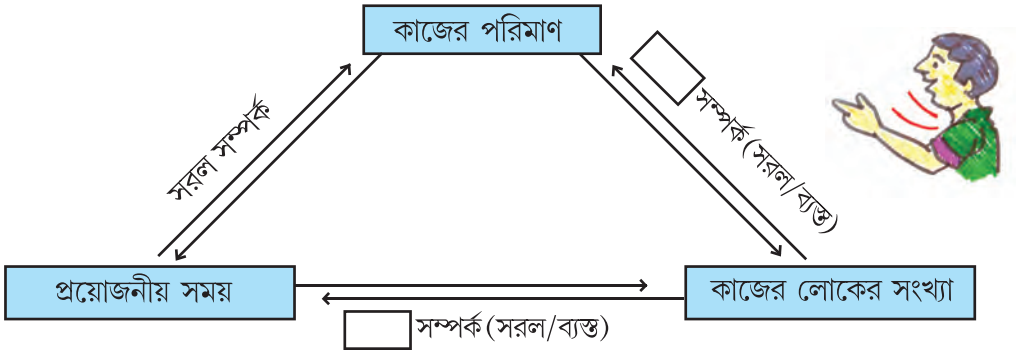
তাই দেখছি মনসুরদের তাঁত কারখানায় সময়ের সাথে কাজের অর্থাৎ সময়-কার্যের সম্পর্ক আছে। কাজের জন্য প্রয়োজনীয় সময় ও কাজের লোক বা তাঁতের মধ্যে যে সম্পর্ক পেলাম নীচের ছকে লিখি—



4 আমাদের পাড়ার মনোজদের গ্রিল তৈরির কারখানায় 15 দিনে 3 টি গ্রিল তৈরি হয়। 8 টি একইরকম লোহার গ্রিল তৈরি করতে কতদিন সময় লাগবে হিসাব করে লিখি।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি হলো—

লোহার গ্রিলের সংখ্যা (টি)	সময় (দিন)
3	15
8	?

3 টি লোহার গ্রিল তৈরি করতে সময় লাগে 15 দিন

1 টি লোহার গ্রিল তৈরি করতে সময় লাগে $\frac{15}{3}$ দিন

8 টি লোহার গ্রিল তৈরি করতে সলয় লাগে $\frac{15}{3} \times 8$ দিন

$= 40$ দিন

আমি সমানুপাতিক পদ্ধতিতে হিসাব করি ও সম্পর্ক লিখি [নিজে করি]

5 নিয়ামতপুরের একগ্রামে 15 জন এক সপ্তাহে 10 বিঘা জমি চাষ করতে পারেন। একই সময়ে কতজন 18 বিঘা জমি চাষ করতে পারবেন হিসাব করে লিখি।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি হলো—

সময় (দিন)	চাষের জমির পরিমাণ (বিঘা)	কাজের লোক সংখ্যা (জন)
7	10	15
7	18	?

সময় অপরিবর্তিত থাকলে কাজের পরিমাণ বাড়লে বা কমলে কাজের লোকের সংখ্যা যথাক্রমে ☐ বা ☐ (বাড়বে বা কমবে / কমবে বা বাড়বে)।

∴ কাজের পরিমাণের সাথে কাজের লোকের সংখ্যা ☐ (সরল/ব্যস্ত) সম্পর্কে আছে।

সমানুপাতী পদ্ধতিতে হিসাব করি—

সুতরাং, 10:18 :: 15:? (নির্ণেয় লোক সংখ্যা) ∴ নির্ণেয় লোক সংখ্যা = $\frac{\overset{3}{\cancel{15}} \times \overset{9}{\cancel{18}}}{\cancel{10}}$ জন=27 জন

∴ 27 জন লোক এক সপ্তাহে 18 বিঘা জমি চাষ করতে পারবেন।

ঐকিক নিয়মে হিসেব করি **(নিজে করি)**

6 বকুলতলা গ্রাম পঞ্চায়েতের 250 জনের স্বেচ্ছাশ্রম বাহিনী 24 দিনে একটি বাঁধের অর্ধেক সারাই করেছেন। বাকি অর্ধেক 20 দিনে সারাই করতে শ্রম বাহিনীতে আর কতজন লোক নিতে হবে হিসাব করে লিখি।

গণিতের ভাষায় সমস্যাটি হলো—

কাজের পরিমাণ (অংশ)	সময় (দিন)	শ্রম বাহিনীতে লোক সংখ্যা (জন)
$\frac{1}{2}$	24	250
$\frac{1}{2}$	20	?

কাজের পরিমাণ অপরিবর্তিত থাকলে সময় বাড়লে বা কমলে কাজের লোকসংখ্যা যথাক্রমে ☐ বা ☐ (বাড়বে/কমবে)

∴ সময়ের সাথে লোকসংখ্যা ☐ (সরল/ব্যস্ত) সম্পর্কে আছে।

∴ ব্যস্ত সমানুপাত হলো,

24:20 :: ? (নির্ণেয় লোকসংখ্যা) : 250

∴ 20:24 :: 250:? (নির্ণেয় লোকসংখ্যা)

∴ নির্ণেয় লোকসংখ্যা $= \frac{\overset{25}{\cancel{250} \times \cancel{24}}^{12}}{\underset{10}{\cancel{20}}}$ জন = 300 জন

তাই আরও 300 জন – 250 জন = ☐ জন শ্রম বাহিনীতে নিতে হবে।

ঐকিক নিয়মে হিসাব করি। **[নিজে করি]**

নিজে করি— 17.1

1) পহলামপুরের সমবায় কৃষি খামারের 30 জন সদস্য 5 দিনে মাঠের অর্ধেক ধান কেটেছেন। কিন্তু হঠাৎ অসুস্থ হয়ে পড়ায় পরের দিন থেকে 5 জন সদস্য কাজ করতে পারছেন না। বাকি ধান কাটতে কতদিন সময় লাগবে সমানুপাতে হিসাব করি ও সম্পর্ক খুঁজি।

2) নিজে গল্প লিখি ও তাদের মধ্যে সম্পর্ক (সরল/ব্যস্ত) খুঁজে সমাধান করি।

a.	গ্রামবাসীর সংখ্যা (জন)	সময় (দিন)
	24	12
	36	?

b.	সমবায় সমিতির সদস্যসংখ্যা (জন)	সময় (দিন)
	30	5
	30–5	?

3) একজন কনট্রাক্টর জাহাজ থেকে 10 দিনে সম্পূর্ণ মাল নামানোর জন্য 280 জন লোককে নিয়োগ করলেন। কিন্তু 3 দিন পরে দেখা গেল কাজটির $\frac{1}{4}$ অংশ সম্পূর্ণ হয়েছে। আর কতজন অতিরিক্ত লোক নিয়োগ করলে কাজটি সময়মতো শেষ হবে হিসাব করে দেখি।

3 দিনে $\frac{1}{4}$ অংশ কাজ করেন 280 জন লোক

1 দিনে $\frac{1}{4}$ অংশ কাজ করেন 280×3 জন লোক

1 দিনে 1 অংশ কাজ করেন $280 \times 3 \times 4$ জন লোক

(10–3) দিনে =7 দিনে 1 অংশ কাজ করেন $\frac{280 \times 3 \times 4}{7}$ জন লোক

7 দিনে $(1 - \frac{1}{4})$অংশ $= \frac{3}{4}$ অংশ কাজ করেন $\frac{\cancel{280}^{40} \times 3 \times \cancel{4} \times 3}{\cancel{7} \times \cancel{4}}$ জন লোক = 360 জন

∴ অতিরিক্ত লোক লাগবে (360 – 280) জন = 80 জন

কাজের পরিমাণ (অংশ)	সময় (দিন)	লোকসংখ্যা (জন)
$\frac{1}{4}$	3	280
$1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$	10–3=7	?

ব্যাপকতর ত্রৈরাশিক নিয়মে নিজে করি।

4) 3জন লোক প্রতিদিন 7 ঘণ্টা কাজ করে 84 বর্গমিটার দেয়াল 2 দিনে চুনকাম করেন। প্রতিদিন 8 ঘণ্টা কাজ করে 256 বর্গমিটার দেয়াল 4 দিনে চুনকাম করতে কতজন লোকের প্রয়োজন হিসাব করে দেখি।

প্রতিদিন 7ঘণ্টা কাজ করে 2দিনে 84 বর্গমিটার দেয়াল চুনকাম করেন 3 জন লোক

প্রতিদিন 1ঘণ্টা কাজ করে 2দিনে 84 বর্গমিটার দেয়াল চুনকাম করেন 3×7 জন লোক

প্রতিদিন 1ঘণ্টা কাজ করে 1দিনে 84 বর্গমিটার দেয়াল চুনকাম করেন $3 \times 7 \times 2$ জন লোক

প্রতিদিন 1ঘণ্টা কাজ করে 1দিনে 1 বর্গমিটার দেয়াল চুনকাম করেন $\frac{3 \times 7 \times 2}{84}$ জন লোক

প্রতিদিন 8ঘণ্টা কাজ করে 1দিনে 1 বর্গমিটার দেয়াল চুনকাম করেন $\frac{3 \times 7 \times 2}{84 \times 8}$ জন লোক

প্রতিদিন 8ঘণ্টা কাজ করে 4দিনে 1 বর্গমিটার দেয়াল চুনকাম করেন $\frac{3 \times 7 \times 2}{84 \times 8 \times 4}$ জন লোক

প্রতিদিন 8ঘণ্টা কাজ করে 4দিনে 256 বর্গমিটার দেয়াল চুনকাম করেন $\frac{\cancel{3} \times \cancel{7} \times \cancel{2} \times \cancel{256}^{\cancel{32}^{\cancel{16}^{4}}}}{\cancel{84}^{\cancel{12}^{\cancel{4}^{\cancel{2}}}} \times \cancel{8} \times \cancel{4}}$ জন লোক

= 4 জন লোক

∴ প্রতিদিন 8 ঘণ্টা কাজ করে 4 দিনে 256 বর্গমিটার দেয়াল চুনকাম করেন 4 জন লোক।

কাজ (ঘণ্টা প্রতি দিন)	সময় (দিন)	দেয়ালের ক্ষেত্রফল (বর্গমিটার)	লোকসংখ্যা (জন)
7	2	84	3
8	4	256	?

ব্যাপকতর ত্রৈরাশিক নিয়মে নিজে করি।

কষে দেখি— 17.1

1. অমরদের কারখানায় 3 দিনে 216 টি যন্ত্রাংশ তৈরি হয়। 7 দিনে ওই কারখানায় কতগুলি যন্ত্রাংশ তৈরি হবে হিসাব করে লিখি।

2. আঁটপুরের একটি তাঁত কারখানায় 12টি তাঁত প্রতিমাসে 380টি শাড়ি বুনতে পারে। পুজোর মরসুমে বেশি কাজ করার জন্য নতুন 3টি তাঁত বসানো হয়েছে। এখন মাসে কতগুলি শাড়ি বোনা যাবে সমানুপাত তৈরি করে হিসাব করি এবং সম্পর্ক লিখি।

3.

সময় (দিন)	কাজের পরিমাণ (দৈর্ঘ্য)
25	45
15	?

উপরের ছক দেখে গণিতের গল্প তৈরি করি ও সম্পর্ক তৈরি করে হিসাব করি।

4. 1200 মিটার লম্বা একটি সেচের খাল কাটা শুরু হওয়ার 15দিন পর দেখা গেল খালটির $\frac{3}{4}$ অংশ কাটা হয়েছে। বাকি অংশ কাটতে আর কতদিন সময় লাগবে হিসাব করে দেখি।

5. 3টি ট্রাক্টর দৈনিক 18বিঘা জমি চাষ করতে পারে। 7টি ট্রাক্টর দৈনিক কত বিঘা জমি চাষ করতে পারবে হিসাব করে লিখি।

6. কুসুমদের কারখানায় 35জন লোক এক সপ্তাহে 10টন লোহার যন্ত্রাংশ ঢালাই করতে পারেন। মালিক এক সপ্তাহে 14টন লোহার যন্ত্র ঢালাই করার বরাত পেয়েছেন। তাকে আর কতজন নতুন লোক নিয়োগ করতে হবে সমানুপাত তৈরি করে হিসাব করি ও সম্পর্ক লিখি।

7.

লোক সংখ্যা (জন)	কাজের পরিমাণ (সাইকেলের-সংখ্যা)
9	6
72	?

আমি উপরের ছক দেখি, গণিতের গল্প তৈরি করি ও সম্পর্ক তৈরি করে হিসাব করি।

8. আমাদের পাড়ায় একটি পুকুর কাটতে হবে। 24 জন লোকের ওই পুকুর কাটতে 12 দিন সময় লাগে। 8দিনে ওই পুকুর কাটতে কতজন লোকের দরকার সমানুপাত তৈরি করে হিসাব করি ও সম্পর্ক খুঁজি।

9. বালব তৈরির একটি সমবায় কারখানায় 45 জন সদস্য 12 দিনে 10,000টি বালব তৈরি করতে পারেন। হঠাৎ একটি জরুরি বরাত পাওয়ায় 9 দিনে 10,000 বালব তৈরি করতে হবে। চুক্তিমতো বালব জোগান দিতে কতজন বাড়তি সদস্য নিয়োগ করতে হবে হিসাব করে দেখি।

10. 250 জন লোকের 50 মিটার দীর্ঘ এবং 35 মিটার প্রশস্ত একটি পুকুর কাটতে 18 দিন সময় লাগে। একই গভীরতা বিশিষ্ট 70 মিটার দীর্ঘ এবং 40 মিটার প্রশস্ত অপর একটি পুকুর কাটতে 300 জন লোকের কতদিন সময় লাগবে হিসাব করে লিখি।

7.1 আমাদের বাড়ির ভেতরে প্লাস্টার হচ্ছে। হারুনচাচা, আনোয়ারাবিবি ও মিহিরকাকা তিনটি একই মাপের ঘরের প্লাস্টার করতে শুরু করলেন।

কিন্তু হারুনচাচা 10দিনে, আনোয়ারাবিবি 12দিনে ও মিহিরকাকা 15দিনে কাজটি শেষ করলেন।

তিনজনে যদি একসাথে 1টি ঘর করতেন, তবে কাজটি তাড়াতাড়ি অর্থাৎ কম সময়ে শেষ হতো। কিন্তু তিনজনে একসাথে 1টি ঘর প্লাস্টার করলে কতদিনে কাজটি শেষ করতেন কীভাবে হিসাব করব?

প্রথমে দেখি প্রত্যেকে 1দিনে মোট কাজের কত অংশ করতেন,

হারুনচাচা 1টি ঘর প্লাস্টার করেন 10দিনে
হারুনচাচা 1দিনে করেন মোট কাজের $\frac{1}{10}$ অংশ

আনোয়ারাবিবি 1টি ঘর প্লাস্টার করেন $\square$ দিনে
আনোয়ারাবিবি 1দিনে করেন মোট কাজের $\frac{1}{12}$ অংশ

মিহিরকাকা 1টি ঘর প্লাস্টার করেন 15দিনে
মিহিরকাকা 1দিনে করেন মোট কাজের $\frac{1}{15}$ অংশ

∴ তিনজনে একসাথে 1টি ঘর প্লাস্টার করলে 1দিনে করেন

$\frac{1}{10}$ অংশ + $\frac{1}{12}$ অংশ + $\frac{1}{15}$ অংশ

$= \frac{6+5+4}{60}$ অংশ

$= \frac{15}{60}$ অংশ

$= \frac{1}{4}$ অংশ

∴ তিনজনে একসাথে 1দিনে করেন মোট কাজের $\frac{1}{4}$ অংশ।

তিনজনে একত্রে $\frac{1}{4}$ অংশ কাজ করেন 1 দিনে

∴ সম্পূর্ণ বা 1 অংশ কাজ করেন $1 \div \frac{1}{4}$ দিনে = 4 দিনে

∴ তিনজনে একসাথে কাজ করলে 1টি ঘরের প্লাস্টার 4 দিনে শেষ করবেন।

7.2 যদি হারুনচাচা ও আনোয়ারাবিবি একসাথে 1টি ঘর প্লাস্টার করতেন তবে কতদিনে কাজটি শেষ করতে পারতেন হিসাব করে দেখি।

হারুনচাচা 1দিনে করেন $\frac{1}{10}$ অংশ

আনোয়ারাবিবি 1দিনে করেন $\frac{1}{12}$ অংশ

দুজনে একসাথে 1দিনে করেন $\frac{1}{10}$ অংশ + $\frac{1}{12}$ অংশ

$= \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{12}\right)$ অংশ

$= \frac{6+5}{60}$ অংশ

$= \frac{11}{60}$ অংশ

∴ হারুনচাচা ও আনোয়ারাবিবি 1দিনে করেন মোট কাজের $\frac{11}{60}$ অংশ।

দু-জনে একসাথে $\frac{11}{60}$ অংশ করেন 1দিনে

1 অংশ বা সম্পূর্ণ কাজ করেন $1 \div \frac{11}{60}$ দিনে $= \frac{60}{11}$ দিনে $= 5\frac{5}{11}$ দিনে।

1) যদি আনোয়ারাবিবি ও মিহিরকাকা একসাথে 1টি ঘর প্লাস্টার করতেন তবে কতদিনে কাজটি শেষ করতেন হিসাব করে দেখি।

দেখছি আনোয়ারাবিবি ও মিহিরকাকা 1দিনে করেন মোট কাজের $\frac{3}{20}$ অংশ। **[নিজে করি]**

2) যদি হারুনচাচা ও মিহিরকাকা একসাথে 1টি ঘর প্লাস্টার করতেন তবে কতদিনে কাজটি শেষ করতেন হিসাব করে দেখি। **[নিজে করি]**

7.3 হারুনচাচা, আনোয়ারাবিবি ও মিহিরকাকা একসাথে কাজ শুরু করলেন। কিন্তু 2দিন পরে হারুনচাচা কাজ বন্ধ করে চলে যান এবং আরও দু-দিন পরে আনোয়ারাবিবিও কাজ বন্ধ করে দেন।

তবে মিহিরকাকা একা বাকি কাজটি কতদিনে শেষ করতেন হিসাব করে লিখি। এভাবে কাজ করলে কাজটি শেষ করতে মোট কতদিন লাগবে দেখি।

প্রথমে হারুনচাচা চলে যাওয়ার পরে মোট কাজের কত অংশ কাজ পড়ে থাকে হিসাব করি।

তিনজনে একসাথে 1দিনে করেন মোট কাজের $\frac{1}{4}$ অংশ

2দিনে করেন মোট কাজের $\frac{1}{4} \times 2$ অংশ $= \frac{1}{2}$ অংশ

∴ বাকি থাকে $= \left(1 - \frac{1}{2}\right)$ অংশ $= \frac{1}{2}$ অংশ কাজ।

7.4 এবার হিসাব করে দেখি আনোয়ারাবিবি চলে যাওয়ার পরে মোট কাজের কত অংশ পড়ে রইল।

আনোয়ারাবিবি 1দিনে করেন মোট কাজের $\frac{1}{12}$ অংশ

মিহিরকাকা 1দিনে করেন মোট কাজের $\frac{1}{15}$ অংশ

∴ আনোয়ারাবিবি ও মিহিরকাকা দু-জনে একসাথে 1দিনে করেন মোট কাজের

$\frac{1}{12}$ অংশ + $\frac{1}{15}$ অংশ

$= \frac{1}{12} + \frac{1}{15}$ অংশ

$= \frac{5+4}{60}$ অংশ

$= \frac{9}{60}$ অংশ $= \frac{3}{20}$ অংশ

∴ ওরা দু-জনে একসাথে দু-দিনে করেন $\frac{3}{\cancel{20}_{10}} \times \cancel{2}$ অংশ $= \frac{3}{10}$ অংশ

∴ আনোয়ারাবিবি কাজ বন্ধ করার পরে বাকি থাকে মোট কাজের $= \frac{1}{2}$ অংশ $- \frac{3}{10}$ অংশ

$= \frac{5-3}{10}$ অংশ

$= \frac{1\ \cancel{2}}{\cancel{10}_{5}}$ অংশ $= \frac{1}{5}$ অংশ

7.5 এবার মিহিরকাকা বাকি $\frac{1}{5}$ অংশ কাজ কতদিনে শেষ করবেন হিসাব করি।

মিহিরকাকা 1 অংশ কাজ করেন 15দিনে

মিহিরকাকা $\frac{1}{5}$ অংশ কাজ করেন $= \square \times \frac{1}{5}$ দিনে $= \square$ দিনে

∴ মিহিরকাকা বাকি কাজ একা 3দিনে শেষ করেন।

∴ এভাবে কাজ করলে কাজটি শেষ করতে মোট সময় লাগবে $= (\boxed{2} + \boxed{2} + \square)$ দিন $= 7$ দিন।

7.6 এবার হিসাব করে দেখি এভাবে কাজ করলে প্রত্যেকে মোট কাজের কত অংশ কাজ করলেন।

হারুনচাচা করলেন মোট কাজের $(\frac{1}{10} \times 2)$ অংশ $= \frac{1}{5}$ অংশ কাজ।

আনোয়ারাবিবি করলেন মোট কাজের $(\frac{1}{12} \times 4)$ অংশ $= \square$ অংশ কাজ।

মিহিরকাকা করলেন মোট কাজের $(\frac{1}{15} \times 7)$ অংশ $= \frac{7}{15}$ অংশ কাজ।

8 বুলু ও তথাগত একটি কাজ একা একা যথাক্রমে 20 দিনে ও 30 দিনে করতে পারে। তারা একসঙ্গে 7দিন কাজ করার পরে দু-জনেই চলে গেল। তখন তাতাই এসে একা 10 দিনে বাকি কাজটি শেষ করল। ওই কাজটি তাতাই একা কতদিনে শেষ করতে পারবে সমানুপাত তৈরি করে হিসাব করি।

প্রথমে 7দিন পরে বুলু ও তথাগত চলে যাওয়ার পরে মোট কাজের কত অংশ কাজ পড়ে রইল হিসাব করি।

বুলু একা 1দিনে করে কাজের $\frac{1}{20}$ অংশ

তথাগত একা 1দিনে করে কাজের $\frac{1}{30}$ অংশ

∴ দু-জনে একসাথে 1দিনে করে $(\frac{1}{20} + \frac{1}{30})$ অংশ

$= \frac{3+2}{60}$ অংশ $= \frac{5}{60}$ অংশ $= \frac{1}{12}$ অংশ

∴ বুলু ও তথাগত 7দিনে করে কাজের $\frac{1}{12}$ অংশ $\times 7 = \frac{7}{12}$ অংশ

∴ 7দিন পরে বুলু ও তথাগত চলে গেলে বাকি কাজের পরিমাণ $= (1 - \frac{7}{12})$ অংশ $= \frac{5}{12}$ অংশ

তাতাই 10দিনে করে বাকি $\frac{5}{12}$ অংশ কাজ

∴ গণিতের ভাষায় সমস্যাটি—

কাজের পরিমাণ (অংশ)	সময় (দিন)
$\frac{5}{12}$	10
1	?

কাজের পরিমাণ বাড়লে বা কমলে প্রয়োজনীয় সময় (বাড়বে/কমবে) ☐ বা ☐

∴ কাজের পরিমাণের সাথে সময়ের ☐ (সরল/ব্যস্ত) সমানুপাতে আছে।

∴ সরল সমানুপাতটি হলো—

$\frac{5}{12} : 1 :: 10 : ?$ (নির্ণেয় সময়)

∴ নির্ণেয় সময় $= \frac{10 \times 1}{\frac{5}{12}}$ দিন $= \frac{2}{\cancel{10}} \times \frac{12}{\cancel{5}}$ দিন $= 24$ দিন

∴ তাতাই একা ওই কাজটি 24দিনে শেষ করবে।

9 আয়েষা, অনিতা ও অমল একা একা একটি কাজ যথাক্রমে 10, 12 ও 15 দিনে করতে পারে। তারা প্রত্যেকে 2দিন একা একা কাজ করার পরে কতটুকু কাজ বাকি থাকবে হিসাব করে লিখি। **[নিজে করি]**

আমাদের বাড়ির জল তোলার পাম্প মেশিন খারাপ হয়ে গেছে। কাল সারানো হবে। তাই কাল আমাদের বাড়িতে 12 ঘণ্টা কলে জল পাব না। আজ আমাদের বাড়ির চৌবাচ্চায় জল ভরে রাখব।

কিন্তু বাড়ির চৌবাচ্চায় দেখছি 2টি নল আছে। এখানে দুটি নল কেন?

10.1 একটি নলে চৌবাচ্চায় জল ভরতি হয়, অন্যটি দিয়ে চৌবাচ্চায় জল খালি হয়। দেখছি প্রথম নল দিয়ে খালি চৌবাচ্চা 12 মিনিটে ভরতি হয়, যখন দ্বিতীয় নলটি বন্ধ থাকে। আবার দ্বিতীয় নল দিয়ে ভরতি চৌবাচ্চা 18 মিনিটে খালি হয়, যখন প্রথম নলটি বন্ধ থাকে।

যদি দুটি নলই খোলা থাকে অর্থাৎ চৌবাচ্চা ভরতি ও খালি হওয়ার নলদুটি একসাথে খোলা থাকে তখন চৌবাচ্চা ভরতি হতে কত সময় লাগবে হিসাব করি।

প্রথম নল দিয়ে 1মিনিটে ভরতি হয় চৌবাচ্চাটির $\frac{1}{12}$ অংশ

দ্বিতীয় নল দিয়ে 1মিনিটে খালি হয় চৌবাচ্চাটির $\frac{1}{18}$ অংশ

$\therefore$ দুটি নল খোলা থাকলে 1 মিনিটে ভরতি হয় $\left(\frac{1}{12} - \frac{1}{18}\right)$ অংশ

$= \frac{3-2}{36}$ অংশ $= \frac{1}{36}$ অংশ

$\frac{1}{36}$ অংশ ভরতি হয় 1 মিনিটে

1 অংশ ভরতি হয় $1 \div \frac{1}{36}$ মিনিটে $= 1 \times 36$ মিনিটে $= 36$ মিনিটে

$\therefore$ দুটি নল খোলা থাকলে সম্পূর্ণ চৌবাচ্চা ভরতি হবে 36 মিনিটে।

10.2 যদি দুটি নল দিয়ে খালি চৌবাচ্চা আলাদা আলাদা ভাবে যথাক্রমে 12 মিনিটে ও 15 মিনিটে পূর্ণ হয়, তবে দুটি নল একসাথে খুলে দিলে অর্ধেক ভরতি চৌবাচ্চা কতক্ষণে পূর্ণ হবে হিসাব করে লিখি।

প্রথম নল দিয়ে 1 মিনিটে খালি চৌবাচ্চার $\frac{1}{12}$ অংশ পূর্ণ হয়

দ্বিতীয় নল দিয়ে 1মিনিটে খালি চৌবাচ্চার $\frac{1}{15}$ অংশ পূর্ণ হয়

$\therefore$ দুটি নল একসঙ্গে খোলা থাকলে 1 মিনিটে পূর্ণ হয় $\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{15}\right)$ অংশ

$= \frac{5+4}{60}$ অংশ

$= \frac{9}{60}$ অংশ $= \frac{3}{20}$ অংশ

চৌবাচ্চাটি অর্ধেক ভরতি আছে।

∴ দুটি নল একসাথে জলপূর্ণ করবে বাকি $(1 - \frac{1}{2})$ অংশ $= \frac{1}{2}$ অংশ

দুটি নল একসাথে $\frac{3}{20}$ অংশ পূর্ণ করে 1 মিনিটে

1 অংশ পূর্ণ করে $1 \times \frac{20}{3}$ মিনিটে

$\frac{1}{2}$ অংশ পূর্ণ করে $1 \times \frac{20}{3} \times \frac{1}{2}$ মিনিটে $= \frac{10}{3}$ মিনিটে $= 3\frac{1}{3}$ মিনিটে

$=$ ☐ মিনিট ☐ সেকেন্ডে

আমি সমানুপাত তৈরি করে হিসাব করি।

∴ গণিতের ভাষায় সমস্যাটি—

ভরতির পরিমাণ (অংশ)	সময় (মিনিট)
$\frac{3}{20}$	1
$\frac{1}{2}$	?

জল ভরতির পরিমাণের সাথে সময় ☐ (সরল/ব্যস্ত) সমানুপাতে আছে।

∴ সরল সমানুপাত তৈরি করে পাই,

$\frac{3}{20} : \frac{1}{2} :: 1 : ?$ (নির্ণেয় সময়)

∴ নির্ণেয় সময় $= 1 \times \frac{1}{2} \times \frac{20}{3}$ মিনিট

$= \frac{10}{3}$ মিনিট $=$ ☐ মিনিট ☐ সেকেন্ড

11 পিয়ালীদের চৌবাচ্চায় প্রথম নল দিয়ে খালি চৌবাচ্চা 40 মিনিটে ভরতি হয় এবং অন্য আর একটি নল দিয়ে ভরতি চৌবাচ্চা 60 মিনিটে খালি হয়। পিয়ালী দুটি নল একসাথে খুলে দিল। হিসাব করে লিখি কত সময়ে খালি চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হবে। **[নিজে করি]**

কষে দেখি— 17.2

1. প্রিয়া ও দেবু প্রত্যেকে আলাদা ভাবে একটি কাজ যথাক্রমে 10 ঘণ্টায় ও 12 ঘণ্টায় করতে পারে। তারা যদি একসঙ্গে ওই কাজটি করে তবে কত ঘণ্টায় কাজটি শেষ করবে হিসাব করি।

2. আমি, আমার দাদা ও আমার দিদি তিনজনে মিলে বাড়ির জানালাগুলি রং করব। আমার দাদা, দিদি ও আমি আলাদাভাবে এই কাজটি যথাক্রমে 12, 4 ও 6 দিনে করতে পারি। আমরা তিনজন যদি একসাথে কাজটি করি তবে কতদিনে কাজটি শেষ করতে পারব হিসাব করে লিখি।

3. কোনো একটি কাজ অবনী ও আনোয়ার আলাদাভাবে যথাক্রমে 20 এবং 25 দিনে করতে পারে। তারা একসঙ্গে কাজ শুরু করার 10 দিন পর দু-জনেই চলে গেল। সুখেন এসে বাকি কাজটি 3 দিনে শেষ করল। যদি সুখেন পুরো কাজটি একা করত তবে কতদিনে কাজটি শেষ করতে পারত হিসাব করে লিখি।

4. পৌরসভার একটি জলের ট্যাঙ্ক থেকে জল নেওয়ার দুটি নল আছে। নলদুটি দিয়ে আলাদাভাবে 4 ঘণ্টায় ট্যাঙ্কটি খালি করা যায়। দুটি নলকে একই সঙ্গে খুলে রাখলে কতক্ষণে জলপূর্ণ ট্যাঙ্কটি খালি হবে হিসাব করে লিখি।

5. আমাদের চৌবাচ্চায় 3টি নল আছে। ওই তিনটি নল দিয়ে আলাদা আলাদা ভাবে যথাক্রমে 18, 21 ও 24 ঘণ্টায় চৌবাচ্চা পূর্ণ করা যায়। (a) একসাথে 3টি নল খোলা থাকলে কতক্ষণে চৌবাচ্চাটি জলপূর্ণ হবে সমানুপাত তৈরি করি ও হিসাব করে লিখি। (b) যদি প্রথম দুটি নল খোলা থাকত তাহলে চৌবাচ্চাটি পূর্ণ করতে কত সময় লাগত হিসাব করি। (c) যদি শেষের দুটি নল খোলা থাকত তাহলে চৌবাচ্চাটি পূর্ণ করতে কত সময় লাগত হিসাব করি।

6. পৌরসভার জল সরবরাহের নলটি দিয়ে রেহানাদের বাড়ির চৌবাচ্চাটি 30মিনিটে পূর্ণ করা যায়। ওদের বাড়ির সব নলের কল খুলে ওরা 4 ঘণ্টায় ওই পূর্ণ চৌবাচ্চার সমস্ত জল দিয়ে কাজ করতে পারে। কোনো একদিন যদি জল সরবরাহের নলটি মাত্র 25 মিনিট খোলা থাকে তাহলে ওই জল দিয়ে কতক্ষণ ওরা বাড়ির কাজ করতে পারবে হিসাব করে লিখি।

7. কোনো একটি কাজ রমা ও রোহিত 20দিনে, রোহিত ও সাব্বা 15 দিনে এবং রমা ও সাব্বা 20 দিনে করতে পারে। হিসাব করে লিখি তিনজনে একত্রে কতদিনে কাজটি শেষ করবে। রমা, রোহিত ও সাব্বা প্রত্যেকে আলাদা আলাদা কাজ করলে কে কতদিনে কাজটি করতে পারবে হিসাব করি।

8. অলোক, কালাম ও জোসেফ প্রত্যেকে কোন একটি কাজ যথাক্রমে 10, 12 ও 15 দিনে করতে পারে। তারা একসাথে কাজটি শুরু করল। 3দিন পরে কালামকে চলে যেতে হলো। বাকি কাজটি অলোক ও জোসেফ কতদিনে শেষ করতে পারবে সমানুপাত তৈরি করে হিসাব করি।

9. একটি কাজ মেরি ও ডেভিড একা একা যথাক্রমে 10 দিন ও 15 দিনে করতে পারে। প্রথমে মেরি একা 4দিন ও পরে ডেভিড একা 5দিন কাজ করে চলে গেল। মারিয়া এসে একা বাকি কাজটি 4 দিনে শেষ করল। যদি মেরি, ডেভিড ও মারিয়া একসাথে কাজটি করত তবে কতদিনে কাজটি শেষ করত হিসাব করে লিখি।

10. একটি পৌরসভা পানীয় জল সংরক্ষণের জন্য একটি জলাধার নির্মাণ করে তাতে পাম্প যুক্ত করেছে। পাম্পগুলি আলাদা ভাবে যথাক্রমে 16, 20,30 ঘণ্টায় খালি জলাধারটি পূর্ণ করতে পারে। আজ সকাল 7 টায় তিনটি পাম্প যখন একসঙ্গে চালু করা হলো,তখন জলাধারটির $\frac{1}{3}$ অংশ জলপূর্ণ ছিল। 1ঘণ্টা 36 মিনিট পর প্রথম পাম্পটি এবং তারও 2 ঘণ্টা পর তৃতীয় পাম্পটি বন্ধ হয়ে যায়।

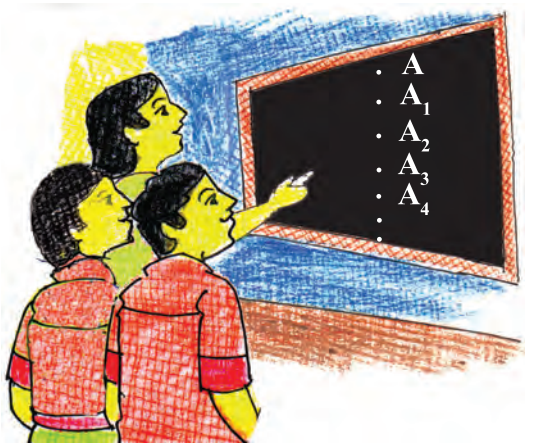
    (a) হিসাব করে দেখি জলাধারটি কখন সম্পূর্ণ জলপূর্ণ হয়েছিল।

    (b) হিসাব করে দেখি দ্বিতীয় পাম্পটি জলাধারের কত অংশ পূর্ণ করেছিল।

    (c) তৃতীয় পাম্পটি যখন বন্ধ হয়, তখন জলাধারটির কত অংশ জলপূর্ণ ছিল হিসাব করে লিখি।

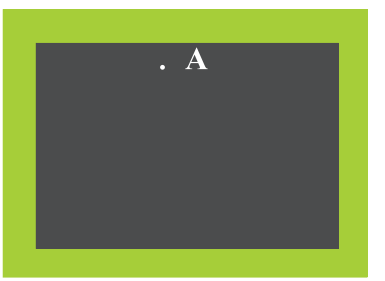
11. আমার বন্ধু রীণা বাগানের কাজ একা 4 ঘণ্টায় করতে পারে। আমি ওই কাজ একা ☐ ঘণ্টায় করতে পারি। কিন্তু দু-জনে একসাথে বাগানের ওই কাজ করলে কত সময় লাগবে হিসাব করে লিখি। (ফাঁকা ঘরে নিজে সংখ্যা বসাই)

18. লেখচিত্র



আজ আমরা আমাদের শ্রেণিকক্ষ সাজাব। তাই রঙিন কাগজ, আঠা ও কাঁচি নিয়ে নানান রকম শৌখিন জিনিস তৈরি করব। সোমেয়া খুব ভালো ছবি আঁকে। তাই সে ব্ল্যাকবোর্ডে কিছু আঁকবে।

প্রথমে ঠিক করি বোর্ডের কোন বিন্দু থেকে আঁকা শুরু করব যাতে সম্পূর্ণ ছবিটি বোর্ডে আঁকতে পারি।

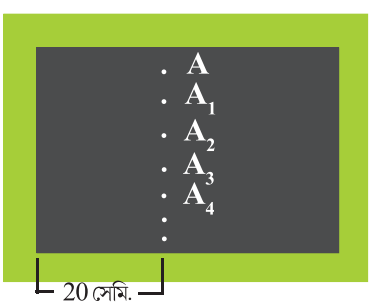


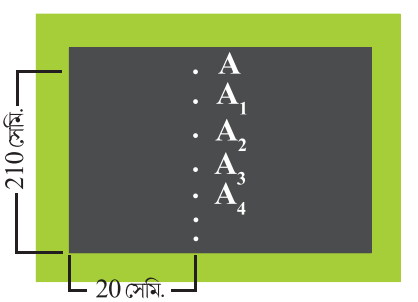
আমি বোর্ডে একটি বিন্দু A বসালাম।

কিন্তু 'A' বিন্দুটি ব্ল্যাকবোর্ডের কোথায় আছে কীভাবে বলব?
অর্থাৎ ব্ল্যাকবোর্ডে A বিন্দুর অবস্থান কীভাবে জানব?

