अध्याय–18

परिमेय संख्याओं पर संक्रियाएं
(OPERATIONS ON RATIONAL NUMBERS)

आप जान चुके है कि ऐसी सभी संख्याएँ जो $\frac{p}{q}$ के रूप में लिखी जा सकती है, परिमेय संख्याएं कहलाती हैं जिसमें p और q पूर्णांक है एवं $q \neq 0$ है। छठवीं कक्षा में भिन्न पढ़ते समय आपने धनात्मक भिन्न संख्याओं को जोड़ना, घटाना, गुणा करना एवं भाग करना सीखा है। आइए इन्हीं संक्रियाओं को और विस्तार से समझे।

परिमेय संख्याओं का योग (ADDITION OF RATIONAL NUMBERS)

चित्र – 18.1

एक तरबूज बेचने वाले ने एक तरबूज के 10 समान भाग किए। सुजीत ने उसमें से 2 भाग लिए, उमा ने 3 भाग लिए तथा आकांक्षा ने 3 भाग लिए तो तरबूज वाले के कुल कितने भाग बिक गए।

यहाँ कुल 10 भागों में से सुजीत ने लिए 2 भाग $= \frac{2}{10}$

कुल 10 भागों में से उमा ने लिए 3 भाग $= \frac{3}{10}$

आकांक्षा ने लिए 3 भाग $= \frac{3}{10}$

अतः सुजीत, उमा एवं आकांक्षा द्वारा लिए गए कुल भाग $= \frac{2}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10}$

$= \frac{2+3+3}{10} = \frac{8}{10}$

x	x	x
x	x	x
x	x	x
0	0	0
0	0	

चित्र – 18.2

तरबूज बेचने वाले के कुल 10 भागों में से 8 भाग या $\frac{8}{10}$ भाग तरबूज बिक गया।

आइए, दो परिमेय व्यंजकों के योग को एक चित्र की सहायता से समझे।

उदाहरण 1. $\frac{3}{5}$ में $\frac{1}{3}$ जोड़िए।

एक आयत लेकर उसके $\frac{3}{5}$ भाग दर्शाने के लिए चार

आड़ी रेखाएँ खींचकर आयत को पाँच समान भागों में विभाजित किया और इन समान पाँच भागों में तीन भागों को X के चिन्ह से चिन्हित किया। पुनः $\frac{1}{3}$ के लिए आयत में दो खड़ी रेखाएँ खींचकर आयत को तीन समान भागों में बाँटा। इन तीन समान भागों में से एक भाग को 0 के चिन्ह से चिन्हित किया। अब आयत कुल 15 भागों में बँट चुका है। इसमें X लगे भागों के साथ 0 लगे भागों को जोड़िए।

कुल X लगे भाग + कुल 0 लगे भाग = 9 + 5 = 14

15 भागों में 14 भाग = $\frac{14}{15}$

तथा $\frac{3}{5}+\frac{1}{3}=\frac{9+5}{15}=\frac{14}{15}$

उसी प्रकार $\frac{3}{5}-\frac{1}{3}$ के लिए X लगे भागों की संख्या में से 0 लगे भागों की संख्या घटाइए या 9–5= 4 भाग तथा कुल भागों की संख्या 15 हैं–

अतः $\frac{3}{5}-\frac{1}{3}=\frac{9-5}{15}=\frac{4}{15}$

इसी प्रकार चित्र बनाकर निम्नलिखित जोड़ एंव घटाना के प्रश्नों को हल कीजिए तथा सरलतम रूप में लिखिए–

(i) $\frac{3}{7}+\frac{1}{4}$ (ii) $\frac{2}{5}+\frac{1}{3}$ (iii) $\frac{3}{7}-\frac{1}{4}$ (iv) $\frac{2}{5}-\frac{1}{3}$

(v) $\frac{5}{6}+\frac{2}{3}$ (vi) $\frac{1}{4}-\frac{2}{3}$

आइए, आपके द्वारा हल किए गए प्रश्नों के उत्तरों पर विचार करें

उत्तर (i) - इस प्रश्न को हल करते समय आपने आयत में छः आड़ी रेखाऐं खींचकर सात समान भागों में बांटा है तथा उन सात भागों में से तीन भागों को × के चिन्ह से चिन्हित किया है। पुनः आयत में तीन खड़ी रेखा खींचकर चार समान भागों में बांटा है तथा चार भागों में से 1 भाग को ✓ के चिन्ह से चिन्हित किया है। इस प्रकार आयत कुल 28 समान भागों में बंट गया और 28 भागों में × के चिन्ह लगे हुए 12 खाने हैं। तथा ✓ के निशान लगे 7 खाने हैं।

अतः $\frac{3}{7}$ एवं $\frac{1}{4}$ का योगफल के लिए 28 खानों में से 12 + 7 = 19 खाने होंगे या $\frac{3}{7}+\frac{1}{4}=\frac{12}{28}+\frac{7}{28}=\frac{19}{28}$ होगा।

उसी प्रकार $\frac{3}{7}-\frac{1}{4}$ के लिए $\frac{12}{28}-\frac{7}{28}$ भाग या $\frac{5}{28}$ भाग होगा।

उत्तर (v) इस प्रश्न को हल करने के लिए आपने आयत को आड़ी या खड़ी रेखा खींचकर 6 भागों में बांटा एवं 6 भागों में से 5 भागों को आपने × से चिन्हित किया अब पुनः आयत को पूर्वानुसार तीन समान भागों में बांटा और इन तीन भागों से 2 भाग को ✓ के चिन्ह से चिन्हित किया। अब आयत कुल 18 भागों में बंट गया। इसमें × लगाए हुए 15 खाने एवं ✓ लगे हुए 12 खाने हैं। इस प्रकार कुल × एवं ✓ लगे खानों की संख्या $= 15 + 12 = 27$ अतः $\frac{5}{6}+\frac{2}{3}=\frac{15}{28}+\frac{12}{28}=\frac{27}{28}$

इसका सरलतम रूप $\frac{3}{2}$ होगा।

इन प्रश्नों को हल करते हुए फातिमा ने राजू से कहा कि पिछले साल हम भिन्नों को जोड़ने या घटाने के लिए उन्हें समहर बनाते थे। योगफल का हर दोनों भिन्न संख्याओं के हरों के गुणनफल के बराबर होता था। इस विधि में भी योगफल का हर दोनों परिमेय संख्याओं के हरों के गुणनफल के समान होता है। राजू ने कहा कि पिछले पाठ में हमने पढ़ा है कि परिमेय संख्याओं को $\frac{p}{q}$ या $\frac{r}{s}$ के रूप में लिखा जा सकता है। जहाँ p, q, r एवं s पूर्णांक है तथा $q \neq 0$ एवं $s \neq 0$

क्या इन संख्याओं को जोड़ने या घटाने के लिए समहर विधि का उपयोग किया जा सकता है? फातिमा ने कहा, 'चलो हल करके दखते हैं'

$\frac{p}{q}+\frac{r}{s}$ समहर बनाने के लिए $\frac{p}{q}$ के अंश एवं हर को s से गुणा करेगे तथा $\frac{r}{s}$ के अंश एवं हर को q से गुणा करेंगे।

$$\frac{p}{q}\times\frac{s}{s}+\frac{r}{s}\times\frac{q}{q}=\frac{ps}{qs}+\frac{rq}{sq}=\frac{ps+rq}{qs}$$

समतुल्य भिन्न बनाकर भी छोटे हर वाली भिन्नों को हम जोड़ सकते हैं। जैसे : $\frac{5}{6}+\frac{3}{8}$

$\frac{5}{6}$ की समतुल्य भिन्न $\Rightarrow \frac{5}{6},\frac{10}{12},\frac{15}{18},\frac{20}{24},\frac{25}{30}$ आदि

$\frac{3}{8}$ की समतुल्य भिन्न $\Rightarrow \frac{3}{8},\frac{6}{16},\frac{9}{24},\frac{12}{32}$ आदि

अतः दी गई भिन्नों की समान हर वाली समतुल्य भिन्न –

$\frac{5}{6}$ का $\frac{20}{24}$ एवं $\frac{3}{8}$ का $\frac{9}{24}$ अतः $\frac{5}{6}+\frac{3}{8}=\frac{20}{24}+\frac{9}{24}$

$=\frac{20+9}{24}$ $=\frac{29}{24}$

आप भी इसी प्रकार निम्न परिमेय संख्याओं का योगफल ज्ञात कीजिए।

(1) $\frac{m}{n}+\frac{r}{\ell}$ (2) $\frac{a}{b}+\frac{q}{n}$ (3) $\frac{s}{t}+\frac{c}{d}$

समहर बनाकर $\frac{3}{5}+\frac{-4}{7}$ परिमेय संख्याओं को जोड़िए।

यहाँ हर 5 एवं 7 है, अतः समहर बनाने के लिए पहली परिमेय संख्या के अंश एवं हर में 7 का तथा दूसरी परिमेय संख्या के अंश एवं हर में 5 का गुणा करेंगे–

अतः $\frac{3}{5}=\frac{3\times7}{5\times7}=\frac{21}{35}$ एवं $\frac{-4}{7}=\frac{-4\times5}{7\times5}=\frac{-20}{35}$

$\therefore$ $\frac{3}{5}+\frac{-4}{7}=\frac{21}{35}+\frac{-20}{35}=\frac{21-20}{35}=\frac{1}{35}$

कभी–कभी समहर बनाकर प्रश्न को हल करते समय हर में उभयनिष्ठ गुणनखण्ड आ जाते हैं।

क्या आप $\frac{5}{6}+\frac{3}{8}$ का मान प्राप्त कर सकते हैं?

