प्रकाश विद्युत प्रभाव एवं द्रव्य तरंगे
Photoelectric effect and Matter Waves

13
CHAPTER

भूमिका (Introduction)

विसर्जन नलिका में अल्प दाबों पर गैसों के आयनीकरण एवं उनमें धारा चालन (विद्युत विसर्जन) के प्रयोगों में कैथोड से उत्सर्जित कैथोड किरणों पर थॉमसन ने परस्पर लम्बवत् विद्युत एवं चुम्बकीय क्षेत्र आरोपित कर कैथोड किरणों के ऋणात्मक आवेशित कण इलेक्ट्रॉन की खोज की तथा इसके वेग [लगभग (3 से 6) $\times 10^7$ मीटर/से.] एवं विशिष्ट आवेश ($\frac{e}{m}=1.76\times10^{11}$ कूलॉम/किग्रा.) का परिकलन किया। इसके पश्चात् हर्ट्ज के प्रयोगों में, एवं हालवॉक्स तथा लेनार्ड के प्रयोगों में, पराबैंगनी प्रकाश किरणों के आपतन से भी धात्विक सतह से कुछ कम वेगों के इलेक्ट्रॉनों का उत्सर्जन प्रेक्षित किया गया, इस प्रभाव को **प्रकाश विद्युत प्रभाव** कहा गया।

प्रकाश विद्युत प्रभाव, कॉम्पटन प्रभाव तथा रमन प्रभाव जैसे पदार्थ के साथ अन्योन्य क्रिया के प्रभावों की सफल व्याख्या प्रकाश के क्वांटम सिद्धांत (कणीय प्रकृति) से हो सकी जबकि कुछ अन्य प्रभावों जैसे परावर्तन, अपवर्तन, व्यतिकरण, विवर्तन एवं ध्रुवण की व्याख्या, प्रकाश की तरंगीय प्रकृति से हो सकी। इसी को प्रकाश की द्वैत प्रकृति कहते हैं। सममितता के आधार पर डी–ब्रोग्ली ने गतिशील द्रव्य कणों के साथ तरंगों के सम्बद्ध होने की परिकल्पना की जिसे बाद में डेविसन–जर्मर ने प्रायोगिक रूप से सत्यापित किया।

13.1 प्रकाश विद्युत प्रभाव (Photoelectric Effect)

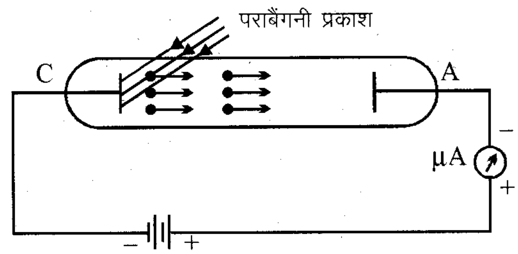
हर्ट्ज के परीक्षण (Hertz's Observations)

हर्ट्ज ने सन् 1887 में स्फुर्लिंग–विसर्जन द्वारा विद्युत–चुम्बकीय तरंगों के उत्पन्न करने के अपने प्रयोग में प्रेक्षित किया कि यदि कैथोड पर पराबैंगनी प्रकाश आपतित कराया जाता है तो स्फुर्लिंग अधिक तेज हो जाता है।

इस घटना की व्याख्या हर्ट्ज नहीं कर पायें।

हालवॉक्स तथा लेनार्ड के प्रेक्षण (Hallwach's and Lenard's Observations)

(A) हालवॉक्स तथा लेनार्ड ने किसी निर्वातित कांच की नली में लगे दो इलेक्ट्रोडों में से एक उत्सर्जक पट्टिका C पर पराबैंगनी प्रकाश आपतित कराकर, चित्रानुसार इलेक्ट्रॉडों के मध्य विभवान्तर आरोपित किया तो पाया कि परिपथ में धारा प्रवाहित होती है तथा जैसे ही पराबैंगनी विकिरणों को रोका जाता है, धारा प्रवाह भी बन्द हो जाता है।



चित्र 13.1 : हालवॉक्स तथा लेनार्ड का प्रयोग

(B) हालवॉक्स ने एक ऋणात्मक आवेशित जिंक प्लेट को एक विद्युतदर्शी से जोड़कर प्लेट को पराबैंगनी प्रकाश से प्रकाशित किया तो पाया कि प्लेट उदासीन हो जाती है। जब इस उदासीन प्लेट को पराबैंगनी प्रकाश से प्रकाशित किया तो पाया कि प्लेट धनावेशित हो जाती है तथा धनावेशित प्लेट को पराबैंगनी प्रकाश से प्रकाशित किया तो इस पर धनावेश की मात्रा बढ़ गई।

उपरोक्त प्रेक्षणों से यह स्पष्ट होता है कि जब धात्विक सतह पर पराबैंगनी प्रकाश आपतित कराया जाता है तो धातु सतह से ऋणात्मक आवेशित कण उत्सर्जित होते हैं जिसके कारण हर्ट्ज प्रेक्षण में स्फुर्लिंग की दर बढ़ती है, कैथोड से एनोड के मध्य इन कणों के प्रवाह के कारण ही धारा प्रवाह होती है तथा इन कणों के उत्सर्जन के कारण ही ऋणात्मक आवेशित जिंक प्लेट उदासीन हो जाती है, उदासीन प्लेट धनात्मक आवेशित हो जाती है।

1897 में इलेक्ट्रॉन की खोज के पश्चात् यह निश्चित हो गया कि प्रकाश के कारण उत्सर्जित ये ऋणात्मक आवेशित कण इलेक्ट्रॉन हैं। प्रकाश के कारण इलेक्ट्रॉनों के उत्सर्जन की घटना को प्रकाश विद्युत प्रभाव कहा गया।

धातुओं में मुक्त इलेक्ट्रॉन होते हैं जो कि अपने परमाणु के बंधन से मुक्त होते हैं परंतु धातु पृष्ठ की सीमा में बद्ध होते हैं तथा सामान्यतः धातु पृष्ठ से बाहर नहीं आते क्योंकि आयनों का आकर्षण इन्हें धातु के अन्दर ही रोककर रखता है। इन इलेक्ट्रॉनों को धातु के पृष्ठ से बाहर निकालने के लिए कुछ ऊर्जा की आवश्यकता होती है ताकि इस आकर्षण बल की बाधा को तोड़ा जा सके।

कार्यफलन (Work Function) :

"धातु पृष्ठ से इलेक्ट्रॉन को बाहर निकालने के लिए आवश्यक न्यूनतम ऊर्जा को कार्यफलन कहते हैं" इसे सामान्यतः W_0 या ϕ_0 से व्यक्त करते हैं इसका मान धातु के गुणों, इसके पृष्ठ की प्रकृति तथा पृष्ठ पर उपस्थित अपद्रव्य की मात्रा पर निर्भर करता है। एक धातु के लिए कार्यफलन निश्चित होता है जबकि भिन्न-भिन्न धातुओं के लिए यह भिन्न-भिन्न होता है। क्षारीय धातुओं के लिए इसका मान बहुत कम होता है। यह ताप पर निर्भर नहीं करता है। कार्यफलन का मात्रक जूल या इलेक्ट्रॉन–वोल्ट (eV) होता है। जहां 1 eV = 1.6×10^{-19} जूल। एक इलेक्ट्रॉन वोल्ट किसी इलेक्ट्रॉन को 1 वोल्ट

विभवान्तर के द्वारा त्वरित करने पर प्राप्त ऊर्जा का मान है।

कुछ धातुओं के कार्यफलन निम्नानुसार है–

धातु	कार्यफलन eV में
सीजियम (Cs)	2.14 (न्यूनतम)
पोटेशियम (K)	2.30
सोडियम (Na)	2.75
कैल्शियम (Ca)	3.20
मोलिब्डेनम (Mo)	4.17
सीसा (लैड Pb)	4.25
एल्यूमिनियम (Al)	4.28
पारा (Hg)	4.49
तांबा (Cu)	4.65
रजत (Ag)	4.70
निकल (Ni)	5.15
प्लेटिनम (Pt)	5.65 (उच्चतम)

इलेक्ट्रॉन को धातु के पृष्ठ से बाहर निकालने के लिए आवश्यक कार्यफलन ऊर्जा, निम्न में से किसी एक प्रक्रिया द्वारा दी जा सकती है–

(a) **तापायनिक उत्सर्जन (Thermionic emission)** : जब धातु को उपयुक्त ताप तक गर्म किया जाता है तो मुक्त इलेक्ट्रॉनों को पर्याप्त तापीय ऊर्जा प्राप्त होती है तथा वे धातु सतह से बाहर उत्सर्जित होने लगते हैं इस प्रक्रिया को तापायनिक उत्सर्जन कहते हैं।

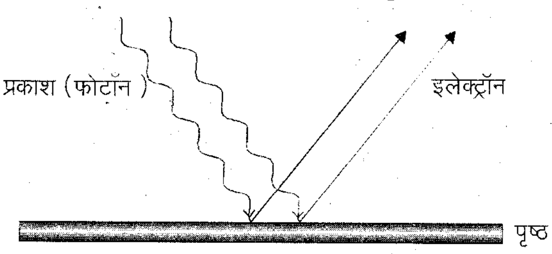
(b) **क्षेत्र उत्सर्जन (Field emission)** : जब धातु पर प्रबल विद्युत क्षेत्र (लगभग 10^8 वोल्ट/मीटर) आरोपित किया जाता है तो इलेक्ट्रॉनों पर प्रबल विद्युत बल कार्य करता है तथा वे धातु सतह से बाहर उत्सर्जित होने लगते हैं। जैसे : स्पार्क प्लग में।

(c) **प्रकाश-विद्युत उत्सर्जन (Photo electric emission)**: जब किसी धातु पृष्ठ पर उपयुक्त आवृति का प्रकाश आपतित होता है तो इलेक्ट्रॉन उत्सर्जन होने लगते हैं। **इस घटना को प्रकाश विद्युत उत्सर्जन कहते हैं।**

(d) **द्वितीयक उत्सर्जन (Secondary emission)** : जब उच्च ऊर्जा के इलेक्ट्रॉन (प्राथमिक) धातु पृष्ठ से टकराते हैं तो ये अपनी ऊर्जा धातु के मुक्त इलेक्ट्रॉन को स्थानान्तरित कर देते हैं जिससे धातु के मुक्त इलेक्ट्रॉन पृष्ठ से उत्सर्जित होने लगते हैं, इन्हें द्वितीयक इलेक्ट्रॉन कहते हैं तथा इस घटना को द्वितीयक उत्सर्जन कहते हैं।

प्रकाश विद्युत प्रभाव की परिभाषा :

"जब विशिष्ट आवृत्ति या उससे अधिक आवृत्ति का प्रकाश, धातु की सतह पर आपतित किया जाता है तो धातु के पृष्ठ से इलेक्ट्रॉनों का उत्सर्जन होता है। यह घटना प्रकाश-विद्युत प्रभाव कहलाती है।"



चित्र : 13.2

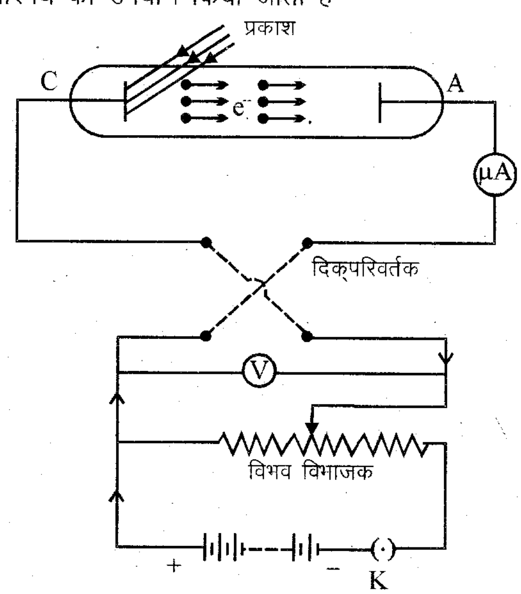
विशेष तथ्य–प्रकाश के कारण, पृष्ठ से उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों को प्रकाश इलेक्ट्रॉन या **फोटो इलेक्ट्रॉन (Photo-electron)** कहते हैं तथा उत्पन्न विद्युत धारा को **प्रकाश विद्युत धारा (Photoelectric Current)** कहते हैं। जो पृष्ठ (धातु) इलेक्ट्रॉन का उत्सर्जन करता है, उसे प्रकाश इलेक्ट्रॉन उत्सर्जक या प्रकाश सुग्राही पदार्थ (Photo-sensitive material) कहते हैं।

अलग-अलग धातुओं की इलेक्ट्रॉन उत्सर्जन क्षमता अलग-अलग होती है। क्षारीय धातुएं जैसे लीथियम, सोडियम, पोटेशियम, सीजियम आदि दृश्य प्रकाश पर भी प्रकाश-विद्युत प्रभाव को प्रदर्शित करते हैं। यही कारण है कि इन्हें **प्रकाश सुग्राही (Photo-Sensitive)** धातुएं कहते हैं जबकि कुछ अन्य पदार्थ जैसे जिंक, कैडमियम, मैग्निशियम इत्यादि पर पराबैंगनी प्रकाश आपतित करने पर प्रकाश-विद्युत प्रभाव प्रदर्शित करते हैं।

प्रकाश विद्युत प्रभाव के द्वारा प्रकाशीय ऊर्जा को विद्युत ऊर्जा में रूपान्तरित करना संभव है।

13.2 प्रकाश विद्युत प्रभाव के प्रायोगिक परिणाम तथा उनकी व्याख्या (Experimental results of Photoelectric effect and their Interpretation)

प्रकाश विद्युत प्रभाव का अध्ययन करने के लिए नीचे बताए जैसे परिपथ का उपयोग किया जाता है–



चित्र 13.3

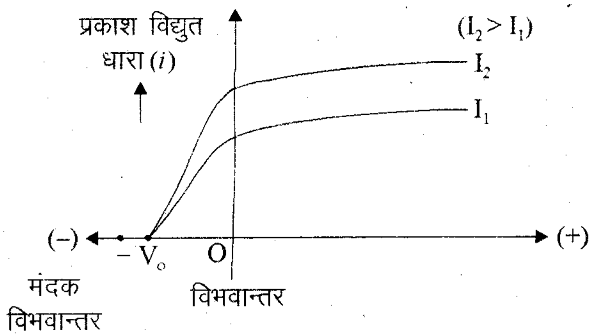
उपकरण का वर्णन–इसमें एक क्वार्ट्ज की निर्वात् नलिका होती है जिसमें प्रकाश सुग्राही ऐनोड (A) तथा कैथोड (C) लगे होते हैं। कैथोड व ऐनोड के मध्य इच्छित विभवान्तर उत्पन्न करने के लिए विभव विभाजक लगा होता है। साथ ही विभवान्तर को मापने के लिए वोल्टमीटर तथा अल्प धारा को नापने के लिए माइक्रोअमीटर परिपथ में चित्रानुसार जुड़े होते हैं। एक दिक्–परिवर्तक भी परिपथ में जुड़ा होता है। जिससे A तथा C को इच्छानुसार धन तथा ऋण या ऋण तथा धन विभव पर रखा

जा सकता है।

क्रियाविधि–जब विशिष्ट आवृत्ति के प्रकाश को कैथोड पर आपतित किया जाता है तो कैथोड से प्रकाश-इलेक्ट्रॉनों का उत्सर्जन होता है। ये उत्सर्जित इलेक्ट्रॉन ऐनोड की ओर त्वरित होते हैं एवं प्रकाश धारा उत्पन्न करते हैं। यह प्रकाश धारा माइक्रोअमीटर द्वारा मापी जा सकती हैं।

13.2.1 प्रकाश विद्युत धारा पर विभव का प्रभाव (Effect of potential on photo electric current)

प्रकाश-विद्युत धारा की, कैथोड व ऐनोड के मध्य विभवान्तर पर निर्भरता का अध्ययन करने के लिए हम प्रकाश की तीव्रता तथा आवृत्ति को निश्चित मान पर रखते हैं। विभवान्तर तथा प्रकाश-विद्युत धारा में खींचा गया आलेख निम्नानुसार प्राप्त होता है–



चित्र 13.4

कैथोड व ऐनोड के मध्य जब विभवान्तर शून्य होता है तो भी परिपथ में कुछ मान की प्रकाश विद्युत धारा प्रवाहित होती है **क्योंकि इलेक्ट्रॉनों में स्वयं की गतिज ऊर्जा होती है**। अब यदि प्रकाश की तीव्रता व आवृत्ति को नियत रखकर विभवान्तर का मान बढ़ाया जाता है तो प्रकाश-विद्युत धारा का मान भी बढ़ने लगता है तथा एक सीमा के बाद धारा का मान नहीं बढ़ता, भले ही विभवान्तर का मान और बढ़ाया जाये। इसे संतृप्त प्रकाश-विद्युत धारा कहते हैं। **संतृप्त प्रकाश विद्युत धारा उस स्थिति के संगत है जब कैथोड के द्वारा उत्सर्जित सभी प्रकाशिक इलेक्ट्रॉन एनोड पर पहुँच जाते हैं।**

दिक्परिवर्तक की सहायता से ऐनोड को ऋण विभव पर तथा कैथोड को धन विभव पर रखने पर भी अल्प मान की धारा प्रवाहित होती है क्योंकि कुछ इलेक्ट्रॉन फिर भी ऐनोड तक पहुँच जाते हैं **जिनकी गतिज ऊर्जा बहुत अधिक होती है**। अब यदि ऐनोड के ऋणात्मक विभव को ओर बढ़ाया जाये तो प्रकाश-विद्युत धारा के मान में कमी आती है और एक निश्चित ऋणात्मक विभव पर प्रकाश-विद्युत धारा का मान शून्य हो जाता है। इसे **निरोधी विभव या अंतक विभव** (Stopping potential or cut-off potential V_0) कहते हैं अर्थात् **निरोधी विभव (V_0), कैथोड के सापेक्ष एनोड को दिया गया वह ऋणात्मक विभव होता है जिस पर प्रकाश-विद्युत धारा का मान शून्य हो जाता है।**

विशेष तथ्य–(i) जब हम प्रकाश की तीव्रता बदल कर पुनः विभवान्तर व प्रकाश–विद्युत धारा में आलेख खींचते हैं तो हम पाते हैं कि आवृत्ति को नियत रखते हुए तीव्रताओं को बढ़ाने पर संतृप्त धाराओं के मान बढ़ जाते हैं परन्तु हमें निरोधी विभव का पुनः वही मान प्राप्त होता है। अतः हम कह सकते हैं कि निरोधी विभव प्रकाश की तीव्रता पर निर्भर नहीं करता है।

(ii) निरोधी विभव वास्तव में इलेक्ट्रॉन की अधिकतम गतिज ऊर्जा का मापक है। इस ऋण विभव (V_0) के कारण इलेक्ट्रॉन को कैथोड (C) से ऐनोड (A) तक पहुँचाने में eV_0 कार्य करना पड़ता है और यह किया गया कार्य अधिकतम गतिज ऊर्जा के तुल्य होता है।

$$K_{max} = \frac{1}{2} m v_{max}^2 = eV_0$$

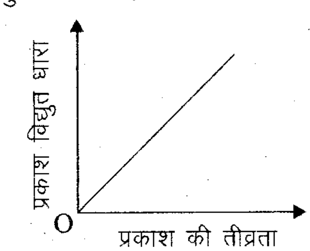
इस प्रकार अधिकतम गतिज ऊर्जा वाले इलेक्ट्रॉन भी निरोधी विभव (V_0) लगाकर रोक लिए जाते हैं और धारा का मान शून्य हो जाता है।

अतः इससे प्रकाशिक इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा ज्ञात की जा सकती है।

चूंकि निरोधी विभव पर प्रकाश की तीव्रता बढ़ाने से प्रकाश विद्युत धारा प्राप्त नहीं की जा सकती, अतः स्पष्ट है कि निरोधी विभव, अथवा प्रकाश इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा, प्रकाश की तीव्रता पर निर्भर नहीं करते हैं।

13.2.2 प्रकाश विद्युत धारा पर प्रकाश की तीव्रता का प्रभाव (Effect of intensity of light on photo current)

प्रकाश धारा की, प्रकाश तीव्रता पर निर्भरता का अध्ययन करने के लिए आपतित प्रकाश की आवृत्ति को नियत रखकर जब हम कैथोड तथा ऐनोड के मध्य निश्चित विभवान्तर आरोपित करते हुए प्रकाश की तीव्रता में परिवर्तन करते हैं। तब प्रकाश तीव्रता एवं उसके संगत प्राप्त प्रकाश धारा के मानों के बीच खींचा गया ग्राफ निम्नानुसार प्राप्त होता है–



चित्र 13.5

उक्त आलेख से स्पष्ट है कि प्रकाश-विद्युत धारा **अर्थात् उत्सर्जित होने वाले प्रति सेकण्ड प्रकाशिक इलेक्ट्रॉनों की संख्या आपतित प्रकाश** की तीव्रता के समानुपाती होती है अर्थात् प्रकाश की तीव्रता बढ़ने पर प्रकाश–विद्युत धारा का मान उसी अनुपात में बढ़ता है।

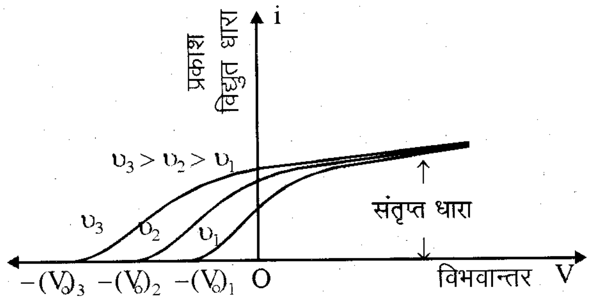
13.2.3 प्रकाश विद्युत धारा पर आवृत्ति का प्रभाव (Effect of Frequency on Photoelectric current)

प्रकाश-विद्युत धारा पर, आपतित प्रकाश की आवृत्ति का अध्ययन करने के लिए जब आपतित प्रकाश की तीव्रता के मान को नियत रखकर, आवृत्ति के मान को शून्य से अधिक करने पर हम पाते हैं कि प्रारम्भ में तो कोई धारा प्रवाहित नहीं होती परन्तु आवृत्ति के एक निश्चित न्यूनतम मान से अधिक मान पर धारा का प्रवाह प्रारम्भ हो जाता है और आवृत्ति को बढ़ाने से धारा का मान भी बढ़ता है और कुछ समय पश्चात् धारा का मान नियत हो जाता है। इसे संतृप्त धारा कहते हैं।

धात्विक पृष्ठ पर आपतित प्रकाश की जिस न्यूनतम आवृत्ति पर इलेक्ट्रॉनों का उत्सर्जन प्रारम्भ हो जाता है। उसे देहली आवृत्ति (Threshold frequency) (υ_0) **कहते हैं तथा इससे सम्बद्ध**

अधिकतम तरंगदैर्ध्य (λ_0), देहली तरंगदैर्ध्य कहलाती है।
देहली आवृति υ_0 तथा देहली तरंगदैर्ध्य λ_0 के मान भिन्न-भिन्न पदार्थो के लिए भिन्न होते हैं परन्तु एक धातु या पदार्थ के लिए नियत होते हैं। इस प्रकार देहली आवृत्ति धातु का एक लाक्षणिक गुण है।

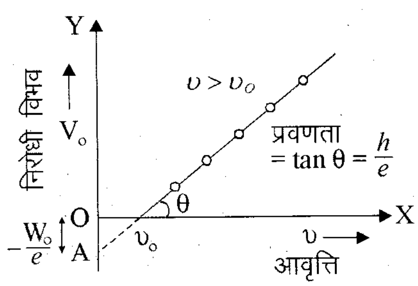
निरोधी विभव का प्रकाश की आवृत्ति पर अध्ययन–निरोधी विभव V_0 की आपतित प्रकाश की आवृति पर निर्भरता का अध्ययन करने के लिये यदि निरोधी विभव की अवस्था में प्लेट C पर पहले आपतित प्रकाश से अधिक आवृति का प्रकाश डालें तो परिपथ में प्रकाश-विद्युत धारा पुनः बहना प्रारम्भ हो जाती है। जब प्लेट A पर ऋण विभव को बढ़ाया जाता है तो धारा पुनः एक निश्चित ऋणात्मक विभव के मान के लिये शून्य हो जाती है।



चित्र 13.6

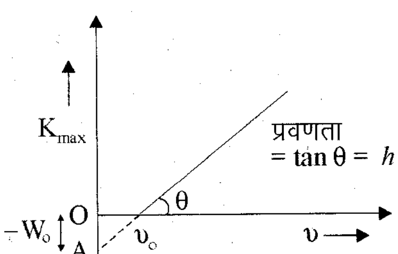
अतः आवृति बढ़ने पर निरोधी विभव का संख्यात्मक मान बढ़ता है। अर्थात् यदि $\upsilon_3 > \upsilon_2 > \upsilon_1$ के क्रम में हो तो निरोधी विभवों का क्रम $(V_0)_3 > (V_0)_2 > (V_0)_1$ होता है परन्तु संतृप्त धारा का एक ही मान प्राप्त होता है।

इससे स्पष्ट होता है कि आपतित प्रकाश की आवृति बढ़ने पर उत्सर्जित प्रकाश-इलेक्ट्रॉनों की गतिज ऊर्जा बढ़ती है। यदि V_0 को Yअक्ष पर तथा आवृति υ को X पर लेकर ग्राफ खींचा जाये तो चित्र की तरह सरल रेखा प्राप्त होती है।



चित्र (i)

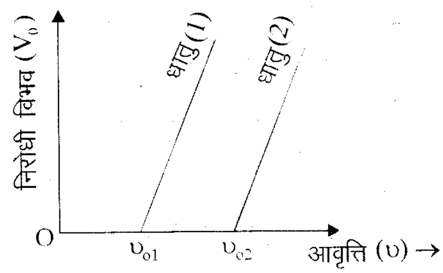
आपतित प्रकाश की आवृत्ति υ तथा उत्सर्जित प्रकाश-इलेक्ट्रॉनों की गतिज ऊर्जा (K_{max}) के मध्य ग्राफ निम्नानुसार प्राप्त होता है–



चित्र 13.7 (ii)

चित्र में सरल रेखा X-अक्ष को जहाँ काटती है यह आवृति υ_0 देहली आवृति का मान होता है। देहली आवृति पर निरोधी विभव का मान शून्य होता है। OA का मान प्लेट C के कार्य फलन के तुल्य होता है। चित्र (ii)

अतः निरोधी विभव अथवा तुल्यतः प्रकाशिक इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा एक दिये हुए प्रकाश सुग्राही पदार्थ के लिए आपतित प्रकाश की आवृत्ति पर निर्भर करते हैं। दो भिन्न धातुओं के लिए आपतित प्रकाश की आवृत्ति और संबंधित निरोधी विभव में ग्राफ खींचते हैं तो हमें एक सरल रेखा प्राप्त होती है। चित्र में ये सरल रेखाएँ परस्पर समान्तर हैं अर्थात् इनका ढलान भी समान है जबकि υ_0 व W_0 के मान भिन्न भिन्न है। चित्र से स्पष्ट है कि निरोधी विभव आपतित प्रकाश की आवृत्ति तथा प्रकाश सुग्राही पदार्थ की प्रकृति पर निर्भर करता है।



चित्र 13.8

प्रकाश विद्युत प्रभाव के नियम-

लेनार्ड व मिलिकन ने प्रयोगों के आधार पर निम्न परिणाम प्राप्त किये जिन्हें प्रकाश विद्युत प्रभाव के नियम या लेनार्ड के नियम भी कहते हैं।

1. किसी दिये गये प्रकाश सुग्राही पदार्थ और आपतित प्रकाश की आवृत्ति (देहली आवृत्ति से अधिक) के लिए प्रकाश विद्युत धारा अर्थात् धातु के पृष्ठ से प्रति सेकण्ड उत्सर्जित प्रकाश इलेक्ट्रॉनों की संख्या पृष्ठ पर आपतित प्रकाश की तीव्रता के समानुपाती होती है अर्थात् प्रकाश विद्युत धारा आपतित प्रकाश की तीव्रता पर निर्भर करती है।
2. किसी दिये गए प्रकाश सुग्राही पदार्थ और आपतित प्रकाश की आवृत्ति के लिए, संतृप्त धारा आपतित प्रकाश की तीव्रता के समानुपाती होती है जबकि निरोधी विभव तीव्रता पर निर्भर नहीं करता है।
3. किसी दिये गये प्रकाश सुग्राही पदार्थ के लिए एक निश्चित न्यूनतम आवृत्ति होती है जिससे कम आवृत्ति पर धातु के पृष्ठ से प्रकाश इलेक्ट्रॉनों का उत्सर्जन नहीं होता चाहे आपतित प्रकाश कितना भी तीव्र क्यों न हो? इस न्यूनतम आवृत्ति को देहली आवृत्ति υ_0 (Threshold frequency) कहते हैं। देहली आवृत्ति से अधिक आवृत्ति के लिए निरोधी विभव अथवा तुल्यतः प्रकाशिक इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा, आपतित प्रकाश की आवृत्ति बढ़ने पर बढ़ती है परन्तु यह आपतित प्रकाश की तीव्रता पर निर्भर नहीं करती।
4. यदि आपतित प्रकाश की आवृत्ति, देहली आवृत्ति से अधिक हो जाती है तो प्रकाश के धातु की पृष्ठ पर आपतित होने तथा पृष्ठ से इलेक्ट्रॉन के उत्सर्जित होने में कोई समय पश्चता (10^{-9} सेकण्ड या कम) नहीं होती

भले ही आपतित प्रकाश की तीव्रता कुछ भी हो।

महत्त्वपूर्ण तथ्य

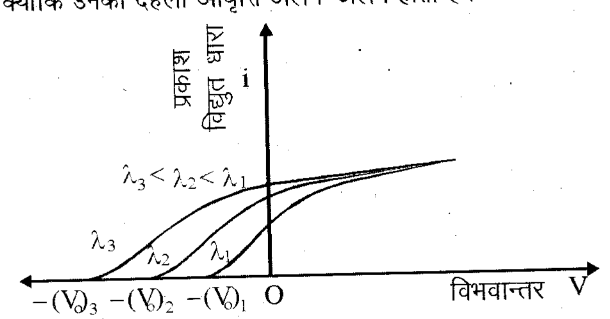
1. आपतित प्रकाश की तीव्रता, प्रकाश स्रोत तथा कैथोड़ C के बीच की दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होती है अर्थात्

$$I \propto \frac{1}{d^2}$$

$\because$ तीव्रता (I) $\propto$ प्रकाश विद्युत धारा (i) अर्थात् $I \propto i$

अतः $$I \propto i \propto \frac{1}{d^2}$$

2. **देहली आवृत्ति**-आपतित प्रकाश की वह निश्चित न्यूनतम आवृत्ति जिससे कम आवृत्ति पर किसी धातु के पृष्ठ से इलेक्ट्रॉनों का उत्सर्जन नहीं होता अर्थात् प्रकाश विद्युत उत्सर्जन नहीं होता है उसे उस धातु की देहली आवृत्ति (υ_0) कहते हैं, तथा इससे सम्बद्ध तरंगदैर्ध्य देहली तरंगदैर्ध्य (λ_0) कहलाती है।
3. **देहली तरंगदैर्ध्य**-आपतित प्रकाश की वह अधिकतम तरंगदैर्ध्य जिससे अधिक तरंगदैर्ध्य पर धातु पृष्ठ से प्रकाश इलेक्ट्रॉनों का उत्सर्जन संभव नहीं होता है, उसे उस धातु की देहली तरंगदैर्ध्य (λ_0) कहते हैं।
4. देहली आवृत्ति (υ_0) तथा देहली तरंगदैर्ध्य (λ_0) का मान प्रकाश सुग्राही पदार्थ एवं पृष्ठ की प्रकृति पर निर्भर करता है, अर्थात् भिन्न-भिन्न धातुओं के लिए इनके मान भिन्न-भिन्न होते हैं परन्तु एक धातु या पदार्थ के लिए नियत होते हैं, इस प्रकार देहली आवृत्ति धातु का एक लाक्षणिक गुण है।
5. धातु का कार्यफलन बढ़ने पर देहली आवृत्ति का मान भी बढ़ता है। परन्तु देहली तरंगदैर्ध्य का मान घटता है।
6. देहली आवृत्ति (υ_0) व देहली तरंगदैर्ध्य (λ_0) में सम्बन्ध $\upsilon_0 = \dfrac{c}{\lambda_0}$

   जहाँ c प्रकाश या फोटॉन का वेग है।
7. सेलिनियम, जिंक अथवा कॉपर की तुलना में अधिक संवेदी है।
8. कॉपर में पराबैंगनी प्रकाश से प्रकाश विद्युत प्रभाव होता है हरे अथवा लाल रंग के प्रकाश से यह प्रभाव नहीं होता है।
9. विभिन्न आवृत्तियों के प्रकाश प्राप्त करने के लिए प्रकाशीय फिल्टरों का उपयोग किया जाता है। प्रकाशीय फिल्टर एक ऐसी युक्ति होती है जिसमें एक निश्चित आवृत्ति (अर्थात् रंग) का प्रकाश ही पारगमित होता है। अन्य आवृत्तियों (रंगों) के प्रकाश का अवशोषण हो जाता है।
10. विभिन्न पदार्थों के लिए निरोधी विभव का मान अलग-अलग होता है क्योंकि उनकी देहली आवृत्ति अलग-अलग होती है।
11. 