মেপে দেখছি 'A' বিন্দুটি ব্ল্যাকবোর্ডের বামদিক থেকে 20 সেমি. দূরে।

কিন্তু ব্ল্যাকবোর্ডের বামদিক থেকে 20 সেমি. দূরে দেখছি অনেকগুলি বিন্দু আছে।
তার মধ্যে A বিন্দুটি নীচ থেকে 210 সেমি. উপরে আছে।





এবার বুঝেছি ব্ল্যাকবোর্ডে A বিন্দুর অবস্থান হলো বোর্ডের বামপ্রান্ত থেকে 20 সেমি. দূরে এবং ব্ল্যাকবোর্ডের নীচ থেকে 210 সেমি. উপরে।

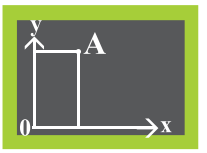
ব্ল্যাকবোর্ডে A বিন্দুর নির্দিষ্ট অবস্থান জানতে হলে কি দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ দুদিক থেকে দূরত্ব জানতে হবে?

ব্ল্যাকবোর্ডে A বিন্দুর নির্দিষ্ট অবস্থান জানতে ব্ল্যাকবোর্ডের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ উভয়দিক থেকে দূরত্ব জানতে হবে।

ব্ল্যাকবোর্ডে A বিন্দুর অবস্থান (20, 210) বলতে পারি কি?

ব্ল্যাকবোর্ডে A বিন্দুর অবস্থান (20, 210) বলতে পারি।

আমার এই A বিন্দুকে কেন্দ্র করে সোমেয়া সমগ্র ছবিটি ব্ল্যাকবোর্ডে আঁকল।



অমিত খাতায় একটি বিন্দু এঁকে তার অবস্থান লিখবে। কিন্তু A বিন্দুর অবস্থান লেখার জন্য ব্ল্যাকবোর্ডের দুই ধারের মতো দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর দুটি সরলরেখা দরকার যারা লম্বভাবে আছে।

এদের কী নাম দেবো?

অনুভূমিক সরলরেখাকে x অক্ষ ও উল্লম্ব সরলরেখাকে y অক্ষ বলা হয় এবং এদের ছেদবিন্দু O যার অবস্থান (0, 0); কারণ, O থেকে গণনা শুরু হয়। O কে মূলবিন্দু বলা হয়। (0, 0) তে প্রথম 0 মানে x অক্ষ বরাবর ডানদিকে যাওয়া হয়নি এবং দ্বিতীয় 0 মানে y অক্ষ বরাবর উপরে যাওয়া হয়নি।

সপ্তদশ শতাব্দীতে গণিতজ্ঞ **রেনে দেকার্তে** (Renè Descartes) তার সিলিং-এর কোনায় একটি পোকার অবস্থান দেখে তলের কোনো বিন্দুর অবস্থান নিয়ে চিন্তাভাবনা শুরু করেন। তিনি একটি নির্দিষ্ট বিন্দুর অবস্থান নির্ণয়ের জন্য অনুভূমিক ও উল্লম্ব দুটি সরলরেখার প্রয়োজনের কথা বলেন। তাই এই পদ্ধতিকে **কার্তেসীয় পদ্ধতি** (Cartesian System) বলা হয়।

লিলি এই কাজ অর্থাৎ বিন্দুর অবস্থান নির্ণয়ের কাজ সহজ করানোর জন্য অনেকগুলি ছক কাগজ (graph paper) নিয়ে এসেছে।

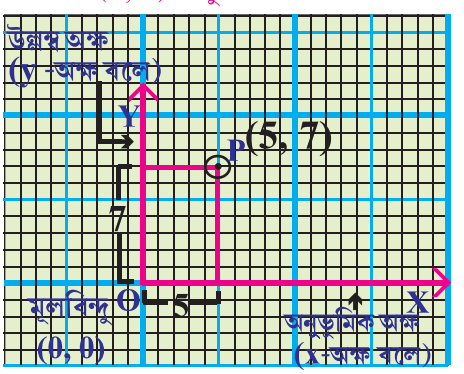
আমি আমার ছক কাগজে x অক্ষ ও y অক্ষ টানলাম। আমি (5, 7) বিন্দুটি খোঁজার চেষ্টা করি।

(1) প্রথমে ছক কাগজে দুটি অক্ষ টানলাম। একটি অনুভূমিক অক্ষ বা x অক্ষ। অন্যটি উল্লম্ব অক্ষ বা y অক্ষ।

(2)দুটি অক্ষের ছেদবিন্দু O (0, 0) নিলাম। O কে মূলবিন্দু বলে।

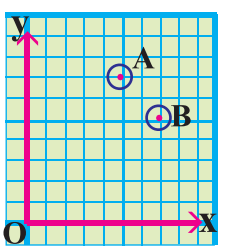
(3)O (0, 0) থেকে x অক্ষ বরাবর 5 একক ডানদিকে গেলাম।

এবার সেখান থেকে y অক্ষ বরাবর 7 একক উপরে উঠে P বিন্দুতে পৌঁছালাম যার অবস্থান (5, 7)।



(5, 7) আকারে বিন্দুর অবস্থান প্রকাশকে কী বলে?

(5, 7) হলো P বিন্দুর স্থানাঙ্ক যার 5 হলো x স্থানাঙ্ক বা ভুজ এবং 7 হলো y স্থানাঙ্ক বা কোটি।

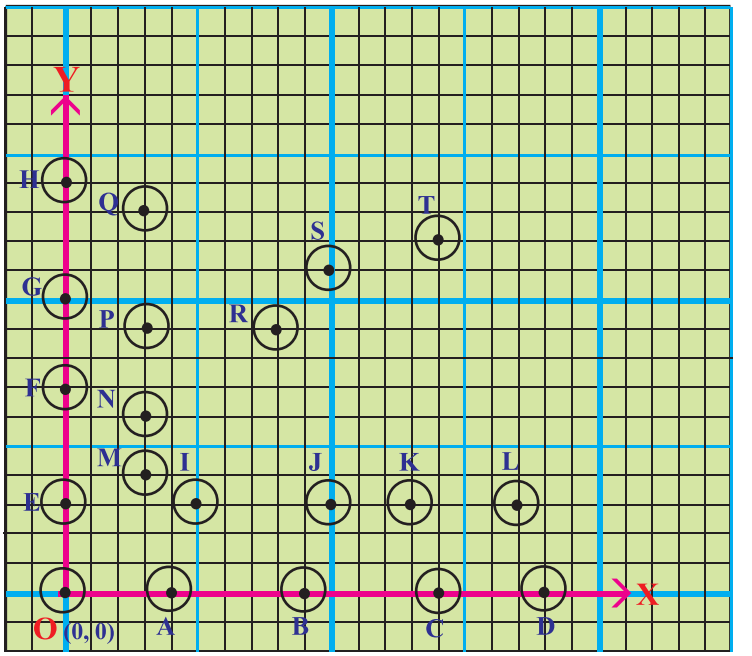


(5, 7) ও (7, 5) বিন্দু দুটি কী একই বিন্দু? নিজে ছক কাগজে বসিয়ে দেখি।

দেখছি, A (5, 7) ও B (7, 5) বিন্দু দুটি ☐ (একই/আলাদা)

ছক কাগজে বিন্দু খুঁজি

আমার ছক কাগজে অনেকগুলি বিন্দু দেখছি। বিন্দুগুলির স্থানাঙ্ক লেখার চেষ্টা করি।



দেখছি, A বিন্দু x অক্ষের উপরে মূলবিন্দু থেকে 4 একক দূরে আছে।

A বিন্দুর স্থানাঙ্ক কি হবে?

A বিন্দুর y অক্ষের থেকে দূরত্ব 4 একক এবং x অক্ষ থেকে দূরত্ব 0 একক।

∴ A বিন্দুর স্থানাঙ্ক (4, 0)

বুঝেছি, B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (9, 0)

C বিন্দুর স্থানাঙ্ক (☐, ☐) (নিজে লিখি)

☐ বিন্দুর স্থানাঙ্ক (18, 0) (নিজে লিখি)

পেলাম, x অক্ষের উপর অবস্থিত কোনো বিন্দুর y স্থানাঙ্ক 0 (শূন্য)।

দেখছি, E বিন্দু y অক্ষের উপর মূলবিন্দু থেকে 3 একক দূরত্বে অবস্থিত।

E বিন্দুর স্থানাঙ্ক কী হবে?

E বিন্দু y অক্ষের উপর x অক্ষ থেকে 3 একক দূরত্বে অবস্থিত কিন্তু y অক্ষের থেকে 0 দূরত্বে আছে।

∴ E বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, 3)

বুঝেছি, F বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, 7)

G বিন্দুর স্থানাঙ্ক (☐, ☐) **[নিজে লিখি]**

☐ বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, 14) **[নিজে লিখি]**

পেলাম, y অক্ষের উপর অবস্থিত কোন বিন্দুর x স্থানাঙ্ক ☐।

ছক কাগজ থেকে I ও J বিন্দুর স্থানাঙ্ক লিখি।

দেখছি, I বিন্দু y অক্ষ থেকে 5 একক দূরে এবং x অক্ষ থেকে 3 একক দূরে আছে।

∴ I বিন্দুর স্থানাঙ্ক (5, 3)

J বিন্দু y অক্ষ থেকে ☐ একক দূরে এবং x অক্ষ থেকে ☐ একক দূরে আছে।

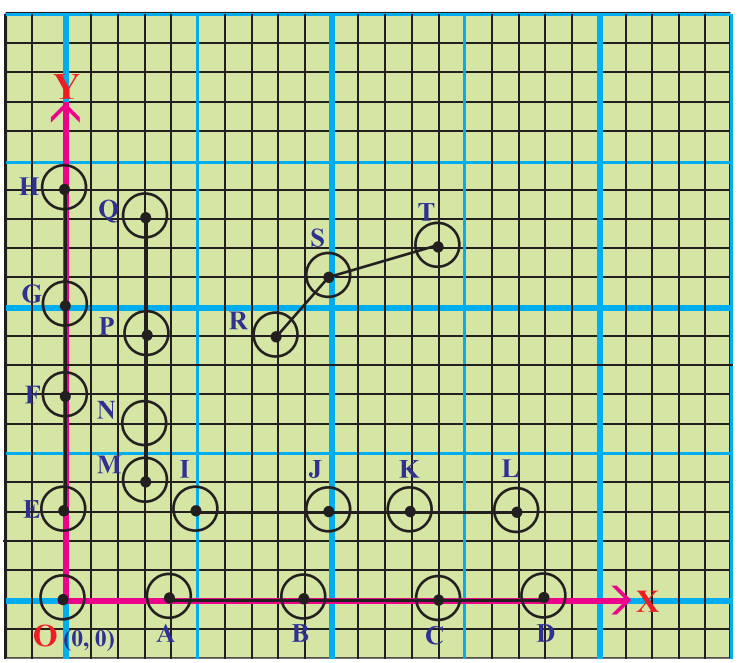
∴ J বিন্দুর স্থানাঙ্ক (☐, ☐)

K ও L বিন্দুর স্থানাঙ্ক লিখি। **[নিজে করি]**

একইভাবে M, N, P, Q, R, S ও T বিন্দুর স্থানাঙ্ক লিখি **[নিজে করি]**

এবারে ছক কাগজের বিন্দুগুলি পেনসিল দিয়ে যোগ করি ও দেখি কোন তিনটি বা তিনের বেশি বিন্দুগুলি সমরেখ।

দেখছি, A, B, C, ও D বিন্দুগুলি ☐ অক্ষের উপরে আছে এবং এরা ☐ (সমরেখ/অসমরেখ)।



☐, ☐, ☐ ও ☐ বিন্দুগুলি y অক্ষের উপর আছে এবং এরা ☐ (সমরেখ/অসমরেখ)।

I, J, ☐ ও ☐ বিন্দুগুলি সমরেখ।

আবার, M, N, ☐ ও ☐ বিন্দুগুলি সমরেখ। কিন্তু R, S ও T বিন্দুগুলি ☐ (সমরেখ/অসমরেখ)।

নিজে করি — 18.1

1) ছক কাগজে A (4, 0), B (0, 6), C(2, 5), D(7, 1), E(□, 5) ও F(□, 5) বিন্দুগুলি বসাই।

2) (1, 1), (3, 7), (9, 1) ও (12, 1) বিন্দুগুলি ছক কাগজে বসাই ও পেনসিল দিয়ে যোগ করে দেখি সমরেখ কিনা।

3) ছক কাগজে 4 টি সমরেখ বিন্দু লিখি ও বিন্দুগুলির স্থানাঙ্ক লিখি।

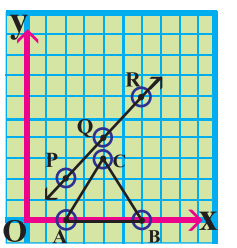
এইভাবে ছক কাগজে বিন্দুগুলি বসিয়ে এবং যোগ করে যে চিত্র পাব তাকে কী বলব?

বিন্দুগুলির স্থানাঙ্ক থেকে ছক কাগজে বিন্দুগুলি বসিয়ে ও যোগ করে যে চিত্র পাব তাকে লেখচিত্র (Graph) বলে।

যদি বিন্দুগুলি যোগ করে সরলরেখাংশ পাই তখন সেই চিত্রকে রৈখিক লেখচিত্র (Linear graph) বলা হয়।

1 A(2, 0), B(6, 0) ও C(4, 3) বিন্দুগুলি ছক কাগজে বসাই ও A, B; B, C ও C,A যোগ করে দেখি কী পাই।

বিন্দুগুলি যোগ করে একটি □ পেলাম (ত্রিভুজ/চতুর্ভুজ)



2 P(2,2), Q(4, 4), R(6, 6) বিন্দুগুলি যোগ করে একটি □ (রৈখিক/রৈখিক নয়) লেখচিত্র পাচ্ছি।

3 P(1, 2), A(2, 3), T(3, 4), , H(4, 5) বিন্দুগুলি ছক কাগজে বসাই ও যোগ করে দেখি রৈখিক লেখচিত্র পেলাম কিনা। **[নিজে করি]**

মোহিত পাড়ার সুবোধকাকুর দোকান থেকে 6টি পেন 12 টাকায় কিনেছে। আমরা ঠিক করেছি পাড়ার বার্ষিক ক্রীড়ার সান্ত্বনা পুরস্কারের জন্য ওই একই পেন কিনব। তাই দু-ডজন পেন কিনলাম □ টাকা দিয়ে। গিয়াসুদ্দিন 10 টি একইরকম পেন 10 × 2 টাকা = 20 টাকায় কিনল

4 আমি পেনের সংখ্যা ও দামের একটি ছক তৈরি করি —

পেনের সংখ্যা (টি)	6	10	24
পেনের দাম (টাকা)	12	20	48

আমি আমার ছক কাগজে উপরের তথ্যের একটি লেখচিত্র আঁকার চেষ্টা করি।

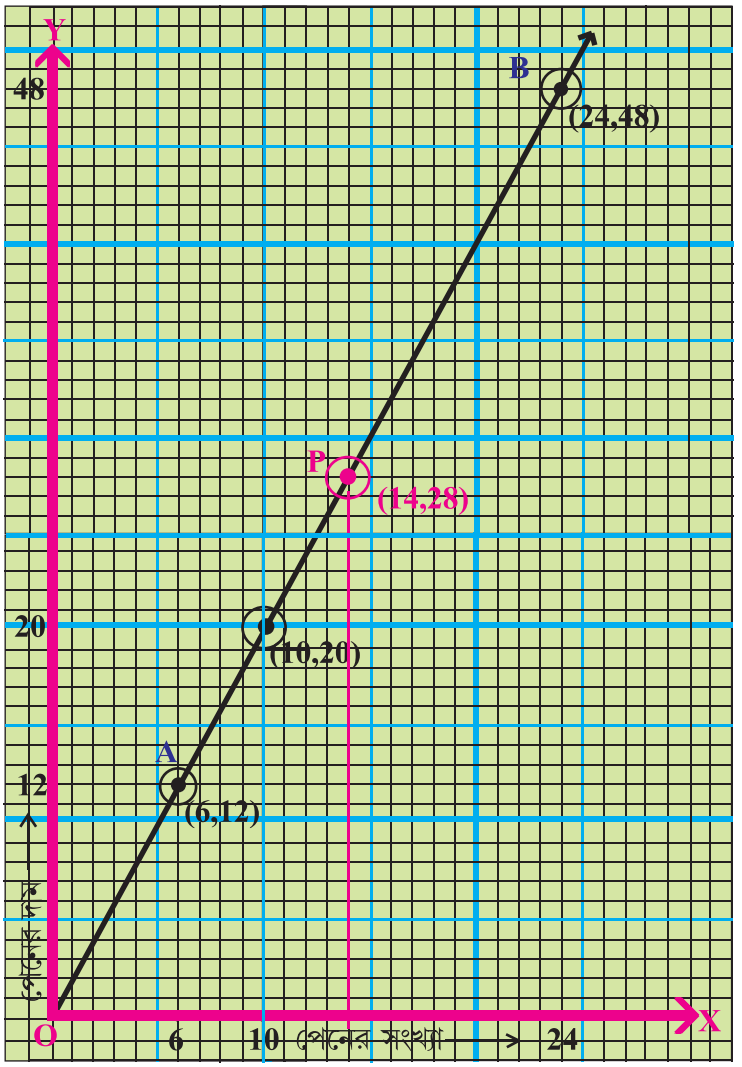
(1) প্রথমে x অক্ষ ও y অক্ষ এঁকে দুই অক্ষ বরাবর একটি সুবিধামতো স্কেল নিলাম।

x অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের 1টি বাহুর দৈর্ঘ্য = 1টি পেন এবং y অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের 1টি বাহুর দৈর্ঘ্য 1 টাকা নিলাম।

(2) x অক্ষ বরাবর পেনের সংখ্যা এবং y অক্ষ বরবার পেনের দাম নিলাম।

(3) ছকের তথ্য থেকে (6, 12), (10, 20) ও (24, 48) বিন্দুগুলি ছক কাগজে বসালাম।

(4) বিন্দুগুলি যোগকরে AB একটি সরলরেখাংশ পেলাম। তাই এটি একটি ☐ লেখচিত্র।



5 আমি উপরের রৈখিক লেখচিত্র থেকে 14 টি পেনের দাম খোঁজার চেষ্টা করি।

অনুভূমিক রেখা অর্থাৎ x অক্ষের উপর 14টি পেনের সংখ্যার বিন্দু নিয়ে y অক্ষের সমান্তরালে একটি উল্লম্ব রেখা টানলাম যা AB সরলরেখাংশকে P বিন্দুতে ছেদ করল।

P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (14, ☐)

∴ 14টি পেনের দাম 28 টাকা।

6 আমি উপরের রৈখিক লেখচিত্র থেকে 36 টাকায় কতগুলি পেন পাব দেখি।

উল্লম্ব রেখায় অর্থাৎ y অক্ষের উপর 36 টাকার বিন্দু দিয়ে x অক্ষের সমান্তরালে একটি অনুভূমিক রেখা টানলাম যা AB সরলরেখাংশকে Q বিন্দুতে ছেদ করল।

Q বিন্দুর স্থানাঙ্ক (☐, 36)

∴ রৈখিক লেখচিত্র থেকে পেলাম, 36টাকায় 18 টি পেন পাব।

7 কিন্তু এই BA সরলরেখাংশকে মূলবিন্দু পর্যন্ত বাড়িয়ে কী পাই দেখি।

বুঝতে পারলাম, যেহেতু মূলবিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, 0) তাই, 0 টি পেনের দাম 0 টাকা।

আবার পেনের দাম ও পেনের সংখ্যা ☐ (সরল/ব্যস্ত) সম্পর্কে অছে।

এই সরল সম্পর্কে রৈখিক লেখচিত্র পেলাম।

নিজে করি — 18.2

1) আমি 4 টি খাতা 20 টাকায় কিনলাম। একইরকম খাতার সংখ্যার সঙ্গে খাতার দামের তথ্য ছকে লিখি ও সেই ছকের তথ্যের লেখচিত্র ছক কাগজে আঁকি।

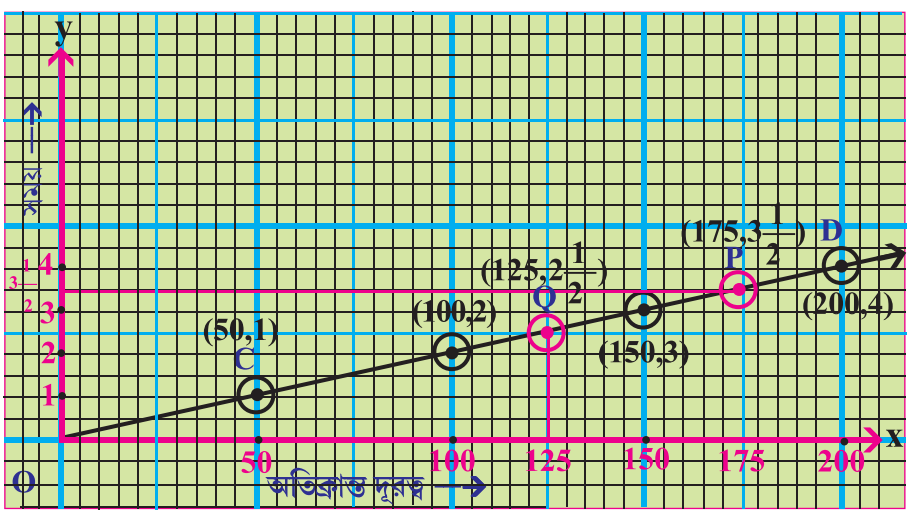
খাতার সংখ্যা (টি)	4	8	10	12
খাতার দাম (টাকা)	20	40	50	60

ছক কাগজে নিজে লেখচিত্র তৈরি করি ও সেই লেখচিত্র থেকে 6 টি খাতার দাম ও 45 টাকায় কতগুলি খাতা পাব হিসাব করে লিখি।

8 আজ আমরা ট্যাক্সি ভাড়া করে শালবনীতে যাচ্ছি। সেখানে আমার মামার বাড়ি। সকাল 7 টায় রওনা দিয়েছি। প্রতি ঘণ্টায় আমাদের গাড়ি কতটা পথ অতিক্রম করল তার তথ্য আমি নীচের ছকে লিখেছি। আমি ছক কাগজে এই তথ্যগুলির লেখচিত্র অঙ্কন করি।

সময় (ঘণ্টা)	1	2	3	4
অতিক্রান্ত দূরত্ব (কিমি.)	50	100	150	200

লেখচিত্র থেকে সকাল 10 টা 30 মিনিট পর্যন্ত গাড়িটি কতপথ অতিক্রম করেছিল দেখি এবং 125 কিমি. দূরত্ব কখন অতিক্রম করেছিল দেখি।



(1) প্রথমে ছক কাগজে x অক্ষ ও y অক্ষ আঁকলাম ও দুই অক্ষ বরাবর সুবিধামতো স্কেল নিলাম।

(2) x অক্ষ বরাবর অতিক্রান্ত দূরত্ব এবং y অক্ষ বরাবর সময় নিলাম।

x অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য = 5 কিমি. এবং y অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 ঘণ্টা ধরলাম।

(3) উপরের ছকের তথ্য থেকে (50, 1), (100, 2), (150, 3) ও (200, 4) বিন্দুগুলি ছক কাগজে বসালাম।

(4) বিন্দুগুলি যোগকরে CD সরলরেখাংশ পেলাম।

লেখচিত্র থেকে সকাল 10টা 30 মিনিটে অর্থাৎ (10টা 30মিনিট – 7টা)

= 3 ঘণ্টা 30 মিনিট বা $3\frac{1}{2}$ ঘণ্টাপরে গাড়িটি কতটুকু পথ অতিক্রম করেছে দেখি।

উল্লম্ব রেখায় অর্থাৎ y অক্ষ বরাবর $3\frac{1}{2}$ঘণ্টা বিন্দু দিয়ে x অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখাংশ CD সরলরেখাংশকে P বিন্দুতে ছেদ করেছে।

P বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(175, 3\frac{1}{2})$

∴ 3 ঘণ্টা 30 মিনিটে আমাদের গাড়ি গিয়েছিল 175 কিমি.।

একইভাবে লেখচিত্র থেকে দেখছি আমাদের গাড়িটি 125 কিমি. পথ অতিক্রম করেছিল 2 ঘণ্টা 30 মিনিটে অর্থাৎ সকাল 9 টা 30 মিনিটে।

DC সরলরেখাংশকে O বিন্দু পর্যন্ত বাড়ালাম। O বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0,0) কী প্রকাশ করে নিজে লিখি।

নিজে করি — 18.3

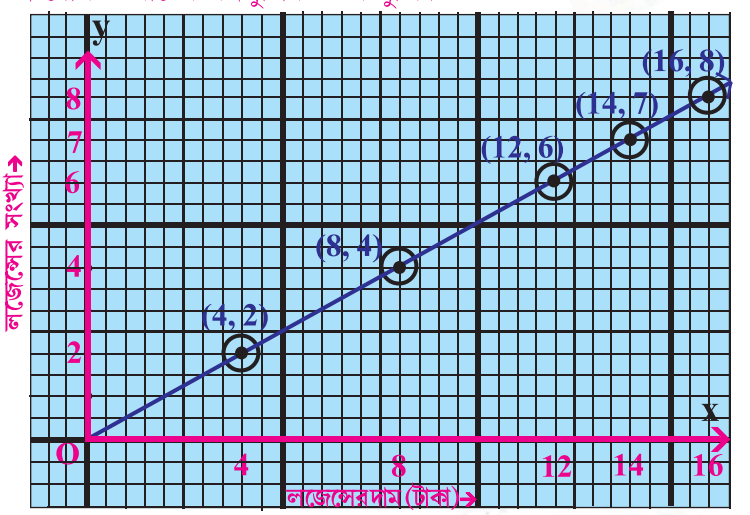
(1) আমি ছক কাগজে নীচের তথ্যগুলির সময় দূরত্বের লেখচিত্র তৈরি করি ও সেখান থেকে 4 ঘণ্টায় অতিক্রান্ত দূরত্ব দেখি ও 150 কিমি. দূরত্ব কত সময়ে যাবে লেখচিত্র থেকে বলি।

সময় (ঘণ্টা)	2	3	5
দূরত্ব (কিমি.)	50	75	125

9 আমি নীচের ছক কাগজের লেখচিত্র দেখি ও নীচের প্রশ্নগুলির উত্তর খুঁজি।

x অক্ষের ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের 2 টি বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 টাকা

y অক্ষের ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের 2 টি বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 টি লজেন্স।



(i) ছক কাগজের লেখচিত্রটি কোন বিষয়ের লিখি।

(ii) লজেন্সের সংখ্যা ও দাম কী সম্পর্কে আছে লিখি।

(iii) 8 টি লজেন্সের দাম কত টাকা লিখি।

(iv) 12 টাকায় কতগুলি লজেন্স পাওয়া যায় ছক কাগজ থেকে লিখি।

(v) 1 টি লজেন্সের দাম কত টাকা লিখি।

(vi) 14 টাকায় কতগুলি লজেন্স পাব লিখি।

উত্তর :

(i) ছক কাগজের লেখচিত্রটি লজেন্সের দাম ও সংখ্যার লেখচিত্র।

(ii) লেখচিত্রটি রৈখিক লেখচিত্র। লজেন্সের সংখ্যা ও লজেন্সের দাম ☐ (সরল/ব্যস্ত) সম্পর্কে আছে।

[নিজে লিখি]

(iii) লেখচিত্র থেকে দেখছি 8 টি লজেন্সের দাম 16 টাকা।

(iv) লেখচিত্র থেকে দেখছি 12 টাকায় পাওয়া যায় 6 টি লজেন্স।

(v) 1 টি লজেন্সের দাম ☐ টাকা **[নিজে লিখি]**

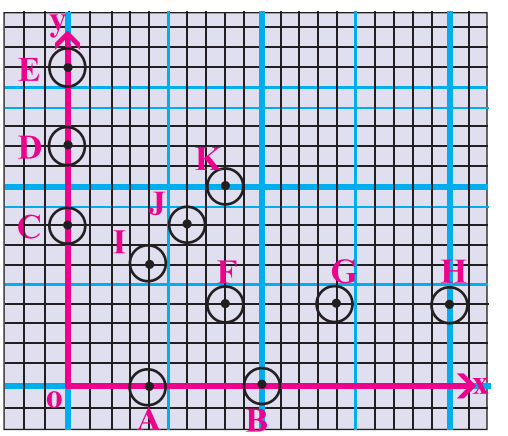
(vi) 14 টাকায় পাওয়া যায় ☐ টি লজেন্সে। **[নিজে লিখি]**

কষে দেখি — 18

1. (i) পাশের ছক কাগজে উভয় অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের 2 টি বাহুর দৈর্ঘ্য 1 একক নিয়ে বিন্দুগুলি দেখি ও তাদের স্থানাঙ্কগুলি লিখি।

   (ii) বিন্দুগুলির মধ্যে কোন বা কোন কোন তিনটি বিন্দু সমরেখ দেখি।

   (iii) বিন্দুগুলির মধ্যে তিনটি বিন্দু খুঁজি যারা সমরেখ নয়।



2. নিজে ছক কাগজে (1, 0), (0, 5), (2, 1), (3, 3), (1, 3), (2, 5) ও (0, 0) বিন্দু দেখাই।

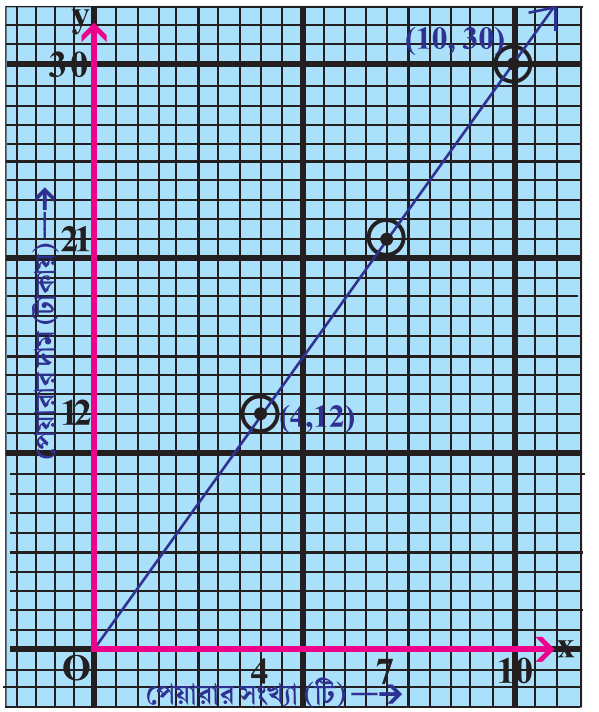
3. (i) নিজে (1, 1), (2, 2) ও (6, 6) বিন্দুগুলি ছক কাগজে বসাই ও যোগ করে সমরেখ কিনা দেখি।