राधा प्रश्न को हल करने लगी – $\frac{5}{6}\times\frac{8}{8}+\frac{3}{8}\times\frac{6}{6}$

परन्तु राधा का यह तरीका फातिमा को पसन्द नहीं आया। उसने कहा चूंकि दोनों संख्याओं के हर में 2 एक गुणनखण्ड के रूप में है इसलिए समहर बनाने के लिए अंश और हर को 2 से गुणा करने की जरूरत नहीं है अर्थात् $\frac{5}{6}$ के अंश एवं हर को $\frac{4}{4}$ से गुणा कर तथा $\frac{3}{8}$ के अंश एवं हर को $\frac{3}{3}$ से गुणा करेंगे।

$\frac{5}{6}\times\frac{4}{4}+\frac{3}{8}\times\frac{3}{3}$

$\frac{20}{24}+\frac{9}{24}=\frac{20+9}{24}=\frac{29}{24}$

इस प्रकार से भी दो परिमेय संख्याओं के सम हर बनाये जा सकते हैं।

राधा ने कहा इसका मतलब $\frac{3}{2\times5}+\frac{5}{2\times7}$ को सम हर करने पर हर $2\times5\times7$ होगा और यही हरों का ल.स. भी है।

क्रियाकलाप 1. (Activity 1)

हरों का ल.स. निकालकर परिमेय संख्याओं को जोड़ने एवं घटाने की प्रक्रिया को नीचे क्रियाकलाप में दिए गए निर्देश के अनुसार हल कीजिए:–

सारणी – 1

सं. क्र.	प्रथम परिमेय संख्या	द्वितीय परिमेय संख्या	हरों का ल. स.व.	$\frac{\text{प्रथम परिमेय संख्या का अंश} \times \text{ल.स.व.}}{\text{प्रथम परिमेय संख्या का हर}} + \frac{\text{द्वितीय परिमेय संख्या का अंश} \times \text{ल.स.व.}}{\text{द्वितीय परिमेय संख्या का हर}}$ / हरों का ल.स.व.	परिणाम
1.	$\frac{4}{15}$	$\frac{7}{12}$	60	$\frac{4\times\frac{60}{15}+7\times\frac{60}{12}}{60}=\frac{4\times4+7\times5}{60}=\frac{16+35}{60}$	$\frac{51}{60}$ या $\frac{17}{20}$
2.	$\frac{7}{10}$	$\frac{3}{10}$	–	–	–
3.	$\frac{-7}{3}$	$\frac{11}{12}$	–	–	–
4.	$\frac{-15}{8}$	$\frac{13}{12}$	–	–	–
5.	$\frac{6}{7}$	$\frac{5}{21}$	–	–	–

योग संक्रिया के गुणधर्म

दो परिमेय संख्याओं को जोड़ने से प्राप्त योगफल कुछ निश्चित नियमों का पालन करते हैं। आइए, इसे निम्न उदाहरणों से देखते हैं। उदाहरणों में रिक्त स्थानों को स्वयं भरकर जांच कीजिए–

क्रियाकलाप 2 (Activity 2)

1. संवरक गुण (Closure Property)

सारणी – 2

क्र.सं.	परिमेय संख्याएँ	योग	योग के चरण	योगफल	परिमेय संख्या है या नहीं
1	$\frac{5}{7}$ एवं $\frac{4}{7}$	$\frac{5}{7}+\frac{4}{7}$	$\frac{5+4}{7}$	$\frac{9}{7}$	हां
2	3 एवं $-\frac{6}{5}$	$\frac{3}{1}+\frac{-6}{5}$	$\frac{3\times5+(-6)\times1}{5}$	$\frac{9}{5}$	हां
3	$-\frac{5}{13}$ एवं $\frac{5}{13}$	–	–	–	–
4	$\frac{1}{8}$ एवं $\frac{7}{8}$	–	–	–	–

तालिका से स्पष्ट है कि **दो परिमेय संख्याओं का योगफल सदैव एक परिमेय संख्या होती है। इसे योग का संवरक नियम** कहते हैं। आप ऐसी ही कोई दो परिमेय संख्या लेकर उन्हें जोड़कर देखें कि योगफल परिमेय संख्या है या नहीं।

2. क्रम विनिमेय नियम (Commutative law)

माना दो परिमेय संख्याएँ $\frac{-5}{6}$ एवं $\frac{3}{4}$ हैं तब

$$-\frac{5}{6}+\frac{3}{4}=\frac{-5\times2+3\times3}{12}=\frac{-10+9}{12}=-\frac{1}{12}$$

तथा $\frac{3}{4}+\left(\frac{-5}{6}\right)=\frac{3}{4}+\frac{(-5)}{6}=\frac{3\times3+(-5)\times2}{12}=\frac{9+(-10)}{12}=\frac{-1}{12}$

अतः $\frac{-5}{6}+\frac{3}{4}=\frac{3}{4}+\left(\frac{-5}{6}\right)$

निम्न तालिका में रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए–

सारणी – 3

क्र.	परिमेय संख्याएँ	परिमेय संख्याओं का योगफल	क्रम बदलने पर परिमेय संख्याओं का योगफल	क्या दोनों स्थितियों में मान समान आता है
1	$\frac{1}{8}$ एवं $\frac{7}{8}$	$\frac{1}{8}+\frac{7}{8}=\frac{1+7}{8}=\frac{8}{8}$	$\frac{7}{8}+\frac{1}{8}=\frac{7+1}{8}=\frac{8}{8}$	हां
2	$\frac{-3}{8}$ एवं $\frac{5}{16}$	$-\frac{3}{8}+\frac{5}{16}=$ ------	$\frac{5}{16}+\left(\frac{-3}{8}\right)=$ --------	———
3	$-\frac{7}{15}$ एवं $-\frac{8}{25}$	$-\frac{7}{15}+\frac{-8}{25}=$ ------	$\frac{-8}{25}+\frac{-7}{15}=$ --------	———
4	$\frac{p}{q}$ एवं $\frac{r}{s}$	$\frac{p}{q}+\frac{r}{S}=$ ------	$\frac{r}{s}+\frac{p}{q}=$ --------	———

उपरोक्त तालिका में हम पाते हैं कि दो परिमेय संख्याओं को जोड़ने से तथा उनके क्रम को बदल कर जोड़ने से दोनों ही स्थितियों में प्राप्त योगफल का मान बराबर रहता है।

क्रम बदल कर परिमेय संख्याओं को जोड़ने से भी उनका योगफल समान आता है इसे परिमेय संख्याओं के योग का क्रम विनिमेय नियम कहते हैं।

अतः $\frac{p}{q}$ एवं $\frac{r}{s}$ दो परिमेय संख्याएँ हों तो $\frac{p}{q}+\frac{r}{s}=\frac{r}{s}+\frac{p}{q}$ होगा।

यदि $\frac{3}{4}+\frac{-5}{8}=x+\frac{3}{4}$ हो तो x का मान बताइए?

3. साहचर्य नियम (Associative law)

माना तीन परिमेय संख्याएँ $\frac{4}{5},\frac{2}{7}$ एवं $-\frac{3}{8}$ है। इनका योगफल दो प्रकार से किया जा सकता है।

प्रथम तरीका : $\frac{4}{5}+\left(\frac{2}{7}+\frac{-3}{8}\right)=\frac{4}{5}+\left(\frac{2\times8-3\times7}{56}\right)$

$$=\frac{4}{5}+\left(\frac{16-21}{56}\right)=\frac{4}{5}-\frac{5}{56}$$

$$= \frac{4\times56-5\times5}{280} = \frac{224-25}{280} = \frac{199}{280}$$

द्वितीय तरीका : $\left(\frac{4}{5}+\frac{2}{7}\right)+\frac{-3}{8}=\left(\frac{4\times7+2\times5}{35}\right)+\left(\frac{-3}{8}\right)=\left(\frac{28+10}{35}\right)-\left(\frac{3}{8}\right)$

$$= \frac{38}{35}-\frac{3}{8}$$

$$= \frac{38\times8-3\times35}{280} \quad = \frac{304-105}{280}$$

$$= \frac{199}{280}$$

यहाँ $\frac{4}{5}+\left(\frac{2}{7}+\frac{-3}{8}\right)=\left(\frac{4}{5}+\frac{2}{7}\right)+\frac{-3}{8}$

इस प्रकार तीन परिमेय संख्याओं का योग करते समय पहले प्रथम दो संख्याओं के योग में तीसरी संख्या को जोड़ें तब वही मान प्राप्त होगा जो द्वितीय एवं तृतीय परिमेय संख्या के योग में प्रथम संख्या को जोड़ने पर प्राप्त होता है। इसे **परिमेय संख्याओं के योग का साहचर्य नियम** कहते हैं।

क्रियाकलाप 3

निम्न का मान ज्ञात कीजिए–

(1) $\frac{1}{11}+\left(\frac{5}{6}+\frac{7}{12}\right)$ तथा $\left(\frac{1}{11}+\frac{5}{6}\right)+\frac{7}{12}$

(2) $\frac{3}{4}+\left(\frac{-5}{3}+\frac{4}{5}\right)$ तथा $\left(\frac{3}{4}+\frac{-5}{3}\right)+\frac{4}{5}$

(3) $\frac{-2}{3}+\left(\frac{1}{5}+\frac{3}{4}\right)$ तथा $\left(\frac{-2}{3}+\frac{1}{5}\right)+\frac{3}{4}$

क्या दोनों स्थितियों में मान समान आते हैं?

