باب 4

جیومیٹری کے بنیادی تصورات

(Basic Geometrical Ideas)

4.1 تعارف (Introduction)

جیومیٹری کی تاریخ بہت قدیم اورگراں قدر ہے۔ انگریزی لفظ جیومیٹری، یونانی لفظ جیومیٹرون سے بنا ہے۔ اس میں جیو (Geo) کا مطلب زمین ہے اور میٹرون (Metron) کا مطلب پیمائش ہے۔ تاریخ دانوں کے مطابق زمانہ قدیم میں غالبًا آرٹ، فنِ تعمیر اور پیمائش کی ضروریات کی وجہ سے ہی جیومیٹری کے تصورات شکل پذیر ہوئے۔ اس میں وہ مواقع بھی شامل ہوسکتے ہیں جن میں کھیتی باڑی کی زمین کی حدود کی نشاندہی کرنی ہوتی تھی تاکہ اس میں کسی طرح کی غلطیاں نہ ہوسکیں۔ عالی شان شاہی محلوں، عبادت گاہوں، جھیلوں، باندھوں اور شہروں وغیرہ کی تعمیر اور آرٹ اور واستو کلا میں ان تصورات کی ضرورت ہوتی تھی۔ یہاں تک کہ آج کے زمانے میں بھی ہر طرح کے فن، فنِ تعمیر، پیمائش، انجینئرنگ اور کپڑوں کے ڈیزائن وغیرہ میں جیومیٹری کے تصورات کی عکاسی ہوتی ہے۔ آپ نے مختلف طرح کی چیزوں کو دیکھا ہوگا اور انھیں استعمال بھی کیا ہوگا جیسے باکس، میز، کتابیں، لنچ باکس، جو آپ اسکول لے کر جاتے ہیں، گیند جس سے آپ کھیلتے ہیں وغیرہ ان تمام چیزوں کی بناوٹیں مختلف ہوتی ہیں۔ اسکیل جو آپ استعمال کرتے ہیں، پنسل جس سے آپ لکھتے ہیں، بالکل سیدھی چیزیں ہیں۔ چوڑی، ایک روپے کا سکہ یا بال وغیرہ گول چیزیں ہوتی ہیں۔

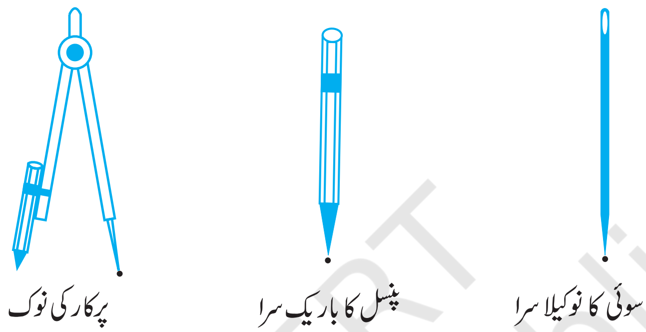
© NCERT not to be republished

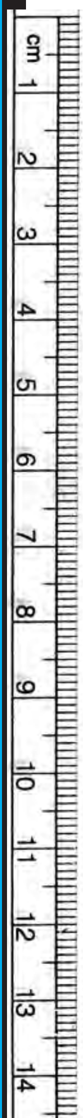
یہاں پر آپ کچھ دلچسپ حقیقتوں کے بارے میں پڑھیں گے جس سے آپ کو اپنے آس پاس کی چیزوں کی بناوٹ کو سمجھنے میں اور زیادہ مدد ملے گی۔

4.2 نقطے (Points)

پنسل کی باریک نوک سے کاغذ پر ایک نشان لگائیں جتنی باریک نوک ہوگی اتنا ہی چھوٹا نشان ہوگا۔ یہ تقریباً نا نظر آنے والا چھوٹا سا نشان ہی آپ کے لیے نقطہ کا تصور پیش کرتا ہے۔

نقطہ مقررہ مقام کا پتہ دیتا ہے۔ درج ذیل میں نقطہ کے کچھ نمونے دیے گئے ہیں۔ اگر آپ کسی کاغذ پر تین نقطے لگاتے ہیں تو آپ کو ان میں فرق واضح کرنا ہوگا۔ اس کے لیے ان کو انگریزی کے بڑے حروف جیسے A، B، Cوغیرہ سے الگ الگ ظاہر کیا جاتا ہے۔





•B   •A   •C

یہ نقطہ A، نقطہ B اور نقطہ C پڑھے جانے چاہئیں۔

یقیناً یہ نقطے دکھائی نہ دینے کی حد تک ہلکے ہونے چاہئیں۔

کوشش کیجیے

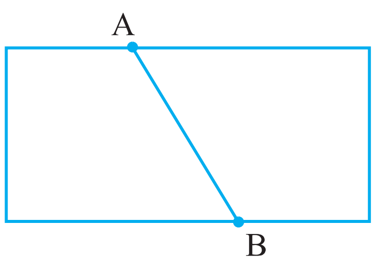
1۔ ایک نوک دار پنسل سے کاغذ پر چار نقطہ بنائیے اور ان کو A، C، P، H سے ظاہر کیجیے۔ان نقطوں کے نام مختلف طریقوں سے رکھنے کی کوشش کیجیے۔ جیسے ایک طریقہ یہ ہوسکتا ہے۔

A•   •C

P•   •H

2۔ آسمان کا ایک تارہ بھی نقطہ کا تصور دیتا ہے۔اپنی روزمرہ کی زندگی سے پانچ ایسی صورت حال کی نشاندہی کیجیے۔

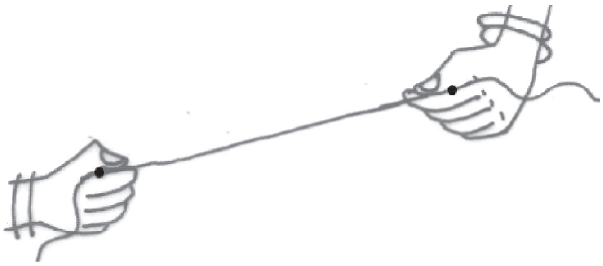
4.3 قطعہ خط (A Line Segment)



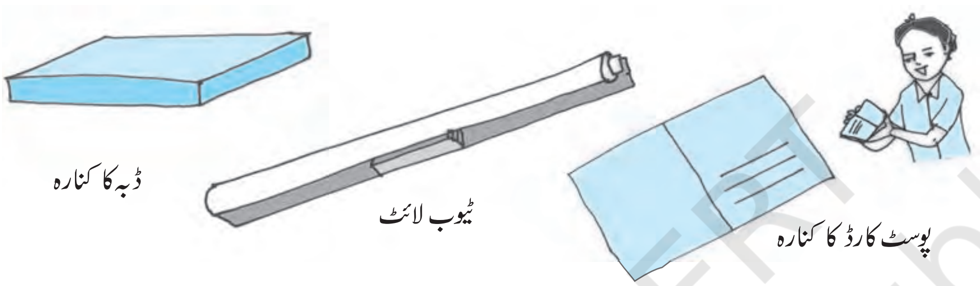
ایک کاغذ کو موڑیے اور پھر اس کو کھولیے۔ کیا آپ کو اس پر شکن نظر آرہی ہے۔ یہ قطعہ خط کا تو تصور پیش کرتی ہے۔ اس کے دوسرے نقطے A اور B ہیں۔

© NCERT not to be republished

ایک باریک تاگا لیجیے،اس کے دونوں سروں کو پکڑیے اور کھینچیے ۔ اس میں کوئی جھول نہ آئے یہ ایک قطعہ خط کو ظاہر کررہا ہے۔ ہاتھوں سے پکڑے جانے والے سرے اس قطعہ خط کے سرے کے نقطے ہیں۔

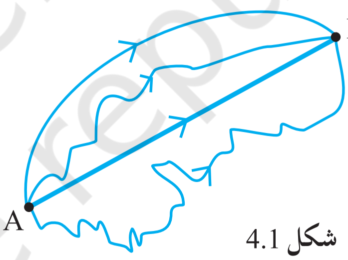


درج ذیل قطعہ خط کے کچھ نمونے دیے گئے ہیں:



اپنے اردگرد کی چیزوں میں سے قطعہ خط کی کچھ اور مثالیں دیجیے۔

کاغذ پر کوئی دو نقطے A اور B لگائیے۔A سے B کو تمام ممکنہ راستوں سے ملانے کی کوشش کیجیے۔