   (ii) নিজে যেকোনো তিনটি অসমরেখ বিন্দু ছক কাগজে বসাই।

   (iii) আমি উপরের তিনটি বিন্দু বাদে যেকোনো তিনটি সমরেখ বিন্দু ছক কাগজে আঁকি ও তাদের স্থানাঙ্কগুলি লিখি।

4. পাশের ছকের লেখচিত্র দেখি ও নীচের প্রশ্নগুলির উত্তর খুঁজি।

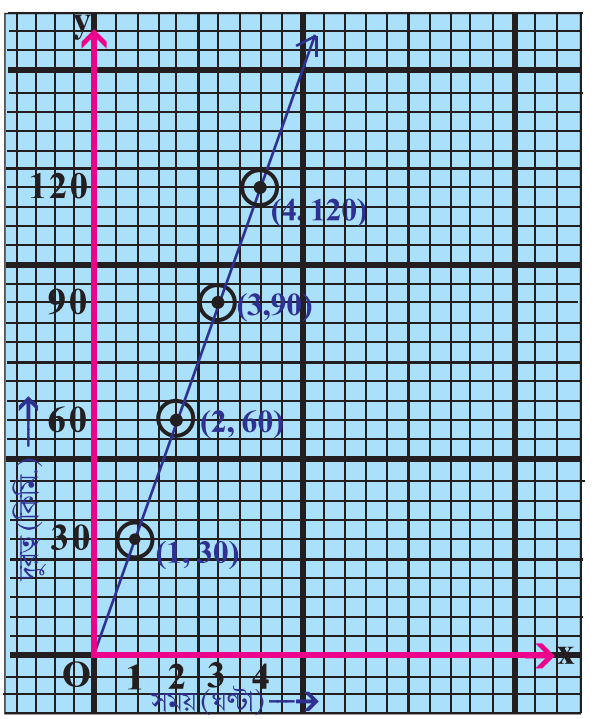
ধরি, x অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের 2টি বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 টি পেয়ারা ও
y অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের 1 টি বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 টাকা।



(i) লেখচিত্র থেকে পেয়ারার সংখ্যা ও দাম কী সম্পর্কে আছে লিখি।
(ii) 4 টি পেয়ারার দাম কত লিখি।
(iii) 30 টাকায় কতগুলি পেয়ারা পাওয়া যায় লিখি
(iv) 9 টাকায় কতগুলি পেয়ারা পাব লেখচিত্র থেকে লিখি।
(v) 9 টি পেয়ারার দাম লেখচিত্র থেকে লিখি।

5. পাশের সময় ও দূরত্বের লেখচিত্র দেখি ও নীচের প্রশ্নগুলির উত্তর খুঁজি।

x অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের 2 টি বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 ঘণ্টা ও
y অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের 1 টি বাহুর দৈর্ঘ্য = 5 কিমি.।



(i) সময়ের সাথে দূরত্ব কী সম্পর্কে আছে লিখি।
(ii) লেখচিত্র থেকে 3 ঘণ্টায় কত দূরত্ব গেছে লিখি।
(iii) 120 কিমি. পথ যেতে কত ঘণ্টা সময় লাগে লিখি।
(iv) গতিবেগ ঘণ্টায় কত কিমি. দেখি।
(v) 2 ঘণ্টা 30 মিনিটে কত দূরত্ব অতিক্রম করবে লেখচিত্র থেকে লিখি।
(v) 45 কিমি. দূরত্ব অতিক্রম করতে কত সময় লাগবে হিসাব করে লিখি।

6. নীচের ছকের তথ্যগুলির লেখচিত্র ছক কাগজে তৈরি করি ও লেখচিত্র রৈখিক কিনা দেখি।

পেনসিলের সংখ্যা	3	5	7	8
পেনসিলের দাম (টাকায়)	6	10	14	16

7. নীচের ছকের তথ্যগুলির লেখচিত্র ছক কাগজে তৈরি করি ও লেখচিত্র রৈখিক কিনা দেখি।

সময় (ঘণ্টা)	2	4	6	8
দূরত্ব (কিমি.)	40	80	120	160

8. নীচের ছকের তথ্যগুলির লেখচিত্র ছক কাগজে তৈরি করি ও লেখচিত্র রৈখিক কিনা দেখি।

ব্যাগের সংখ্যা	1	2	3	4
ব্যাগের দাম (টাকায়)	50	100	150	200

9. নীচের ছকের তথ্যগুলির লেখচিত্র ছক কাগজে তৈরি করি ও লেখচিত্র রৈখিক কিনা দেখি।

বইয়ের সংখ্যা	2	3	5	8
বইয়ের দাম (টাকায়)	50	75	125	200

10. নীচের ছকের তথ্যগুলির লেখচিত্র ছক কাগজে তৈরি করি ও লেখচিত্র রৈখিক কিনা দেখি।

ওভার	1	3	5	7
ওভারের শেষে রান সংখ্যা	4	12	20	24

19. সমীকরণ গঠন ও সমাধান

আজ আমরা এক মজার খেলা খেলব। শিবানী অনেকগুলি মার্বেল একটি কাপড়ের ছোটো থলেতে জমা করেছে। আমি, ধ্রুব, মহুয়া, অশোক ও মুরাদ শিবানীদের ছাদের ঘরে মার্বেলগুলি নিয়ে খেলা খেলব।

খেলাটি হলো শিবানী প্রথমে ধ্রুব ও মহুয়াকে কিছু মার্বেল একটি নিয়মে ভাগ করে দেবে। আমি না দেখে ওদের পাওয়া মার্বেলের সংখ্যা বলব।

শিবানী যতগুলি মার্বেল ধ্রুবকে দিল, মহুয়াকে তার দ্বিগুণ অপেক্ষা 18 টি বেশি মার্বেল দিল। আমি হিসেব করে দেখি কতগুলি মার্বেল শিবানী মহুয়াকে দিতে পারে।

ধরি, শিবানী ধ্রুবকে x টি মার্বেল দিল।

∴ মহুয়াকে দিল → $(2\times x+18)$ টি = $\square$ টি

ধ্রুবকে মার্বেল দিল (টি)	1	2	3	4	5	6	7	.....	x
মহুয়াকে মার্বেল দিল (টি)	20	22	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	.....	$\square$

∴ মহুয়াকে 20টি, 22টি, ... মার্বেল দিতে পারে।

জানতে পারলাম, শিবানী মহুয়াকে 108 টি মার্বেল দিয়েছে।

$$2x+18= 108$$

বা, $2x = 108 -18$

বা, $2x = 90$

∴ $x = 45$

সুতরাং, শিবানী ধ্রুবকে $\square$ টি মার্বেল দিয়েছে।

∴ $x = 45$ হলো $2x + 18 = 108$ সমীকরণের **বীজ**।

এবার শিবানী মুরাদকে যতগুলি মার্বেল দিল মহুয়াকে তার অর্ধেক অপেক্ষা 4টি মার্বেল কম দিল। হিসাব করে দেখি, এবার শিবানী মহুয়াকে কতগুলি মার্বেল দিতে পারে।

ধরি, শিবানী মুরাদকে x টি মার্বেল দিল।

∴ মহুয়াকে দিল ($\square$ – 4) টি মার্বেল।

মুরাদকে মার্বেল দিল (টি)	8	10	12	20	28	.....	n
এবারে, মহুয়াকে মার্বেল দিল (টি)	0	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$		$\square$

গুনে দেখলাম শিবানী মহুয়াকে 86 টি মার্বেল দিয়েছে,

∴ শিবানী মুরাদকে $\square$ টি মার্বেল দিয়েছে।

পেলাম, $\frac{x}{2} - 4 = 86$ সমীকরণের বীজ $\square$ ।

$\frac{x}{2} - 4 = 86$

∴ $x = \square$

[নিজে করি]

এবার শিবানী অশোককে যতগুলি মার্বেল দিল, মহুয়াকে তার $\frac{5}{2}$ অংশের চেয়ে 3 টি মার্বেল কম দিল। হিসাব করে দেখি, এবারে শিবানী মহুয়াকে কতগুলি মার্বেল দিতে পারে।

ধরি , শিবানী অশোককে x টি মার্বেল দিল।

∴ মহুয়াকে দিল $\square$ টি মার্বেল।

অশোককে মার্বেল দিল (টি)	2	4	8	10	20	.....	n
এবারে, মহুয়াকে মার্বেল দিল (টি)	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	.....	$\square$

যদি শিবানী মহুয়াকে 127 টি মার্বেল দেয় তবে অশোককে কতগুলি মার্বেল দিয়েছে হিসাব করে লিখি।

$\frac{5x}{2} - 3 = 127$ সমীকরণের বীজ খুঁজি **[নিজে করি]**

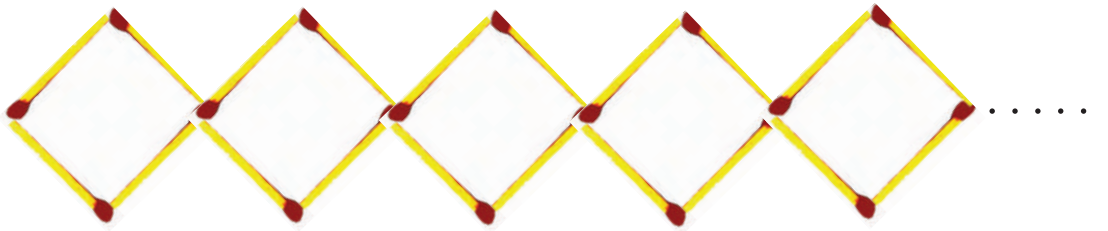
নিজে করি — 19

1) শিবানী আমাকে ও মুরাদকে কিছু মার্বেল দিল। যদি মুরাদের পাওয়া মার্বেলের সংখ্যা আমাকে দেওয়া মার্বেলের সংখ্যার $\frac{7}{3}$ এর চেয়ে 2টি কম হয় তবে মুরাদকে কী কী সংখ্যক মার্বেল দিতে পারে হিসাব করি।

যদি মুরাদ 40 টি মার্বেল পেয়ে থাকে তবে শিবানী আমাকে কতগুলি মার্বেল দিয়েছে হিসাব করে লিখি।

কিছু পরে আরও দুজন বন্ধু রোকেয়া ও অর্ঘ্য আমাদের সাথে খেলায় যোগ দিল।

রোকেয়া অনেকগুলি দেশলাই কাঠি সাথে এনেছে। সে এই কাঠিগুলি দিয়ে নানান রকম নকশা তৈরি করল।

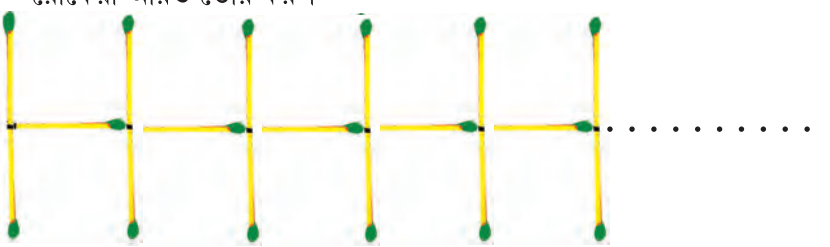


এইরকম n সংখ্যক নকশায় কাঠি লাগবে 4n টি।

যদি 80 টি দেশলাই কাঠি লাগে তবে বর্গক্ষেত্রের সংখ্যা $\square$ টি **[নিজে করি]**।

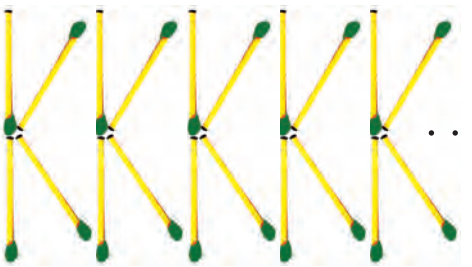
সুতরাং $4n = 80$ সমীকরণের বীজ $\square$

রোকেয়া আরও তৈরি করল —



এইরকম n সংখ্যক 'H' তৈরি করতে মোট কাঠি লাগবে $(\square \times n + 2)$ টি।

35 টি দেশলাই কাঠি দিয়ে এইরকম কতগুলি 'H' তৈরি করেছে সমীকরণ গঠন করে সমীকরণের বীজ নির্ণয় করি। এবার রোকেয়া তৈরি করল —

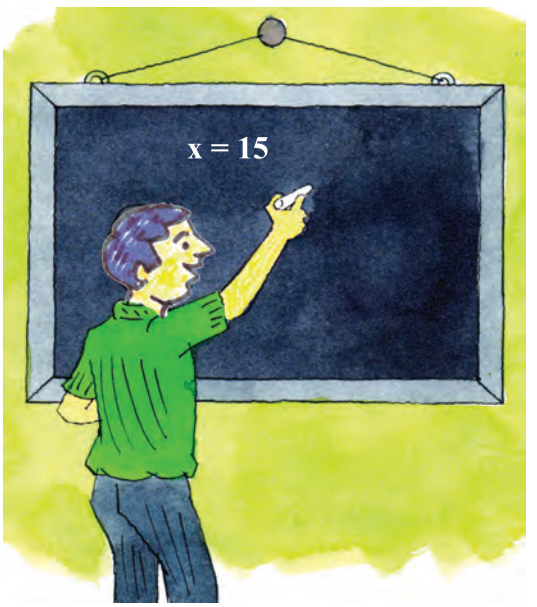


এইরকম n সংখ্যক 'K' তৈরি করতে মোট কাঠি লাগবে ☐ টি [নিজে করি]।

আমি দেশলাই কাঠি দিয়ে নিজে আর একটি নকশা তৈরি করি ও একইরকম n সংখ্যক নকশায় কতগুলি দেশলাই কাঠি লাগবে হিসাব করে লিখি। [নিজে করি]

সমীকরণ	সমীকরণের বীজে গোল দাগ দিই
$10+3x = 25-2x$	1, 3, 7, 0
$\frac{x}{4} - \frac{1}{3} = \frac{x}{3} + \frac{2}{5}$	$\frac{1}{2}$, 5, – 11, $-\frac{44}{5}$
$\frac{5}{2}(t-3) = (5t-12)$	$\frac{5}{9}$, $1\frac{4}{5}$ $\frac{-9}{5}$, 5,
$\frac{2x}{3} = \frac{3x}{8} + \frac{7}{12}$	0, 1, 2, 9

[নিজে করি]



নতুন মজার খেলা

ধ্রুব ও মুরাদ ঠিক করল একটি নতুন মজার খেলা খেলবে। মুরাদ ও ধ্রুব ঠিক করল তারা একটি একচল সমীকরণের একটি বীজ বলবে আর আমরা সবাই মিলে এমন একটি সমীকরণ তৈরির চেষ্টা করব যার বীজ ওদের দেওয়া বীজের সমান হবে।

ধ্রুব লিখল → $x = 15$

আমি সমীকরণ তৈরি করি যার বীজ15

$x = 15$

উভয়দিকে 3 গুণ করে পাই → $3\times x = 3\times 15$ ← উভয়দিকে 3 ভাগ করে পাই।

উভয়দিক থেকে 10 বিয়োগ করে পাই → $3x - 10 = 35$ ← উভয়দিকে 10 যোগ করে পাই।

∴ $3x - 10 = 35$ হলো নির্ণেয় একটি সমীকরণ যার বীজ 15

∴ x এর তিনগুণ থেকে 10 বিয়োগ করলে বিয়োগফল যদি 35 হয় তখন x এর মান15 এর সমান হবে।

মুরাদ লিখল → $y = -9$

আমি সমীকরণ তৈরি করি যার বীজ (-9)

$y = -9$
$2 \times y = -18$
$2y + 18 = 0$
$\therefore$ $2y + 18 = 0$ হলো নির্ণেয় একটি সমীকরণ যার বীজ (-9)

সমীকরণ তৈরি করি ও ভাষায় প্রকাশ করি :

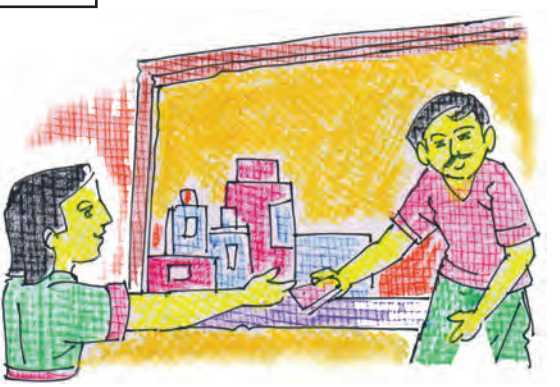
(1) $x = -19$ ☐

(2) $t = 21$ ☐

[নিজে করি]

1 সবাই মিলে চাঁদা তুলে আমরা কিছু খাওয়া দাওয়ার ব্যবস্থা করব। আমার কাছে 2 টি 100 টাকার নোট আছে। আমি আমার 200 টাকাকে 5 টাকা ও 10 টাকার নোটে ভাঙাতে চাই।

শিবানীর বাবা আমাকে টাকা খুচরো করে 5 টাকা ও 10 টাকার নোট মিলে মোট 32 টি নোট দিলেন।



আমি সমীকরণ গঠন করে হিসাব করে দেখি প্রত্যেক প্রকারের কতগুলি নোট আমার কাছে আছে।

ধরি x টি 5 টাকার নোট আছে।
$\therefore$ 10 টাকার নোট আছে $(32-x)$ টি।
1 টি 5 টাকার নোটের মূল্য 5 টাকা।
$\therefore$ x টি 5 টাকার নোটের মূল্য $5x$ টাকা।
1 টি 10 টাকার নোটের মূল্য 10 টাকা।
$\therefore$ $(32-x)$ টি 10 টাকার নোটের মূল্য $10(32-x)$ টাকা।
আমার কাছে $5x$ টাকা ও $10(32-x)$ টাকা মিলে মোট 200 টাকা আছে।
শর্তানুসারে, $5x + 10(32-x) = 200$
বা, $5x + 320 - 10x = 200$
বা, $5x - 10x = 200 - 320$
বা, $-5x = -120$
বা, $x = \frac{-120}{-5}$ $\therefore$ $x = 24$
$\therefore$ আমার কাছে 5 টাকার নোট আছে 24 টি ও 10 টাকার নোট আছে $32-24 =$ ☐ টি।

2 আমি যদি 3 টি 100 টাকার নোট 5 টাকা ও 10 টাকার নোটে খুচরো করতাম এবং 5 টাকা ও 10 টাকার নোট মিলে মোট 48 টি নোট পেতাম, তবে আমার কাছে কোন নোট কতগুলি থাকত হিসাব করি। [নিজে করি]

3 ধ্রুবদের শ্রেণিতে মোট 35 জন ছাত্রছাত্রী। তাদের বয়সের গড় ছিল 14 বছর। নতুন 7 জন ছাত্রছাত্রী ভরতি হওয়ায় শ্রেণির মোট ছাত্রছাত্রীর বয়সের গড় হলো 13.9 বছর। সমীকরণ গঠন করি ও ধ্রুবদের শ্রেণিতে ছাত্রছাত্রীর বয়সের গড় কত ছিল হিসাব করে লিখি।

ধরি, নতুন ভরতি হওয়া 7 জন ছাত্রছাত্রীর বয়সের গড় x বছর।

∴ নতুন 7 জন ছাত্রছাত্রীর মোট বয়স $(7 \times x)$ বছর = $7x$ বছর।

আগের 35 জন ছাত্রছাত্রীর মোট বয়স ছিল 35×14 বছর

$= \square$ বছর

এখন 7 জন ছাত্রছাত্রী ভরতি হওয়ায় ধ্রুবদের শ্রেণিতে মোট ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা $(35 + 7)$ জন

$= 42$ জন

∴ 42 জন ছাত্রছাত্রীর মোট বয়স $= (7x + 490)$ বছর

কিন্তু এখন 42 জন ছাত্রছাত্রীর গড় বয়স = 13.9 বছর

∴ 42 জন ছাত্রছাত্রীর মোট বয়স $= (13.9 \times 42)$ বছর

শর্তানুসারে, $7x + 490 = 13.9 \times 42$

বা, $7x = 13.9 \times 42 - 490$

বা, $x = \dfrac{13.9 \times 42 - 490}{7}$

∴ $x = \square$

∴ নতুন ভরতি হওয়া 7 জন ছাত্রছাত্রীর গড় বয়স $\square$ বছর।

4 মানস একটি ভগ্নাংশ লিখেছে যার হর লবের দ্বিগুণ অপেক্ষা 1 বেশি। যদি লব ও হরের সঙ্গে 4যোগ করি তাহলে ভগ্নাংশটি $\frac{7}{11}$ হয়। সমীকরণ গঠন করি ও হিসাব করে মানসের লেখা ভগ্নাংশটি নির্ণয় করি।

ধরি, ভগ্নাংশের লব = x

এবং হর = $2x+1$

∴ ভগ্নাংশটি $\dfrac{\square}{\square}$

ভগ্নাংশটির লব ও হরের সাথে 4 যোগ করি ও কী পাই দেখি,

$$\frac{\square + 4}{\square + 4} = \frac{x+4}{2x+1+4} = \frac{x+4}{2x+5}$$

শর্তানুসারে,

$$\frac{x+4}{2x+5}=\frac{7}{11}$$

বা, $14x + 35 = 11x+44$

বা, $14x - 11x = 44 - 35$

বা, $3x = 9$

$\therefore x = 3$

সুতরাং ভগ্নাংশটি $\frac{x}{2x+1}$

$$=\frac{3}{2\times3+1}=\frac{3}{7}$$

5 অশোক একটি ভগ্নাংশ লিখেছে যার লব হর অপেক্ষা 2 কম। যদি লব ও হরের সঙ্গে 1 যোগ করা হয় তাহলে ভগ্নাংশটির মান হয় $\frac{4}{5}$; সমীকরণ গঠন করি ও হিসাব করে অশোকের ভগ্নাংশটি নির্ণয় করি।

[নিজে করি]

6 মহুয়া একটি দুই অঙ্কের সংখ্যা লিখেছে যার অঙ্কদ্বয়ের যোগফল (সমষ্টি) 9; যদি সংখ্যাটির সাথে 45 যোগ করি তাহলে অঙ্কদ্বয় স্থান পরিবর্তন করে। সমীকরণ গঠন করি ও মহুয়ার লেখা দুই অঙ্কের সংখ্যাটি কী হবে হিসাব করে লিখি।

ধরি দুই অঙ্কের সংখ্যাটির একক স্থানীয় অঙ্ক x

সুতরাং দশক স্থানীয় অঙ্ক $(9 - x)$

দশক	একক
$(9-x)$	x

$\therefore$ দুই অঙ্কের সংখ্যাটি $10 \times$ (দশকস্থানীয় অঙ্ক) + একক স্থানীয় অঙ্ক

$= 10\times(9 - x) + x$

$= 90 - 10x + x$

$= 90 - 9x$

এবার যদি এই দুই অঙ্কের সংখ্যার অঙ্কগুলির স্থান বিনিময় করি

(অর্থাৎ একক স্থানীয় অঙ্ককে দশকে এবং দশক স্থানীয় অঙ্ককে এককে বসাই)

তবে সংখ্যাটি পাই, $10 \times x + (9 - x)$

দশক	একক
x	$(9-x)$

$= 10x + 9 - x$

$= 9x + 9$

মহুয়া দুই অঙ্কের সংখ্যাটি এমন নিয়েছে যে,

(দুই অঙ্কের সংখ্যাটি) + 45 = (স্থানবিনিময় করে পাওয়া দুই অঙ্কের সংখ্যাটি)

শর্তানুসারে, $90 - 9x + 45 = 9x + 9$

বা, $-9x - 9x = 9 - 45 - 90$

বা, $-18x = -126$

বা, $x = \frac{-126}{-18}$ $\therefore$ $x = 7$

∴ দুই অঙ্কের সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক 7

এবং দশক স্থানীয় অঙ্ক = 9 – x

= 9 – 7 = 2

নির্ণেয় দুই অঙ্কের সংখ্যা = 2 × 10 + 7

= 27

7 মুরাদ একটি দুই অঙ্কের সংখ্যা লিখেছে যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি 11; এই সংখ্যাটির সাথে 63 যোগ করলে অঙ্কদ্বয় স্থান পরিবর্তন করে। সমীকরণ গঠন করি ও মুরাদের লেখা দুই অঙ্কের সংখ্যাটি খোঁজার চেষ্টা করি।

[নিজে করি]

8 একটি সংখ্যার অর্ধেক, সংখ্যাটির $\frac{1}{5}$ অংশ অপেক্ষা 6 বেশি হলে সংখ্যাটি কী হবে সমীকরণ গঠন করি ও হিসাব করে লিখি।

ধরি সংখ্যাটি x,

∴ সংখ্যাটির অর্ধেক = ☐

সংখ্যাটির অর্ধেক, সংখ্যাটির $\frac{1}{5}$ অংশ অপেক্ষা 6 বেশি

শর্তানুসারে, $\frac{x}{2} - \frac{x}{5} = 6$

বা, $\frac{5x - 2x}{10} = 6$

বা, $\frac{3x}{10} = 6$

∴ x = ☐ **[নিজে করি]**

নির্ণেয় সংখ্যাটি ☐

কষে দেখি — 19

প্রতিক্ষেত্রে সমীকরণ গঠন করি ও নিজে করি —

1. সীমা একটি সংখ্যা লিখেছে যার দ্বিগুণের সঙ্গে 2 যোগ করলে যা হয় তা সংখ্যাটির তিনগুণের চেয়ে 5 ছোটো। সীমার লেখা সংখ্যাটি লিখি।
2. তিনটি ক্রমিক সংখ্যা লিখি যাদের যোগফল থেকে 5 বিয়োগ করলে বিয়োগফলটি মাঝের সংখ্যার দ্বিগুণের চেয়ে 11 বেশি হয়। ক্রমিক সংখ্যা তিনটি লিখি।
3. আমি এমন একটি সংখ্যা খুঁজি যার এক-তৃতীয়াংশ থেকে তার এক-চতুর্থাংশ 1 কম।
4. আমি এমন একটি ভগ্নাংশ খুঁজি যার হর তার লব থেকে 2 বড়ো এবং লবের সঙ্গে 3 যোগ ও হর থেকে 3 বিয়োগ করলে ভগ্নাংশটি $\frac{7}{3}$-এর সমান হয়।
5. সুচেতা একটি ভগ্নাংশ লিখল যার হর তার লবের চেয়ে 3 বড়ো। আবার ভগ্নাংশটির লবের সঙ্গে 2 যোগ ও হর থেকে 1 বিয়োগ এবং লব থেকে 1 বিয়োগ ও হরের সঙ্গে 2 যোগ করলে যে দুটি নতুন ভগ্নাংশ পাব তাদের গুণফল $\frac{2}{5}$। সুচেতার লেখা ভগ্নাংশটি লিখি।

6. রাজু দুই অঙ্ক বিশিষ্ট একটি সংখ্যা লিখল যার দশক স্থানীয় অঙ্ক একক স্থানীয় অঙ্কের তিনগুণ এবং অঙ্ক দুটি স্থানবিনিময় করলে যে সংখ্যাটি তৈরি হবে তা মূল সংখ্যাটি থেকে 36 কম। রাজুর লেখা দুই অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যাটি লিখি।
7. দুটি সংখ্যার যোগফল 89 এবং অন্তর 15 হলে সংখ্যা দুটির মান খুঁজি।
8. 830-কে এমন দুটি অংশে ভাগ করি যেন একটি অংশের 30% অপর অংশের 40% অপেক্ষা 4 বেশি হয়।
9. 56-কে এমন দুটি অংশে ভাগ করি যেন প্রথম অংশের তিনগুণ, দ্বিতীয় অংশের এক-তৃতীয়াংশ অপেক্ষা 48 বেশি হয়।
10. একটি দণ্ডের $\frac{1}{5}$ অংশ কাদায়, $\frac{3}{5}$ অংশ জলে এবং অবশিষ্ট 5 মিটার জলের উপর আছে। দণ্ডটির দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি।
11. আমার বাবার বর্তমান বয়স আমার বর্তমান বয়সের 7 গুণ। 10 বছর পরে বাবার বয়স আমার বয়সের 3 গুণ হবে। আমার ও বাবার বর্তমান বয়স লিখি।
12. আমার মামা 1000 টাকার একটি চেক ব্যাংক থেকে ভাঙালেন। তিনি কয়েকটি পাঁচ টাকার নোট ও কয়েকটি দশ টাকার নোট পেলেন। যদি মামা মোট 137টি নোট পেয়ে থাকেন তাহলে কতগুলি 5 টাকার নোট পেলেন দেখি।
13. আমাদের গ্রামের সালেমচাচা সরকারি চাকুরি থেকে অবসর গ্রহণ করার পর তার সঞ্চয়ের $\frac{1}{2}$ অংশ দিয়ে একটি বাড়ি কেনেন। হঠাৎ বিপদে পড়ে তিনি বাড়িটি বিক্রি করে কেনা দামের 5% বেশি পান। যদি তিনি বাড়িটি 3450 টাকা বেশি দামে বিক্রি করতেন তাহলে কেনা দামের উপর 8% বেশি পেতেন। সালেমচাচা কত টাকায় বাড়িটি কিনেছিলেন এবং তার সঞ্চয় কত ছিল দেখি।
14. গোপালপুর গ্রামের আশ্রয় শিবিরে আশ্রয়প্রার্থীদের জন্য 20 দিনের খাবার মজুত ছিল। 7 দিন পরে আরও 100 জন আশ্রয়প্রার্থী সেই শিবিরে আশ্রয় নিলে 11 দিনের মাথায় সব খাবার শেষ হয়ে যায়। প্রথমে কতজন আশ্রয়প্রার্থী ছিল লিখি।
15. নীচের সমীকরণগুলির বীজ খুঁজি (সমাধান করি) :

(i) $\frac{3}{x+3} = \frac{5}{x+2}$ (ii) $\frac{5}{3x+4} = \frac{4}{5(x-3)}$ (iii) $14(x-2)+3(x+5)=3(x+8)+5$

(iv) $\frac{x}{2}+5 = \frac{x}{3}+7$ (v) $\frac{x+1}{8}+\frac{x-2}{5} = \frac{x+3}{10}+\frac{3x-1}{20}$

(vi) $\frac{x+1}{4}+3 = \frac{2x+4}{5}+2$ (vii) $\frac{x+1}{7}+x = \frac{3x-4}{14}+6$

(viii) $\frac{3}{5}(x-4)-\frac{1}{3}(2x-9) = \frac{1}{4}(x-1)-2$ (ix) $\frac{x+5}{3}+\frac{2x-1}{7} = 4$

(x) $25+3(4x-5)+8(x+2) = x+3$ (xi) $\frac{x-8}{3}+\frac{2x+2}{12}+\frac{2x-1}{18} = 3$

(xii) $\frac{t+12}{6}-t = 6\frac{1}{2}-\frac{1}{12}$ (xiii) $\frac{x+1}{2}-\frac{5x+9}{28} = \frac{x+6}{21}+5-\frac{x-12}{3}$

(xiv) $\frac{9x+5}{14} + \frac{8x-7}{7} = \frac{18x+11}{28} + \frac{5}{4}$

(xv) $\frac{3y+1}{16} + \frac{2y-3}{7} = \frac{y+3}{8} + \frac{3y-1}{14}$

(xvi) $5x-(4x-7)(3x-5) = 6-3(4x-9)(x-1)$

(xvii) $3(x-4)^2 + 5(x-3)^2 = (2x-5)(4x-1) - 40$

(xviii) $3(y-5)^2 + 5y = (2y-3)^2 - (y+1)^2 + 1$

16. সমীকরণ তৈরি করি ও গণিতের গল্প লিখি :

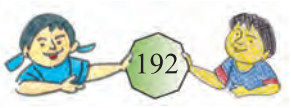
(i) $x = 5$ ⟶ ☐

(ii) $y = -11$ ⟶ ☐

(iii) $t = \frac{7}{8}$ ⟶ ☐

(iv) $x = 24$ ⟶ ☐

(v) $x =$ ☐ ⟶ ☐ [নিজে বসাই]



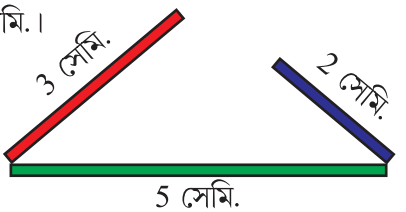
20. জ্যামিতিক প্রমাণ

আজ নানান দৈর্ঘ্যের ছোটো-বড়ো রঙিন কাঠি নিয়ে মজার এক খেলা খেলব। আমরা কয়েকজন বন্ধু মিলে এই খেলা খেলব।

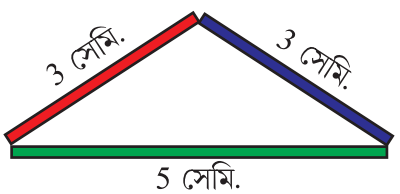
খেলাটি হলো মিতালী ও অনীক দুটি কাঠি দেবে। আমরা অন্য একটি কাঠি খুঁজব যাতে এই তিনটি কাঠি দিয়ে একটি ত্রিভুজের মতো তৈরি করতে পারি। এবার যে ত্রিভুজের মতো তৈরির করব তার বাহুগুলির মধ্যে সম্পর্ক খুঁজব।

প্রথমে মিতালী দুটি কাঠি দিল যাদের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3 সেমি. ও 5 সেমি.।