उपरोक्त क्रियाकलाप में हम पाते हैं कि दोनों स्थितियों में योगफल समान आता है अतः हम कह सकते है कि परिमेय संख्या योग संक्रिया पर साहचर्य नियम का पालन करती है।

4. परिमेय संख्याओं के साथ शून्य का योग (Sum of Zero with other rational numbers)

आप जानते हैं कि पूर्णांक में शून्य को जोड़ने पर संख्या का मान नहीं बदलता। आइए परिमेय संख्याओं में शून्य जोड़कर देखें–

जैसे $\frac{3}{5}+0=\frac{3}{5}+\frac{0}{5}=\frac{3+0}{5}=\frac{3}{5}$

इसी प्रकार $0+\frac{-4}{9}=\frac{-4}{9}$

क्या शून्य के अलावा कोई ऐसी परिमेय संख्या बता सकते हैं जिसको किसी परिमेय संख्या में जोड़ने पर उस संख्या का मान न बदले?

इस प्रकार आप जानते हैं कि शून्य के अलावा कोई भी परिमेय संख्या ऐसी नहीं है जिसे किसी अन्य परिमेय संख्या में जोड़ने पर मान नहीं बदलता। शून्य के इसी गुण के कारण ही इसे **योगात्मक तत्समक** कहते हैं।

यदि $\frac{p}{q}$ कोई परिमेय संख्या हो, तो $\frac{p}{q}+0=\frac{p}{q}$

5. योज्य प्रतिलोम (Additive Inverse)

$\frac{11}{15}$ और $\frac{-11}{15}$ दो परिमेय संख्याएँ हैं–

इनका योगफल $\frac{11}{15}+\left(\frac{-11}{15}\right)=\frac{11-11}{15}=0$

नीचे दी गई दो समान परिमेय संख्यायें जिनमें से एक धनात्मक है तथा दूसरी ऋणात्मक है, उन परिमेय संख्याओं का योगफल बताइये।

(i) $\frac{-13}{36}+\frac{13}{36}=-----$

(ii) $\frac{+289}{295}+\frac{-289}{295}=-----$

प्रत्येक परिमेय संख्या के लिए एक परिमेय संख्या अवश्य होती है जिसे दी गई परिमेय संख्याओं में जोड़ने से योगफल शून्य (योगात्मक तत्समक) प्राप्त होता है। वह दी गई परिमेय संख्या का **योज्य प्रतिलोम** कहलाती हैं।

जैसे, $\frac{3}{5}$ का योज्य प्रतिलोम $\frac{-3}{5}$ है।

$\frac{-17}{19}$ का योज्य प्रतिलोम $+\frac{17}{19}$ है।

इस प्रकार, किसी संख्या का योज्य प्रतिलोम निकालने के लिए दी गई संख्या मे कोई ऐसी

संख्या जोड़ी जावे जिससे योगफल शून्य या योगात्मक तत्समक प्राप्त हो। जैसे यदि $-\frac{5}{7}+x=0$ तो $x=\frac{5}{7}$, अतः $-\frac{5}{7}$ का योज्य प्रतिलोम $\frac{5}{7}$ है।

प्रश्नावली 18.1 (Exercise 18.1)

1. निम्नांकित परिमेय संख्याओं का योगफल ज्ञात कीजिए।

   (i) $\frac{3}{2},\frac{13}{17}$ (ii) $\frac{-7}{9},\frac{-3}{4}$ (iii) $\frac{3}{4},\frac{-2}{5}$

2. क्रम विनिमेय नियम से रिक्त स्थानों को भरिए :–

   (i) $\frac{-5}{9}+\frac{4}{7}=\frac{4}{7}+\ldots\ldots\ldots$ (ii) $\frac{-11}{29}+\frac{6}{31}=\ldots\ldots+\ldots\ldots$

   (iii) $\frac{-15}{7}+\ldots\ldots=\frac{13}{9}+\ldots\ldots$ (iv) $\frac{5}{6}+\left(-\frac{7}{9}\right)=-\frac{7}{9}+---$

3. दिखाइए कि $\left(\frac{-2}{5}+\frac{4}{9}\right)+\frac{-3}{4}=\frac{-2}{5}+\left(\frac{4}{9}+\frac{-3}{4}\right)$

   इसमें किस नियम का प्रयोग किया गया है।

4. सरल कीजिए –

   (i) $\frac{3}{7}+\frac{4}{9}+\frac{-6}{11}$ (ii) $\frac{-1}{6}+\frac{-2}{3}+\frac{-1}{3}$

   (iii) $\frac{5}{14}+\frac{2}{-7}+\frac{-3}{2}$

5. $\frac{-7}{12}$ में क्या जोड़े कि योगफल 0 प्राप्त होता है?

6. रिक्त स्थानों को भरिए :–

   (i) $\frac{-5}{7}$ का योज्य प्रतिलोम = ––––––

   (ii) $\frac{4}{17}+\frac{-4}{17}=\ldots\ldots$

   (iii) $0+\frac{39}{51}=\ldots\ldots$

   (iv) $\frac{42}{17}$ का योज्य प्रतिलोम = ––––––

7. निम्नलिखित प्रत्येक सवाल किसी न किसी नियम से सम्बन्धित है उस नियम को दिए गए रिक्त स्थानों में लिखिए–

(i) $\frac{13}{15}+\frac{4}{8}=\frac{4}{8}+\frac{13}{15}$ (.....)

(ii) $\frac{2}{19}+\left(\frac{-3}{17}+\frac{4}{13}\right)=\left(\frac{2}{19}+\frac{-3}{17}\right)+\frac{4}{13}$ (.....)

(iii) $\frac{P}{q}+0=\frac{P}{q}$ (.....)

(iv) $\frac{-r}{S}+\frac{r}{S}=0$ (.....)

8. आप कुछ परिमेय संख्याएं सोचिए, उन संख्याओं पर योग हेतु क्रम विनिमेय नियम एवं साहचर्य नियम की पुष्टि कीजिए।

परिमेय संख्याओं को घटाना (Subtraction of Rational Numbers)

कक्षा छठवी में एक भिन्न संख्या से दूसरी भिन्न संख्या को घटाने के लिए आपने हरों को समान बनाकर हल प्राप्त किया था। वास्तव में घटाने की क्रिया जोड़ने की विपरीत क्रिया है। किसी संख्या में से दूसरी संख्या को घटाने का अर्थ है, पहली संख्या में दूसरी संख्या के योज्य प्रतिलोम को जोड़ना। आइए, इसे निम्न उदाहरणों द्वारा समझे –

उदाहरण 2. $\frac{3}{8}$ में से $\frac{1}{4}$ को घटाइए।

अतः $\frac{3}{8}-\frac{1}{4}=\frac{3\times1-1\times2}{8}=\frac{3-2}{8}=\frac{1}{8}$ (4 व 8 का ल.स. 8 है)

दी गई संख्या में $\frac{1}{4}$ के योज्य प्रतिलोम $-\frac{1}{4}$ को जोड़ने पर हमे निम्नानुसार प्राप्त होता है।

अतः $\frac{3}{8}+\left(\frac{-1}{4}\right)=\frac{3}{8}+\frac{(-1)}{4}=\frac{3\times1+(-1)\times2}{8}$

$=\frac{3-2}{8}=\frac{1}{8}$

इस प्रकार, दोनों मान बराबर प्राप्त होते हैं।

अब आप $\frac{7}{19}$ में से $\frac{11}{13}$ को घटाइए तथा $\frac{7}{19}$ में से $\frac{11}{13}$ के योज्य प्रतिलोम को जोड़कर अपने उत्तर की जांच कीजिए।

संख्या रेखा द्वारा भी परिमेय संख्याओं को घटाया जा सकता है, आइए देखें–

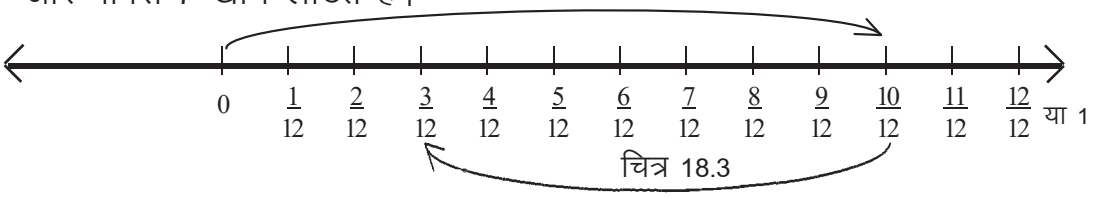
उदाहरण 3. $\frac{5}{6}$ में से $\frac{7}{12}$ को घटाइए।

हल : यहाँ पर दोनों परिमेय संख्याओं के हर समान नहीं है अतः हल करने से पूर्व उन्हें समान हर में बदलना होगा।

$$\frac{5}{6}=\frac{5\times 2}{6\times 2}=\frac{10}{12} \quad (\therefore \text{ 6 व 12 का ल.स. } = 12)$$

$$\frac{7}{12}=\frac{7\times 1}{12\times 1}=\frac{7}{12}$$

संख्या रेखा में एक इकाई के 12 भागों में बांटते हैं। पहले $\frac{10}{12}$ को दर्शाने के लिए शून्य के दायीं ओर 10 खाने चलते हैं। चूंकि $\frac{7}{12}$ को घटाना है, अतः 10 वें खाने में बायीं ओर वापस 7 खाने लौटते हैं।



