

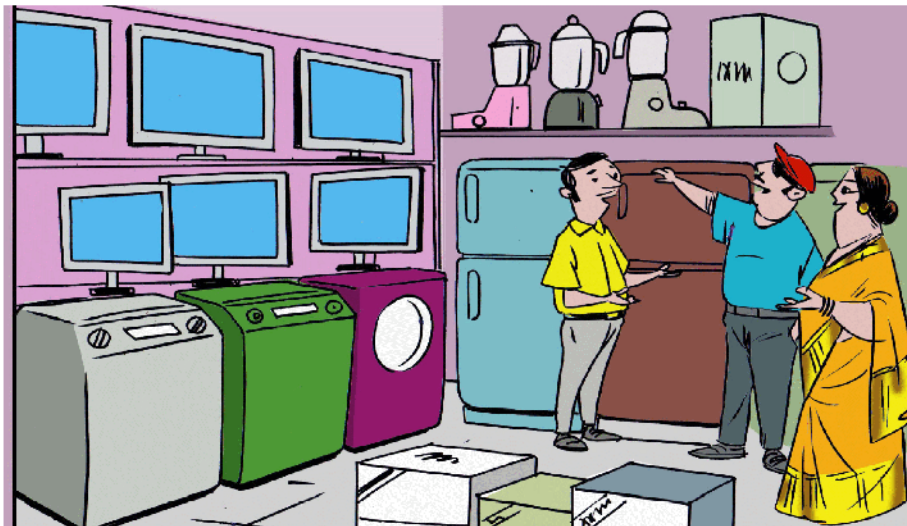


3 വർഗീകരണവും പട്ടികയാക്കലും (Classification and Tabulation)

ആമുഖം

ഒരു ഗവേഷണ പഠനത്തിനാവശ്യമായ ഡാറ്റ, സ്രോതസ്സുകളിൽ നിന്നും ശേഖരിക്കുവാനുള്ള വിവിധ ഉപാധികളെക്കുറിച്ചാണ് കഴിഞ്ഞ അധ്യായത്തിൽ ചർച്ച ചെയ്തത്. ശേഖരിക്കപ്പെടുന്ന വിവരങ്ങൾ ചോദ്യാവലിയിലോ ഷെഡ്യൂളുകളിലോ ആണ് രേഖപ്പെടുത്തുന്നത്. ഇവയെ അസംസ്കൃത ഡാറ്റ (raw data) എന്നു പറയുന്നു. അസംസ്കൃത ഡാറ്റ ഉപയോഗിച്ച് നേരിട്ട് നിഗമനങ്ങളിലേക്ക് എത്താനോ അഭിപ്രായങ്ങൾ രൂപീകരിക്കുവാനോ സാധ്യമല്ല. അതുകൊണ്ട് തന്നെ അസംസ്കൃത ഡാറ്റയെ സമഗ്രവും സമ്പൂർണ്ണവുമായ ഒരു സ്റ്റാറ്റിസ്റ്റിക്കൽ അപഗ്രഥനത്തിന് പര്യാപ്തമാക്കുവിധം ഭംഗിയായും ക്രമാനുഗതമായും അവതരിപ്പിക്കേണ്ടതുണ്ട്.

ഒരു ഹൈപ്പർമാർക്കറ്റിൽ അനവധി ഉൽപ്പന്നങ്ങൾ ഉണ്ടാകുമെങ്കിലും നമുക്കാവശ്യമുള്ള വസ്തുക്കൾ തെരഞ്ഞെടുക്കാൻ താരതമ്യേന എളുപ്പമാണ്. ഒരേ ഇനത്തിൽപ്പെട്ട ഉൽപ്പന്നങ്ങൾ പ്രത്യേകം പ്രത്യേകം ഇടങ്ങളിൽ അടുത്തടുത്തായി ക്രമീകരിക്കപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു എന്നതാണ് ഇതിന് കാരണം. കൃത്യമായ ആസൂത്രണത്തോടു കൂടി ഉൽപ്പന്നങ്ങൾ ഭംഗിയിലും അടുക്കും ചിട്ടയിലും പ്രദർശിപ്പിച്ചിട്ടില്ലെങ്കിൽ ഏതെങ്കിലും ഒരു വസ്തുവിനെ കണ്ടെത്തുക എന്നത് പ്രയാസമാണ്. അസംസ്കൃത ഡാറ്റയെ ശാസ്ത്രീയമായും വ്യവസ്ഥാപിതമായും ക്രമപ്പെടുത്തിയാൽ മാത്രമേ തുടർന്നുള്ള പഠനങ്ങൾക്ക് ലളിതമായും കാര്യക്ഷമമായും ഉപയോഗപ്പെടുത്താൻ സാധിക്കുകയുള്ളൂ. സ്റ്റാറ്റിസ്റ്റിക്കൽ അപഗ്രഥനത്തിന് ഉതകുന്നവിധം അസംസ്കൃത ഡാറ്റയെ ശാസ്ത്രീയമായും വ്യവസ്ഥാപിതമായും ക്രമീകരിക്കുന്ന പ്രക്രിയയെ വർഗീകരണം (classification) എന്നു പറയുന്നു.