আমি 2 সেমি. দৈর্ঘ্যের একটি কাঠি নিলাম ও মিতালীর দেওয়া দুটি কাঠি যোগ করে ত্রিভুজের মতো তৈরি করার চেষ্টা করলাম ও এইরকম পেলাম—



কিন্তু দেখছি, ত্রিভুজ তৈরি করতে পারছি না। এখানে দেখছি, 3 সেমি. + 2 সেমি. ☐ 5 সেমি. (= / < / > বসাই)



জেসমিন 2 সেমি. দৈর্ঘ্যের কাঠিটি সরিয়ে 3 সেমি. দৈর্ঘ্যের একটি কাঠি নিয়ে ত্রিভুজের মতো তৈরির চেষ্টা করল এবং সে একটি ত্রিভুজের মতো পেল।

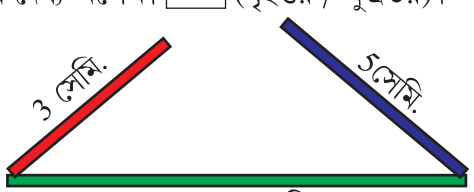
এখানে দেখছি, 3সেমি. + 3সেমি. ☐ 5সেমি. (= / < / > বসাই)

স্নেহা 3সেমি., 5সেমি. ও 4সেমি. দৈর্ঘ্যের তিনটি কাঠি নিয়ে একটি ☐ তৈরি করল। এখানে দেখছি, 4সেমি. + 3সেমি. ☐ 5সেমি. (= / < / > বসাই)

আমি 3সেমি. ও 5সেমি. দৈর্ঘ্যের কাঠির সাথে 6সেমি. বা 7সেমি. দৈর্ঘ্যের কাঠি নিয়ে ত্রিভুজের মতো তৈরি করতে পেরেছি। অর্থাৎ দেখছি যে (3সেমি., 6সেমি. ও 5সেমি.) এবং (3সেমি., 7সেমি. ও 5সেমি.) দৈর্ঘ্যের কাঠি দিয়ে ত্রিভুজের মতো তৈরি করা যায়।

স্নেহা বলল এই ত্রিভুজের মতো আকারটিকে নিয়ে খাতায় বসিয়ে পেনসিল দিয়ে দাগ দিয়ে যে ত্রিভুজগুলি পেলাম তাদের যেকোনো দুটি বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য অপেক্ষা ☐ (বৃহত্তর / ক্ষুদ্রতর)।

এবার সুচেতা 9সেমি. দৈর্ঘ্যের কাঠি নিয়ে অর্থাৎ (9সেমি., 3সেমি. ও 5সেমি.) দৈর্ঘ্যের কাঠি দিয়ে ত্রিভুজের মতো তৈরির চেষ্টা করল এবং সে পেল —



অর্থাৎ এই ত্রিভুজের যেকোনো দুটি বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য অপেক্ষা বড়ো নয়।

পেলাম, (i) 5সেমি. ও 3সেমি. দৈর্ঘ্যের দুটি কাঠির সাথে যে দৈর্ঘ্যের কাঠি ত্রিভুজের মতো তৈরি করবে তার দৈর্ঘ্য হবে 5সেমি. – 3সেমি. = 2সেমি.-র ☐ (ছোটো / বড়ো)

এবং (5 + 3) সেমি. = 8সেমি.-র ☐ (ছোটো / বড়ো)।

(ii) ত্রিভুজের যেকোনো দুটি বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য অপেক্ষা ☐ (ক্ষুদ্রতর / বৃহত্তর)।

এবার অনীক 2সেমি. ও 4সেমি. দৈর্ঘ্যের দুটি কাঠি দিল।

আমি আগের মতো নানান দৈর্ঘ্যের কাঠি নিয়ে ত্রিভুজের মতো তৈরির চেষ্টা করি ও কী কী পাই দেখি।

দেখছি, (i) (4 – 2) সেমি. = 2সেমি. র ☐ (ছোটো / বড়ো) দৈর্ঘ্যের কাঠি ও (4 + 2) সেমি. = 6সেমি.র ☐ (ছোটো / বড়ো) দৈর্ঘ্যের কাঠি দিয়ে 2সেমি. ও 4সেমি. দৈর্ঘ্যের কাঠির সাথে ত্রিভুজের মতো তৈরি করতে পারছি।

(ii) আবার দেখছি ত্রিভুজের যেকোনো দুটি বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য অপেক্ষা ☐ (ক্ষুদ্রতর / বৃহত্তর)।

নিজে করি—20.1

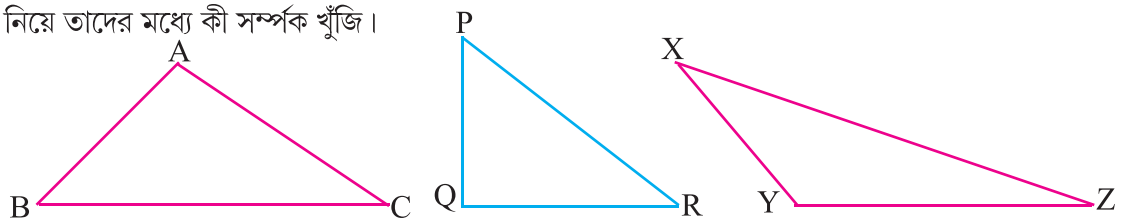
(i) 4সেমি. ও 6সেমি. দৈর্ঘ্যের দুটি কাঠির সাথে কী কী দৈর্ঘ্যের কাঠি নিলে ত্রিভুজ তৈরি করতে পারব দেখি।

(ii) কোনো ত্রিভুজের দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3সেমি. ও 6সেমি. হলে তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য কোন দুটি সংখ্যার মধ্যে থাকবে হিসাব করে লিখি।

আমি যেকোনো দৈর্ঘ্যের দুটি কাঠি নিয়ে তৃতীয় কাঠির দৈর্ঘ্যের সাথে অপর দুটি কাঠির দৈর্ঘ্যের সমষ্টির সম্পর্ক কী পাই লিখি। **[নিজে করি]**

হাতেকলমে নানান দৈর্ঘ্যের কাঠি নিয়ে দেখছি, ত্রিভুজের যেকোনো দুটি বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্যের চেয়ে সর্বদা বৃহত্তর হবে।

আমিনুর অনেকগুলি ত্রিভুজ তার খাতায় এঁকেছে। সে বলল এই ত্রিভুজগুলির প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্যের পরিমাপ নিয়ে তাদের মধ্যে কী সম্পর্ক খুঁজি।



AB = ☐ সেমি., BC = ☐ সেমি., CA = ☐ সেমি.

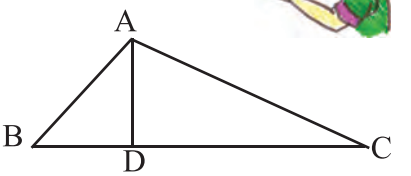
AB + BC ☐ CA [> / < বসাই]

BC + CA ☐ AB [> / < বসাই]

CA + AB ☐ BC [> / < বসাই]

একইভাবে △POR ও △XYZ এর বাহুগুলি স্কেল দিয়ে মেপে দেখছি প্রতিটি ত্রিভুজের যেকোনো দুটি বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্যের চেয়ে সর্বদা ☐ **[নিজে করি]**

উপপাদ্য **11** ত্রিভুজের যেকোনো দুটি বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য অপেক্ষা বৃহত্তর।



প্রদত্ত : ধরি $\triangle ABC$ -এর বৃহত্তম বাহু BC

প্রামাণ্য : যদি $AB + AC > BC$ প্রমাণ করি তাহলে প্রমাণিত হবে যে ত্রিভুজের যেকোনো দুটি বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য অপেক্ষা বৃহত্তর।

অঙ্কন : $\triangle ABC$ এর শীর্ষবিন্দু A থেকে BC এর উপর AD লম্ব টানলাম যা BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করল। অর্থাৎ $AD \perp BC$

প্রমাণ : $\triangle ADB$ এর $\angle ADB = 1$ সমকোণ [অঙ্কনানুসারে $AD \perp BC$]

$\angle ADB$ সমকোণ ও $\angle BAD$ সূক্ষ্মকোণ [সূক্ষ্মকোণের পরিমাপ < সমকোণের পরিমাপ]

অর্থাৎ $\angle ADB > \angle BAD$

সুতরাং, $AB > BD$ _____ (i) [ত্রিভুজের বৃহত্তর কোণের বিপরীত বাহু ক্ষুদ্রতর কোণের বিপরীত বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

$\triangle ADC$ -এর $\angle ADC = 1$ সমকোণ [অঙ্কনানুসারে অর্থাৎ $AD \perp BC$]

$\angle ADC$ সমকোণ ও $\angle DAC$ সূক্ষ্মকোণ [সূক্ষ্মকোণের পরিমাপ < সমকোণের পরিমাপ]

অর্থাৎ $\angle ADC > \angle DAC$

সুতরাং, $AC > DC$ _____ (ii) [ত্রিভুজের বৃহত্তর কোণের বিপরীত বাহু ক্ষুদ্রতর কোণের বিপরীত বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]

(i) ও (ii) যোগ করে পাই, $AB + AC > BD + DC$

অর্থাৎ $AB + AC > BC$ **প্রমাণিত।**

মেঘা একটি ত্রিভুজ PQR এঁকেছে। আমি যুক্তি দিয়ে ধাপে ধাপে প্রমাণ করি যে $PQ + QR > PR$; $QR + RP > PQ$ এবং $RP + PQ > QR$ **[নিজে করি]**

নিজে করি—20.2

1) আমি যুক্তি দিয়ে ধাপে ধাপে প্রমাণ করি যেকোনো ত্রিভুজের দুটি বাহুর দৈর্ঘ্যের অন্তর তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্যের চেয়ে ছোটো হবে।

2) নীচের বাহুগুলির দৈর্ঘ্য দেখি ও কোন কোন ক্ষেত্রে দৈর্ঘ্যগুলি নিয়ে ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব লিখি—

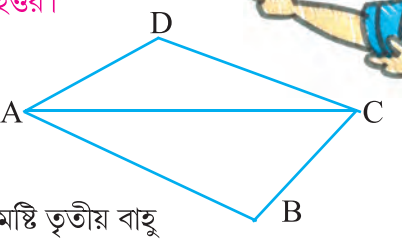
(a) (3 সেমি., 6 সেমি. ও 8 সেমি.)

(b) (8 সেমি., 6 সেমি. ও 15 সেমি.)

(c) (2.7 সেমি., 6.1 সেমি. ও 8.8 সেমি.)

(d) (2.5 সেমি., 8 সেমি. ও 6 সেমি.)

প্রয়োগ **1** প্রমাণ করি যে, একটি চতুর্ভুজের যেকোনো তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি চতুর্থ বাহুর দৈর্ঘ্য অপেক্ষা বৃহত্তর।



প্রদত্ত : ধরি ABCD চতুর্ভুজের বৃহত্তম বাহু AB।

প্রামাণ্য : চতুর্ভুজের যেকোনো তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর অর্থাৎ $AD + DC + BC > AB$ প্রমাণ করলেই যথেষ্ট।

অঙ্কন : A ও C বিন্দু দুটি যোগ করে AC সরলরেখাংশ পাই।

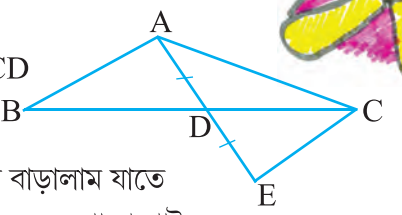
প্রমাণ : $\triangle ACD$ এর $AD + DC > AC$

$\triangle ACB$ এর $AC + BC > AB$

সুতরাং, $AD + DC + AC + BC > AC + AB$

$\therefore$ $AD + DC + BC > AB$

প্রয়োগ **2** $\triangle ABC$ এর AD মধ্যমা। প্রমাণ করি যে, $AB + AC > 2AD$



প্রদত্ত : ধরি $\triangle ABC$ এর AD মধ্যমা। অর্থাৎ $BD = CD$

প্রামাণ্য : $AB + AC > 2AD$

অঙ্কন : AD সরলরেখাংশকে E বিন্দু পর্যন্ত এমন ভাবে বাড়ালাম যাতে $AD = DE$ হয়। C ও E বিন্দু যোগ করে CE সরলরেখাংশ পাই।

প্রমাণ : $\triangle ABD$ ও $\triangle DCE$ -এর $BD = CD$ (প্রদত্ত)

$\angle ADB =$ বিপ্রতীপ $\angle CDE$

$AD = DE$ (অঙ্কনানুসারে)

$\therefore$ $\triangle ABD \cong \triangle DCE$ (বাহু-কোণ -বাহু বা S-A-S সর্বসমতা শর্তানুসারে)

সুতরাং, $AB = CE$ (অনুরূপ বাহু)

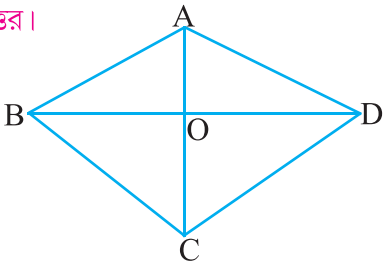
$\triangle ACE$ -এর $AC + CE > AE$

বা, $AC + CE > AD + DE$

বা, $AC + AB > AD + AD$ ($\because CE = AB$ এবং $DE = AD$)

$\therefore$ $AC + AB > 2AD$

প্রয়োগ **3** প্রমাণ করি যে, যেকোনো চতুর্ভুজের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টি কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি অপেক্ষা বৃহত্তর।



প্রদত্ত : ধরি ABCD একটি চতুর্ভুজ।

প্রামাণ্য : $AB + BC + CD + DA > AC + BD$

প্রমাণ : $\triangle ABC$ -তে $AB + BC > AC$

$\triangle ADC$ -তে $AD + DC > AC$

$\therefore$ $AB + BC + AD + DC > 2AC$ _____ (i)

$\triangle ABD$ -তে $AB + AD > BD$

$\triangle BCD$ -তে $BC + CD > BD$

$\therefore$ $AB + BC + AD + DC > 2BD$ _____ (ii)

(i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$2(AB + BC + AD + DC) > 2(AC + BD)$

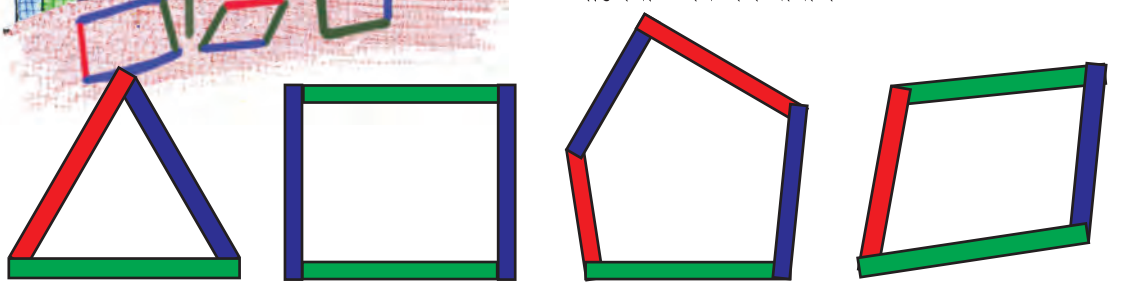
$\therefore$ $(AB + BC + AD + DC) > (AC + BD)$

কষে দেখি- 20.1

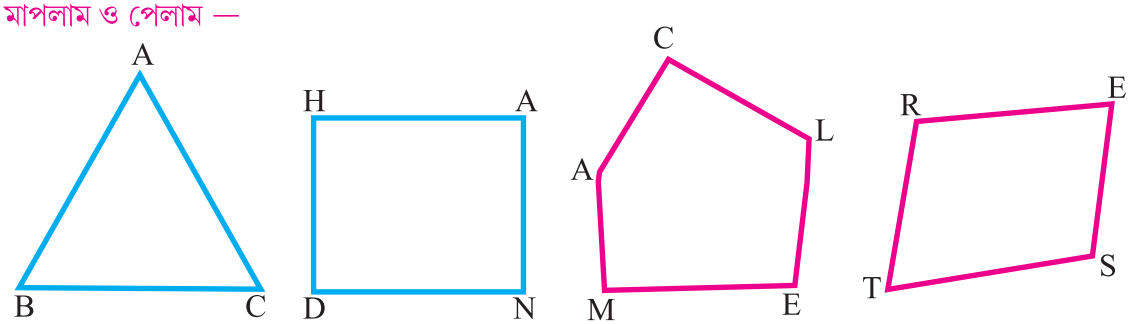
1. $\triangle ABC$ এর BC বাহুর উপর D যেকোনো একটি বিন্দু। প্রমাণ করি যে, $AB + BC + CA > 2AD$
2. $\triangle ABC$ এর ভিতরে O যেকোনো একটি বিন্দু। প্রমাণ করি যে,
   (i) $AB + AC > OB + OC$
   (ii) $AB + BC + AC > OA + OB + OC$
3. প্রমাণ করি যে, একটি চতুর্ভুজের পরিসীমা যেকোনো কর্ণের দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণ অপেক্ষা বৃহত্তর।
4. $\triangle ABC$ এর ভিতরে P যেকোনো একটি বিন্দু। প্রমাণ করি যে,
   (i) $AP + BP > AB$
   (ii) $AB + BC + AC < 2(AP + BP + CP)$
5. প্রমাণ করি যে, ত্রিভুজের পরিসীমা ত্রিভুজটির মধ্যমা তিনটির দৈর্ঘ্যের সমষ্টির চেয়ে বড়ো।
6. প্রমাণ করি যে, একটি চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি চতুর্ভুজের যেকোনো দুটি বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্যের সমষ্টির চেয়ে বড়ো।
7. প্রমাণ করি যে, একটি চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি চতুর্ভুজটির অর্ধ-পরিসীমার চেয়ে বড়ো।
8. প্রমাণ করি যে, যেকোনো চতুর্ভুজের অন্তঃস্থ কোনো বিন্দু (কোনো কর্ণের উপর নয়) থেকে চর্তুভুজের শীর্ষবিন্দুগুলির সংযোজক সরলরেখাংশের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি চর্তুভুজটির কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টির চেয়ে বড়ো। এবার দেখি যে চতুর্ভুজের ভিতর বিন্দুটির কোনো অবস্থানের জন্য চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দুগুলির সংযোজক সরলরেখাংশের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি ক্ষুদ্রতম হবে।

আমরা যখন ছোটো বড়ো নানান রঙের কাঠি দিয়ে কীভাবে ত্রিভুজের মতো তৈরি করব ভাবছি, তখন সালেমা ও বিভাস দুজনে 3টি, 4টি, 5টি, 6টি ইত্যাদি বিভিন্ন সংখ্যার কাঠি আটকে বিভিন্ন আকারের সীমাবদ্ধ চিত্র বা বহুভুজ তৈরির চেষ্টা করছে।

সালেমা ও বিভাস বানাল —



আমি বড়ো মোটা আর্ট পেপারে এদের ছবিগুলি এঁকে নিলাম ও নাম দিলাম। চাঁদার সাহায্যে এদের অন্তঃকোণগুলি মাপলাম ও পেলাম —



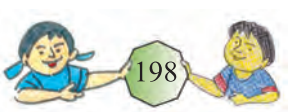
চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখছি, ΔABC -এর ∠BAC = ☐ ডিগ্রি, ∠ABC = ☐ ডিগ্রি এবং ∠ACB = ☐ ডিগ্রি।

চতুর্ভুজ HAND এর কোণগুলি মেপে দেখছি, ∠AHD = ☐ ডিগ্রি, ∠HAN = ☐ ডিগ্রি, ∠AND = ☐ ডিগ্রি, ∠HDN = ☐ ডিগ্রি।

পঞ্চভুজ CAMEL এর কোণগুলি মেপে দেখছি, ∠ACL = ☐ ডিগ্রি, ∠CLE = ☐ ডিগ্রি, ∠LEM = ☐ ডিগ্রি, ∠EMA = ☐ ডিগ্রি ও ∠MAC = ☐ ডিগ্রি

চতুর্ভুজ REST এর কোণগুলি মেপে দেখছি ,

∠ERT = ☐ ডিগ্রি, ∠RES = ☐ ডিগ্রি, ∠EST = ☐ ডিগ্রি ও ∠RTS = ☐ ডিগ্রি।



আমি প্রতিটি বহুভুজের অন্তঃকোণগুলির পরিমাপ যোগ করি ও তাদের থেকে সাধারণ সূত্র খোঁজার চেষ্টা করি।

$\triangle ABC$ এর কোণগুলির বা অন্তঃকোণগুলির সমষ্টি = $\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB$ = ☐ ডিগ্রি = ☐ সমকোণ।

চতুর্ভুজ HAND এর কোণগুলির বা অন্তঃকোণগুলির সমষ্টি $\angle AHD + \angle HAN + \angle AND + \angle BAC$ = ☐ ডিগ্রি = ☐ সমকোণ।

পঞ্চভুজ CAMEL এর অন্তঃকোণগুলির সমষ্টি = $\angle ACL + \angle CAM + \angle AME + \angle MEL + \angle ELC$ = ☐ ডিগ্রি = ☐ সমকোণ।

চতুর্ভুজ REST এর অন্তঃকোণগুলির সমষ্টি = $\angle ERS + \angle RES + \angle EST + \angle RTS$ = ☐ ডিগ্রি = ☐ সমকোণ।

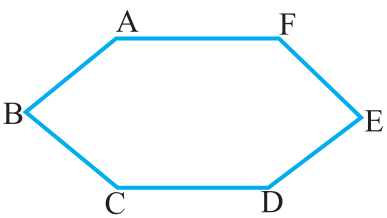
দেখছি, ত্রিভুজের তিনটি অন্তঃকোণের সমষ্টি 2 সমকোণ
চতুর্ভুজের চারটি অন্তঃকোণের সমষ্টি 4 সমকোণ
পঞ্চভুজের পাঁচটি অন্তঃকোণের সমষ্টি 6 সমকোণ

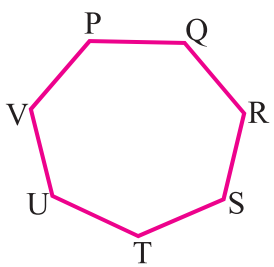
বহুভুজের অন্তঃকোণের সাথে তাদের বাহুসংখ্যার কি কোনো সম্পর্ক আছে?

আমি বহুভুজের বাহুসংখ্যার সাথে তাদের অন্তঃকোণগুলির সম্পর্ক খোঁজার চেষ্টা করি।

বহুভুজ	বাহুসংখ্যা	অন্তঃকোণগুলির পরিমাপের সমষ্টি
ত্রিভুজ	3	2 সমকোণ = 2 (3 – 2) সমকোণ
চতুর্ভুজ	4	4 সমকোণ = 2 (4 – 2) সমকোণ
পঞ্চভুজ	☐	6 সমকোণ = 2 (☐ –2) সমকোণ

সহেলী তার খাতায় অন্য অনেকগুলি বহুভুজ আঁকল।
সে আঁকল —





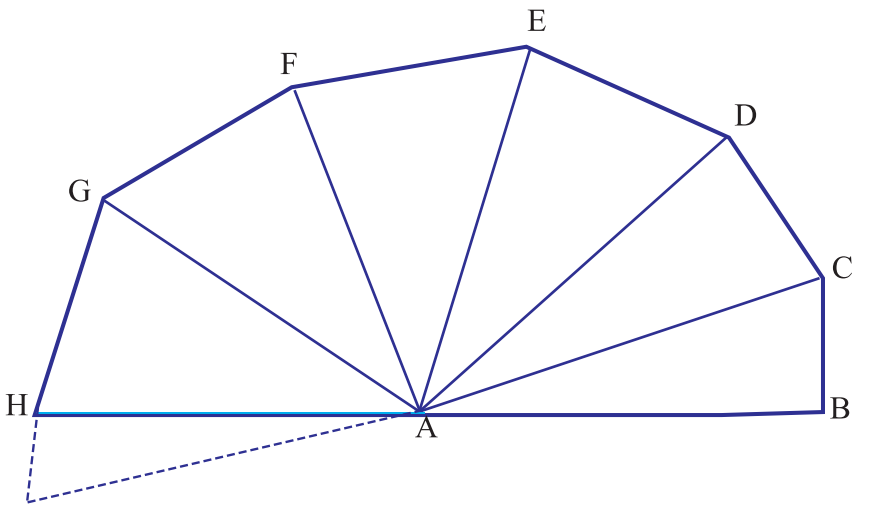
আমি সহেলীর আঁকা ABCDEF ষড়ভুজ ও PQRSTUV সপ্তভুজের অন্তঃকোণগুলি চাঁদার সাহায্যে মেপে যোগ করে দেখছি —

ষড়ভুজ ABCDEF এর অন্তঃকোণগুলির সমষ্টি 2 (6 – 2) সমকোণ = 8 সমকোণ

সপ্তভুজ PQRSTUV এর অন্তঃকোণগুলির সমষ্টি 2 (7 – 2) সমকোণ = 10 সমকোণ

আমি যেকোনো সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট বহুভুজ এঁকে দেখছি, তার অন্তঃকোণগুলির পরিমাপের সমষ্টি = 2 (n – 2) সমকোণ, যেখানে n বহুভুজের বাহুসংখ্যা। **[হাতেকলমে নিজে করি]**

উপপাদ্য **12** আমি যুক্তি দিয়ে ধাপে ধাপে প্রমাণ করি যে n সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট বহুভুজের অন্তঃকোণগুলির পরিমাপের সমষ্টি 2 (n – 2) সমকোণের সমান।



প্রদত্ত: ধরি ABCDEFGH ... একটি n সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট বহুভুজ।

প্রামাণ্য : n সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট বহুভুজের অন্তঃকোণগুলির সমষ্টি 2 (n – 2) সমকোণ।

অঙ্কন : AC, AD, AE, AF, AG, AH ... কর্ণগুলি আঁকলাম।

প্রমাণ : A বিন্দুর সঙ্গে বহুভুজের অন্য কৌণিক বিন্দু C, D, E, F, G, H... যুক্ত করার ফলে অর্থাৎ A বিন্দুগামী AC, AD, AE, AF, AG, AH... কর্ণগুলি অঙ্কনের ফলে (n–2) সংখ্যক ত্রিভুজ তৈরি হয়েছে।

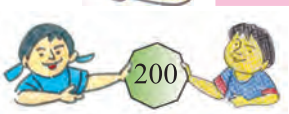
∴ ABCDEFGH ... বহুভুজটির অন্তঃকোণগুলির সমষ্টি

= (n – 2) সংখ্যক ত্রিভুজের অন্তঃকোণগুলির সমষ্টি

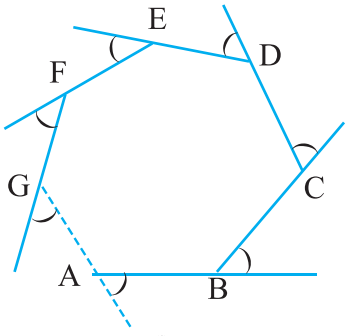
= (n – 2) × 2 সমকোণ

= 2 (n – 2) সমকোণ **[প্রমাণিত]**

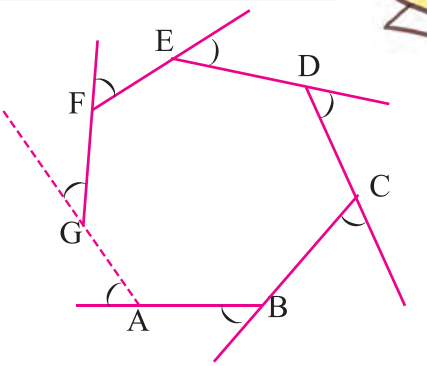
রিয়া একটি বহুভুজ এঁকেছে যার বাহুসংখ্যা 10; আমি যুক্তি দিয়ে ধাপে ধাপে প্রমাণ করি যে রিয়ার আঁকা বহুভুজের অন্তঃকোণের সমষ্টি 16 সমকোণ। **[নিজে করি]**



আমরা n সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট বহুভুজের অন্তঃকোণগুলির পরিমাপের সমষ্টির মান জানলাম। কিন্তু কুব্জ বহভুজের বাহুগুলিকে একই ক্রমে বাড়ালে যে বহিঃকোণগুলি উৎপন্ন হয় তাদের সমষ্টি কী হবে দেখি এবং বাহুগুলি একই ক্রমে বর্ধিত বলতে কী বোঝায় দেখি।



(i)



(ii)

প্রয়োগ **4** ধরি ABCDEFG ... একটি n সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট বহুভুজ। এই বহুভুজের বাহুগুলিকে একইদিকে বা একইক্রমে বাড়ালাম। এর ফলে n সংখ্যক বহিঃকোণ উৎপন্ন হলো। n সংখ্যক বহিঃকোণগুলির পরিমাপের সমষ্টি কত হিসাব করে লিখি।

n সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট ABCDEFG ... বহুভুজের বাহুগুলি একইদিকে বা একইক্রমে বর্ধিত করার ফলে n সংখ্যক বহিঃকোণ তৈরি হয়েছে।

1টি বহিঃকোণ ও 1টি অন্তঃকোণের পরিমাপের সমষ্টি = 2 সমকোণ

∴ n সংখ্যক বহিঃকোণ ও n সংখ্যক অন্তঃকোণের পরিমাপের সমষ্টি = $2 \times n$ সমকোণ।

কিন্তু n সংখ্যক অন্তঃকোণের পরিমাপের সমষ্টি = $2(n-2)$ সমকোণ।

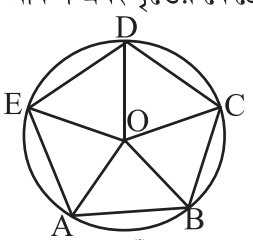
∴ n সংখ্যক বহিঃকোণের পরিমাপের সমষ্টি = $2 \times n$ সমকোণ $- 2(n-2)$ সমকোণ।

= $(2n - 2n + 4)$ সমকোণ।

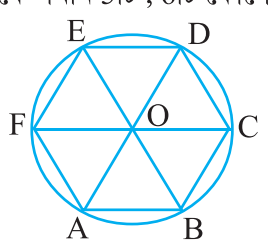
= 4 সমকোণ = 360°

পেলাম, n সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট বহুভুজের বাহুগুলি একইদিকে বা একইক্রমে বর্ধিত করলে যে বহিঃকোণগুলি উৎপন্ন হয় তার সমষ্টি 4 সমকোণ বা 360°।

রজত খাতায় দুটি বৃত্ত আঁকল এবং বৃত্তের কেন্দ্রের সম্পূর্ণ কোণটিকে সমান 5টি , 6টি কোণে ভাগ করল নীচের ছবির মতো —



(i)



(ii)

আমি রজতের আঁকা (i) নং ছবির কেন্দ্রীয় কোণগুলি চাঁদার সাহায্যে মেপে দেখলাম প্রতিটি কোণের পরিমাপ 72^o; আবার O তে সম্পূর্ণ কোণ অর্থাৎ 360^o কে 5 দিয়ে ভাগ করলে পাই $360^o \div 5 =$ ☐ ডিগ্রি।
এবার আমি স্কেল দিয়ে AB, BC, CD, DE ও EA সরলরেখাংশগুলির দৈর্ঘ্য মেপে দেখছি সমান এবং চাঁদা দিয়ে $\angle ABC$, $\angle BCD$, $\angle CDE$, $\angle DEA$ ও $\angle EAB$ মেপে দেখছি কোণগুলির পরিমাপ সমান।

এইরকম যে বহুভুজের প্রত্যেকটি বাহুর দৈর্ঘ্য সমান এবং প্রত্যেকটি কোণের পরিমাপ সমান সেই ধরনের বহুভুজকে কী বলব?