चित्र 18.3

और $\frac{3}{12}$ पर पहुँचते हैं। इस प्रकार $\frac{5}{6}$ में से $\frac{7}{12}$ घटाने पर $\frac{3}{12}$ प्राप्त होगा।

$$\frac{5}{6}-\frac{7}{12}=\frac{10}{12}-\frac{7}{12}$$

$$=\frac{10-7}{12}$$

$$=\frac{3}{12}$$

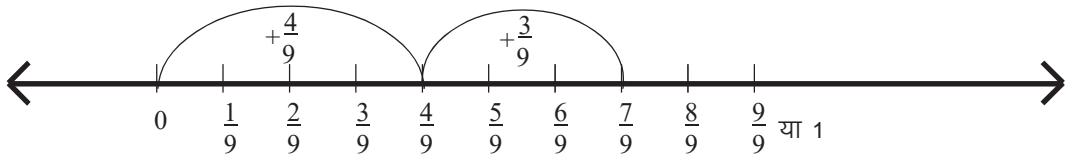
$$=\frac{1}{4}$$

उदाहरण 4. $\frac{4}{9}$ में से $\frac{-3}{9}$ को घटाइए।

हल: चूंकि किसी परिमेय संख्या को घटाने का तात्पर्य उसके योज्य प्रतिलोम को जोड़ना है, अतः $\frac{-3}{9}$ को घटाने का अर्थ है कि $\frac{-3}{9}$ के योज्य प्रतिलोम $\frac{3}{9}$ को जोड़ना।

$$\frac{4}{9}-\left(\frac{-3}{9}\right)=\frac{4}{9}+\frac{3}{9}=\frac{4+3}{9}=\frac{7}{9}$$

संख्या रेखा में 0 से 1 के बीच के भाग को 9 बराबर भागों में बांटते हैं। संख्या रेखा पर दर्शाने हेतु पहले शून्य के दायीं और 4 खाने चलते हैं तथा पुनः 3 खाने उसी दिशा में आगे



चित्र 18.4

चलते हैं। इस प्रकार 7 वें खाने में पहुँचते हैं जो के बराबर है।

अतः $\frac{4}{9}-\left(\frac{-3}{9}\right)=\frac{7}{9}$

उदाहरण 5. $\frac{5}{9}$ में क्या जोड़े कि योगफल $\frac{2}{3}$ हो।

हल : माना $\frac{5}{9}$ में $\frac{p}{q}$ जोड़ने पर योगफल $\frac{2}{3}$ प्राप्त होता है।

$$\frac{5}{9}+\frac{p}{q}=\frac{2}{3}$$

दोनों ओर $\frac{5}{9}$ का योज्य प्रतिलोम $-\frac{5}{9}$ जोड़ने पर

$$\frac{5}{9}+\frac{p}{q}+\left(\frac{-5}{9}\right)=\frac{2}{3}+\left(\frac{-5}{9}\right)$$

या $\frac{p}{q}=\frac{2}{3}+\left(\frac{-5}{9}\right)$

या $\frac{p}{q}=\frac{2\times3}{3\times3}+\left(\frac{-5\times1}{9\times1}\right)$ (3 एवं 9 का ल.स. 9 है।)

या $\frac{p}{q}=\frac{6}{9}+\left(\frac{-5}{9}\right)$

या $\frac{p}{q}=\frac{6-5}{9}$

या $\frac{p}{q}=\frac{1}{9}$

अतः $\frac{5}{9}$ में $\frac{1}{9}$ जोड़ने से $\frac{2}{3}$ प्राप्त होगा।

उदाहरण 6. $\frac{11}{13}$ में क्या घटाएं कि हमें $\frac{5}{26}$ प्राप्त हो।

हल : माना $\frac{11}{13}$ में से $\frac{p}{q}$ घटाने पर हमें $\frac{5}{26}$ प्राप्त होती है।

$$\frac{11}{13}-\frac{p}{q}=\frac{5}{26}$$

दोनों ओर $\frac{11}{13}$ का योज्य प्रतिलोम जोड़ने पर

या $$\frac{11}{13}-\frac{p}{q}+\left(-\frac{11}{13}\right)=\frac{5}{26}+\left(-\frac{11}{13}\right)$$

या $$-\frac{p}{q}=\frac{5}{26}+\left(\frac{-11}{13}\right)$$

या $$-\frac{p}{q}=\frac{5\times1}{26}+\left(\frac{-11\times2}{13\times2}\right)$$ (13 एवं 26 का ल.स. 26 है)

या $$-\frac{p}{q}=\frac{5}{26}+\left(\frac{-22}{26}\right)$$

या $$-\frac{p}{q}=\frac{5-22}{26}$$

या $$-\frac{p}{q}=\frac{-17}{26}$$

या $$\frac{p}{q}=\frac{17}{26}$$ (दोनों ओर –1 से गुणा करने पर)

या $\frac{11}{13}$ में से $\frac{17}{26}$ घटाने पर $\frac{5}{26}$ प्राप्त होता है।

उदाहरण 7. $\frac{1}{4}+\frac{-5}{9}-\left(\frac{-7}{12}\right)$ को सरल कीजिए।

हल : यहाँ पर हमें तीन परिमेय संख्याएँ दी गई है जिसमें जोड़ना एवं घटाना क्रिया एक साथ दी गई है। इस प्रकार के प्रश्नों को हल करने के लिए सभी परिमेय संख्याओं को समान हर वाली परिमेय संख्याओं में बदलते हैं।

$$\frac{1}{4}=\frac{1\times9}{4\times9}=\frac{9}{36}$$ (यहाँ 4, 9 एवं 12 का ल.स. 36 है।)

$$\frac{-5}{9}=\frac{-5\times4}{9\times4}=\frac{-20}{36}$$

$$\frac{-7}{12}=\frac{-7\times3}{12\times3}=\frac{-21}{36}$$

$$\frac{1}{4}+\left(\frac{-5}{9}\right)-\left(\frac{-7}{12}\right)=\frac{9}{36}+\frac{-20}{36}-\left(\frac{-21}{36}\right)$$

$$=\frac{9-20+21}{36}$$

$$=\frac{30-20}{36}$$

$$=\frac{10}{36}\ =\frac{5}{18}$$

परिमेय संख्याओं में घटाना संक्रिया के गुण (Properties of subtraction in Rational Number)

1. **संवरक का नियम** : परिमेय संख्याओं के योग क्रिया के गुणों को हम जान चुके है। परिमेय संख्याओं के लिए घटाना संक्रिया में कुछ गुण लागू होते है। आइए, निम्न उदाहरण को देखें

$\frac{11}{21}$ में से $\frac{25}{36}$ को घटाइए।

यहाँ $\frac{11}{21}-\frac{25}{36}=\frac{11\times12-25\times7}{252}=\frac{132-175}{252}$ (यहां 21 एवं 36 का ल स व 252 है)

$=\frac{-43}{252}$ जो कि एक परिमेय संख्या है।

यहाँ $\frac{11}{21},\frac{25}{36}$ एवं $\frac{-43}{252}$ तीनों परिमेय सख्या है। अतः घटाना संक्रिया के लिए परिमेय संख्याएँ संवरक नियम का पालन करती हैं। आप कुछ परिमेय संख्याएँ लेकर इस नियम की जांच कीजिए।

2. **परिमेय संख्याओं में से शून्य को घटाना** : यदि किसी परिमेय संख्या में से शून्य को घटाएँ तो परिमेय संख्या का मान नहीं बदलता है।

जैसे $\frac{-21}{45}-0=\frac{-21}{45}$ और $\frac{5}{17}-0=\frac{5}{17}$

$$\frac{P}{Q}-0=\frac{P}{Q}$$

3. **क्रम विनिमेय नियम** :

अब आप निम्न का मान बताइए –

(i) $\frac{5}{12}-\frac{6}{13}$ तथा (ii) $\frac{6}{13}-\frac{5}{12}$

यहाँ $\frac{5}{12}-\frac{6}{13}$ $=\frac{5\times13}{12\times13}-\frac{6\times12}{13\times12}$

$=\frac{65}{156}-\frac{72}{156}$ (यहां 12 एवं 13 का ल.स. 156 है।)

$=\frac{65-72}{156}$

$=\frac{-7}{156}$

तथा $\frac{6}{13}-\frac{5}{12}$ $=\frac{6\times12}{13\times12}-\frac{5\times13}{12\times13}$

$=\frac{72}{156}-\frac{65}{156}$

$=\frac{72-65}{156}$

$=\frac{7}{156}$

क्या $\frac{-7}{156}, \frac{7}{156}$ के बराबर हैं, नहीं बराबर नहीं है।

अतः $\frac{5}{12}-\frac{6}{13}\neq\frac{6}{13}-\frac{5}{12}$

अतः घटाना संक्रिया में क्रम विनिमेय नियम लागू नहीं होता है।

प्रश्नावली 18.2

प्रश्न 1. दी गई पहली परिमेय संख्या में से दूसरी परिमेय संख्या को घटाइए।

(i) $\frac{3}{4}$ में से $\frac{4}{5}$ (ii) $\frac{1}{4}$ में से $\frac{-1}{8}$

(iii) $\frac{-5}{12}$ में से $\frac{13}{24}$ (iv) $\frac{-8}{13}$ में से $\frac{-7}{13}$

प्रश्न 2 हल कीजिए

(i) $\frac{2}{9}+\frac{1}{3}-\frac{5}{9}$ (ii) $\frac{1}{5}-\frac{3}{7}+\frac{1}{2}$ (iii) $-\frac{1}{12}+\frac{3}{5}-6$

प्रश्न 3 $\frac{3}{8}$ में क्या जोड़े कि योगफल $\frac{11}{12}$ हो जाये।

प्रश्न 4 $\frac{13}{25}$ में क्या घटाए कि हमें $\frac{19}{25}$ प्राप्त हो जावे।

प्रश्न 5 सत्य/असत्य लिखिए तथा असत्य कथनों को सही करके लिखिए।

(i) $-\frac{3}{5}$ का योज्य प्रतिलोम $\frac{5}{3}$ है।

(ii) $\frac{4}{5}-\frac{7}{9}=\frac{7}{9}-\frac{4}{5}$

(iii) 0 को किसी संख्या में से घटाने पर मान अपरिवर्तित रहता है।

(iv) किसी परिमेय संख्या को घटाने का अर्थ है उस परिमेय संख्या के योज्य प्रतिलोम को जोड़ना।

परिमेय संख्याओं का गुणा (Multiplication of Rational Numbers)