12. प्रकाश विद्युत प्रभाव की आवश्यक शर्तें-
   (i) आपतित फोटॉन की आवृत्ति (υ) देहली आवृत्ति (υ_0) से अधिक होनी चाहिये अर्थात् $\upsilon > \upsilon_0$
   या आपतित फोटॉन की ऊर्जा ($E = h\upsilon$) धातु की कार्यफलन (W_0) से अधिक होनी चाहिये।
   या आपतित फोटॉन की तरंगदैर्ध्य (λ) देहली तरंगदैर्ध्य (λ_0) से कम होनी चाहिये।
   (ii) धातु के अन्दर उपस्थित बद्ध इलेक्ट्रॉन आपतित फोटॉन की सम्पूर्ण ऊर्जा का पूर्ण रूप से अवशोषण करें।
13. **संतृप्त प्रकाश विद्युत धारा**-प्रकाश विद्युत धारा के अधिकतम मान को संतृप्त प्रकाश विद्युत धारा कहते हैं।
14. निरोधी विभव प्रकाश स्रोत से दूरी पर निर्भर नहीं करता है।
15. प्रकाश विद्युत धारा या आपतित प्रकाश की तीव्रता, स्रोत से दूरी पर निर्भर करती है।

$$\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2$$

13.2.4 प्रकाश विद्युत प्रभाव की व्याख्या करने मे तरंग सिद्धान्त की असमर्थता (Failure of Wave theory to Explain Photoelectric effect)

प्रकाश-विद्युत प्रभाव के प्रेक्षित तथ्यों की व्याख्या प्रकाश के तरंग सिद्धान्त के आधार पर नहीं की जा सकती। इसके तीन मुख्य कारण हैं-

(i) प्रकाश के तरंग सिद्धान्त के अनुसार प्रकाश की तीव्रता बढ़ाने पर तरंगों का आयाम बढ़ेगा तथा तरंगों द्वारा संचित ऊर्जा भी बढ़ेगी। अधिक तीव्रता का प्रकाश आपतित होने पर धातु के इलेक्ट्रॉनों को अधिक ऊर्जा प्राप्त होगी जिससे कि अधिक ऊर्जा के प्रकाश इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित होंगे जो कि प्रेक्षित तथ्य के विपरीत है। प्रेक्षित तथ्य के अनुसार प्रकाशिक इलेक्ट्रॉनों की गतिज ऊर्जा, आपतित प्रकाश की तीव्रता पर निर्भर नहीं करती है।

(ii) प्रकाश के तरंग सिद्धान्त के अनुसार यदि प्रकाश तरंगों की तीव्रता इतनी है कि वह धातु से इलेक्ट्रॉनों के उत्सर्जन को आवश्यक ऊर्जा प्रदान कर सके, चाहे आपतित तरंगों की आवृत्ति कुछ भी हो, धातु तल से इलेक्ट्रॉन अवश्य उत्सर्जित होंगे। परन्तु प्रेक्षित तथ्य यह है कि यदि प्रकाश की आवृत्ति एक न्यूनतम मान से कम है, तब प्रकाश की तीव्रता कितनी भी हो, धातु तल से इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित नहीं हो सकते।

(iii) प्रकाश-तरंगों द्वारा संचरित ऊर्जा धातु के किसी एक इलेक्ट्रॉन को न मिलकर, प्रकाशित क्षेत्रफल के सभी इलेक्ट्रॉनों को मिलती हैं। अतः इलेक्ट्रॉनों के उत्सर्जन के लिए आवश्यक ऊर्जा संचित करने में कुछ समय लग जायेगा परन्तु प्रेक्षित तथ्य यह है कि धातु पर प्रकाश डालते ही उससे तुरन्त

इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित होने लगते हैं अर्थात् प्रकाश के आपतन तथा इलेक्ट्रॉनों के उत्सर्जन में समय पश्चता नहीं होती है।

13.3 फोटॉन की अवधारणा (Concept of Photon)

सन् 1900 में कृष्णिका (Black body) से उत्सर्जित विकिरणों के स्पेक्ट्रम की व्याख्या करने के लिए मैक्स प्लांक (Max plank) ने एक सिद्धान्त प्रतिपादित किया जिसे क्वाण्टम सिद्धान्त (Quantum theory) कहते हैं।

इस सिद्धान्त के अनुसार विकिरण ऊर्जा का विनिमय सतत् न होकर विविक्त (discrete) होता है। दूसरे शब्दों में विकिरण ऊर्जा का उत्सर्जन या अवशोषण सतत् रूप से न होकर विविक्त ऊर्जा के बण्डलों (Bundles of energy) के रूप में होता है।

सन् 1905 में आइन्स्टीन ने प्लांक के क्वाण्टम सिद्धान्त की सहायता से यह प्रतिपादित किया कि वास्तव में विकिरण क्वाण्टित (quantised) होता है अर्थात् विकिरण, ऊर्जा के बण्डल के रूप में उत्सर्जित होता है। इन ऊर्जा के बण्डल (Bundles of energy) को फोटॉन (Photon) नाम दिया गया। **फोटॉन एक द्रव्य कण नहीं होता है बल्कि यह एक विकिरण ऊर्जा से सम्बद्ध कण होता है।** इसे ऊर्जा का क्वाण्टम भी कहते हैं। फोटॉन विद्युत उदासीन होता है तथा इसका विराम द्रव्यमान शून्य होता है।

प्रत्येक फोटॉन की ऊर्जा उसकी आवृत्ति (υ) के अनुक्रमानुपाती होती है तथा ये प्रकाश के वेग से गति करते हैं

अर्थात् $E \propto \upsilon$

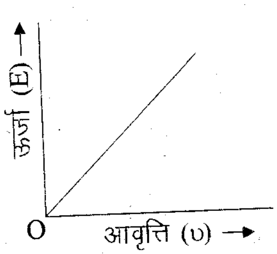
$$E = h\upsilon = h\frac{c}{\lambda} \qquad .....(1)$$

$$\left(\because \upsilon = \frac{c}{\lambda}\right)$$

जहाँ h = प्लांक नियतांक (सार्वत्रिक नियतांक)
$= 6.62 \times 10^{-34}$ जूल-सेकण्ड

समी. (1) से–

$E \propto \upsilon$ व $E \propto \frac{1}{\lambda}$



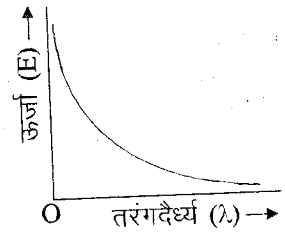
चित्र 13.9

समी. (1) से $E = \frac{hc}{\lambda}$

$\therefore \quad \lambda = \frac{hc}{E}$

आइन्सटीन के ऊर्जा-द्रव्यमान सम्बन्ध (Energy-Mass Relation) से–

$E = mc^2$ रखने पर



चित्र 13.10

$$\lambda = \frac{hc}{mc^2}$$

$$\lambda = \frac{h}{mc}$$

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

(जहाँ $mc = p$ = फोटॉन का संवेग)
यह समी. फोटॉन से सम्बन्धित तरंग की तरंगदैर्ध्य प्रस्तुत करती है।
फोटॉन का चक्रण एक होता है तथा इसकी ऊर्जा का आंशिक अवशोषण न होकर पूर्ण अवशोषण होता है। फोटॉन की अवधारणा के आधार पर प्रकाश-विद्युत प्रभाव, कॉम्पटन प्रभाव, युग्म उत्पादन आदि की व्याख्या की जा सकती है।

महत्त्वपूर्ण तथ्य

(1) फोटॉन ऊर्जा–फोटॉन की ऊर्जा (eV) में $= \frac{hc}{e\lambda}$

$$= \frac{12375}{\lambda(\text{Å})} \approx \frac{12400}{\lambda(\text{Å})}$$

(2) प्रकाश स्रोत से उत्सर्जित फोटॉनों की संख्या–किसी P शक्ति वाले प्रकाश स्रोत से यदि λ तरंगदैर्ध्य वाली तरंगें उत्सर्जित हो रही हो तो इससे **प्रति सेकण्ड** उत्सर्जित फोटॉनों की संख्या

$$n = \frac{P}{E} = \frac{P}{h\upsilon} = \frac{P\lambda}{hc}$$

जहाँ E = प्रत्येक फोटॉन की ऊर्जा

t समय में उत्सर्जित फोटॉनों की संख्या

$$Pt = nE \Rightarrow n = \frac{Pt}{E} = \frac{Pt\lambda}{hc} = \frac{Pt}{h\upsilon}$$

(3) प्रकाश तीव्रता (I)–किसी सतह के प्रति इकाई क्षेत्रफल से प्रति सेकण्ड अभिलम्बवत् गुजरने वाली प्रकाश ऊर्जा प्रकाश–तीव्रता कहलाती है

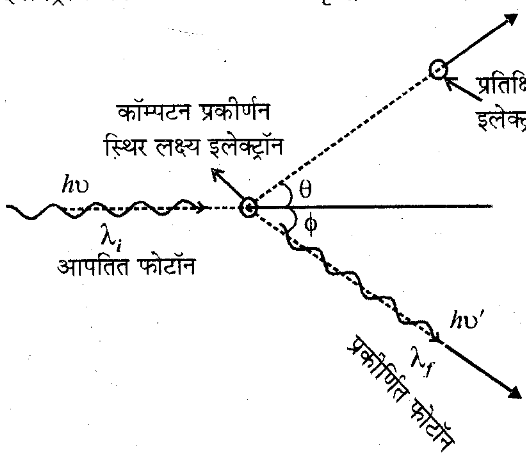
अर्थात् $I = \frac{E}{At} = \frac{P}{A}$ $\left(\frac{E}{t} = P = \text{विकिरण शक्ति}\right)$

एक बिन्दु प्रकाश स्रोत से r दूरी पर तीव्रता

$$I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

$\Rightarrow \qquad I \propto \frac{1}{r^2}$

(4) **कॉम्पटन प्रभाव**–फोटॉन के इलेक्ट्रॉन से संघट्ट होने पर इलेक्ट्रॉन द्वारा फोटॉन का प्रकीर्णन कॉम्पटन प्रभाव कहलाता है। इस संघट्ट में ऊर्जा तथा संवेग संरक्षित रहते हैं। आपतित फोटॉन की तुलना में प्रकीर्णित फोटॉन की तरंगदैर्ध्य अधिक एवं ऊर्जा कम होती है। इस प्रक्रिया में फोटॉन की ऊर्जा में होने वाली कमी, इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा की वृद्धि के रूप में प्राप्त होती है।



कॉम्पटन प्रभाव में फोटॉन की तरंगदैर्ध्य में होने वाले परिवर्तन को कॉम्पटन विस्थापन कहते हैं।

कॉम्पटन विस्थापन $\Delta\lambda = \lambda_f - \lambda_i = \frac{h}{m_0 c}(1-\cos\theta)$

यदि $\theta = 0^\circ, \quad \Delta\lambda = 0$

यदि $\theta = 90^\circ$

$\Rightarrow \quad \Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c}$

$= 0.24$ nm (कॉम्पटन तरंगदैर्ध्य)

यदि $\theta = 180^\circ$

$\Rightarrow \quad \Delta\lambda = \frac{2h}{m_0 c}$

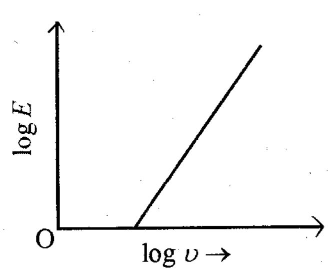
$= 0.48$ nm

कॉम्पटन प्रभाव से प्रदर्शित होता है कि फोटॉन संवेग रखता है।

(5) $E = h\upsilon$

$\log E = \log h + \log \upsilon$ $\qquad$ log h = नियत

$\log E \propto \log \upsilon$



(6) विद्युत चुम्बकीय विकिरण के फोटॉन चित्रण का सारांश-

(i) विकिरण के द्रव्य कण के साथ अन्योन्य क्रिया में विकिरण इस प्रकार व्यवहार करता है मानों यह ऐसे कणों से बना हो जिन्हें फोटॉन कहते हैं।

(ii) प्रत्येक फोटॉन की ऊर्जा E = hυ व संवेग $p = mc = \frac{h\upsilon}{c}$ एक क्वाण्टम है।

(iii) एक निश्चित आवृत्ति υ अथवा तरंगदैर्ध्य λ के सभी फोटॉनों की ऊर्जा $E = h\upsilon = \frac{hc}{\lambda}$ व संवेग $p = \frac{h\upsilon}{c} = \frac{h}{\lambda}$ एक समान होते हैं।

(iv) किसी दी गयी तरंगदैर्ध्य के प्रकाश की तीव्रता बढ़ाने पर केवल किसी दिए गए क्षेत्र से गुजरने वाले प्रति सेकण्ड फोटॉन की संख्या ही बढ़ती है अत: फोटॉन की ऊर्जा विकिरण की तीव्रता पर निर्भर नहीं करती है।

(v) फोटॉन विद्युत उदासीन होते हैं और विद्युत तथा चुम्बकीय क्षेत्रों के द्वारा विक्षेपित नहीं होते है।

(vi) फोटॉन का विराम द्रव्यमान शून्य होता है क्योंकि स्थिरावस्था में फोटॉन का अस्तित्व नहीं होता है तथा इसका चक्रण एक होता है।

(vii) फोटॉन की ऊर्जा का आंशिक अवशोषण न होकर पूर्ण अवशोषण होता है।

(viii) फोटॉन प्रकाश के वेग से गति करते हैं तथा इनका प्रभावी द्रव्यमान गतिक द्रव्यमान $m = h\upsilon/c^2$ होता है।

(ix) फोटॉन एक द्रव्य कण नहीं होता है अपितु यह एक विकिरण ऊर्जा (प्रकाश, X किरणें, γ किरणें) से सम्बद्ध कण होता है इसे ऊर्जा का क्वाण्टम कहते हैं।

(x) फोटॉन कण संघट्ट में कुल ऊर्जा तथा संवेग संरक्षित रहता है जबकि फोटॉन की संख्या संरक्षित नहीं रह सकती।

(xi) फोटॉन से सम्बन्धित तरंग की तरंगदैर्ध्य

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mc}$$

अत: फोटॉन के तरंग स्वरूप से सम्बद्ध गुण तरंगदैर्ध्य (λ) उसके कणीय स्वरूप से सम्बद्ध गुण संवेग (p) से सम्बन्धित होता है।

उदा.1. एक फोटॉन की ऊर्जा 1 MeV है फोटॉन के संवेग तथा तरंगदैर्ध्य की गणना कीजिए। जहां प्लांक नियतांक $h = 6.62 \times 10^{-34}$ जूल-सेकण्ड, प्रकाश का वेग $c = 3 \times 10^8$ मी./से.

हल– फोटॉन ऊर्जा $\quad E = h\upsilon = \frac{hc}{\lambda}$

अत: तरंग दैर्ध्य $\quad \lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6.62\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{1\times10^{6}\times1.6\times10^{-19}}$

$= 1.24 \times 10^{-12}$ मी.

या $\quad \lambda = 0.0124$ Å

तथा फोटोन संवेग $p = \frac{h\upsilon}{c} = \frac{E}{c} = \frac{1\times10^6\times1.6\times10^{-19}}{3\times10^8}$

$p = 5.33\times10^{-22}$ किग्रा × मी/से

उदा.2. तरंग दैर्घ्य 4000Å के फोटॉन के लिए ज्ञात कीजिए (a) आवृत्ति (Hz में) (b) ऊर्जा (eV में) तथा (c) संवेग [$h = 6.63 \times 10^{-34}$ J.s तथा $c = 3\times10^8$ m/s]

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 13.1

हल: (a) दिया गया है– $\lambda = 4000Å = 4000 \times 10^{-10}$ m

∵ प्रकाश के लिए $c = \upsilon\lambda$

$$\therefore \quad \upsilon = \frac{c}{\lambda} = \frac{3\times10^8 m/s}{4000\times10^{-10} m}$$

$= 7.5 \times 10^{14}$ Hz

(b) फोटॉन की ऊर्जा $E = h\upsilon$

$= 6.63 \times 10^{-34} \times 7.5 \times 10^{14}$

$= 4.97 \times 10^{-19}$ J

$$= \frac{4.97\times10^{-19}}{1.6\times10^{-19}} = 3.10 eV$$

(c) फोटॉन का संवेग

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6.63\times10^{-34}}{4000\times10^{-10}}$$

$= 1.66 \times 10^{-27}$ kg × m/s

उदा.3. 20 वॉट के बल्ब से 5×10^{14} Hz आवृत्ति का प्रकाश उत्सर्जित हो रहा है बल्ब से प्रति सेकण्ड उत्सर्जित होने वाले फोटॉनों की संख्या ज्ञात कीजिए।

हल– दिया है– P = 20 वॉट,

$\upsilon = 5 \times 10^{14}$ Hz

प्रति सेकण्ड उत्सर्जित फोटॉनों की संख्या

$$n = \frac{P}{E} = \frac{P}{h\upsilon}$$

या $$n = \frac{20}{6.62\times10^{-34}\times5\times10^{14}}$$

$= 6 \times 10^{19}$ फोटॉन प्रति सेकण्ड

उदा 4. 100 W पर प्रचालित प्रकाश का एक एकवर्णी स्त्रोत 4×10^{20} फोटॉन प्रति सेकण्ड उत्सर्जित करता है। प्रकाश की आवृत्ति ज्ञात कीजिए [$h = 6.63 \times 10^{-34}$ J.s तथा $c = 3 \times 10^8$ m/s]

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 13.2

हल: यदि प्रकाश स्त्रोत से प्रति सेकण्ड उत्सर्जित फोटॉनों की संख्या n तथा प्रत्येक फोटॉन की ऊर्जा E है तथा स्त्रोत (विकिरण) शक्ति P है तब

$P = nE$

$$\therefore \quad E = \frac{P}{n} = \frac{100}{4\times10^{20}}$$

$= 2.5 \times 10^{-19} J$

अतः फोटॉन की तरंग दैर्ध्य $\lambda = \frac{hc}{E}$

$$= \frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^8}{2.5\times10^{-19}}$$

$= 8.0 \times 10^{-7} m = 8000Å$

उदा.5. 6.0×10^{14} Hz आवृत्ति का एकवर्णी प्रकाश किसी लेसर के द्वारा उत्पन्न किया जाता है। उत्सर्जन क्षमता 2.0×10^{-3} W है। (a) प्रकाश किरण-पुंज में किसी फोटॉन की ऊर्जा कितनी है? (b) स्त्रोत के द्वारा औसत तौर पर प्रति सेकंड कितने फोटॉन उत्सर्जित होते हैं?

हल– दिया है– $\upsilon = 6 \times 10^{14}$ Hz, $P = 2 \times 10^{-3}$ वॉट

अतः (a) प्रत्येक फोटॉन की ऊर्जा

$E = h\upsilon = 6.62 \times 10^{-34} \times 6 \times 10^{14}$

$= 3.97 \times 10^{-19}$ जूल

या $$E = \frac{3.97\times10^{-19}}{1.6\times10^{-19}} = 2.48 eV$$

(b) प्रति सेकण्ड उत्सर्जित फोटॉनों की संख्या

$$n = \frac{P}{E} = \frac{2\times10^{-3}}{3.97\times10^{-19}}$$

$= 5 \times 10^{15}$ फोटॉन प्रति सेकण्ड

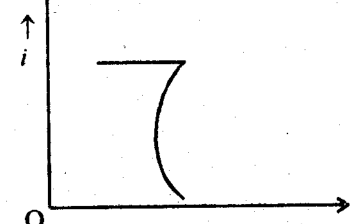
अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

1. यदि किसी धातु पर आपतित फोटॉन की ऊर्जा धातु के कार्य फलन के बराबर है तो धातु से उत्सर्जित इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा कितनी होगी?
2. ऐसे दो प्रक्रमों के नाम लिखिए जिनमें किसी सतह से इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित होते हैं?
3. किसी तल के लिए आपतित प्रकाश की आवृत्ति तथा निरोधी विभव के मध्य खींचे गए ग्राफ का ढाल का मान बताइए।
4. किसी धातु तल पर फोटॉन के आपतित होने तथा सतह से इलेक्ट्रॉन के उत्सर्जित होने में लगे समय की यथार्थता की सीमा कितनी होती है?
5. उस घटना का नाम लिखिए जो प्रकाश की कणीय प्रकृति की पुष्टि करता है?
6. एक फोटो इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित करने में एक साथ कितने फोटॉन प्रभावी होते हैं?
7. एक फोटो इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित होने में एक साथ कितने फोटॉन अपना प्रभाव दर्शाते है? क्या प्रत्येक फोटॉन एक फोटो इलेक्ट्रॉन अवश्य निकालता है?
8. प्रकाश का संचरण फोटॉन के रूप में होता है, परन्तु हमें अपनी आँख पर आपतित प्रकाश असतत् प्रतीत नहीं होता है, ऐसा क्यों?
9. यदि फोटो सेल पर आपतित प्रकाश की तीव्रता को बढ़ा दिया जाए तो निरोधी विभव किस प्रकार परिवर्तित होगा?
10. प्रकाश विद्युत उत्सर्जन के लिए क्षारीय धातुएँ क्यों उपयुक्त होती है?

11. यदि देहली आवृत्ति के फोटोन की ऊर्जा E_0 हो तब क्या $\frac{E_0}{n}$ ऊर्जा के n या अधिक फोटोन इलेक्ट्रॉन का उत्सर्जन कर पाने में सक्षम होंगे?
12. एक फोटो सेल के एनोड पर विभव स्थिर रखा जाता है तथा कैथोड़ पर आपतित प्रकाश की तरंगदैर्ध्य λ धीरे-धीरे परिवर्तित की जाती है। प्लेट धारा i का तरंगदैर्ध्य λ के साथ परिवर्तन को दर्शाने वाला आरेख खींचिए।
13. फोटो इलेक्ट्रॉन का विराम द्रव्यमान लिखिए।
14. इलेक्ट्रॉन पुंज से विवर्तन की तथा प्रकाश पुंज से प्रकाश विद्युत प्रभाव की घटना देखी जा सकती है। इनमें से कौन सी घटना यह दर्शाती है कि तरंगों में कणों के समान गुण होते हैं तथा कौनसी घटना यह दर्शाती है कि कणों में तरंगों के समान गुण होते हैं?
15. फोटॉन का गतिक द्रव्यमान बताइए।
16. क्या सभी गतिशील फोटॉनों का द्रव्यमान एकसमान होता है?
17. प्रकाश की कणीय प्रकृति के समर्थन में प्रकाश के प्रभाव लिखिए।
18. प्रकाश की तरंग प्रकृति के समर्थन में प्रकाश के प्रभाव लिखिए।
19. कार्यफलन का मान किन कारकों पर निर्भर करता है?
20. कार्यफलन का मान किन पदार्थों के लिए बहुत कम होता है?
21. इलेक्ट्रॉन वोल्ट तथा जूल में सम्बन्ध लिखिए।
22. इलेक्ट्रॉन उत्सर्जन की विधियों का नाम लिखिए।
23. प्रकाश सुग्राही धातुओं के उदाहरण लिखिए।
24. आपतित प्रकाश की तीव्रता बढ़ाने पर प्रकाश विद्युत धारा का मान क्यों बढ़ता है?
25. अंतक विभव किसे कहते हैं?
26. निरोधी विभव तथा फोटो इलेक्ट्रॉनों की गतिज ऊर्जा के मध्य सम्बन्ध लिखिए।
27. देहली तरंगदैर्ध्य परिभाषित कीजिए।
28. प्रकाश विद्युत प्रभाव के नियमों का प्रतिपादन किस वैज्ञानिक ने किया?
29. क्या प्रकाशिक इलेक्ट्रॉनों की गतिज ऊर्जा, आपतित प्रकाश की तीव्रता पर निर्भर करती है?
30. क्वाण्टम सिद्धान्त का प्रतिपादन किस वैज्ञानिक ने किया?

उत्तरमाला

1. शून्य
2. प्रकाश विद्युत उत्सर्जन, तापायनिक उत्सर्जन।
3. $\frac{h}{e}$ जहाँ h = प्लांक नियतांक। 4. 10^{-9} सेकण्ड।
5. प्रकाश विद्युत प्रभाव 6. केवल एक फोटॉन।
7. एक फोटॉन, यह कोई आवश्यक नहीं है कि प्रत्येक फोटॉन एक फोटो इलेक्ट्रॉन निकाले।
8. जब प्रकाश हमारी आँख में प्रवेश करता है तब रेटिना पर प्रति सेकण्ड लगभग 10^{18} फोटॉन टकराते हैं। इसका तात्पर्य यह है कि रेटिना पर लगभग 10^{-18} सेकण्ड में एक फोटॉन टकराता है जिससे प्रकाश असतत् प्रतीत नहीं होता है।
9. निरोधी विभव अपरिवर्तित रहेगा।
10. क्योंकि क्षारीय धातुओं का कार्यफलन कम होता है।
11. नहीं क्योंकि एक फोटो इलेक्ट्रॉन के उत्सर्जन में केवल एक फोटॉन का ही प्रभाव होता है।
12.



