ସେଟ୍ (SET)

ଅଧ୍ୟାୟ 1

1.1 ଉପକ୍ରମଣିକା (Introduction) :

ବିଖ୍ୟାତ ଜର୍ମାନ ଗଣିତଜ୍ଞ **ଜର୍ଜ କ୍ୟାଣ୍ଟର (Georg Cantor),** (1845-1918) ହେଉଛନ୍ତି ସେଟ୍ ତତ୍ତ୍ୱ (Set Theory) ର ପ୍ରବର୍ତ୍ତକ । ସେଟ୍ ତତ୍ତ୍ୱ ଗଣିତକୁ ସରଳ ଓ ସୁନ୍ଦର କରିବାରେ ମୁଖ୍ୟ ଭୂମିକା ଗ୍ରହଣ କରିଛି । ଏହା ମାଧ୍ୟମରେ ଜଟିଳ ଗାଣିତିକ ତତ୍ତ୍ୱକୁ ସାବଲୀଳ ଢଙ୍ଗରେ ବିଶ୍ଳେଷଣ କରାଯାଇପାରୁଛି । ସେଟ୍ ତତ୍ତ୍ୱ ଗଣିତ ଶାସ୍ତ୍ରର ମୂଳଦୁଆକୁ ସୁଦୃଢ଼ କରିବା ସହ ଗଣିତର ବିଭିନ୍ନ ବିଭାଗଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ବନ୍ଧକୁ ଦୃଢ଼ୀଭୂତ କରିପାରିଛି ।

1.2 ସେଟ୍ ଓ ଏହାର ଉପାଦାନ (Set and its elements) :

ଆମେ ଅନେକ ସମୟରେ କଥା ପ୍ରସଙ୍ଗରେ ଚାବିନେନ୍ଥା, ଛାତ୍ରଦଳ, ଗୋରୁପଲ, ତାରକାପୁଞ୍ଜ, କ୍ରିକେଟ୍ ଟିମ୍ ଆଦି କହିଥାଉ । ଏଠାରେ ନେନ୍ଥା, ଦଳ, ପଲ, ପୁଞ୍ଜ, ଟିମ୍ ଆଦି ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଗୋଷ୍ଠୀ (collection) ବା ସମାହାର (aggregate) । ସେହିପରି ବାସନ ସେଟ୍ ଓ ସୋଫାସେଟ୍ କହିଲେ ଆମେ ଯଥାକ୍ରମେ ବାସନର ସମାହାର ଓ ସୋଫାର ସମାହାରକୁ ବୁଝିଥାଉ । ତେଣୁ ଯେକୌଣସି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ (well defined) ବସ୍ତୁମାନଙ୍କୁ ନେଇ ଏକ ସେଟ୍‌ର ପରିକଳ୍ପନା କରାଯାଏ । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ :

(i) ଓଡ଼ିଶାର ଜିଲ୍ଲାସମୂହ
(ii) ଇଂରାଜୀ ଭାଷାର ବର୍ଣ୍ଣମାଳା
(iii) ସପ୍ତାହର ଦିନଗୁଡ଼ିକ
(iv) ବାଘ, ଭାଲୁ, ସିଂହମାନଙ୍କ ଦଳ
(v) ସେଓ, ଅଙ୍ଗୁର, କମଳା, ନଡ଼ିଆ ଫଳସମୂହ
(vi) ଆଳୁ, ବାଇଗଣ, କଖାରୁ, କୋବି ପରିବାସମୂହ
(vii) ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାସମୂହ
(viii) ଯୁଗ୍ମସଂଖ୍ୟା 2,4,6,8.....ସମୂହ

ଏହି ସମାହାରକୁ ନେଇ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସେଟ୍‌ର ପରିକଳ୍ପନା କରାଯାଇ ପାରିବ ।

ଯେଉଁ ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକୁ ନେଇ ସେଟ୍‌ଟି ଗଠିତ, ସେଗୁଡ଼ିକୁ ସେଟ୍‌ର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ **ଉପାଦାନ (Element)** କୁହାଯାଏ । ଓଡ଼ିଶାର ଜିଲ୍ଲାସମୂହରେ ପୁରୀ, କଟକ, ବାଲେଶ୍ୱର, ସମ୍ବଲପୁର, ଫୁଲବାଣୀ ଆଦି ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଉପାଦାନ । ସେହିପରି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ସେଟ୍‌ର 1,2,3,.... ଆଦି ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଉପାଦାନ ।

ତୁମ ପାଇଁ କାମ
(i) ଇଂରାଜୀ ଭାଷାର ବର୍ଣ୍ଣମାଳାରେ ଥିବା ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖ ।
(ii) ଏକ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ଅଯୁଗ୍ମ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାସେଟ୍‌ର ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖ ।