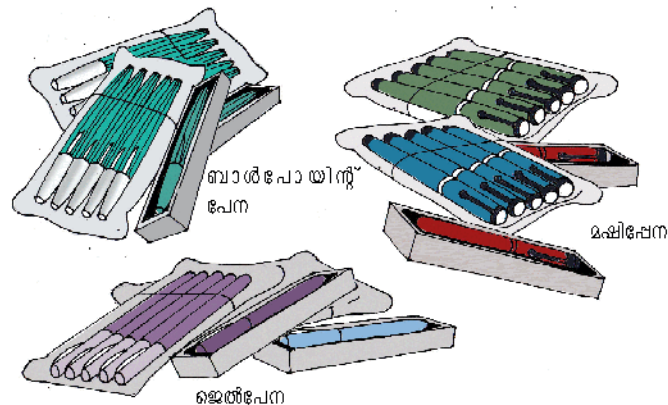
സവിശേഷമായ സ്വഭാവങ്ങൾക്കനുസരിച്ച് വ്യത്യസ്തമായ ഗ്രൂപ്പുകളായി ഡാറ്റയെ ക്രമപ്പെടുത്തുന്ന പ്രക്രിയയാണ് വർഗീകരണം (Classification).

3.1. വിവിധതരം വർഗീകരണങ്ങൾ (Types of Classification)

ചില ഇലക്ട്രോണിക്സ് ഹൈപ്പർ മാർക്കറ്റുകളിൽ ടിവി, ഫ്രിഡ്ജ്, എ.സി., ഗ്രൈൻഡർ, വാഷിങ് മെഷീൻ തുടങ്ങിയ ഉപകരണങ്ങൾ പ്രത്യേകം പ്രത്യേകം ഇടങ്ങളിൽ പ്രദർശിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നത് കാണാം. മറ്റു ചില ഷോറൂമുകളിലാവട്ടെ വിവിധ കമ്പനികളുടെ ഉൽപ്പന്നങ്ങൾ വിവിധ ഇടങ്ങളിലായിരിക്കും സൂക്ഷിച്ചിരിക്കുന്നത്. രണ്ട് കടകളിലും വർഗീകരണത്തിന് രണ്ട് മാനദണ്ഡങ്ങളാണ് പരിഗണിച്ചിരിക്കുന്നത്. ഇതേപോലെ ദത്തങ്ങളുടെ വർഗീകരണത്തിലും വിവിധ മാനദണ്ഡങ്ങൾ പരിഗണിക്കാറുണ്ട്.

വിവിധതരം പേനകളുടെ വിപണനം നടത്തുന്ന ഒരു മൊത്തവ്യാപാര സഹപനത്തിൽ നിങ്ങൾ നിയമിതനായി എന്ന് കരുതുക. അവിടെ കുറേ പേനകൾ ഒരു പെട്ടിയിൽ സൂക്ഷിച്ചിട്ടുണ്ട്. അതിൽ ഒരു പേന മാത്രമുള്ള പാക്കറ്റുകളും അഞ്ചെണ്ണം വീതമുള്ള പാക്കറ്റുകളും ഉണ്ട്. ചിലത് ബാൾപോയിന്റ് പേനയാണ്, ചിലത് ജെൽപേനകളാണ് മറ്റു ചിലത് മഷിപ്പേനകളാണ്. ഇന്ത്യ, തായ്‌ലാന്റ്, ചൈന, ജപ്പാൻ എന്നീ വിവിധ രാജ്യങ്ങളിൽ നിർമ്മിച്ച പേനകൾ എല്ലാ വിഭാഗങ്ങളിലുമായി ഉണ്ട്. പേനകൾ പെട്ടിയിലാക്കിയിരിക്കുന്നത് ഫെബ്രുവരി മുതൽ ജൂൺ വരെയുള്ള വിവിധ മാസങ്ങളിൽ ആണ്. സഹപന മാനേജർ പേനകൾ തരംതിരിക്കാൻ ആവശ്യപ്പെട്ടു എന്ന് കരുതുക. നിങ്ങൾ ഇത് എങ്ങനെ ചെയ്യും?