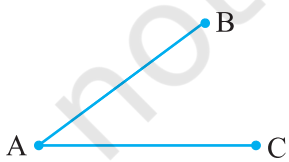
شکل 4.1

A سے B کے درمیان سب سے چھوٹا راستہ کون سا ہے؟

یہاں پر دکھایا گیا ہے کہ A سے B کو ملانے والا سب سے چھوٹا راستہ ہی ایک قطعہ خط ہے۔ اس کو $\overline{AB}$ یا $\overline{BA}$ سے ظاہر کرتے ہیں۔ نقطے A اور B قطعہ خط کے سرے کے نقطے کہلاتے ہیں۔

کوشش کیجیے

1۔ شکل 4.2 میں قطعہ خط کا نام بتایئے۔
کیا نقطہ A ہر قطعہ خط کا سرے کا نقطہ ہے؟



شکل 4.2

© NCERT not to be republished

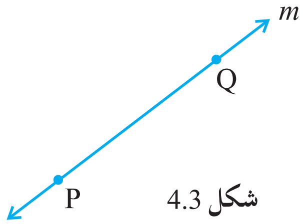
4.4 خط (A Line)

تصور کیجیے کہ A سے B تک کا قطعہ خط (یعنی $\overline{AB}$) کو اگر نقطہ A سے آگے کی سمت اور نقطہ B کو دوسری سمت میں لامحدود حد تک بڑھایا جائے (شکل دیکھیے) اب آپ کو ایک خط کا نمونہ مل گیا ہے۔

کیا آپ سمجھتے ہیں کہ آپ ایک خط کی مکمل تصویر بنا سکتے ہیں؟ نہیں (کیوں؟)

دو نقطوں A اور B سے گزرنے والے خط کو $\overleftrightarrow{AB}$ لکھتے ہیں۔ اس کو دونوں سمتوں میں لا انتہا یا لامحدود حد تک بڑھایا جاسکتا ہے۔ اس لیے اس میں بے شمار نقطے شامل ہوسکتے ہیں۔ (اس کے بارے میں سوچیے۔)

ایک خط کا تعین کرنے کے لیے دو نقطے کافی ہوتے ہیں۔ ہم کہتے ہیں کہ دو نقطے ہی خط کو متعین کرتے ہیں۔

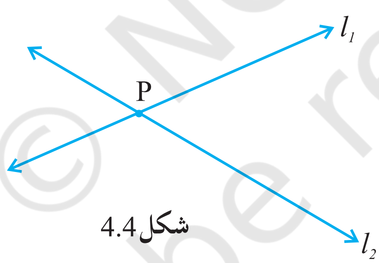


شکل 4.3

متصل شکل 4.3 ایک خط $\overleftrightarrow{PQ}$ کی ہے۔ کبھی کبھی خط کو l, m جیسے انگریزی حرف سے بھی ظاہر کردیتے ہیں۔

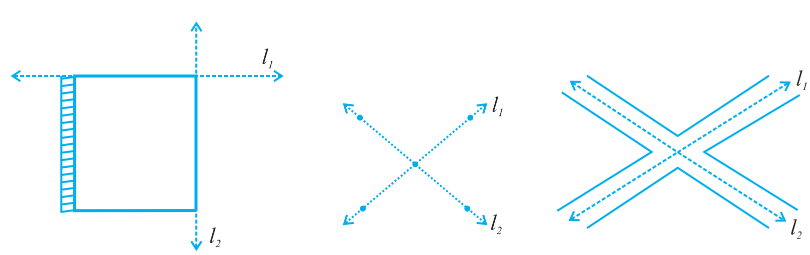
4.5 قاطع خطوط (Intersecting Lines)

شکل 4.4 کو دیکھیے دو خط l_1 اور l_2 دکھائے گئے ہیں۔ دونوں خط نقطہ P سے گزرتے ہیں۔ ہم یہ بھی کہہ سکتے ہیں کہ l_1 اور l_2 نقطہ P پر ایک دوسرے کو کاٹتے ہیں۔ اگر دو خطوط کا ایک مشترک نقطہ ہوتا ہے تو یہ خطوط قاطع کرنے والے خطوط کہلاتے ہیں۔



شکل 4.4

درج ذیل کچھ قاطع خطوط کے نمونے دیے گئے ہیں (شکل 4.5)۔ قاطع خطوط کے کچھ اور نمونے تلاش کرنے کی کوشش کیجیے۔



آپ کی کتاب کے دو متصل ضلع | انگریزی حرف X | ایک دوسرے کو قطع کرتی ہوئی سڑکیں

شکل 4.5

© NCERT not to be republished

اسے کیجیے

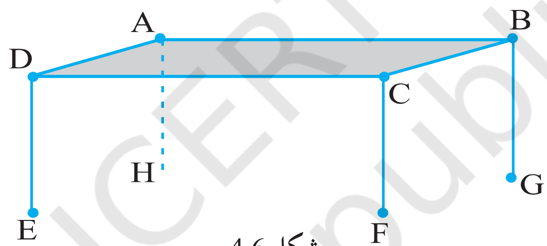
کاغذ کی ایک شیٹ لیجیے قاطع خطوط کو ظاہر کرنے کے لیے اس کو دو بار موڑیے (اور ان کو دبائیے)۔ پھر اس پر بحث کیجیے۔

(a) کیا دو خطوط ایک دوسرے کو ایک سے زیادہ نقطوں پر کاٹ سکتے ہیں؟

(b) کیا دو سے زیادہ خطوط ایک دوسرے کو ایک نقطہ پر کاٹ سکتے ہیں۔

4.6 متوازی خطوط (Parallel Lines)

آیئے اس میز کو دیکھتے ہیں۔ اس کی اوپری سطح ABCD بالکل سپاٹ ہے۔ کیا آپ کو اس پر کچھ نقطے اور قطعہ خط نظر آرہے ہیں؟ کیا اس میں قاطع خطوط بھی ہیں؟



شکل 4.6

جی ہاں خطوط $\overline{AB}$ اور $\overline{BC}$ ایک دوسرے کو نقطہ B پر کاٹتے ہیں۔ کون سی قطعات خط A؟ C؟ اور D پر کاٹتے ہیں؟

کیا خطوط $\overline{AD}$ اور $\overline{CD}$ ایک دوسرے کو کاٹتے ہیں؟

کیا خطوط $\overline{AD}$ اور $\overline{BC}$ ایک دوسرے کو کاٹتے ہیں؟

آپ نے دیکھا کہ میز کی سطح پر کچھ خطوط ایسے بھی ہیں جو ایک دوسرے سے نہیں ملتے ہیں۔ چاہے ان کو جتنا بھی بڑھا یا جائے؟ $\overline{AD}$ اور $\overline{BC}$ ایک ایسا ہی جوڑا ہے۔ کیا آپ میز کی سطح پر ایسا ہی ایک اور جوڑا بتا سکتے ہیں (جو ایک دوسرے کو نہ کاٹے)۔

ایسے خطوط جو کسی نقطہ پر نہیں ملتے متوازی کہے جاتے ہیں اور انھیں متوازی خطوط کہتے ہیں۔

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

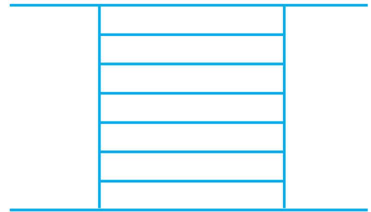
متوازی خطوط آپ اور کہاں دیکھتے ہیں؟ اس کی دس مثالیں تلاش کرنے کی کوشش کیجیے۔

اگر دو خطوط $\overline{AB}$ اور $\overline{CD}$ متوازی ہیں تو اس کو ہم $\overline{AB} \| \overline{CD}$ لکھتے ہیں۔

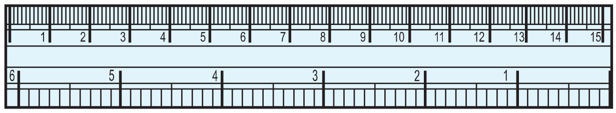
اگر دو خطوط l_1 اور l_2 متوازی ہیں تو اس کو ہم $l_1 \| l_2$ لکھتے ہیں۔