ସେଟ୍ ଗଠନ କରିବା ସମୟରେ ଆମକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ ରଖିବାକୁ ହେବ ଯେ କୌଣସି ଦତ୍ତବସ୍ତୁ ଉକ୍ତ ସେଟ୍‌ର ଉପାଦାନ କି ନୁହେଁ, ତାହା ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଭାବରେ ସ୍ଥିରୀକୃତ କରାଯାଇ ପାରୁଥିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ 'ସୁନ୍ଦର ଫୁଲ' ମାନଙ୍କୁ ନେଇ ଏକ ସେଟ୍ ଗଠନ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ । କାରଣ ସୌନ୍ଦର୍ଯ୍ୟର ଏପରି କିଛି ମାପକାଠି ନାହିଁ, ଯାହା ଦ୍ୱାରା ଆମେ କେଉଁ ଫୁଲଟି ସୁନ୍ଦର ଓ କେଉଁ ଫୁଲଟି ସୁନ୍ଦର ନୁହେଁ, ତାହା ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ କହିପାରିବା । ସେହିପରି ''ବୃହତ୍ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା''ମାନଙ୍କୁ ନେଇ ଏକ ସେଟ୍ ଗଠନ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ । କାରଣ କେଉଁ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ବୃହତ୍, ତାହାର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଉପାୟ କହି ହେବ ନାହିଁ । ସୁତରାଂ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଭାବେ ସ୍ଥିରୀକୃତ ହୋଇ ନ ଥିବା ଉପାଦାନମାନଙ୍କୁ ନେଇ ସେଟ୍ ଗଠନ ଅସମ୍ଭବ ।

ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ – ମନେରଖ ଯେ ସେଟ୍ ଓ ଏହାର ଉପାଦାନର କୌଣସି ସଂଜ୍ଞା ନାହିଁ । ଏହି ଦୁଇଟି ପଦ ସଂଜ୍ଞା ବିହୀନ ଅଟନ୍ତି ।

ତୁମ ପାଇଁ କାମ (i) ପାଞ୍ଚଟି ବିଭିନ୍ନ ସେଟ୍‌ର ଉଦାହରଣ ଦେଇ, ସେମାନଙ୍କର ଉପାଦାନ ଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖ ।
(ii) ଦୁଇଟି ଉଦାହରଣ ଦିଅ, ଯାହାକୁ ନେଇ ସେଟ୍ ଗଠନ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ ।

1.3 ସସୀମ ଓ ଅସୀମ ସେଟ୍ (Finite and Infinite Sets) :

ଯଦି କୌଣସି ସେଟ୍‌ର ଉପାଦାନମାନଙ୍କୁ ଗୋଟି ଗୋଟି କରି ଗଣିଲେ, ଗଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ପରିସମାପ୍ତି ଘଟେ, ତେବେ ଉକ୍ତ ସେଟ୍‌ଟି ଏକ ସସୀମ ସେଟ୍ ଅଟେ; ଅନ୍ୟଥା ଉକ୍ତ ସେଟ୍‌କୁ ଅସୀମ ସେଟ୍ କୁହାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ଇଂରାଜୀ ଭାଷାର ବର୍ଣ୍ଣମାଳାମାନଙ୍କର ସେଟ୍, ଏକ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ସେଟ୍, ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସସୀମ ସେଟ୍; କିନ୍ତୁ ସମସ୍ତ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାର ସେଟ୍ ଗୋଟିଏ ଅସୀମ ସେଟ୍ ଅଟେ ।

ତୁମ ପାଇଁ କାମ : ଦୁଇଟି ସସୀମ ସେଟ୍ ଓ ଦୁଇଟି ଅସୀମ ସେଟ୍‌ର ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।

1.4 ସେଟ୍‌ର ଲିଖନ (Presentation of Sets) :

ସାଧାରଣତଃ ସେଟ୍‌ଗୁଡ଼ିକୁ ଇଂରାଜୀ ବର୍ଣ୍ଣମାଳାର ବଡ଼ ଅକ୍ଷର A,B,C,D... ଆଦି ଦ୍ୱାରା ନାମକରଣ କରାଯାଏ ଓ ସେଟ୍‌ର ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକୁ ଛୋଟ ଅକ୍ଷର a,b,c,d.. ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ । ଯଦି ସେଟ୍ A ର ଗୋଟିଏ ଉପାଦାନ 'a' ହୋଇଥାଏ, ତେବେ ଆମେ ଲେଖିବା **$a \in A$ ଏବଂ ଏହାକୁ 'a belongs to A' ବା 'a is an element of A'** ବୋଲି ପଢ଼ାଯାଏ । b, A ର ଏକ ଉପାଦାନ ହୋଇ ନ ଥିଲେ, **$b \notin A$** ଲେଖାଯାଏ । ଏହାକୁ **b, A ର ଉପାଦାନ ନୁହେଁ (b does not belong to A କିମ୍ବା b is not an element of A)** ବୋଲି ପଢ଼ାଯାଏ ।

ସେଟ୍ ଲେଖିବା ପାଇଁ ଦୁଇପ୍ରକାର ପଦ୍ଧତି ଅବଲମ୍ବନ କରାଯାଏ । ଯଥା:

(a) ତାଲିକା ପଦ୍ଧତି ବା ସାରଣୀ ପଦ୍ଧତି (Tabular or Roster method)

(b) ସୂତ୍ର ପଦ୍ଧତି ବା ସେଟ୍ ଗଠନକାରୀ ପଦ୍ଧତି (Formula or Set builder method)

(a) ତାଲିକା ପଦ୍ଧତି : ଏକ ଯୋଡ଼ା କୁଟୀଳ ବନ୍ଧନୀ { } ମଧ୍ୟରେ ଯେଉଁ ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକୁ ନେଇ ସେଟ୍‌ଟି ଗଠିତ, ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଗୋଟିକ ପରେ ଗୋଟିଏ ରଖାଯିବ ଓ ପ୍ରତି ଉପାଦାନ ପରେ (,) କମା ଦିଆଯିବ । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ, ଯଦି A ସେଟ୍ ସପ୍ତାହର ବାରମାନଙ୍କୁ ନେଇ ଗଠିତ, ତେବେ ତାଲିକା ପଦ୍ଧତିରେ ଏହାକୁ ନିମ୍ନମତେ ଲେଖାଯାଏ ।