दो भिन्न संख्याओं का गुणा करते समय आपने यह देखा कि अंश का अंश के साथ तथा हर का हर के साथ गुणा होता है। परिमेय संख्याएँ भी चूंकि अंश एवं हर से मिल कर बनी होती है इसलिए परिमेय संख्याओं का गुणा भी उसी प्रकार से होता हैं। आइए परिमेय संख्याओं का गुणा कुछ उदाहरणों के द्वारा समझें–

उदाहरण 8. $\frac{3}{4}$ एवं $\frac{7}{16}$ का आपस में गुणा कर मान लिखिए।

हल : $\frac{3}{4}\times\frac{7}{16}=\frac{3\times7}{4\times16}=\frac{21}{64}$

उदाहरण 9. $\frac{-5}{7}$ एवं $\frac{13}{17}$ का आपस में गुणा कर मान लिखिए।

हल : $\frac{-5}{7}\times\frac{13}{17}=\frac{-5\times13}{7\times17}=\frac{-65}{119}$

उदाहरण 10. $\frac{-9}{11}$ एवं $\frac{22}{27}$ का आपस में गुणा कर मान लिखिए।

हल : $\frac{-9}{11}\times\frac{22}{27}=\frac{9\times22}{11\times27}$

$=\frac{-1\times2}{1\times3}=\frac{-2}{3}$

ऊपर के उदाहरणों से स्पष्ट है कि दो परिमेय संख्याओं का आपस में गुणा करने के लिए उनके अंश को अंश से एवं हर को हर से गुणा करते हैं तथा प्राप्त गुणनफल सरलतम रूप में लिखते हैं।

यदि $\frac{p}{q}$ एवं $\frac{r}{s}$ दो परिमेय संख्याएँ हो तो $\frac{p}{q}\times\frac{r}{s}=\frac{p\times r}{q\times s}$

उदाहरण 11. निम्न परिमेय संख्याओं का परस्पर गुणा कीजिए $\frac{2}{3},\frac{-6}{7},\frac{8}{15}$

हल: $\frac{2}{3}\times\frac{-6}{7}\times\frac{8}{15}=\frac{2\times-6\times8}{3\times7\times15}=\frac{-32}{105}$

दो से अधिक परिमेय संख्याओं के गुणनफल ज्ञात करने के लिए भी सभी परिमेय संख्याओं के अंशों का अंशों के साथ और हरों का हरों के साथ गुणा किया गया है।

यदि $\frac{p}{q},\frac{r}{s},\frac{u}{v}$ तथा $\frac{w}{z}$ आदि परिमेय संख्याओं का गुणा किया जाए तो $\frac{p}{q}\times\frac{r}{s}\times\frac{u}{v}\times\frac{w}{z}=\frac{p\times r\times u\times w}{q\times s\times v\times z}$

परिमेय संख्याओं में गुणा के कुछ गुण (Some properties of multiplication in rational numbers)

क्रियाकलाप 4.

नीचे दी गई तालिका में दिए गए निर्देशों के अनुसार खाली स्थानों में भरिए–

सारणी 4

क्र.सं.	परिमेय संख्याएँ	परिमेय संख्याओं का गुणा	गुणनफल	क्रम बदल कर गुणा करने पर	गुणन फल	प्राप्त संख्या परिमेय संख्या है या नहीं है।
1.	$\frac{11}{15},\frac{1}{4}$	$\frac{11}{15}\times\frac{1}{4}$	$\frac{11}{60}$	$\frac{1}{4}\times\frac{11}{15}$	$\frac{11}{60}$	हाँ
2.	$\frac{-5}{8},\frac{-7}{4}$	$\frac{-5}{8}\times\frac{-7}{4}$	.....	.....		
3.	$\frac{-19}{12},\frac{5}{13}$	$\frac{-19}{12}\times\frac{5}{13}$	.....	.....		
4.	$\frac{4}{9},\frac{-18}{5}$	.....	.....	.....		
5.	$\frac{31}{-6},\frac{24}{7}$	.....	.....	.....		

उपरोक्त क्रियाकलाप से आप पाते हैं कि परिमेय संख्याओं का आपस में गुणा करने के बाद प्राप्त संख्या भी परिमेय संख्या होती है। अतः गुणा की संक्रिया के लिए परिमेय संख्या संवरक नियम का पालन करती है।

तालिका से हम पाते है कि क्रम बदलने से गुणनफल अप्रभावित है। अतः परिमेय संख्याओं का गुण क्रम विनिमेय नियम का पालन करता है।

अतः यदि दो परिमेय संख्या $\frac{p}{q}$ एवं $\frac{r}{s}$ हो तो $\frac{p}{q}\times\frac{r}{s}=\frac{r}{s}\times\frac{p}{q}$

आप कोई भी दो परिमेय संख्याएँ सोचिए और जाँच कीजिए कि वे गुणा के लिए क्रम विनिमेय नियम का पालन करते हैं अथवा नहीं।

वितरण नियम (Distributive Property)

पूर्णांक संख्याएँ वितरण नियम का पालन करती हैं। क्या परिमेय संख्याओं पर भी यह नियम लागू होता है? आइए कुछ उदाहरणों से देखे :–

उदाहरण 12. $\frac{2}{5}\times\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{7}\right)$ सरल कीजिए।

हल: **प्रथम तरीका** : $\frac{2}{5}\times\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{7}\right)=\frac{2}{5}\left(\frac{3\times7+1\times4}{28}\right)$

$$=\frac{2}{5}\left(\frac{21+4}{28}\right)$$

$$=\frac{2}{5}\left(\frac{25}{28}\right)\ =\frac{5}{14}$$

इसे निम्न तरीके से भी हल कर सकते हैं–

दूसरा तरीका : $\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{7}=\frac{2\times3}{5\times4}+\frac{2\times1}{5\times7}$

$$=\frac{6}{20}+\frac{2}{35}$$

$$=\frac{6\times7+2\times4}{140}=\frac{42+8}{140}\ =\frac{50}{140}=\frac{5}{14}$$

तरीका 1 एवं 2 के हल से स्पष्ट है कि $\frac{2}{5}\times\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{7}\right)=\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{7}$

ऐसी ही कोई तीन परिमेय संख्याएँ सोचें और जाँच करें कि क्या उन पर वितरण का नियम लागू होता है।

अतः यदि $\frac{p}{q}, \frac{r}{s}$ एवं $\frac{u}{v}$ तीन परिमेय संख्याएँ हों, तो

$$\frac{p}{q}\left(\frac{r}{s}+\frac{u}{v}\right)=\frac{p}{q}\times\frac{r}{s}+\frac{p}{q}\times\frac{u}{v}$$

यह परिमेय संख्याओं के लिए वितरण नियम है।

उदाहरण 13. यदि परिमेय संख्याएँ x, y एवं z हो तो सत्यापित कीजिए।

$$x\times(\mathrm{y}+\mathrm{z})=x\times\mathrm{y}+x\times\mathrm{z}$$

जहाँ $x=\frac{-5}{8}, y=\frac{7}{9}, \neq=\frac{11}{12}$

बांया पक्ष $=x\times(\mathrm{y}+\mathrm{z})$

$=\frac{-5}{8}\times\left(\frac{7}{9}+\frac{11}{12}\right)$ {x,y,z का मान रखने पर}

$=\frac{-5}{8}\times\left(\frac{7\times4+11\times3}{36}\right)$

$=\frac{-5}{8}\times\left(\frac{28+33}{36}\right)=\frac{-5}{8}\times\left(\frac{61}{36}\right)=\frac{-305}{288}$

दायां पक्ष $=x\times\mathrm{y}+x\times\mathrm{z}$

$=\frac{-5}{8}\times\frac{7}{9}+\left(\frac{-5}{8}\right)\times\frac{11}{12}$

$=\frac{-35}{72}+\frac{55}{96}$

दायां पक्ष $=\frac{-35\times4-55\times3}{288}=\frac{-140-165}{288}=\frac{-305}{288}$

स्पष्ट है कि –

बायां पक्ष = दायां पक्ष

परिमेय संख्या में शून्य का गुणा (Multiplication of Rational Numbers with zero)

शून्य एक परिमेय संख्या है। इसे आप कई प्रकार से लिख सकते हैं जैसे $\frac{0}{1}, \frac{0}{-27}, \frac{0}{q}$ जहाँ q कोई पूर्णांक है परन्तु $q \neq 0$, आइए, शून्य का किसी परिमेय संख्या के साथ गुणा करें–

$$\frac{-27}{84} \times 0 = \frac{-27}{84} \times \frac{0}{q} = \frac{0}{84q} = 0$$

इस प्रकार किसी परिमेय संख्या को शून्य के साथ गुणा करने पर गुणनफल शून्य प्राप्त होता है।

गुणन तत्समक (Multiplicative Identity)

क्या कोई ऐसी परिमेय संख्या आप सोच सकते है जिसे किसी परिमेय संख्या $\frac{p}{q}$ में गुणा करने पर गुणनफल $\frac{p}{q}$ के बराबर होता है?

राधा ने फातिमा से कहा "यह तो हम जानते है कि किसी भी संख्या को 1 से गुणा किया जाए तो उस संख्या का मान नहीं बदलता और चूंकि संख्या 1 परिमेय संख्या भी है जिसे $\frac{1}{1}, \frac{-2}{-2}$, या $\frac{57}{57}$ ..... इत्यादि के रूपों में भी लिखा जा सकता है। अतः 1 ही वह परिमेय संख्या होगी जिसका गुणा $\frac{p}{q}$ (जहाँ $q \neq 0$) के साथ करने पर गुणनफल भी $\frac{p}{q}$ होगी।

यहाँ 1 को गुणन तत्समक कहते है।

गुणन प्रतिलोम (Multiplicative Inverse)

$\frac{1}{3} \times \square = 1$, में खाली बाक्स में कौनसी परिमेय संख्या रखी जाये जिसका $\frac{1}{3}$ के साथ गुणा करने पर गुणनफल 1 प्राप्त हो। आपका उत्तर $\frac{3}{1}$ होगा।

क्रियाकलाप 5.