13. 9.1×10^{-31} किग्रा.
14. प्रकाश विद्युत प्रभाव तथा विवर्तन।
15. $\frac{h\upsilon}{c^2}$ या $\frac{h}{c\lambda}$
16. नहीं, क्योंकि आवृत्ति υ का मान भिन्न-भिन्न रंगो के लिए भिन्न-भिन्न होता है।
17. प्रकाश विद्युत प्रभाव, कॉम्पटन प्रभाव, रमन प्रभाव।
18. परावर्तन, अपवर्तन, व्यतिकरण, विवर्तन, ध्रुवण।
19. धातु के गुणों, इसके पृष्ठ की प्रकृति तथा पृष्ठ पर उपस्थित अपद्रव्य की मात्रा।
20. क्षारीय धातुओं के लिए कार्यफलन का मान बहुत कम होता है।
21. $1\ eV = 1.6 \times 10^{-19}$ जूल
22. (1) तापायनिक उत्सर्जन (2) क्षेत्र उत्सर्जन (5) प्रकाश विद्युत उत्सर्जन (6) द्वितीयक उत्सर्जन।
23. लीथियम, सोडियम, पोटेशियम, सीजियम आदि।
24. आपतित प्रकाश की तीव्रता बढ़ाने पर उत्सर्जित होने वाले प्रति सेकण्ड प्रकाशिक इलेक्ट्रॉनों की संख्या बढ़ने से प्रकाश विद्युत धारा का मान बढ़ता है।
25. कैथोड़ के सापेक्ष एनोड को दिया गया वह ऋणात्मक विभव जिस पर प्रकाश विद्युत धारा का मान शून्य हो जाता है, अंतक विभव कहलाता है।
26. $\frac{1}{2}mv_m^2 = eV_0$
27. धात्विक पृष्ठ पर आपतित प्रकाश की जिस न्यूनतम आवृत्ति पर इलेक्ट्रॉनों का उत्सर्जन प्रारंभ हो जाता है। उसे देहली आवृत्ति कहते हैं तथा इससे सम्बद्ध तरंगदैर्ध्य देहली तरंगदैर्ध्य कहलाती है।
28. लेनार्ड 29. नहीं। 30. मैक्स प्लांक।

13.4 आइन्सटीन का प्रकाश-विद्युत समीकरण तथा इसके द्वारा प्रकाश विद्युत प्रभाव के प्रायोगिक परिणामों का स्पष्टीकरण (Einstein's Phtoelectric equation and explanation of experimental results of Photoelectric effect on the basis of this equation)

आइन्सटीन ने प्रकाश विद्युत प्रभाव की व्याख्या प्रकाश की क्वाण्टम प्रकृति के आधार पर दी।

आइन्सटीन के अनुसार जब प्रकाशीय क्वाण्टा अर्थात् फोटॉन किसी धातु की सतह पर आपतित होते हैं तो एक फोटॉन एक इलेक्ट्रॉन से ही

अनुक्रिया करता है तो उसमें उपस्थित मुक्त इलेक्ट्रॉन फोटॉन की सम्पूर्ण ऊर्जा को पूर्ण रूप से अवशोषित कर लेता है। इलेक्ट्रॉन द्वारा प्राप्त यह ऊर्जा ($E = h\upsilon$) दो रुपों में प्रयुक्त होती है-

(i) मुक्त इलेक्ट्रॉनों को धातु की सतह से बाहर निकालने में कार्य फलन ($W_0 = h\upsilon_0$) के तुल्य ऊर्जा प्रदान करती है तथा

(ii) शेष ऊर्जा उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों को गतिशील करने में अर्थात् गतिज ऊर्जा प्रदान करती है।

यदि उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों का वेग v_{max} हो तथा द्रव्यमान m हो तो उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा

$$K_m = \frac{1}{2} m v_{max}^2$$

अत: $$E = W_o + K_m$$

या $$h\upsilon = W_o + \frac{1}{2} m v_{max}^2$$

या $$\mathbf{\frac{1}{2} m v_{max}^2 = h\upsilon - W_0} \qquad ...(i)$$

इस समीकरण को आइन्सटीन का प्रकाश विद्युत समीकरण कहते हैं।

यदि $\upsilon = \upsilon_0$ करने पर $K_m = \frac{1}{2} m v_{max}^2 = 0$ हो तो υ_0 को आपतित प्रकाश की देहली आवृत्ति कहते हैं अर्थात् जब आपतित फोटॉन की आवृत्ति, देहली आवृत्ति (υ_0) के बराबर होती है तो इलेक्ट्रॉन धातु की सतह से उत्सर्जित तो हो जाते हैं परन्तु उनकी गतिज ऊर्जा अर्थात् वेग शून्य हो जाता है।

अत: समीकरण (i) से $W_0 = h\upsilon_0$ ....(ii)

यदि आपतित फोटॉन की आवृत्ति देहली आवृत्ति से अधिक ($\upsilon > \upsilon_0$) होती है तो धातु सतह से उत्सर्जन के पश्चात् इलेक्ट्रॉन अधिकतम वेग से गति करते हैं।

पुन: समीकरण (i) व (ii) से-

$$\frac{1}{2} m v_{max}^2 = h\upsilon - h\upsilon_o$$

$$\mathbf{\frac{1}{2} m v_{max}^2 = h(\upsilon - \upsilon_0)}$$

इसे भी आइन्सटीन प्रकाश विद्युत समीकरण कहते हैं। यह ऊर्जा संरक्षण नियम के संगत है। प्रकाश विद्युत प्रभाव से प्रकाश के क्वाण्टम प्रकृति की पुष्टि होती है।

आइन्सटीन के प्रकाश–विद्युत समीकरण से–

$$\frac{1}{2} m v_{max}^2 = h(\upsilon - \upsilon_o)$$

$$v_{max}^2 = \frac{2h(\upsilon - \upsilon_o)}{m}$$

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2h(\upsilon - \upsilon_o)}{m}}$$

$\upsilon = \frac{c}{\lambda}$ तथा $\upsilon_o = \frac{c}{\lambda_o}$ रखने पर–

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2h\left(\frac{c}{\lambda} - \frac{c}{\lambda_o}\right)}{m}}$$

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2hc(\lambda_o - \lambda)}{m\lambda\lambda_o}}$$

यदि विरोधी विभव का मान V_o हो तो

$$\frac{1}{2} m v_{max}^2 = eV_o$$

अर्थात् $$eV_o = h(\upsilon - \upsilon_o)$$

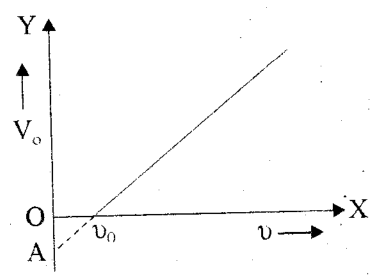
$$eV_o = h\left(\frac{c}{\lambda} - \frac{c}{\lambda_o}\right)$$

$$eV_o = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_o}\right)$$

$eV_0 = h(\upsilon - \upsilon_0)$ से

$$V_0 = \left(\frac{h}{e}\right)\upsilon - \left(\frac{h}{e}\right)\upsilon_0$$

यह $Y = mX + c$ के तुल्य है जिससे स्पष्ट होता है कि निरोधी विभव V_0 को Y-अक्ष पर तथा आवृति υ को X-अक्ष पर लेकर आलेख खींचे तो यह निम्न चित्रानुसार प्राप्त होता है–



चित्र 13.11

V_0 व υ के मध्य प्राप्त सरल रेखा की ढ़ाल $m = \frac{h}{e}$ प्राप्त होती है जो कि धातु की प्रकृति पर निर्भर नहीं करता है अर्थात् प्रत्येक धातु के लिए इसका मान समान होता है। जबकि υ_0 देहली आवृति हैं और $\frac{h\upsilon_0}{e}$ निरोधी विभव (V_0) का मान है। फलत: OA भाग कार्यफलन (W_0) को व्यक्त करता है।

आइन्सटीन के प्रकाश–विद्युत-समीकरण $\frac{1}{2} m v_{max}^2 = h(\upsilon - \upsilon_0)$ से प्रकाश-विद्युत प्रभाव के नियमों की व्याख्या निम्न प्रकार से की जाती हैं–

(i) जैसे-जैसे आवृत्ति υ का मान बढ़ता जाएगा, $\frac{1}{2} m v_{max}^2$ के मान में वृद्धि होगी अर्थात् अधिक गतिज ऊर्जा के इलेक्ट्रॉन प्राप्त होंगे, अर्थात् उत्सर्जित फोटो इलेक्ट्रॉनों की गतिज ऊर्जा आपतित फोटॉन की आवृत्ति पर निर्भर करती है प्रकाश की तीव्रता पर नहीं।

(ii) आवृत्ति υ का मान υ_0 कर देने पर उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों का वेग शून्य होगा।

यदि $\upsilon < \upsilon_0$ अर्थात् आपतित प्रकाश की आवृत्ति देहली आवृत्ति से कम है तो इलेक्ट्रॉनों की गतिज ऊर्जा (K_{max}) ऋणात्मक होगी जोकि संभव नहीं है। अतः इस स्थिति में फोटो इलेक्ट्रॉनों का उत्सर्जन संभव नहीं है चाहे प्रकाश की तीव्रता कुछ भी क्यों न हो? अतः फोटो इलेक्ट्रॉनों का उत्सर्जन तभी संभव है जब आपतित प्रकाश की आवृत्ति देहली आवृत्ति से अधिक या बराबर हो।

(iii) आपतित प्रकाश की तीव्रता बढ़ाने से उसकी आवृति υ पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता। अतः तीव्रता बढ़ाने से उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों की गतिज ऊर्जा प्रभावित नहीं होती है। प्रकाश की तीव्रता में वृद्धि से प्रति सेकण्ड आपतित फोटॉनों की संख्या में वृद्धि होती है। अधिक तीव्रता के प्रकाश में फोटॉनों की संख्या अधिक होती है जिससे अधिक संख्या में इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित होते हैं। जिसके कारण प्रकाश-विद्युत धारा में वृद्धि होगी।

(iv) इलेक्ट्रॉन द्वारा संपूर्ण फोटॉन का अवशोषण होता है उसके किसी अंश का नहीं। अतः यदि फोटॉन द्वारा प्रदत्त ऊर्जा कार्यफलन से अधिक है तो इलेक्ट्रॉन उत्सर्जन बिना किसी समय पश्चता के हो जायेगा। यदि ऊर्जा यथेष्ट नहीं है तो उत्सर्जन नहीं होगा। इस प्रकार इलेक्ट्रॉन की विकिरण से ऊर्जा प्राप्ति निरन्तर न होकर क्वाण्टित होती है।

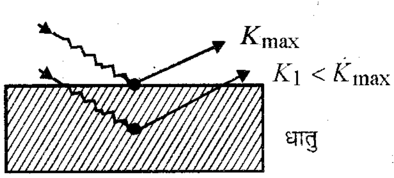
महत्वपूर्ण तथ्य

1. कार्यफलन तथा देहली आवृत्ति के सम्बन्ध $W_0 = h\upsilon_0$ तथा देहली तरंग दैर्ध्य के पदों में धातु का कार्यफलन (eV में)

$$W_0 = \frac{hc}{\lambda_0} \text{ (जूल)} = \frac{hc}{e\lambda_0}(\text{eV}) = \frac{12400}{\lambda_0(\text{Å})}$$

2. धातु सतह पर आपतित सभी फ़ोटोन, इलेक्ट्रॉन उत्सर्जन का कार्य नहीं करते अतः प्रति सेकण्ड उत्सर्जित फोटो इलेक्ट्रॉन की संख्या, आपतित फोटोनों की दर के समान नहीं होती। यदि धात्विक सतह पर बेरियम ऑक्साइड या स्ट्रांशियम ऑक्साइड के लेप कर दें तो कार्यफलन कम हो जाता है तथा प्रति सेकण्ड उत्सर्जित इलेक्ट्रॉन की संख्या बढ़ जाती है।

3. यद्यपि धातु के लिए कार्यफलन का मान निश्चित होता है अतः आइंसटीन के प्रकाश वैद्युत समीकरण के अनुसार किसी निश्चित आवृत्ति υ ($\upsilon > \upsilon_0$) के प्रकाश के लिए सभी फोटो इलेक्ट्रॉनों की गतिज ऊर्जा समान होनी चाहिए परंतु ऐसा नहीं होता क्योंकि जो इलेक्ट्रॉन धातु की सतह से उत्सर्जित होते हैं उनकी गतिज ऊर्जा अधिकतम होती है जबकि धातु के आन्तरिक भाग से उत्सर्जित इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा में धातु सतह से बाहर आने में कमी आती है अतः कम होती है।



उदा.6. सोडियम धातु 1500Å की देहली तरंग दैर्ध्य का है। उसके कार्य फलन का परिकलन *eV* में कीजिए ?

हल–देहली आवृत्ति–

दिया है– $\lambda_0 = 1500$Å $= 1.5 \times 10^{-7}$ मी., $W_0 = ?$

$$\upsilon_0 = \frac{c}{\lambda_0}$$

$$\upsilon_0 = \frac{3 \times 10^8}{1.5 \times 10^{-7}}$$

$$\upsilon_0 = 2 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

अतः कार्य फलन

$$W_0 = h\upsilon_0 = h \times \frac{c}{\lambda_0}$$

$$W_0 = 6.62 \times 10^{-34} \times 2 \times 10^{15}$$

$$= 13.24 \times 10^{-19} \text{ जूल}$$

$$W_0 = \frac{13.24 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}}$$

$$W_0 = 8.27 \, eV$$

उदा.7. किसी धातु के लिए कार्य फलन 2.2 eV है। इस धातु के लिए वह अधिकतम तरंग दैर्ध्य ज्ञात करो जो इसमें प्रकाश विद्युत प्रभाव उत्पन्न कर सके।

[$h = 4.14 \times 10^{-15}$ इलेक्ट्रॉन-वोल्ट×सेकण्ड, $c = 3 \times 10^8 \, ms^{-1}$]

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 13.3

हल: दिया गया है– $W_0 = 2.2$ eV

देहली आवृत्ति $\upsilon_0 = \frac{W_0}{h}$ किन्तु $\upsilon_0 = \frac{c}{\lambda_0}$

जहाँ λ_0 संगत देहली तरंगदैर्ध्य है।

$$\therefore \quad \frac{c}{\lambda_0} = \frac{W_0}{h}$$

$$\therefore \quad \lambda_0 = \frac{hc}{W_0}$$

$$= \frac{4.14 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8}{2.2}$$

$$= \frac{12.42 \times 10^{-7}}{2.2}$$

$$= 564.5 \times 10^{-9} m = 5645 \text{ Å}$$

उदा.8. एक टंगस्टन के पृष्ठ पर 1200Å पराबैंगनी प्रकाश आपतित होता है। तब उत्सर्जित इलेक्ट्रोनों की अधिकतम ऊर्जा का परिकलन कीजिए यदि टंगस्टन की देहली तरंग दैर्ध्य 2400Å है।

हल–यदि देहली आवृत्ति υ_0 व देहली तरंग दैर्ध्य λ_0 है तथा

आपतित विकिरण की आवृत्ति υ व तरंग दैर्ध्य λ है तो आइन्सटीन समी. से उत्सर्जित इलेक्ट्रोनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा–

दिया है–
$\lambda = 1200 \text{Å} = 1200 \times 10^{-10}$ m
$\lambda_0 = 2400 \text{Å} = 2400 \times 10^{-10}$ m
$K_{max} = ?$

$$K_m = \frac{1}{2}mv_{max}^2$$

$$= h(\upsilon - \upsilon_0) = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}\right)$$

$$= \frac{hc(\lambda_0 - \lambda)}{\lambda\lambda_0}$$

$$= \frac{6.62 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8 (2400 - 1200)10^{-10}}{1200 \times 2400 \times 10^{-20}}$$

$= 8.27 \times 10^{-19}$ जूल

$$K_{max} = \frac{8.27 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} = 5.16\ eV$$

उदा.9. प्रकाश विद्युत प्रभाव के किसी प्रयोग में 200 nm का प्रकाश लीथियम धातु $(W_0 = 2.5eV)$ पर आपतित है ज्ञात कीजिए (a) प्रकाशिक इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा eV में तथा (b) निरोधी विभव **पाठ्यपुस्तक उदाहरण 13.4**

हल: दिया गया है– $\lambda = 200$ nm $= 200 \times 10^{-9}$ m,
$W_0 = 2.5$ eV $= 2.5 \times 1.6 \times 10^{-19}$ J
$K_m = ?$, $V_0 = ?$

$\because$ प्रकाशिक इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा

$$K_m = \frac{1}{2}mv_m^2 = h\frac{c}{\lambda} - W_0$$

$$K_m = \frac{6.62 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{200 \times 10^{-9}} - 2.5 \times 1.6 \times 10^{-19}$$

$$K_m = 9.93 \times 10^{-19} - 4 \times 10^{-19} J$$

$$K_m = 5.93 \times 10^{-19} J$$

$$K_m = \frac{5.93 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} = 3.71\ eV$$

(b) $\because$ $K_m = eV_0$

निरोधी विभव $V_0 = \frac{K_m}{e} = \frac{3.71eV}{e} = 3.71$ वोल्ट

उदा.10. एक धातु के पृष्ठ पर 5×10^{-6} मी. तरंग दैर्ध्य का प्रकाश आपतित कर इलेक्ट्रॉनों का उत्सर्जन कराया जाता है। धातु का कार्य फलन 5.0 eV तथा देहली आवृत्ति 7.6×10^{12} Hz हो तो उत्सर्जित फोटो इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम ऊर्जा तथा निरोधी विभव की गणना कीजिए ?

हल–फोटो इलेक्ट्रॉन की अधिकतम उर्जा–

$$K_{max} = \frac{1}{2}mv_{max}^2$$

$$= h(\upsilon - \upsilon_0) = h\upsilon - h\upsilon_0$$

फोटॉन की ऊर्जा $= h\upsilon - W_0$

$$h\upsilon = \frac{hc}{\lambda}$$

$$= \frac{6.62 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{5 \times 10^{-6}}$$

$= 0.397 \times 10^{-19}$

$= 0.248\ eV$

$K_{max} = 0.248 - 5.0 = -4.75\ eV$

निरोधी विभव–

$eV_0 = K_{max}$

$$V_0 = \frac{K_{max}}{e}$$

अर्थात् जितने इलेक्ट्रॅान वोल्ट इलेक्ट्रॅान की ऊर्जा होती है। उतने वोल्ट ही निरोधी विभव का मान होता है। अतः

$V_0 = -4.75$ वोल्ट

उदा.11. किसी धात्विक सतह को पहले **3000Å** तरंग दैर्ध्य के प्रकाश से तथा फिर **6000Å** के प्रकाश से प्रदीप्त किया जाता है। यह प्रेक्षित किया जाता है कि इन प्रदीपनों के अन्तर्गत उत्सर्जित प्रकाशिक इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम चालों का अनुपात **3 : 1** है। धातु का कार्य फलन ज्ञात करो।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 13.5

हल– दिया गया है– $\lambda = 3000$ Å $= 3 \times 10^{-7}$ m.

$\lambda' = 6000$Å $= 6 \times 10^{-7}$ m, $\frac{v}{v'} = \frac{3}{1}$

$W_0 = ?$

$$\because \quad W_0 = \frac{hc}{\lambda} - \frac{1}{2}mv_m^2$$

$$W_0 = \frac{hc}{3 \times 10^{-7}} - \frac{1}{2}mv^2 \quad ...(1)$$

$$W_0 = \frac{hc}{6 \times 10^{-7}} - \frac{1}{2}mv'^2$$

$$W_0 = \frac{hc}{6 \times 10^{-7}} - \frac{1}{2}m\left(\frac{v}{3}\right)^2 \quad ...(2)$$

समी. (2) को 9 से गुणा करने पर

$$9W_0 = \frac{9hc}{6 \times 10^{-7}} - \frac{1}{2}mv^2 \quad ...(3)$$

समी. (3) में से समी. (1) को घटाने पर

$$8W_0 = \frac{9hc}{6\times10^{-7}} - \frac{hc}{3\times10^{-7}}$$

$$8W_0 = \frac{hc}{3\times10^{-7}}\left(\frac{9}{2}-1\right)$$

$$W_0 = \frac{6.62\times10^{-34}\times3\times10^{8}\times7}{3\times10^{-7}\times2\times8}$$

$$W_0 = 2.896\times10^{-19}\,J$$

उदा.12. यदि सीजियम का कार्य-फलन 2.14 eV है तो परिकलन कीजिए- (a) सीजियम की देहली आवृत्ति तथा (b) आपतित प्रकाश का तरंगदैर्ध्य, यदि प्रकाशिक धारा को 0.60 V का एक निरोधी विभव लगाकर शून्य किया जाए।

हल–(a) **दिया है**–

$$W_0 = 2.14 \text{ इलेक्ट्रॉन–वोल्ट}$$
$$= 2.14 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ जूल}$$

अतः देहली आवृत्ति $\upsilon_0 = \frac{W_0}{h} = \frac{2.14\times1.6\times10^{-19}}{6.62\times10^{-34}}$

$$= 5.17 \times 10^{14} \text{ हर्ट्ज}$$

(b) दिया है– निरोधी विभव

$$V_0 = 0.60 \text{ वोल्ट}$$

आइन्सटीन समीकरण से

$$h\upsilon = W_0 + eV_0$$

या $\frac{hc}{\lambda} = W_0 + eV_0$

या आपतित प्रकाश की तरंग दैर्ध्य

$$\lambda = \frac{hc}{W_0 + eV_0}$$

$$\Rightarrow \quad \lambda = \frac{6.62\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{2.14\times1.6\times10^{-19}+1.6\times10^{-19}\times0.60}$$

$$= \frac{19.86\times10^{-26}}{(2.14+0.60)\times1.6\times10^{-19}}$$

$$\lambda = \frac{19.86\times10^{-7}}{2.74\times1.6} = 4.530\times10^{-7} \text{ मी.} = 4530\text{Å}.$$

13.5 प्रकाश की द्वैत प्रकृति (Dual Nature of Light)

प्रकाश की प्रकृति को लेकर वैज्ञानिक हमेशा उत्सुक रहे हैं। अनेक वैज्ञानिकों ने प्रकाश की प्रकृति को जानने के प्रयास किए। अलग-अलग वैज्ञानिकों ने अलग-अलग मत दिए। प्रकाश से सम्बन्धित कुछ घटनाएँ ऐसी थी, जिन्हें तरंग सिद्धान्त के आधार पर समझाया गया तो कुछ घटनाएँ ऐसी थी जिन्हें कण सिद्धान्त के आधार पर। यही कारण है कि प्रकाश को तरंग तथा कण दोनों रूपों में माना गया। फलस्वरूप प्रकाश की प्रकृति को **द्वैत (Dual) प्रकृति** कहते हैं।

सन् 1660 ई. में न्यूटन ने कणिकावाद सिद्धान्त (Particle theory or Corpuscular theory) दिया। इस सिद्धान्त के आधार पर प्रकाश का ऋजुरेखीय संचरण, परावर्तन तथा अपवर्तन जैसी घटनाओं की व्याख्या कर दी गई। परन्तु व्यतिकरण, विवर्तन, ध्रुवण आदि घटनाओं को न्यूटन का कणिकावाद सिद्धान्त समझा नहीं सका।

न्यूटन के पश्चात् लगभग 18 वर्षों बाद सन् 1678 ई. में क्रिस्टाईन हाइगेन ने एक ऐसे सिद्धान्त का प्रतिपादन किया जो व्यतिकरण, विवर्तन तथा ध्रुवण जैसे घटनाओं की व्याख्या करने में सफल रहा। हाइगेन द्वारा दिए गए इस सिद्धान्त को तरंग सिद्धान्त (Wave theory) कहते हैं। तरंग सिद्धान्त के अनुसार प्रकाश, प्रकाश स्रोत से तरंग के रूप में संचरित होता है। तरंग के संचरण के लिए हाइगेन ने एक काल्पनिक माध्यम की कल्पना की जिसे ईथर नाम दिया। बाद में सन् 1873 ई. में मैक्सवैल नामक वैज्ञानिक ने बताया कि प्रकाश को संचरण के लिए किसी माध्यम की आवश्यकता नहीं होती अर्थात् प्रकाश निर्वात् में भी गमन कर सकता है। प्रकाश को मैक्सवैल ने विद्युत-चुम्बकीय तरंग (Electro-Magnatic Wave) कहा। जिसमें विद्युत व चुम्बकीय दोनों क्षेत्र एक-दूसरे के लम्बवत्, समय के साथ सरल आवर्त गति करते हैं। इस प्रकार तरंग सिद्धान्त के आधार पर प्रकाश की कई घटनाओं ऋजुरेखीय संचरण, परावर्तन, अपवर्तन, व्यतिकरण, विवर्तन तथा ध्रुवण की व्याख्या की जा सकी।

19वीं शताब्दी में प्रकाश से सम्बन्धित कुछ ऐसी घटनाएँ जैसे प्रकाश–विद्युत प्रभाव, कॉम्पटन प्रभाव आदि अस्तित्व में आई जिन्हें तरंग सिद्धान्त के आधार पर नहीं समझाया जा सका। इन घटनाओं को समझाने के लिए वैज्ञानिकों ने पुनः प्रकाश को कण रूप में माना।

प्लांक नामक वैज्ञानिक ने **"क्वाण्टम सिद्धान्त"** (Quantum theory) दिया जो प्रकाश के कण स्वरूप का समर्थन करता है। इस सिद्धान्त के अनुसार प्रकाश, ऊर्जा के बण्डल के रूप में होता है। इन ऊर्जा के बण्डल को फोटॉन (Photons) कहते हैं। इनकी एक निश्चित आवृति होती है। इस सिद्धान्त से प्रकाश की आधुनिक जटिल घटनाओं जैसे प्रकाश–विद्युत प्रभाव, कॉम्पटन प्रभाव, रमन प्रभाव, जीमन प्रभाव इत्यादि को समझाया जा सका।

प्रकाश की प्रकृति को जानने के लिए वैज्ञानिकों द्वारा किए गए इन प्रयासों से स्पष्ट होता है कि कुछ घटनाएँ तरंग सिद्धान्त से तो कुछ घटनाएँ कण सिद्धान्त से समझायी जा सकती है। दूसरे शब्दों में प्रकाश कभी तरंग की भांति तो कभी कण की भांति व्यवहार करता है। जब प्रकाश का संचरण होता है तो प्रकाश तरंग रूप में तथा प्रकाश जब अन्य पदार्थों से अन्योन्य क्रिया करता है तो कण (फोटॉन) के रूप में व्यवहार करता है।

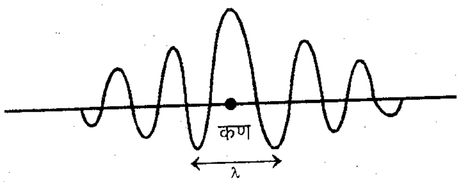
अतः हम कह सकते हैं कि प्रकाश की द्वैत प्रकृति होती है।

13.7 द्रव्य तरंगों की अवधारणा, डी-ब्रोग्ली की परिकल्पना तथा द्रव्य तरंगों की तरंगदैर्ध्य (Concept of Matter waves,De-Broglie Hypothesis & Wave length of Matter Waves)

प्रकाश की द्वैत प्रकृति के आधार पर सन् 1923-24 में फ्रॉस के वैज्ञानिक लुईस डी-ब्रोग्ली (Luies De-Broglie) ने एक परिकल्पना प्रस्तुत की। इस परिकल्पना के अनुसार "जिस प्रकार तरंगों के

रूप में विकिरण ऊर्जा से कणों के लाक्षणिक गुणों को सम्बद्ध किया जाता है। ठीक उसी प्रकार गतिशील द्रव्य कणों को भी तरंग प्रकृति प्रदर्शित करनी चाहिए।" दूसरे शब्दों में जैसे प्रोटोन, इलेक्ट्रॉन आदि द्रव्य कण भी गतिशील अवस्था में तरंग की तरह व्यवहार करते हैं। **प्रत्येक गतिशील द्रव्य कण से सम्बद्ध तरंग को द्रव्य तरंग या डी-ब्रोग्ली तरंग कहते हैं।**

डी-ब्रोग्ली के अनुसार कोई द्रव्य तरंग जो गतिशील कण से सम्बद्ध है, उसे तरंग पैकेट के रूप में चित्रानुसार प्रदर्शित किया जा सकता है-



चित्र 13.12

द्रव्य तरंगों की तरंग दैर्ध्य (Wave length of Matter waves) –

यदि किसी फोटोन की आवृति υ हो तो फोटॉन से सम्बद्ध ऊर्जा निम्न होगी--

$$E = h\upsilon \quad .....(1)$$

जहाँ h = प्लांक स्थिरांक

गतिशील फोटॉन का द्रव्यमान यदि m है तो आइन्सटीन के ऊर्जा-द्रव्यमान सम्बन्ध से इस फोटॉन की ऊर्जा निम्न होगी–

$$E = mc^2 \quad .....(2)$$

जहाँ c = प्रकाश का वेग

समी. (1) व (2) से

$$h\upsilon = mc^2$$

$$m = \frac{h\upsilon}{c^2} \quad .....(3)$$

∵ संवेग की परिभाषा से–

संवेग = द्रव्यमान × वेग

$$p = \frac{h\upsilon}{c^2} \times c$$

$$p = \frac{h\upsilon}{c}$$

$$p = \frac{h}{c/\upsilon}$$

$$p = \frac{h}{\lambda} \qquad \left[\because \frac{c}{\upsilon} = \lambda\right]$$

या $$\lambda = \frac{h}{p} \qquad \text{या} \qquad \lambda \propto \frac{1}{p}$$

उक्त समी. से स्पष्ट है कि कण का संवेग, तरंगदैर्ध्य (λ) से सम्बन्धित है।

यदि किसी पदार्थ के कण का द्रव्यमान m है तथा उसका वेग v है तो गतिशील द्रव्य कण से सम्बद्ध द्रव्य तरंग की तरंग दैर्ध्य निम्न होगी–

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

इसे द्रव्य-कण के लिए डी-ब्रोग्ली की तरंग समी. कहते हैं।

यह समी. संवेग (p) जो कि कण का लाक्षणिक गुण है को तरंगदैर्ध्य (λ) जो कि तरंग का लाक्षणिक गुण है से सम्बन्धित करता है।

इस समीकरण से हमें निम्न जानकारियाँ प्राप्त होती हैं–

(अ) वेग अधिक होने पर उसकी डी-ब्रोग्ली तरंगदैर्ध्य छोटी होगी।

(ब) जिस कण का m अधिक होता है। उसकी तरंगदैर्ध्य छोटी होती है।

(स) डी-ब्रोग्ली तरंगदैर्ध्य कण की प्रकृति पर निर्भर नहीं करती है।

(द) द्रव्य तरंगे, प्रकृति में विद्युत-चुम्बकीय तरंगे नहीं होती। इसे निम्न प्रकार स्पष्ट किया जा सकता है–

यदि $v = 0$ हो तो $\lambda = \infty$

और यदि $v = \infty$ हो तो $\lambda = 0$

अर्थात् तरंग, गतिशील कणों से सम्बद्ध होती है, गतिशील कण आवेशित हो या न हो इस पर निर्भर नहीं करता। इसके विपरीत विद्युत चुम्बकीय तरंगें, गतिशील आवेशित कणों से उत्पन्न होती है।

यदि कण का वेग अत्यधिक हो तो आपेक्षिकता के सिद्धान्त से गतिशील अवस्था में द्रव्यमान निम्न समी. से व्यक्त करते हैं–

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$ जहाँ m_0 = विराम अवस्था में द्रव्यमान

ऐसे कण का ऊर्जा संवेग में निम्न सम्बन्ध है–

$$E = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4}$$

महत्वपूर्ण तथ्य

(1) सबसे सूक्ष्म तरंगदैर्ध्य जिसका मापन संभव है, γ-किरणों की है।

(2) माइक्रो आकार के कण जैसे–इलेक्ट्रॉन, प्रोटॉन, न्यूट्रॉन, α-कण इत्यादि से सम्बद्ध द्रव्य तरंग की तरंगदैर्ध्य की कोटि 10^{-10} m है।