A = {ସୋମବାର, ମଙ୍ଗଳବାର, ବୁଧବାର, ଗୁରୁବାର, ଶୁକ୍ରବାର, ଶନିବାର, ରବିବାର} । ଯଦି B ସେଟ୍‌ଟି ଏକ ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ଗଣନ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ସେଟ୍‌ହୁଏ, ତେବେ ତାଲିକା ପଦ୍ଧତିରେ ଲେଖିବା,

$B = \{1, 4, 9\}$

ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଯେ A ଓ B ଉଭୟ ସେଟ୍ ସସୀମ ସେଟ୍ ।

କିନ୍ତୁ ଆମେ ଯଦି ଏକ ଅସୀମ ସେଟ୍‌କୁ ତାଲିକା ପଦ୍ଧତିରେ ଲେଖିବା, ତେବେ ପ୍ରଥମେ ଏହାର ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକର ଅନୁକ୍ରମ (sequence) କୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକରି ଅତିକମ୍‌ରେ ତିନୋଟି ଉପାଦାନ ଲେଖି ଅବଶିଷ୍ଟ ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ କିଛି ବିନ୍ଦୁ ଦେଇଦେବା । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ :

ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ସେଟ୍ $\mathbf{N}=\{1,2,3,....\}$

ଏବଂ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ସେଟ୍ $\mathbf{Z}=\{0, \pm 1, \pm 2,.....\}$ ଅଥବା $\mathbf{Z}=\{....-2, -1, 0, 1, 2,.....\}$

ମନେରଖ : (i) କୌଣସି ସେଟ୍‌କୁ ତାଲିକା ପଦ୍ଧତିରେ ଲେଖିବା ବେଳେ ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକୁ ଯେ କୌଣସି କ୍ରମରେ ଲେଖିଲେ ମଧ୍ୟ ସେଟ୍‌ଟି ଅପରିବର୍ତ୍ତିତ ରହେ । ଯଥା :

$\{a, b, c\} = \{b, a, c\} = \{c, a, b\} = \{a, c, b\}$

(ii) ସେଟ୍‌ର ଉପାଦାନମାନଙ୍କୁ ଲେଖିଲା ବେଳେ ଯଦି କୌଣସି ଉପାଦାନ ଏକାଧିକ ବାର ଲେଖାଥାଏ, ତେବେ ସେହି ଉପାଦାନମାନଙ୍କୁ ସେଟ୍‌ରେ ଥରେ ମାତ୍ର ଲେଖାଯିବ । ଯଥା:

$\{1, 2, 3, 3, 2\} = \{1, 2, 3\}$

(b) ସୂତ୍ର ପଦ୍ଧତି :

କେତେକ ସେଟ୍ ଅଛନ୍ତି, ଯେଉଁମାନଙ୍କୁ ତାଲିକା ପଦ୍ଧତିରେ ଲେଖିବା ଅସମ୍ଭବ ବା ଅତ୍ୟନ୍ତ କଷ୍ଟସାଧ୍ୟ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ସମସ୍ତ ଭାରତୀୟମାନଙ୍କ ସେଟ୍‌କୁ ତାଲିକା ପଦ୍ଧତିରେ ଲେଖି ହେବ ନାହିଁ । ଏହିପରି ଅନେକ ଉଦାହରଣ ପାଇପାରିବା । ମାତ୍ର ଏ ସମସ୍ତ ସୂତ୍ର ପଦ୍ଧତିରେ ଲେଖି ପ୍ରକାଶ କରିବା ସହଜ ଅଟେ । ଏହି ପଦ୍ଧତିରେ ଯଦି ସମସ୍ତ ଭାରତୀୟଙ୍କ ସେଟ୍‌ଟି S ରୂପେ ସୂଚିତ, ତେବେ ସୂତ୍ର ପଦ୍ଧତିରେ ଲେଖିବା –

S = {x | x, ଜଣେ ଭାରତୀୟ }

କିମ୍ବା S = {x : x, ଜଣେ ଭାରତୀୟ}

ଏଠାରେ '|' କିମ୍ବା ':' କୁ **ଯେପରିକି (such that)** ବୋଲି ପଢ଼ାଯାଏ ଓ ବନ୍ଧନୀ ଅନ୍ତର୍ଗତ ଉକ୍ତିକୁ 'ସମସ୍ତ x ମାନଙ୍କର ସେଟ୍ ଯେପରିକି x ଜଣେ ଭାରତୀୟ' ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ମନେରଖ 'ଯେପରିକି' ପରେ ଥିବା ଉକ୍ତିଟି x ର ଏକ ଧର୍ମ ଅଟେ । ଏଠାରେ S ର ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ ସେହି ସମସ୍ତ ବ୍ୟକ୍ତି ଯେଉଁମାନେ ଭାରତୀୟ ଅଟନ୍ତି ।

ଏହି ପଦ୍ଧତିରେ ସମସ୍ତ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଓ ସମସ୍ତ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାର ସେଟ୍ N ଓ Z କୁ ସୂତ୍ର ପଦ୍ଧତିରେ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବା ।