नीचे कुछ प्रश्न दिए गए हैं। उनमें खाली बाक्सों में उचित संख्या भरिए –

(i) $\frac{1}{7} \times \square = 1$ (ii) $\square \times \frac{1}{7} = 1$

(iii) $\frac{1}{13} \times \square = 1$ (iv) $\square \times \frac{1}{13} = 1$

(v) $\frac{7}{13} \times \square = 1$ (vi) $\frac{13}{7} \times \square = 1$

ऊपर आप देख रहे हैं कि दो ऐसे परिमेय संख्याओं का गुणा किया जा रहा है जिनके गुणनफल 1 (गुणन तत्समक) के बराबर है। आप भी कुछ ऐसे ही परिमेय संख्याओं का जोड़ा नीचे बॉक्सों में लिखिए जिसका गुणनफल 1 (गुणन तत्समक) के बराबर हो।

(1) ☐ × ☐ = 1 (2) ☐ × ☐ = 1

(3) ☐ × ☐ = 1 (4) ☐ × ☐ = 1

ऊपर खाली बाक्सों में परिमेय संख्याओं को लिखते हुए राजू सोच रहा था कि योगात्मक तत्समक प्राप्त करने के लिए हमें किसी संख्या में उसी संख्या के योगात्मक प्रतिलोम को जोड़ना पड़ता था तो क्या उसी प्रकार गुणन तत्समक किसी संख्या को उसी संख्या के गुणात्मक प्रतिलोम से गुणा करने से प्राप्त होता है? यदि ऐसा है तो ऊपर दी गई सभी गुणज संख्याएँ एक दूसरे की गुणन प्रतिलोम होगी।

"अतः जब दो संख्याओं का गुणनफल इकाई के बराबर हो तो दोनों संख्याएँ एक दूसरे की गुणन प्रतिलोम (Multiplicative Inverse) कहलाती हैं।"

आइए देखे कि गुणन प्रतिलोम कैसे निकालते हैं?

उदाहरण 14. $\frac{p}{q}$ का गुणन प्रतिलोम क्या होगा?

हल : माना कि $\frac{p}{q}$ का गुणन प्रतिलोम x है

$$\frac{p}{q} \times x = 1 \quad \text{या} \quad px = q$$

$$\text{या} \quad x = \frac{q}{p}$$

इस प्रकार $\frac{p}{q}$ का गुणन प्रतिलोम $\frac{q}{p}$ हैं। अर्थात् **किसी संख्या का गुणात्मक प्रतिलोम उस संख्या के अंश को हर और हर को अंश से बदलकर प्राप्त कर सकते हैं।** आइए उदाहरण देखे–

(1) $\frac{4}{3} \times \frac{3}{4} = 1$ (2) $\frac{-27}{53} \times \frac{53}{-27} = 1$

(3) $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$ या $\frac{b}{a} \times \frac{a}{b} = 1$

अतः $\frac{b}{a}$ को $\frac{a}{b}$ का **गुणन प्रतिलोम** या **व्युत्क्रम** कहते हैं तथा $\frac{a}{b}$ को $\frac{b}{a}$ का गुणन प्रतिलोम या व्युत्क्रम कहते हैं।

निम्नांकित का गुणात्मक प्रतिलोम या व्युत्क्रम लिखिए –

$\frac{-4}{9}, \frac{2}{-7}, \frac{8}{15}, \frac{c}{d}, 4, -5$

क्या प्रत्येक परिमेय संख्या का गुणन प्रतिलोम होता है?

शून्य (0) का गुणन प्रतिलोम क्या होगा? सोचिए।

शून्य (0) का गुणन प्रतिलोम नहीं हो सकता, क्योंकि किसी भी परिमेय संख्या का शून्य के साथ गुणा करने पर एक नहीं प्राप्त होता। अतः **शून्य का कोई गुणन प्रतिलोम** नहीं है।

प्रश्नावली 18.3

प्र.1 नीचे दिए मानों को लेकर $\frac{p}{q} \times \frac{r}{s} = \frac{r}{s} \times \frac{p}{q}$ की सत्यता की जांच कीजिए।

(i) $\frac{p}{q} = \frac{-3}{7}, \frac{r}{s} = \frac{11}{15}$ (ii) $\frac{p}{q} = 2, \frac{r}{s} = \frac{13}{17}$

(iii) $\frac{p}{q} = \frac{-105}{13}, \frac{r}{s} = \frac{-5}{8}$ (iv) $\frac{p}{q} = \frac{-16}{3}, \frac{r}{s} = 0$

प्र.2 नीचे दिए गए मानों को लेकर $x \times (y + z) = x \times y + x \times z$ की सत्यता की जाँच कीजिए।

(i) $x = -\frac{1}{2}, y = \frac{5}{7}, z = \frac{-7}{4}$ (ii) $x = \frac{3}{2}, y = \frac{-8}{5}, z = \frac{17}{6}$

(iii) $x = 1, y = \frac{9}{5}, z = 0$

प्र.3 क्रम विनिमेय नियम द्वारा रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

(i) $\frac{2}{3} \times 4 = 4 \times .....$ (ii) $\frac{11}{19} \times ..... = \frac{1}{2} \times .....$

(iii) $..... \times \frac{7}{9} = ... \times \frac{-3}{17}$

प्र.4 रिक्त स्थान की पूर्ति साहचर्य नियम से कीजिए–

(i) $\frac{1}{2} \times \left(\frac{17}{6} \times \frac{2}{9}\right) = \left(\frac{1}{2} \times \frac{17}{6}\right) \times .....$ (ii) $-\frac{1}{8} \times \left(\frac{-2}{5} \times \frac{1}{4}\right) = (..... \times .....) \times \frac{1}{4}$

(iii) $\frac{4}{7} \times \left(\frac{-25}{3} \times \frac{1}{5}\right) = (..... \times .....) \times .....$

प्र.5 नीचे कुछ प्रश्न दिए गए हैं जो किसी न किसी नियम से सम्बन्धित है। उन नियम को उनके आगे रिक्त स्थान में भरिए –

	नियम
(i) $\frac{7}{12} \times \left(\frac{1}{9}+\frac{5}{3}\right) = \frac{7}{12} \times \frac{1}{9} + \frac{7}{12} \times \frac{5}{3}$	_____
(ii) $\frac{5}{7} \times \left(\frac{25}{3}+\frac{4}{3}\right) = \frac{5}{7} \times \frac{25}{3} + \frac{5}{7} \times \frac{4}{3}$	_____
(iii) $\frac{8}{11} \times \frac{3}{7} = \frac{3}{7} \times \frac{8}{11}$	_____
(iv) $\frac{5}{3} \times \frac{3}{5} = 1$	_____
(v) $\frac{-3}{12} \times 1 = 1 \times \left(\frac{-3}{12}\right) = \frac{-3}{12}$	_____

प्र.6 निम्न के व्युत्क्रम लिखिए –

(i) 4 (ii) $\frac{-17}{5}$ (iii) $\frac{-6}{29}$ (iv) $\frac{p}{q}$

प्र.7 सत्य/असत्य लिखिए–

(i) किसी परिमेय संख्या एवं उसके व्युत्क्रम का गुणनफल एक होता हैं

(ii) यदि x का व्युत्क्रम y है तो y का व्युत्क्रम $1/x$ होगा।

(iii) एक घनात्मक परिमेय संख्या का गुणन प्रतिलोम ऋणात्मक परिमेय संख्या होती है।

(iv) शून्य किसी भी संख्या का गुणन प्रतिलोम नहीं है।

परिमेय संख्याओं का भाग (Division of Rational Numbers)

राधा और फातिमा गुणन प्रतिलोम निकालने का खेल खेल रहे थे। दोनों एक दूसरे को किसी संख्या का गुणन प्रतिलोम लिखने के लिए दे रहे थे। तभी राधा को इन गुणात्मक प्रतिलोम के प्रश्नों में कुछ नई बात नजर आई। उसने फातिमा से कहा ''देखो इन सभी उदाहरणों में एक नई बात नजर आ रही है कि किसी संख्या का उसके गुणन प्रतिलोम से गुणा वास्तव में उस संख्या का उसी संख्या में भाग देने के समान है।

जैसे, $4 \times \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 4 \div 4$

$2 \times \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 2 \div 2$

फातिमा ने कहा इसका मतलब यह हुआ कि **किसी संख्या का भाग देना उस संख्या के गुणन प्रतिलोम से गुणा करने के समान हैं।** जैसे–

$3 \div 4 = 3 \times$ (4 का गुणन प्रतिलोम)

$= 3 \times \frac{1}{4}$

क्रियाकलाप 6.