(3) **द्रव्य तरंगों का प्रायिकता अर्थ**
(Probability interpretation of matter waves) :
गतिशील द्रव्य कणों के साथ सम्बद्ध द्रव्य तरंगों की अवधारणा को क्वांटम यान्त्रिकी की सहायता से स्थापित किया तथा मैक्स बोर्न ने द्रव्य तरंग के आयाम की एक प्रायिकता व्याख्या प्रस्तुत की, इसके अनुसार किसी बिन्दु पर द्रव्य तरंग के आयाम का वर्ग अर्थात् द्रव्य तरंग की तीव्रता, उस बिन्दु पर कण के प्रायिकता घनत्व (प्रायिकता प्रति इकाई आयतन) का निर्धारण करता है अर्थात् यदि गतिशील कण के लिए, किसी बिन्दु पर द्रव्य तरंग का आयाम A है तो अल्प आयतन ΔV में कण के पाये जाने की प्रायिकता = $|A|^2\Delta V$
स्पष्टतः जहाँ कण से सम्बद्ध तरंग का आयाम अधिक है वहां कण के पाये जाने की प्रायिकता अधिक होती है अपेक्षाकृत उस स्थान के जहां द्रव्य तरंग का आयाम कम है।

(4) **$\lambda = h/mv$ इस सूत्र से इलेक्ट्रॉन, प्रोटॉन, न्यूट्रॉन आदि परमाण्वीय कणों से सम्बद्ध तरंगदैर्ध्य ज्ञात की जा सकती है।**

(5) साधारणतया गतिशील द्रव्य कण से सम्बद्ध तरंग स्वरूप प्रेक्षित नहीं होता है क्योंकि इनकी तरंगदैर्ध्य का मान बहुत कम होता है जिनका मापन सम्भव नहीं है।

(6) जिन गतिशील कणों से सम्बन्धित तरंग की तरंगदैर्ध्य का मान प्रकाश की तरंगदैर्ध्य कोटि का होता है उनका मापन संभव है।

(7) तरंगों का सबसे महत्वपूर्ण गुण तरंगदैर्ध्य है तथा कणों का महत्वपूर्ण गुण संवेग है।

(8) द्रव्य तरंगों में जो राशि कम्पित होती है, उसे तरंग फलन कहते हैं,

(9) द्रव्य तरंगे निर्वात में भी गमन करती है। इस कारण ये यान्त्रिक तरंगे नहीं होती हैं, न ही विद्युत चुम्बकीय तरंगे।

(10) द्रव्य तरंगों की तरंगदैर्ध्य कणों की प्रकृति तथा उन पर आवेश पर निर्भर नहीं करती है।

13.7.1 विभिन्न प्रकार के कणों के लिए डी-ब्रोग्ली तरंग दैर्ध्य की गणना (Calculation of De-Broglie Wave Length of Different Particles)

माना m द्रव्यमान का एक कण v वेग से गतिशील हो तो उसकी गतिज ऊर्जा निम्न समी. से व्यक्त की जा सकती है–

$$E = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v^2 = \frac{2E}{m}$$

संवेग $p = mv$

$$= m \times \sqrt{\frac{2E}{m}}$$

$$= \sqrt{2mE}$$

तरंग दैर्ध्य $\lambda = \frac{h}{p}$

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}} \qquad .....(1)$$

अर्थात् भिन्न ऊर्जा E के समान कणों के लिए

$$\lambda \propto \frac{1}{\sqrt{E}}$$

तथा समान ऊर्जा के भिन्न कणों के लिए

$$\lambda \propto \frac{1}{\sqrt{m}}$$

यदि V विभव द्वारा q आवेश को गतिशील किया जाये तो उसमें निहित गतिज ऊर्जा $E = qV$ होगी अर्थात् त्वरित आवेशित कणों के लिए तरंगदैर्ध्य को निम्न समी. से व्यक्त कर सकते हैं–

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mqV}} \qquad .....(2)$$

(i) त्वरित इलेक्ट्रॉन की तरंगदैर्ध्य की गणना–

हम जानते हैं–

इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ kg

इलेक्ट्रॉन का आवेश $q_e = 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम

प्लांक स्थिरांक $h = 6.62 \times 10^{-34}$ जूल × सेकण्ड

सूत्र $$\lambda_e = \frac{h}{\sqrt{2m_e q_e V}}$$

$$\lambda_e = \frac{6.62 \times 10^{-34}}{\sqrt{2 \times 9.1 \times 10^{-31} \times 1.6 \times 10^{-19} \times V}}$$

$$\lambda_e = \frac{12.27 \times 10^{-10}}{\sqrt{V}} \text{ मीटर}$$

$$\lambda_e = \frac{12.27}{\sqrt{V}} \text{Å} \qquad [\because 1\text{Å} = 10^{-10} \text{ m}]$$

(ii) त्वरित प्रोटॉन की तरंगदैर्ध्य की गणना–

प्रोटॉन का द्रव्यमान $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ Kg

प्रोटॉन पर आवेश $q_p = 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम

प्लांक स्थिरांक $h = 6.62 \times 10^{-34}$ जूल × सेकण्ड

$$\lambda_p = \frac{h}{\sqrt{2m_p q_p V}}$$

$$= \frac{6.62 \times 10^{-34}}{\sqrt{2 \times 1.67 \times 10^{-27} \times 1.6 \times 10^{-19} \times V}}$$

$$= \frac{0.2863 \times 10^{-10}}{\sqrt{V}} \text{ मीटर}$$

$$\lambda_p = \frac{0.2863}{\sqrt{V}} \text{Å}$$

(iii) त्वरित एल्फा कण की तरंगदैर्ध्य की गणना–

एल्फा कण का द्रव्यमान $m_\alpha = 4m_p = 4 \times 1.67 \times 10^{-27}$ kg

एल्फा कण पर आवेश $q_\alpha = 2q_p = 2 \times 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम

प्लांक स्थिरांक $h = 6.62 \times 10^{-34}$ जूल × सेकण्ड

$$\lambda_\alpha = \frac{h}{\sqrt{2m_\alpha q_\alpha V}}$$

$$= \frac{6.62 \times 10^{-34}}{\sqrt{2 \times 4 \times 1.67 \times 10^{-27} \times 2 \times 1.6 \times 10^{-19} \times V}}$$

$$\lambda_\alpha = \frac{0.1012 \times 10^{-10}}{\sqrt{V}} \text{ मीटर}$$

$$\lambda_\alpha = \frac{0.1012}{\sqrt{V}} \text{Å}$$

(iv) त्वरित ड्यूट्रॉन की तरंगदैर्ध्य की गणना–

ड्यूट्रॉन कण का द्रव्यमान $m_d = 2m_p = 2 \times 1.67 \times 10^{-27}$ kg

ड्यूट्रॉन पर आवेश $q_d = q_p = 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम

प्लांक स्थिरांक $h = 6.62 \times 10^{-34}$ जूल × सेकण्ड

$$\lambda_d = \frac{h}{\sqrt{2m_d q_d V}}$$

$$\lambda_d = \frac{6.62\times10^{-34}}{\sqrt{2\times2\times1.67\times10^{-27}\times1.6\times10^{-19}\times V}}$$

$$\lambda_d = \frac{0.202\times10^{-10}}{\sqrt{V}} \text{ मीटर}$$

$$\lambda_d = \frac{0.202}{\sqrt{V}} \text{Å}$$

(v) तापीय न्यूट्रॉन की तरंगदैर्ध्य की गणना–

E ऊर्जा वाले न्यूट्रॉन से सम्बद्ध डी-ब्रोग्ली तरंगदैर्ध्य को निम्न समी. से व्यक्त कर सकते हैं–

$$\lambda_n = \frac{h}{\sqrt{2mE}}$$

यदि न्यूट्रॉन का ताप T हो तो

$$E = KT$$

जहाँ K = बोल्टजमान नियतांक $= 1.38\times10^{-23}$ जूल/केल्विन

$$\therefore \quad \lambda_n = \frac{h}{\sqrt{2mKT}}$$

$$= \frac{6.62\times10^{-34}}{\sqrt{2\times1.67\times10^{-27}\times1.38\times10^{-23}T}}$$

$$\lambda_n = \frac{30.835\times10^{-10}}{\sqrt{T}} \text{ मी.}$$

$$\lambda_n = \frac{30.835}{\sqrt{T}} \text{Å}$$

(vi) गैस के अणु से सम्बद्ध तरंगदैर्ध्य–

एक गैस अणु की औसत गतिज ऊर्जा को निम्न समी. से व्यक्त कर सकते हैं–

$$E = \frac{3}{2}KT$$

जहाँ T = गैस का ताप

गैस अणु से सम्बद्ध तरंगदैर्ध्य–

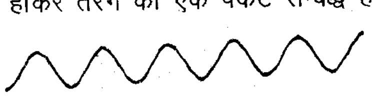
$$\lambda_m = \frac{h}{\sqrt{2mE}}$$

$$\lambda_m = \frac{h}{\sqrt{3mKT}} \text{ मी.}$$

महत्त्वपूर्ण तथ्य

(1) फोटॉन एक द्रव्य कण नहीं है। यह ऊर्जा का एक पैकेट है।

(2) जब एक कण तरंग प्रकृति प्रदर्शित करता है तब इससे एक तरंग सम्बद्ध न होकर तरंग का एक पैकेट सम्बद्ध होता है।



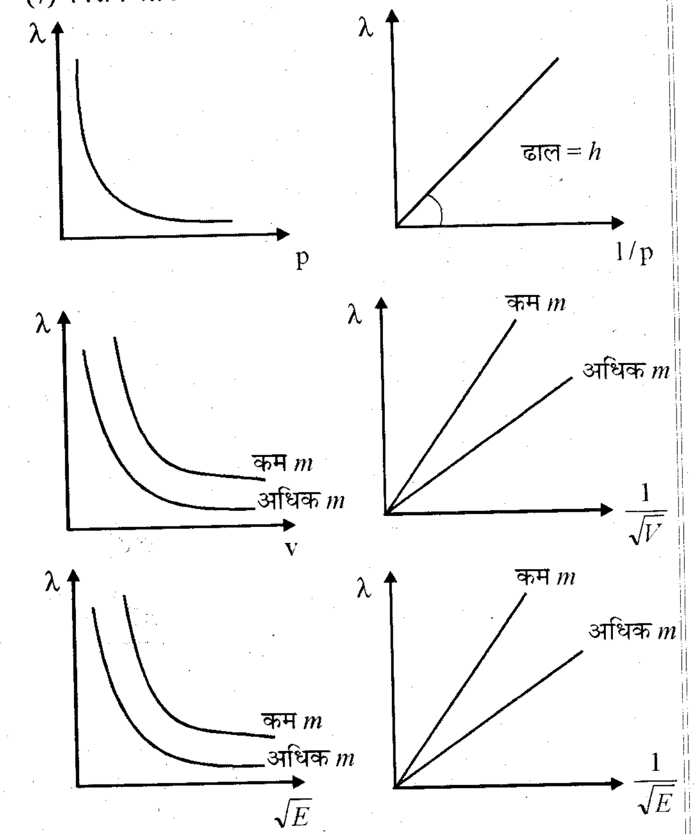
(3) द्रव्य तरंगें विद्युत चुम्बकीय तरंगें नहीं है।

(4) द्रव्य तरंगें, द्रव्य कण पर उपस्थित आवेश पर निर्भर नहीं करती है (अर्थात् आवेशित या निरावेशित)। प्रत्येक कण से डी–ब्रोग्ली तरंग सम्बद्ध होती है।

(5) द्रव्य तरंगों का प्रायोगिक प्रेक्षण तभी संभव है जब उनसे सम्बद्ध तरंग की तरंगदैर्ध्य कण के आकार की तुलना में अधिक हो।

(6) इलेक्ट्रॉन सूक्ष्मदर्शी डी–ब्रोग्ली तरंगों के सिद्धान्त पर कार्य करता है।

(7) विशेष ग्राफ :



8. $$\lambda_\alpha = \frac{\lambda_p}{2\sqrt{2}} = \frac{\lambda_d}{2}$$

तथा $$\lambda_d = \frac{\lambda_p}{\sqrt{2}}$$

उदा.13. एक न्यूट्रॉन की डी-ब्रोग्ली तरंग दैर्ध्य की गणना करो ? न्यूट्रॉन की ऊर्जा 3eV है।

दिया है–
E = 3eV
$= 3\times1.6\times10^{-19}$ जूल
λ = ?

हल–हम जानते है कि

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}}$$

$$\lambda = \frac{6.62\times10^{-34}}{\sqrt{2\times1.67\times10^{-27}\times3\times1.6\times10^{-19}}}$$

$$= 0.165\times10^{-10} \text{ मीटर}$$

$$\lambda = 0.165\text{Å}$$

उदा.14. समान विभवान्तर से त्वरित प्रोटॉन एवं एल्फा कण की डी–ब्रोग्ली तरंगदैर्ध्य का अनुपात ज्ञात कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 13.6

हल: ∵ आवेशित कणों के लिए डी–ब्रोग्ली तरंगदैर्ध्य के सूत्र से

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mqV}}$$

समान विभवान्तर V के लिए

$$\frac{\lambda_p}{\lambda_\alpha} = \frac{h}{\sqrt{2m_p q_p V}} \times \frac{\sqrt{2m_\alpha q_\alpha V}}{h}$$

$$= \sqrt{\frac{m_\alpha q_\alpha}{m_p q_p}}$$

परन्तु $m_\alpha = 4m_p$ तथा $q_\alpha = 2q_p$

$$\therefore \quad \frac{\lambda_p}{\lambda_\alpha} = \sqrt{4\times 2} = 2\sqrt{2}$$

उदा.15. 100V के विभवांतर द्वारा त्वरित किसी इलेक्ट्रॉन से संबंधित डी-ब्रोग्ली तरंगदैर्ध्य का परिकलन कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 13.7

हल– दिया है– त्वरक वोल्टता

V = 100 वोल्ट

अतः इलेक्ट्रॉन की डी–ब्रोग्ली तरंग दैर्ध्य

$$\lambda = \frac{12.27}{\sqrt{V}} Å = \frac{12.27}{\sqrt{100}} = 1.227Å$$

उदा.16. एक प्रोटोन जिसकी डी-ब्रोग्ली तरंग दैर्ध्य 2Å है। इस प्रोटोन की ऊर्जा, इलेक्ट्रॉन वोल्ट में ज्ञात करो ?

हल–हम जानते है कि

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}}$$

$$E = \frac{h^2}{2m\lambda^2}$$

दिया है–
$\lambda = 2Å = 2 \times 10^{-10}$ मी.
$m = 1.67 \times 10^{-27}$ kg
$= 6.62 \times 10^{-34}$ जूल × सेकण्ड
E = ?, λ = ?

$$E = \frac{(6.62\times10^{-34})^2}{2\times1.67\times10^{-27}\times(2\times10^{-10})^2}$$

$E = 3.28 \times 10^{-21}$ जूल

$E = 2.05 \times 10^{-2}$ eV.

उदा. 17. एक α कण तथा एक प्रोटॉन समान चुम्बकीय क्षेत्र में प्रवेश करते है जो इनके वेग सदिशों के लम्बवत् है। α कण तथा प्रोटॉन इस प्रकार गति करते है ताकि उनके पथों की वक्रता त्रिज्या समान है। इनकी डी–ब्रोग्ली तरंगदैर्ध्य का अनुपात ज्ञात करो।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 13.8

हल: ∵ m द्रव्यमान तथा q आवेश का कण जब वेग v से चुम्बकीय क्षेत्र B जहाँ B व v परस्पर लंबवत है में प्रवेश करता है तब यह वृत्ताकार पथ में गति करता है। यदि पथ की त्रिज्या r है तो

$$qvB = \frac{mv^2}{r}$$

$$mv = qBr$$

$$\therefore \quad \lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{qBr}$$

अतः $\frac{\lambda_\alpha}{\lambda_p} = \frac{q_p}{q_\alpha}$ (∵ प्रश्नानुसार B तथा r समान हैं)

$\frac{\lambda_\alpha}{\lambda_p} = \frac{1}{2}$ (∵ $q_\alpha = 2q_p$)

उदा.19. एक कण, इलेक्ट्रॉन की अपेक्षा तीन गुना अधिक चाल से गति कर रहा है। इस कण की डी-ब्रोग्ली तरंगदैर्ध्य का इलेक्ट्रॉन की डी-ब्रोग्ली तरंगदैर्ध्य से अनुपात 1.813×10^{-4} है। कण के द्रव्यमान का परिकलन कीजिए तथा कण को पहचानिए।

हल– दिया है–

कण का वेग $v = 3v_e$, $\lambda = 1.813 \times 10^{-4}\lambda_e$

$$\therefore \quad \lambda = \frac{h}{mv}$$

$$\Rightarrow \quad m = \frac{h}{\lambda v}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{m}{m_e} = \frac{\lambda_e v_e}{\lambda v}$$

$$= \frac{\lambda_e v_e}{1.813\times10^{-4}\lambda_e \times 3v_e} = 1838.5$$

$m = 1838.5\, m_e = 1838.5 \times 9.1 \times 10^{-31}$

$m = 1.673 \times 10^{-27}$ किग्रा.

अतः यह कण प्रोटॉन या न्यूट्रॉन हो सकता है।

13.8 डेविसन एवं जर्मर का प्रयोग तथा इसके निष्कर्ष (Davisson and Germer Experiment and its Conclusion)

द्रव्य कणों जैसे इलेक्ट्रॉन आदि की तरंग प्रकृति को सत्यापित करने के लिए सर्वप्रथम डेविसन तथा जर्मर ने प्रयोग किया। यह प्रयोग इलेक्ट्रॉनों का

निकल क्रिस्टल से प्रकीर्णन पर आधारित था।

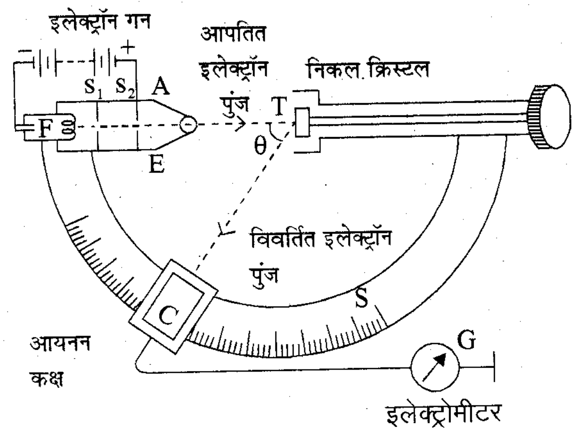
डेविसन तथा जर्मर द्वारा किए प्रयोग में लिए गए उपकरण को नीचे दर्शाया गया है–

इस उपकरण के निम्न तीन भाग होते हैं–

(a) इलेक्ट्रॉन गन (Electron Gun)

(b) लक्ष्य या निकल क्रिस्टल (Target or Nickel Crystal)

(c) संसूचक (आयनन कक्ष) (Detector or Ionising Chamber)



चित्र 13.13

(a) इलेक्ट्रॉन गन–इलेक्ट्रॉन के उत्सर्जन के लिए इसमें एक टंगस्टन का एक तन्तु F होता है। जिस पर बेरियम ऑक्साइड का लेप होता है। जिसे कम विभव से गर्म करने पर इलेक्ट्रॉनों का उत्सर्जन होता है। तन्तु के आगे दो डायफ्राम S_1 व S_2 होते हैं। जिनमें बारीक छिद्र होते हैं। जिनमें से इलेक्ट्रॉन गुजरने पर एक पतले पुंज का रूप धारण कर लेते हैं। इलेक्ट्रॉन की गति को परिवर्तित करने के लिए परिवर्ती विभव व्यवस्था लगी होती है।

(b) लक्ष्य या निकल क्रिस्टल–T एक निकल क्रिस्टल है। जो विवर्तन ग्रेटिंग की तरह कार्य करता है। इस निकल क्रिस्टल को इलेक्ट्रॉन किरण पुंज के सापेक्ष घुमाने की व्यवस्था भी होती है।

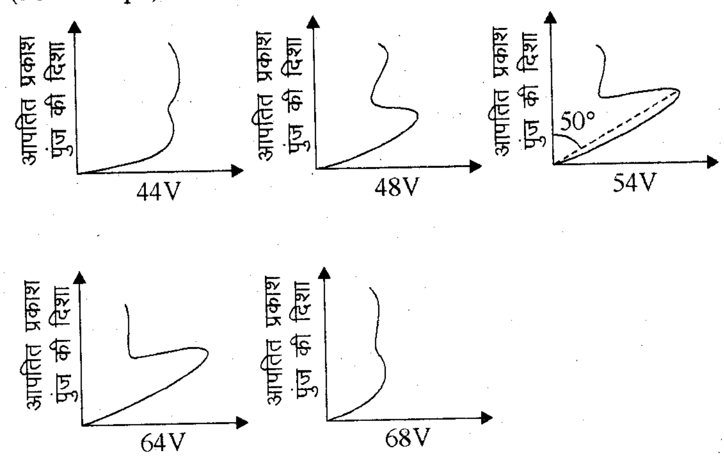
निकल के क्रिस्टल के परमाणुओं के मध्य की दूरी D = 2.15 Å होती है। जो कि इलेक्ट्रॉन पुंज से सम्बद्ध तरंग के तरंगदैर्ध्य की कोटि की होती है अर्थात् विवर्तन की आवश्यक शर्त का पालन होता है। यही कारण है कि निकल क्रिस्टल एक विवर्तक के रूप में कार्य करता है।

(c) संसूचक (आयनन कक्ष)–निकल क्रिस्टल से विवर्तित इलेक्ट्रॉन पुंज की तीव्रता नापने के लिए एक आयनन कक्ष (C) होता है। जिसे संसूचक कहते हैं। इसमें SO_2 व CO_2 गैसें भरी होती हैं। यह आयनन कक्ष गेल्वेनोमीटर G से जुड़ा होता है। यह आयनन कक्ष एक वृत्ताकार पैमाने पर लगा होता है। जिसकी सहायता से इसे आपतित इलेक्ट्रॉन पुंज के सापेक्ष विभिन्न कोणों पर घुमाया जा सकता है।

जब विवर्तित इलेक्ट्रॉन पुंज आयनन कक्ष में पहुँचता है तो CO_2 व SO_2 गैस का आयनीकरण कर देता है अर्थात् आयनन कक्ष में आयन बन जाते हैं। आयनों की संख्या इलेक्ट्रॉन पुंज की तीव्रता पर निर्भर करती है। आयनन कक्ष से एक गेल्वेनोमीटर (G) जुड़ा होता है। जिससे, उत्पन्न धारा का मान ज्ञात किया जा सकता है। इस सम्पूर्ण उपकरण को एक निर्वातित कक्ष में रखा जाता है।

क्रियाविधि–सर्वप्रथम निश्चित विभव V देकर इलेक्ट्रॉन गन से इलेक्ट्रॉनों का उत्सर्जन करते हैं। ये इलेक्ट्रॉन निकल क्रिस्टल से टकराते हैं तथा सभी सम्भव दिशाओं में विवर्तित हो जाते हैं। आयनन कक्ष (संसूचक) को वृत्ताकार पैमाने के विभिन्न स्थानों पर रखकर विवर्तित इलेक्ट्रॉन पुंज की तीव्रता ज्ञात कर लेते हैं।

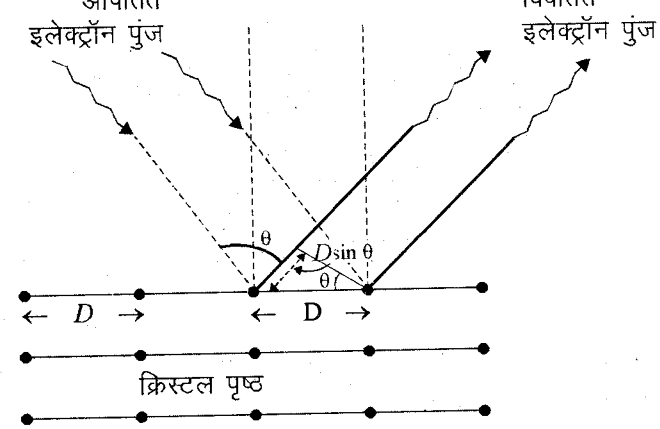
इस प्रयोग को अलग-अलग विभवान्तर V के साथ दोहराते हैं तथा विवर्तित इलेक्ट्रॉन पुंज की तीव्रता तथा प्रकीर्णन कोण θ (आपतित किरण पुंज तथा विवर्तित किरण पुंज के मध्य का कोण) के मध्य ध्रुवीय आलेख (Polar Graph) खींचते हैं जो निम्न प्रकार प्राप्त होते हैं–



चित्र 13.14

उक्त ध्रुवीय आलेखों से स्पष्ट है कि 54V से त्वरित इलेक्ट्रॉन पुंज, 50° के प्रकीर्णन कोण पर संसूचक अधिकतम मान प्रदर्शित करता है अर्थात् इलेक्ट्रॉन पुंज की तीव्रता अधिकतम प्राप्त होती है। चित्र से स्पष्ट है कि 54 वोल्ट पर एक शीर्ष (peak) का बनना यह प्रदर्शित करता है कि इलेक्ट्रॉनों का विवर्तन हो रहा है और यह उच्चिष्ठ पुनः 68 वोल्ट पर लुप्त हो जाता है।

यदि द्रव्य तरंग परिकल्पना सही है तब Ni क्रिस्टल के परमाणविक तलों से इन तरंगों का X-किरणों की भाँति विवर्तन होना चाहिए तथा द्रव्य तरंगों के विवर्तन के लिए भी ब्रेग नियम प्रयुक्त होना चाहिए। चित्रानुसार निकल क्रिस्टल के लिए निकटवर्ती परमाणु के मध्य की दूरी D विवर्तन उच्चिष्ठ का आपतित दिशा में कोण θ, द्रव्य तरंग की तरंगदैर्ध्य λ तथा विवर्तन की कोटि n हो तो



चित्र 13.15: इलेक्ट्रॉन पुंज का क्रिस्टल से विवर्तन

ब्रेग के नियमानुसार

$D \sin\theta = n\lambda$ .....(1)

समीकरण (1) में निकल क्रिस्टल के लिए D = 2.15 Å, θ = 50° तथा n =1 रखने पर

$2.15 \sin(50°) = 1 \times \lambda$

$\Rightarrow \lambda = 2.15 \times 0.766$

$\lambda = 1.65$ Å .....(2)

इस प्रकार इलेक्ट्रॉन विवर्तन मापन से द्रव्य तरंग का तरंगदैर्ध्य 1.65 Å प्राप्त हुआ।

डी-ब्रोग्ली परिकल्पना के अनुसार इलेक्ट्रॉन पुंज की तरंगदैर्ध्य निम्न होती है–

$$\lambda = \frac{12.27}{\sqrt{V}} \text{Å} \quad \text{जहाँ V = विभवान्तर}$$

V = 54 वोल्ट रखने पर

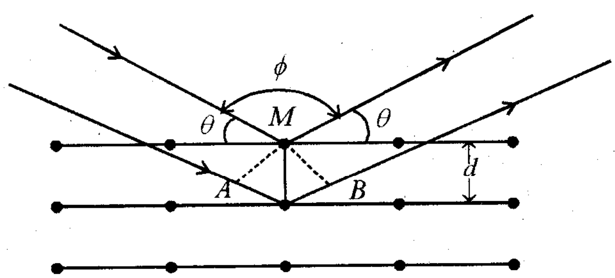
$$\lambda = \frac{12.27}{\sqrt{54}} \text{Å}$$

$$\lambda = 1.67 \text{ Å} \quad .....(3)$$

निष्कर्ष–समी. (2) व (3) से स्पष्ट है कि ब्रेग के नियम से प्राप्त तरंगदैर्ध्य डी-ब्रोग्ली की तरंगदैर्ध्य के तुल्य है। यह परिणाम डी-ब्रोग्ली की परिकल्पना का समर्थन करता है। साथ ही इस बात की भी पुष्टि होती है। इलेक्ट्रॉन पुंज, द्रव्य तरंगों की भांति व्यवहार करता है अर्थात् इलेक्ट्रॉनों की तरंग प्रकृति की पुष्टि होती है।

महत्वपूर्ण तथ्य

इलेक्ट्रॉन विवर्तन मापन से द्रव्य तरंग का तरंगदैर्ध्य ज्ञात करने की वैकल्पिक विधि–



यह पाया जाता है कि प्रकीर्णन कोण ϕ = 50° के संगत विवर्तित इलेक्ट्रॉन पुंज का निकल क्रिस्टल के परमाणुओं के तलों के साथ बनाया गया कोण (θ) निम्न प्रकार प्राप्त होता है–

$\theta + \phi + \theta = 180°$

$\Rightarrow 2\theta = 180° - \phi$

$\Rightarrow \theta = \frac{1}{2}(180° - \phi) = \frac{1}{2}(180° - 50°) = 65°$

[∵ प्रकीर्णन कोण ϕ = 50° प्रयोग द्वारा]

ब्रेग के नियमानुसार

$2d \sin\theta = n\lambda$

प्रथम कोटि के विवर्तन के लिए n = 1

∴ $\lambda = 2 d \sin\theta$

यहाँ d क्रमागत परमाण्वीय तलों के मध्य की दूरी हैं।

निकिल क्रिस्टल के लिए d = 0.91Å

∴ $\lambda = 2 \times 0.91 \times \sin 65° = 1.65$ Å

13.9 हाइज़ेनबर्ग का अनिश्चितता सिद्धान्त (Heisenberg's Uncertainity Principle)

सन् 1927 में वैज्ञानिक हाइज़ेनबर्ग ने एक सिद्धान्त प्रस्तुत किया, जिसे हाइज़ेनबर्ग का अनिश्चितता का सिद्धान्त कहते हैं। इस सिद्धान्त के अनुसार **"किसी क्षण, एक कण की स्थिति व संवेग का एक साथ एक ही दिशा में पूर्ण रूप से यथार्थतापूर्वक निर्धारण नहीं किया जा सकता है।"** इस सिद्धान्त को इस प्रकार भी समझा जा सकता है–

"परमाणु के आकार के कणों के लिए एक ही समय में कण की स्थिति तथा संवेग दोनों के मापन की यथार्थता सीमित होती है।"

बड़ी वस्तुओं में तो स्थिति तथा संवेग दोनों का एक साथ निर्धारण सम्भव है परन्तु सूक्ष्म कणों के लिए यह सम्भव नहीं है।

