2) अभीष्ट संभावना

$= \frac{75}{100}\times\frac{70}{100} = \frac{3}{4}\times\frac{7}{10} = \frac{21}{40}$

11. (a) (1) **TRICK :** $\frac{1}{5}\times\frac{3}{4} = \frac{3}{20}$

(b) (1) **TRICK :** $\left(1-\frac{1}{5}\right)\times\left(1-\frac{3}{4}\right) = \frac{4}{5}\times\frac{1}{4} = \frac{1}{5}$

12. (2) $n(S) = {}^{10}C_4 = 210$

$n(E) = ({}^4C_1 \times {}^6C_3) + ({}^4C_2 \times {}^6C_2) + ({}^4C_3 \times {}^6C_1)$

$= 80 + 90 + 24 + 1 = 195$

$\therefore$ कम-से-कम छात्रा होने की संभावना

$= \frac{195}{210} = \frac{13}{14}$

13. (3) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{{}^6P_6 \times {}^4P_4}{{}^9P_4}$

$= \frac{6\times5\times4\times3\times2\times4\times3\times2}{9\times8\times7\times6\times5\times4\times3\times2}$

$= \frac{1}{21}$ **Ans.**

14. (2) अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{{}^7C_2 \times {}^4C_1}{{}^{11}C_3}$

$= \frac{7\times\frac{6}{2}\times4}{\frac{11\times10\times9}{3\times2}} = \frac{28}{55}$ **Ans.**

15. (1) एक भी अधपका न होने की प्रायिकता $= \frac{{}^7C_4}{{}^{12}C_4}$

$= \frac{7\times6\times5}{3\times2}\times\frac{4\times3\times2}{12\times11\times10\times9} = \frac{7}{99}$

$\therefore$ कम-से-कम एक अधपका होने की प्रायिकता

$= 1 - \frac{7}{99} = \frac{92}{99}$ **Ans.**

16. (3) स्वर की सं० = 3, व्यंजक की सं० = 4

$\therefore$ स्वरों को एक साथ रखने पर एक अक्षर माना जाएगा तो कुल अक्षर = 1 + 4 = 5

तो सजाने का प्रकार $= {}^5P_5$

पुनः स्वरों को भी आपस में कुल ${}^3P_3$ प्रकार से सजा सकते हैं।

$\therefore$ कुल प्रकार $= {}^5P_3 \times {}^3P_3 = 720$ **Ans.**

17. (2) सभी अक्षरों को क्रमबद्ध करने के कुल तरीके

$= {}^6P_6 = 720$

स्वर साथ रहे तो क्रमबद्ध करने के कुल तरीके

$= {}^5P_5 \times {}^2P_2 = 240$

स्वर साथ नहीं रहे तो क्रमबद्ध करने के कुल तरीके

$= 720 - 240 = 480$

18. (1) अभीष्ट प्रकार $= \frac{\underline{|6}}{\underline{|2}} = 360$

19. (2) कुल शब्द = 8, स्वर = 4, व्यंजक = 4

अभीष्ट प्रकार $= \underline{|4} \times \underline{|4} = 576$

20. (4) कुल शब्द = 6, व्यंजक = 4

अभीष्ट प्रकार $= 2 \times \underline{|4} = 48$

□