এইধরনের বহুভুজকে সুষম বহুভুজ বলে।

একইভাবে রজত (ii) নং চিত্রে বৃত্তের কেন্দ্রের সম্পূর্ণ কোণকে সমান 6টি ভাগে ভাগ করল।
আমি স্কেল ও চাঁদা দিয়ে একইভাবে রজতের আঁকা ABCDEF বহুভুজটির বাহুগুলির দৈর্ঘ্য ও কোণগুলি মেপে দেখি বহুভুজটি কী ধরনের বহুভুজ।

যদি বহুভুজের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও প্রতিটি অন্তঃকোণের পরিমাপ সমান হয় তাহলে বহুভুজটিকে সুষম বহুভুজ বলা হয়।

তাহলে সুষম ত্রিভুজ ও সুষম চতুর্ভুজ কাদের বলব?
বুঝেছি, সুষম ত্রিভুজ হলো সমবাহু ত্রিভুজ এবং সুষম চর্তুভুজ হলো বর্গক্ষেত্র।

প্রয়োগ **5** n সংখ্যক বাহুবিশিষ্টি সুষম বহুভুজের 1টি অন্তঃকোণের পরিমাপ ও বহিঃকোণের পরিমাপ কী হবে দেখি।

সুষম বহুভুজের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও প্রতিটি অন্তঃকোণের পরিমাপ সমান। সুতরাং সুষম বহুভুজের প্রতিটি বহিঃকোণের পরিমাপও সমান ।

n সংখ্যক বাহুবিশিষ্টি সুষম বহুভুজের অন্তঃকোণেগুলির পরিমাপের সমষ্টি $= 2(n-2)$ সমকোণ।

$\therefore$ 1টি অন্তঃকোণের পরিমাপ $= 2(n-2)$ সমকোণ $\div n$

$$= \frac{2(n-2) \text{ সমকোণ}}{n}$$

n সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট সুষম বহুভুজের প্রতিটি বহিঃকোণের পরিমাপ $= 360^o \div n$

$$= \frac{360^o}{n}$$

প্রয়োগ **6** একটি বহুভুজ এঁকেছি যার বাহুসংখ্যা 12 টি; এই বহুভুজের অন্তঃকোণগুলির পরিমাপের সমষ্টি কত হিসাব করি।

n সংখ্যক বাহুবিশিষ্টি বহুভুজের অন্তঃকোণগুলির পরিমাপের সমষ্টি $= 2(n-2)$ সমকোণ।

12 টি বাহুবিশিষ্টি বহুভুজের অন্তঃকোণগুলির পরিমাপের সমষ্টি $= 2(12-2) \times 90^o$

$= 20 \times 90^o = 1800^o$

প্রয়োগ **7** একটি সুষম বহুভুজের বাহুসংখ্যা 18; এই বহুভুজের প্রতিটি অন্তঃকোণের পরিমাপ এবং প্রতিটি বহিঃকোণের পরিমাপ কত হিসাব করি।

18 টি বাহুবিশিষ্ট বহুভুজের অন্তঃকোণগুলির পরিমাপের সমষ্টি $= 2(18-2) \times 90^\circ$
$= 2 \times 16 \times 90^\circ = 2880^\circ$

$\therefore$ একটি অন্তঃকোণের পরিমাপ $= 2880^\circ \div 18 = 160^\circ$

বহুভুজটির বহিঃকোণগুলির পরিমাপের সমষ্টি $= \square$

$\therefore$ একটি বহিঃকোণের পরিমাপ $= \square \div 18 = 20^\circ$

অন্যভাবে, 1টি অন্তঃকোণের পরিমাপ + 1টি বহিঃকোণের পরিমাপ $= 180^\circ$

$\therefore$ 1টি বহিঃকোণের পরিমাপ $= 360^\circ \div 18 = 20^\circ$

$\therefore$ 1টি অন্তঃকোণের পরিমাপ $= 180^\circ - 20^\circ = 160^\circ$

প্রয়োগ **8** একটি সুষম বহুভুজের প্রতিটি বহিঃকোণের পরিমাপ 60°; আমি হিসাব করি বহুভুজটির বাহুসংখ্যা কটি।

সুষম বহুভুজটির বহিঃকোণগুলির পরিমাপের সমষ্টি $= 360^\circ$

$\therefore$ বহুভুজটির বাহুসংখ্যা $= 360^\circ \div 60^\circ = 6$।

প্রয়োগ **9** একটি সুষম বহুভুজের প্রতিটি অন্তঃকোণের পরিমাপ 144°; আমি বহুভুজটির বাহুসংখ্যা হিসাব করে লিখি।

1টি অন্তঃকোণের পরিমাপ + 1টি বহিঃকোণের পরিমাপ $= \square$

$\therefore$ 1টি বহিঃকোণের পরিমাপ $= 180^\circ - 144^\circ = 36^\circ$

$\therefore$ বহুভুজটির বাহুর সংখ্যা $= \square \div \square = 10$।

প্রয়োগ **10** একটি সুষম বহুভুজের প্রতিটি অন্তঃকোণের ও প্রতিটি বহিঃকোণের পরিমাপের অনুপাত 2:3; আমি বহুভুজটির বাহুসংখ্যা হিসাব করে লিখি।

মনে করি বহুভুজটির 1টি অন্তঃকোণের পরিমাপ = $2x$ ও 1টি বহিঃকোণের পরিমাপ = $3x$ (যেখানে x কোণগুলির পরিমাপের সাধারণ উৎপাদক)

1টি অন্তঃকোণের পরিমাপ + 1টি বহিঃকোণের পরিমাপ = 180°

বা, $2x + 3x = 180^\circ$

বা, $5x = 180^\circ$ বা, $x = \frac{180^\circ}{5} = 36^\circ$

1টি বহিঃকোণের পরিমাপ = $36^\circ \times 2 = 72^\circ$ $\therefore$ বহুভুজটির বাহু সংখ্যা $\frac{360^\circ}{72^\circ} = 5$

নিজে করি—20.3

1) জ্যামিতিক যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি যে চতুর্ভুজের চারটি অন্তঃকোণের পরিমাপের সমষ্টি 360°

2) অষ্টভুজের অন্তঃকোণগুলির পরিমাপের সমষ্টি কত হিসাব করে লিখি।

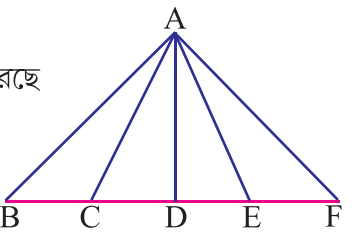
3) যে সুষম বহুভুজের বাহুসংখ্যা 10টি, সেই বহুভুজটির প্রতিটি বহিঃকোণ ও অন্তঃকোণের পরিমাপ লিখি।

4) যে সুষম বহুভুজের একটি অন্তঃকোণের পরিমাপ 120° তার বাহুসংখ্যা কত হিসাব করে লিখি।

কষে দেখি- 20.2

1. নীচের বহুভুজগুলির অন্তঃকোণগুলির সমষ্টি লিখি —
   (i) পঞ্চভুজ (ii) ষড়ভুজ (iii) সপ্তভুজ (iv) অষ্টভুজ (v) দশভুজ (vi) বহুভুজ যার বাহুসংখ্যা 12
2. একটি চতুর্ভুজের তিনটি কোণের পরিমাপ যথাক্রমে 104.5°, 65° এবং 72.5°; চতুর্থ কোণটির পরিমাপ লিখি।
3. একটি পঞ্চভুজের চারটি কোণের পরিমাপ যথাক্রমে 65°, 89°, 132° এবং 116°; পঞ্চম কোণটির পরিমাপ লিখি।
4. একটি কুব্জ চতুর্ভুজের তিনটি কোণের পরিমাপ যথাক্রমে 68°, 70° এবং 75° হতে পারে কিনা লিখি।
5. একটি কুব্জ ষড়ভুজের পাঁচটি কোণের পরিমাপ যথাক্রমে 120°, 70°, 95°, 78° এবং 160° হতে পারে কিনা লিখি।
6. নীচের সুষম বহুভুজগুলির প্রতিটি অন্তঃকোণ ও প্রতিটি বহিঃকোণের পরিমাপ লিখি —
   (i) পঞ্চভুজ (ii) ষড়ভুজ (iii) অষ্টভুজ (iv) বহুভুজের বাহুসংখ্যা 9টি (v) বহুভুজের বাহুসংখ্যা 10টি (vi) বহুভুজের বাহুসংখ্যা 18টি।
7. একটি সুষম বহুভুজের প্রতিটি বহিঃকোণের পরিমাপ নিম্নলিখিত পরিমাপগুলি হতে পারে কিনা (হ্যাঁ/না) লিখি
   (i) 6° (ii) 10° (iii) 13° (iv) 18° (v) 35°
8. একটি সুষম বহুভুজের প্রতিটি অন্তঃকোণের পরিমাপ নিম্নলিখিত পরিমাপগুলি হতে পারে কিনা (হ্যাঁ/না) লিখি
   (i) 80° (ii) 100° (iii) 120° (iv) 144° (v) 155° (vi) 160°
9. একটি সুষম বহুভুজের প্রতিটি বহিঃকোণের পরিমাপ 60°; বহুভুজটির বাহুসংখ্যা লিখি।
10. একটি সুষম বহুভুজের প্রতিটি অন্তঃকোণের পরিমাপ 135°; বহুভুজটির বাহুসংখ্যা লিখি।
11. একটি সুষম বহুভুজের প্রতিটি অন্তঃকোণ ও প্রতিটি বহিঃকোণের পরিমাপের অনুপাত 3:2; বহুভুজটির বাহুসংখ্যা লিখি।
12. একটি বহুভুজের অন্তঃকোণগুলির পরিমাপের সমষ্টি 1800°; বহুভুজটির বাহুসংখ্যা লিখি।
13. একটি বহুভুজের পাঁচটি অন্তঃকোণের প্রতিটির পরিমাপ 172° এবং অপর অন্তঃকোণগুলির প্রতিটির পরিমাপ 160°; বহুভুজটির বাহুসংখ্যা লিখি।
14. প্রমাণ করি যে একটি চতুর্ভুজের যেকোনো দুটি সন্নিহিত কোণের সমদ্বিখণ্ডকদ্বয়ের দ্বারা উৎপন্ন কোণ চতুর্ভুজের অপর কোণদ্বয়ের সমষ্টির অর্ধেক।
15. ABCDE একটি সুষম পঞ্চভুজ। প্রমাণ করি যে ΔABC সমদ্বিবাহু এবং BE ও CD সমান্তরাল সরলরেখাংশ।
16. ABCDEF একটি সুষম ষড়ভুজ। $\angle BAF$ -এর সমদ্বিখণ্ডক DE-কে X বিন্দুতে ছেদ করে। $\angle AXD$-এর পরিমাপ লিখি।

মানসী কয়েকটি কাঠি নিয়ে পাশের ছবির মতো অনেকগুলি ত্রিভুজ তৈরি করেছে যাদের ভূমি একই সরলরেখার উপর অবস্থিত এবং শীর্ষবিন্দু একই।



আমরা কাঠির দৈর্ঘ্য না মেপে শুধু মাত্র কোণের পরিমাপ দেখে ত্রিভুজের বাহুগুলির দৈর্ঘ্য অর্থাৎ কাঠির দৈর্ঘ্য মাপার চেষ্টা করি।

দেখছি, $\triangle ABC$-এর $\angle ACB$ স্থূলকোণ

$\therefore$ $\angle ABC$ একটি ☐ (স্থূলকোণ/সূক্ষ্মকোণ)।

আমরা জানি ত্রিভুজের বৃহত্তর কোণের বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্য ক্ষুদ্রতর কোণের বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্য অপেক্ষা ☐ (বৃহত্তর/ক্ষুদ্রতর)। অর্থাৎ AB ☐ AC [> / < বসাই]।

আবার চাঁদা দিয়ে মেপে দেখছি, AD কাঠি FC কাঠির উপর লম্বভাবে আছে।

অর্থাৎ $AD \perp FC$ $\therefore \angle ADB =$ ☐

$\therefore$ $\triangle ADC$-এর $\angle ACD$ ☐ (স্থূলকোণ/সূক্ষ্মকোণ)। অর্থাৎ AC ☐ AD [> / < বসাই]।

$\therefore$ দেখছি, AC, AD ও AB কাঠিগুলির দৈর্ঘ্যের মধ্যে সম্পর্কটি হলো $AD < AC < AB$

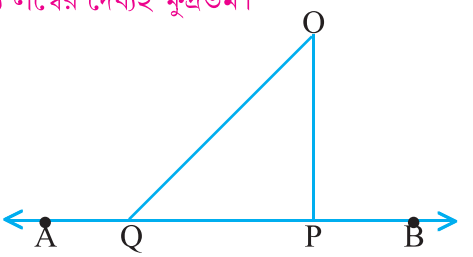
একইভাবে $\triangle AFE$ ও $\triangle AED$ -এর মধ্যে $AD < AE < AF$ হবে। (নিজে করি)

পেলাম, মানসী A বিন্দু থেকে বড়ো কাঠি FB-এর সাথে যে সকল কাঠি দিয়ে সংযোগ তৈরি করেছে তাদের মধ্যে সবচেয়ে ছোটো কাঠি হলো AD কাঠি অর্থাৎ যে কাঠিটি A বিন্দু থেকে FB-এর উপর লম্বভাবে আছে সেই কাঠির দৈর্ঘ্যই সবচেয়ে ছোটো।

আমি মানসীর মতো অনেকগুলি ছোটো বড়ো কাঠি নিয়ে সাজিয়ে দেখছি যেকোনো কাঠির বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে যে সকল কাঠি দিয়ে এই কাঠির সাথে নানানরকমভাবে সংযোগ তৈরি করি না কেন তাদের মধ্যে যে কাঠিটি ওই কাঠির সাথে লম্বভাবে আছে সেটির দৈর্ঘ্যই হবে ক্ষুদ্রতম।

হাতেকলমে কাঠি দিয়ে দেখছি, একটি সরলরেখার বহিঃস্থ যেকোনো বিন্দু থেকে ওই সরলরেখা পর্যন্ত যে সব সরলরেখাংশ আঁকা যায় তাদের মধ্যে লম্বের দৈর্ঘ্যই ক্ষুদ্রতম।

উপপাদ্য 13 আমি যুক্তি দিয়ে ধাপে ধাপে প্রমাণ করি যে, একটি সরলরেখার বহিঃস্থ যেকোনো বিন্দু থেকে ওই সরলরেখা পর্যন্ত যেসব সরলরেখাংশ আঁকা যায়, তাদের মধ্যে লম্বের দৈর্ঘ্যই ক্ষুদ্রতম।



প্রদত্ত : ধরি AB যেকোনো একটি সরলরেখা এবং O হলো AB সরলরেখার বহিঃস্থ যেকোনো একটি বিন্দু। OP, AB এর উপর লম্ব অর্থাৎ $OP \perp AB$

প্রামাণ্য : প্রমাণ করতে হবে যে O বিন্দু থেকে AB সরলরেখার উপর যেসব সরলরেখাংশ আঁকা যাবে তাদের প্রত্যেকের দৈর্ঘ্যের থেকে OP-এর দৈর্ঘ্য ছোটো।

অঙ্কন : AB সরলরেখার উপর P বিন্দু ছাড়া অপর একটি বিন্দু Q নিলাম। O ও Q যুক্ত করলাম।

প্রমাণ : $\triangle OPQ$ -এর $\angle OPQ = 1$ সমকোণ $[\because OP \perp AB]$

$\angle OPQ > \angle OQP$ [∵সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণের পরিমাপই বৃহত্তম]

$OQ > OP$ [∵ ত্রিভুজের বৃহত্তর কোণের বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্য ক্ষুদ্রতর কোণের বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্য অপেক্ষা বৃহত্তর]

AB সরলরেখার উপর P বিন্দু ছাড়া Q যেকোনো একটি বিন্দু।

∴ AB সরলরেখার উপর Q বিন্দুর যেকোনো অবস্থানের জন্যই $OP < OQ$

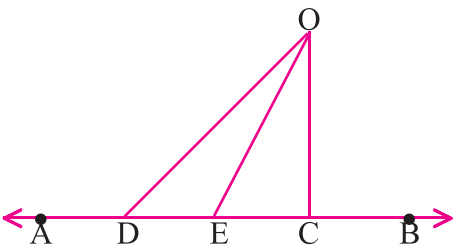
∴ OP এর দৈর্ঘ্যই ক্ষুদ্রতম।

তিয়াসা একটি সরলরেখা PQ আঁকল। PQ -এর বহিঃস্থ একটি বিন্দু X নিল। আমি যুক্তি দিয়ে ধাপে ধাপে প্রমাণ করি যে X বিন্দু থেকে PQ সরলরেখার উপর যে সকল সরলরেখাংশ আঁকা যায় তাদের মধ্যে লম্বের দৈর্ঘ্যই ক্ষুদ্রতম।

কোনো সরলরেখার বহিঃস্থ কোন বিন্দু থেকে অনেক সরলরেখাংশ আঁকা যায়। কিন্তু কোনো সরলরেখা থেকে কোনো বিন্দুর দূরত্ব বলতে কোন সরলরেখাংশের দৈর্ঘ্য বোঝায়?

কোনো সরলরেখার বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে ওই সরলরেখার দূরত্ব বলতে লম্ব দূরত্বকেই বোঝায়। লম্ব ছাড়া ওই বহিঃস্থ বিন্দু থেকে ওই সরলরেখা পর্যন্ত অন্য সব সরলরেখাংশকে তির্যক সরলরেখাংশ বলা হয়।

প্রয়োগ **11** AB সরলরেখার বহিঃস্থ বিন্দু O থেকে AB সরলরেখার উপর OC সরলরেখাংশ লম্ব। OD এবং OE এমন দুটি তির্যক সরলরেখাংশ যে CD > CE; প্রমাণ করি যে, OD > OE।



প্রদত্ত : ধরি AB যেকোনো একটি সরলরেখা এবং O হলো AB সরলরেখার বহিঃস্থ যেকোনো একটি বিন্দু। OC, AB -এর উপর লম্ব এবং OD ও OE তির্যক সরলরেখাংশ এবং CD > CE

প্রামাণ্য : OD > OE

প্রমাণ : $\triangle OCE$ -এর $\angle OCE = 1$ সমকোণ [$\because OC \perp AB$]

সুতরাং, $\angle OEC$ একটি সূক্ষ্মকোণ অর্থাৎ $\angle OEC < 90^\circ$ সুতরাং $\angle OED$ একটি স্থূলকোণ অর্থাৎ $\angle OED > 90^\circ$

$\triangle ODC$ -এর $\angle OCD = 1$ সমকোণ [$\because OC \perp AB$]

সুতরাং, $\angle ODC$ একটি সূক্ষ্মকোণ অর্থাৎ $\angle ODC < 90^\circ$ বা, $\angle ODE < 90^\circ$

$\triangle OED$ -এর $\angle ODE < 90^\circ$ এবং $\angle OED > 90^\circ$

সুতরাং, $\angle OED > \angle ODE$ $\therefore$ OD > OE [$\because$ ত্রিভুজের বৃহত্তর কোণের বিপরীত বাহুর পরিমাপ ক্ষুদ্রতর কোণের বিপরীত বাহুর পরিমাপ অপেক্ষা বৃহত্তর]

কষে দেখি- 20.3

1. দুজন ব্যক্তির একজন একটি পূর্ব-পশ্চিমমুখী রাস্তায় আসার জন্য দক্ষিণদিক বরাবর আসতে শুরু করলেন এবং অপরজন একই স্থান থেকে একই সাথে দক্ষিণ-পূর্ব দিকে আসতে শুরু করলেন। কোন ব্যক্তি রাস্তায় আগে আসবেন হিসাব করে লিখি।
2. ABCD চতুর্ভুজের AB = AD এবং BC = DC; D বিন্দু থেকে AC বাহুর ক্ষুদ্রতম দূরত্ব DP; প্রমাণ করি যে B, P, D বিন্দু তিনটি সমরেখ।
3. ABC ত্রিভুজের AD মধ্যমা। B ও C বিন্দু থেকে AD বাহুর ক্ষুদ্রতম দূরত্ব BP ও CQ; প্রমাণ করি যে BP = CQ।

21. ত্রিভুজ অঙ্কন

আমি, শাহিনা, মেহেবুব ও সৌমেন প্রদর্শনীর জন্য নানান রকম জ্যামিতিক আকারের মজার ছবি তৈরি করছি।

আমরা রঙিন কাঠির সাহায্যে নানা ধরনের ত্রিভুজ, বহুভুজ তৈরি করেছি ও তাদের কোণের সাথে বাহুর সম্পর্ক জেনেছি।

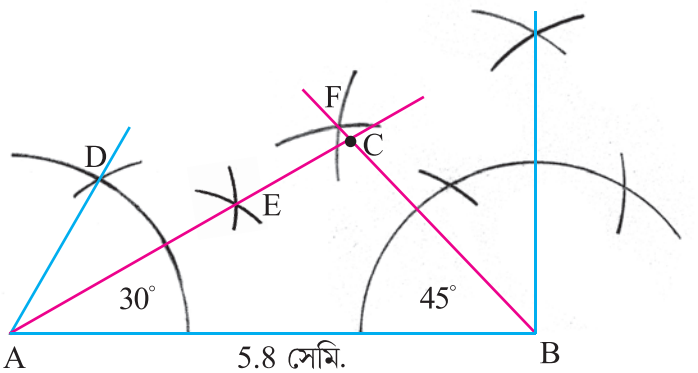
এখন আমরা বোর্ডে নানান ধরনের জ্যামিতিক চিত্র আঁকব। সেগুলি খাতায় এঁকে রং করে কেটে নেব ও সেগুলি দিয়ে নতুন কিছু তৈরির চেষ্টা করব।

মেহেবুব নানান ধরনের ত্রিভুজ নিখুঁতভাবে খুব তাড়াতাড়ি আঁকতে পারে।

আমারা ঠিক করেছি শাহিনা ও সৌমেন বোর্ডে ত্রিভুজ অঙ্কনের বিভিন্ন শর্তগুলি লিখবে। আমরা সেই শর্ত অনুযায়ী আঁকতে চেষ্টা করব।

শাহিনা লিখল — একটি ত্রিভুজ আঁকি যার একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 5.8সেমি. এবং বাহু সংলগ্ন দুটি কোণ 30°ও 45°

মেহেবুব স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে আঁকল —

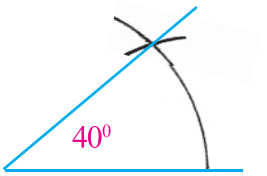


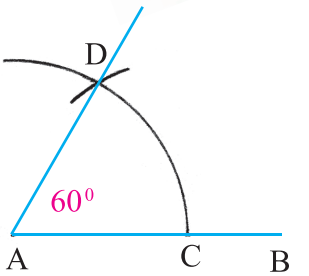
ABC হলো নির্ণেয় ত্রিভুজ যার AB = 5.8 সেমি., $\angle CAB = 30^\circ$ এবং $\angle CBA = 45^\circ$

1 সৌমেন লিখল — এবার একটি ত্রিভুজ আঁকি যার দুটি কোণ 40^0 ও 60^0 এবং 60^0 কোণের বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সেমি.।

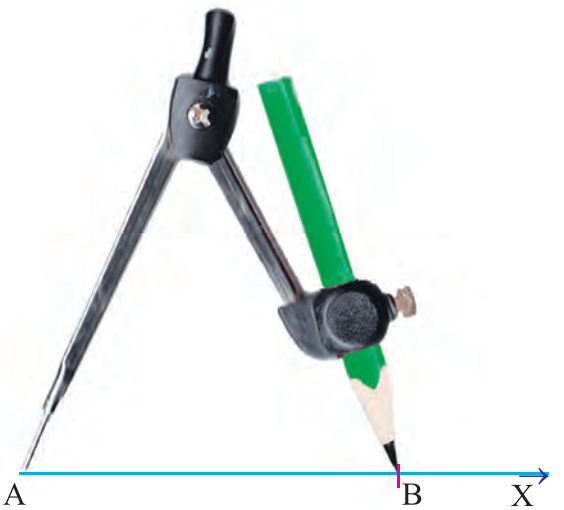
এইরকম শর্তে কীভাবে ত্রিভুজ আঁকব?

(i) প্রথমে চাঁদার সাহায্যে 40^0 কোণ আঁকলাম। স্কেল ও কম্পাসের সাহায্যে 60^0 কোণ আঁকলাম ও 5 সেমি. দৈর্ঘ্যের একটি সরলরেখাংশ আঁকলাম।

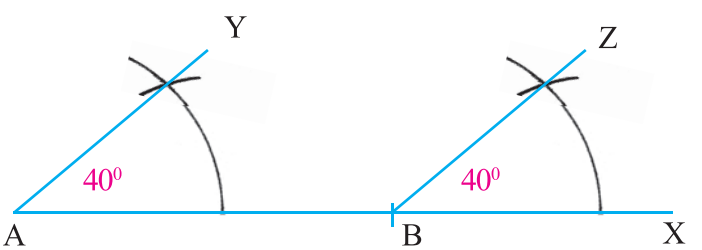




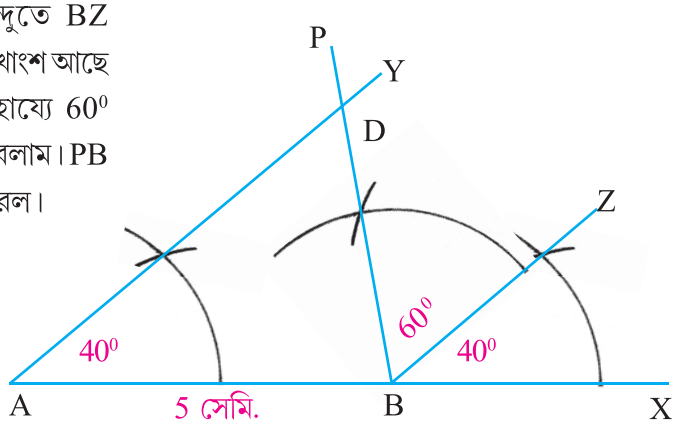
(ii) এবার AX একটি রশ্মি থেকে পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে 5 সেমি. দৈর্ঘ্যের সরলরেখাংশ AB কেটে নিলাম।



(iii) পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে AB সরলরেখাংশের A বিন্দুতে ও B বিন্দুতে 40^0 কোণের সমান করে দুটি কোণ যথাক্রমে $\angle YAB$ ও $\angle ZBX$ অঙ্কন করলাম।



(iv) এবার BZ সরলরেখাংশের B বিন্দুতে BZ সরলরেখাংশের যে পাশে AY সরলরেখাংশ আছে সেই পাশে পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে 60^0 কোণের সমান করে $\angle PBZ$ অঙ্কন করলাম। PB ও AY পরস্পরকে D বিন্দুতে ছেদ করল।



ΔADB হলো নির্ণেয় ত্রিভুজ যার

AB = 5 সেমি.

$\angle DAB = 40^0$

এবং $\angle DBZ = \angle ADB = 60^0$

অর্থাৎ 60^0 কোণের ($\angle ADB$) বিপরীত বাহু AB পেলাম যার দৈর্ঘ্য 5 সেমি.।

কিন্তু $\angle ADB = 60^0$ কেমন করে পেলাম? যুক্তি দিয়ে ধাপ ধাপে প্রমাণ করার চেষ্টা করি।

প্রমাণ :

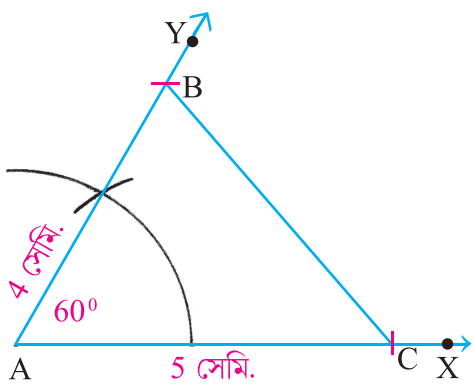
$\angle XBZ = \angle XAY$	(অঙ্কন অনুসারে)
$\therefore BZ \parallel AY$	(অনুরূপ কোণ দুটি সমান)
$\angle ZBP =$ একান্তর $\angle BDA$ ($\because BZ \parallel AY$ এবং PB ছেদক)	
$\angle BDA = 60^0$	($\because \angle ZBP = 60^0$)

$\therefore \Delta ADB$ —এর $\angle DAB = 40^0$, $\angle ADB = 60^0$ এবং $\angle ADB = 60^0$—এর বিপরীত বাহু AB = 5 সেমি.

নিজে করি—21.1

আমি একটি ত্রিভুজ আঁকি যার দুটি কোণের পরিমাপ 45^0 ও 30^0 এবং 30^0 কোণের বিপরীত বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সেমি.। আমি অঙ্কন করে অঙ্কন প্রণালী লিখি ও যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি।

2 শাহিনা আবার লিখল — আমরা একটি ত্রিভুজ আঁকি যার দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সেমি. ও 4 সেমি. এবং ওই দুই বাহুর অন্তর্ভুক্ত কোণ 60^0।



মেহেবুব স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে আঁকল।

ABC হলো নির্ণেয় ত্রিভুজ যার AB = 4 সেমি.

AC = 5 সেমি.

এবং $\angle BAC = 60^0$

3 সৌমেন লিখল — এবার একটি ত্রিভুজ আঁকি যার দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সেমি. ও 6 সেমি. এবং 6 সেমি. দৈর্ঘ্যের বাহুর বিপরীত কোণ 45^0। এইরকম শর্তে কীভাবে ত্রিভুজ আঁকব দেখি।

(i) স্কেলের সাহায্যে 5 সেমি. ও 6 সেমি. দৈর্ঘ্যের দুটি সরলরেখাংশ আঁকলাম।

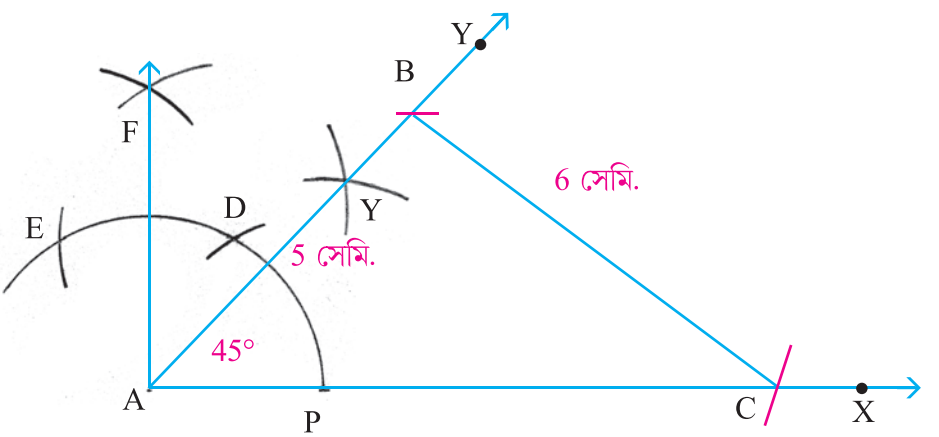
5 সেমি.

6 সেমি.

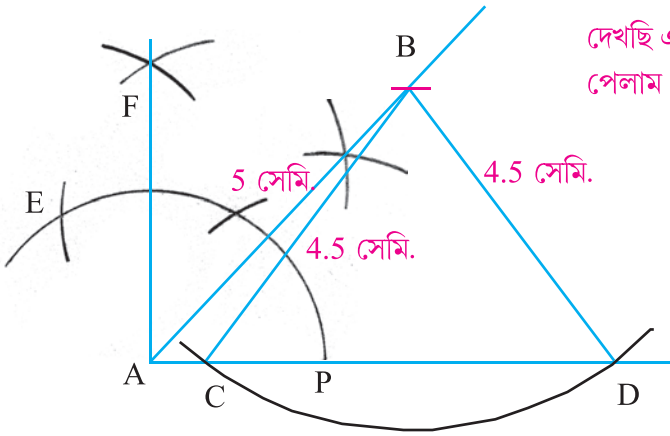
(ii) স্কেলের সাহায্যে যেকোনো একটি রশ্মি AX টানলাম। AX রশ্মির A বিন্দুতে পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে 45^0 কোণ $\angle XAY$ আঁকলাম।

পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে AY রশ্মি থেকে 5 সেমি. দৈর্ঘ্যের সমান করে AB সরলরেখাংশ কেটে নিলাম। B বিন্দুকে কেন্দ্র করে 6 সেমি. সরলরেখাংশের সমান দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকলাম যা AX রশ্মিকে C বিন্দুতে ছেদ করল।

B ও C বিন্দু দুটি স্কেল দিয়ে যোগ করে ΔABC পেলাম, যার AB = 5 সেমি. $\angle BAC = 45^0$ এবং BC = 6 সেমি. এবং BC বাহুর বিপরীত কোণ $\angle BAC = 45^0$



4 আমি যদি এমন একটি ত্রিভুজ আঁকি যার দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সেমি. ও 4.5 সেমি. এবং 4.5 সেমি. দৈর্ঘ্যের বাহুর বিপরীত কোণ 45^0, তখন কীরকম ত্রিভুজ পাই দেখি



দেখছি এক্ষেত্রে দুটি ত্রিভুজ ΔABC ও ΔABD পেলাম।

5 সেমি.

4.5 সেমি.

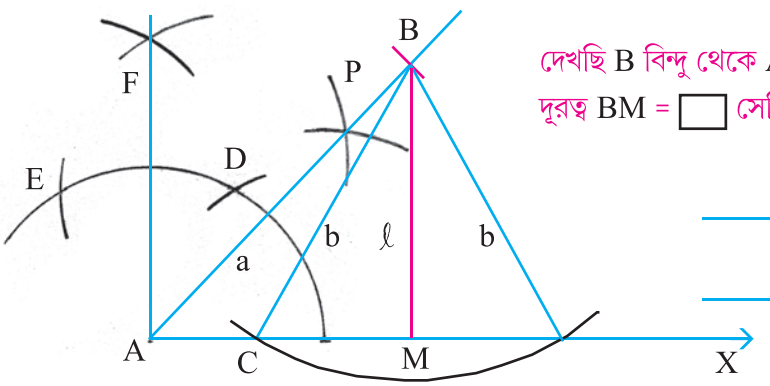
নিজে করি— 21.2

কিন্তু আমি যদি এমন একটি ত্রিভুজ আঁকি যার দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সেমি. ও 4 সেমি. এবং 4 সেমি. দৈর্ঘ্যের বাহুর বিপরীত কোণ 45^0। তখন কীরকম ত্রিভুজ পাব দেখি।

দেখছি এক্ষেত্রে কোনো ত্রিভুজ আঁকতে পারছি না।

5 কিন্তু কেন এমন হচ্ছে? কখনও 1টি ত্রিভুজ পাচ্ছি। কখনও 2টি ত্রিভুজ পাচ্ছি। কখনও পাচ্ছি না।

প্রথমে B বিন্দু থেকে AX সরলরেখাংশের উপর লম্ব দূরত্ব মাপি।



দেখছি B বিন্দু থেকে AX সরলরেখাংশের উপর লম্ব দূরত্ব BM = ☐ সেমি. = ℓ ধরি। **[নিজে লিখি]**

a = 5 সেমি.

b = 4 সেমি.