N = {x | x ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା}

Z = {x | x ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା}

ପୁନଶ୍ଚ ତାଲିକା ପଦ୍ଧତିରେ ସେଟ୍ $P = \{2,4,6,8...\}$ ହେଲେ, ସୂତ୍ର ପଦ୍ଧତିରେ ସେଟ୍ $P = \{x \mid x = 2n, n \in \mathbf{N}\}$ ଲେଖାଯିବ । କାରଣ ସେଟ୍ Pର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉପାଦାନ ଧନାତ୍ମକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ ।

ଅପରପକ୍ଷେ ଯଦି ଏକ ସେଟ୍ $B=\{x \mid x = 2n, n \in \mathbf{N}, n \le 5\}$ କୁ ସୂତ୍ର ପଦ୍ଧତିରେ ଲେଖାଯାଇଥାଏ ତେବେ ଉକ୍ତ ସେଟ୍‌କୁ ତାଲିକା ପଦ୍ଧତିରେ $B = \{2,4,6,8,10\}$ ଭାବେ ଲାଖାଯିବ ।

ତୁମ ପାଇଁ କାମ

(i) ତାଲିକା ପଦ୍ଧତିରେ ଲେଖିପାରିବା କି ? (a) **N** ସେଟ୍ (b) **Z** ସେଟ୍

(ii) **N, Z** ଏବଂ **Q** ସେଟ୍‌ଗୁଡ଼ିକ ସସୀମ ନା ଅସୀମ ସେଟ୍ ?

(iii) ଉପରୋକ୍ତ ସେଟ୍‌ମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଏପରି ଏକ ସେଟ୍‌କୁ ବାଛ, ଯାହାକୁ ଉଭୟ ପଦ୍ଧତିରେ ଲେଖାଯାଇ ପାରିବ ।

ଉଦାହରଣ - 1 : ତାଲିକା ପଦ୍ଧତିରେ ପ୍ରକାଶିତ ନିମ୍ନଲିଖିତ ସେଟ୍‌ଗୁଡ଼ିକୁ ସୂତ୍ର ପଦ୍ଧତିରେ ଲେଖ ।

(i) $S = \{-1, 1\}$ (ii) $P = \{3, 6, 9, 12, 15\}$ ଏବଂ (iii) $T = \{-1, -2, -3, ...)$

ସମାଧାନ : (i) $S = \{x \mid x^2 = 1\}$ (ii) $P = \{x \mid x = 3n, n \in \mathbf{N}, n \le 5\}$ (iii) $T = \{-x \mid x \in \mathbf{N}\}$

ଉଦାହରଣ – 2 : ସୂତ୍ର ପଦ୍ଧତିରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ନିମ୍ନଲିଖିତ ସେଟ୍ ଗୁଡ଼ିକୁ ତାଲିକା ପଦ୍ଧତିରେ ଲେଖ ।

(i) $A = \{x \mid x \in \mathbf{N}, \ 5 \le x \le 10\}$ (ii) $B = \{x \mid x = 2n, n \in \mathbf{N}, x \le 5\}$

ଏବଂ (iii) $C = \{x \mid x = 3^n, n \in \mathbf{N}\}$

ସମାଧାନ :

(i) ଏଠାରେ A ର ଉପାଦନ ଗୁଡ଼ିକ 5 ଓ 10 ତଥା ଏମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ସମସ୍ତ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା । ସୁତରାଂ

$A = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

(ii) ଏଠାରେ B ସେଟ୍‌ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉପାଦାନ ଏକ ଯୁଗ୍ମ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଯାହାକି 5 ଠାରୁ ସାନ ।

$B = \{2, 4\}$

(iii) ଏଠାରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉପାଦନ 3^n , $n \in \mathbf{N}$ । ଅତଏବ ଉପାଦାନ ଗୁଡ଼ିକ 3, 9, 27, 81, ... ଇତ୍ୟାଦି ।

$\therefore C = \{3, 9, 27, 81, ...\}$ । ଏହି ସେଟ୍‌ଟି ଏକ ଅସୀମ ସେଟ୍ ।

ଉଦାହରଣ - 3 : ନିମ୍ନଲିଖିତ ସେଟ୍‌ଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ସସୀମ ସେଟ୍ ଗୁଡ଼ିକୁ ବାଛ ।

(i) $A = \{x \mid x^2 = 1\}$ (ii) $B = \{-x \mid x \in \mathbf{N}\}$

(iii) $C = \{x \mid x \in 2^n, n \in \mathbf{N}\}$ (iv) $D = \{x \mid x \in \mathbf{Z}, -5 < x < 5\}$

ସମାଧାନ : ତାଲିକା ପଦ୍ଧତିରେ ଲେଖିଲେ,

(i) $A = \{1, -1\}$ (ii) $B = \{-1, -2, -3, ...\}$

(iii) $C = \{2, 4, 8, 16, ...\}$ (iv) $D = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

ଏଥି ମଧ୍ୟରୁ A ଓ D ସସୀମ ସେଟ୍ ।

1.5 ଶୂନ୍ୟ ସେଟ୍ (Empty Set) :

ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଶୂନ 'O' ଯେପରି ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଭୂମିକା ଗ୍ରହଣ କରିଥାଏ, ଠିକ୍ ସେହିପରି ସେଟ୍‌ମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଶୂନ୍ୟ ସେଟ୍‌ର ଭୂମିକା ମଧ୍ୟ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ।