کیا آپ مندرجہ ذیل اشکال میں متوازی خطوط کو پہچان سکتے ہیں؟

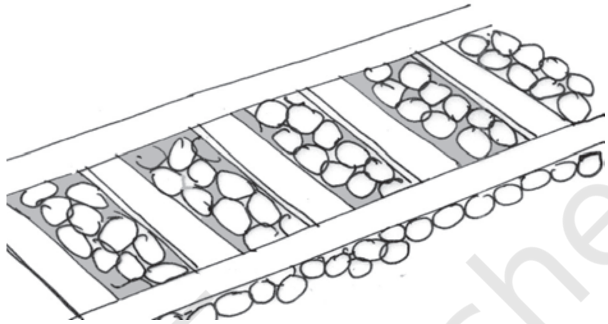
© NCERT not to be republished



کھڑکی کی سلاخیں



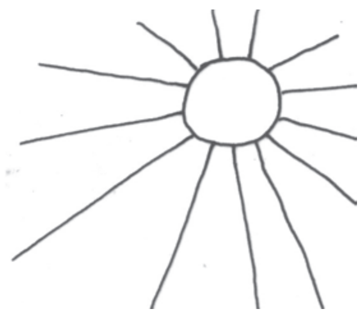
پیمانہ (اسکیل) کے مخالف کنارے



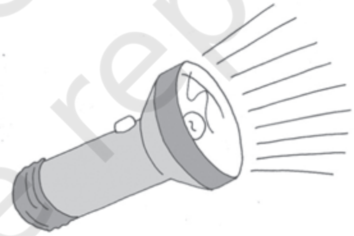
ریل کی پٹری

4.7 شعاع(Ray)

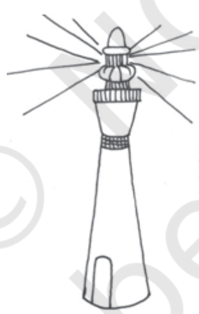
درج ذیل میں شعاع کے کچھ نمونے دکھائے گئے ہیں۔



سورج کی شعاعیں



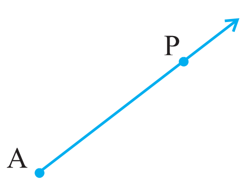
ایک ٹارچ سے نکلنے والی روشنی کی شعاعیں



ایک لائٹ ہاؤس سے نکلنے والی لائٹ کی شعاع

شعاع خط کا حصہ ہوتی ہے۔ یہ ایک نقطہ سے شروع ہوتی ہے۔ (جس کو نقطہ آغاز یا ابتدائی نقطہ کہتے ہیں۔) یہ ایک ہی سمت میں لامحدود حد تک بڑھائی جاسکتی ہے۔

شعاع کی ڈائی گرام (شکل 4.7) کو دیکھیے اس شعاع پر دو نقطے دکھائے گئے ہیں۔ یہ ہیں(a) A، ابتدائی نقطہ (b) P، شعاع پر واقع کوئی دوسرا نقطہ اس کو ہم $\overrightarrow{AP}$ سے ظاہر کرتے ہیں۔



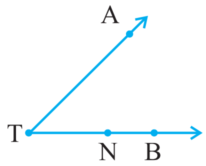
شکل 4.7

© NCERT not to be republished

کوشش کیجیے

1۔ اس تصویر (شکل 4.8) میں دکھائی گئی شعاعوں کے نام بتایئے۔

2۔ کیا ہر شعاع کا ابتدائی نقطہ T ہے؟



شکل 4.8

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے

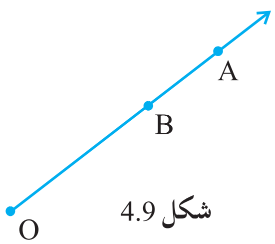
اگر $\overrightarrow{PQ}$ ایک شعاع ہے۔

(a) اس کا ابتدائی نقطہ کون سا ہے؟

(b) نقطہ Q شعاع پر کہاں واقع ہے؟

(c) کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ اس شعاع کا ابتدائی نقطہ Q ہے؟

یہاں ایک شعاع $\overrightarrow{OA}$ دی گئی ہے (شکل 4.9)۔ اس کی ابتدا O سے ہوئی ہے اور یہ نقطہ A سے گزرتی ہے۔ یہ نقطہ B سے بھی گزرتی ہے۔



شکل 4.9

کیا آپ اس کا نام $\overrightarrow{OB}$ بھی دے سکتے ہیں؟ کیوں؟

یہاں $\overrightarrow{OA}$ اور $\overrightarrow{OB}$ ایک ہی ہے۔

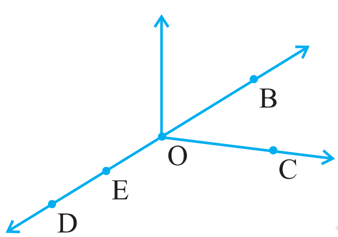
کیا ہم $\overrightarrow{OA}$ کو $\overrightarrow{AO}$ لکھ سکتے ہیں؟ اگر ہاں تو کیوں اور نہیں تو کیوں نہیں؟

پانچ شعاعیں بنایئے اور ان کو مناسب نام دیجیے۔

کیا آپ سمجھتے ہیں کہ ہر شعاع پر لگا تیر کا نشان کیا ظاہر کر رہا ہے؟

مشق 4.1

1۔ دی گئی شکل کا استعمال کرتے ہوئے نام بتایئے:



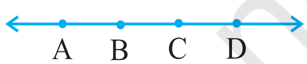
(a) پانچ نقطے

(b) ایک لائن

(c) چار شعاعیں

(d) پانچ قطعات خط

2۔ دیے گئے چار حروف میں سے ایک وقت میں کوئی دو حروف کو استعمال کرتے ہوئے دیے گئے ہیں خط کا نام تمام ممکنہ (12) طریقوں سے لکھیے۔

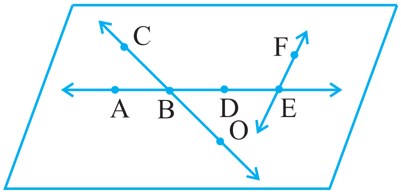


3۔ نام بتایئے۔

(a) وہ خط جس میں نقطہ E شامل ہو۔

(b) وہ خط جس میں نقطہ A شامل ہو۔

© NCERT not to be republished



(c) وہ خط جس میں نقطہ O شامل ہو۔

(d) قاطع خطوط کے دو جوڑے۔

4۔ کتنے خطوط گزر سکتے ہیں؟

(a) ایک دیے گئے نقطہ سے

(b) دو دیے گئے نقطوں سے

5۔ درج ذیل ہر حالت کے لیے ایک رف شکل بنائیے۔ اور اس کو مناسب نام دیجیے۔

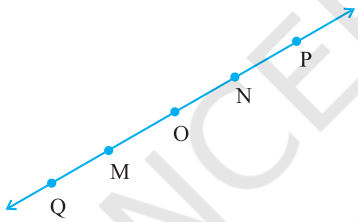
(a) $\overline{AB}$ پر واقع نقطہ P

(b) $\overleftrightarrow{XY}$ اور $\overleftrightarrow{PQ}$ ایک دوسرے کو نقطہ M پر کاٹیں۔

(c) خط L جس پر نقطے E اور F تو ہوں مگر D نہ ہو۔

(d) $\overrightarrow{OP}$ اور $\overrightarrow{OQ}$ جو نقطے O پر ملیں۔

6۔ خط $\overleftrightarrow{MN}$ کی دی گئی شکل کا مشاہدہ کیجیے اور بتایئے کہ درج ذیل بیانات اس شکل کے لیے درست ہیں یا نہیں؟



(a) خط $\overleftrightarrow{MN}$ پر نقطے P،N،O،M،Q واقع ہیں۔

(b) قطع خط $\overline{MN}$ پر نقطے O،N،M واقع ہیں۔

(c) M اور N قطع خط $\overline{MN}$ کے دوسرے کے نقطے ہیں۔

(d) O اور N قطع خط $\overline{OP}$ کے دوسرے کے نقطے ہیں۔

(e) قطعہ خط $\overline{QO}$ کے دوسرے کے نقطوں میں سے ایک نقطہ M ہے۔

(f) شعاع $\overrightarrow{OP}$ پر نقطہ M ہے۔

(g) شعاع $\overrightarrow{OP}$ اور شعاع $\overrightarrow{QP}$ دو مختلف شعاعیں ہیں۔

(h) شعاع $\overrightarrow{OP}$ اور $\overrightarrow{OM}$ ایک ہی شعاع ہیں۔

(i) شعاع $\overrightarrow{OM}$ شعاع $\overrightarrow{OP}$ کی مخالف شعاع نہیں ہے۔

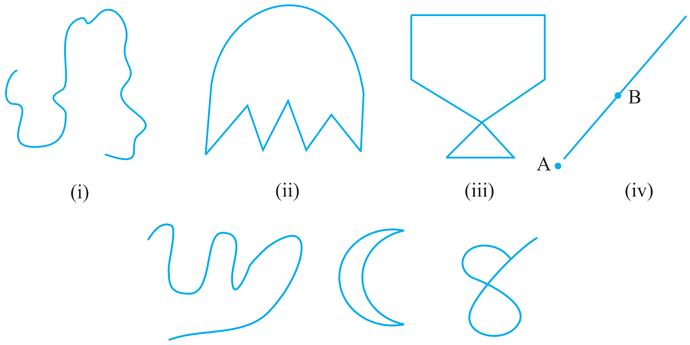
(j) O، $\overrightarrow{OP}$ کا ابتدائی نقطہ نہیں ہے۔