দেখছি, যদি $b > a$ হয় তবে ☐ টি ত্রিভুজ আঁকা যাবে।

যদি $\ell < b < a$ হয় তবে ☐ টি ত্রিভুজ আঁকা যাবে।

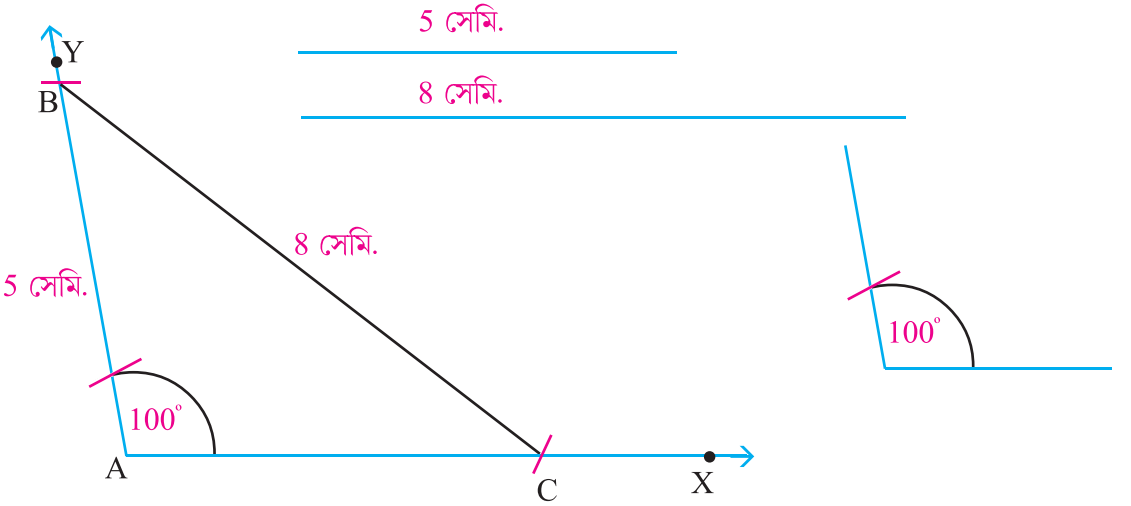
যদি $b = a$ হয় তবে ☐ টি ত্রিভুজ আঁকা যাবে।

যদি $b < \ell$ হয় তবে কোনো ত্রিভুজ আঁকা যাবে না।

যদি $b = \ell$ হয় তবে ☐ টি ত্রিভুজ অঙ্কন করা যাবে। **(নিজে করি)**

যদি $\angle x$ স্থূলকোণ হয় এবং $a < b$ হয় তখন কী পাই এঁকে দেখি।

6 শাহিনা বোর্ডে লিখল — এমন একটি ত্রিভুজ আঁকি যার $a = 5$ সেমি., $b = 8$ সেমি. এবং 8 সেমি. বাহুর দৈর্ঘ্যের বিপরীত কোণের পরিমাপ 100°; এখানে $a < b$.



যখন $a < b$,

ABC একটি ত্রিভুজ পেলাম যার AB = a = 5 সেমি. BC = b = 8 সেমি.

$\angle x = \angle BAC$ = (স্থূলকোণ) 100°

যদি $a = b$ হয় অর্থাৎ এমন একটি ত্রিভুজ আঁকার চেষ্টা করি যার দুটি বাহু $a = 5$ সেমি., $b = 5$ সেমি. এবং 5 সেমি. দৈর্ঘ্যের বাহুর বিপরীত কোণ $\angle x = 100^0$

দেখছি এক্ষেত্রে কোনো ত্রিভুজ আঁকতে পারছি না। **[নিজে করি)]**

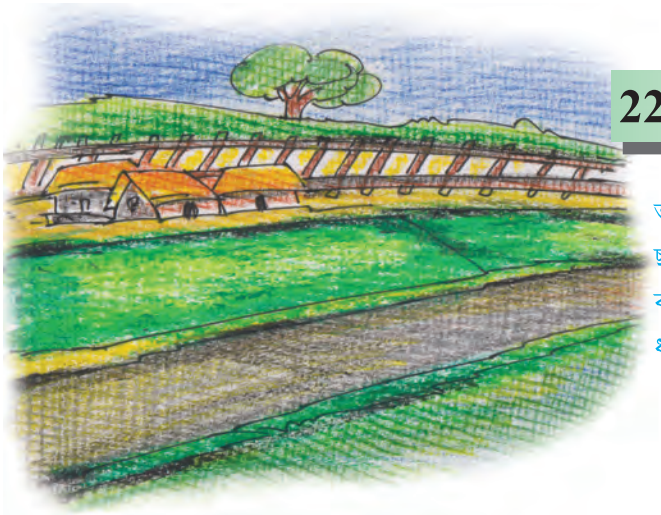
যদি $a < b$ হয় অর্থাৎ এমন একটি ত্রিভুজ আঁকার চেষ্টা করি যার দুটি বাহু $a = 4$ সেমি., $b = 5$ সেমি. এবং 4 সেমি. দৈর্ঘ্যের বাহুর বিপরীত কোণ $\angle x = 100^\circ$

দেখছি এক্ষেত্রেও কোনো ত্রিভুজ আঁকতে পারছি না। **[নিজে করি)]**

কষে দেখি- 21

1) একটি ত্রিভুজ আঁকি যার দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সেমি. ও 7 সেমি. এবং 7 সেমি. দৈর্ঘ্যের বাহুর বিপরীত কোণ 60°; বাহুর মাপ কীরূপ হলে দুটি ত্রিভুজ পাব লিখি।

2) একটি ত্রিভুজ আঁকি যার দুটি বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সেমি. ও 9 সেমি. এবং 9 সেমি. দৈর্ঘ্যের বাহুর বিপরীত কোণ 105°; বাহুর মাপ কীরূপ হলে দুটি ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব নয় লিখি।



22. সমান্তরাল সরলরেখা অঙ্কন

আজ আমরা নিজেদের আর্টপেপারে যেমন খুশি ছবি আঁকছি। আমি ঠিক করেছি গ্রামের ধারে একটি বড়ো মাঠ ও মাঠের সামনে রেললাইন এই রকম ধরনের ছবি আঁকব।

তাই অনেকগুলি সমান্তরাল সরলরেখা আঁকতে হবে। স্কেলের সাহায্যে আমি সমান্তরাল সরলরেখা আঁকব।

কিন্তু আমার স্কেলের একদিক কিছুটা ভাঙা। তাই স্কেলের দু-দিকে সরলরেখাংশ আঁকলে সমান্তরাল হবে না। স্কেলের ভাঙা দিক ব্যবহার না করে নিখুঁতভাবে সমান্তরাল সরলরেখা কীভাবে আঁকব?

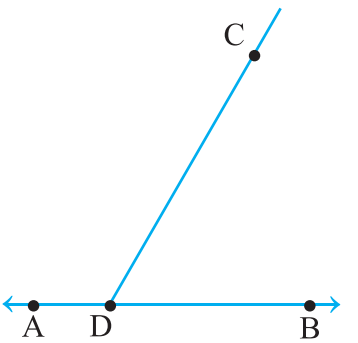
1 স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে সমান্তরাল সরলরেখা আঁকার চেষ্টা করি।

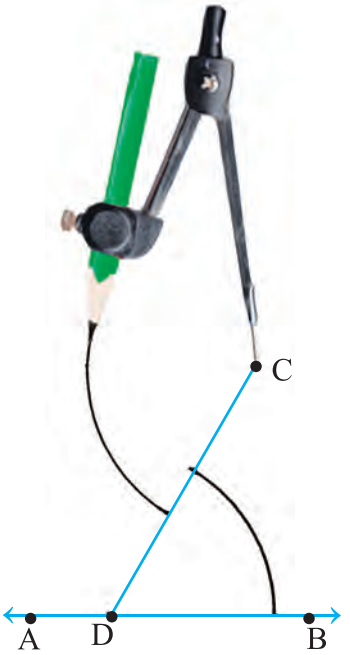
একটি সরলরেখা AB নিলাম। ওই সরলরেখার বহিঃস্থ একটি বিন্দু C নিলাম। C বিন্দু দিয়ে AB সরলরেখার সমান্তরাল সরলরেখা আঁকার চেষ্টা করি।

C•

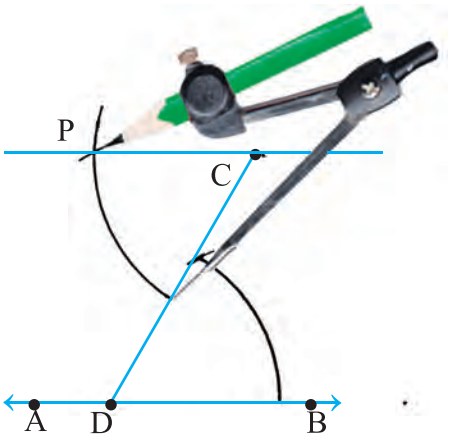
i) প্রথমে স্কেলের সাহায্যে AB একটি নির্দিষ্ট সরলরেখা আঁকলাম এবং AB সরলরেখার বহিঃস্থ একটি বিন্দু C নিলাম।

ii) AB সরলরেখার উপর যেকোনো একটি বিন্দু D নিলাম। C এবং D বিন্দুদ্বয় স্কেলের সাহায্যে যোগ করলাম। এর ফলে দেখছি ∠CDB একটি কোণ তৈরি হলো।

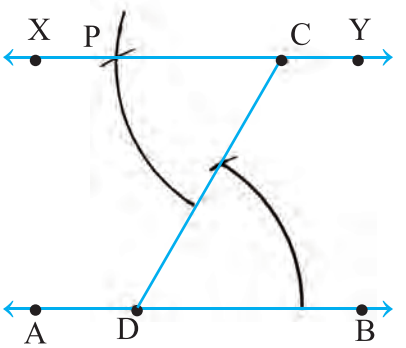




iii) এবার স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে DC সরলরেখাংশের C বিন্দুতে ∠CDB-এর বিপরীত দিকে ∠CDB-এর সমান করে একটি কোণ ∠PCD আঁকলাম।



P ও C বিন্দু দুটি স্কেল দিয়ে যোগ করে উভয়দিকে বর্ধিত করে XY সরলরেখা পেলাম।



এখন, ∠PCD = ∠CDB, কিন্তু এরা একান্তর কোণ।

∴ XY ও AB সরলরেখা পরস্পর সমান্তরাল অর্থাৎ XY || AB

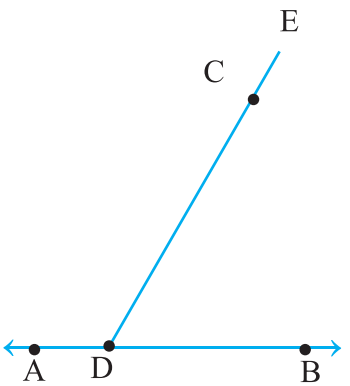
∴ AB নির্দিষ্ট সরলরেখার বহিঃস্থ বিন্দু C দিয়ে AB সরলরেখার সমান্তরাল সরলরেখা XY আঁকলাম।

2 আমি অন্যভাবে সমান্তরাল সরলরেখা আঁকার চেষ্টা করি

আমি অন্যভাবে AB নির্দিষ্ট সরলরেখার বহিঃস্থ বিন্দু C দিয়ে AB সরলরেখার সমান্তরাল সরলরেখা আঁকব।

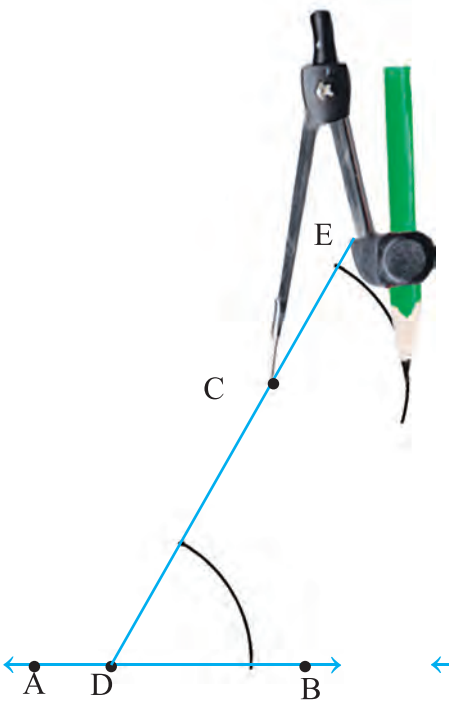
C •

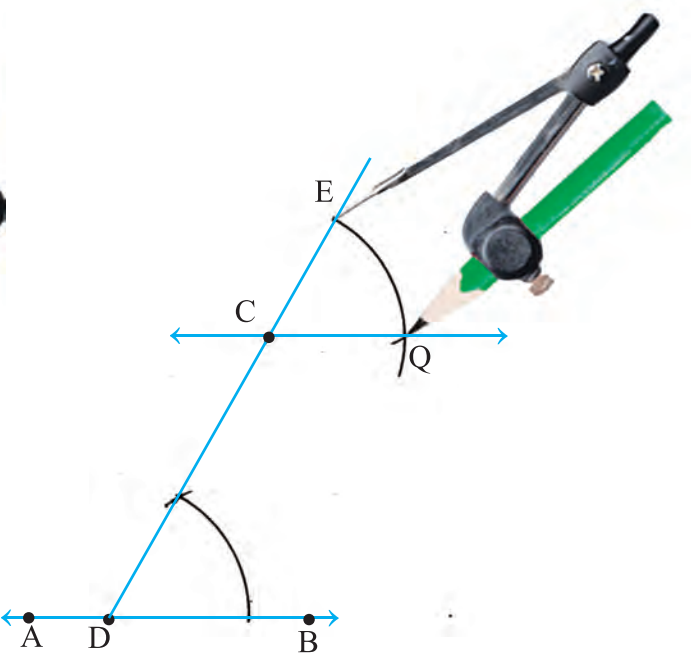
i) AD সরলরেখার উপর যেকোনো একটি বিন্দু D নিলাম।



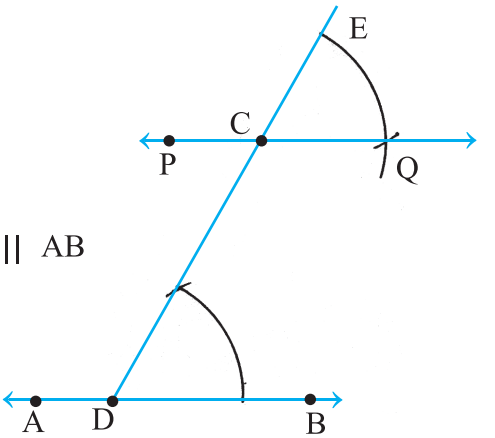
ii) স্কেলের সাহায্যে C ও D বিন্দু দুটি যোগ করলাম ও DC সরলরেখাংশকে E বিন্দু পর্যন্ত বাড়িয়ে দিলাম। এর ফলে দেখছি ∠CDB তৈরি হয়েছে।

iii) CD সরলরেখাংশের যে পাশে ∠CDB আছে সেই পাশেই ∠CDB-এর সমান করে স্কেল ও কম্পাসের সাহায্যে CE সরলরেখাংশের C বিন্দুতে ∠ECQ কোণ অঙ্কন করলাম।





iv) QC সরলরেখাংশকে P বিন্দু পর্যন্ত বাড়িয়ে দিলাম।



এখন $\angle ECQ = \angle CDB$ কিন্তু এরা অনুরূপ কোণ।

$\therefore$ PQ ও AB পরস্পর সমান্তরাল সরলরেখা অর্থাৎ PQ || AB

PQ হলো নির্ণেয় সরলরেখা যা C বিন্দুগামী এবং AB সরলরেখার সমান্তরাল।

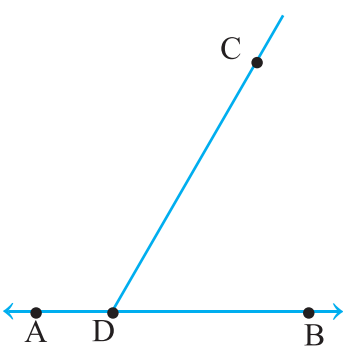
$\therefore$ অন্যভাবে AB সরলরেখার বহিঃস্থ বিন্দু C দিয়ে AB সরলরেখার সমান্তরাল সরলরেখা PQ আঁকলাম।

3 আমি অন্য আর একরকমভাবে একটি সমান্তরাল সরলরেখা আঁকার চেষ্টা করি

আমি অন্য আর একরকমভাবে AB একটি নির্দিষ্ট সরলরেখার বহিঃস্থ বিন্দু C দিয়ে AB সরলরেখার সমান্তরাল সরলরেখা আঁকব।

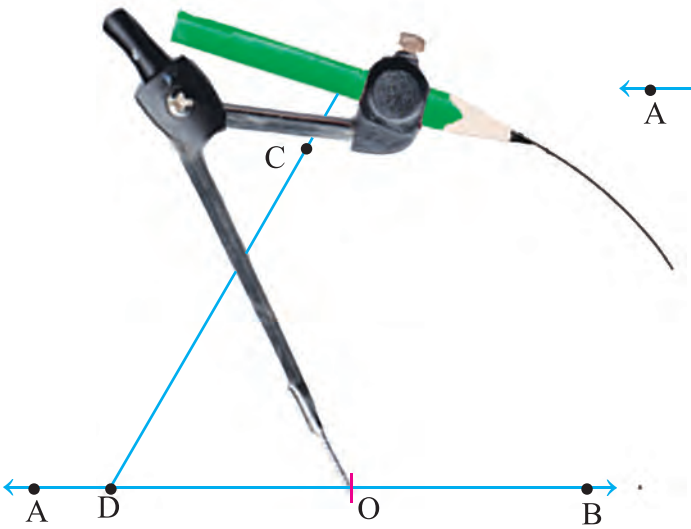
i) AB একটি সরলরেখা আঁকলাম এবং AB সরলরেখার বহিঃস্থ একটি বিন্দু C নিলাম।

C

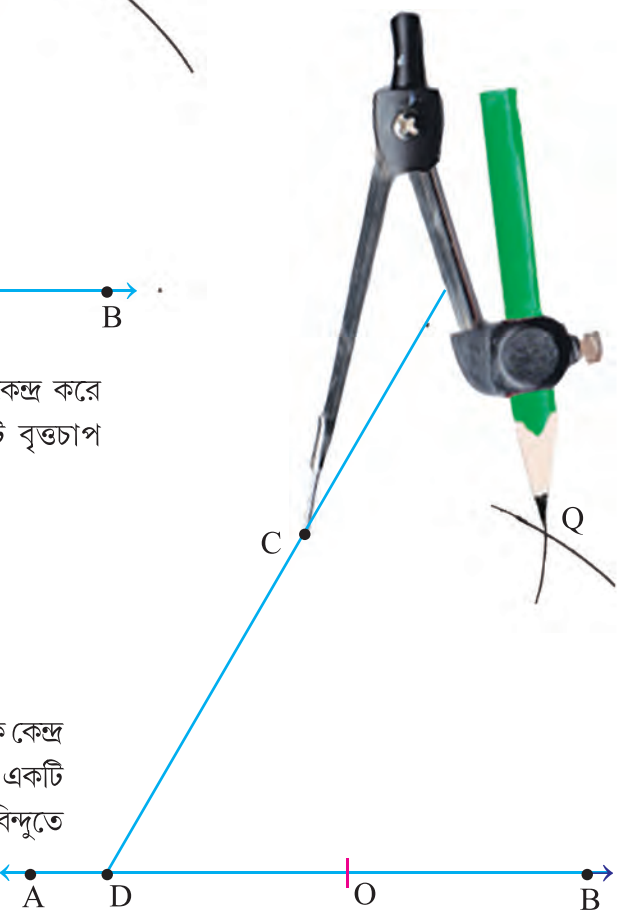


ii) AB সরলরেখার উপর যেকোনো একটি বিন্দু D নিলাম। D এবং C বিন্দুদ্বয় স্কেল দিয়ে যোগ করে DC সরলরেখাংশ পেলাম।

iii) DB রশ্মি থেকে যেকোনো সরলরেখাংশ DO কেটে নিলাম।

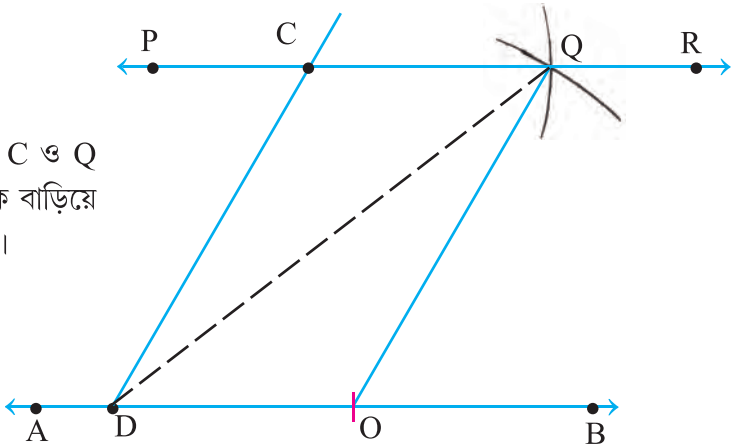


iv) পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে O বিন্দুকে কেন্দ্র করে DC-এর সমান দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকলাম।



v) আবার পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে C বিন্দুকে কেন্দ্র করে DO-এর সমান দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে আর একটি বৃত্তচাপ আঁকলাম যা আগের বৃত্তচাপটিকে Q বিন্দুতে ছেদ করল।

vi) স্কেল ও পেনসিলের সাহায্যে C ও Q বিন্দুদ্বয় যোগ যোগ করে উভয়দিকে বাড়িয়ে দিলাম এবং PR সরলরেখা পেলাম।



আমি যুক্তি দিয়ে ধাপে ধাপে প্রমাণ করি যে PR || AB

D,Q ও O,Q যোগ করলাম।

ΔCDQ ও ΔDOQ-এর মধ্যে,

$DC = OQ$, $CQ =$ ☐ এবং DQ উহাদের সাধারণ বাহু।

$\therefore \Delta CDQ \cong \Delta DOQ$ (বাহু-বাহু-বাহু সর্বসমতার শর্তানুসারে)

$\therefore \angle CQD = \angle QDO$, কিন্তু এরা একান্তর কোণ।

$\therefore$ CQ || DO

সুতরাং, PR || AB

$\therefore$ PR সরলরেখা পেলাম যা C বিন্দুগামী এবং AB সরলরেখার সমান্তরাল। অর্থাৎ AB সরলরেখার বহিঃস্থ বিন্দু C দিয়ে AB সরলরেখার সমান্তরাল সরলরেখা PR আঁকলাম।

কষে দেখি— 22

1. একটি সরলরেখা XY-এর বহিস্থ বিন্দু Z দিয়ে কতগুলি সরলরেখাংশ আঁকতে পারব দেখি যারা XY-এর সমান্তরাল।
2. হাবিব খাতায় একটি সরলরেখাংশ PQ এঁকেছে এবং PQ সরলরেখাংশের বহিঃস্থ একটি বিন্দু R এঁকেছে। আমি স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে যেকোনো পদ্ধতিতে PQ সরলরেখাংশের একটি সমান্তরাল সরলরেখাংশ আঁকি যা R বিন্দুগামী হবে।
3. মেঘা স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে $\angle ABC = 60°$ আঁকল। BA ও BC রশ্মির উপর সথাক্রমে দুটি বিন্দু P ও Q নিলাম। P বিন্দু দিয়ে BC রশ্মির ও Q বিন্দু দিয়ে BA রশ্মির সমান্তরাল সরলরেখা টানলাম।

   এই দুটি সরলরেখার ছেদবিন্দুর নাম দিলাম D; PBQD চতুর্ভুজটি কী ধরনের লিখি।

23. প্রদত্ত সরলরেখাংশকে সমান তিনটি, পাঁচটি ভাগে বিভক্ত করা

আমরা সবাই নিজেদের খুশিমতো যখন ছবি আঁকছি, দেবনাথ একটি সুন্দর কার্ড তৈরি করেছে। কার্ডের উপরে তিনটি আলাদা আলাদা মোম রং এমনভাবে সমান দূরত্বে দিয়েছে যে তার জন্য কার্ডটি খুব সুন্দর দেখতে লাগছে।

আমি ও জাকির ঠিক করেছি দেবনাথের মতো মোম রং দিয়ে কার্ড তৈরি করব। জাকির তার কার্ডে কোনাকুনি ভাবে পেনসিল দিয়ে সরলরেখাংশ টানল ও স্কেলের সাহায্যে সেই সরলরেখাংশকে সমান তিনভাগে ভাগ করল।

আমিও জাকিরের মতো আমার আয়তক্ষেত্রাকার কার্ডের কর্ণ টানলাম।

কিন্তু এই কর্ণকে আরও নিখুঁতভাবে স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে কীভাবে তিনটি সমান সরলরেখাংশে ভাগ করব?

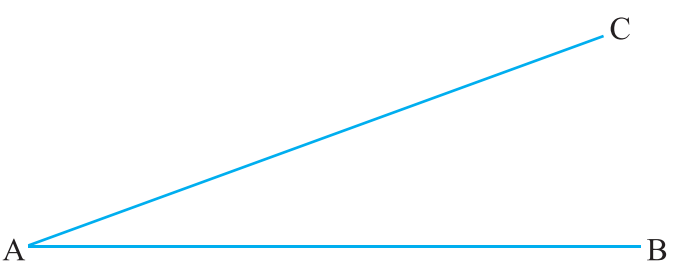
1 একটি সরলরেখাংশকে স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে তিনটি সমান ভাগে ভাগ করার চেষ্টা করি।

দেখছি আমার আয়তক্ষেত্রাকার কার্ডের কর্ণের দৈর্ঘ্য 8.1 সেমি.।

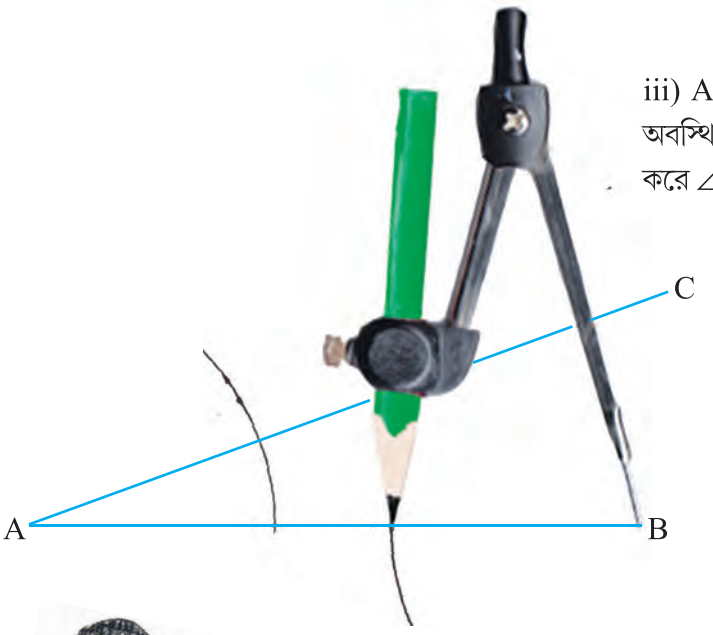
আমি এই 8.1 সেমি. দৈর্ঘ্যের সরলরেখাংশকে স্কেল ও কম্পাসের সাহায্যে সমান তিনটি ভাগে ভাগ করি।

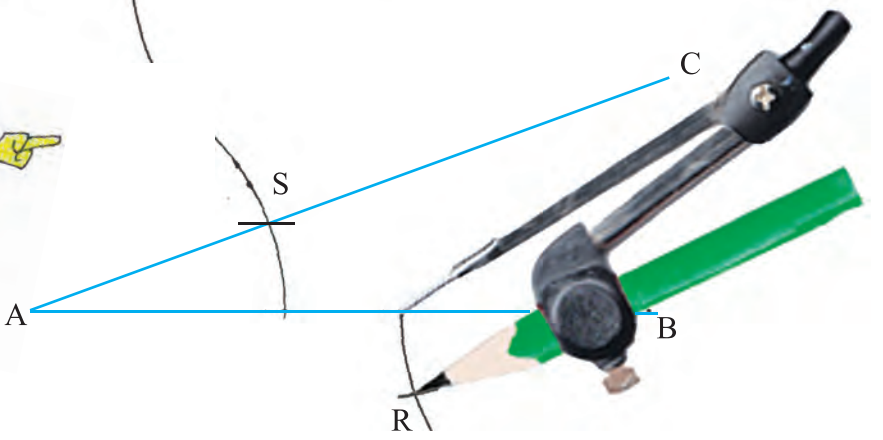
i) প্রথমে একটি সরলরেখাংশ AB টানলাম যার দৈর্ঘ্য 8.1 সেমি.।

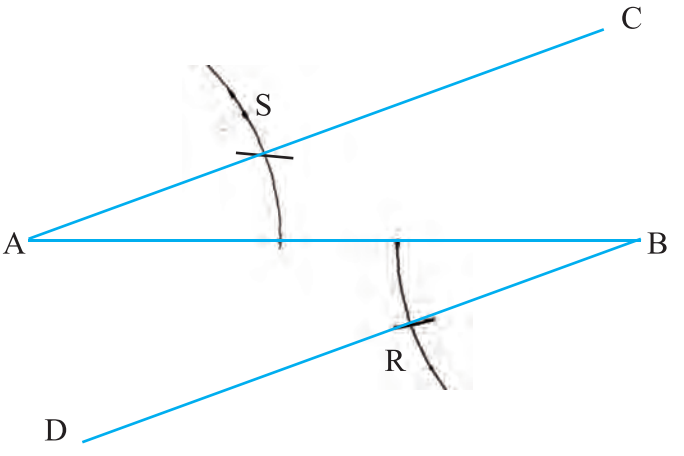
ii) AB সরলরেখাংশের A বিন্দুতে যেকোনো একটি কোণ $\angle BAC$ আঁকলাম।

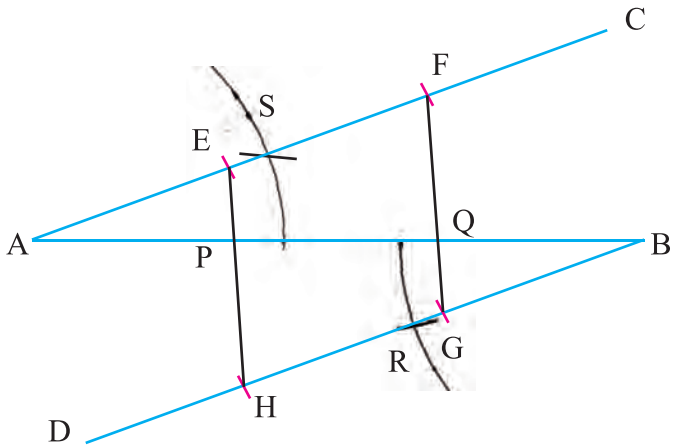


iii) AB সরলরেখাংশের যে পাশে ∠BAC অবস্থিত তার বিপরীত পাশে ওই কোণের সমান করে ∠ABD আঁকি।









iv) AC সরলরেখাংশ থেকে পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে একই ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য নিয়ে দুটি সমান অংশ AE ও EF কেটে নিলাম।

BD সরলরেখাংশ থেকে একইভাবে ওই একই ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্যের দুটি সমান অংশ BG ও GH কেটে নিলাম।

v) E, H ও F,G স্কেলের সাহায্যে যোগ করলাম। EH ও FG সরলরেখাংশ দুটি AB সরলরেখাংশকে যথাক্রমে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করল।

এবার কাঁটা কম্পাসের সাহায্যে দেখি AP, PQ ও QB সরলরেখাংশের দৈর্ঘ্য সমান কিনা।

দেখছি AB সরলরেখাংশটি P ও Q বিন্দুতে সমান তিন অংশে বিভক্ত হলো।

অর্থাৎ AP = PQ = QB = ☐ AB

কিন্তু যদি AB সরলরেখাংশকে সমান 4 ভাবে ভাগ করি তখন কীভাবে আঁকব?