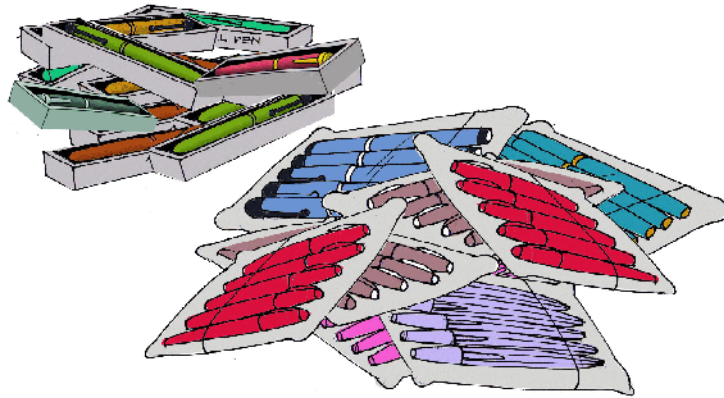
പേനകളുടെ സ്വഭാവത്തിനനുസരിച്ച് വിവിധ ഗ്രൂപ്പുകളായി തരംതിരിക്കാൻ സാധിക്കുമല്ലോ. ഉദാഹരണത്തിന് ബാൾപോയിന്റ് പേനകൾ, ജെൽ പേനകൾ, മഷിപ്പേനകൾ എന്നിങ്ങനെ വ്യത്യസ്ത ഗ്രൂപ്പുകളായി തരംതിരിക്കാം. ഇവിടെ വർഗീകരണത്തിനായി പേനകളുടെ ഒരു സ്വഭാവ ഗുണമാണല്ലോ (Quality) പരിഗണിച്ചിരിക്കുന്നത്. അതിനാൽ



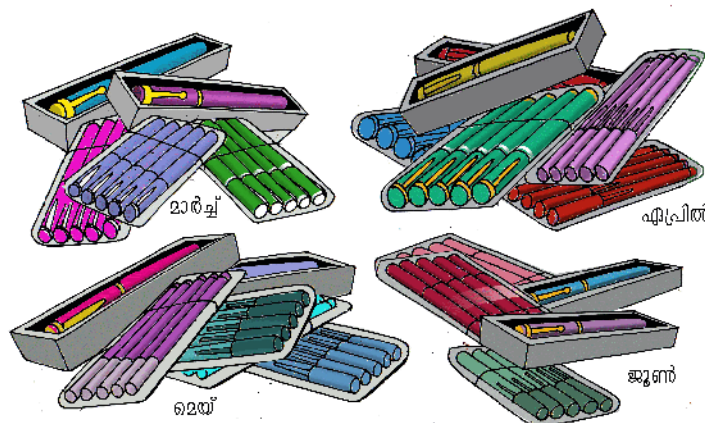
ഇത്തരം വർഗീകരണങ്ങളെ ഗുണാത്മക വർഗീകരണം (Qualitative classification) എന്ന് പറയുന്നു.

നിറം, വിദ്യാഭ്യാസ യോഗ്യത, മതവിശ്വാസം, ലിംഗവ്യത്യാസം തുടങ്ങി കൂടുതലായി അളന്ന് തിട്ടപ്പെടുത്താൻ സാധിക്കാത്ത ഡാറ്റയുടെ സ്വഭാവഗുണങ്ങളെ അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തിയുള്ള വർഗീകരണത്തെ ഗുണാത്മക വർഗീകരണം (Qualitative classification) എന്ന് പറയുന്നു.

അഞ്ച് പേനകളുടെ പായ്കറ്റുകൾ ഒരു വിഭാഗമായും ഒരുപേന മാത്രമുള്ളത് മറ്റൊരു വിഭാഗമായും തരംതിരിക്കുകയാണെങ്കിൽ നമുക്ക് മുകളിലത്തേതിൽ നിന്ന് വിഭിന്നമായ രണ്ട് ഗ്രൂപ്പുകളാണല്ലോ ലഭിക്കുക. ഇവിടെ പരിഗണിക്കപ്പെട്ടിട്ടുള്ളത് പേനകളുടെ എണ്ണം എന്ന ഒരു അളവാണ്. അതുകൊണ്ടു തന്നെ ഇത്തരം വർഗ്ഗീകരണങ്ങളെ ഗണാത്മക വർഗ്ഗീകരണം (Quantitative classification) എന്നു വിളിക്കുന്നു.