(k) N، $\overrightarrow{NP}$ اور $\overrightarrow{NM}$ کے ابتدائی نقطہ ہے۔

4.8 منحنیاں (Curves)

کیا آپ نے کبھی ایک کاغذ کو لے کر اس کو توڑا مروڑا ہے؟ اس کاغذ کو مروڑنے کے نتیجہ میں جو اشکال بنتی ہیں ان کو منحنی کہتے ہیں۔

© NCERT not to be republished



شکل 4.10

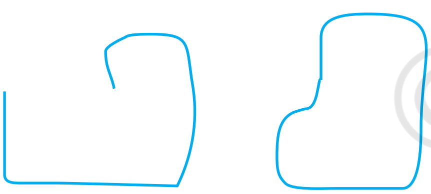
ان اشکال میں سے کچھ کو آپ کاغذ پر بغیر پنسل اٹھائے اور بغیر اسکیل کا استعمال کیے بنا سکتے ہیں۔ یہ تمام منحنی ہیں۔ (شکل 4.10)

روزمرّہ کی زبان میں منحنی کا مطلب سیدھا نہ ہونا ہوتا ہے۔مگر ریاضی کی زبان میں منحنی کا مطلب سیدھا بھی ہوسکتا ہے۔جیسا کہ اوپر شکل (iv)4.10 میں دکھایا گیا ہے۔

شکل 4.10 میں (iii) اور (vii) میں دی گئی منحنیوں کا مشاہدہ کیجیے۔ یہ اپنے آپ کو کاٹ رہے ہیں۔
جب کہ شکل 4.10 میں (i)، (ii)، (v) اور (vi) کے منحنی اپنے آپ کو نہیں کاٹ رہے ہیں۔

اگر ایک منحنی اپنے آپ کو نہیں کاٹتا ہے تو اس کو سادہ منحنی (Simple Curve) کہتے ہیں۔

پانچ سادہ منحنی اور بنائیے اور پانچ ایسے منحنی بنائیے جو سادہ نہ ہوں۔



شکل 4.11

اب ان پر دھیان دیجیے (شکل 4.11)۔

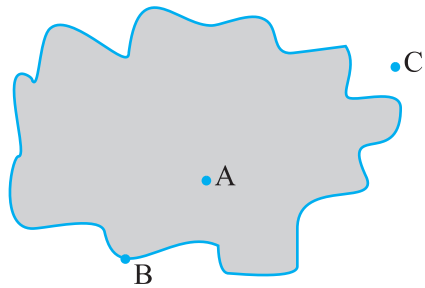
ان دونوں میں کیا فرق ہے ؟ پہلی یعنی (شکل (i)4.11) ایک کھلی منحنی ہے اور دوسری یعنی (شکل (ii)4.11) ایک بند منحنی ہے۔

کیا آپ اوپر دی گئی شکل 4.10 (i)، (ii)، (v)، (vi) میں سے بند اور کھلی منحنیوں کو پہچان سکتے ہیں؟ پانچ کھلے اور پانچ بند منحنی بنائیے۔

شکل کے حصّے (Position in a figure)

ٹینس کورٹ میں کورٹ کا خط اس کو تین حصوں میں بانٹتا ہے : خط کے اندر والا حصّہ، خط کے اوپر اور خط کے باہر والا حصّہ آپ خط کو پار کیے بغیر اندورن میں نہیں جاسکتے ہیں۔

ایک چہار دیواری (احاطہ) آپ کے گھر کو سڑک سے الگ کرتی ہے۔ احاطہ کا اندر، احاطہ پر اور احاطہ کے باہر کی بات آپ کر سکتے ہیں۔



شکل 4.12

اسی طرح ایک بند منحنی میں بھی تین الگ الگ حصہ ہوتے ہیں۔

(i) منحنی کا 'اندرون' (اندر)

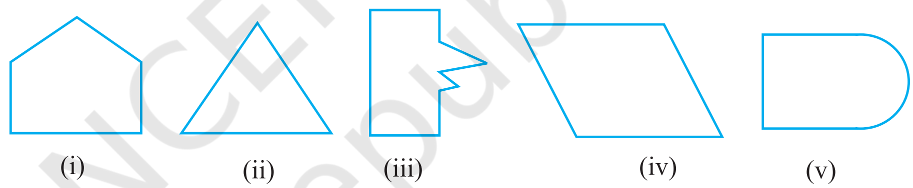
(ii) منحنی کی باؤنڈری (پر)

(iii) منحنی کا بیرون ('باہر')

شکل 4.12 میں نقطہ A منحنی کے اندرون میں ہے اور نقطہ C بیرون میں جب کہ نقطہ B منحنی پر ہی واقع ہے۔ منحنی کے اندرون اور باؤنڈری ملا کر منحنی کا خطّہ کہتے ہیں۔

4.9 کثیر ضلع (Polygons)

درج ذیل اشکال 4.13 (i)، (ii)، (iii)، (iv) اور (v) کو دیکھیے۔



شکل 4.13

آپ کیا کہہ سکتے ہیں؟ کیا یہ بند ہیں؟ یہ ایک دوسرے سے کیسے الگ ہیں؟ اشکال (i)، (ii)، (iii) اور (iv) خاص قسم کی ہیں۔ کیونکہ یہ پوری طرح سے قطعہ خط سے بنی ہیں۔ ان میں سے (i)، (ii)، (iii) اور (iv) بھی سادہ بند منحنی ہیں۔ ان کو کثیر ضلعی کہتے ہیں۔

اس طرح ایک ایسی بند شکل جو پوری طرح سے قطعہ خط سے بنی ہو کثیر ضلعی کہلاتی ہے۔ دس مختلف بناوٹوں کے کثیر ضلعی بنائیے۔

اسے کیجیے

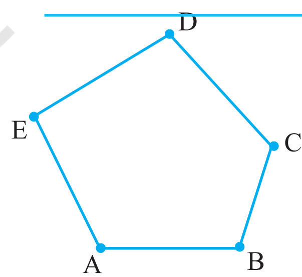
ایک کثیر ضلعی بنانے کی کوشش کیجیے۔

1۔ 5 ماچس کی تیلیوں سے۔

2۔ 4 ماچس کی تیلیوں سے۔

3۔ 3 ماچس کی تیلیوں سے۔

4۔ 2 ماچس کی تیلیوں سے۔



شکل 4.14

© NCERT not to be republished

کون سی صورت میں یہ بنانا ممکن نہیں ہے؟ کیوں؟

ضلع، راس اور وتر (Side,Vertices and Diagonals)

دی گئی شکل 4.14 کا معائنہ کیجیے۔

اس کو کثیر ضلعی کہنے کی وجہ بتائیے۔

ایک کثیر ضلعی کو بنانے والے قطعات خط اس کے اضلاع یا ضلع (Sides) کہلاتے ہیں۔

کثیر ضلعی ABCDE کے اضلاع کے نام بتائیے؟ (اس بات پر دھیان دیجیے کہ اس کے کونوں کے نام کس ترتیب میں دیے گئے ہیں۔)

اس کے اضلاع ہیں۔ $\overline{AB}$، $\overline{BC}$، $\overline{CD}$، $\overline{DE}$ اور $\overline{EA}$ جس نقطہ پر دو اضلاع ملتے ہیں وہ اس کا راس (Vertex) کہلاتا ہے۔

اضلاع $\overline{AE}$ اور $\overline{ED}$ نقطہ E پر مل رہے ہیں۔ اس لیے کثیر ضلعی ABCDE کا ایک راس E ہے۔

B اور C اس کے دوسرے راس ہیں۔ کیا آپ ان نقطوں پر ملنے والے اضلاع کے نام بتا سکتے ہیں؟

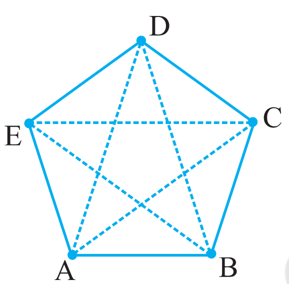
کیا آپ اوپر دیے گئے کثیر ضلعی ABCDE کے اور دوسرے راسوں کے نام بتا سکتے ہیں؟