ସଂଜ୍ଞା: ଯେଉଁ ସେଟ୍‌ରେ କୌଣସି ଉପାଦାନ ନ ଥାଏ, ସେହି ସେଟ୍‌କୁ ଶୂନ୍ୟ ସେଟ୍ କୁହାଯାଏ । ଶୂନ୍ୟସେଟ୍‌କୁ ϕ ସଂକେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ । ϕ ର ଏକ ବିକଳ୍ପ ରୂପ { } ଅଟେ ।

ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ, (i) $A = \{x \mid x \neq x\} = \phi$ ଅର୍ଥାତ୍ A ସେଟ୍‌ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉପାଦାନ ନିଜ ସହ ସମାନ ନୁହେଁ । ତେଣୁ ଏହା ଏକ ଶୂନ୍ୟ ସେଟ୍ । କାରଣ ଏପରି କୌଣସି ବସ୍ତୁ ନାହିଁ, ଯାହାକି ନିଜ ସହ ସମାନ ନୁହେଁ ।

(ii) $B = \{x \mid x \in \mathbf{N} \ 1 < x < 2\} = \phi$

B ସେଟ୍‌ର ଉପାଦାନ 1 ଓ 2 ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା କିନ୍ତୁ 1 ଓ 2 ମଧ୍ୟରେ କୌଣସି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ନ ଥିବା ହେତୁ B ଏକ ଶୂନ୍ୟ ସେଟ୍ ।

1.6 ଉପସେଟ୍ (Subset) :

A ଓ B ସେଟ୍ ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଯଦି A ସେଟ୍‌ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉପାଦାନ B ସେଟ୍‌ର ଉପାଦାନ ହୋଇଥାଏ, ତେବେ ସେଟ୍ A କୁ ସେଟ୍ B ର ଏକ ଉପସେଟ୍ କୁହାଯାଏ (A is a subset of B) । ସଂକେତରେ ଏହାକୁ $A \subset B$ ଲେଖାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ, ମନେକର $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ତେବେ $A \subset B$

କାରଣ A ସେଟ୍‌ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉପାଦାନ B ସେଟ୍‌ରେ ଅଛି ।

A, B ର ଏକ ଉପସେଟ୍ ହୋଇଥିଲେ, B କୁ A ର **ଅଧିସେଟ୍ (superset)** କୁହାଯାଏ । ସଂକେତରେ ଏହାକୁ $B \supset A$ ଲେଖାଯାଏ ।

ମନେରଖ : (i) ପ୍ରତ୍ୟେକ ସେଟ୍ ନିଜର ଉପସେଟ୍ ଅଟେ ଅର୍ଥାତ୍,

ଯଦି A ଏକ ସେଟ୍, ତେବେ $A \subset A$ । ସେହିପରି $\phi \subset \phi$ ।

କାରଣ A ସେଟ୍‌ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉପାଦାନ ସେହି ସେଟ୍ A ର ମଧ୍ୟ ଏକ ଉପାଦାନ ।

(ii) ଶୂନ୍ୟ ସେଟ୍‌ରେ କୌଣସି ଉପାଦାନ ନ ଥିବା ହେତୁ ତାହା ଯେକୌଣସି ସେଟ୍‌ର ଏକ ଉପସେଟ୍

ଅର୍ଥାତ୍, ଯଦି S ଗୋଟିଏ ସେଟ୍, ତେବେ $\phi \subset S$ ।

ତୁମ ପାଇଁ କାମ

(i) ଦୁଇଟି ଶୂନ୍ୟ ସେଟ୍‌ର ଉଦାହରଣ ଦିଅ । (ଆଲୋଚିତ ଉଦାହରଣ ବ୍ୟତୀତ)

1.7 ସେଟ୍ ପ୍ରକ୍ରିୟା (Set Operations) :

ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯୋଗ, ବିୟୋଗ, ଗୁଣନ ଯେପରି ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ପ୍ରକ୍ରିୟା, ଠିକ୍ ସେହିପରି ସେଟ୍‌ମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସଂଯୋଗ, ଛେଦ ଓ ଅନ୍ତର ମଧ୍ୟ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ପ୍ରକ୍ରିୟା । ଆମେ ଏଠାରେ ସେଟ୍ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଏହି ପ୍ରକ୍ରିୟାଗୁଡ଼ିକ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

(a) ସଂଯୋଗ (Union) :

A ଓ B ସେଟ୍‌ଦ୍ୱୟରେ ଥିବା ସମସ୍ତ ଉପାଦାନକୁ ନେଇ ଗଠିତ ସେଟ୍‌କୁ A ଓ B ର ସଂଯୋଗ କୁହାଯାଏ ଏବଂ ଏହା $A \cup B$ ସଂକେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହୁଏ । $A \cup B$ ମଧ୍ୟ ଏକ ସେଟ୍ ।

ସୂତ୍ର ପ୍ରଣାଳୀରେ ଲେଖିବା : $A \cup B = \{x \mid x \in A$ ବା $x \in B\}$ ।

ଏଠାରେ **$x \in A$ ବା $x \in B$ ର ଅର୍ଥ ହେଉଛି x ଉପାଦାନଟି A କିମ୍ବା B କିମ୍ବା ଉଭୟ A ଓ B ର ଉପାଦାନ ଅଟେ ।** ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ

ଯଦି $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$, ତେବେ $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

ପୁନଶ୍ଚ $S = \{a, b, c\}$, $T = \{b, c\}$, ତେବେ $S \cup T = \{a, b, c\}$

(b) ଛେଦ (Intersection) :