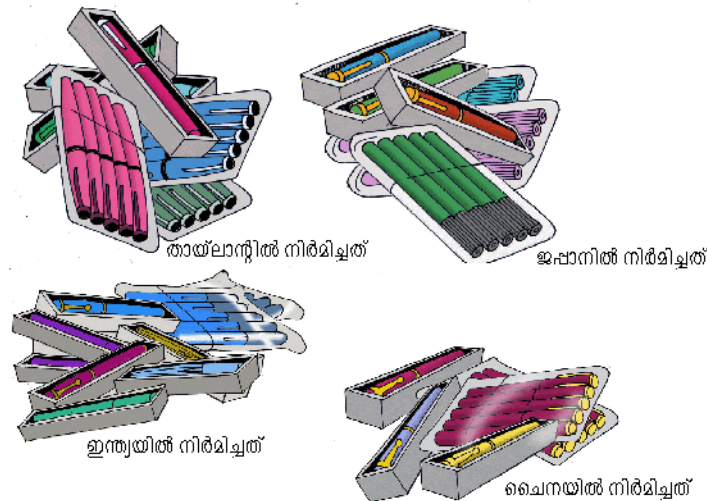
ഉയരം, ഭാരം, എണ്ണം, പരപ്പളവ് തുടങ്ങി അളന്ന് തിട്ടപ്പെടുത്താൻ സാധിക്കുന്ന വസ്തുതകളെ അടിസ്ഥാനമാക്കി നടത്തുന്ന വർഗ്ഗീകരണത്തെ ഗണാത്മക വർഗ്ഗീകരണം (Quantitative classification) എന്നു പറയുന്നു.



പേനകൾ പായ്ക്കറ്റിലാക്കിയ മാസങ്ങളുടെ അടിസ്ഥാനത്താൽ വേണമെങ്കിലും അവയെ തരംതിരിക്കാം. അപ്പോൾ നമുക്ക് ലഭിക്കുന്നത് മറ്റൊരുതരം വർഗ്ഗീകരണമാണ്. ഇവിടെ പരിഗണിച്ചിരിക്കുന്നത് കാലഗണനയാണ്. അതുകൊണ്ടു തന്നെ ഇത്തരം വർഗ്ഗീകരണങ്ങൾ കാലാനുസൃത വർഗ്ഗീകരണം (Chronological Classification) എന്ന് അറിയപ്പെടുന്നു.

വർഷം, മാസം, ദിവസം, മണിക്കൂർ തുടങ്ങിയ സമയബന്ധിതമായ പരങ്ങളെ അടിസ്ഥാനമാക്കി ഡാറ്റയെ വർഗ്ഗീകരിക്കുന്ന രീതിയെ കാലാനുസൃത വർഗ്ഗീകരണം (Chronological Classification) എന്നു പറയുന്നു.

പേനകൾ നിർമ്മിച്ചിരിക്കുന്ന രാജ്യങ്ങളുടെ അടിസ്ഥാനത്തിലാണ് അവയെ വർഗീകരിക്കുന്നതെങ്കിൽ നമുക്ക് അവയെ നാല് വിഭാഗങ്ങളാക്കാൻ സാധിക്കുന്നു. ഡാറ്റയെ ഭൂമിശാസ്ത്രപരമായ പ്രത്യേകതകൾക്കനുസരിച്ച് ഇങ്ങനെ വർഗീകരിക്കുന്നതിനെ ഭൂമിശാസ്ത്രപര വർഗീകരണം (Geographical Classification) എന്നു പറയുന്നു.



ഭൂഖണ്ഡം, രാജ്യം, സംസ്ഥാനം, ജില്ല, വില്ലേജ് തുടങ്ങിയ ഭൂമിശാസ്ത്രപരമായ പ്രത്യേകതകളെ അടിസ്ഥാനമാക്കി ഡാറ്റയെ വർഗീകരിക്കുന്നതിനെ ഭൂമിശാസ്ത്രപര വർഗീകരണം (Geographical classification) എന്നു പറയുന്നു.

3.2. ഡാറ്റയുടെ പട്ടികയാക്കൽ (Tabulation of Data)

വർഗീകരിക്കപ്പെട്ട ഡാറ്റകളെ നമുക്ക് വിവിധ രീതികളിൽ അവതരിപ്പിക്കാൻ സാധിക്കും. വാചക രൂപത്തിലോ (Textual Presentation) പട്ടിക രൂപത്തിലോ (Tabular Presentation) ഡയഗ്രാമുകളായോ (Diagrammatic Presentation) ഗ്രാഫുകളായോ (Graphical presentation) ആണ് സാധാരണയായി ഡാറ്റകളെ അവതരിപ്പിക്കുന്നത്.