کثیر ضلعی کے کوئی بھی دو اضلاع جن میں ایک مشترک ابتدائی نقطہ ہو متصل اضلاع کہلاتے ہیں۔

کیا $\overline{AB}$ اور $\overline{BC}$ متصل اضلاع ہیں؟ $\overline{AE}$ اور $\overline{DC}$ کے بارے میں کیا خیال ہے؟

کثیر ضلعی کے ایک ضلع کے دونوں سرے کے نقطوں (End Points) کو اس کے متصل راس کہتے ہیں۔ E اور D متصل راس ہیں۔ جب کہ A اور D متصل راس نہیں ہیں۔ کیا آپ جانتے ہیں ایسا کیوں ہے؟

راس کے ایسے جوڑوں پر دھیان دیجیے جو متصل نہ ہوں۔ ایسے راسوں کو ملانے والے خط کو کثیر ضلعی کا وتر (Diagonal) کہتے ہیں۔



شکل 4.15

شکل 4.15 میں $\overline{AC}$، $\overline{AD}$، $\overline{BD}$، $\overline{BE}$ اور $\overline{CE}$ وتر ہیں۔

کیا $\overline{BC}$ ایک وتر ہے۔ اگر ہے تو کیوں ہے اور نہیں تو کیوں نہیں؟

اگر آپ دو متصل راسوں کو ملاکر وتر بنانے کی کوشش کریں تو کیا آپ کو ایک وتر حاصل ہوگا؟

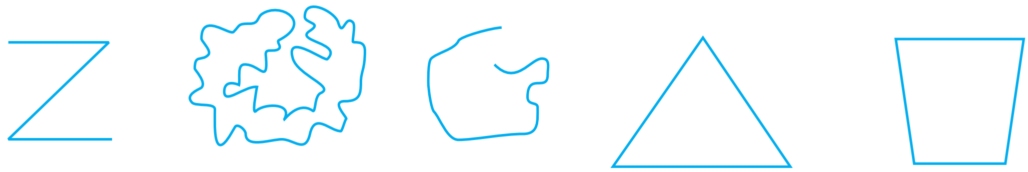
شکل 4.15 میں بنی شکل ABCDE کے تمام اضلاع متصل اضلاع، متصل راس کے نام بتائیے۔

ایک کثیر ضلعی ABCDEFGH بنائیے اور اس کے تمام اضلاع متصل اضلاع، راس اور وتروں کے نام لکھیے۔

© NCERT not to be republished

مشق 4.2

1۔ مندرجہ ذیل کی درجہ بندی کھلی یا بند منحنیوں کے طور پر کیجیے :



(a) (b) (c) (d) (e)

2۔ درج ذیل کو واضح کرنے کے لیے رف ڈائیگرام بنائیے :

(a) کھلی منحنی (Open Curve) (b) بند منحنی (Close Curve)

3۔ ایک کثیر ضلعی بنائیے اور اس کے اندرون میں شیڈ کیجیے۔

4۔ دی گئی شکل پر غور کیجیے اور درج ذیل سوالات کے جواب دیجیے :

(a) کیا یہ ایک منحنی ہے؟

(b) کیا یہ بند ہے؟

5۔ اگر ممکن ہو تو مندرجہ ذیل میں سے ہر ایک کو ایک رف ڈائیگرام کے ذریعے واضح کیجیے :

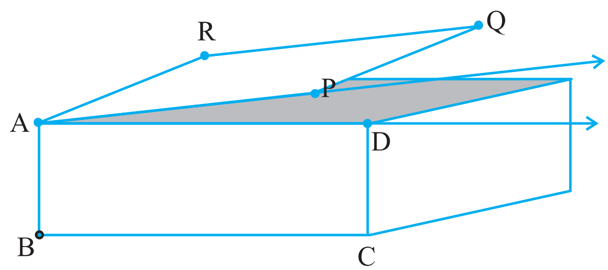
(a) ایک بند منحنی جو کہ کثیر ضلعی ہو۔

(b) ایک کھلا منحنی جو کہ کثیر ضلعی نہ ہو۔

(c) ایک ایسا کثیر ضلعی جس کے صرف دو اضلاع ہوں۔

4.10 زاویے (Angles)

زاویے تب ہی بنتے ہیں جب کونے بنتے ہیں۔



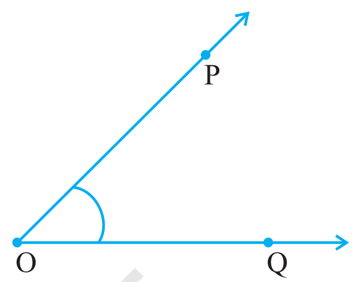
شکل 4.16

یہاں پر ایک تصویر دی گئی ہے (شکل 4.16)۔ جہاں ایک ڈبہ کی اوپری سطح ایک کھلے دروازے کی طرح ہیں۔ ڈبہ کے کنارے AD اور دروازے کے کنارے AP کو دو شعاعوں $\overrightarrow{AD}$ اور $\overrightarrow{AP}$ کی طرح تصور کیجیے۔ ان دونوں شعاعوں کا ایک مشترک ابتدائی نقطہ A ہے۔ یہ دونوں شعاعیں ایک ساتھ مل کر ایک زاویہ بناتی ہیں۔

دو شعاعوں جن کا ابتدائی نقطہ ایک ہی ہو ایک زاویہ بناتی ہو۔

ابتدائی نقطہ زاویہ کا راس(Vertex) کہلاتا ہے۔ اور دو شعاعیں زاویہ کے بازو (Arms) یا اضلاع (Sides) کہلاتے ہیں۔

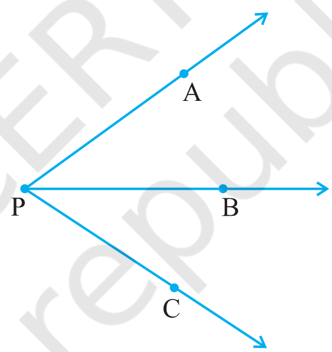
یہ ایک زاویہ ہے جو شعاع $\overleftrightarrow{OP}$ اور $\overleftrightarrow{OQ}$ سے بنا ہے (شکل 4.17)۔ اس کو ہم راس کے نزدیک ایک چھوٹے دائرۂ قوس کے ذریعے دکھاتے ہیں۔شکل دیکھیے O راس ہے۔ اس کے اضلاع کیا ہیں؟ کیا یہ $\overleftrightarrow{OP}$ اور $\overleftrightarrow{OQ}$ نہیں ہے؟



شکل 4.17

اس زاویہ کو ہم کیا نام دیں گے؟ آسان الفاظ میں ہم کہہ سکتے ہیں کہ یہ O پر بنا ایک زاویہ ہے زیادہ بہتر اور مخصوص طریقہ سے لکھنے کے لیے ہم راس کے ساتھ ساتھ دو نقطوں کا بھی استعمال کرتے ہیں جن میں سے ہر ایک، ایک زاویہ کے دونوں بازوؤں پر اس طرح سے زاویہ POQ ایک زیادہ بہتر طریقہ ہے۔ اس کو ہم ∠POQ سے ظاہر کریں گے۔

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے



شکل 4.18

ڈائیگرام کو دیکھیے (شکل 4.18)۔ اس زاویہ کا کیا نام ہے؟ کیا ہم اس کو ∠P کہیں گے؟ لیکن اس سے ہماری مراد کون سا زاویہ ہے؟

∠P سے ہماری مراد کیا ہے؟

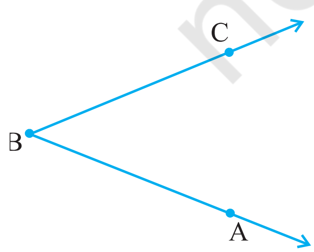
کیا یہاں پر راس کی مدد سے زاویہ کا نام بتانا ہمارے لیے مددگار ثابت ہوگا؟ کیوں نہیں؟

یہاں پر ∠P سے ہماری مراد ∠APB یا ∠CPB یا ∠ABC ہوسکتی ہے۔ اس لیے ہم کو اور مزید معلومات کی ضرورت ہوتی ہے۔

غور کیجیے کہ کسی زاویہ مخصوص طور سے بتانے کے لیے راس کو ہمیشہ درمیانی حرف کے طور پر لکھا جاتا ہے۔