A ଓ B ସେଟ୍ ଦ୍ୱୟରେ ଥିବା ଉପାଦାନମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଯେଉଁ ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକ ଉଭୟ A ଓ B ସେଟ୍‌ର ଉପାଦାନ ହୋଇଥିବେ, ସେହିମାନଙ୍କୁ ନେଇ ଗଠିତ ସେଟ୍‌କୁ A ଓ B ର ଛେଦ କୁହାଯାଏ ଏବଂ ଏହା $A \cap B$ ସଂକେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହୁଏ ।

ସୂତ୍ର ପ୍ରଣାଳୀରେ $A \cap B = \{x \mid x \in A$ ଏବଂ $x \in B\}$

ଏଠାରେ **$x \in A$ ଏବଂ $x \in B$ ର ଅର୍ଥ ହେଉଛି, A ଓ B ଉଭୟ ସେଟ୍‌ର x ହେଉଛି ଏକ ସାଧାରଣ ଉପାଦାନ (Common element)** । ଦତ୍ତ ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ମନେକର A= {1, 2, 3}, B = {1, 3, 5}, ତେବେ $A \cap B = \{1, 3\}$

ସେହିପରି S = {a,b,c}, T = {p, q, r}, ତେବେ $S \cap T = \phi$ ଅଥବା $S \cap T = \{\ \}$

କାରଣ S ଓ T ଉଭୟ ସେଟ୍‌ରେ କୌଣସି ସାଧାରଣ ଉପାଦାନ ନାହିଁ । ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ S ଓ T ସେଟ୍ ଦ୍ୱୟକୁ **ଅଣଛେଦୀ ସେଟ୍ (Disjoint sets ବା Non-intersecting sets)** ବୋଲି କହିବା ।

(c) ଅନ୍ତର (Difference) :

ଯଦି A ଓ B ଦୁଇଟି ସେଟ୍, ତେବେ A ସେଟ୍‌ର ଯେଉଁ ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକ B ସେଟ୍‌ରେ ନାହାନ୍ତି, ସେମାନଙ୍କୁ ନେଇ ଗଠିତ ସେଟ୍‌କୁ A ଅନ୍ତର B ସେଟ୍ କୁହାଯାଏ ଏବଂ ଏହା A – B ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହୁଏ ।

ସୂତ୍ର ପ୍ରଣାଳୀରେ $A - B = \{x \mid x \in A$ ଏବଂ $x \notin B\}$ । ସେହିପରି $B - A = \{x \in B$ ଏବଂ $x \notin A\}$ ।

ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ, ମନେକର A = {1, 2, 3, 4} , B = {3, 4}, ତେବେ A –B = {1, 2} ଏବଂ $B - A = \phi$

ତୁମ ପାଇଁ କାମ

1. ମନେକର A = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, B = {2, 4, 6}

   ତେବେ $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$ ଏବଂ $B - A$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

2. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର:

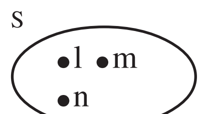
$A \cup A$ = ...,	$A \cap A$ = ...,	$A - A$ = ...
$A \cup \phi$ = ...,	$A \cap \phi$ = ...,	$A - \phi$ = ...

1.8 ଭେନ୍‌ଚିତ୍ର (Venn Diagram) :

ସେଟ୍, ଉପସେଟ୍ ଓ ସେଟ୍ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ସହଜରେ ବୁଝିବା ପାଇଁ ଆମେ ସେଟ୍ ତତ୍ତ୍ୱରେ ଚିତ୍ରର ସାହାଯ୍ୟ ନେଇଥାଉ । ଏହାକୁ **ଭେନ୍‌ଚିତ୍ର** କୁହାଯାଏ । ପ୍ରଥମେ ଏହି ଚିତ୍ରର ଧାରଣା ଦେଇଥିଲେ ବିଶିଷ୍ଟ ଇଂରେଜ ତର୍କ ଶାସ୍ତ୍ରବିତ୍ **ଜନ୍ ଭେନ୍ (John Venn) (1834 - 1883)** । ଚିତ୍ରରେ ସେଟ୍‌ମାନଙ୍କୁ ଆବଦ୍ଧ କ୍ଷେତ୍ର ବା ବୃତ୍ତାକାର କ୍ଷେତ୍ର ଦ୍ୱାରା ସୂଚାଯାଇଥାଏ । ଆବଦ୍ଧ କ୍ଷେତ୍ରର ଅନ୍ତର୍ଦେଶରେ ସେଟ୍‌ର ଉପାଦାନଗୁଡ଼ିକ ଥିବାର ଧାରଣା କରାଯାଏ ।

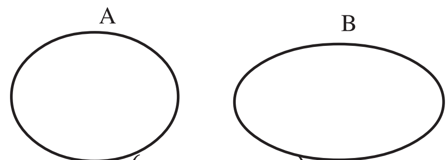
ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ

(i) S = {l, m, n} ସେଟ୍‌ର ଭେନ୍‌ଚିତ୍ର ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଦର୍ଶାଯାଇଅଛି ।

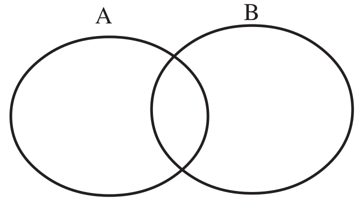


S = {l, m, n} (ଚିତ୍ର 1.1)

