विषय : गणित Set-A

निर्देश : सभी प्रश्न हल कीजिए।
कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

सामान्य निर्देश :

निर्देश : (अ) प्रश्न क्रमांक 1 में दो खण्ड हैं। खण्ड (अ) बहुविकल्पीय तथा खण्ड (ब) रिक्त स्थानों की पूर्ति करना है। प्रत्येक प्रश्न के लिए 1 अंक आबंटित है।

(ब) प्रश्न क्रमांक 2 से 9 तक अति लघु-उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 2 अंक निर्धारित हैं।

(स) प्रश्न क्रमांक 10 से 15 तक अति लघु-उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 3 अंक निर्धारित हैं।

(द) प्रश्न क्रमांक 16 से 21 तक लघु-उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में आंतरिक विकल्प हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 4 अंक निर्धारित हैं।

(इ) प्रश्न क्रमांक 22 से 25 तक लघु-उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में आंतरिक विकल्प हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 5 अंक निर्धारित हैं।

(एफ) प्रश्न क्रमांक 26 एवं 27 दीर्घ-उत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में आंतरिक विकल्प हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 6 अंक निर्धारित हैं।

1. (अ) सही विकल्प चुनकर लिखिए :

(i) श्रेणी 2, 4, 6, 8, 10, ... का पदान्तर होगा :
(अ) 1 (ब) 2
(स) 3 (द) 4

(ii) $(1-\sin^2\theta)$ का मान होगा :
(अ) $\cos^2\theta$ (ब) $\cos\theta$
(स) $\sin^2\theta$ (द) $\sin\theta$

(iii) बिन्दु (4, –4) का y-निर्देशांक होगा :
(अ) 4 (ब) 0
(स) –4 (द) इनमें से कोई नहीं।

(iv) यदि शंकु की त्रिज्या 5 से. मी. हो, तो उसका व्यास होगा—
(अ) 5 से.मी. (ब) 10 से. मी.
(स) 3 से. मी. (द) 15 से. मी.

(v) आँकड़े 2, 3, 4, 9, 4, 8, 4 का बहुलक होगा :
(अ) 4 (ब) 3
(स) 9 (द) 8

(ब) रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

(i) $\tan\theta\times\cos\theta$ का मान .... होगा।
(ii) 9 : 16 का वर्गमूलानुपात .... होगा।
(iii) संख्या 8 का "9 से पूरक" .... है।
(iv) सर्वांगसम वृत्त की त्रिज्याएँ .... होती हैं।
(v) वृत्त के एक ही अवधा के कोण .... होते हैं।

2. परिमेय व्यंजकों $\frac{x+3}{x-1}$ और $\frac{x-5}{x-1}$ का योगफल ज्ञात कीजिए।

3. वर्ग समीकरण $2x^2-6x+3=0$ का विविक्तकर ज्ञात कीजिए।

4. बिन्दु (–2, 6) और (3, –6) के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

5. 40 ग्रेड को रेडियन में परिवर्तित कीजिए।

6. एक लंब वृत्तीय बेलन के आधार की त्रिज्या 7 से. मी. तथा उसकी ऊँचाई 10 से. मी. है, तो बेलन का आयतन ज्ञात कीजिए।

7. यदि दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों में 16 : 49 का अनुपात हो, तो उनके संगत भुजाओं में अनुपात ज्ञात कीजिए।

8. 11001 को द्विआधारी प्रणाली से दशमलव प्रणाली में परिवर्तित कीजिए।

9. द्विआधारी प्रणाली में जोड़िए : 110110 + 101101

10. श्रेणी 2 + 4 + 6 + 8 + ... के 10 पदों का योगफल ज्ञात कीजिए।

11. यदि $a : b = c : d$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि—

$$\frac{a^2+c^2}{a^2-c^2}=\frac{b^2+d^2}{b^2-d^2}$$

12. वर्ग समीकरण बनाइए जिसके मूल $3\sqrt{2}$ व $\sqrt{2}$ हैं।

13. एक लंब त्रिभुजीय प्रिज्म का आधार 5 से. मी. भुजा का समबाहु त्रिभुज है। यदि प्रिज्म की ऊँचाई 6 से. मी. हो, तो उसका आयतन ज्ञात कीजिए।

14. सिद्ध कीजिए—

$$\tan^4\theta+\tan^2\theta=\sec^4\theta-\sec^2\theta$$

15. राम ने भारतीय स्टेट बैंक में एक वर्ष के लिए 40,000 रुपये सावधि खाते में जमा किया। यदि ब्याज की दर 8% वार्षिक हो, तो अवधि पूर्ण होने पर कितनी रकम प्राप्त होगी, यदि ब्याज प्रति छ:माही संयोजित होता है।

16. एक धातु के बेलन को, जिसका व्यास 8 से.मी. और ऊँचाई 90 से. मी., गलाकर 12 से. मी. व्यास वाले कितने गोले बनाए जा सकते हैं ?