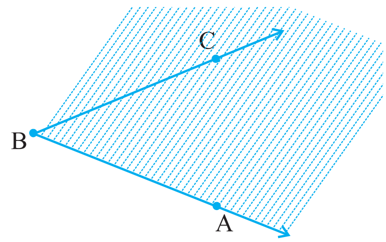
اسے کیجیے

کوئی زاویہ لیجیے مان لیا ∠ABC

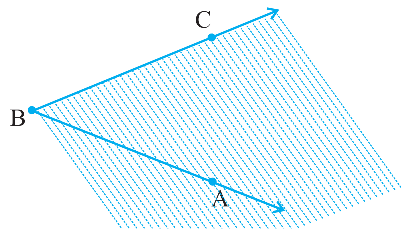


© NCERT not to be republished

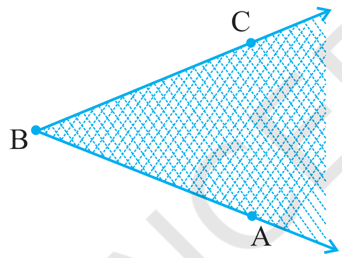
اب زاویہ کے اس حصہ کو شیڈ کیجیے جس میں $\overline{BC}$ ہو اور اس کا بارڈر $\overline{BA}$ ہو۔



اب زاویہ کے اس حصہ کو دوسرے رنگ سے شیڈ کیجیے جس میں ہو $\overline{BA}$ اور اس کا بارڈر $\overline{BC}$ ہو۔

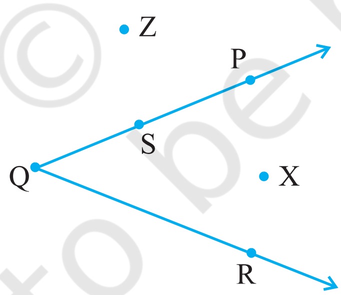


زاویہ کا وہ حصہ جو دونوں رنگوں میں مشترک ہو $\angle ABC$ (شکل 4.19) کا اندرون کہلاتا ہے (نوٹ کیجیے کہ زاویہ کا اندرون کوئی محدود حصہ نہیں ہے بلکہ یہ لامحدود حد تک بڑھایا جاسکتا ہے۔ کیونکہ اسی کے دونوں بازو یا اضلاع کو لا محدود حد تک بڑھایا جاسکتا ہے؟



شکل 4.19

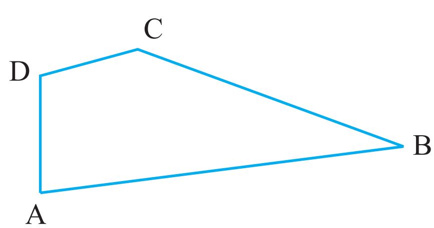
اس ڈائیگرام (شکل 4.20) میں نقطہ x زاویہ کے اندرون میں ہے اور نقطہ Z زاویہ کے اندرون میں نہ ہو کر بیرون میں ہے۔ اور نقطہ S، $\angle PQR$ پر ہے۔ اس طرح ایک زاویہ کے بھی تین حصے ہوتے ہیں۔



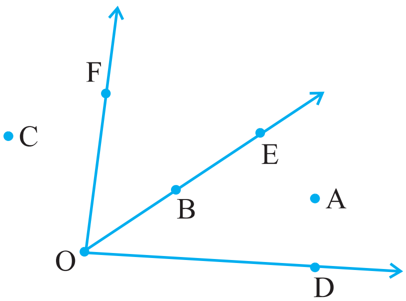
شکل 4.20

مشق 4.3

1۔ دی گئی شکل کے زاویوں کا نام بتائیے۔



© NCERT not to be republished



2۔ دیے گئے ڈائیگرام میں ان نقطوں کے نام بتائیے جو

(a) $\angle DOE$ کے اندرون میں ہوں۔

(b) $\angle EOF$ کے بیرون میں ہوں۔

(c) $\angle EOF$ پر ہوں۔

3۔ دو زاویوں کے رف ڈائیگرام کچھ اس طرح بنائیے کہ ان کا

(a) ایک نقطہ مشترک ہو۔

(b) دو نقطے مشترک ہوں۔

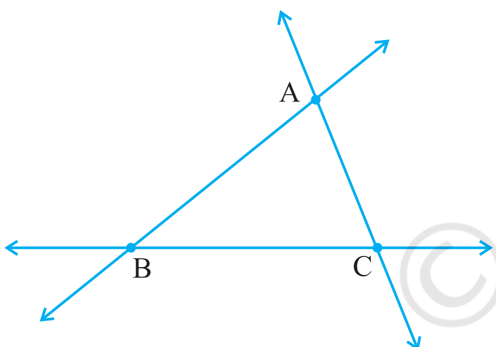
(c) تین نقطے مشترک ہوں۔

(d) چار نقطے مشترک ہوں۔

(e) ایک شعاع مشترک ہو۔

4.11 مثلثیں (Triangles)

مثلث ایک تین اضلاع والا کثیر ضلعی ہے۔ دراصل یہ وہ کثیر ضلعی ہے جو اضلاع کی کم ترین تعداد سے مل کر بنتا ہے۔



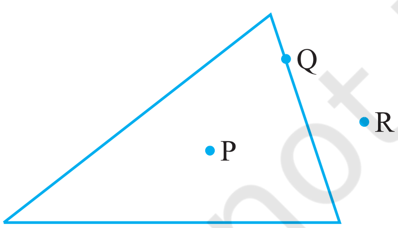
شکل 4.21

ڈائیگرام میں بنے مثلث کو دیکھیے (شکل 4.21)۔

ہم مثلث ABC کو ΔABC لکھتے ہیں ΔABC کے کتنے اضلاع ہیں؟ اور اس میں کتنے زاویے ہیں؟

مثلث کے تین اضلاع $\overline{AB}$، $\overline{BC}$، $\overline{CA}$ ہیں۔

اور تین زاویے $\angle BCA$، $\angle BAC$ اور $\angle ABC$ ہیں نقطے A، B اور C مثلث کے راس کہلاتے ہیں۔



شکل 4.22

ایک کثیر ضلعی ہونے کے ناطے ہر مثلث کا اندرون اور بیرون ہوتا ہے۔ شکل 4.22 میں نقطہ P مثلث کے اندرون میں ہے اور R بیرون میں جب کہ Q مثلث پر ہے۔

© NCERT not to be republished

مشق 4.4

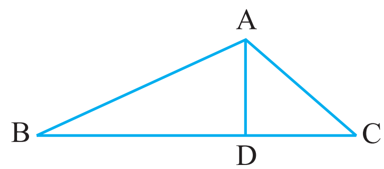
1۔ مثلث ABC کا ایک رف خاکہ بنائیے۔ اس کے اندرون میں ایک نقطہ P لگایئے اور بیرون میں Q لگایئے۔ کیا نقطہ اس کے اندرون میں ہے یا بیرون میں۔

2۔ (a) تصویروں میں بنے تین مثلثوں کی شناخت کیجیے۔

(b) سات زاویوں کے نام لکھیے۔

(c) چھ قطعات خط کے نام لکھیے۔

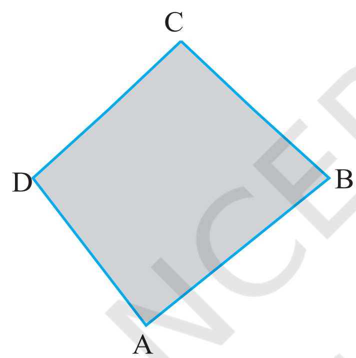
(d) کون سے دو مثلثوں میں $\angle B$ مشترک ہے؟



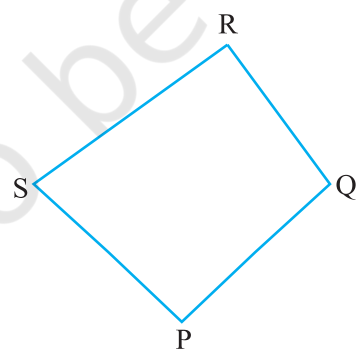
4.12 چار ضلعی (Quadrilaterals)

ایک چار اضلاع والے کثیر ضلعی کو چار ضلعی کہتے ہیں۔ اس میں چار ضلع اور چار زاویے ہوتے ہیں۔ مثلث کی طرح ہی آپ اس کا اندرون بھی دکھا سکتے ہیں اس کے راسوں کی ترتیب پر غور کیجیے۔

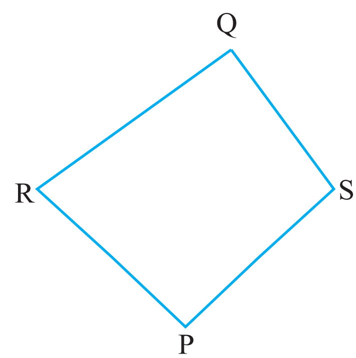
اس چار ضلعی ABCD (شکل 4.23) کے چار بازو یا اضلاع $\overline{AB}$ ، $\overline{BC}$ ، $\overline{CA}$ اور $\overline{DA}$ ہیں اور اس کے چار زاویے $\angle A$ ، $\angle B$ ، $\angle C$ اور $\angle D$ ہیں۔