हाइज़ेनबर्ग के इस अनिश्चितता के सिद्धान्त से यदि कण की स्थिति में अनिश्चितता Δx तथा संवेग के घटक में अनिश्चितता Δp_x हो तो Δx तथा ΔP_x में गुणनफल, $h/4\pi$ से कम नहीं हो सकता अर्थात् गणितीय रूप में–

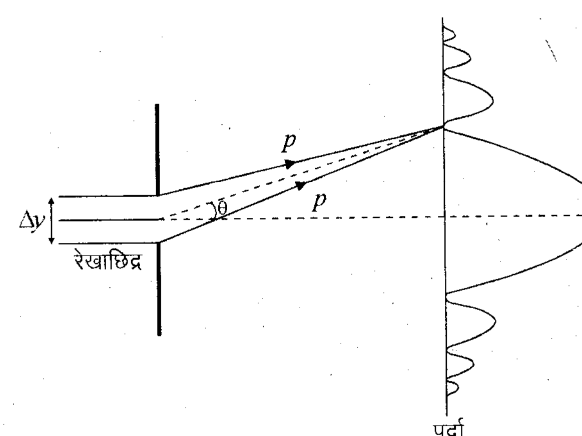
$$\Delta x \, \Delta p_x \geq \frac{h}{4\pi}$$

$$\Delta x \, \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

जहाँ $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.054 \times 10^{-34}$ जूल × सेकण्ड

बड़े आकार की वस्तुओं में अनिश्चितता के सिद्धान्त की पालना होती है परन्तु इनके द्रव्यमान व संवेग अत्यधिक होने के कारण, अनिश्चितता नगण्य हो जाती है। दूसरे शब्दों में बड़े आकार की वस्तुओं में अनिश्चितता प्रेक्षित नहीं होती है।

*** एकल स्लिट पर इलेक्ट्रॉन विवर्तन द्वारा हाइजेनबर्ग के अनिश्चितता सिद्धान्त का सत्यापन–**



चित्र 13.16

*** यह Topic बोर्ड पाठ्यक्रम में नहीं है।**

चित्र में एक इलेक्ट्रॉन किरण पुंज दर्शाया गया है जो एक संकीर्ण छिद्र (स्लिट) पर आपतित हो रहा है। जिससे पर्दे पर विवर्तन प्रतिरूप प्राप्त होता है। यदि विवर्तन प्रतिरूप में प्रथम न्यूनतम तीव्रता θ कोण पर प्राप्त होती है तो विवर्तन सूत्र से–

$$D \sin\theta = n\lambda$$

चित्र से $D = \Delta y$ = छिद्र की चौड़ाई

तथा $n = 1$

$$\Delta y \sin\theta = \lambda$$

या $$\Delta y = \frac{\lambda}{\sin\theta}$$

रेखा छिद्र से विवर्तन से पूर्व y दिशा में संवेग नहीं होता। परन्तु विवर्तन के पश्चात् संवेग का घटक y-अक्ष पर भी प्राप्त होता है। y-अक्ष पर संवेग का मान p sin θ से –p sin θ हो सकता है अर्थात् y-अक्ष पर संवेग की अनिश्चितता–

$$\Delta p_y = p\sin\theta - (-p\sin\theta) = 2p\sin\theta$$

यदि Δy स्थिति में अनिश्चितता हो तो

$$\Delta y\,\Delta p_y = \frac{\lambda}{\sin\theta}\times 2p\sin\theta = 2p\lambda$$

$$= 2p\times\frac{h}{p} = 2h$$

$$= 2\times 6.6\times 10^{-34}$$

$= 13.2\times 10^{-34}$ जूल × सेकण्ड

हम जानते हैं कि $\frac{\hbar}{2} = 0.527\times 10^{-34}$ जूल × सेकण्ड

अर्थात् $$\Delta y\,\Delta p_y > \frac{\hbar}{2}$$

यही अनिश्चितता का सिद्धान्त है।

महत्वपूर्ण तथ्य

(1) हाइजेन बर्ग के अनिश्चितता सिद्धान्त से

$$\Delta x\,.\,\Delta p = \frac{\hbar}{2}$$

यदि $\Delta x = 0$ तब $\Delta p = \infty$

तथा यदि $\Delta p = 0$ तब $\Delta x = \infty$

अर्थात् यदि हम किसी कण (इलेक्ट्रॉन) की स्थिति सही ज्ञात कर लेते है तब कण के संवेग मापन में अनिश्चितता अनन्त है। इसी प्रकार यदि हम किसी कण के संवेग में सही मान को ज्ञात कर लेते है, तब इसकी स्थिति में अनिश्चितता अनन्त है अर्थात् $\Delta p = 0$ इस क्षण हम कण की सही स्थिति ज्ञात नहीं कर सकते।

(2) अनिश्चितता के सिद्धान्त अनुसार निम्न तथ्यों की सफल व्याख्या की जा सकी।

(i) नाभिक में इलेक्ट्रॉनों की अनुपस्थिति

(ii) स्पैक्ट्रमी रेखाओं का निश्चित आकार

(3) हाइजेनबर्ग अनिश्चितता के सिद्धान्त का उपयोग ऊर्जा तथा समय, कोणीय संवेग तथा कोणीय विस्थापन के लिए भी होता है।

अतः $$\Delta E\,.\,\Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

तथा $$\Delta J\,.\,\Delta\theta \geq \frac{\hbar}{2}$$

(4) यदि नाभिक की त्रिज्या r हो तब नाभिक में इलेक्ट्रॉन के पाये जाने की प्रायिकता $\Delta x = 2r$ तथा इसके संवेग में अनिश्चितता

$$\Delta p = \frac{h}{4\pi r}$$

(5) यदि λ तरंगदैर्ध्य वाली स्पैक्ट्रम लाईन की चौड़ाई δλ हो तब वह समय जिसमें परमाणु उत्तेजित अवस्था में रहेगा–

$$\Delta t = \frac{\lambda^2}{2\pi c\delta\lambda}$$

यहाँ c = प्रकाश की चाल

(6) अति सुग्राही उपकरणों का उपयोग करने पर भी अनिश्चितताएँ समाप्त नहीं होती हैं।

(7) व्यापक रूप से अनिश्चितता सिद्धान्त उन दो विहित संयुग्मी चर राशियों के लिए होता है जिनके गुणन की विमा जूल-सेकण्ड होती है। जैसे-

$$\Delta y\times\Delta p_y \geq \hbar/2$$

$$\Delta Z\times\Delta p_z \geq \hbar/2$$

इसी प्रकार ऊर्जा व समय के लिए

$$\Delta E\times\Delta t \geq \hbar/2$$

उदा.20. यदि किसी इलेक्ट्रॉन की स्थिति में अनिश्चितता 0.1 nm हो तो उसके संवेग अनिश्चितता का परिकलन कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 13.9

हल: हाइजेनबर्ग के अनिश्चितता सिद्धान्त के अनुसार

$$\Delta x.\Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

यदि अनिश्चितताओं के गुणनफल का न्यूनतम मान भी लें तब

$$\Delta x.\Delta p_x \simeq \frac{\hbar}{2}$$

अतः संवेग में अनिश्चितता

$$\Delta p_x \simeq \frac{\hbar}{2\Delta x} = \frac{1.054\times 10^{-34}}{2\times 0.1\times 10^{-9}}$$

$$= 0.53\times 10^{-24}\,kg\times\frac{m}{s}$$

उदा.21. अनिश्चितता सिद्धान्त के आधार पर यह प्रदर्शित करो कि इलेक्ट्रॉन नाभिक में उपस्थित नहीं होता है।

हल–नाभिक की त्रिज्या $10^{-14}\,m$ की कोटि की होती है। माना कि इलेक्ट्रॉन नाभिक में स्थित है इसलिए इसकी स्थिति में अनिश्चितता की कोटि

$\Delta x = 2\times 10^{-14}\,m$ (∵ यह अनिश्चितता नाभिक की त्रिज्या की दुगुनी होगी।)

हाइज़ेनबर्ग के अनिश्चितता सिद्धान्त के अनुसार

$$\Delta p \approx \frac{\hbar}{\Delta x}$$

$$\approx \frac{1.055\times 10^{-34}}{2\times 10^{-14}} = 5.275\times 10^{-21}\ \frac{\text{किग्रा.} \times \text{मी.}}{\text{सेकण्ड}}$$

इलेक्ट्रॉन का न्यूनतम संवेग उसकी अनिश्चितता के बराबर होना चाहिए, अर्थात्

$$p_{min} = \Delta p = 5.275\times 10^{-21}\ \frac{\text{किग्रा.} \times \text{मी.}}{\text{सेकण्ड}}$$

$\because$ गतिज ऊर्जा $E = \frac{p^2}{2m}$

$$\approx \frac{(5.275\times10^{-21})^2}{2\times9.1\times10^{-31}} \text{ जूल}$$

$$\frac{(5.275\times10^{-21})^2}{2\times9\times10^{-31}\times1.6\times10^{-19}} eV \approx 97 MeV$$

इस प्रकार जब इलेक्ट्रॉन को नाभिक में स्थित माना जाए तब इसकी न्यूनतम ऊर्जा 97 MeV की कोटि की होनी चाहिए। लेकिन प्रयोगों द्वारा यह पाया जाता है कि अस्थायी नाभिक से निकलने वाले इलेक्ट्रॉनों की ऊर्जा 3 MeV से अधिक नहीं होती। इस प्रकार नाभिक में इलेक्ट्रॉन का स्वतन्त्र अस्तित्व नहीं होता हैं।

उदा.22. किसी परमाणु में एक उत्तेजित ऊर्जा स्तर का आयुकाल 1.0×10^{-8} s है। उत्तेजित अवस्था से संक्रमण में उत्सर्जित फोटॉन की आवृत्ति में न्यूनतम अनिश्चितता ज्ञात कीजिए।

पाठ्यपुस्तक उदाहरण 13.10

हल: दिया गया है– $\Delta t = 10^{-8}\, s$

$\therefore$ हाइजेनबर्ग अनिश्चितता सिद्धांत से

$$\Delta E.\Delta t \geq \frac{h}{2}$$

$$\Delta E.\Delta t = \frac{h}{4\pi}$$

$$\Delta E = \frac{h}{4\pi\Delta t}$$

$$= \frac{6.62\times10^{-34}}{4\times3.14\times10^{-8}} = 0.53\times10^{-26}\, J$$

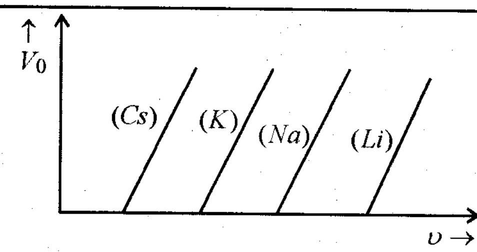
$\therefore$ आवृत्ति में अनिश्चितता

$$\Delta \upsilon = \frac{\Delta E}{h}$$

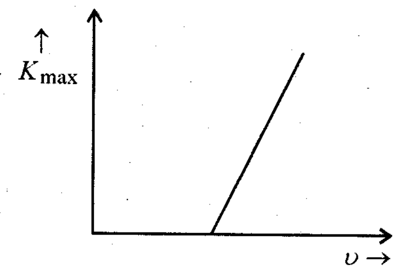
$$= \frac{0.53\times10^{-26}}{6.62\times10^{-34}} = 8\times10^{6}\, Hz$$

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

1. यदि $4\upsilon_0$ आवृत्ति का प्रकाश, υ_0 देहली आवृत्ति की धातु पर आपतित होता है तब उत्सर्जित फोटो इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा कितनी होगी?
2. चित्रानुसार प्रदर्शित किस पदार्थ का कार्यफलन अधिक है? आरोही क्रम में लिखिए।

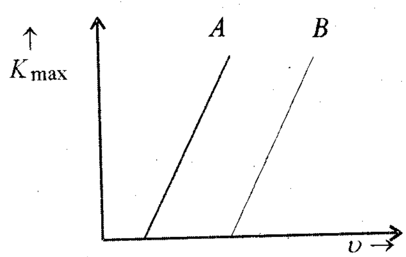


3. प्रकाश विद्युत प्रभाव के लिए, उत्सर्जित फोटो इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा K_{max} तथा आपतित फोटॉनों की आवृत्ति υ के मध्य खींचा गया वक्र चित्रानुसार प्राप्त होता है। इस वक्र के ढाल का मान बताइए।



4. किसी धातु की सतह को दी गयी तीव्रता तथा आवृत्ति के प्रकाश से प्रकाशित किया जाता है, तब उस धातु से प्रकाश विद्युत उत्सर्जन होता है। अब यदि प्रकाश की तीव्रता एक चौथाई कर दी जाए तब उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा कितनी हो जाएगी?
5. हालवॉक्स प्रयोग में ऋण प्लेट पर पराबैंगनी प्रकाश के स्थान पर X- किरणें आपतित होने पर (i) फोटो इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा पर, (ii) प्रकाश विद्युत धारा पर (जबकि तीव्रता समान रहती है) क्या प्रभाव होगा?
6. λ तरंगदैर्ध्य का प्रकाश एक प्रकाश सुग्राही पृष्ठ पर आपतित होने पर गतिज ऊर्जा K से इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित होते हैं। यदि गतिज ऊर्जा बढ़ाकर 2K करनी हो तो तरंगदैर्ध्य λ' कितनी करनी होगी?
7. एक धातु जिसका कार्यफलन W_0 है, के पृष्ठ पर λ तरंगदैर्ध्य के प्रकाश द्वारा उत्सर्जित इलेक्ट्रॉन का अधिकतम वेग का मान लिखिए।
8. m द्रव्यमान तथा E ऊर्जा के एक इलेक्ट्रॉन की तरंगदैर्ध्य कितनी होगी?
9. यदि एक फोटोन, एक इलेक्ट्रॉन तथा एक यूरेनियम नाभिक सभी की तरंगदैर्ध्य समान है। इनमें से सबसे अधिक ऊर्जा किसकी होगी?
10. किसी विलगित धातु की प्लेट पर पराबैंगनी प्रकाश आपतित करने पर इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित होते हैं परन्तु कुछ देर पश्चात् उत्सर्जन रुक जाता है, ऐसा क्यों?
11. आपतित प्रकाश की आवृत्ति υ, देहली आवृत्ति υ_0 से अधिक है। फोटो सेल में निरोधी विभव किस प्रकार परिवर्तित होगा यदि आपतित प्रकाश की आवृत्ति बढ़ती है जबकि अन्य कारक नियत हो?

12. यदि आपतित प्रकाश के तरंगदैर्ध्य को कम कर दिया जाए तो उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों के वेग पर क्या प्रभाव पड़ेगा?
13. यदि विद्युत चुम्बकीय तरंगों का तरंगदैर्ध्य दुगुना कर दिया जाए तो फोटोनों की ऊर्जा पर क्या प्रभाव पड़ेगा?
14. एक इलेक्ट्रॉन जिसका द्रव्यमान m तथा जिस पर आवेश e है, को विरामावस्था से विभवान्तर V से निर्वात् में त्वरित किया जाता है। इलेक्ट्रॉन की अन्तिम चाल कितनी होगी?
15. धातु सतहों पर आपतित प्रकाश की आवृत्ति υ तथा उत्सर्जित फोटो इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊजा K_{max} के मध्य खींचे गए चित्रानुसार हैं-
(i) किस धातु के लिए कार्य फलन अधिक होगा?
(ii) किस धातु के लिए निरोधी विभव अधिक होगा?



16. प्रकाश विद्युत समीकरण किस वैज्ञानिक ने दिया?
17. आइन्सटीन का प्रकाश विद्युत समीकरण लिखिए।
18. आइन्सटीन का प्रकाश विद्युत समीकरण किस संरक्षण नियम पर आधारित है?
19. निरोधी विभव तथा आवृत्ति के मध्य खींचे गए ग्राफ का ढाल किस राशि के तुल्य होता है?
20. क्या $\frac{h}{e}$ का मान धातु की प्रकृति पर निर्भर करता है?
21. द्रव्य तरंगों की अवधारणा किस वैज्ञानिक ने दी?
22. आवेशित कण से सम्बद्ध डी-ब्रोग्ली तरंगदैर्ध्य का सूत्र लिखिए।
23. त्वरित इलेक्ट्रॉन की तरंगदैर्ध्य का सूत्र लिखिए।
24. द्रव्य तरंगों का प्रायोगिक सत्यापन किसने किया?
25. डेविसन एवं जर्मर द्वारा प्रयुक्त किए गए उपकरण के भागों का नाम लिखिए।
26. निकल क्रिस्टल के परमाणुओं के मध्य की दूरी कितनी होती है?
27. डेविसन एवं जर्मर प्रयोग में इलेक्ट्रॉन पुंज की तीव्रता अधिकतम कब होती है?
28. ब्रेग समीकरण लिखिए।

उत्तरमाला

1. $W_0 = 3h\upsilon_0$
2. $(W_0)_{Cs} < (W_0)_K < (W_0)_{Na} < (W_0)_{Li}$
3. प्लांक नियतांक (h)   4. अपरिवर्तित रहेगी।
5. (i) बढ़ जाएगी, (ii) कोई प्रभाव नहीं होगा।
6. $\frac{\lambda}{2} < \lambda' < \lambda$ 7. $\sqrt{\frac{2(hc-\lambda W_0)}{m\lambda}}$ 8. $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}}$
9. फोटॉन की।
10. इलेक्ट्रॉन उत्सर्जन होने पर धातु प्लेट के धनावेशित हो जाने के कारण प्लेट से इलेक्ट्रॉनों का उत्सर्जन रुक जाता है।
11. निरोधी विभव आपतित प्रकाश की आवृत्ति υ के समानुपाती होगा।
12. इलेक्ट्रॉनों का वेग बढ़ जाएगा क्योंकि तरंगदैर्ध्य कम करने पर आवृत्ति बढ़ जाएगी।
13. $\because \quad E = h\upsilon = \frac{hc}{\lambda} \quad \Rightarrow E \propto \frac{1}{\lambda}$
अत: तरंगदैर्ध्य λ को दुगुना करने पर ऊर्जा आधी हो जाएगी।
14. $\sqrt{\frac{2eV}{m}}$
15. (i) धातु B के लिए कार्यफलन अधिक होगा।
(ii) धातु A के लिए निरोधी विभव अधिक होगा।
16. आइन्सटीन।
17. $\frac{1}{2}mv_m^2 = h\upsilon - W_0$
18. ऊर्जा संरक्षण नियम।
19. $\frac{h}{e}$
20. $\frac{h}{e}$ का मान धातु की प्रकृति पर निर्भर नहीं करता है अर्थात् प्रत्येक धातु के लिए इसका मान समान होता है।
21. डी-ब्रोग्ली
22. $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mqV}}$
23. $\lambda = \frac{12.27}{\sqrt{V}}$ Å
24. डेविसन एवं जर्मर
25. (1) इलेक्ट्रॉन गन
(2) लक्ष्य या निकल क्रिस्टल
(3) संसूचक (आयनन कक्ष)
26. D = 2.15 Å
27. 54 वोल्ट से त्वरित इलेक्ट्रॉन पुंज की $50°$ के प्रकीर्णन कोण पर तीव्रता अधिकतम होती है।
28. $D\sin\theta = n\lambda$

विविध उदाहरण

Basic Level

उदाहरण 23. एक धातु की देहली तरंग दैर्ध्य 2500Å है। धातु के कार्य फलन की गणना eV में करो ?

हल–देहली आवृत्ति–

दिया है–
$\lambda_0 = 2500Å = 2.5 \times 10^{-7}$ मी.
$W_0 = ?$

$$\upsilon_0 = \frac{c}{\lambda_0}$$

$$\upsilon_0 = \frac{3\times10^8}{2.5\times10^{-7}}$$

$$\upsilon_0 = 1.2 \times 10^{15} Hz$$

अतः कार्य फलन

$$W_0 = h\upsilon_0$$

$$W_0 = 6.62 \times 10^{-34} \times 1.2 \times 10^{15}$$

$$= 7.94 \times 10^{-19} \text{ जूल}$$

$$W_0 = \frac{7.94\times10^{-19}}{1.6\times10^{-19}}$$

$$W_0 = 4.96\ eV$$

उदाहरण 24. एक धातु के लिए देहली आवृत्ति तथा देहली तरंग दैर्ध्य की गणना करो ? यदि धातु का कार्य फलन दिया है-4.25 eV है।

हल–कार्य फलन

दिया है–
$W_0 = 4.25\ eV = 4.25 \times 1.6 \times 10^{-19}$ जूल
$\upsilon_0 = ?$
$\lambda_0 = ?$

$$W_0 = h\upsilon_0$$

देहली आवृत्ति $\upsilon_0 = \frac{W_0}{h}$

$$\upsilon_0 = \frac{4.25\times1.6\times10^{-19}}{6.6\times10^{-34}}$$

$$= 1.03 \times 10^{15} H_Z$$

$$\because \quad \lambda_0 = \frac{c}{\upsilon_0}$$

$$= \frac{3\times10^8}{1.03\times10^{15}}$$

$$= 2.91 \times 10^{-7} \text{ मीटर}$$

$$\lambda_0 = 2910Å$$

उदाहरण 25. किसी पदार्थ से 2 eV व 4.6 eV अधिकतम गतिज ऊर्जा के इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित होते हैं। यदि पदार्थ पर क्रमशः 1600Å व 1200Å तरंग लम्बाई का प्रकाश आपतित हो तो प्लांक स्थिरांक की गणना करो।

हल– $h\upsilon = W_0 + \frac{1}{2}mv^2_{max}$

या $\frac{hc}{\lambda} = W_0 + K_{max}$

$\therefore \frac{hc}{\lambda_1} = W_0 + K_1$

तथा $\frac{hc}{\lambda_2} = W_0 + K_2$

$$K_2 - K_1 = hc\left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1}\right)$$

दिया है–
$K_1 = 2\ eV = 2 \times 1.6 \times 10^{-19}$ जूल
$K_2 = 4.6\ eV = 4.6 \times 1.6 \times 10^{-19}$ जूल
$\lambda_1 = 1600Å = 1.6 \times 10^{-7} m$
$\lambda_2 = 1200Å = 1.2 \times 10^{-7} m$

$$h = \frac{\lambda_2\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} \times \frac{(K_2 - K_1)}{c}$$

$$h = \frac{1.2\times10^{-7}\times1.6\times10^{-7}}{(1.6-1.2)\times10^{-7}} \times \frac{(4.6-2)\times1.6\times10^{-19}}{3\times10^8}$$

$$h = 6.65 \times 10^{-34} \text{ जूल} \times \text{सेकण्ड}$$

उदाहरण 26. एक धातु का कार्यफलन 2.2 eV है। इस पर 5000 ऐंग्स्ट्रम (Å) तरंगदैर्ध्य का फोटॉन आपतित है। उत्सर्जित फोटो इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा ज्ञात करो। प्लांक नियतांक $h = 6.62 \times 10^{-34}$ जूल-सेकण्ड एवं प्रकाश का वेग $c = 3 \times 10^8$ मीटर/सेकण्ड।

हल–आइन्सटीन की प्रकाश विद्युत समीकरण से

$$\frac{1}{2}mv^2_{max} = h(\upsilon - \upsilon_0)$$

$$\frac{1}{2}mv^2_{max} = h\upsilon - h\upsilon_0$$

या $\frac{1}{2}mv^2_{max} = \frac{hc}{\lambda} - W_0 \quad \left[\because \upsilon = \frac{c}{\lambda} \text{ तथा } W_0 = h\upsilon_0\right]$

$$= \frac{6.62\times10^{-34}\times3\times10^8}{5000\times10^{-10}} - 2.2\times1.6\times10^{-19}$$

$$= \frac{6.62\times3\times10^{-19}}{5} - 3.52\times10^{-19}$$

$$= (3.97 - 3.52)\ 10^{-19}$$

$$K_{max} = \frac{1}{2}mv^2_{max}$$

$$= 0.46 \times 10^{-19} \text{ जूल}$$

$$= \frac{0.46\times10^{-19}}{1.6\times10^{-19}} \text{ इलेक्ट्रॉन-वोल्ट}$$

गतिज ऊर्जा = 0.29 इलेक्ट्रॉन-वोल्ट
= 0.29 eV

उदाहरण 27. प्रकाश विद्युत उत्सर्जन के लिये आपतित फोटॉन की देहली तरंगदैर्ध्य 6620 Å है। धातु का कार्यफलन ज्ञात कीजिये।

हल–कार्यफलन

$$W_0 = h\upsilon_0$$

$$W_0 = \frac{hc}{\lambda_0}$$

$$= \frac{6.62 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{8}}{6620 \times 10^{-10}}$$

$= 3 \times 10^{-19}$ जूल

$$W_0 = \frac{3 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} eV$$

$W_0 = 1.88$ eV

उदाहरण 28. एक धातु के पृष्ठ से 3000 Å से 6000 Å तरंगदैर्ध्य के विकिरणों से उत्सर्जित फोटो इलेक्ट्रॉनों की गतिज ऊर्जाओं में अन्तर ज्ञात कीजिये।

हल–आइन्सटीन के प्रकाश विद्युत समीकरण के अनुसार इलेक्ट्रॉनों की गतिज ऊर्जाएँ

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = K_1 = \frac{hc}{\lambda_1} - W_0$$

तथा $$\frac{1}{2}mv_2^2 = K_2 = \frac{hc}{\lambda_1} - W_0$$

$$\therefore \quad K_1 - K_2 = hc\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)$$

$$= hc\left(\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1 \times \lambda_2}\right)$$

$$= \frac{6.62 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{8}(6000 - 3000) \times 10^{-10}}{6000 \times 3000 \times 10^{-20}}$$

$$= \frac{6.62 \times 3 \times 3 \times 10^{-19}}{6 \times 3}$$

$= 3.31 \times 10^{-19}$ जूल

$= 2.07$ इलेक्ट्रॉन-वोल्ट

उदाहरण 29. किसी धातु से प्रकाश विद्युत उत्सर्जन करने वाली प्रकाश किरण की देहली तरंगदैर्ध्य 5800 Å है। यदि आपतित प्रकाश की तरंगदैर्ध्य 4500 Å हो तो प्रकाश इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा का परिकलन कीजिये।

हल–हम जानते हैं कि आइन्सटीन के प्रकाश-विद्युत समीकरण से फोटो इलेक्ट्रॉन की अधिकतम गतिज ऊर्जा निम्न होती है।

$$\frac{1}{2}mv_{max}^2 = K_{max} = h\upsilon - W_0$$

या $$K_{max} = h\upsilon - h\upsilon_0$$

या $$K_{max} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_0}$$

या $$K_{max} = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}\right)$$

या $$K_{max} = hc\left(\frac{\lambda_0 - \lambda}{\lambda \times \lambda_0}\right)$$

$$= 6.62 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{8} \frac{(5800 \times 10^{-10} - 4500 \times 10^{-10})}{5800 \times 10^{-10} \times 4500 \times 10^{-10}}$$

$$= \frac{6.62 \times 3 \times 13 \times 10^{-34}}{58 \times 45 \times 10^{-16}}$$

$$= \frac{258.18 \times 10^{-18}}{2610}$$

$= 0.099 \times 10^{-18}$ जूल

$$= \frac{0.099 \times 10^{-18}}{1.6 \times 10^{-19}} eV$$

$= 0.62$ इलेक्ट्रॉन वोल्ट (eV)

उदाहरण 30. 1 सेमी² पृष्ठ क्षेत्रफल तथा 2 eV कार्यफलन वाले प्रकाश-कैथोड़ पर 6000 Å तरंगदैर्ध्य तथा 3.3×10^{-3} जूल/(मीटर²-सेकण्ड) तीव्रता का एक प्रकाश पुंज लम्बवत् पड़ता है। यह मानकर कि परावर्तन आदि से प्रकाश की हानि नहीं होती, प्रति सेकण्ड उत्सर्जित होने वाले प्रकाश-इलेक्ट्रॉनों की संख्या की गणना कीजिए।

($h = 6.6 \times 10^{-34}$ जूल-सेकण्ड, $c = 3 \times 10^{8}$ मीटर/सेकण्ड)

हल–1 तरंगदैर्ध्य के फोटॉन की ऊर्जा $= \frac{hc}{\lambda}$

$$= \frac{(6.6 \times 10^{-34}) \times (3 \times 10^{8})}{6000 \times 10^{-10}} = 3.3 \times 10^{-19}$$ जूल।

पृष्ठ का कार्यफलन $W_o = 2\ eV = 2 \times (1.6 \times 10^{-19})$

$= 3.2 \times 10^{-19}$ जूल।

चूँकि फोटॉन की ऊर्जा पृष्ठ के कार्य फलन से अधिक है, अतः आपतित प्रकाश इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित करने के लिए सक्षम है।

1 सेमी² (= 10^{-4} मी²) क्षेत्रफल पर गिरने वाले फोटॉनों की संख्या

$$= \frac{\text{तीव्रता} \times \text{क्षेत्रफल}}{\text{फोटॉन की ऊर्जा}}$$

$$= \frac{3.3 \times 10^{-3} \times 10^{-4}}{3.3 \times 10^{-19}}$$

$= 10^{12}$ प्रति सेकण्ड।

चूँकि प्रत्येक फोटॉन एक प्रकाश-इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित करता है, अतः प्रति सेकण्ड उत्सर्जित प्रकाश-इलेक्ट्रॉनों की संख्या $= 10^{12}$

उदाहरण 31. एक किरण की तरंग दैर्ध्य 2Å हो तो उसके संवेग का परिकलन करो ?

दिया है–
$\lambda = 2$Å
$= 2 \times 10^{-10}$ मी.

हल– $$\lambda = \frac{h}{p}$$

या $$p = \frac{h}{\lambda}$$

$$p = \frac{6.62 \times 10^{-34}}{2 \times 10^{-10}}$$

$= 3.31 \times 10^{-24}$ किग्रा.मी./से.

उदाहरण 32. एक कण से सम्बद्ध तरंग दैर्ध्य का परिकलन करो ? जिसका द्रव्यमान 25 ग्राम तथा वेग 2 मी./से. हो। इस तरंग प्रकृति का हम प्रेक्षण क्यों नहीं ले पाते कारण स्पष्ट करो ?