(ii) ଯଦି ଦୁଇଟି ସେଟ୍ A ଓ B ପରସ୍ପର ଅଣଛେଦୀ ହୋଇଥାନ୍ତି, ତେବେ ଏହାର ଭେନ୍‌ଚିତ୍ରକୁ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।

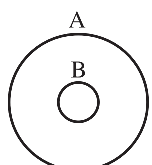


(ଅଣଛେଦୀ ସେଟ୍)
(ଚିତ୍ର 1.2) $A \cap B = \phi$



(ପରସ୍ପରଛେଦୀ ସେଟ୍)
(ଚିତ୍ର 1.3(a))

ଯଦି A ସେଟ୍‌ର କିଛି ଉପାଦାନ B ସେଟ୍‌ରେ ଥାଆନ୍ତି, ତେବେ ଏହାର ଭେନ୍‌ଚିତ୍ରକୁ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।

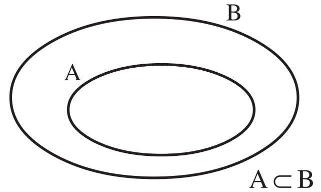


(ଚିତ୍ର 1.3(b))

$B \subset A$ (b) (B, A ର ଏକ ଉପସେଟ୍)

(iii) ଦୁଇଟି ସେଟ୍ A ଓ B ମଧ୍ୟରୁ ଯଦି $A \subset B$ ହୋଇଥାଏ,

ତେବେ ଉକ୍ତ ଭେନ୍‌ଚିତ୍ରକୁ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।



$A \subset B$
(ଚିତ୍ର 1.4)

ପୂର୍ବ ବର୍ଣ୍ଣିତ ସେଟ୍ ପ୍ରକ୍ରିୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଭେନ୍ ଚିତ୍ର ଦ୍ୱାରା ଦର୍ଶାଇ ପାରିବା ।

ଉଦାହରଣ –4 :

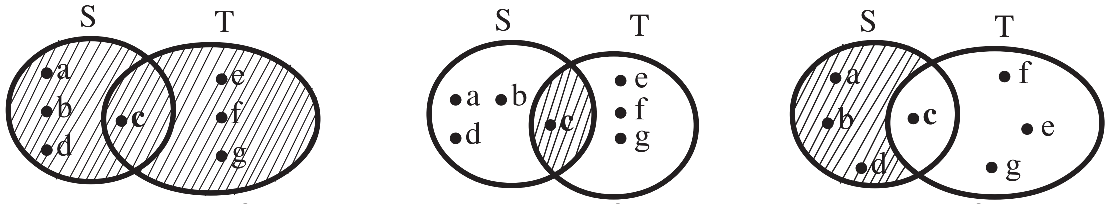
ଯଦି $S = \{a, b, c, d\}$ ଓ $T = \{c, e, f, g\}$ ହୁଏ,

ତେବେ $S \cup T$, $S \cap T$ ଓ $S - T$ ନିର୍ଣ୍ଣୟକରି ପ୍ରତ୍ୟେକର ଭେନ୍‌ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ।

(a) $S \cup T = \{a, b, c, d\} \cup \{c, e, f, g\} = \{a, b, c, d, e, f, g\}$

(b) $S \cap T = \{a, b, c, d\} \cap \{c, e, f, g\} = \{c\}$

(c) $S - T = \{a, b, c, d\} - \{c, e, f, g\} = \{a, b, d\}$



$(S \cup T)$ ରେଖାଙ୍କିତ (a) $(S \cap T)$ ରେଖାଙ୍କିତ (b) $(S - T)$ ରେଖାଙ୍କିତ (c)

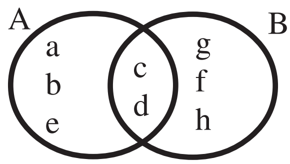
(ଚିତ୍ର 1.5)

ଉଦାହରଣ –5 : ଦତ୍ତ ଭେନ୍ ଚିତ୍ରରୁ $A \cup B$, $A \cap B$ ଓ $A - B$ କୁ ତାଲିକା ପ୍ରଣାଳୀରେ ଲେଖ ।

ସମାଧାନ : $A \cup B = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$,

$A \cap B = \{c, d\}$

$A - B = \{a, b, e\}$



(ଚିତ୍ର 1.6)

ଅନୁଶୀଳନୀ – 1

1. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ହେଲେ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ୍ ଉକ୍ତି ଲାଗି T ଓ ଭୁଲ ଉକ୍ତି ଲାଗି F ଲେଖ ।

(i) $3 \in A$ (ii) $5 \in A$ (iii) $4 \notin A$

(iv) $7 \notin A$ (v) $\{3\} \in A$ (vi) $\{3\} \subset A$

(vii) $3 \subset A$ (viii) $\{3, 4\} \in A$ (ix) $\{3, 4\} \subset A$

(x) $\{1, 2, 3, 4\} \in A$ (xi) $\{1, 2, 3, 4\} \subset A$

2. $\subset, \supset, =, \in, \notin$ ସଙ୍କେତମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଉପଯୁକ୍ତ ସଂକେତ ବାଛି ନିମ୍ନସ୍ଥ ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ଗୁଡ଼ିକ ପୂରଣ କର ।