गुणन प्रतिलोम से भाग की प्रक्रिया को गुणा की प्रक्रिया के रुप में लिखना।

(i) $\frac{2}{3} \div \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{1}$

(ii) $\frac{4}{3} \div \frac{3}{4} =$

(iii) $\frac{7}{9} \div \frac{8}{7} =$

(iv) $\frac{a}{x} \div \frac{b}{y} =$

(v) $\frac{p}{q} \div \frac{r}{s} =$

उपरोक्त के आधार पर आप कह सकते है कि यदि $\frac{x}{y}$ में $\frac{a}{b}$ से भाग देना है तो इसे $\frac{x}{y} \times (\frac{a}{b}$ का गुणन प्रतिलोम) के रूप में लिखकर हल किया जा सकता है।

$\frac{x}{y} \div \frac{a}{b} = \frac{x}{y} \times$ ($\frac{a}{b}$ का गुणात्मक प्रतिलोम)

$= \frac{x}{y} \times \frac{b}{a}$

उदाहरण 15. निम्न को हल कीजिए।

(i) $2 \div \frac{-2}{3}$ (ii) $\frac{-5}{4} \div \frac{15}{14}$ (iii) $\frac{23}{12} \div \frac{46}{36}$

हल (i) $2 \div \frac{-2}{3} = 2 \times \left(\frac{-2}{3} \text{ का गुणन प्रतिलोम} \right)$

$= 2 \times \frac{3}{-2} = -3$

(ii) $\frac{-5}{4} \div \frac{15}{14}$

$= \frac{-5}{4} \times \frac{14}{15} = \frac{-7}{6}$

(iii) $\frac{23}{12} \div \frac{46}{36} = \frac{23}{12} \times \frac{36}{46} = \frac{3}{2}$

उदाहरण 16. दो परिमेय संख्याओं का गुणनफल –21 है यदि इनमें से एक संख्या $\frac{3}{10}$ हो तो दूसरी संख्या ज्ञात कीजिए।

हल: माना दूसरी परिमेय संख्या $\frac{p}{q}$ है

प्रश्नानुसार, $\frac{3}{10} \times \frac{p}{q} = -21$

$\frac{3}{10}$ का गुणन प्रतिलोम अर्थात् $\frac{10}{3}$ से दोनों पक्षों को गुणा करने पर –

$$\frac{3}{10} \times \frac{p}{q} \times \frac{10}{3} = -21 \times \frac{10}{3}$$

या $\frac{p}{q} = \frac{-210}{3}$

या $\frac{p}{q} = -70$

अतः दूसरी संख्या –70 होगी।

प्रश्नावली 18.4

प्र.1 भाग दीजिए –

(i) $\frac{1}{6}$ को $\frac{3}{4}$ से (ii) $\frac{-8}{11}$ को $\frac{5}{9}$ से (iii) –9 को $\frac{4}{7}$ से

(iv) $\frac{-102}{38}$ को $\frac{-17}{19}$ से (v) $\frac{6}{15}$ को $\frac{8}{-35}$ से (vi) $\frac{-60}{9}$ को –10 से

प्र.2 सरल कीजिए

(i) $\frac{4}{5} \div (-1)$ (ii) $\frac{95}{16} \div \frac{8}{19}$ (iii) $\left(\frac{-7}{8}\right) \div \left(\frac{-2}{15}\right)$

(iv) $\frac{21}{5} \div \frac{7}{-5}$ (v) $\frac{-6}{7} \div (-15)$ (vi) $-7 \div (-5)$

प्र.3 दो संख्याओं का गुणनफल 12 है। यदि इनमें से एक संख्या $\frac{3}{5}$ हो तो दूसरी संख्या ज्ञात कीजिए।

प्र.4 $\frac{-9}{5}$ को किस परिमेय संख्या से गुणा करें कि गुणनफल –11 प्राप्त हो।

प्र.5 $\frac{-28}{39}$ को किस परिमेय संख्या से गुणा करें कि गुणनफल $\frac{3}{7}$ का गुणात्मक प्रतिलोम प्राप्त हो।

प्र.6 एक पाठशाला के कुल विद्यार्थियों में से $\frac{5}{9}$ बालक हैं। यदि वहां कुल विद्यार्थी 540 हों तो बालिकाओं की संख्या ज्ञात कीजिए।

कितनी सारी संख्याएँ ?

परिमेय संख्याओं के क्रम सम्बन्धी प्रश्नों को हल करते हुए फातिमा ने कार्तिक से कहा कि जिस तरह दो पूर्णांकों जैसे -15 और -8 के बीच हम $-14, -13, -12, -11, -10, -9$ लिख सकते हैं, उसी प्रकार क्या दो परिमेय संख्याओं के बीच भी परिमेय संख्याएँ लिखी जा सकती है।

कार्तिक ने कहा कि जरूर लिख सकते हैं। बहुत ज्यादा लिख सकते हैं।

फातिमा ने कहा– हाँ, $\frac{-15}{1}$ और $\frac{-8}{1}$ के बीच सारी पूर्णांक संख्याएँ तो है ही परन्तु $\frac{-15}{1}$ और $\frac{-14}{1}$ के ठीक बीच $\frac{-29}{2}$ भी है। कार्तिक ने कहा अभी तो और भी बहुत है। फातिमा बोली हाँ, गिननी मुश्किल होंगी, इतनी हैं।

क्या आप फातिमा और कार्तिक की बात से सहमत हैं? क्या फातिमा का कहना कि इतनी अधिक है कि गिनी नहीं जा सकती, सही है? राधा बोली ऐसा कैसे हो सकता है? $\frac{2}{5}$ और $\frac{3}{5}$ के बीच तो कोई भिन्न नहीं है?

क्या आप सोच सकते हैं कि $\frac{2}{5}$ और $\frac{3}{5}$ के बीच कौन–कौन सी भिन्न हैं?

कार्तिक ने कहा, आइए देखें –

$$\frac{2}{5} = \frac{2}{5} \times \frac{2}{2} = \frac{4}{10}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{2}{2} = \frac{6}{10}$$

दोनों के बीच $\frac{5}{10}$ है।

रमेश और मीना एक साथ बोले कि

$$\frac{2}{5} = \frac{2}{5} \times \frac{3}{3} = \frac{6}{15}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{3}{3} = \frac{9}{15}$$

अब तो $\frac{7}{15}, \frac{8}{15}$ दोनों इनके बीच है। इस प्रकार सभी भिन्न संख्या परिमेय संख्या हैं अतः दो परिमेय संख्याओं के बीच में परिमेय संख्याएँ हो सकती हैं।

अब आप इन दोनों $\frac{2}{5}, \frac{3}{5}$ के बीच कम से कम 20 परिमेय संख्याएँ ढूंढिए।

आखिर कितनी संख्याएँ हैं $\frac{5}{7}$ और $\frac{6}{7}$ के बीच

अनु ने एक विशेषता देखी कि दो परिमेय संख्याएँ जिनके हर समान हो तथा अंश क्रमागत पूर्णांक हो जैसे : $\frac{5}{7}$ और $\frac{6}{7}$ को $\frac{2}{2}$ से गुणा करने पर $\frac{10}{14}$ और $\frac{12}{14}$ के बीच $\frac{11}{14}$ मिली।

इन्हें $\frac{3}{3}$ से गुणा करने पर $\frac{15}{21}$ और $\frac{18}{21}$ के बीच $\frac{16}{21}, \frac{17}{21}$ दो संख्याएँ और मिली।

दोनों को $\frac{5}{5}$ से गुणा करने पर $\frac{25}{35}$ और $\frac{30}{35}$ के बीच 4 नई संख्याएँ और पता चलीं।

अनु बोली– अगर मैं $\frac{17}{17}$ से गुणा करूँगी तो दोनों के बीच 16 नई संख्याएँ पता चलेंगी।

क्या आप अनु की बात से सहमत हैं?

ऊपर दिए गए उदाहरणों को देखें तो $\frac{5}{7}$ और $\frac{6}{7}$ के बीच बहुत सी संख्याएँ हम ढूंढ पाए हैं। क्या आप सोच सकते हैं कि इन दोनों के बीच कितनी संख्याएँ हो सकती हैं?

क्रियाकलाप–7

1. $\frac{1}{3}$ और $\frac{2}{3}$ के बीच 25 संख्याएँ बताइए।
2. क्या आप ऐसी दो अलग–अलग संख्याएँ ढूंढ सकते हैं जिनके बीच कोई संख्या न हो?

इन्हें भी देखें–

mn kgj . k **17.** $\frac{-4}{3}$ व $\frac{3}{4}$ के बीच दस परिमेय संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

हल दी गई परिमेय संख्याओं के हर समान नहीं है।

इनके हर बराबर करते हैं $\frac{-4}{3}=\frac{-4}{3}\times\frac{4}{4}=\frac{-16}{12}$

और $\frac{3}{4}=\frac{3\times3}{4\times3}=\frac{9}{12}$

अब $\frac{-16}{12}$ एवं $\frac{9}{12}$ सम हर वाली परिमेय संख्याएँ हैं। इनके अंश –16 व 9 के बीच का अंतर 25 है अतः उनके मध्य 24 परिमेय संख्याएँ होंगी–

$$\frac{-15}{12}, \frac{-14}{12}, \frac{-13}{12} \cdots\cdots \frac{-2}{12}, \frac{-1}{12}, \frac{0}{12}, \frac{1}{12}, \frac{2}{12} \cdots\cdots \frac{7}{12}, \frac{8}{12}$$

उपरोक्त में से कोई भी दस परिमेय संख्याएँ लिख सकते हैं।

यदि आपको $-\frac{4}{3}$ व $\frac{4}{3}$ के बीच 25 परिमेय संख्याएँ ज्ञात करनी हो तो आप क्या करेंगे ?