সেক্ষেত্রে আগের অঙ্কনের মতো একই ভাবে আঁকব। শুধু (iv) নং অঙ্কনে AC সরলরেখাংশ থেকে একই দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে (4–1)টি = 3টি সমান অংশ এবং BD সরলরেখাংশ থেকেও ওই দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে 3টি সমান অংশ কেটে নেব।

ভেবে দেখি আর কোনোভাবে একটি সরলরেখাংশকে সমান 4 ভাবে ভাগ করতে পারব কিনা।

অর্থাৎ আমি যদি AB সরলরেখাংশকে সমান 5 ভাগে ভাগ করি তখন অঙ্কনের (iv) নং-এ AC সরলরেখাংশ থেকে একই দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে (5 – 1)টি = ☐ টি সমান অংশ এবং BD সরলরেখাংশ থেকেও ওই দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে 4টি সমান অংশ কেটে নেব।

নিজে করি— 23

1) আমি স্কেল ও পেনসিলকম্পাসের সাহায্যে 9 সেমি. দৈর্ঘ্যের একটি সরলরেখাংশকে সমান তিনটি ভাগে ভাগ করি ও প্রতিটি ভাগের দৈর্ঘ্য স্কেল দিয়ে মেপে লিখি।

কষে দেখি— 23

1. রিহানা খাতায় একটি 10 সেমি. দৈর্ঘ্যের সরলরেখাংশ PQ এঁকেছে। আমি স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে PQ সরলরেখাংশকে সমান পাঁচটি ভাগে ভাগ করি ও প্রতিটি ভাগের দৈর্ঘ্য 2 সেমি. পেলাম কিনা স্কেল দিয়ে মেপে যাচাই করি।

2. আজিজ 12 সেমি. দৈর্ঘ্যের XY সরলরেখাংশকে স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে সমান কয়েকটি ভাগে ভাগ করবে যাতে প্রতিটি ভাগের দৈর্ঘ্য 2.4 সেমি. হয়। আজিজ XY সরলরেখাংশকে কটি সমান ভাগে ভাগ করবে হিসাব করি ও আমি XY সরলরেখাংশকে স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে ততগুলি সমান ভাগে ভাগ করি।

3. আনোয়ারা খাতায় ABC একটি ত্রিভুজ এঁকেছে। BC বাহুকে পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে সমদ্বিখণ্ডিত করে AD মধ্যমা এঁকেছে। আমি AD মধ্যমাকে স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে AE, EF ও FD এই তিনটি সমান অংশে ভাগ করলাম। এবার আমি স্কেলের সাহায্যে B ও F বিন্দু দুটি যোগ করে বাড়িয়ে দিলাম যা AC সরলরেখাংশকে X বিন্দুতে ছেদ করল।

   স্কেল দিয়ে মেপে দেখছি, AX = ☐ CX [সংখ্যা বসাই]

4. 12.6 সেমি. দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি সরলরেখাংশকে সমান সাতটি ভাগে ভাগ করি। এই অঙ্কনের সাহায্য নিয়ে 7.2 সেমি. বাহুবিশিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজ আঁকি।

5. রামুপ্রধান তার আঁকার খাতায় ABCD একটি সামান্তরিক এঁকেছে যার AB = 6সেমি., BC = 9সেমি. এবং $\angle ABC = 60°$।

   আমি স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে ABCD সামান্তরিকের BD কর্ণের উপর দুটি বিন্দু P ও Q নির্ণয় করি যেন BP = PQ = QD হয়।

   এবার A, P; P, C; C,Q এবং Q, A যোগ করে APCQ চতুর্ভুজটি কী ধরনের পেলাম লিখি।

6. সুজাতা তিনটি সরলরেখাংশ আঁকল যাদের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 4সেমি., 6সেমি. ও 10সেমি.। রাহুল স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে প্রথম সরলরেখাংশকে সমদ্বিখণ্ডিত, দ্বিতীয় সরলরেখাংশকে সমত্রিখণ্ডিত এবং তৃতীয় সরলরেখাংশকে সমান 5টি ভাগে ভাগ করল। শবনম প্রথম সরলরেখাংশের দৈর্ঘ্যের অর্ধেক, দ্বিতীয় সরলরেখাংশের দৈর্ঘ্যের এক-তৃতীয়াংশ ও তৃতীয় সরলরেখাংশের দৈর্ঘ্যের এক-পঞ্চমাংশ নিয়ে একটি ত্রিভুজ PQR আঁকল। শবনমের আঁকা ত্রিভুজটি বাহুভেদে কী ধরনের লিখি।

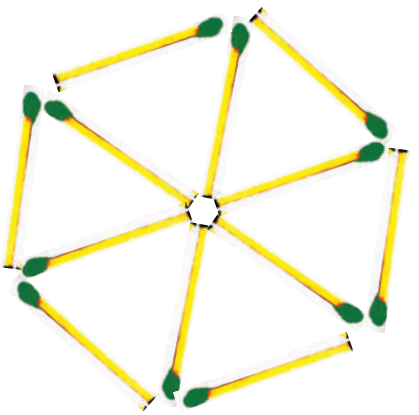
24. মজার অঙ্ক

দেশলাই কাঠির মজার খেলা

1

আমি তিনটি দেশলাই কাঠি দিয়ে সমবাহু ত্রিভুজ তৈরি করলাম।

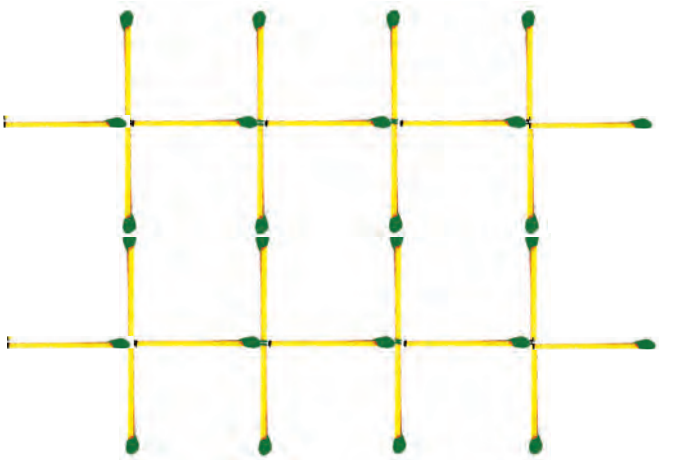
আমার ভাই 12টি দেশলাই কাঠি দিয়ে 6টি সমবাহু ত্রিভুজ তৈরি করল।



আমি এই 12টি দেশলাই কাঠির মাত্র 4টি কাঠি নড়িয়ে 3টি সমবাহু ত্রিভুজ তৈরি করি যেখানে সমবাহু ত্রিভুজগুলির মাপ সমান নয়। **[নিজে করি]**

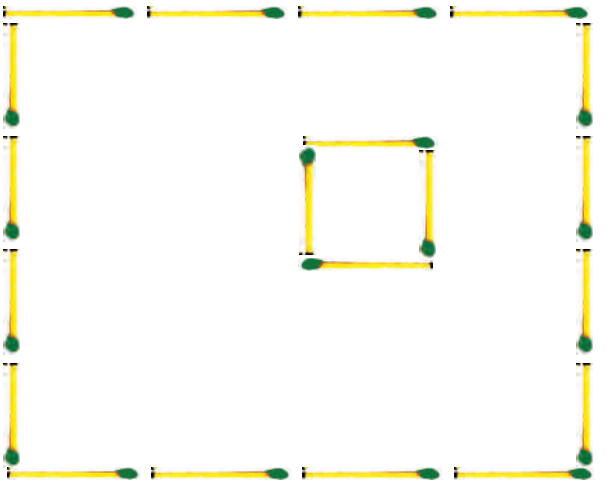
2

মেঘা 26টি দেশলাই কাঠি দিয়ে পাশের মতো একটি সজ্জা তৈরি করেছে।



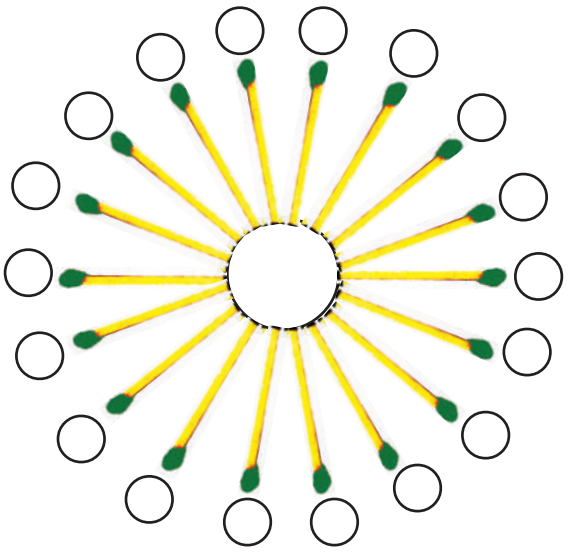
আমি এই সজ্জা থেকে মাত্র 14টি দেশলাই কাঠি নড়িয়ে 3টি বর্গক্ষেত্র তৈরি করি যেখানে বর্গক্ষেত্রগুলির মাপ সমান নয়। **[নিজে করি]**

3 রোকেয়ার 20টি দেশলাই কাঠি আছে। সে নীচের ছবির মতো 4টি দেশলাই কাঠি দিয়ে 1টি বর্গক্ষেত্রাকার বাড়ি করেছে এবং বাকি 16টি দেশলাই কাঠি দিয়ে বর্গক্ষেত্রাকার বাড়ির চারপাশের বাগানকে বেড়া দিয়ে বর্গক্ষেত্রাকারে ঘিরেছে।



আমি রোকেয়ার এই সজ্জায় আরও 10টি কাঠি দিয়ে এই বাগানকে সমান আকার ও মাপে পাঁচটি ভাগে ভাগ করি।

4 আমি নীচের চাকার বৃত্তে 1 থেকে 19 পর্যন্ত সংখ্যা এমনভাবে বসাই যাতে প্রতিটি রেখার বৃত্ত তিনটির সংখ্যার যোগফল 30 হয়।



হারিয়ে যাওয়া সংখ্যা খুঁজি

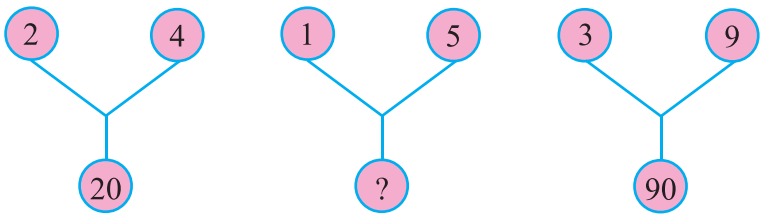
5 (a)

1	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$
2	$\frac{2}{3}$	$\frac{8}{3}$
3	?	$\frac{19}{3}$

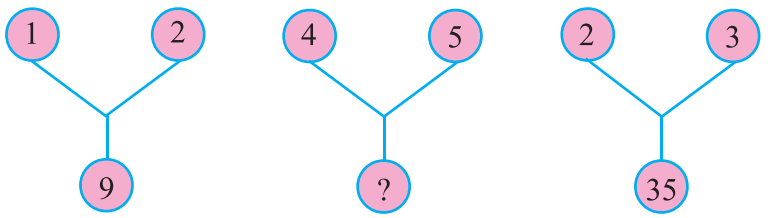
(b)

4	9	26
9	16	50
16	?	40

6 (a)



(b)



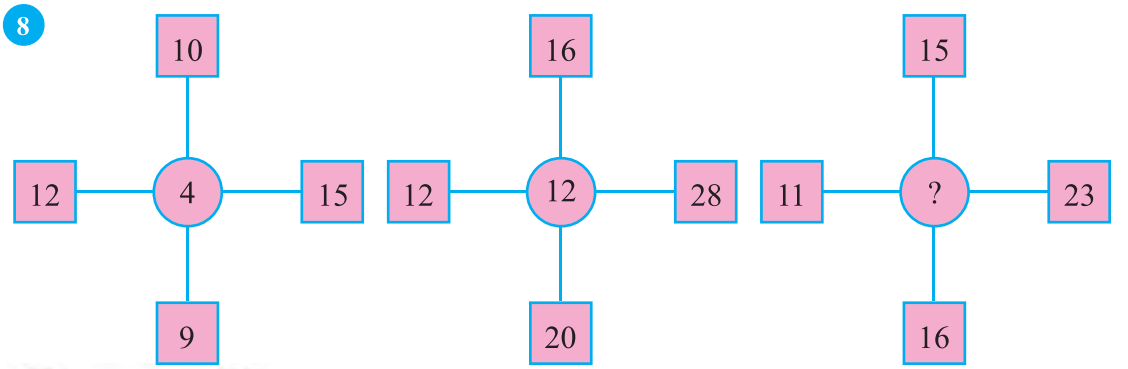
7 (a)

7	4	5
8	7	6
3	3	?
29	19	31

(b)

4	5	6
2	3	7
1	3	?
7	12	39

8



খেলার নিয়ম দেখি ও ঠিক সংখ্যা খুঁজি

1. যদি '÷' চিহ্ন নির্দেশ করে '×' চিহ্নকে

   '+' চিহ্ন নির্দেশ করে '÷' চিহ্নকে

   '#' চিহ্ন নির্দেশ করে '+' চিহ্নকে

   তবে $2 \div 5 + 5 \# 100$ -এর মান নীচের কোনটি হবে লিখি।

   (a) 100 (b) 102 (c) 108 (d) 105

2. যদি $7 * 1 = 64$ এবং $3 * 9 = 144$ হয় তবে $5 * 6$-এর মান নীচের কোনটি হবে লিখি।

   (a) 22 (b) 45 (c) 101 (d) 121

3. যদি $84 \oplus 72 = 45$ এবং $73 \oplus 41 = 43$ হয় তবে $94 \oplus 72$-এর মান নীচের কোনটি হবে লিখি।

   (a) 55 (b) 59 (c) 56 (d) 66

4. যদি '÷' চিহ্ন ও '+' চিহ্ন এবং '6' ও '3' সংখ্যাদুটি পরস্পর স্থান বিনিময় করে, তবে নীচের কোন সম্পর্কটি সত্য হিসাব করে লিখি—

   (a) $3 + 6 \div 2 = 5$ (b) $6 \div 3 + 2 = 8$ (c) $3 + 6 \div 5 = 7$ (d) $3 \div 6 + 1 = 6$

5. যদি '+' চিহ্ন ও '–' চিহ্ন এবং '4' ও '8' সংখ্যাদুটি পরস্পর স্থান বিনিময় করে, তবে নীচের কোন সম্পর্কটি সত্য হিসাব করে লিখি—

   (a) $4 + 8 - 12 = 16$ (b) $4 - 8 + 12 = 6$ (c) $8 + 4 - 12 = 24$ (d) $8 - 4 + 12 = 8$

6. কিছু মজার সংখ্যা খুঁজি—

   1 4 2 8 5 7 আবৃত্ত সংখ্যা (Revolving Number) কেন দেখি—

$1\,4\,2\,8\,5\,7 \times 1 = \square$

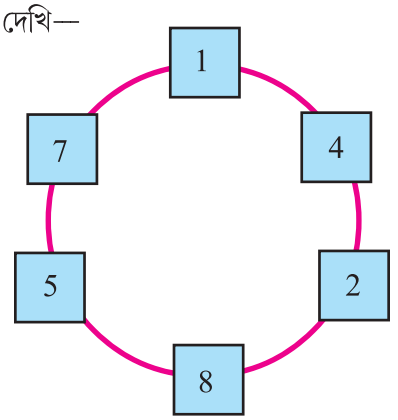
$1\,4\,2\,8\,5\,7 \times 2 = 2\,8\,5\,7\,1\,4$

$1\,4\,2\,8\,5\,7 \times 3 = 4\,2\,8\,5\,7\,1$

$1\,4\,2\,8\,5\,7 \times 4 = 5\,7\,1\,4\,2\,8$

$1\,4\,2\,8\,5\,7 \times 5 = \square$

$1\,4\,2\,8\,5\,7 \times 6 = \square$



7. আমি এক অঙ্কের সংখ্যা তিনবার ব্যবহার করে 24 করি। $3^3 - 3 =$ ☐

এবার 3-এর বদলে অন্যকোনো এক অঙ্কের সংখ্যা তিনবার ব্যবহার করে 24 তৈরি করি। [অন্তত দু-ভাবে নিজে করি]

8. আমি এক অঙ্কের সংখ্যা তিনবার ব্যবহার করে 30 করি। $3^3 + 3 =$ ☐

এবার 3-এর বদলে অন্যকোনো এক অঙ্কের সংখ্যা তিনবার ব্যবহার করে 30 তৈরি করি। [অন্তত দু-ভাবে নিজে করি]

9. ইমন 8টি কাগজের টুকরোর উপর 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 লিখে নীচের মতো সাজিয়ে রেখেছে —

	1			3	
+	2		+	4	
+	7		+	5	
+	9		+	8	
	19			20	

আমি মাত্র 2টি টুকরো সরিয়ে দুটি স্তম্ভের যোগফল সমান করার চেষ্টা করি।

10. মারিয়ার বাবা বইকেনার জন্য একটি খামে কিছু টাকা ভরে বাড়ির টেবিলে খামটি রেখে অফিসে চলে গেলেন। তিনি খামের উপর টাকার পরিমাণটা লিখে রাখলেন।

মারিয়া বাড়ি ফিরে দেখল খামের উপর 98 লেখা আছে। তাই সে দোকানে গিয়ে 92 টাকা দামের একটি বই নিল। কিন্তু দাম দেওয়ার সময়ে দেখল খামে 92 টাকার কম টাকা রাখা আছে।

এটা কেমন করে হলো? ভেবে দেখি ও লিখি।

11. নীচের অঙ্কটি দেখি ও ঠিকভাবে লেখার চেষ্টা করি।

```
  ONE
+ TWO
------
 FOUR
```

প্রতিটি ইংরেজি বর্ণের বদলে আলাদা নির্দিষ্ট সংখ্যা বসাই।

25. মিলিয়ে দেখি

কষে দেখি — 1.1

2. 16.45 বর্গমি. **3.** 1416 বর্গমি. **4.** 200 বর্গমি. **a)** 120 বর্গমি. **b)** 304 বর্গমি. **5.** 720 বর্গমি. **6. a)** দ্বিগুণ **b)** দ্বিগুণ **c) (a)** ছবির আয়তক্ষেত্রাকার ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ **(d)** এক-চতুর্থাংশ **7.(a)** চারগুণ **(b)** এক-চতুর্থাংশ 8. **(a)** 39.6 বর্গমি. 2455.20 টাকা **(b)** 93.18 বর্গমি. **(c)** 39.6 বর্গমি., **(d)** 1593.36 টাকা

নিজে করি — 1.2

$(-9x^3 + 27x^2 - 2x + 6)$ বর্গমি.; $(-2y^2 - 5xy^2 + 40x + 16)$ বর্গমি.; $(2x^2 - x + 4)$ সেমি.; $(3x^2y^2 - 9x + 6y)$ মি.; $(4 - 25x^2)$ বর্গমি. $(4 - 10p)$ মি.; $(11m + 13n)$ মি.; $(81x^2 - y^2)$ বর্গসেমি.

কষে দেখি — 1.2

1. **(i)** $1 + 5n$ **(ii)** $2 + 5n$ **(iii)** $1 + 4n$ **2.** $(12y + 6)$ সেমি. **3.** $(64x^2 - 9y^2)$ বর্গসেমি.

4. $(3m - 4)^2$ বর্গমি.; $m = 2$ **5. (b)** $3a^2 + a + 5$; $-9a^2 + 3a - 2$; $-6a^2 - 2a + 1$ **(c)** $11m^2 - 5mn$; $8m^2 - 2mn$; $3n^2 + 3mn$ **6. (b)** $x^6 - 4x^5 + 6x^4$; $x^2 - 4x + 6$ **(c)** $30m^4n^5 + 400m^5n^6 - 50m^6n^7$; $\frac{3}{10}n + 4mn^2 - \frac{1}{2}m^2n^3$ **(d)** $343\ell^3 - 700\ell m^2 + 490m\ell^2 - 1000m^3$; $7\ell - 10m$
(e) $3125\,a^5 - 405ab^4 + 1875a^4b - 243b^5$; $(25a^2 + 9b^2)(5a - 3b)$

7. (i) 0 **(ii)** 0 **(iii)** $x^4 - y^4$ **(iv)** 0 **(v)** 0 **(vi)** 0 **8. (i)** $25x^2 - 20xy + 4y^2$ **(ii)** $49 + 28m + 4m^2$ **(iii)** $x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx)$ **(iv)** $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2cd - 2ac - 2ad - 2bc - 2bd$

9. (i) $(3x - \frac{3}{5y})^2$ **(ii)** $(5m - 7n)^2$ **(iii)** $(3a)^2$ **(iv)** $(\frac{p}{q} - \frac{q}{p})^2$ **10. (i)** $(400)^2 - 9^2$ **(ii)** $(3x)^2 - (x+3y)^2$ **(iii)** $(\frac{x+1}{2})^2 - (\frac{x-1}{2})^2$ **[অন্য সমাধান ভেবে দেখি]**

11. (i) $25(3m + 2n)(3m - 2n)$ **(ii)** $(5x - \frac{1}{3}yz)(5x + \frac{1}{3}yz)$ **(iii)** $7a(x + 1)(x + 1)$
(iv) $3(x - a)(x - a)(x+a)(x+a)$ **(v)** $(a + b + c)(b + c - a)(a + b - c)(a - b + c)$
(vi) $a(x + 14y)(15x - 14y)$ **(vii)** $(x - 2y + 3)(x - 2y - 3)$ **(viii)** $(x - y)(x + y - 2)$
(ix) $(3 - a)(a + 1)$ **(x)** $(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)$ **(xi)** $(a + b - c)(a - b + c)$ **(xii)** $(a + b)(c + 1)$
(xii) $(x^2 + y^2 + xy)(x^2 + y^2 - xy)$ **12. (i)** $x^2y^2 - p^2q^2$ **(ii)** 2499 **(iii)** $4x^2 + 9z^2 + 12xz - y^2$ **(iv)** 2249879 **(v)** $a^4 - 16$ **(vi)** $b^2 - a^2 - c^2 + 2ca$ **13. (e)** 65 **14. (a)** $(a + b)^2 + (a - b)^2$ **(b)** $(5x+3y)^2+(5x - 3y)^2$ **(c)** $(a + c)^2 + (b - d)^2$ **15. (i)** $t = \pm 1$ **(ii)** $\pm 4a$ **(iii)** $a = 10, b = 1$ **(v) ধনাত্মক**
16. (i) 12 **(ii)** 2 **(iii)** 1 **(iv)** 42 **(v)** $-16\frac{1}{2}$ **(vi)** 41

কষে দেখি — 1.3

4. একটি বাহুর দৈর্ঘ্য **5.** দুটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য ও তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণের পরিমাপ। **11. (i)** BD = 5 সেমি. **(ii)** 2.5 সেমি. **(iii)** $\angle ADC = 60^\circ$ **(iv)** $\angle AOB = 90^\circ$ **(v)** বর্গক্ষেত্র **(vi)** আয়তক্ষেত্র, বর্গক্ষেত্র

কষে দেখি — 2

2. (i) 2 ঘণ্টা করে কাজ করে 8 জন, 3 ঘন্টা করে 12 জন, 4 ঘণ্টা করে 14 জন, 5 ঘণ্টা করে 6 জন।

(ii) 6 জন **(iii)** 8 জন

3. (a) (i) $\frac{1}{5}$ অংশ **(ii)** আধুনিকসংগীত **(iii)** ধ্রুপদী সংগীত

(b) (i) $\frac{1}{18}$ অংশ **(ii)** প্রমোদমূলক **(iii)** তথ্যমূলক **(iv)** $\frac{1}{4}$ অংশ

9. (i) শীতকাল, 72 জন **(ii)** 18 জন **(iii)** 36 জন **(iv)** বর্ষাকাল

নিজে করি — 3.1

(i) 6 **(ii)** $\frac{11}{5}$ **(iii)** $-\frac{20}{7}$ **(iv)** 0

নিজে করি — 3.2

1) $-\frac{2}{9}$ **2)** $\frac{9}{8}$ **3)** $-\frac{5}{2}$ **4)** $\frac{8}{5}$ **5)** -3 **6)** $-\frac{623}{20295}$

কষে দেখি — 3

1. (a) $x = \frac{2}{1}$ **(b)** $p = -\frac{8}{1}$ **(c)** $\frac{0}{11}$ **(d)** $m = \frac{3}{5}$ **(e)** $y = -\frac{2}{1}$ **(f)** $t = \frac{8}{13}$ **(g)** $y = \frac{1}{1}$

3. (a) $\frac{17}{4}$ **(b)** 0 **(c)** $\frac{37}{8}$ **4. (a)** $-\frac{9}{11}$ **(b)** $\frac{21}{29}$ **(c)** $\frac{19}{7}$ **(d)** $-\frac{1}{5}$ **(e)** $-\frac{23}{15}$ **(f)** $\frac{14}{5}$

5. $-\frac{7}{15}$ **6. (i)** $\frac{319}{800}$ **(ii)** $\frac{100}{3003}$

কষে দেখি — 4.1

1. b) $2x^3 - x^2y + 24x - 12y - 14xy + 7y^2$; -12 **c)** $32p^5 - 8p^4 - 52p^3 + 10p^2 + 15p$; -726

d) $6a^2 - ab + 38a + 28b - 5b^2 + 12$; -21

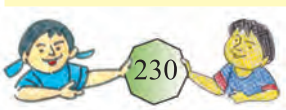
e) $p^5 - p^4q^2 + p^4q - p^3q^3 + pq^4 + p^3q^2 + p^2q^3 - p^2q^4 + q^5$; -64

f) $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$; 0

2. (i) $-x^{15} - x^{12} + 3x^{11} - x^{10} - 4x^9 + 3x^8 - x^7 + 3x^6 + 12x^5 - 4x^4 + 3x^3 + 12$

(ii) $8a^{10} - 12a^8b^2 + 4a^6b^4 - 18a^4b^{10} + 27a^2b^{12} - 9b^{14}$

(iii) $a^6x^6 - b^6y^6$ **(iv)** $a^3 - b^3 - c^3 + 2abc - ac^2 - ab^2 + a^2c + a^2b + c^2b + b^2c$



(iv) $\frac{4p^4}{q^4} - \frac{25q^4}{p^4}$ **(vi)** $2 + \frac{x^4}{y^2z^2} + \frac{z^4}{x^2y^2} + \frac{z^2x^2}{y^4} + \frac{y^4}{z^2x^2} + \frac{y^2x^2}{z^4} + \frac{y^2z^2}{x^4}$

3. (i) $2x^3$ **(ii)** 0 **4. (i)** 0 **(ii)** $y(\ell^2 + m^2 + n^2 + \ell m + mn + n\ell) + 2x(\ell m + \ell n + mn) + m^2 + n^2 + \ell^2 + \ell m + \ell n + mn$

নিজে করি — 4.1

1. (a) $x - 2$ **(b)** $a - 3$ **(c)** $2a - 1$ **(d)** $2a - 3b$

2. ভাগফল = x ভাগশেষ = x

কষে দেখি — 4.2

1. $x + 2$ **2.** $(3x - 7y)$ সেমি. **3.** ভাগফল = $x^2 + y^2$, ভাগশেষ 0

4. (a) $m + 7$ **(b)** $2c - 1$ **(c)** $a^2 - a + 1$; ভাগশেষ = $a + 2$ **(d)** $m^2 - m - 2$

5. (a) $3a - 2x + 4x^2$ **(b)** $\frac{25}{8}\ y^4$ **(c)** $\frac{27}{2}\ \frac{a^8}{y^4}$ **(d)** $r^3 - pq^3 + p^3q$

6. $x^3 - 12x - 13$; **7.** $5a^3 - 4a^2 + 2a - 3$ **8. (i)** ভাগফল = $x + 5$, ভাগশেষ = -3

(ii) ভাগফল = $27x^3 + 9x^2 + 3x + 1$; ভাগশেষ = 3 **(iii)** ভাগফল = 7; ভাগশেষ = $-19x - 55$

(iv) ভাগফল = $x - 4$; ভাগশেষ = $x - 1$

নিজে করি — 5.1

1. $125 = 5^3$, $64 = 4^3$, 7^3, $729 = 9^3$

কষে দেখি — 5.1

1. 125টি 1 সেমি. বাহু বিশিষ্ট ঘনক **2. (v)** $3375 = 15^3$ সবচেয়ে বড়ো ঘনক

3. (iii) 1024 **(iv)** 324 **(v)** 1744 **(vi)** 1372 **4.** 48 টি **5. (i)** 5 **(ii)** 5 **(iii)** 2 **(iv)** 11 **(v)** 35

6. (i) 7 **(ii)** 2 **(iii)** 2 **(iv)** 2 **(v)** 25 **7. (i)** 8 **(ii)** 12 **(iii)** 18 **(iv)** 25 **(v)** 22

কষে দেখি — 5.2

1. (i) $p^6 + 3p^4q^2 + 3p^2q^4 + q^6$ **(ii)** $\frac{x^3}{27} + \frac{4x^2}{3y} + \frac{16x}{y^2} + \frac{64}{y^3}$ **(iii)** $x^6y^3 - 3x^4y^2z^2 + 3x^2yz^4 - z^6$

(iv) $\ell^3 + b^3 - 8c^3 + 3\ell^2b + 3\ell b^2 - 6c\ell^2 - 12\ell bc - 6b^2c + 12c^2\ell + 12c^2b$

(v) 125 **(vi)** $8m^3$ **(vii)** $8b^3$

(viii) $8x^3 - 27y^3 - 64z^3 - 36x^2y + 54xy^2 - 48x^2z + 144xyz - 108y^2z + 96xyz^2 - 144yz^2$

(ix) $(x^2 - 5)^3$, **(x)** $(x + 10)^3$

2. (a) 8 **(c)** 2 **(d)** 14 **(e)** 110 **(f)** 0 **(i)** $\frac{3}{8}$ **(j)** 0 **(k)** 455

কষে দেখি — 5.3

1. **(i)** $x^3 + 729$ **(ii)** $4a^2 + 2a + 1$ **(iii)** $(9 + 15c + 25c^2)$ **(iv)** $(a + b)^3 + c^3$
(v) $27x^3$ **(vi)** $\frac{x^3}{y^3} + 1$ **(vii)** $64a^3 - 125b^3$ **(viii)** $(ab - cd)$
(ix) $(1 + 4y + 16y^2)$ **(x)** $\{(2p - 6)^2 - 14(p - 3) + 49\}$
(xi) $\{(m + n)^3 - (n + p)^3\}$ **(xii)** $(3a - 2b)^3 + (2a - 3b)^3$

2. **(i)** $a^6 - b^6$ **(ii)** $a^6 - 64b^6$ **(iii)** $64a^6 - 729$ **(iv)** 0 **(v)** $8x^3 + 1$

4. 0 **5.** 0 **6.** **(i)** $(10a + 3b^2)(100a^2 - 30ab^2 + 9b^4)$ **(ii)** $(1 - 6z)(1 + 6z + 36z^2)$
(iii) $m(m - 1)(m^2 + m + 1)$ **(iv)** $3(4a + 1)(16a^2 - 4a + 1)$ **(v)** $2a(2ax + 3y)(4a^2x^2 - 6axy + 9y^2)$
(vi) $(9abc - 5)(81a^2b^2c^2 + 45abc + 25)$
(vii) $\left(\frac{3}{a} - \frac{1}{3b}\right)\left(\frac{9}{a^2} + \frac{1}{ab} + \frac{1}{9b^2}\right)$ **(viii)** $\left(\frac{x}{4} - \frac{4}{x}\right)\left(\frac{x}{4} + \frac{4}{x} + 1\right)\left(\frac{x}{4} + \frac{4}{x} - 1\right)$
(ix) $(x + 2y)(x^2 + xy + y^2)$ **(x)** $(1 + 4x)(1 + 5x + 7x^2)$
(xi) $(x - 3y)(x^2 + 3y^2)$ **(xii)** $(2 - a + b)(a^2 - 2ab + 2a - 2b + b^2 + 4)$
(xiii) $(x^2 + b^2 + ab)\{x^4 + 2x^2b^2 + b^4 - ab(x^2 + b^2) + a^2b^2\}$
(xiv) $(x^2 + 3)(x^4 - 3x^2 + 9)$ **(xv)** $(x + y)(x - y)(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$
(xvi) $(x^2 + y^2)(x + y)(x - y)(x^4 - x^2y^2 + y^4)(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$ **(xvii)** $mn(m - n)$

নিজে করি — 6.1

1. সম্পূরক, পূরক, পূরক, সম্পূরক, কোনোটিই নয়, পূরক

কষে দেখি— 6

1. **(a)** হ্যাঁ, **(b)** না **(c)** না, না, **(d)** না **(e)** হ্যাঁ **(f)** হ্যাঁ **(g)** হ্যাঁ **(h)** হ্যাঁ **2.** পূরক কোণ $(45^\circ, 45^\circ)$, $(42^\circ, 48^\circ)$; সম্পূরক কোণ $(70^\circ, 110^\circ)$, $(85^\circ, 95^\circ)$ **3.** $(31^\circ, 59^\circ)$; $(47^\circ, 43^\circ)$; $(26^\circ, 64^\circ)$;

4. $(47^\circ, 133^\circ)$; $(75^\circ, 105^\circ)$; $(58^\circ, 122^\circ)$; **9.** 25, **10.** $\angle BOP = 20^\circ$, $\angle AOP = 160^\circ$

11. একই সরলরেখায়, **12.** একই সরলরেখায়।

কষে দেখি — 7.1

2. **(a)** $\angle 2 = 145^\circ$, $\angle 3 = 35^\circ$, $\angle 4 = 145^\circ$ **(b)** $\angle POT = 40^\circ$, $\angle ROP = 120^\circ$, $\angle QOS = 120^\circ$

4. **(i)** $\angle AOM$ ও $\angle MOD$ **(ii)** $\angle AOC$, $\angle BOC$ বা, $\angle AOM$, $\angle BOM$ বা, ...
(iii) $\angle AOC$, $\angle BOD$ বা $\angle AOD$, $\angle BOC$

6. $\angle BOD = 60^\circ$, $\angle BOC = 120^\circ$, $\angle AOC = 60^\circ$

7. $\angle POS = 125^\circ$, $\angle QOS = 55^\circ$, $\angle QOR = 125^\circ$, $\angle POR = 55^\circ$

কষে দেখি — 8

2. অনুরূপ কোণ : $\angle 1$ ও $\angle 5$; $\angle 4$ ও $\angle 8$; $\angle 2$ ও $\angle 6$ এবং $\angle 3$ ও $\angle 7$
একান্তর কোণ : $\angle 4$ ও $\angle 6$ এবং $\angle 3$ ও $\angle 5$
একই পাশের অন্তঃস্থ কোণ : $\angle 4$ ও $\angle 5$; $\angle 3$ ও $\angle 6$
3. (a) $x = 55^\circ, y = 125^\circ$ (b) $x = 112^\circ$ (c) $x = 80^\circ$
4. $\angle 1 = \angle 3 = \angle 4 = \angle 6 = 130^\circ$, $\angle 2 = \angle 5 = \angle 7 = 50^\circ$
5. (i) নং AB এবং CD সমান্তরাল নয়, (ii) নং AB এবং CD সমান্তরাল,
(iii) নং AB এবং CD সমান্তরাল নয়
6. $\angle AGE = 130^\circ, \angle AGH = 50^\circ, \angle BGH = 130^\circ, \angle GHC = 130^\circ, \angle GHD = 50^\circ,$
$\angle GHC = 130^\circ, \angle GHD = 50^\circ, \angle CHF = 50^\circ, \angle DHF = 130^\circ,$
7. $\angle PQR = 70^\circ$ **8.** $\angle APR = 25^\circ$, $\angle PAR = 110^\circ, \angle PRA = 45^\circ$

কষে দেখি — 9

1. AB=BC , PQ=QR , XY=YZ

2. $\angle BAC = \angle BCA$, $\angle PQR = \angle PRQ$

কষে দেখি — 10.1

1. 442 টাকা **2.** 60 মিটার **3.** 18 দিন **4.** 4 ঘণ্টা **5.** 8 দিন **6.** 28 দিন **7.** 24 জন

কষে দেখি — 10.2

1. 5 দিনে **2.** 70 পৃষ্ঠা **3.** 2টি **4.** 15 দিন **5.** 10 ঘণ্টা **6.** 15 একক **7.** 10 জন **8.** 80 জন **9.** 16 টি
10. 15 জন **11.** 720 গ্রাম **12.** 210 মিটার **13.** 30 দিনে **14. (a)** 15 ইউনিট **(b)** 24 বিঘা

কষে দেখি — 11

1. 6 টাকা **2.** 6,60,000 টাকা **3. (i)** 12 টাকা **(ii)** 25.8 টাকা **(iii)** 41.58 মিটার **(iv)** 960 গ্রাম **4. (i)** 45 **(ii)** 0.5**(iii)** 3.125 **6.** হাইড্রোজেন আছে $66\frac{2}{3}$ % ও অক্সিজেন আছে $33\frac{1}{3}$ % **7.** 13% **8.** নাইট্রোজেন = 18.9 লিটার, অক্সিজেন = 5.76 লিটার ও কার্বন ডাই-অক্সাইড = 0.34 লিটার **9.** 171 টাকা **10.** 21 **11.** 360 টাকা **12.** $16\frac{2}{3}$ **13.** $9\frac{1}{11}$ **14.** 1170টাকা আয় বাড়বে **15.** 52 **16. (i)** 78 জন **(ii)** 24 জন **(iii)** 6 জন **(iv)** 12 জন **17.** 4% হ্রাস পেল, **18.** $2\frac{1}{4}$% হ্রাস পেল। **19.** 21% **20.** 507 জন