हल– $\lambda = \frac{h}{p}$

या $p = \frac{h}{mv}$

$p = \frac{6.62 \times 10^{-34}}{25 \times 10^{-3} \times 2}$

$= 0.132 \times 10^{-31}$ मीटर

दिया है–
$m = 25$ ग्राम
$= 25 \times 10^{-3}$ किग्रा.
$v = 2$ मी/से.
$\lambda = ?$

यह तरंग दैर्ध्य कण की विमा की तुलना में काफी कम है। अतः इस तरह के द्रव्यमान में तरंग प्रकृति का प्रेक्षण सम्भव नहीं है।

उदाहरण 33. एक गेंद जिसका द्रव्यमान 40 ग्राम है से सम्बद्ध तरंग दैर्ध्य की गणना करो यदि गेंद 4 मी./से. के वेग से गतिशील है।

हल– $\lambda = \frac{h}{p}$

या $\lambda = \frac{h}{mv}$

$\lambda = \frac{6.62 \times 10^{-34}}{40 \times 10^{-3} \times 4}$

$= 4.1 \times 10^{-33}$ मीटर

दिया है–
$m = 40$ ग्राम
$= 40 \times 10^{-3}$ किग्रा.
$v = 4$ मी/से.
$\lambda = ?$

उदाहरण 34. यदि एक इलेक्ट्रॉन को 10^2 वोल्ट देकर त्वरित किया गया हो तो इलेक्ट्रॉन की डी-ब्रोग्ली तरंग दैर्ध्य की गणना करो?

हल–

$\lambda_e = \frac{12.27}{\sqrt{V}}$ Å

$\lambda = \frac{12.27}{\sqrt{10^2}}$ Å

$\lambda = 1.22$ Å

दिया है–
$V = 10^2$ वोल्ट
$\lambda_e = ?$

उदाहरण 35. प्रोटॉन की डी-ब्रोग्ली तरंग दैर्ध्य की गणना करो? यदि उस प्रोटोन को 10^4 वोल्ट से त्वरित किया गया हो?

हल–

$\lambda_p = \frac{0.286}{\sqrt{V}}$ Å

$\lambda_p = \frac{0.286}{\sqrt{10^4}} = \frac{0.286}{10^2}$

$\lambda_p = 2.86 \times 10^{-3}$ Å

दिया है–
$V = 10^4$ वोल्ट
$\lambda_p = ?$

उदाहरण 36. एक α-कण को त्वरित करने के लिए 10 वोल्ट दिया जाता है। α-कण की डी-ब्रोग्ली तरंग दैर्ध्य की गणना करो?

हल–

$\lambda_\alpha = \frac{0.1012}{\sqrt{V}}$

$\lambda_\alpha = \frac{0.1012}{\sqrt{10}} = \frac{0.1012}{3.16}$

$\lambda_\alpha = 0.32$ Å

दिया है–
$V = 10$ वोल्ट
$\lambda_\alpha = ?$

उदाहरण 37. एक α-कण को 90 KV देकर त्वरित करने पर उसकी डी-ब्रोग्ली तरंग दैर्ध्य की गणना करो?

हल–

$\lambda_\alpha = \frac{0.1012}{\sqrt{V}}$

$\lambda_\alpha = \frac{0.1012}{\sqrt{9 \times 10^4}} = \frac{0.1012}{3 \times 10^2}$

$\lambda_\alpha = 3.3 \times 10^{-4}$ Å

दिया है–
$V = 90$ KV $= 90000$ वोल्ट
$\lambda_\alpha = ?$

उदाहरण 38. एक इलेक्ट्रॉन की डी-ब्रोग्ली तरंग दैर्ध्य 2Å है। इसकी ऊर्जा का परिकलन करो।

हल–

$E = h\upsilon = h \times \frac{c}{\lambda}$

$E = \frac{6.62 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{2 \times 10^{-10}}$

$= 9.93 \times 10^{-10}$ जूल

$E = \frac{9.93 \times 10^{-16}}{1.6 \times 10^{-19}} eV$

$= 6.20 \times 10^3\, eV$

दिया है–
$\lambda = 2$Å
$= 2 \times 10^{-10}$ मी.
$E = ?$

उदाहरण 39. एक न्यूट्रॉन की गतिज ऊर्जा 200 इलेक्ट्रॉन-वोल्ट है। इससे सम्बद्ध डी-ब्रोग्ली तरंगदैर्ध्य ज्ञात कीजिये। न्यूट्रॉन का द्रव्यमान 1.67×10^{-27} किलोग्राम है।

हल–डी-ब्रोग्ली तरंगदैर्ध्य

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}}$$

$$= \frac{6.62 \times 10^{-34}}{\sqrt{2 \times 1.67 \times 10^{-27} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 200}} \text{ मीटर}$$

$$= \frac{6.62 \times 10^{-34}}{\sqrt{10.69 \times 10^{-44}}}$$

$$= \frac{6.62 \times 10^{-34}}{3.27 \times 10^{-22}}$$

$= 2.02 \times 10^{-12}$ मीटर

$= 0.02$ Å

उदाहरण 40. एक रॉडार स्पन्द का काल 0.30 मिली. सेकण्ड है। फोटॉनों की ऊर्जा में अनिश्चितता की कोटि ज्ञात कीजिये।

हल–हम जानते हैं समय-ऊर्जा अनिश्चितता सम्बन्ध के अनुसार

$$\Delta E . \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

अतः फोटॉनों की ऊर्जा में अनिश्चितता की कोटि

$$\Delta E \simeq \frac{\hbar}{2\Delta t}$$

$$= \frac{1.054 \times 10^{-34}}{2 \times 0.30 \times 10^{-6}}$$

$= 1.76 \times 10^{-28}$ जूल

उदाहरण 41. इलेक्ट्रॉन की डी-ब्रोग्ली तरंगदैर्ध्य 10^{-10} मी से 0.5×10^{-10} मी तक कम करने के लिए आवश्यक ऊर्जा की गणना कीजिए।

हल– $\because$ $\lambda \propto \frac{1}{\sqrt{E}}$

$\Rightarrow$ $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \sqrt{\frac{E_2}{E_1}}$ $\Rightarrow$ $\frac{10^{-10}}{0.5 \times 10^{-10}} = \sqrt{\frac{E_2}{E_1}}$

$$\Rightarrow \quad \sqrt{\frac{E_2}{E_1}} = 2$$

$$\Rightarrow \quad E_2 = 4E_1$$

अत: आवश्यक ऊर्जा = $E_2 - E_1 = 4E_1 - E_1 = 3E_1$

उदाहरण 42. आवृत्ति f का एकवर्णीय प्रकाश, देहली आवृत्ति f_0 के उत्सर्जक पर आपतित होता है। उत्सर्जित इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा की गणना कीजिए।

हल- आपतित प्रकाश की ऊर्जा = hf

कार्यफलन = hf_0

∴ प्रकाश विद्युत समीकरण से-

आपतित प्रकाश की ऊर्जा = कार्य फलन + उत्सर्जित इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा

$$\Rightarrow hf = hf_0 + K_m$$

$$\Rightarrow K_m = hf - hf_0$$

$$\Rightarrow K_m = h(f - f_0)$$

उदाहरण 43. टंगस्टन तथा सोडियम का कार्य फलन क्रमशः 4.5eV तथा 2.3eV है। यदि सोडियम की देहली तरंगदैर्ध्य λ = 5460Å है तो टंगस्टन की देहली तरंगदैर्ध्य ज्ञात कीजिए।

हल- ∵ कार्यफलन $W_0 = h\upsilon_0 = \frac{hc}{\lambda_0}$

$$\therefore \quad \frac{(W_0)_T}{(W_0)_{Na}} = \frac{(\lambda_0)_{Na}}{(\lambda_0)_T}$$

$$\Rightarrow \quad (\lambda_0)_T = (\lambda_0)_{Na} \times \frac{(W_0)_{Na}}{(W_0)_T}$$

$$= 5460 \times \frac{2.3}{4.5} = 2791Å$$

उदा.44. डेविसन जर्मर जैसे एक प्रयोग में 3 Å अन्तर परमाणु दूरी वाले एक क्रिस्टल पर, 1.5 Å डी-ब्रोग्ली तरंगदैर्ध्य वाली इलेक्ट्रॉन किरण पुंज, लम्बवत् आपतित की गई है। आपतन दिशा से किस कोण पर विवर्तन उच्चिष्ठ प्राप्त होगा ?

दिया है–

D = 3 Å

λ = 1.5 Å

θ = ?

हल–सूत्र

$$D \sin\theta = \lambda$$

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{D}$$

$$= \frac{1.5}{3}$$

$$\sin\theta = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \quad \theta = 30^\circ$$

Advance Level

उदाहरण 45. 4000 Å तरंग-दैर्ध्य के प्रकाश के लिए प्रयुक्त होने वाले प्रकाश-वैद्युत सेल के लिये सोडियम तथा ताँबे में से कौनसी धातु उपयुक्त होगी ? सोडियम तथा ताँबे के कार्य-फलन क्रमशः 2.0 eV तथा 4.0 eV हैं। ($h = 6.6 \times 10^{-34}$ जूल-सेकण्ड, प्रकाश की चाल = 3.0×10^8 मीटर/सेकण्ड, 1इलेक्ट्रॉन-वोल्ट = 1.6×10^{-19} जूल।)

हल–यदि किसी धातु का कार्यफलन W_0 है, तब इस पर पड़ने वाले फोटोन की ऊर्जा भी कम से कम W_0 होनी चाहिये। यदि फोटॉन की देहली आवृति υ_0 है तब उसकी ऊर्जा $h\upsilon_0$ होगी, जहाँ h प्लांक-नियतांक हैं। अतः

$$W_0 = h\upsilon_0$$

परन्तु देहली आवृति $\upsilon_0 = c/\lambda_0$, जहाँ c प्रकाश की चाल है तथा λ_0 देहली तरंग-दैर्ध्य है।

$$\therefore \quad W_0 = \frac{hc}{\lambda_0}$$

$$\text{अथवा} \quad \lambda_0 = \frac{hc}{W_0}$$

सोडियम के लिए $W_0 = 2.0$ इलेक्ट्रॉन वोल्ट

$= 2.0 \times (1.6 \times 10^{-19})$ जूल।

$$\therefore \quad (\lambda_0)_{\text{सोडियम}} = \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3.0 \times 10^8}{2.0 \times 1.6 \times 10^{19}}$$

$= 6.188 \times 10^{-7}$ मीटर = 6188 Å

$$\text{चूँकि} \quad \lambda_0 \propto \frac{1}{W_0}$$

$$\text{अत:} \quad \frac{(\lambda_0)_{\text{ताँबा}}}{(\lambda_0)_{\text{सोडियम}}} = \frac{W_{0\,\text{सोडियम}}}{W_{0\,\text{ताँबा}}}$$

$$\therefore \quad (\lambda_0)_{\text{ताँबा}} = \frac{2.0}{4.0} \times 6188Å = 3094 Å$$

अतः सोडियम से प्रकाश-इलेक्ट्रॉन निकालने के लिये प्रकाश की बड़ी से बड़ी तरंग-दैर्ध्य 6188 Å तथा ताँबे के लिए 3094 Å हो सकती है। अतः 4000 Å तरंग-दैर्ध्य के प्रकाश के लिए सोडियम उपयुक्त है।

उदाहरण 46. सूर्य से पृथ्वी पर 2 कैलोरी प्रति सेमी^{2} प्रति मिनट ऊर्जा प्राप्त होती है। यदि हम सूर्य के प्रकाश की औसत तरंग-दैर्ध्य 5500 Å मानों तो सूर्य से पृथ्वी पर प्रति मिनट कितने फोटॉन आते हैं? ($h = 6.6 \times 10^{-34}$ जूल-सेकण्ड, 1 कैलोरी = 4.2 जूल)

हल–सूर्य से प्राप्त ऊर्जा = 2 कैलोरी/सेमी^{2} मिनट = $2 \times 4.2 = 8.4$ जूल/सेमी^{2}-मिनट।

$$E = h\upsilon = \frac{hc}{\lambda}$$

$$= \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{5500 \times 10^{-10}}$$

$= 3.6 \times 10^{-19}$ जूल।

यदि सूर्य से पृथ्वी पर प्रति सेमी^{2} प्रति मिनट आने वाले फोटोनों की संख्या n हो तब इनकी ऊर्जा $3.6 \times 10^{-19}\, n$ जूल होगी। अतः

$$3.6 \times 10^{-19} n = 8.4$$

$$\therefore \quad n = \frac{8.4}{3.6 \times 10^{-19}} = 2.3 \times 10^{19}$$

उदाहरण 47. सीजियम धातु के लिए कार्यफलन 1.8 eV है। उस पर 5000 Å का प्रकाश डाला जाता है। ज्ञात कीजिये (i) देहली आवृति तथा देहली तरंग-दैर्ध्य, (ii) उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा, (iii) उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों का अधिकतम वेग (iv) यदि आपतित प्रकाश की तीव्रता दुगुनी कर दी जाये तो उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम ऊर्जा क्या होगी ? ($h = 6.6 \times 10^{-34}$ जूल-सेकण्ड, इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान $m = 9.0 \times 10^{-31}$ किग्रा, प्रकाश की चाल $c = 3.0 \times 10^8$ मीटर/सेकण्ड)।

हल–(i) यदि किसी धातु के लिए कार्यफलन W_0 है, तब इस पर गिरने वाले प्रकाश-फोटॉन की ऊर्जा भी कम से कम W_0 होनी चाहिये (वरना प्रकाश- इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित नहीं होंगे)। यदि प्रकाश की देहली-

आवृति υ_0 है, तब फोटॉन की ऊर्जा $h\upsilon_0$ होगी, जहाँ h प्लांक-नियतांक है। अतः

$$W_0 = h\upsilon_0$$

सीजियम के लिए, $W_0 = 1.8$ इलेक्ट्रॉन-वोल्ट

परन्तु 1 इलेक्ट्रॉन-वोल्ट $= 1.6 \times 10^{-19}$ जूल।

$\therefore \quad W_0 = 1.8 \times (1.6 \times 10^{-19}) = 2.9 \times 10^{-19}$ जूल।

$$\upsilon_0 = \frac{2.9\times10^{-19}}{6.6\times10^{-34}}$$

$= 4.4 \times 10^{14}$ सेकण्ड$^{-1}$।

देहली तरंग-दैर्ध्य

$$\lambda_0 = \frac{c}{\upsilon_0} = \frac{3.0\times10^{8}}{4.4\times10^{14}}$$

$= 6.8 \times 10^{14}$ मीटर $= 6800$ Å ($\because$ 1 Å $= 10^{-10}$ मीटर)

(ii) 5000 Å के प्रकाश द्वारा उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा

$$K_{max} = h\upsilon - W_0 = \frac{hc}{\lambda} - W_0$$

$= \dfrac{(6.6\times10^{-34})\times(3.0\times10^{8})}{(5000\times10^{-10})} - (2.9 \times 10^{-19}$ जूल)

$= (4.0 - 2.9) \times 10^{-19} = 1.1 \times 10^{-19}$ जूल।

(iii) माना उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों का अधिकतम वेग v_{max} है, तब

$$K_{max} = \frac{1}{2}mv_{max}^2$$

$$\therefore \quad v_{max} = \sqrt{\frac{2K_{max}}{m}} = \sqrt{\frac{2\times1.1\times10^{-19}}{9.1\times10^{-31}}}$$

$= 5.0 \times 10^5$ मीटर/सेकण्ड।

(iv) उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों की गतिज ऊर्जा प्रकाश की तीव्रता पर निर्भर नहीं करती। अतः प्रकाश की तीव्रता दुगुनी करने पर ऊर्जा अपरिवर्तित रहेगी।

उदाहरण 48. 2Å का एक फोटोन एक परमाणु द्वारा उत्सर्जित होता है। परमाणु की प्रतिक्षेप-ऊर्जा फोटोन के उत्सर्जन के कारण ज्ञात करो ?

दिया है– $\lambda = 2$Å $= 2 \times 10^{-10}$ मी., $E_r = ?$

हल–फोटॉन का संवेग

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

$$p = \frac{6.6\times10^{-34}}{2\times10^{-10}}$$

$= 3.3 \times 10^{-24}$ किग्रा.मी./से.

3.3×10^{-24} संवेग से परमाणु प्रतिक्षिप्त होगा। अतः परमाणु की प्रतिक्षेप ऊर्जा–

$$E_r = \frac{p^2}{2m}$$

$= \dfrac{(3.3\times10^{-24})^2}{2\times1.67\times10^{-27}} = 3.24 \times 10^{-21}$ जूल

$E_r = 2.02 \times 10^{-2}$ eV

उदाहरण 49. एक इलेक्ट्रॉन तथा एक पिंड जिसका द्रव्यमान 1 ग्राम है, 3×10^4 मीटर/सेकण्ड के वेग से गतिशील है। उपरोक्त दोनों कणों से सम्बद्ध द्रव्य तरंगों का तरंगदैर्ध्य ज्ञात कीजिये एवं प्राप्त उत्तर पर टिप्पणी कीजिये। इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान 9.1×10^{-31} किलोग्राम एवं $h = 6.62 \times 10^{-34}$ जूल-सेकण्ड।

हल–हम जानते हैं कि किसी m द्रव्यमान के v वेग से गतिशील कण से सम्बद्ध द्रव्य तरंग का तरंगदैर्ध्य निम्न सूत्र द्वारा दिया जाता है।

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

अतः इलेक्ट्रॉन के लिये

$$\lambda = \frac{6.62\times10^{-34}}{9.1\times10^{-31}\times3\times10^{4}}$$

$= 0.2425 \times 10^{-7}$

$= 242.5 \times 10^{-10}$ m

$= 242.5$ Å

अब पिण्ड जिसका द्रव्यमान एक ग्राम है के लिये

$$\lambda = \frac{6.62\times10^{-34}}{1\times10^{-3}\times3\times10^{4}}$$

$= 2.2067 \times 10^{-35}$ मीटर

इस उदाहरण से यह स्पष्ट है कि भारी कणों से सम्बद्ध द्रव्यतरंगों की तरंगदैर्ध्य अति अल्प (नगण्य) होती है एवं प्रेक्षण योग्य नहीं होती है। अतः भारी कणों के लिये डी-ब्रोग्ली की परिकल्पना सत्य तो है लेकिन व्यवहारिक नहीं। यह परिकल्पना परमाण्वीय कणों के लिये ही व्यवहारिक होती है।

उदाहरण 50. अनिश्चितता के सिद्धान्त के आधार पर एक इलेक्ट्रॉन की न्यूनतम ऊर्जा निकालिये जो एक परमाणु (जिसकी त्रिज्या है 1 Å) में रहता हो।

हल–परमाणु के नाभिक की त्रिज्या 1 Å या 10^{-10} मीटर है। अतः यदि इलेक्ट्रॉन को नाभिक में स्थित रहना है उसकी अनिश्चितता की कोटि नाभिक की त्रिज्या की दुगुनी होगी।

अतः $\quad \Delta x = 2 \times 10^{-10}$ मीटर

हाइजेनबर्ग के अनिश्चितता सिद्धान्त के अनुसार

$$\Delta x \simeq \frac{\hbar}{\Delta x}$$

यहाँ $\quad \hbar = 1.055 \times 10^{-34}$

$$\simeq \frac{1.055\times10^{-34}}{2\times10^{-10}}$$

$\simeq 0.5275 \times 10^{-24}$ किग्रा.मी./से.

चूँकि इलेक्ट्रॉन का न्यूनतम संवेग p उसके अनिश्चितता के बराबर तो होना चाहिये। अतः नाभिक में इलेक्ट्रॉन का न्यूनतम संवेग

$p_{min} = \Delta p = 0.5275 \times 10^{-24}$ किग्रा.मी./से.

अब m द्रव्यमान के इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा $E = \dfrac{p^2}{2m}$

$E = \dfrac{(0.5275\times10^{-24})^2}{2\times9\times10^{-31}}$ जूल

$$= \frac{0.5275\times0.5275\times10^{-48}}{2\times9\times10^{-31}\times1.6\times10^{-19}}\ eV$$

$\simeq 1.449$ eV

उदाहरण 51. एक तेल की बूंद जिसका द्रव्यमान 10^{-18} किग्रा है एक द्रव के ऊपरी सतह पर तैर रही है; यदि किसी क्षण पर इसकी स्थिति में सम्भावित त्रुटि 10^{-6} m हो तो इसके वेग में अनिश्चितता निकालिये।

हल–बूंद स्थिति में अनिश्चितता $\Delta x = 10^{-6}$ मीटर

तेल की बूंद का द्रव्यमान $m = 10^{-15}$ किग्रा.

तेल की बूंद के संवेग के अनिश्चितता Δp

$$\Delta p = m \cdot \Delta v$$

अनिश्चितता के सिद्धान्त से

$$\Delta x \cdot \Delta p = \hbar$$

$$\Delta x \cdot m \cdot \Delta v = \hbar$$

वेग में अनिश्चितता

$$\Delta v = \frac{\hbar}{\Delta x \cdot m}$$

$$= \frac{1.055 \times 10^{-34}}{10^{-6} \times 10^{-15}}$$

$= 1.055 \times 10^{-13}$ मीटर/सेकण्ड

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1. प्रकाश-विद्युत प्रभाव क्या है ?

प्रश्न 2. प्रकाश सुग्राही पदार्थ कौन-कौन से हैं ?

प्रश्न 3. प्रकाश-विद्युत धारा तथा आपतित प्रकाश की तीव्रता में क्या सम्बन्ध है ?

प्रश्न 4. निरोधी विभव किसे कहते हैं ?

प्रश्न 5. देहली आवृत्ति किसे कहते हैं ?

प्रश्न 6. आवृत्ति को बढ़ानें पर निरोधी विभव पर क्या प्रभाव पड़ता है ?

प्रश्न 7. कार्य फलन (W_0) किसे कहते हैं ?

प्रश्न 8. प्रकाश-विद्युत सेल किसे कहते हैं ?

प्रश्न 9. प्रकाश-विद्युत सेल में कैथोड़ को परवलयाकार क्यों बनाया जाता है ?

प्रश्न 10. प्रकाश की द्वैत प्रकृति से क्या तात्पर्य है ?

प्रश्न 11. कणिकावाद सिद्धान्त किसने दिया ?

प्रश्न 12. प्लांक नामक वैज्ञानिक ने कौनसा सिद्धान्त प्रतिपादित किया ?

प्रश्न 13. फोटॉन (Photon) क्या है ?

प्रश्न 14. डी-ब्रोग्ली की परिकल्पना क्या है ?

प्रश्न 15. यदि फोटॉन की आवृत्ति υ हो तो फोटॉन से सम्बद्ध ऊर्जा का सूत्र लिखो ?

प्रश्न 16. प्लांक स्थिरांक का मान कितना होता है ?

प्रश्न 17. द्रव्य तरंगों की तरंग दैर्ध्य का सूत्र लिखों ?

प्रश्न 18. कण का वेग अधिक होने पर उसकी डी-ब्रोग्ली तरंग दैर्ध्य कैसी होगी ?

प्रश्न 19. यदि किसी कण का संवेग 3×10^{-24} किग्रा.मी./से. है तो उसक डी-ब्रोग्ली तरंग दैर्ध्य का मान क्या होगा ?

प्रश्न 20. यदि 100 वोल्ट विभवान्तर से इलेक्ट्रॉन, प्रोटोन, α-कण तथा ड्यूट्रॉन को त्वरित किया जाये तो प्रत्येक की तरंग दैर्ध्य का मान लिखो ?

प्रश्न 21. त्वरित आवेशित कणों के लिए तरंग दैर्ध्य का सूत्र लिखो ?

प्रश्न 22. डेविसन तथा जर्मर के प्रयोग में लक्ष्य किसका बना होता है ?

प्रश्न 23. निकल क्रिस्टल के परमाणुओं के मध्य की दूरी कितनी होती है ?

प्रश्न 24. आयनन कक्ष में कौनसी गैसे भरी होती है ?

प्रश्न 25. कितने वोल्ट तथा कितने कोण पर तीव्रता का मान अधिकतम होता है ?

प्रश्न 26. ब्रेग का नियम क्या है ?

प्रश्न 27. हाइज़ेनबर्ग नामक वैज्ञानिक ने कौनसा सिद्धान्त दिया ?

प्रश्न 28. हाइज़ेनबर्ग के अनिश्चितता का सिद्धान्त क्या है ?

प्रश्न 29. हाइज़ेनबर्ग के अनिश्चितता का सिद्धान्त बड़े कणों पर नगण्य क्यों हो जाता है ?

प्रश्न 30. हाइजेन बर्ग अनिश्चितता के सिद्धान्त का गणितीय रूप लिखो ?

उत्तरमाला

उत्तर 1. जब किसी धातु के पृष्ठ पर विशिष्ट आवृत्ति या उससे अधिक आवृत्ति का प्रकाश आपतित होता है तो उस पृष्ठ से ऋणावेशित कणों का उत्सर्जन होता है। यही प्रकाश-विद्युत प्रभाव है।

उत्तर 2. सीजियम, लीथियम, सोडियम, पोटेशियम आदि क्षारीय धातुएं।

उत्तर 3. प्रकाश-विद्युत धारा $\propto$ आपतित प्रकाश की तीव्रता।

उत्तर 4. कैथोड़ के सापेक्ष एनोड़ को दिया गया वह ऋणात्मक विभव जिस पर प्रकाश-विद्युत धारा का मान शून्य हो जाता है।

उत्तर 5. आपतित प्रकाश की वह निश्चित न्यूनतम आवृत्ति जिससे कम आवृत्ति पर किसी धातु तल से इलेक्ट्रॉनों का उत्सर्जन नहीं होता है, उस धातु की देहली आवृत्ति υ_0 कहते हैं।

उत्तर 6. निरोधी विभव भी बढ़ता है।

उत्तर 7. वह न्यूनतम ऊर्जा जिसे धातु की सतह को देने पर धातु की सतह से इलेक्ट्रॉन का उत्सर्जन होने लगे। कार्य फलन (W_0) कहलाती है।

$W_0 = h\upsilon_0$ जहां h = प्लांक स्थिरांक

उत्तर 8. प्रकाश-विद्युत सेल वह उपकरण है। जिससे प्रकाश-ऊर्जा को विद्युत-ऊर्जा में रूपान्तरित किया जाता है।

उत्तर 9. जिससे अधिक से अधिक इलेक्ट्रॉन ऐनोड पर जा सके।

उत्तर 10. प्रकाश कण तथा तरंग दोनो की भांति व्यवहार करता है।

उत्तर 11. न्यूटन ने।

उत्तर 12. क्वाण्टम सिद्धान्त।

उत्तर 13. प्रकाश, ऊर्जा के बण्डल के रूप में होता है और ये ऊर्जा के बण्डल फोटॉन कहलाते है।

उत्तर 14. जिस प्रकार तरंगो के रूप में विकिरण ऊर्जा से कणों के लाक्षणिक गुणों को सम्बद्ध किया जाता है। उसी प्रकार से गतिशील द्रव्य कणों को तरंग प्रकृति प्रदर्शित करनी चाहिए।

उत्तर 15. $E = h\upsilon$ जहां h = प्लांक नियतांक।

उत्तर 16. $h = 6.62 \times 10^{-34}$ जूल × सेकण्ड

उत्तर 17. $\lambda = \frac{h}{p}$ जहां h = प्लांक स्थिरांक

उत्तर 18. छोटी।

उत्तर 19. 2.223×10^{-10} m. या 2.223Å

उत्तर 20. $\lambda_e = 1.227$Å, $\lambda_p = 0.0286$Å, $\lambda_\alpha = 0.0101$Å, $\lambda_e = 0.0202$Å

उत्तर 21. $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mqV}}$।

उत्तर 22. निकल क्रिस्टल का।

उत्तर 23. D = 2.15Å

उत्तर 24. CO_2 व SO_2 गैस।

उत्तर 25. 54 वोल्ट तथा 50° के प्रकीर्णन कोण पर।

उत्तर 26. $n\lambda = D \sin\theta$

उत्तर 27. अनिश्चितता का सिद्धान्त।

उत्तर 28. परमाणु के आकार के कणों के लिए एक ही समय में व एक ही दिशा में कण की स्थिति तथा संवेग दोनों के मापन की यथार्थता सीमित होती है अर्थात् यथार्थतापूर्वक निर्धारण संभव नहीं है।

उत्तर 29. बड़े आकार के कणों के द्रव्यमान तथा संवेग अत्यधिक होने के कारण, अनिश्चतता नगण्य हो जाती है।

उत्तर 30. $\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$ जहां $\hbar = 1.054 \times 10^{-34}$ जूल × सेकण्ड

पाठ्यपुस्तक के प्रश्न-उत्तर

वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1. **40 eV ऊर्जा का एक फोटॉन धातु के पृष्ठ पर आपतित होता है इसके कारण 37.5 eV गतिज ऊर्जा वाले इलेक्ट्रॉन का उत्सर्जन होता है। धातु के पृष्ठ का कार्यफलन होगा**
   (अ) 2.5 eV (ब) 57.5 eV
   (स) 5.0 eV (द) शून्य
2. **देहली आवृति से अधिक आवृति के प्रकाश के लिए प्रकाश विद्युत प्रभाव के प्रयोग में उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों की संख्या समानुपाती है**
   (अ) इनकी गतिज ऊर्जा के
   (ब) इनकी स्थितिज ऊर्जा के
   (स) आपतित प्रकाश की आवृति के
   (द) धातु पर आपतित फोटॉनों की संख्या के
3. **किसी प्रकाश पुंज A के फोटॉन की ऊर्जा एक अन्य प्रकाश पुंज B के फोटॉन की ऊर्जा से दुगनी है। इनके संवेगों का अनुपात p_A / p_B है**
   (अ) 1/2 (ब) 1/4
   (स) 4 (द) 2
4. **एक धातु से हरे रंग के प्रकाश के आपतन पर इलेक्ट्रानों का उत्सर्जन प्रारम्भ होता है। निम्न रंगों के समूह में से किस समूह के प्रकाश के कारण इलेक्ट्रॉनों का उत्सर्जन संभव होगा?**
   (अ) पीला, नीला, लाल (ब) बैंगनी, लाल, पीला
   (स) बैंगनी, नीला, पीला (द) बैंगनी, नीला, आसमानी
5. **इलेक्ट्रॉन गन से निर्गत इलेक्ट्रॉन से सम्बद्ध दे-ब्रागली तरंगदैध्र्य 0.1227 Å है। गन पर आरोपित त्वरक वोल्टता का मान होगा**
   (अ) 20 kV (ब) 10 kV
   (स) 30 kV (द) 40 kV
6. **यदि किसी अनापेक्षकीय मुक्त इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा दुगनी कर दी जाती है तो इससे संबद्ध द्रव्य तरंग की आवृत्ति किस गुणक से परिवर्तित होती है**
   (अ) $1/\sqrt{2}$ (ब) 1/2
   (स) $\sqrt{2}$ (द) 2
7. **अनिश्चितता सिद्धान्त के अनुसार यदि किसी कण की स्थिति का शत प्रतिशत शुद्धता से मापन कर लिया जाये तो उसके संवेग में अनिश्चितता होगी**
   (अ) शून्य (ब) ∞
   (स) ~h
   (द) कुछ भी कहा नही जा सकता
8. **इलेक्ट्रॉनों का तरंगों से सम्बद्ध कौन सा गुण डेविसन एवं जरमर के प्रयोग द्वारा प्रदर्शित किया गया**
   (अ) अपवर्तन (ब) ध्रुवण
   (स) व्यतिकरण (द) विवर्तन
9. **10 eV गतिज ऊर्जा के एक इलेक्ट्रॉन से संबद्ध दे ब्रॉग्ली तरंग दैर्ध्य है।**
   (अ) 10 Å (ब) 12.27 Å
   (स) 0.10 Å (द) 3.9 Å
10. **एक इलेक्ट्रॉन तथा एक प्रोटॉन 10 Å विमा के एक रेखीय बॉक्स में रहने हेतु बाध्य है। तब इनके संवेगों में अनिश्चितताओं का अनुपात है**
   (अ) 1 : 1 (ब) 1 : 1836
   (स) 1836 : 1 (द) अपर्याप्त सूचना

उत्तरमाला

प्रश्न क्रमांक	1	2	3	4	5	6	7	8
उत्तर	(अ)	(द)	(द)	(द)	(ब)	(स)	(ब)	(द)
प्रश्न क्रमांक	9	10						
उत्तर	(द)	(अ)						

हल एवं संकेत (बहुचयनात्मक प्रश्न)

1. (अ) $$h\nu = W_0 + \frac{1}{2}mv^2_{max}$$

या $$W_0 = h\nu - \frac{1}{2}mv^2_{max}$$

या $W_0 = 40 \text{ e.V.} - 37.5 \text{ e.V.}$

या $W_0 = 2.5 \text{ e.V.}$

2. (द)

3. (द) $$E_A = 2E_B$$

या $$\frac{E_A}{E_B} = 2$$

$$\frac{E_A}{E_B} = \frac{h\nu_A}{h\nu_B} = \frac{h.\frac{C}{\lambda_A}}{h.\frac{C}{\lambda_B}} = \frac{\frac{h}{\lambda_A}}{\frac{h}{\lambda_B}}$$

$$= \frac{p_A}{p_B} = 2$$

4. (द) हरे रंग के प्रकाश से कम तरंगदैर्ध्य वाले रंगों के प्रकाश से इलेक्ट्रॉनों का उत्सर्जन होगा, जो बैंगनी, नीला आसमानी रंग है।

5. (ब) ∵ $\lambda_e = \frac{12.27}{\sqrt{V}}Å$

$= 0.1227\ Å$

∴ $\sqrt{V} = \frac{12.27}{0.1227} = 100$

$V = 100 \times 100$ volt

$= 10$ kV.