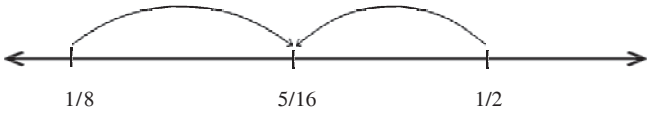
एक और तरीका –

उदाहरण 18. $\frac{1}{8}$ एवं $\frac{1}{2}$ के मध्य पाँच परिमेय संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

हल दोनों में से $\frac{1}{2}$ बड़ी है और $\frac{1}{8}$ छोटी है। अब दोनों संख्याओं को जोड़कर 2 से भाग दें तो जो संख्या मिलेगी इन दोनों के बीच की होगी।

$\frac{1}{8}$ व $\frac{1}{2}$ के मध्य पहली परिमेय संख्या $= \frac{\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{2}\right)}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1\times1}{8\times1}+\frac{1\times4}{2\times4}\right)$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{1+4}{8}\right) = \frac{5}{16}$



चित्र–18.5

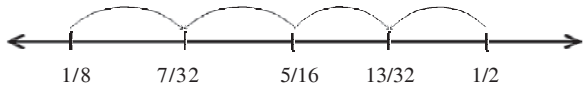
जैसे चित्र में दिखाया गया है, यह ठीक $\frac{1}{8}$ और $\frac{1}{2}$ के बीचों–बीच है।

अब शेष परिमेय संख्याएँ ज्ञात करने के लिए क्रमशः $\frac{1}{8}$ व $\frac{5}{16}$ के तथा $\frac{5}{16}$ व $\frac{1}{2}$ के मध्य दो परिमेय संख्याओं को ज्ञात करते हैं।

$\frac{1}{8}$ व $\frac{5}{16}$ के मध्य परिमेय संख्या

$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{8}+\frac{5}{16}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1\times2}{8\times2}+\frac{5\times1}{16\times1}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{2+5}{16}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{7}{16}\right) = \frac{7}{32}$

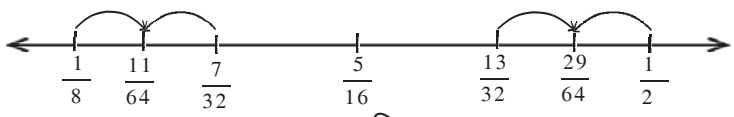
तथा $\frac{5}{16}$ व $\frac{1}{2}$ के मध्य परिमेय संख्या $= \frac{1}{2}\left(\frac{5}{16}+\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{5\times1}{16}+\frac{1\times8}{2\times8}\right)$



$= \frac{1}{2}\left(\frac{5+8}{16}\right) = \frac{13}{32}$

चित्र–18.6

अब $\frac{1}{8}$ व $\frac{7}{32}$ के मध्य परिमेय संख्या $= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{8}+\frac{7}{32}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1\times4}{8\times4}+\frac{7\times1}{32\times1}\right)$



$= \frac{1}{2}\left(\frac{4+7}{32}\right) = \frac{11}{64}$

चित्र–18.7

तथा $\frac{13}{32}$ व $\frac{1}{2}$ के मध्य परिमेय संख्या $= \frac{1}{2}\left(\frac{13}{32}+\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{13\times1}{32\times1}+\frac{1\times16}{2\times16}\right)$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{13}{32}+\frac{16}{32}\right) = \frac{29}{64}$

अतः $\frac{1}{8}$ व $\frac{1}{2}$ के मध्य पाँच परिमेय संख्याएँ निम्नलिखित हैः–

$$\frac{11}{64}, \frac{7}{32}, \frac{5}{16}, \frac{13}{32}, \frac{29}{64}$$

रजनी ने कहा– इसका तो यह अर्थ हुआ कि किन्हीं भी दो परिमेय संख्याओं के बीच कम से कम एक और परिमेय संख्या ढूंढ़ सकते हैं। राहुल ने कहा – यही नहीं, ऐसे ही करते जाएं तो जितनी चाहो उतनी संख्याएँ बीच में ढूंढ़ लो।

आप इसके बारे में क्या सोचते हैं ? आपस में चर्चा करके निष्कर्ष निकालिए।

उदाहरण 19. $\frac{-7}{3}$ एवं $\frac{5}{8}$ के मध्य तीन परिमेय संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

हल $\frac{-7}{3}$ व $\frac{5}{8}$ के मध्य परिमेय संख्या

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{-7}{3}+\frac{5}{8}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{-7\times8}{3\times8}+\frac{5\times3}{8\times3}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{-56+15}{24}\right) = \frac{-41}{48}$$

$\frac{-7}{3}$ व $\frac{-41}{48}$ के मध्य परिमेय संख्या

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{-7}{3}+\frac{-41}{48}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{-7\times16}{3\times16}+\frac{-41\times1}{48\times1}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{-112+(-41)}{48}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{-153}{48}\right) = \frac{-153}{96}$$

तथा $\frac{-41}{48}$ व $\frac{5}{8}$ के मध्य परिमेय संख्या

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{-41}{48}+\frac{5}{8}\right) \quad = \frac{1}{2}\left(\frac{-41\times1}{48\times1}+\frac{5\times6}{8\times6}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{-41+30}{48}\right)$$

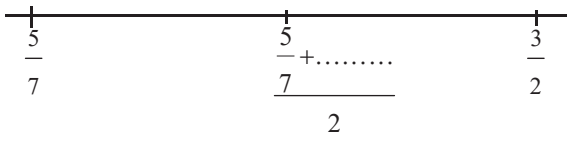
$$= \frac{1}{2}\left(-\frac{11}{48}\right) = \frac{-11}{96}$$

अतः $\frac{-7}{3}$ व $\frac{5}{8}$ के मध्य $\frac{-153}{96}, \frac{-41}{48}, \frac{-11}{96}$ तीन परिमेय संख्याएँ हैं।

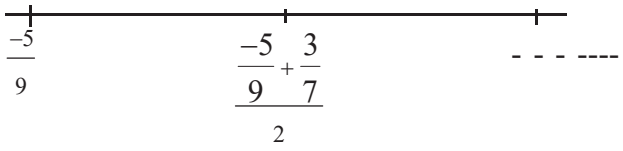
प्रश्नावली 18.5

1. नीचे दिए गए चित्र मे रिक्त स्थान की पूर्ति कीजिए ।

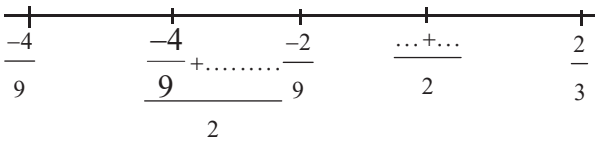
i)



ii)



iii)



2. किन्हीं दो परिमेय संख्याओं के बीच कितनी परिमेय संख्याएँ लिखी जा सकती है? समझा कर लिखिए।

3. संख्याओं $\frac{1}{3}$ एवं $\frac{1}{2}$ के बीच पांच और परिमेय संख्या लिखिए।

4. संख्याओं $\frac{1}{3}$ एवं $\frac{-2}{7}$ के मध्य चार परिमेय संख्याएँ लिखिए।

5. संख्याओं $\frac{-1}{6}$ एवं $\frac{3}{4}$ के मध्य छः परिमेय संख्याएँ लिखिए।

6. सत्य या असत्य लिखिए –

   i) संख्या $\frac{1}{10}$ संख्याओं $\frac{-1}{2}$ एवं $\frac{3}{5}$ के मध्य में स्थित है।

   ii) संख्याएँ $\frac{4}{5}$ एवं $\frac{6}{5}$ के मध्य कोई परिमेय संख्याएँ नहीं होगी।

   iii) संख्याएँ 3 एवं 7 के मध्य केवल तीन परिमेय संख्याएँ होंगी।

7. कुछ और सवाल बनाइए जिनमें परिमेय संख्याओं के बीच की संख्याएँ ढूंढ़नी हों। यह सवाल साथियों को करने दीजिए।

8. इस अध्याय में आपने परिमेय संख्याओं के बारे में क्या सीखा, अपने शब्दों में लिखें।

हमने सीखा (We have learnt)

1. यदि x और y परिमेय संख्याएँ हैं तो (i) $x + y$ भी एक परिमेय संख्या होगी।
(ii) $x \times y$ भी एक परिमेय संख्या होगी। (iii) $x - y$ भी एक परिमेय संख्या होगी।
(iv) $x \div y$ भी एक परिमेय संख्या होगी। (यदि y शून्य के बराबर न हो।)
2. यदि x और y दो परिमेय संख्याएँ हों तो
$x + y = y + x$
$x \times y = y \times x$
$x - y \neq y - x$ ($x = y$ को छोड़कर)
$x \div y \neq y \div x$ ($x = y$ को छोड़कर तथा $x \neq 0, y \neq 0$)
3. यदि x, y और z तीन परिमेय संख्याएँ हों तो
$(x + y) + z = x + (y + z)$
$(x \times y) \times z = x \times (y \times z)$
4. यदि x, y और z तीन परिमेय संख्याएँ हों तो
$x \times (y + z) = x \times y + x \times z$
$x \times (y - z) = x \times y - x \times z$
5. एक परिमेय संख्या x के लिए निम्न कथन सत्य हैं –
(i) $x + 0 = 0 + x = x$ (ii) $x - 0 = x$
(iii) $x \times 0 = 0 \times x = 0$ (iv) $x \times 1 = 1 \times x = x$
(v) $x \div 1 = x$
6. यदि $x = \frac{p}{q}$ एक शून्येत्तर परिमेय संख्या है तो x का गुणन प्रतिलोम $\frac{1}{x} = \frac{q}{p}$ भी एक परिमेय संख्या होगी।
7. दो परिमेय संख्याओं का योग करने के लिए उन्हें समान हर वाली संख्याओं में बदलकर जोड़ते हैं।
8. किसी परिमेय संख्या में दूसरी परिमेय संख्या का भाग वास्तव में पहली परिमेय संख्या से दूसरे परिमेय संख्या के गुणन प्रतिलोम के गुणनफल के बराबर होता है।

$\frac{x}{y} \div \frac{a}{b} = \frac{x}{y} \times (\frac{a}{b}$ का गुणात्मक प्रतिलोम) $= \frac{x}{y} \times \frac{b}{a}$

या

भाज्य ÷ भाजक = भाज्य × (भाजक का गुणात्मक प्रतिलोम)

9. दी गई दो परिमेय संख्याओं के बीच अनगिनत परिमेय संख्याएँ होती हैं।
10. दो समान हर वाली परिमेय संख्याओं के बीच में उनके अंशों के अंतर की संख्या से 1 कम परिमेय संख्या आसानी से प्राप्त की जा सकती है।