(i) a .... {a, b, c} (ii) {a} ..... {a, b , c} (iii) {c, a, b} .... {a, b, c}

(iv) d .... {a, b , c} (v) {b, c} ..... {a, c , b} (vi) (a, b, c} ...... {a, b}

3. ନିମ୍ନଲିଖିତ ସେଟ୍‌ମାନଙ୍କୁ ତାଲିକା ପଦ୍ଧତିରେ ଲେଖ ।

(i) $\{x \mid x \in \mathbf{N}$ ଓ $1 < x < 10\}$ (ii) $\{2n \mid n \in \mathbf{N}$ ଓ $n \leq 4\}$

(iii) {n | n ଏକ ଯୁଗ୍ମ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା} (iv) {x | x ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା, $x \in \mathbf{N}$ ଓ $x < 10$}

(v) {x | x ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା–$5 \leq x < 4$} (vi) {x | x ଏକ ସପ୍ତାହର ଗୋଟିଏ ଦିନ}

(vii) {x | x ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା, $2 < x < 3$} (viii) $\{x \mid x = 2^n$ $n \in \mathbf{N}$ ଏବଂ $5 \leq x \leq 27\}$

4. ନିମ୍ନଲିଖିତ ସେଟ୍‌ମାନଙ୍କୁ ସୂତ୍ର ପଦ୍ଧତିରେ ଲେଖ ।

(i) $\{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ (ii) $\{a, e, i, o, u\}$ (iii) $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

(iv) $\{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ (v) $\{2, 4, 6, 8, 10....\}$ (vi) $\{3, 6, 9, 12, 15\}$

(vii) $\{5, 25, 125, 625\}$ (viii) $\{a, b, c, ...z\}$ (ix) $\{2, 4, 8, 16, 32...\}$

5. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଶବ୍ଦମାନଙ୍କର ବ୍ୟବହୃତ ଅକ୍ଷରମାନଙ୍କର ସେଟ୍ ଲେଖ ।

(i) mathematics (ii) arithmetic

(iii) programme (iv) committee

6. ଯଦି $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ଏବଂ $B = \{2, 4, 6, 8\}$ ହୁଏ, ତେବେ $A \cup B$ ଓ $A \cap B$ କୁ ତାଲିକା ପ୍ରଣାଳୀରେ ଲେଖ ।

7. ଯଦି $\{x \mid x \in N$ ଏବଂ $1 < x \leq 6\}$ ଏବଂ $B = \{x \mid x \in N$ ଏବଂ $4 < x \leq 10\}$ ହେଲେ, $A \cup B$ ଏବଂ $A \cap B$ କୁ ତାଲିକା ପ୍ରଣାଳୀରେ ଲେଖ ।

8. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ଏବଂ $B = \{2, 3, 5\}$ ଏବଂ $C = \{2, 4, 6\}$ ହେଲେ, ନିମ୍ନୋକ୍ତ ସେଟ୍ ଗୁଡ଼ିକୁ ତାଲିକା ପଦ୍ଧତିରେ ଲେଖ ।

(i) $A \cup B$ (ii) $A \cap C$ (iii) $B \cap C$ (iv) $A \cup C$ (v) $B \cup C$ (vi) $A \cap B$

9. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଭେନ୍‌ଚିତ୍ରରୁ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

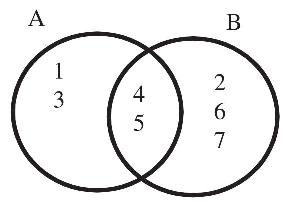
(i) ସେଟ୍ A ଓ ସେଟ୍ B କୁ ତାଲିକା ପଦ୍ଧତିରେ ଲେଖ ।

(ii) $A \cap B$ କୁ ତାଲିକା ପଦ୍ଧତିରେ ଲେଖ ।

(iii) $A \cup B$ କୁ ତାଲିକା ପଦ୍ଧତିରେ ଲେଖ ।

(iv) $A - B$ କୁ ତାଲିକା ପଦ୍ଧତିରେ ଲେଖ ।

(v) $B - A$ କୁ ତାଲିକା ପଦ୍ଧତିରେ ଲେଖ ।



(ଚିତ୍ର 1.7)

10. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଭେନ୍ ଚିତ୍ରରୁ ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

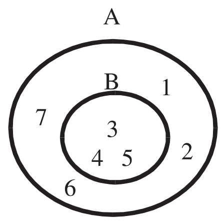
(i) ସେଟ୍ A ଓ B ସେଟ୍‌କୁ ତାଲିକା ପଦ୍ଧତିରେ ଲେଖ ।

(ii) $A \cap B$ କୁ ତାଲିକା ପଦ୍ଧତିରେ ଲେଖ ।

(iii) $A \cup B$ କୁ ତାଲିକା ପଦ୍ଧତିରେ ଲେଖ ।

(iv) $A \cup \phi$ କୁ ତାଲିକା ପଦ୍ଧତିରେ ଲେଖ ।

(v) $A \cap \phi$ କୁ ତାଲିକା ପଦ୍ଧତିରେ ଲେଖ ।



(ଚିତ୍ର 1.8)

11. $A = \{a, b, c, d\}$ $B = \{c, d, e, f\}$ ହେଲେ

(a) $A - B$ ଓ $B - A$ ସେଟ୍ ଗୁଡ଼ିକୁ ତାଲିକା ପଦ୍ଧତିରେ ଲେଖ ।

(b) $(A - B) \cup (B - A)$ ସେଟ୍‌କୁ ତାଲିକା ପଦ୍ଧତିରେ ଲେଖ ।

(c) $(A - B) \cap (B - A)$ ସେଟ୍‌କୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

*****