شکل 4.23



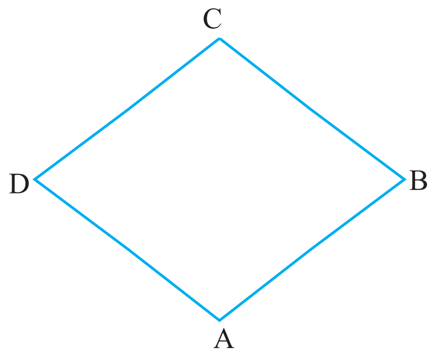
کیا یہ چار ضلعی PQRS ہے؟



یہ چار ضلعی PQRS ہے۔

چار ضلعی ABCD میں $\overline{AB}$ اور $\overline{BC}$ اس کے متصل ضلع ہیں کیا آپ اس کے اور دوسرے متصل ضلعوں کے نام بتا سکتے ہیں؟

© NCERT not to be republished

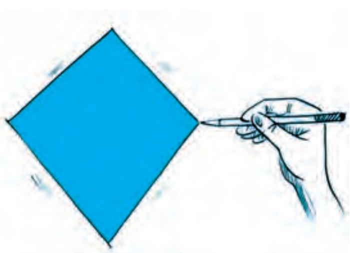


$\overline{AB}$ اور $\overline{DC}$ مقابل ضلع (Opposite Sides) ہیں۔اس کے اور دوسرے مقابل ضلعوں کے جوڑوں کے نام بتائیے۔

∠A اور ∠C مقابل زاویے(Opposite Angles) ہیں اسی طرح ∠D، ∠B بھی مقابل زاویے ہیں۔ صاف ظاہر ہے کہ ∠A اور∠B متصل زاویے ہیں۔ اب آپ دوسرے متصل زاویوں کے جوڑوں کی فہرست بنائیے۔

مشق 4.5

1۔ چارضلعی PQRS کا ایک رف خاکہ بنائیے۔ اس کے وتر بنائیے۔ ان کے کچھ نام رکھیے۔ ان وتروں کا مشترک نقطہ چارضلعی کے اندرون میں ہے یا بیرون میں۔



2۔ ایک چارضلعی KLMN کا ایک رف خاکہ بنائیے اور بتائیے:

(a) مقابل ضلعوں کے دو جوڑے

(b) مقابل زاویوں کے دو جوڑے

(c) متصل ضلعوں کے دو جوڑے

(d) متصل زاویوں کے دو جوڑے

3۔ تحقیق کیجیے:

پٹیوں کو میں باندھ کر ایک مثلث اور چارضلعی بنائیے۔

مثلث کے ایک راس کو اندر کی طرف ڈھکیلیے۔چارضلعی کے ساتھ بھی ایسا ہی کیجیے۔

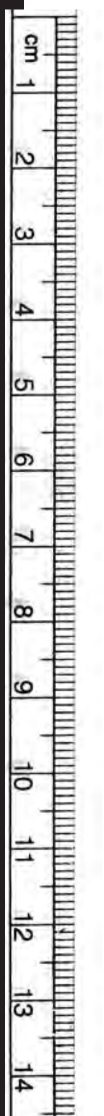
کیا مثلث ٹوٹ گیا ؟ کیا چارضلعی ٹوٹ گیا؟ کیا مثلث بے لوچ یا سخت ہے؟

اس لیے بڑے بڑے بجلی کے کھمبوں کا ڈھانچہ مثلث نما ہوتا ہے، چوکور نہیں ہوتا۔

4.13 دائرے(Circles)

آپ کو اپنے آس پاس ایسی بہت سی چیزیں مل جائیں گی جو کہ گول ہوں جیسے پہیہ، چوڑی، سکہ، وغیرہ ہم گول چیزوں کا استعمال کئی طرح سے کرتے ہیں۔اسٹیل کے ایک بھاری پائپ کولڑھکانا اس کو اٹھانے کے بہ نسبت آسان ہے۔

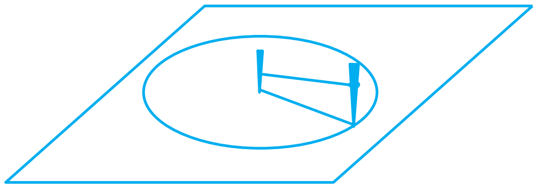
دائرہ ایک سادہ بند منحنی ہے۔ یہ ایک کثیرضلعی نہیں ہے۔ اور اس کی کچھ نمایاں خصوصیات ہیں۔



اسے کیجیے

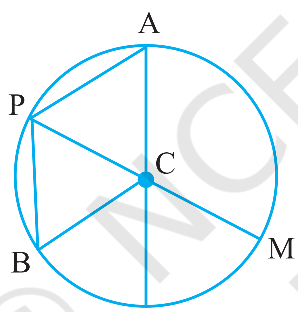
- ایک چوڑی یا کسی بھی گول چیز کو رکھیے اور اس کو ٹریس کیجیے (چھاپیے)۔ آپ کو ایک گول شکل ملے گی۔
- اگر آپ کو ایک گول باغیچہ بنانا ہے تو آپ کیسے بنائیں گے؟

دو ڈنڈیاں لیجیے اور ایک دھاگہ لیجیے۔ دھاگہ کے دونوں کناروں پر پھندہ بنا کر ایک ایک ڈنڈی سے باندھ دیجیے۔ ایک ڈنڈی کو زمین میں گاڑ دیجیے۔ یہ بنائے جانے والے دائرہ کا مرکز ہوگا۔ دونوں ڈنڈیوں کو زمین پر سیدھا رکھیے اور دھاگے کو مستقل کھینچ کر رکھتے ہوئے راستہ کا احاطہ بنائیے۔ آپ کو ایک دائرہ ملے گا۔ یہ صاف ظاہر ہے کہ دائرہ کا ہر نقطہ مرکز سے برابر دوری پر ہوگا۔



دائرے کے حصے (Parts of a Circle)

یہاں پر ایک دائرہ ہے جس کا مرکز C ہے (شکل 4.24)۔

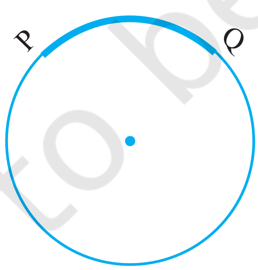


شکل 4.24

دائرے پر نقطے A،P،B،M دیے گئے ہیں آپ دیکھیں گے کہ CA = CP = CB = CM میں سے ہر قطعہ دائرہ کا نصف قطر ہے۔ مرکز کو دائرے کے کسی بھی نقطہ سے ملانے والے قطعہ خط کو نصف قطر کہتے ہیں۔ $\overline{CP}$ اور $\overline{CM}$ ایسے دو نصف قطر ہیں جن کے نقطے M،P اور C ایک ہی خط پر ہیں۔ $\overline{PM}$ دائرہ کا قطر کہلاتا ہے۔

کیا قطر کی لمبائی نصف قطر کی دوگنی ہے؟ جی ہاں۔

دائرہ پر واقع دو نقطوں کو ملانے والا ایک قطعہ خط $\overline{PB}$ دائرہ کا وتر (Chord) ہے۔ کیا $\overline{PM}$ بھی ایک وتر ہے؟

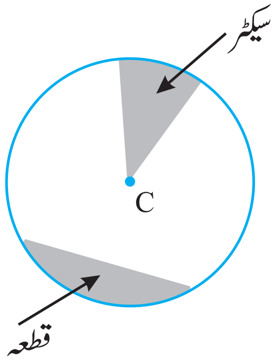


شکل 4.25

قوس دائرہ کا ہی ایک حصہ ہے۔ اگر آپ دائرہ پر دو نقطے P اور Q لیں تو آپ کو قوس PQ ملے گا۔ اس کو ہم PQ لکھتے ہیں (شکل 4.25)۔

کسی بھی سادہ بند منحنی کی طرح آپ دائرے کے اندرون اور بیرون کے بارے میں سوچ سکتے ہیں۔ دائرے کے اندرون کا ایک حصہ جو کہ ایک طرف سے تو قوس سے گھرا ہے اور دوسری طرف سے نصف قطر کے ایک جوڑے سے گھرا دائرے کا سیکٹر کہلاتا ہے۔