अथवा

यदि एक शंकु के आधार का क्षेत्रफल 9π वर्ग से. मी. तथा ऊँचाई 8 से.मी. है, तो शंकु का आयतन ज्ञात कीजिए।

17. सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{1-\sin\theta}{\cos\theta}+\frac{\cos\theta}{1-\sin\theta}=2\sec\theta$$

अथवा

सिद्ध कीजिए कि

$$\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}}=\operatorname{cosec}\theta+\cot\theta$$

18. उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए, जो बिन्दुओं (4, – 3) तथा (8, 5) को मिलाने वाली रेखा को 3 : 1 में बाह्यत: विभाजित करता है।

अथवा

यदि किसी वृत्त के व्यास का एक सिरा (3, 4) और केन्द्र (2, 3) हो, तो दूसरे सिरे के निर्दे[illegible]

19. 30 मानों का माध्य 150 है। जाँच करने पर यह पाया गया कि माध्य का अभिकलन करने के दौरान एक मान 165 के स्थान पर गलती से 135 लिख दिया गया है। सही माध्य ज्ञात कीजिए।

अथवा

एक थैले में 5 काली तथा 3 सफेद गेंद रखी गई हैं। एक सफेद गेंद यादृच्छया निकालने की प्रायकिता ज्ञात कीजिए।

20. समीकरण को हल कीजिए :

$$\frac{\sin\theta}{1-\cos\theta}+\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}=4$$

अथवा

यदि $x=a\sin\theta$ और $y=b\cos\theta$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

एक 25 मीटर लम्बी सीढ़ी एक भवन की जमीन से 20 मीटर ऊँची खिड़की तक जाती है। भवन से सीढ़ी के निचले सिरे की दूरी ज्ञात कीजिए।

अथवा

किसी वृत्त के केन्द्र से 13 से. मी. दूर स्थित किसी बिन्दु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श-रेखा 12 से. मी. लम्बी है। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

आकाश की वार्षिक आय (मकान किराया भत्ता को छोड़कर) 1,72,000 रुपया है। वह 4,000 रुपये वार्षिक जीवन बीमा में और 6,000 रुपये के राष्ट्रीय बचत पत्र खरीदता है तथा 12,000 रुपये वार्षिक सामान्य भविष्य निधि में जमा करता है, तो आकाश को कितना आयकर देय होगा ?

आयकर गणना हेतु सीमा :

(i) आयकर की दरें–

(a) 1,10,000 रु. तक	शून्य
(b) 1,10,001 रु. से 1,50,000 रु. तक	10 प्रतिशत
(c) 1,50,001 रु. से 2,50,000 रु. तक	20 प्रतिशत
(d) 2,50,000 रु. से ऊपर पर	30 प्रतिशत

(ii) शिक्षा उपकर : आयकर की राशि पर 3 प्रतिशत की दर से देय होगा।

अथवा

मोहन ने 100 रु. प्रति माह की दर से 2 वर्ष के लिए आवर्ती जमा खाता खोला। यदि ब्याज की दर 5% वार्षिक हो, तो उसे 2 वर्ष पश्चात् कितनी रकम प्राप्त होगी ?

23. सिद्ध कीजिए कि चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों का योग 180° होता है।

अथवा

यदि किसी त्रिभुज ABC में AB = AC और D, भुजा BC पर कोई बिन्दु है, तो सिद्ध कीजिए कि $AB^2-AD^2=BD\cdot CD$ ।

24. यदि $a:b=c:d$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{a^2+ab+b^2}{c^2+cd+d^2}=\frac{a^2-ab+b^2}{c^2-cd+d^2}$$

अथवा

यदि α और β वर्ग समीकरण $4x^2-3x+5=0$ के मूल हैं, तो $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}$ का मान ज्ञात कीजिए।

25. निम्नलिखित सारणी से माध्यिका की गणना कीजिए :

वर्ग	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50
बारम्बारता	4	8	10	12	16

अथवा

निम्नलिखित सारणी से माध्य की गणना कीजिए :

वर्ग	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50
बारम्बारता	8	16	25	14	7

26. त्रिभुज ABC के परिगत वृत्त की रचना कीजिए, जहाँ BC = 7 से. मी., $\angle B=50^\circ$ और $\angle C=55^\circ$ है। रचना के पद भी लिखिए।

अथवा

त्रिभुज ABC के अन्तःवृत्त की रचना कीजिए, जहाँ AB = 5 से. मी., BC = 7 से. मी. और $\angle B=50^\circ$ है। रचना के पद भी लिखिए।

27. गुणनखंड कीजिए :

$$x^2(y-z)+y^2(z-x)+z^2(x-y)$$

अथवा

100 से 200 तक सभी समसंख्याओं का योगफल ज्ञात कीजिए।