6. (स) $\lambda_{e_1} = \frac{h}{\sqrt{2m_eE_1}}$

या $\frac{c}{\nu_1} = \frac{h}{\sqrt{2m_eE_1}}$

⇒ $\nu_1 = \frac{c\sqrt{2m_eE_1}}{h}$

∴ $\nu_2 = \frac{\sqrt{2m_eE_2}}{h}$

∴ $\frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{\frac{c\sqrt{2m_eE_2}}{h}}{\frac{c\sqrt{2m_eE_1}}{h}} = \sqrt{\frac{E_2}{E_1}}$

किन्तु प्रश्नानुसार $E_2 = 2E_1$

∴ $\frac{E_2}{E_1} = 2$

∴ $\frac{\nu_2}{\nu_1} = \sqrt{2}$

या $\nu_2 = \sqrt{2}\nu_1$

अतः आवृत्ति $\sqrt{2}$ गुणक से परिवर्तित होगी।

7. (ब) अनिश्चितता सिद्धांत से,

$$\Delta x.\Delta p_x \geq \frac{h}{4\pi}$$

प्रश्नानुसार कण की स्थिति का शतप्रतिशत शुद्धता से मापन कर लिया जाता है, तब स्थिति की अनिश्चितता $\Delta x = 0$ होगी।

∴ संवेग में अनिश्चितता

$$\Delta p_x \geq \frac{h}{4\pi.\Delta x}$$

$$\Delta p_x = \frac{h}{4\pi(0)} = \infty$$

8. (द)

9. (द) $E = 10$ e.V.

∴ $V = 10$ volt

∵ $\lambda = \frac{12.27}{\sqrt{V}}Å = \frac{12.27}{\sqrt{10}}Å$

या $\lambda = \frac{12.27}{3.16} = 3.88Å$

या $\lambda = 3.9Å$

10. (अ) अनिश्चितता सिद्धांत से $\Delta x.\Delta p_x \geq \frac{h}{4\pi}$ (= एक नियतांक)

∵ इलेक्ट्रॉन तथा प्रोटोन दोनों की रेखीय बॉक्स में स्थिति की अनिश्चितता Δx समान है अर्थात् $\Delta x_e = \Delta x_p = 10Å$

अतः संवेगों की अनिश्चितता भी समान होगी।

∴ $\Delta p_{x_e} : \Delta p_{x_p} = 1 : 1$

अतिलघुत्तरात्मक प्रश्न

1 आइन्सटाइन की प्रकाश-विद्युत समीकरण लिखिए।

उत्तर– आइन्सटाइन की प्रकाश विद्युत समीकरण

$$h\nu = \phi + \frac{1}{2}mv^2_{max}$$

अन्य रूप $h(\nu - \nu_0) = \frac{1}{2}mv^2_{max}$, जहाँ कार्यफलन $\phi = h\nu_0$

या $h(\nu - \nu_0) = eV_s$

जहाँ ν फोटोन आवृत्ति, ν_0 देहली आवृत्ति तथा $\frac{1}{2}mv^2_{max} = eV_s$ उत्सर्जित इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा है। V_s, निरोधी विभव है।

2 निरोधी विभव का मान किस पर निर्भर करता है?

उत्तर– निरोधी विभव का मान आपतित प्रकाश की आवृत्ति पर निर्भर करता है।

3 प्रकाश-विद्युत प्रभाव को प्रेक्षित करने के लिये आपतित प्रकाश की आवृति किस आवृति से अधिक होनी चाहिये?

उत्तर– आपतित प्रकाश की आवृत्ति प्रकाश सुग्राही पदार्थ की देहली आवृत्ति से अधिक होनी चाहिए।

4 विद्युत-चुम्बकीय ऊर्जा के क्वांटा को क्या कहते हैं?

उत्तर– फोटोन।

5 दे-ब्राग्ली परिकल्पना के अनुसार द्रव्य तरंग के तरंगदैर्ध्य का सूत्र लिखिये।

उत्तर– द्रव्य तरंग का तरंगदैर्ध्य $\lambda = \frac{h}{p}$

जहाँ h प्लांक का नियतांक तथा p गतिशील द्रव्य कण का संवेग है।

6 कण की स्थिति एवं सम्बन्धित संवेग में अनिश्चितताओं के लिये हाइजनबर्ग का सम्बन्ध लिखिये।

उत्तर– $\Delta x.\Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$ या $\Delta x.\Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$

जहाँ $\hbar = \frac{h}{2\pi}$

Δx स्थिति में अनिश्चितता तथा Δp संवेग में अनिश्चितता है।

7 किसी एक प्रयोग का नाम लिखिये जिससे दे-ब्राग्ली के तरंग सिद्धान्त की पुष्टि होती हो।

उत्तर– डेविसन एवं जरमर का प्रयोग।

लघुत्तरात्मक प्रश्न

1 प्रकाश-विद्युत प्रभाव क्या होता है?

उत्तर– जब विशिष्ट आवृत्ति तथा विशिष्ट तरंगदैर्ध्य का प्रकाश धातु की सतह पर आपतित किया जाता है, तो धातु के पृष्ठ से इलेक्ट्रॉनों का उत्सर्जन होता है। यह घटना प्रकाश विद्युत प्रभाव कहलाती है।

2 देहली आवृत्ति से आप क्या समझते हैं?

उत्तर– आपतित प्रकाश की आवृत्ति के एक न्यूनतम मान (ν_0) से नीचे फोटो इलेक्ट्रॉन का उत्सर्जन संभव नहीं है। इसे देहली आवृत्ति कहते हैं। इसका मान फोटो इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित करने वाले पदार्थ की प्रकृति पर निर्भर करता है।

3 कार्यफलन की परिभाषा लिखिये।

उत्तर– जब विशिष्ट ऊर्जा $h\nu$ का एक फोटोन किसी धातु के पृष्ठ पर गिरता है, तो ऊर्जा का एक भाग इलेक्ट्रॉन द्वारा पृष्ठीय अवरोध को पार करने में लग जाता है। ऊर्जा का यह भाग धातु के कार्यफलन जाना जाता है। कार्यफलन से अधिक ऊर्जा होने पर ही धातु के पृष्ठ से फोटो इलेक्ट्रॉन का उत्सर्जन हो पाता है।

4 डेविसन एवं जरमर के प्रयोग का उद्देश्य बतलाइये।

उत्तर– डेविसन एवं जरमर के प्रयोग का प्रमुख उद्देश्य गतिशील कण (इलेक्ट्रॉन) की तरंग प्रकृति की डी ब्रॉग्ली परिकल्पना को प्रत्यक्ष रूप से सत्यापित करना था।

5 द्रव्य तरंगों की द्वैत प्रकृति से सम्बन्धित दे ब्राग्ली की परिकल्पना लिखिये।

उत्तर– उचित अवस्था में प्रत्येक गतिशील द्रव्य कण विभिन्न परिस्थितियों में तरंग के रूप में व्यवहार करता है, गतिशील द्रव्य कणों से सम्बद्ध तरंगों को द्रव्य तरंगें अथवा डी ब्रॉग्ली तरंग कहते हैं, जिनकी द्रव्य तरंगदैर्ध्य प्लांक नियतांक (h) व उनके संवेग के अनुपात के बराबर होता है। अर्थात् $\lambda = \frac{h}{p}$

जहाँ प्लांक नियतांक h का मान 6.62×10^{-34} जूल सैकेण्ड होता है। यहाँ संवेग p = mv (m कण का द्रव्यमान तथा v कण का वेग है)

6 अनिश्चितता सिद्धान्त की परिभाषा लिखिये।

उत्तर– किसी भी एक क्षण पर एक कण की स्थिति और संवेग दोनों का एक साथ एक ही दिशा में पूर्ण रूप से यथार्थता का निर्धारण नहीं किया जा सकता। इनमें से किसी एक के सही नापने के लिए अभिकल्पना की जावे, तो दूसरे के मापन का निर्धारण पूर्ण रूपेण अनिश्चित हो जायेगा। यदि कण की स्थिति में अनिश्चितता Δx तथा संवेग में अनिश्चितता Δp_x हो, तो Δx एवं Δp_x का गुणनफल कभी भी $\frac{h}{4\pi}$ से कम नहीं होता।

गणित रूप में, $\Delta x.\Delta p_x \geq \frac{h}{4\pi}$

यहाँ $\frac{h}{2\pi}$ को $\hbar$ भी लिखते हैं, तब

$$\Delta x.\Delta p_x \geq \frac{\hbar}{4\pi}$$

निबंधात्मक प्रश्न

1 प्रकाश-विद्युत प्रभाव को समझाते हुए इससे सम्बन्धित प्रायोगिक प्रेक्षणों का विवरण दीजिये।

उत्तर- अनुच्छेद 13.1 तथा 13.2 पर देखें।

2 प्रकाश-विद्युत प्रभाव की व्याख्या चिरसम्मत तरंग सिद्धान्त के आधार पर सम्भव क्यों नहीं है? स्पष्ट कीजिये।

उत्तर- अनुच्छेद 13.2.4 पर देखें।

3 आइन्सटाइन ने प्रकाश-विद्युत प्रभाव का क्या स्पष्टीकरण दिया समझाइये। देहली आवृत्ति से आप का क्या अभिप्राय है?

उत्तर- अनुच्छेद 13.4 पर देखें।

4 फोटॉन की अवधारणा को स्पष्ट करते हुए इसके विभिन्न गुण लिखिये।

उत्तर- अनुच्छेद 13.3 पर देखें।

5 दे-ब्राग्ली की परिकल्पना का उल्लेख कीजिये एवं इसके प्रायोगिक सत्यापन के लिये डेविसन एवं जरमर के प्रयोग का विस्तार पूर्वक वर्णन कीजिये।

उत्तर- अनुच्छेद 13.7 तथा 13.8 पर देखें।

6 इलेक्ट्रॉन, प्रोटोन एवं $\alpha-$कण के दे-ब्राग्ली तरंगदैर्ध्य ज्ञात करने के लिये सूत्र स्थापित कीजिये।

उत्तर- अनुच्छेद 13.7 पर देखें।

आंकिक प्रश्न

1 तांबे के लिये देहली आवृति का मान 1.12×10^{15} Hz है इसके पृष्ठ पर 2537 Å तरंगदैर्ध्य का प्रकाश आपतित किया जाता हैं तांबे के कार्य फलन एवं निरोधी विभव की गणना

कीजिये। $h = 6.63\times10^{-34}\ Js$

उत्तर– देहली आवृत्ति $\nu_0 = 1.12 \times 10^{15}$ Hz

तरंगदैर्ध्य $\lambda = 2537Å = 2537 \times 10^{-10}$ m.

प्लांक नियतांक $h = 6.63 \times 10^{-34}$ Js

कार्यफलन $\phi = h.\nu_0$

$= 6.63 \times 10^{-34} \times 1.12 \times 10^{15}$ J

$= 7.426 \times 10^{-19}$ J

$= \frac{7.426\times10^{-19}}{1.6\times10^{-19}}$ e.V.

= 4.64 e.V.

$\because \quad h(\nu - \nu_0) = e.Vs$

$\therefore$ निरोधी विभव $V_s = \frac{h}{e}(\nu-\nu_0)$

$= \frac{h}{e}\left(\frac{C}{\lambda}-\nu_0\right)$

$$V_s = \frac{6.63\times10^{-34}}{1.6\times10^{-19}}\left(\frac{3\times10^8}{2537\times10^{-10}}-1.12\times10^{15}\right)$$

$V_s = 4.144 \times 10^{-15} (1.18 \times 10^{15} - 1.12 \times 10^{15})$

$V_s = 4.144 \times 10^{-15} \times 10^{15} (1.18 - 1.12)$

$V_s = 4.144 \times 0.06$

$V_s = 0.248 \simeq 0.25$ volt

2 **एक धातु के लिये देहली तरंगदैर्ध्य का मान 5675 Å है। ध ातु के कार्यफलन की गणना कीजिये।** $h = 6.63\times10^{-34}\ Js$

उत्तर– देहली तरंगदैर्ध्य $\lambda_0 = 5675$ Å $= 5675 \times 10^{-10}$ m.

$h = 6.63 \times 10^{-34}$ Js

$\therefore$ कार्य फलन $= h\nu_0 = \frac{h.C}{\lambda_0}$

$= \frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^8}{5675\times10^{-10}}$

$\phi = 3.50 \times 10^{-19}$ J

या $\phi = \frac{3.50\times10^{-19}}{1.6\times10^{-19}}$ e.V. = 2.19 eV.

या $\phi \simeq 2.2$eV

3 **3000 Å एवं 6000 Å तरंगदैर्ध्य के विकिरणों से उत्सर्जित फोटो-इलेक्ट्रॉनों की गतिज ऊर्जाओं में अन्तर की गणना कीजिये।**

उत्तर– $\lambda_1 = 3000Å = 3 \times 10^{-7}$ m.

$\lambda_2 = 6000Å = 6 \times 10^{-7}$ m.

$\because \quad \frac{hC}{\lambda_1} = \phi + E_1$

$\frac{hC}{\lambda_2} = \phi + E_2$

$\therefore \quad (E_1 - E_2) = hC\left(\frac{1}{\lambda_1}-\frac{1}{\lambda_2}\right)$

या $(E_1 - E_2)$

$= 6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8 \left(\frac{1}{3\times10^{-7}}-\frac{1}{6\times10^{-7}}\right)$

$= 6.63\times3\times10^{-19}\left(\frac{2-1}{6}\right)$

$= 3.315 \times 10^{-19}$ J

$= \frac{3.315\times10^{-19}}{1.6\times10^{-19}}$ e.V. = 2.07 e.V.

4 **100 V के समान विभवान्तर से त्वरित एक इलेक्ट्रॉन तथा α – कण से सम्बन्धित दे ब्राग्ली तरंगदैर्ध्य की गणना कीजिये।**

उत्तर– V = 100 V

$\lambda_e = \frac{h}{\sqrt{2m_e eV}} = \frac{12.27\times10^{-10}}{\sqrt{V}}$ m.

$= \frac{12.27}{\sqrt{V}}$ Å

या $\lambda_e = \frac{12.27}{\sqrt{100}}$ Å $= 1.227$ Å

$\lambda_\alpha = \frac{h}{\sqrt{2m_\alpha q_\alpha V}}$

$= \frac{h}{\sqrt{2\times4m_p\times2e\times V}}$

$= \frac{0.101\times10^{-10}}{\sqrt{V}}$ m.

$\lambda_\alpha = \frac{0.101}{\sqrt{V}}$ Å $= \frac{0.101}{\sqrt{100}}$ Å

$= 0.0101$ Å $\simeq 0.01$Å

5 **20 वाट के एक बल्ब से 5×10^{14} Hz आवृत्ति का प्रकाश उत्सर्जित हो रहा है। बल्ब से एक सेकण्ड में उत्सर्जित होने वाले फोटॉनों की संख्या ज्ञात कीजिये।**

उत्तर– बल्ब की शक्ति P = 20 W

उत्सर्जित प्रकाश की आवृत्ति $= \nu = 5 \times 10^{14}$ Hz

माना बल्ब से प्रति सेकेण्ड उत्सर्जित होने वाले फोटोनों की संख्या n

है, तब

$$n = \frac{\text{एक सेकेण्ड में उत्सर्जित कुल ऊर्जा}}{\text{एक फोटोन की ऊर्जा}}$$

या
$$n = \frac{P \times t}{h \times \nu}$$

$$= \frac{20 \times 1}{6.63 \times 10^{-34} \times 5 \times 10^{14}}$$

$$n = \frac{40}{6.63} \times 10^{19}$$

$$= 6.03 \times 10^{19} \simeq 6 \times 10^{19}$$

6 **डेविसन एवं जरमर के प्रयोग में प्रथम कोटि का विवर्तन प्रेक्षित किया जाता है। त्वरक वोल्टता का मान 54 वोल्ट है। यदि प्रयुक्त Ni क्रिस्टल के परावर्तक तलों के मध्य दूरी 0.92 Å हो तो विवर्तन कोण का मान ज्ञात कीजिये।**

उत्तर– त्वरक वोल्टता $V = 54V$

विवर्तन की कोटि $n = 1$

Ni क्रिस्टल के परावर्तक तलों के मध्य दूरी

$$d = 0.92 \text{ Å} = 0.92 \times 10^{-10} \text{ m.}$$

$$\text{तरंगदैर्ध्य } \lambda_e = \frac{12.27 \times 10^{-10}}{\sqrt{V}} \text{ m.}$$

$$= \frac{12.27 \times 10^{-10}}{\sqrt{54}}$$

$$= 1.67 \times 10^{-10} \text{ m.}$$

ब्रैग के विवर्तन समीकरण से,

$$2d\sin\phi = n\lambda$$

$$\therefore \quad \sin\phi = \frac{n\lambda}{2d} = \frac{1 \times 1.67 \times 10^{-10}}{2 \times 0.92 \times 10^{-10}}$$

$$\sin\phi = 0.9076$$

$$\sin\phi = \sin 65.1^\circ \simeq \sin 65^\circ$$

∴ संस्पर्श कोण, $\phi = 65^\circ$

∴ विवर्तन कोण $\theta = 180^\circ - 2\phi$

$$= 180^\circ - 2 \times 65^\circ = 50^\circ$$

7 **एक गतिशील इलेक्ट्रॉन के संवेग के X-घटक में अनिश्चितता 13.18×10^{-30} kg m/s है। स्थिति तथा वेग के X-घटक में अनिश्चितताओं की गणना कीजिये।**

उत्तर– संवेग के X-घटक में अनिश्चितता

$$\Delta p_x = 13.18 \times 10^{-30} \text{ kg/ms}$$

स्थिति के X-घटक में अनिश्चितता $\Delta x = ?$

वेग के X-घटक में अनिश्चितता $\Delta Vx = ?$

$$\because \quad \Delta x . \Delta p_x \geq \frac{h}{4\pi}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta x = \frac{h}{4\pi . \Delta p_x}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta x = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{4 \times 3.14 \times 13.18 \times 10^{-30}}$$

$$= 0.4 \times 10^{-5} \text{ m.}$$

$$\Delta x . \Delta p_x = \frac{h}{4\pi}$$

या
$$\Delta x . m_e . \Delta v_x = \frac{h}{4\pi}$$

$$\therefore \quad \Delta v_x = \frac{h}{4\pi m_e . \Delta x}$$

या
$$\Delta v_x = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{4 \times 3.14 \times 9.1 \times 10^{-31} \times 0.4 \times 10^{-5}}$$

या
$$\Delta v_x = 14.50 \text{ m/s}$$

8 **समान ऊर्जा के प्रोटॉन एवं α-कणों के द्-ब्राग्ली तरंगदैर्ध्यों के अनुपात की गणना कीजिये।**

उत्तर–
$$\frac{\lambda_p}{\lambda_\alpha} = \frac{\dfrac{h}{\sqrt{2m_p.E}}}{\dfrac{h}{\sqrt{2m_\alpha.E}}}$$

या
$$\frac{\lambda_p}{\lambda_\alpha} = \sqrt{\frac{m_\alpha}{m_p}} = \sqrt{\frac{4m_p}{m_p}}$$

$$= \sqrt{\frac{4}{1}} = \frac{1}{1}$$

$$\therefore \quad \lambda_p : \lambda_\alpha = 2 : 1$$

9 **विद्युत चुंबकीय स्पंद का काल 0.30 ms है। फोटॉन की ऊर्जा में अनिश्चितता ज्ञात कीजिए।**

उत्तर– विद्युत चुम्बकीय स्पंद का काल

$$T = 0.30 \text{ m.s}$$

$$= 0.30 \times 10^{-3} \text{ J}$$

∴ समय की अनिश्चितता $\Delta t = 0.30 \times 10^{-3}$ s

ऊर्जा की अनिश्चितता $\Delta E = ?$

$$\Delta E . \Delta t = \frac{h}{4\pi}$$

$\therefore \quad \Delta E = \dfrac{h}{4\pi \times \Delta t}$

$= \dfrac{6.63\times10^{-34}}{4\times3.14\times0.30\times10^{-3}}$

या $\Delta E = 1.759 \times 10^{-31}$ J

या $\Delta E = 1.76 \times 10^{-31}$ J

10 **सोडियम के लिए कार्य फलन 2.3 eV है। प्रकाश की वह अधिकतम तरंगदैर्ध्य ज्ञात करो जो सोडियम से प्रकाशिक इलेक्ट्रॉनो का उत्सर्जन कर सकती है?**

उत्तर– कार्यफलन $\phi = 2.3$ eV

$= 2.3 \times 1.6 \times 10^{-19}$ J

अधिकतम तरंगदैर्ध्य = देहली तरंगदैर्ध्य = λ_0 = ?

$$\phi = h.v_0 = \frac{h.C}{\lambda_0}$$

$$\therefore \quad \lambda_0 = \frac{h.C}{\phi}$$

$$= \frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{2.3\times1.6\times10^{-19}}$$

$\lambda_0 = 5.40 \times 10^{-7}$ m.

$\lambda_0 = 540 \times 10^{-9}$ m.

$\lambda_0 = 540$ nm.

11 **एक धात्विक सतह को $8.5\times10^{14}\ Hz$ के प्रकाश से प्रदीपन करने पर इससे उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा 0.52 eV है। इसी सतह को $12.0\times10^{14}\ Hz$ के प्रकाश से प्रदीपन करने पर उत्सर्जित प्रकाशित इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा 1.97 eV है। धातु का कार्यफलन ज्ञात करो।**

उत्तर– प्रकाश की आवृत्ति $v_1 = 8.5 \times 10^{14}$ Hz

तब इलेक्ट्रॉन की अधिकतम गतिज ऊर्जा =

$E_{max_1} = 0.52$ eV

$= 0.52 \times 1.6 \times 10^{-19}$ J

$= 8.32 \times 10^{-20}$ J

प्रकाश की आवृत्ति $v_2 = 12.0 \times 10^{14}$ Hz

तब इलेक्ट्रॉन की अधिकतम गजिज ऊर्जा =

$E_{max_2} = 1.97$ eV

$= 1.97 \times 1.6 \times 10^{-19}$ J

$= 31.52 \times 10^{-20}$ J

धातु का कार्यकाल ϕ = ?

$$\because \quad hv_1 = \phi + E_{max_1} \qquad ...(1)$$

$$hv_2 = \phi + E_{max_2} \qquad ...(2)$$

जोड़ने पर, $h(v_1 + v_2) = 2\phi + (E_{max_1} + E_{max_2})$

$$\therefore \phi = \frac{h(v_1+v_2)-(E_{max_1}+E_{max_2})}{2}$$

या $\phi = \dfrac{6.63\times10^{-34}(8.5\times10^{14}+12\times10^{14})-(8.32\times10^{-20}+31.52\times10^{-20})}{2}$

या $\phi = \dfrac{6.63\times20.5\times10^{-20}-(8.32+31.52)\times10^{-20}}{2}$

या $\phi = \dfrac{(135.915-39.840)\times10^{-20}}{2}$

या $\phi = \dfrac{96.075\times10^{-20}}{2} = 48 \times 10^{-20}$ J

या $\phi = \dfrac{48\times10^{-20}}{1.6\times10^{-19}} = 3.0$ eV

12 **T = 300 K ताप पर न्यूट्रॉन तापीय साम्य में है। इनकी दे-ब्राग्ली तरंग दैर्ध्य ज्ञात कीजिए।**

उत्तर– $T = 300$ K

$m_n = 1.67 \times 10^{-27}$ Kg

तथा $K = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K

तापीय साम्य में न्यूट्रॉन की दे–ब्रॉग्ली तरंग दैर्ध्य

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{3m_n.K.T.}}$$

या $\lambda = \dfrac{6.63\times10^{-34}}{\sqrt{3\times1.67\times10^{-27}\times1.38\times10^{-23}\times300}}$

या $\lambda = \dfrac{6.63\times10^{-34}}{\sqrt{20.7414\times10^{-48}}}$

या $\lambda = \dfrac{6.63\times10^{-34}}{4.554\times10^{-24}}$

या $\lambda = 1.455 \times 10^{-10}$ m.