© NCERT not to be republished



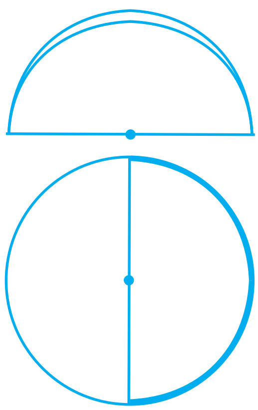
شکل 4.26

دائرے کے اندر کا وہ حصہ جو ایک طرف سے وتر اور دوسری طرف سے قوس سے گھرا ہو قطعہ (Segment) کہلاتا ہے۔

کوئی ایک گول چیز لیجیے اور ایک دھاگا لیجیے اور اس گول چیز کے چاروں طرف گھمائیے۔ دھاگہ کی لمبائی، اس گول چیز کے چاروں طرف ایک بار طے کیے گئے فاصلہ کے برابر ہے۔ یہ لمبائی کیا ظاہر کرتی ہے؟

ایک دائرہ کی لمبائی یا اس کے چاروں طرف کا فاصلہ دائرہ کا محیط کہلاتا ہے۔

اسے کیجیے

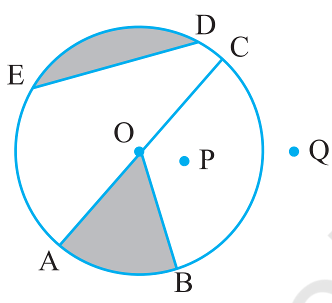


ایک دائرہ نما کاغذ لیجیے۔ اس کے دو آدھے حصے کرتے ہوئے موڑیے۔ اس کو دبائیے اور پھر کھول دیجیے۔

کیا آپ کو یہ پتہ چلا کہ اس دائرہ نما خط کو قطر نے دو آدھے حصوں میں بانٹا؟

ایک دائرے کا قطر اس کو دو برابر کے حصوں میں بانٹا ہے۔ اس میں سے ہر حصہ کو نصف دائرہ (Semi-Circle) کہتے ہیں۔ ایک نصف دا ئرہ، آدھا دائرہ ہوتا ہے جس میں اس کا قطر اس کی باؤنڈری کا ہی ایک حصہ ہوتا ہے۔

مشق 4.6



1۔ شکل کی مدد سے بتائیے

(a) دائرہ کا مرکز
(b) تین نصف قطر
(c) ایک قطر
(d) ایک وتر
(e) اندرون میں دو نقطے
(f) بیرون میں ایک نقطہ
(g) ایک سیکٹر
(h) ایک قطعہ

2۔ (a) کیا دائرہ کا ہر قطر ایک وتر ہے؟
(b) کیا دائرہ کا ہر وتر ایک قطر ہے؟

© NCERT not to be republished

3۔ ایک دائرہ بنایئے اور اس میں نشان لگایئے ۔

(a) اس کا مرکز
(b) ایک نصف قطر
(c) ایک قطر
(d) ایک سیکٹر
(e) ایک قطعہ
(f) اندرون میں ایک قطعہ
(g) بیرون میں ایک قطعہ
(h) ایک قوس

4۔ صحیح یا غلط بتایئے۔

(a) ایک دائرہ کے دو قطر ایک دوسرے کو ضرور کاٹتے ہیں۔
(b) دائرہ کا مرکز ہمیشہ اس کے اندرون میں واقع ہوتا ہے۔

ہم نے کیا سیکھا؟

1۔ نقطہ ایک مقام کا پتہ دیتا ہے اس کو عام طور پر انگریزی کے بڑے حرف سے ظاہر کرتے ہیں۔

2۔ دو نقطوں کے درمیان کا کم ترین فاصلہ ایک قطعہ خط کہلاتا ہے۔ نقطہ A اور B ملانے والے قطعہ خط کو $\overline{AB}$ سے ظاہر کرتے ہیں۔ $\overline{AB}$ اور $\overline{BA}$ ایک ہی قطعہ خط کو ظاہر کرتے ہیں۔

3۔ اگر کسی قطعہ خط کو دونوں طرف لامحدود حد تک بڑھایا جائے تو ایک خط ملتا ہے اس کو $\overleftrightarrow{AB}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے یا کبھی ایک انگریزی کے چھوٹے حرف l سے بھی ظاہر کرتے ہیں۔

4۔ دو مختلف خطوط جو ایک نقطہ پر قطع کرتے ہیں قاطع خطوط کہلاتے ہیں۔

5۔ ایک مستوی میں دو مختلف خطوط متوازی خطوط کہلاتے ہیں۔ اگر وہ ایک دوسرے کو نہیں کاٹتے۔

6۔ شعاع، خط ہی کا ایک حصہ ہوتی ہے جو کہ ایک نقطہ سے شروع ہوتی ہے اور ایک سمت میں لامحدود حد تک بڑھتی ہے۔

7۔ کوئی ڈرائنگ (سیدھی یا ٹیڑھی میڑھی) جو کہ بغیر پنسل اٹھائے بنائی جاتی ہے منحنی کہلاتی ہے۔ اس طرح سے خط بھی ایک منحنی ہے۔

8۔ ایک ایسی منحنی جو اپنے آپ کو قطع نہیں کرتی سادہ منحنی کہلاتی ہے۔

9۔ ایک منحنی بند منحنی کہلاتی ہے۔ اگر اس کے کنارے جڑے ہوئے ہوں نہیں تو وہ ایک کھلا منحنی ہوگا۔

10۔ قطعات خط سے بننے والے بند منحنیوں کو کثیر ضلعی (Polygon) کہا جاتا ہے۔ یہاں

(i) قطعات خط کثیر ضلعی کے اضلاع کہلاتے ہیں۔
(ii) کوئی دو ضلعے جن کا ایک مشترک ابتدائی نقطہ ہو متصل ضلع کہلاتے ہیں۔
(iii) دو ضلعوں کے مشترکہ نقطہ کو راس کہتے ہیں۔
(iv) ایک ہی ضلع کے سرے کے نقطوں کو متصل راس کہتے ہیں۔

© NCERT not to be republished

(v) کوئی بھی دو غیر متصل راسوں کو ملانے والے خط کو وتر کہتے ہیں۔

11۔ زاویہ دو شعاعوں سے بنی شکل ہے جس کا ایک مشترکہ نقطۂ آغاز یا ابتدائی نقطہ ہو۔ دو شعاعیں $\overrightarrow{OA}$ اور $\overrightarrow{OB}$ زاویہ AOB∠ بناتی ہیں (یا اس کو BOA∠ کہتے ہیں)۔

زاویہ کسی خطّہ کو تین الگ الگ حصّوں میں بانٹتا ہے۔

زاویہ پر، زاویہ کا اندرون اور زاویہ کا بیرون

12۔ تین ضلعوں والا کثیر ضلعی مثلث کہلاتا ہے۔

13۔ چار ضلعوں والا کثیر ضلعی چار ضلعی کہلاتا ہے۔ (اس کے نام ترتیب وار ہوتے ہیں)

ایک چار ضلعی ABCD میں $\overline{AB}$ اور $\overline{DC}$، اور $\overline{AD}$ اور $\overline{BC}$ مقابل ضلعوں کے جوڑے ہیں۔ اسی طرح A∠، C∠ اور B∠ اور D∠ مقابل زاویوں کے جوڑے ہیں۔ A∠، B∠ اور D∠ کا متصل زاویہ ہے: اس طرح کے رشتہ باقی تینوں زاویوں میں بھی ہیں۔

14۔ دائرہ کسی نقطہ کا وہ راستہ ہے جو کسی خاص متعینہ نقطہ سے برابر دوری پر بنایا جاتا ہے۔ یہ متعینہ نقطہ دائرہ کا مرکز کہلاتا ہے۔ اور یہ برابر دوری دائرہ کا نصف قطر کہلاتی ہے۔ اور دائرہ کے چاروں طرف کا فاصلہ دائرہ کا محیط کہلاتا ہے۔

دائرہ کے محیط پر کوئی دو نقطوں کو ملانے والا قطعہ دائرہ کا وتر کہلاتا ہے۔

قطر دائرہ کا وہ وتر ہے جو مرکز سے گزرتا ہے۔

دائرہ کے اندرون کا ایک حصہ جو کہ ایک طرف راس سے اور دوسری طرف نصف قطر کے ایک جوڑے سے گھرا ہو، سیکٹر کہلاتا ہے۔

دائرے کے اندرون کا وہ حصہ جو ایک طرف سے وتر اور دوسری طرف سے قوس سے گھرا ہو قطعہ کہلاتا ہے۔

دائرہ کا قطر اس کو برابر کے حصوں میں بانٹتا ہے۔

© NCERT not to be republished