কষে দেখি — 12

1. 4 লিটার **2.** 3:1 **3.** 6 লিটার **4.** 1.5 কিগ্রা. **5.** 2 কিগ্রা. **6.** 4/7 অংশ **7.** 7:17 **8.** 31:17 **9.** 5:2 **10.** 1:2 **11.** $\frac{3}{10}$ অংশ **12.** 26:19, 5:2, 4:3, 5:9, 1:1 **13.** প্রথম প্রকার তরল 440 লিটার এবং দ্বিতীয় প্রকার তরল 260 লিটার **14.** 2.2 লিটার **15.** 1:2

কষে দেখি — 13

15. (i) $x = -\frac{9}{2}$ (ii) $x = 6$ $\frac{10}{13}$ (iii) $x = 3$ (iv) $x = -1$ (v) $x = 7$ (vi) $x = 3$ (vii) $x = 6$ (viii) $x = 9$
(ix) $x = 20$ $\frac{2}{13}$ (x) $x = -1$ $\frac{4}{19}$ (xi) $x = 100$ (xii) $t = -5$ $\frac{3}{10}$ (xiii) $x = 51$

নিজে করি — 13.1

(i) $(x + 3)(x + 2)$ **(ii)** $(x + 3)(x - 2)$ **(iii)** $(x - 3)(x + 2)$ **(iv)** $(y + 17)(y + 6)$ **(v)** $(a + 12)(a - 11)$ **(vi)** $(p+6)(p-3)$

কষে দেখি — 13.1

1. $p = 3, q = -43$, $(x+3)(x - 43)$; $p = 15, q = 4$, $(m+15)(m+4)$; $p=-3, q = 2$, $(x -3)(x+2)$; $p = -6, q = 2$,$(a+b-6)(a+b+2)$; $p = -2, q = 1$, $(x - y - 2)(x - y + 1)$

2. (i) $(a+b-6)(a+b+1)$ **(ii)** $(x^2 - 2x + 9)(x^2 - 2x - 4)$ **(iii)** $(p^2 - 3q^2 - 9)(p^2 - 3q^2 - 7)$ **(iv)** $(a^2+5)(a+1)(a - 1)$ **(v)** $(xy + 35)(xy - 12)$ **(vi)** $(x+2)(x - 2)(x^2 - 3)$ **(vii)** $(a+4b)(a - 3b)$ **(viii)** $(p+27q)(p+4q)$ **(ix)** $(a+2b)(a^2 - 2ab+4b^2)(a^3 - 5b^3)$ **(x)** $(x^2 - 3x - 16)(x^2 - 3x - 6)$

(xi) $(x^2+ 10x + 18)(x + 8)(x+2)$ **(xii)** $(x+7)(x+2)(x^2+ 9x + 4)$ **(xiii)** $(x-a-b)(x-a+b)$

(xiv) $(x-a - 3b)(x+a+2b)$ **(xv)** $(a+ b - 3)(a+ b - 2)$ **(xvi)** $(x+a^2+2ab+b^2)(x-a^2+2ab-b^2)$

(xvii) $(x-a)(x-\frac{1}{a})$ **(xviii)** $(xy-2)(x^2y^2 +2xy+4)(xy-1)(x^2y^2+xy+1)$

নিজে করি — 13.2

1) $(a-9)(a +8)$, $(x-1)(2x + 1)$

কষে দেখি—13.2

1. (i) $(a+ 2)(2a+1)$ **(ii)** $(x+4)(3x+2)$ **(iii)** $(m+2)(2m+3)$ **(iv)** $(3x-5)(2x+3)$
(v) $(r+1)(9r-8)$ **(vi)** $(2m-5n)(3m+2n)$ **(vii)** $(x+7y)(7x-y)$ **(viii)** $(4+3x)(3-2x)$
(ix) $(2+3a)(3-2a)$ **(x)** $(2x-3)(3x-2)$ **(xi)** $(9a-11b)(11a-9b)$ **(xii)** $(a-2)(a^2+2a+4)(2a^3+3)$
(xiii) $(2a^2 +5)(2a+3)(2a-3)$ **(xiv)** $(3x-3y-5)(2x-2y+3)$ **(xv)** $(a+b-2)(3a+3b+4)$
(xvi) $(5a-b)(a+5b)$

2. (i) $(x-3)(x+1)$ **(ii)** $(x+3)(x+2)$ **(iii)** $(x-3)(3x+2)$ **(iv)** $(3a-5)(a+1)$

3. (i) $(x+a)(ax+1)$ **(ii)** $(x+a+b)(x+a-b)$ **(iii)** $(x-a)(ax-1)$ **(iv)** $(x+a)(ax-1)$ **(v)** $(x-a)(ax+2)$ **(vi)** $(a+\frac{3}{a})(a-\frac{2}{a})$

কষে দেখি—14

1. **(i)** $4ab^2$ **(ii)** $5p^2q^2$ **(iii)** 7 **(iv)** $3a^2b^2$

2. **(i)** $10x^3y^3$ **(ii)** $210p^3q^4$ **(iii)** $75a^5b^2c^2$ **(iv)** $165a^2b^2c^2$

3. **(i)** $x(x+y)$ **(ii)** $x-3y$ **(iii)** $2ax(a-x)^2$ **(iv)** $x-1$ **(v)** $a-1$ **(vi)** 1 **(vii)** $x+y$ **(viii)** $4(x+2)$ **(ix)** 1 **(x)** $x(x+4)$ **(xi)** $2x-1$ **(xii)** $x(x+2)$ **(xiii)** $3x-2a$

4. **(i)** $(p-q)(p+q)^2$ **(ii)** $x^2(y+1)(y-1)^2$ **(iii)** $(p+q)(p+r)(q+r)$

(iv) $a^2b^2(b-2)(b+2)(b^2-2b+4)(b^2+2b+4)$ **(v)** $x^3y(x+y)(x-y)^3(x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2)$

(vi) $p^2(p+2)(2p-1)(2p-7)$ **(vii)** $(y+z)(x+y-z)(x-z-y)(x-y+z)$ **(viii)** $(x+y)(x-2y)(2x-y)$

(ix) $12(x-2)(x-3)(x+4)(x+5)$ **(x)** $a^2(a+2)^2(2a-1)(2a-7)$

(xi) $a^2(a-3b)(3a+4b)^2(a^2+3ab+9b^2)$

5. **(i)** $x-2, x(x-2)(x+4)(x+5)(x^2+2x+4)$ **(ii)** $1, 12(y-2)(y-3)(y+4)(y+5)$

(iii) $a-2, a(a-2)^2(a+3)(a^2+2a+4)$ **(iv)** $a+b+c, (a+b+c)(a+b-c)(c+a-b)(b+c-a)$

(v) $x-2, 4x(x-2)^2(x+2)(x-3)$

নিজে করি — 15.1

1. **(i)** $\frac{4cx-3b^2}{6abc}$ **(ii)** $\frac{4xy-myz}{3mn}$ **(iii)** $\frac{a}{(a+b)^2}$ **(iv)** $\frac{x-y-x^2-xy}{x^2-y^2}$

নিজে করি — 15.2

$\frac{a^2}{b^2}$

নিজে করি — 15.3

(i) $\frac{a^3}{bcd}$ **(ii)** y **(iii)** $px-py+qx-qy$

কষে দেখি — 15

1. **(i)** সত্য **(ii)** মিথ্যা **(iii)** সত্য **(iv)** মিথ্যা

2. **(i)** $\frac{9a^3}{11b}$ **(ii)** $\frac{6b^3c^2}{7a^3}$ **(iii)** $\frac{x-2}{x+1}$ **(iv)** $\frac{a+1}{a}$ **(v)** $\frac{p^2-pq+q^2}{p+q}$ **(vi)** $\frac{x^2+3x+2}{x^2-2x+1}$ **(vii)** $\frac{a-b}{a^2+ab}$

3. **(i)** $\frac{a+b+c}{abc}$ **(ii)** 2 **(iii)** $\frac{x^3+a^2x+bx-ab-ax^4}{abx}$ **(iv)** $\frac{a}{2b^2}$ **(v)** $\frac{3}{x^2-4x+3}$ **(vi)** $\frac{8x^7}{x^8-1}$

(vii) a **(viii)** 0 **(ix)** 0 **(x)** x **(xi)** 1 **(xii)** 6 **(xiii)** 0

নিজে করি — 16.1

1. (i) x = 80 **(ii)** 85 **(iii)** 90 **2.** ∠PRS = ∠QPR + ∠PQR

নিজে করি — 16.2

1. (i) x = 85° **(ii)** x = 120° **(iii)** x = 60°

কষে দেখি — 16.1

1. (i) x = 120° **(ii)** x = 140° **(iii)** x = 65° **2.** ∠EHG = 70°, ∠HEG = 50° **3.** 360°

4. ∠ABC=68°, ∠ACB=68° ও ∠BAC=44° **5.** ∠ABC=50° ও ∠BCA=50°

6. ∠ACB=70° ও ∠BAC=40°

7. ∠ABC = 130°, ∠BAC=25° ও ∠ACB=25° **15.** 36°, 72°, ও 72°

নিজে করি — 16.3

1. (i) ∠R **(ii)** ∠Z **(iii)** ∠B

নিজে করি — 16.4

1. (i) > **(ii)** XY **(iii)** PR>PQ

নিজে করি — 17.1

1. 6 দিন, ব্যস্ত

কষে দেখি — 17.1

1. 504 টি **2.** 475 টি, সরল **3.** 27 একক **4.** 5 দিন **5.** 42 বিঘা **6.** 14 জন **7.** 48 টি **8.** 36 জন **9.** 15 জন **10.** 24 দিন

কষে দেখি — 17.2

1. $5\frac{5}{11}$ ঘণ্টা **2.** 2 দিন **3.** 30 দিন **4.** 2 ঘণ্টা **5. (a)** $6\frac{66}{73}$ ঘণ্টা **(b)** $9\frac{9}{13}$ ঘণ্টা **(c)** $11\frac{1}{5}$ ঘণ্টা **6.** 3 ঘণ্টা 20 মিনিট **7.** 12 দিন, রোহিত 30 দিনে, রমা 60 দিনে, সাব্বা 30 দিনে **8.** $1\frac{1}{2}$ দিন **9.** $4\frac{2}{7}$ দিন **10. (a)** বিকেল 3 টা 56 মিনিট **(b)** $\frac{67}{150}$ অংশ **(c)** $\frac{11}{15}$ অংশ

নিজে করি — 19

1. ধরি, আমার মার্বেলের সংখ্যা x টি, মুরাদ পাবে = $(\frac{7x}{3} - 2)$ টি

অর্থাৎ 5টি, 12টি, 19টি .....

শিবানী দিয়েছে = 18 টি

কষে দেখি — 19

1. $2x + 2 = 3x - 5$, 7 **2.** $x+x+1+x+2-5 = 2(x-1)+11$; 15, 16, 17
3. $\frac{x}{3}-\frac{x}{4}=1$, 12 **4.** $\frac{x+3}{x+2-3}=\frac{7}{3}, \frac{4}{6}$ **5.** $\frac{x+2}{x+3-1}\times\frac{x+2}{x+3+2}=\frac{2}{5}, \frac{5}{8}$ **6.** $10(x)+3x = 10(3x)+x-36$,62
7. $x-(89-x) = 15$, [যেখানে, $x > 89 - x$], 52, 37 **8.** $\frac{x\times 30}{100} = \frac{(830-x)40}{100} + 4$; 480, 350
9. $3x = \frac{56-x}{3} + 48$; 20, 36 **10.** $x-(\frac{x}{5}+\frac{3x}{5}) = 5$, 25 মিটার **11.** $7x+10=3(x+10)$; আমার বর্তমান বয়স = 5 বয়স এবং বাবার বয়স = 35 বছর **12.** $10x+5(137-x) = 1000$, 74টি
13. $\frac{x}{2}\times\frac{5}{100}+3450=\frac{x}{2}\times\frac{8}{100}$, 1,15,000 টাকা, 2,30,000 টাকা **14.** $\frac{(20-7)x}{x+100} = 11$, 550 জন
15. (i) $x = -4\frac{1}{2}$ **(ii)** $x = 7$ **(iii)** $x = 3$ **(iv)** $x = 12$ **(v)** $x = 7$ **(vi)** $x = 3$ **(vii)** $x = 6$
(viii) $x = 9\frac{15}{19}$ **(ix)** $x = 4$ **(x)** $x = -1\frac{4}{19}$ **(xi)** $x = 9\frac{1}{11}$ **(xii)** $t = -5\frac{3}{10}$ **(xiii)** $x = 15$
(xiv) $x = 2$ **(xv)** $y = 5$ **(xvi)** $x = 2$ **(xvii)** $x = 4$ **(xviii)** $y = 6$

নিজে করি — 20.1

(i) 3 ও 9

নিজে করি — 20.2

2. (a) ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব (d) ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব

নিজে করি — 20.3

2. 1080° **3.** 36°, 144° **4.** 6 টি

কষে দেখি — 20.2

1. (i) 540° **(ii)** 720° **(iii)** 900° **(iv)** 1080° **(v)** 1440° **(vi)** 1800° **2.** 118° **3.** 138° **4.** হ্যাঁ **5.** না
6. (i) 108°, 72° **(ii)** 120°, 60° **(iii)** 135°, 45° **(iv)** 140°, 40° **(v)** 144°, 36° **(vi)** 160°, 20°
7. (i) হতে পারে **(ii)** হতে পারে **(iii)** হতে পারে না **(iv)** হতে পারে **(v)** না **8. (i)** না **(ii)** না **(iii)** হ্যাঁ **(iv)** হ্যাঁ **(v)** না **(vi)** হ্যাঁ **9.** 6 টি **10.** 8 টি **11.** 5 টি **12.** 12 টি **13.** 21 টি **16.** 120^0

গণিতের পরিভাষান্তর

অখণ্ড সংখ্যা - Whole Number

অকুব্জ বহুভুজ - Concave Polygon

অভেদ - Identity

অঙ্ক - Digit

অঙ্কন - Construction

অন্তঃস্থ কোণ - Interior Angle

অন্তঃস্থ বিপরীত কোণ - Interior Opposite Angle

অন্তঃসমদ্বিখন্তক - Internal Bisector

অনুপাত - Ratio

অনুভূমিক - Horizontal

অনুরূপ কোণ - Corresponding Angle

অতিভুজ - Hypotenuse

অসংখ্য - Infinite

অসংজ্ঞাত - Undefined

আয়তক্ষেত্র - Rectangular region

আয়তাকার চিত্র - Rectangle

উচ্চতা - Height

উৎপাদক - Factor

উৎপাদকে বিশ্লেষণ - Factorisation

উর্ধ্বক্রম - Ascending Order

উপপাদ্য - Theorem

উল্লম্ব - Vertical

ঋণাত্মক - Negative

একান্তর কোণ - Alternate Angle

একপদী সংখ্যামালা - Monomial Expression

ঐকিক নিয়ম - Unitary Method

কর্ণ - Diagonal

কোণ - Angle

কোটি - Ordinate

কুব্জ বহুভুজ - Convex Polygon

কেন্দ্রীয় কোণ - Central Angle

ক্ষুদ্রতর - Smaller

গুণ - Multiplication

গুণ্য - Multiplicand

গুণক - Multiplier

গুণফল - Product

গ.সা.গু.-গরিষ্ঠ সাধারণ গুণণীয়ক - Highest Common Factor or,Greatest Common Divisor (H.C.F. or G.C.D.)

ঘাত - Power

ঘনক - Cube

ঘনফল - Volume

ঘনমূল - Cube Root

চাঁদা - Protractor

চারপদী সংখ্যামালা - Tetranomial Expression

ছাড় - Discount

ছেদক - Transversal

ছেদবিন্দু - Point of Intersection

তথ্য - Data

ত্রিভুজ - Triangle

ত্রিপদী সংখ্যামালা - Trinomial Expression

ত্রৈরাশিক - Rule of Three

দৈর্ঘ্য - Length

দ্বিপদী সংখ্যামালা - Binomial Expression
ধনাত্মক - Positive
নিম্নক্রম - Decreasing Order
প্রস্থ - Breadth
প্রমাণ - Proof
পাইচিত্র/বৃত্তক্ষেত্রাকার চিত্র - Pie chart
পূর্ণবর্গ - Perfect Square
পূর্ণসংখ্যা - Integer
পূর্ণঘনসংখ্যা - Perfect Cube
পূরক কোণ - Complementary Angle
বাহু - Side
বহিঃসমদ্বিখন্ডক - External Bisector
বর্গ - Square
বর্গক্ষেত্র - Square Region
বর্গাকার চিত্র - Square
বৃত্ত - Circle
বৃত্তাকার - Circular
বৃত্তকলা - Sector
বীজ - Root
বীজগাণিতিক সংখ্যামালা - Algebraic Expression
বিয়োগ - Subtraction
বিয়োগফল (অন্তর) - Difference
বিনিময় নিয়ম - Commutative Law
বিচ্ছেদ নিয়ম - Distributive Law
বহুপদী সংখ্যামালা - Polynomial Expression
বিপ্রতীপ কোণ - Vertically Opposite Angle
বহিস্থ কোণ - Exterior Angle
ব্যস্ত সমানুপাতী - Inversely Proportional
বিষমবাহু ত্রিভুজ - Scalene Triangle
বৃহত্তর - Greater
বহুভুজ - Polygon
ভূমি - Base
ভুজ - Abscissa
ভাগ - Division
ভাজ্য - Dividend
ভাজক - Divisor
ভাগফল - Quotient
ভাগশেষ - Remainder
ভগ্নাংশ - Fraction
মিশ্রণ - Mixture
মূলদ সংখ্যা - Rational Number
মূলবিন্দু - Origin
মৌলিক সংখ্যা - Prime Number
মৌলিক উৎপাদক - Prime factor
যোগ - Addition
যোগফল - Sum
রশ্মি - Ray
রম্বস - Rhombus
লেখচিত্র - Graph
লম্ব - Perpendicular
লব - Numerator
ল.সা.গু.-লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক - Least Common Multiple (L.C.M.)
হর - Denominator
সংখ্যা - Number
সংখ্যামালা - Expression
সাধারণ বাহু - Common Side
সাধারণ উৎপাদক - Common Factor
সংযোগ নিয়ম - Associative Law

সূত্র - Formula
সমরেখ - Collinear
সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ - Isosceles Triangle
সমবাহু ত্রিভুজ - Equilateral Triangle
সমদ্বিখন্ডিত করা - Bisect
সমদ্বিখন্ডক - Bisector
সমান্তরাল সরলরেখা - Parallel Line
সমীকরণ - Equation
সমাধান - Solution
সমানুপাত - Proportion
সমাধান করা - Solve
সামান্তরিক - Parallelogram
সমকোণ - Right Angle
সম্পূরক কোণ - Supplementary Angle
সন্নিহিত কোণ - Adjacent Angle
সূক্ষকোণ - Acute Angle
স্থূলকোণ - Obtuse Angle
সরল করা - Simplify
সরল রেখা - Straight Line
সরলরেখাংশ - Straightline Segment
সরল সমানুপাতী - Directly Proportional
স্বতঃসিদ্ধ - Axiom
স্তম্ভচিত্র - Bar graph
স্থানাঙ্ক - Coordinates
স্বীকার্য - Postulate
সর্বসমতা/সর্বসম - Congruence / Congruents
সুষম বহুভুজ - Regular Polygon
প্রমাণিত - Proved
শীর্ষবিন্দু - Vertex
শীর্ষকোণ - Vertical Angle
শতকরা - Percentage
ক্ষেত্রফল - Area
X-অক্ষ - X-axis
Y-অক্ষ - Y-axis

আমার পাতা

এই বই তোমার কেমন লেগেছে? লিখে, এঁকে বুঝিয়ে দাও :

আমার পাতা

এই বই তোমার কেমন লেগেছে? লিখে, এঁকে বুঝিয়ে দাও :

শিখন পরামর্শ

- জাতীয় পাঠক্রম রূপরেখা (NCF) - 2005-এর পরামর্শ এই যে শিক্ষার্থী যেন তার বিদ্যালয় জীবন ও বিদ্যালয়ের বাইরের জীবনের সঙ্গে সর্বদা সংযোগ ঘটাতে পারে। এই নথি নির্দেশ করে যে শিক্ষার্থীর শিক্ষা যেন কেবলমাত্র বই থেকে না হয়। শুধুমাত্র বই থেকে শিক্ষা হলে শিক্ষার্থীর শিক্ষায় বিদ্যালয়, বাড়ি এবং সমাজ থেকে শিক্ষার ভেতর একটি ফাঁকের সৃষ্টি হয়। জাতীয় পাঠক্রম রূপরেখার এই মূল নথির উপর ভিত্তি করেই বর্তমান পাঠক্রম, পাঠ্যসূচি ও পাঠ্যবই তৈরি করা হয়। এই নথি আরও পরামর্শ দেয় যে শিক্ষার্থীর শিক্ষা যেন বিষয়কেন্দ্রিক না হয়। বিভিন্ন বিষয়ের মধ্যে যতটা সম্ভব সে যেন সম্পর্ক খুঁজে পায়।

- আশা করা যায়, শিক্ষক/শিক্ষিকারা যখন এই পাঠ্যবইটি ব্যবহার করবেন যতটা সম্ভব এই নীতি ও নীচের পরামর্শ অনুধাবন করবেন।

- বর্তমানে শিক্ষা শিক্ষার্থীকেন্দ্রিক। শিক্ষক/শিক্ষিকা সহায়ক মাত্র। অর্থাৎ শিক্ষার্থী যে জন্মের পর থেকেই বাড়ি, পরিবেশ, সমাজ থেকে অনেক কিছুই শিখে ফেলে সেটা শিক্ষক/শিক্ষিকারা খেয়াল রাখবেন। কোনো বিষয় জানানোর আগে সেই বিষয়ে শিক্ষার্থীর পূর্বে অর্জিত জ্ঞানের দিকে খেয়াল রেখে সহায়তা করবেন। শিক্ষার্থীর চিন্তা বা যুক্তি কোনোভাবে যাতে আটকে না যায়, সে যেন মুক্ত চিন্তায় যেতে পারে সেদিকে সর্বদা খেয়াল রাখবেন।

- পাঠ্যবই শিক্ষার্থীর শিক্ষার একটি সহায়ক মাত্র। একমাত্র সহায়ক নয়। শিক্ষার্থীর শিক্ষা যাতে আনন্দদায়ক হয়ে ওঠে তার জন্য বিভিন্ন শিখন সম্ভারের সাহায্য নেওয়া প্রয়োজন।

- গণিত শিক্ষায়, শিক্ষার্থীর যেন মূর্ত বস্তুর ধারণা থেকে বিমূর্তের ধারণা জন্মায়। তা না হলে শিক্ষার্থীর কাছে গণিত বিষয় একটি ভয়ের কারণ হয়ে ওঠে।

- শিক্ষক/শিক্ষিকারা যেন শিক্ষার্থীর পরিচিত পরিবেশ থেকে কিছু বাস্তব সমস্যা তৈরি করে গণিতের কোনো অধ্যায় শুরু করেন। তারপর সম্ভব হলে সক্রিয়তাভিত্তিক কাজের (Activity) মাধ্যমে সেই অধ্যায় সম্পর্কে শিক্ষার্থীর মনে যুক্তিপূর্ণ ধারণার জন্ম দেন। শিক্ষার্থীর চিন্তা ও যুক্তির স্বচ্ছতা আসার পরেই যেন সে বিমূর্ত বিষয় নিয়ে কাজ করে।

- শিক্ষক/শিক্ষিকারা যেন লক্ষ রাখেন শিক্ষার্থী বইটি থেকে নিজে নিজেই কতদূর পর্যন্ত কোনো একটি অধ্যায় শিখতে পারে। যখন সে ওই অধ্যায়ের কোনো একটি অংশ শিখতে বাধাপ্রাপ্ত হয় তখনই তাঁরা যেন ধীরে ধীরে সহায়তা করেন, যাতে সে সমস্যাটির সমাধানের পথ নিজেই খুঁজে পায়।

- শিক্ষিক/শিক্ষিকা কোনো অধ্যায় সম্পর্কে প্রথমে শিক্ষার্থীর কাছে এমনভাবে গল্প বলবেন যাতে শিক্ষার্থী প্রথমে কিছু বুঝতে না পারে যে তাকে কিছু শেখানো হচ্ছে।

- দলগত শিক্ষণ শিক্ষার্থীর পক্ষে শিখনে যথেষ্ট সহায়ক হয়। শিক্ষক/শিক্ষিকা শ্রেণিকক্ষে সেদিকটি খেয়াল রাখবেন।

- বর্তমান শিক্ষায় শিক্ষার্থীকে পাঠদান বা কিছু তথ্য জানানো নয়, শিক্ষার্থী যাতে জ্ঞান গঠন করতে পারে সেদিকে শিক্ষক/শিক্ষিকারা লক্ষ রাখবেন। শিক্ষার্থী জ্ঞান গঠন করতে পারলেই সে ধীরে ধীরে অনেক বিষয়ের মধ্যে গণিত খুঁজতে চাইবে এবং গণিত বিষয়টি তার কাছে আনন্দদায়ক হয়ে উঠবে।

- শিক্ষার্থী যাতে মনে মনে তাড়াতাড়ি কোনো অঙ্ক করতে পারে (মানসাঙ্ক) সেদিকে শিক্ষক/শিক্ষিকারা যেন যথেষ্ট খেয়াল রাখেন। গণিতের প্রতিটি অধ্যায় থেকেই শিক্ষার্থী যদি মানসাঙ্ক করতে শেখে তাহলে শিক্ষার্থীর চিন্তা, যুক্তি ও গণনা করার ক্ষমতা তাড়াতাড়ি তৈরি হয়।

- শিক্ষার্থী গণিতের কোনো অধ্যায় শেখার সময় শিক্ষক/শিক্ষিকারা ওই অধ্যায়ের উপর এমনভাবে যদি একটি তালিকা তৈরি করেন যাতে ওই অধ্যায় থেকে শিক্ষার্থীর শিখনের যতগুলি সম্ভাবনা থাকে সবগুলিই সে শেখে। যেমন, গুণিতকের ক্ষেত্রে—

  1) একটি সংখ্যার শূন্য ছাড়া গুণিতকের ধারণা।
  2) বাস্তবে গুণিতকের প্রয়োগের ধারণা।
  3) একটি সংখ্যার কতগুলি গুণিতক হতে পারে তার ধারণা।
  4) দুটি সংখ্যার সাধারণ গুণিতকের ধারণা।
  5) দুটি সংখ্যার সাধারণ গুণিতক কতগুলি হতে পারে তার ধারণা ।
  6) লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতকের ধারণা।
  7) বাস্তবে সাধারণ গুণিতক ও লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতকের প্রয়োগের ধারণা।
  8) একটি সংখ্যার কোনো গুণিতক থেকে কী কী গুণনীয়ক পাওয়া যাবে তার ধারণা।
  9) বীজগাণিতিক সংখ্যামালার ধারণা।
  10) বীজগাণিতিক সংখ্যামালার মৌলিক উৎপাদকের ধারণা।
  11) বীজগাণিতিক সংখ্যামালার লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতকের ধারণা।

- যে-কোনো অধ্যায়ের কিছু Open ended প্রশ্ন থাকা প্রয়োজন।

  a) যেমন দুটি সামান্য ভগ্নাংশের মধ্যে চারটি মূলদসংখ্যা লেখো।
  b) একটি বীজগাণিতিক দ্বিপদী সংখ্যামালা লিখে তার ঘন নির্ণয় করো।
  c) দুটি সম্পর্ক লেখো যারা পরস্পর ব্যস্তসমানুপাতী।
  d) তিনটি সরলরেখাংশের দৈর্ঘ্য লেখো যাদের দ্বারা ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব।

- এরকম সম্ভাবনা শিক্ষক /শিক্ষিকারা নিজেরা আরও তৈরি করলে তাঁদের পক্ষে শিক্ষার্থীর সার্বিক নিরবচ্ছিন্ন মূল্যায়নে (CCE) সুবিধা হবে।

- শিক্ষার্থীর কাছে কোনো গাণিতিক পরিভাষা বা চিহ্ন নির্দেশ আকারে প্রথম থেকে না আনাই ভালো যেটা শিক্ষার্থীর শিখনে প্রথমে প্রতিবন্ধকতার সৃষ্টি করে। যেমন শিক্ষার্থীকে প্রথমেই $\times$ চিহ্ন না জানিয়ে যদি শিক্ষক/শিক্ষিকারা কতকগুলি গল্পের মধ্যে দিয়ে বেশি নয়ের ধারণা দেন, যেমন - রূপার বাক্সের পেনসিলের সংখ্যা ও নাসিমার বাক্সের পেনসিলের সংখ্যা 5-এর থেকে বেশি নয়, তাহলে শিক্ষার্থীর শিখন ভালো হয়। এরকম আরও বেশি নয়ের গল্প বলে তারপর এই বেশি নয় কথাটিকে যদি তাঁরা গাণিতিক চিহ্নে রূপান্তরিত করেন তাহলে শিক্ষার্থীর পক্ষে বুঝতে সুবিধে হয়।

- গণিতের কোনো প্রক্রিয়া শিক্ষার্থী যেন না বুঝে মুখস্থ করে না নেয়। প্রত্যেকটি প্রক্রিয়া যেন সে যুক্তি দিয়ে বুঝতে পারে কেন হয়। শিক্ষক/শিক্ষিকারা সেদিকে যেন যথেষ্ট খেয়াল রাখেন। যেমন যোগ, বিয়োগ, গুণের ক্ষেত্রে কাজ শুরু ডানদিক থেকে কিন্তু ভাগের ক্ষেত্রে শুরু হয় বাঁদিক থেকে। শিক্ষার্থী যেন সক্রিয়তাভিত্তিক কাজের ভিতর দিয়ে এরকম কেন হয় সেটা যুক্তি সহকারে বুঝতে পারে।

- শ্রেণিকক্ষে শিক্ষক/শিক্ষিকার দেওয়া কোনো অঙ্ক কোনো শিক্ষার্থী তাড়াতাড়ি সমাধান করে যেন চুপ করে বসে না থাকে। যে শিক্ষার্থী তাড়াতাড়ি অধ্যায়টি বুঝে এগিয়ে যাচ্ছে শিক্ষক/শিক্ষিকারা তাকে আরও কঠিন থেকে কঠিনতর যুক্তি নির্ভর অঙ্ক দিয়ে এগিয়ে দেবেন আর যে ধীরে ধীরে এগোচ্ছে তাকে ধীরে ধীরে যুক্তির বিকাশ ঘটিয়ে ওই অধ্যায়ের যে সামর্থ্য কাম্য সেটায় পৌঁছোতে সাহায্য করবেন।

- উচ্চ-প্রাথমিক শিক্ষায় শিক্ষার্থীরা গণিতের বিভিন্ন শাখার যেমন পাটীগণিত, বীজগণিত, জ্যামিতি ও রাশিবিজ্ঞানের ধারণা করতে শুরু করে। এই শাখাগুলি যে আলাদা নয় তাদের মধ্যে যে অনেক মিল আছে শিক্ষার্থীরা যাতে সেই ধারণা করতে পারে। যেমন, বীজগণিত, পাটীগণিতের সাধারণ রূপ। জ্যামিতিতে একটি সরলরেখার উপর x একটি বিন্দু বললে x-এর মান অসংখ্য হতে পারে, অর্থাৎ জ্যামিতির সাথে বীজগণিতের সম্পর্ক। এইসব ধারণার মধ্যে দিয়ে তারা গণিতের সব শাখাগুলির চর্চা করবে এবং শাখাগুলিকে আলাদা করে দেখবে না। তখন গণিত বিষয়টি তাদের কাছে আরও আনন্দদায়ক হয়ে উঠবে।

- শ্রেণিকক্ষের ও বাস্তবের সমস্যা বুঝে শিক্ষক/শিক্ষিকারা নিজেরাই শিক্ষার্থীর যুক্তিপূর্ণ আনন্দদায়ক শিক্ষার জন্য পাঠ্যবইটিকে কেমন করে আরও ভালোভাবে ব্যবহার করা যাবে সেটিরও পরামর্শ জানাবেন।

পাঠ পরিকল্পনা

মাস	বিষয়
January	1. পূর্বপাঠের পুনরালোচনা
February	2. পাই চিত্র 3. মূলদ সংখ্যার ধারণা 4. বহুপদী সংখ্যামালার গুণ ও ভাগ
March	5. ঘনফল নির্ণয় 6. পূরক কোণ, সম্পূরক কোণ ও সন্নিহিত কোণ
April	7. বিপ্রতীপ কোণের ধারণা 8. সমান্তরাল সরলরেখা ও ছেদকের ধর্ম 9. ত্রিভুজের দুটি বাহু ও তাদের বিপরীত কোণের সম্পর্ক
May	10. ত্রৈরাশিক 11. শতকরা
June	12. মিশ্রণ 13. বীজগাণিতিক সংখ্যামালার উৎপাদকে বিশ্লেষণ
July	14. বীজগাণিতিক সংখ্যামালার গ.সা.গু. ও ল.সা.গু. 15. বীজগাণিতিক সংখ্যামালার সরলীকরণ
August	16. ত্রিভুজের কোণ ও বাহুর মধ্যে সম্পর্কের যাচাই 17. সময় ও কার্য
September	18. লেখচিত্র 19. সমীকরণ গঠন ও সমাধান 20. জ্যামিতিক প্রমাণ
October	21. ত্রিভুজ অঙ্কন 22. সমান্তরাল সরলরেখা অঙ্কন
November	23. প্রদত্ত সরলরেখাংশকে সমান তিনটি, পাঁচটি ভাগে বিভক্ত করা
December	24. মজার অঙ্ক