या $\lambda = 1.455$ Å $\simeq 1.45$Å

महत्त्वपूर्ण वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1. किसी धातु का कार्यफलन निर्भर करता है–
   (अ) प्रकाश स्रोत व धातु के मध्य दूरी पर
   (ब) आपतित प्रकाश की तीव्रता पर
   (स) धातु एवं उसके पृष्ठ की प्रकृति पर
   (द) आपतित प्रकाश की तीव्रता पर

2. प्रकाश विद्युत धारा का मान निर्भर करता है–
(अ) केवल प्रकाश की तीव्रता पर
(ब) प्रकाश की आवृत्ति तथा स्रोत व धातु के मध्य दूरी दोनों पर
(स) धातु के कार्यफलन पर (द) उपर्युक्त सभी

3. फोटॉन का संवेग होता है–
(अ) $h\upsilon$ (ब) hc (स) $\frac{h\upsilon}{c}$ (द) $\frac{c}{h\upsilon}$

4. एक धातु से हरे रंग के प्रकाश के आपतन पर इलेक्ट्रॉनों का उत्सर्जन प्रारम्भ होता है। निम्न रंगों के समूह में से किस समूह के प्रकाश के कारण इलेक्ट्रॉनों का उत्सर्जन संभव होगा ?
(अ) पीला, नीला, लाल (ब) बैंगनी, लाल, पीला
(स) बैंगनी, नीला, पीला (द) बैंगनी, नीला, आसमानी

5. प्रकाश स्रोत एवं प्रकाश विद्युत सेल के मध्य दूरी में वृद्धि करने पर निरोधी विभव के मान में–
(अ) वृद्धि होती है। (ब) कमी होती है।
(स) कोई परिवर्तन नहीं होता है। (द) उपर्युक्त में से कोई नहीं।

6. निरोधी विभव से कम विभव होने पर प्रकाश विद्युत धारा का मान–
(अ) शून्य होता है।
(ब) अधिक परन्तु ∞ से कम होता है।
(स) कम परन्तु शून्य से अधिक होता है।
(द) ∞ होता है।

7. इलेक्ट्रॉनों का तरंगों से सम्बद्ध कौन सा गुण डेविसन एवं जर्मर के प्रयोग द्वारा प्रदर्शित किया गया–
(अ) अपवर्तन (ब) ध्रुवण
(स) व्यतिकरण (द) विवर्तन

8. कार्यफलन निर्भर करता है–
(अ) धातु एवं उसके पृष्ठ की प्रकृति पर
(ब) आपतित प्रकाश की तीव्रता पर
(स) आपतित प्रकाश की आवृत्ति पर
(द) उपर्युक्त सभी पर

9. किसी धातु पृष्ठ पर नीला प्रकाश आपतित करने से उससे इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित होते हैं परन्तु हरे रंग से नहीं तो निम्न में से किस रंग के प्रकाश से उत्सर्जन सम्भव होगा–
(अ) लाल (ब) बैंगनी
(स) पीला (द) उपर्युक्त में से कोई भी नहीं

10. दो प्रकाश स्रोत A तथा B है, स्रोत A के प्रकाश की तीव्रता B से अधिक है तथा स्रोत B से उत्सर्जित प्रकाश की आवृत्ति A से अधिक है। प्रकाश विद्युत सेल से प्राप्त धारा–
(अ) स्रोत B से अधिक होगी। (ब) दोनों स्रोतों से समान होगी।
(स) स्रोत A से अधिक होगी। (द) उपर्युक्त में से कोई नहीं।

11. प्रकाश-विद्युत प्रभाव एक घटना है जिसमें–
(अ) इलेक्ट्रॉनों का पुंज टकराने पर धातु से फोटॉन बाहर आते हैं
(ब) विद्युत क्षेत्र के प्रभाव के अन्तर्गत परमाणु के नाभिक से फोटॉन बाहर आते हैं
(स) इलेक्ट्रॉन एक नियत वेग से धातु से बाहर आते हैं जोकि आपतित प्रकाश-किरण की आवृत्ति एवं तीव्रता पर निर्भर करता है।
(द) इलेक्ट्रॉन विभिन्न वेगों के साथ धातु से बाहर आते हैं जो एक निश्चित मान से अधिक नहीं है जो केवल आपतित प्रकाश की आवृत्ति पर निर्भर करते हैं, उसकी तीव्रता पर नहीं।

12. प्रकाश-विद्युत प्रभाव में उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों का अधिकतम वेग निर्भर करता है–
(अ) केवल आपतित प्रकाश की तीव्रता पर (ब) केवल आपतित प्रकाश की आवृत्ति पर
(स) केवल देहली आवृत्ति पर
(द) उक्त (ब) तथा (स) दोनों पर।

13. जब प्रकाश-विद्युत प्रभाव उत्पन्न करने वाली सतह पर गिरने वाले प्रकाश तीव्रता दुगनी कर दी जावे तो–
(अ) उत्सर्जित फोटॉन की आवृत्ति दुगनी हो जायेगी
(ब) दुगने फोटॉन निकलेंगे
(स) फोटॉन पहले की अपेक्षा चार गुणा अधिक निकलेंगे
(द) कोई प्रभाव नहीं होगा।

हल एवं संकेत

1 (स) 2. (ब)

3. (स) $E = h\upsilon = mc^2 \Rightarrow mc = \frac{h\upsilon}{c}$

4. (द)

5. (स) 6. (अ) 7. (द) 8. (अ)

9. (ब)

10. (स) धारा तीव्रता के समानुपाती होती है। आवृत्ति देहली आवृत्ति से अधिक होनी चाहिये।

11. (द) 12. (द) 13. (ब)

लघुत्तरात्मक प्रश्न

प्रश्न 1. एक गतिशील इलेक्ट्रॉन का लम्बवत् चुम्बकीय क्षेत्र में पथ बताइये।

उत्तर–वृत्त के चाप की तरह

प्रश्न 2. इलेक्ट्रॉन के विवर्तन को दर्शाने वाले प्रथम प्रयोग का नाम बताइये।

उत्तर–इलेक्ट्रॉन के विवर्तन को डेविसन एवं जर्मर के प्रयोग में दर्शाया गया।

प्रश्न 3. आइन्सटीन ने प्रकाश-विद्युत प्रभाव की अवधारणा को प्रकाश के किस सिद्धान्त से समझाया ?

उत्तर–क्वान्टम सिद्धान्त से आइन्सटीन ने प्रकाश-विद्युत प्रभाव की अवधारणा को समझाया।

प्रश्न 4. आइन्सटीन की प्रकाश-विद्युत समीकरण लिखिये।

उत्तर–आइन्सटीन की प्रकाश-विद्युत समीकरण निम्न है

$$\frac{1}{2}mv^2 = h\upsilon - h\upsilon_0$$

प्रश्न 5. एल्यूमिनियम सतह का कार्यफलन 4.2 eV है। इसके सतह से प्रकाश-विद्युत-प्रभाव के लिए क्रांतिक तरंगदैर्ध्य क्या होगी ?

उत्तर— $W_0 = h\upsilon_0$

$$W_0 = h\frac{c}{\lambda_0}$$

$$\lambda_0 = \frac{hc}{W_0}$$

$$\lambda_0 = \frac{6.67\times10^{-34}\times3\times10^8}{4.2\times1.6\times10^{-19}} = 2955\,\text{Å}$$

प्रश्न 6. यदि एक इलेक्ट्रॉन एवं प्रोटोन की समान डी-ब्रोग्ली तरंगदैर्ध्य हो तो इनमें से कौन सा कण तेज होगा ?

उत्तर— $\lambda_e = \lambda_p$

$$\lambda_e = \frac{h}{m_e v_e} \qquad \lambda_p = \frac{h}{m_p v_p}$$

$$\frac{h}{m_e v_e} = \frac{h}{m_p v_p} \Rightarrow \frac{v_e}{m_p} = \frac{v_p}{m_e} \quad \text{अर्थात्} \quad v \propto \frac{1}{m}$$

जिस कण का द्रव्यमान कम होगा उसका वेग अधिक होगा।

∵ इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान कम होता है इस कारण इलेक्ट्रॉन का वेग अधिक होगा।

प्रश्न 7. कम वेग के दो कण जिनके द्रव्यमान क्रमशः m_1 एवं m_2 है की गतिज ऊर्जा समान है। इनकी तरंगदैर्ध्य के अनुपात को लिखिये।

उत्तर— $\lambda = \dfrac{h}{\sqrt{2mE}}$, $\lambda \propto \dfrac{1}{\sqrt{m}}$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$$

प्रश्न 8. ऊर्जा एवं समय के लिए अनिश्चितता सिद्धान्त पर आधारित समीकरण लिखिये।

उत्तर—$\Delta E\,\Delta t \geq \dfrac{\hbar}{2}$

प्रश्न 9. यदि हम किसी धातु पर केवल एक ही आवृत्ति का (एकवर्णी) प्रकाश डालें तब भी उत्सर्जित प्रकाश-इलेक्ट्रॉनों की ऊर्जाएँ भिन्न होती हैं क्यो ?

उत्तर—प्रकाश-इलेक्ट्रॉन धातु की सतह से ही नहीं बल्कि धातु के भीतर से भी उत्सर्जित होते हैं।

प्रश्न 10. प्रकाश-विद्युत प्रभाव के प्रयोग में जैसे ही विभवान्तर को निरोधी विभव $-V_0$ से थोड़ा, धन की ओर ले जाते हैं, प्रकाश-विद्युत धारा एकदम अपने अधिकतम मान पर क्यों नहीं पहुँच पाती ?

उत्तर—सभी इलेक्ट्रॉन धातु की सतह से नहीं निकलते।

प्रश्न 11. लीथियम की देहली तरंगदैर्ध्य 8000 Å है। इससे अधिक तरंगदैर्ध्य का प्रकाश लीथियम धातु पर गिराने पर क्या होगा ?

उत्तर—प्रकाश-इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित नहीं होंगे।

प्रश्न 12. जिंक की सतह से इलेक्ट्रॉन उत्सर्जन के लिए कौनसा विकिरण सबसे अधिक प्रभावी होगा माइक्रोतरंग (microwave), अवरक्त (infra-red), पराबैंगनी (ultra-violet) ?

उत्तर—पराबैंगनी।

प्रश्न 13. लीथियम तथा ताँबे के कार्य-फलन क्रमश 2.3 eV तथा 4 eV हैं। दृश्य प्रकाश से कार्य करने वाले प्रकाश-विद्युत सेल के लिये इनमें से कौनसी धातु उपयोगी होगी ? स्पष्ट कीजिये।

उत्तर—लिथियम, क्योंकि इसका कार्य-फलन कम है।

प्रश्न 14. ताँबे का कार्य-फलन सोडियम के कार्य-फलन से अधिक है। इनमें से कौनसी धातु के लिए देहली आवृत्ति अधिक तथा कौनसी धातु की देहली तरंग दैर्ध्य अधिक ?

उत्तर—ताँबे के लिए, सोडियम के लिए।

प्रश्न 15. कुछ फोटोग्राफिक प्लेटें लाल प्रकाश से प्रभावित नहीं होती परन्तु श्वेत प्रकाश में तुरन्त काली पड़ जाती है। क्यों ?

उत्तर—लाल प्रकाश के फोटॉन की ऊर्जा कम होती है अतः वे प्लेट को प्रभावित नहीं कर पाते।

प्रश्न 16. यदि धातु की प्लेट पर पड़ने वाले प्रकाश की आवृत्ति को दुगुना कर दिया जाये तो क्या उत्सर्जित प्रकाश-इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा भी दुगुनी हो जायेगी ?

उत्तर—नहीं, दुगुने से कुछ अधिक होगी।

$$\frac{(\text{गतिज ऊर्जा})_2}{(\text{गतिज ऊर्जा})_1} = \frac{2h\upsilon - W_0}{h\upsilon - W_0}$$

प्रश्न 17. प्रकाश के दो स्रोत A और B हैं। A से जो प्रकाश निकलता है उसकी तरंगदैर्ध्य 8000 Å से 11000 Å तक है जबकि B से निकलने वाले प्रकाश की तरंग-दैर्ध्य 3000 Å से 6000 Å तक है। A की तीव्रता B की अपेक्षा 4 गुनी अधिक है। परन्तु जब A का प्रकाश किसी धातु पर पड़ता है तो प्रकाश-इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित नहीं होते, जबकि B का प्रकाश उसी धातु से प्रकाश-इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित करता है। इसका कारण समझाकर लिखिये।

उत्तर—किसी धातु से प्रकाश-इलेक्ट्रॉन तभी उत्सर्जित हो सकते हैं जबकि उस धातु पर आपतित प्रकाश-फोटॉन की ऊर्जा धातु के कार्य-फलन से कम न हो। दूसरे शब्दों में यदि आपतित प्रकाश की आवृत्ति एक न्यूनतम मान से कम है अथवा तरंग-दैर्ध्य एक अधिकतम मान से बड़ी है तो धातु से प्रकाश-इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित नहीं होंगे चाहे प्रकाश की तीव्रता कितनी ही अधिक क्यों न हो ? यदि किसी धातु की देहली तरंग-दैर्ध्य 6000 व 8000 Å के बीच है तब प्रकाश स्रोत B (3000-6000 Å) द्वारा उस धातु से प्रकाश-इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित होंगे, परन्तु प्रकाश-स्रोत A (8000-11000 Å) से नहीं, भले ही A की तीव्रता B की अपेक्षा 4 गुनी अधिक है।

प्रश्न 18. एक पदार्थ की सतह पर हरे प्रकाश के आपतित होने पर इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित होते हैं, परन्तु पीले प्रकाश से कोई इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित नहीं होता। कारण सहित स्पष्ट कीजिये कि उस सतह पर (i) लाल प्रकाश, (ii) नीला प्रकाश आपतित होने पर इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित होंगे कि नहीं ?

उत्तर—(i) नहीं, (ii) हाँ।

प्रश्न 19. चाँदी का कार्यफलन 3.2 eV है। यदि दो फोटॉन जिनमें से प्रत्येक की ऊर्जा 2 eV है, पृष्ठ पर आपतित हों तो क्या प्रकाश-इलेक्ट्रॉन का उत्सर्जन होगा ? स्पष्ट कीजिये।

उत्तर—नहीं, एक प्रकाश-इलेक्ट्रॉन के उत्सर्जन में केवल एक फोटॉन का प्रभाव होता है। किसी पृष्ठ से इलेक्ट्रॉन का उत्सर्जन तब ही सम्भव है जबकि प्रत्येक आपतित फोटॉन की ऊर्जा पृष्ठ के कार्य-फलन से अधिक हो।

प्रश्न 20. एक अच्छा दर्पण अपने ऊपर गिरने वाले दृश्य प्रकाश

का लगभग 80 प्रतिशत परावर्तित करता है। आप कैसे ज्ञात करेंगे कि दर्पण से 20% फोटॉन परावर्तित ही नहीं हुए अथवा सभी फोटॉन परावर्तित तो हुए परन्तु प्रत्येक की ऊर्जा 20% कम हो गई।

उत्तर–पहली बात ठीक है, प्रत्येक फोटॉन की ऊर्जा कम हो जाने पर परावर्तित प्रकाश की तरंग-दैर्ध्य बढ़ जाती और रंग बदल जाता।

प्रश्न 21. यदि किसी प्रकाश-विद्युत सेल के उत्सर्जक पदार्थ पर डाले जाने वाले प्रकाश की तीव्रता बढ़ा दी जाये तो (i) सेल से प्रवाहित धारा पर, (ii) धारा रोकने के लिए आवश्यक विभवान्तर पर क्या प्रभाव पड़ेगा। कारण सहित बताइये।

उत्तर–(i) आपतित प्रकाश की तीव्रता बढ़ाने पर प्रति सेकण्ड उत्सर्जित प्रकाश-इलेक्ट्रॉनों की संख्या, और इस कारण प्रकाश-विद्युत ध ारा बढ़ जायेगी।

(ii) निरोधी विभव (stopping potential) का मान आपतित प्रकाश की आवृत्ति पर निर्भर करता है, तीव्रता पर नहीं। अतः निरोधी विभव अपरिवर्तित रहेगा।

आंकिक प्रश्न

प्र.1. 30kV इलेक्ट्रॉनों के द्वारा उत्पन्न X- किरणों की (a) उच्चतम आवृत्ति तथा (b) निम्नतम तरंगदैर्ध्य प्राप्त कीजिए।

उत्तर–दिया है: V = 30 किलो वोल्ट = 3×10^4 वोल्ट

(a) ऊर्जा $E = h\upsilon = eV$

$$\upsilon_{max} = \frac{eV}{h} = \frac{1.6\times10^{-19}\times3\times10^4}{6.62\times10^{-34}}$$

$= 7.25 \times 10^{18}$ हर्ट्ज

(b) निम्नतम तरंगदैर्ध्य

$$\lambda_{min} = \frac{c}{\upsilon} = \frac{3\times10^8}{7.25\times10^{18}} = 0.414\times10^{-10} \text{ मीटर}$$

$= 0.414 Å$

प्र.2. सीजियम धातु का कार्य-फलन 2.14 eV है। जब 6×10^{14}Hz आवृत्ति का प्रकाश धातु-पृष्ठ पर आपतित होता है, इलेक्ट्रॉनों का प्रकाशिक उत्सर्जन होता है।

(a) उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों की उच्चतम गतिज ऊर्जा

(b) निरोधी विभव, और

(c) उत्सर्जित प्रकाशिक इलेक्ट्रॉनों की उच्चतम चाल कितनी है?

उत्तर–दिया है: $W_o = 2.14$ इलेक्ट्रॉन वोल्ट, $\upsilon = 6\times10^{14}$ हर्ट्ज

अतः $W_o = 2.14 \times 1.6\times10^{-19} = 3.424 \times 10^{-19}$ जूल

(a) इलेक्ट्रॉन की अधिकतम गतिज ऊर्जा

$K_{max} = h\upsilon - W_o = (6.62 \times 10^{-34} \times 6\times10^{14}) - 3.424\times10^{-19}$

$K_{max} = 3.972 \times 10^{-19} - 3.424 \times 10^{-19}$

$K_{max} = 0.548 \times 10^{-19}$ जूल

या $K_{max} = \frac{0.548\times10^{-19}}{1.6\times10^{-19}} eV = 0.342 eV$

(b) ∵ $eV_o = K_{max}$ (जूल में)

अतः निरोधी विभव $V_o = \frac{K_{max}}{e} = \frac{0.548\times10^{-19}}{1.6\times10^{-19}} = 0.342$ वोल्ट

(c) ∵ $K_{max} = \frac{1}{2}mv^2_{max} \Rightarrow v_{max} = \sqrt{\frac{2K_{max}}{m}}$

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2\times0.548\times10^{-19}}{9.1\times10^{-31}}} = \sqrt{12.04\times10^{10}}$$

$= 3.46 \times 10^5$ मीटर/सेकण्ड

या $v_{max} = 346$ किमी/सेकण्ड

प्र.3. एक विशिष्ट प्रयोग में प्रकाश-विद्युत प्रभाव की अंतक वोल्टता 1.5V है। उत्सर्जित प्रकाशिक इलेक्ट्रॉनों की उच्चतम गतिज ऊर्जा कितनी है?

उत्तर–दिया है–निरोधी विभव $V_o = 1.5$ वोल्ट

अतः फोटो इलेक्ट्रॉन की उच्चतम गतिज ऊर्जा $K_{max} = eV_o$

$K_{max} = 1.6 \times 10^{-19} \times 1.5 = 2.4 \times 10^{-19}$ जूल

तथा $K_{max} = \frac{2.4\times10^{-19}}{1.6\times10^{-19}} eV = 1.5$ इलेक्ट्रॉन-वोल्ट

प्र.4. पृथ्वी के पृष्ठ पर पहुंचने वाला सूर्य-प्रकाश का ऊर्जा अभिवाह (फ्लक्स) 1.388×10^3 W/m² है। लगभग कितने फोटॉन प्रति वर्ग मीटर प्रति सेकण्ड पृथ्वी पर आपतित होते हैं? यह मान लें कि सूर्य-प्रकाश में फोटॉन का औसत तरंगदैर्ध्य 550nm है।

उत्तर–दिया है–पृथ्वी पर सूर्य प्रकाश का ऊर्जा फ्लक्स

$\phi_s = 1.388 \times 10^3$ वाट/मी²

फोटॉन की तरंगदैर्ध्य $\lambda = 550$ nm $= 550 \times 10^{-9}$ मी.

या $\lambda = 55 \times 10^{-8}$ मी.

फोटॉन की ऊर्जा

$$E = h\upsilon = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.62\times10^{-34}\times3\times10^8}{55\times10^{-8}} = 3.61\times10^{-19} \text{ जूल}$$

यदि n फोटॉन प्रति सेकण्ड प्रति मी² आपतित होते हैं तो

ऊर्जा फ्लक्स $\phi_s = nE$

अतः $n = \frac{\phi_s}{E} = \frac{1.388\times10^3}{3.61\times10^{-19}} = 3.84\times10^{21}$

या $n = 4 \times 10^{21}$ फोटॉन/मी² × से.

प्र.5. प्रकाश-विद्युत प्रभाव के एक प्रयोग में, प्रकाश आवृत्ति के विरुद्ध अंतक वोल्टता की ढलान 4.12×10^{-15} Vs प्राप्त होती है। प्लांक स्थिरांक का मान परिकलित कीजिए।

उत्तर–दिया है– $\frac{\Delta V_o}{\Delta\upsilon} = 4.12\times10^{-15}$ वोल्ट-से.

प्लांक नियतांक $h = e \times \tan\theta = e \times \left(\frac{\Delta V_o}{\Delta \upsilon}\right)$

$$= 1.6 \times 10^{-19} \times 4.12 \times 10^{-15}$$

या $h = 6.592 \times 10^{-34}$ जूल-से.

प्र.6. एक 100W सोडियम बल्ब (लैंप) सभी दिशाओं में एकसमान ऊर्जा विकिरित करता है। लैंप को एक ऐसे बड़े गोले के केंद्र पर रखा गया है जो इस पर आपतित सोडियम के संपूर्ण प्रकाश को अवशोषित करता है। सोडियम प्रकाश का तरंगदैर्ध्य 589 nm है। (a) सोडियम प्रकाश से जुड़े प्रति फोटॉन की ऊर्जा कितनी है? (b) गोले को किस दर से फोटॉन प्रदान किए जा रहे हैं?

उत्तर-दिया है- $P = 100$ वॉट $= 100$ जूल/से.

$\lambda = 589$ नेनो मीटर $= 589 \times 10^{-9}$ मी.

(a) उत्सर्जित फोटॉन ऊर्जा

$$E = h\upsilon = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.62 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{8}}{589 \times 10^{-9}}$$

$E = 3.37 \times 10^{-19}$ जूल

(b) प्रति सेकण्ड बल्ब द्वारा उत्सर्जित ऊर्जा = P

अत: प्रति सेकण्ड उत्सर्जित (या गोले द्वारा प्राप्त) फोटॉनों की संख्या

$$n = \frac{P}{E}$$

$$\Rightarrow \quad n = \frac{100}{3.37 \times 10^{-19}}$$

$= 2.967 \times 10^{20} \simeq 3 \times 10^{20}$ फोटॉन/से.

प्र.7. किसी धातु की देहली आवृत्ति 3.3×10^{14}Hz है। यदि 8.2×10^{14}Hz आवृति का प्रकाश धातु पर आपतित हो, तो प्रकाश-विद्युत उत्सर्जन के लिए अंतक वोल्टता ज्ञात कीजिए।

उत्तर- दिया है- देहली आवृत्ति $\upsilon_o = 3.3 \times 10^{14}$ हर्ट्ज तथा

$\upsilon = 8.2 \times 10^{14}$ हर्ट्ज

$\because \quad eV_o = h\upsilon - h\upsilon_o$

अत: अंतक वोल्टता (निरोधी विभव) $V_o = \frac{h}{e}(\upsilon - \upsilon_o)$

$$\Rightarrow \quad V_o = \frac{6.62 \times 10^{-34}}{1.6 \times 10^{-19}}(8.2 \times 10^{14} - 3.3 \times 10^{14})$$

$$V_o = \frac{6.62 \times 4.9 \times 10^{-20}}{1.6 \times 10^{-19}} = 2.027 \text{ वोल्ट}$$

प्र.8. किसी धातु के लिए कार्य-फलन 4.2 eV है। क्या यह धातु 330nm तरंगदैर्ध्य के आपतित विकिरण के लिए प्रकाश-विद्युत उत्सर्जन देगा?

उत्तर- $\because \quad W_o = 4.2$ इलेक्ट्रॉन वोल्ट

तथा आपतित फोटॉन की ऊर्जा

$$E = h\upsilon = \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{e\lambda} \text{ इलेक्ट्रॉन वोल्ट}$$

$$E = \frac{6.62 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{8}}{1.6 \times 10^{-19} \times 330 \times 10^{-9}} = 3.76 \text{ इलेक्ट्रॉन वोल्ट}$$

$\because E < W_o$ अत: प्रकाश, विद्युत उत्सर्जन नहीं देगा।

प्र.9. 7.21×10^{14} Hz आवृत्ति का प्रकाश एक धातु-पृष्ठ पर आपतित है। इस पृष्ठ से 6.0×10^{5} m/s की उच्चतम गति से इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित हो रहे हैं। इलेक्ट्रॉनों के प्रकाश उत्सर्जन के लिए देहली आवृत्ति क्या है?

हल- दिया है- $\upsilon = 7.21 \times 10^{14}$ हर्ट्ज तथा

$v_{max} = 6 \times 10^{5}$ मी./से.

अत: देहली आवृत्ति

$$\upsilon_0 = \frac{h\upsilon - \frac{1}{2}mv_{max}^2}{h}$$

$$= \frac{(6.62 \times 10^{-34} \times 7.21 \times 10^{14}) - \left(\frac{1}{2} \times 9.1 \times 10^{-31} \times 36 \times 10^{10}\right)}{6.62 \times 10^{-34}}$$

$$\upsilon_0 = \frac{47.73 \times 10^{-20} - 16.38 \times 10^{-20}}{6.62 \times 10^{-34}}$$

$$= \frac{31.35}{6.62} \times 10^{14} = 4.735 \times 10^{14} \text{ हर्ट्ज}$$

प्र.10. 488 nm तरंगदैर्ध्य का प्रकाश एक ऑर्गन लेसर से उत्पन्न किया जाता है, जिसे प्रकाश-विद्युत प्रभाव के उपयोग में लाया जाता है। जब इस स्पेक्ट्रमी-रेखा के प्रकाश को उत्सर्जक पर आपतित किया जाता है तब प्रकाशिक इलेक्ट्रॉनों का निरोधी (अंतक) विभव 0.38V है। उत्सर्जक के पदार्थ का कार्य-फलन ज्ञात करें।

उत्तर-दिया है- $\lambda = 488$ nm $= 488 \times 10^{-9}$ मी.,

$V_0 = 0.38$ वोल्ट

$$\because W_0 = h\upsilon - \frac{1}{2}mv_{max}^2 = \frac{hc}{\lambda} - eV_0 \quad \left\{\because eV_o = \frac{1}{2}mv_{max}^2\right\}$$

$$\text{कार्यफलन } W_o = \frac{6.62 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{8}}{488 \times 10^{-9}} - (1.6 \times 10^{-19} \times 0.38)$$

$$= 4.08 \times 10^{-19} - 0.608 \times 10^{-19}$$

$$= 3.472 \times 10^{-19} \text{ जूल}$$

$$= \frac{3.472 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} eV$$

$$= 2.17 eV$$

प्र.11. सोडियम के स्पेक्ट्रमी उत्सर्जन रेखा के प्रकाश का तरंगदैर्ध्य 589nm है। वह गतिज ऊर्जा ज्ञात कीजिए जिस पर

(a) एक इलेक्ट्रॉन, और (b) एक न्यूट्रॉन का डी-ब्रोग्ली तरंगदैर्ध्य समान होगा।

उत्तर-दिया है: तरंगदैर्ध्य $\lambda = 589\ nm = 589 \times 10^{-9}$ मी.

तथा $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ किग्रा., $m_n = 1.67 \times 10^{-27}$ किग्रा.

(a) इलेक्ट्रॉन के लिए

$$\because \quad \lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_e E}}$$

$$\text{अत:} \quad E = \frac{h^2}{2m_e\lambda^2}$$

$$= \frac{6.62\times10^{-34}\times6.62\times10^{-34}}{2\times9.1\times10^{-31}\times589\times589\times10^{-18}}$$

$= 6.94 \times 10^{-25}$ जूल

(b) न्यूट्रॉन के लिए

$$E = \frac{h^2}{2m_n\lambda^2}$$

$$= \frac{6.62\times10^{-34}\times6.62\times10^{-34}}{2\times1.67\times10^{-27}\times589\times589\times10^{-18}}$$

$= 3.78 \times 10^{-28}$ जूल

प्र.12. (a) न्यूट्रॉन की किस गतिज ऊर्जा के लिए डी-ब्रोग्ली तरंगदैर्ध्य 1.40×10^{-10} m होगा?

(b) एक न्यूट्रॉन, जो पदार्थ के साथ तापीय साम्य में है और जिसकी 300K पर औसत गतिज ऊर्जा $\frac{3}{2}KT$ है, का भी डी-ब्रोग्ली तरंगदैर्ध्य ज्ञात कीजिए।

उत्तर-(a) दिया है- $\lambda = 1.40 \times 10^{-10}$ मी.

तथा $m_n = 1.67 \times 10^{-27}$ किग्रा.

अत:

$$E = \frac{h^2}{2m_n\lambda^2} = \frac{6.62\times10^{-34}\times6.62\times10^{-34}}{2\times1.67\times10^{-27}\times1.4\times10^{-10}\times1.4\times10^{-10}}$$

$$E = 6.7 \times 10^{-21}\ \text{जूल} = \frac{6.7\times10^{-21}}{1.6\times10^{-19}} = 4.18\times10^{-2}\ eV$$

(b) दिया है-परम ताप T = 300 केल्विन,

वोल्ट्जमान नियतांक $K = 1.38 \times 10^{-23}$ जूल/केल्विन

$$\text{अत:} \quad E = \frac{3}{2}KT = \frac{3}{2}\times1.38\times10^{-23}\times300 = 6.21\times10^{-21}\ \text{जूल}$$

$$\text{अत:} \quad \lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}} = \frac{6.62\times10^{-34}}{\sqrt{2\times1.67\times10^{-27}\times6.21\times10^{-21}}}$$

$$= \frac{6.62\times10^{-34}}{4.55\times10^{-24}}$$

$\lambda = 1.45\times10^{-10}$ मी. = 1.45 Å

प्र.13. यह दर्शाइए कि वैद्युतचुंबकीय विकिरण का तरंगदैर्ध्य इसके क्वांटम (फोटॉन) के तरंगदैर्ध्य के बराबर है।

उत्तर-माना विद्युत चुम्बकीय तरंग की आवृत्ति = υ

अत: तरंगदैर्ध्य $\lambda_1 = \frac{c}{\upsilon}$ ...(1)

तथा विकिरण के फोटॉन (क्वांटा) का संवेग $p = \frac{h\upsilon}{c}$

अत: फोटॉन की तरंगदैर्ध्य $\lambda_2 = \frac{h}{h\upsilon/c} = \frac{c}{\upsilon}$ ...(2)

(1) व (2) से स्पष्ट है कि

विकिरण की तरंगदैर्ध्य λ_1 = उसके फोटॉन (क्वांटा) की तरंगदैर्ध्य λ_2

प्र.14. वायु में 300K ताप पर एक नाइट्रोजन अणु का डी-ब्रोग्ली तरंगदैर्ध्य कितना होगा? यह मानें कि अणु इस ताप पर अणुओं के चाल वर्ग माध्य से गतिमान है। (नाइट्रोजन का परमाणु द्रव्यमान = 14.0076u)

उत्तर-दिया है- परम ताप T = 300 केल्विन,

नाइट्रोजन का परमाणु द्रव्यमान = 14.0076 amu

$\because$ नाइट्रोजन, द्विपरमाण्वीय गैस है अत: अणु द्रव्यमान

$m = 14.0076 \times 2$ amu

या $m = 14.0076 \times 2 \times 1.66 \times 10^{-27}$ किग्रा.

$= 4.65 \times 10^{-26}$ किग्रा.

अत: नाइट्रोजन अणुओं का वर्गमाध्य वेग

$$C_{rms} = \sqrt{\frac{3KT}{m}} \quad \text{जहाँ } K = 1.38 \times 10^{-23}\ \text{जूल/केल्विन}$$

तथा संवेग $p = mC_{rms} = \sqrt{3mKT}$

$$\text{अत: तरंगदैर्ध्य } \lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.62\times10^{-34}}{\sqrt{3mKT}}$$

$$= \frac{6.62\times10^{-34}}{\sqrt{3\times4.65\times10^{-26}\times1.38\times10^{-23}\times300}}$$

$$\lambda = \frac{6.62\times10^{-34}}{\sqrt{577.53\times10^{-48}}}$$

$$= \frac{6.62\times10^{-34}}{24.03\times10^{-24}} = 0.275 \times 10^{-10}\ \text{मी.}$$

= 0.275Å