ഡാറ്റകളുടെ വർഗീകരണത്തിലൂടെ ലഭിച്ച സവിശേഷമായ അറിവുകളെ വാചക രൂപത്തിൽ നേരിട്ട് അവതരിപ്പിക്കുന്ന രീതിയാണ് എഴുത്തു രൂപം (Textual Presentation) എന്ന് അറിയപ്പെടുന്നത്. ഇത്തരത്തിൽ പേനകളുടെ വർഗീകരണങ്ങളിൽ ലഭിച്ച വിവരങ്ങൾ ചുവടെ പറയും പ്രകാരം അവതരിപ്പിക്കാൻ സാധിക്കും.

പെട്ടിയിൽ ആകെ 260 പൊതി പേനകളുണ്ട്. 136 പൊതികളിൽ ഓരോ പേന വീതം മാത്രമാണുള്ളത് 124 പൊതികളിൽ അഞ്ച് പേന വീതമുണ്ട്. 101 പൊതികൾ നിർമ്മിച്ചത് ഇന്ത്യയിലാണ്. 106 പൊതികൾ നിർമ്മിച്ചത് ചൈനയിലും 31 പൊതികൾ തായ്‌ലാന്റിലും 22 പൊതികൾ ജപ്പാനിലും നിർമ്മിച്ചു. 81 പൊതികൾ ബാൾ പോയിന്റ് പേനകളും 86 പൊതികൾ ജെൽ പേനകളും 93 പൊതികൾ മഷിപ്പേനകളും ആണ്. ഫെബ്രുവരിയിൽ 53 പൊതി പേനകളും മാർച്ച്, ഏപ്രിൽ, മെയ്, ജൂൺ മാസങ്ങളിൽ യഥാക്രമം 50, 47, 47, 63 എന്നിങ്ങനെ പൊതികളും നിർമ്മിച്ചിട്ടുണ്ട്. പെട്ടിയിൽ ആകെ 756 പേനകളാണുള്ളത്.

എന്നാൽ ഈ രീതിയിൽ അവതരിപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന വിവരങ്ങളെ എളുപ്പത്തിൽ മനസ്സിലാക്കുവാൻ സാധ്യമല്ല. അതിലുപരി വലിയ ഡാറ്റകളെ ഇത്തരത്തിൽ അവതരിപ്പിക്കുക എന്നത് അസാധ്യവുമാണ്. അതിസങ്കീർണ്ണമായ ഡാറ്റകളെ അതിസൂക്ഷ്മമായ തലത്തിൽ അവതരിപ്പിക്കേണ്ടി വരുമ്പോഴും ഇത്തരത്തിലുള്ള അവതരണ രീതി അവലംബിക്കാൻ സാധിക്കുകയില്ല.

അതിസൂക്ഷ്മമായ വിവരങ്ങളെപ്പോലും വളരെ ലളിതമായി അവതരിപ്പിക്കാൻ വേണ്ടി പട്ടികകളെ ആശ്രയിക്കാവുന്നതാണ്. ബൃഹത്തായ ഡാറ്റകളെ ലഘുവായ പട്ടികകളുപയോഗിച്ച് അവതരിപ്പിക്കുന്ന രീതിയെ പട്ടികയാക്കൽ (Tabulation) എന്നു പറയുന്നു.

ഒരു ഡാറ്റയിലടങ്ങിയിരിക്കുന്ന വിവരങ്ങളെ വരിയും നിരയുമുപയോഗിച്ച് വളരെ വ്യവസ്ഥാപിതവും സംക്ഷിപ്തവും സമഗ്രവുമായി അവതരിപ്പിക്കുന്ന പ്രക്രിയയാണ് പട്ടികയാക്കൽ. പട്ടികകളിൽ സമാനമായ വിവരങ്ങളെ അടുത്തടുത്ത് അവതരിപ്പിക്കാൻ സാധിക്കുമെന്നതിനാൽ തന്നെ താരതമ്യപഠനം വളരെ എളുപ്പമാണ്. പട്ടികയാക്കൽ പ്രക്രിയയെ വിവരശേഖരണത്തിന്റെ അവസാനഘട്ടമായും ഡാറ്റവിശകലനത്തിന്റെ പ്രാരംഭഘട്ടമായും പരിഗണിക്കാം. കൃത്യമായ പട്ടികകൾ ലഭിച്ചാൽ അവ ഉപയോഗിച്ച് ചിത്രീകരണങ്ങൾ നിർമ്മിക്കുക എന്നത് വളരെ ലളിതമായ പ്രക്രിയയാണ്.

മുകളിലത്തെ ഉദാഹരണത്തിൽ പേനകളെ വിവിധ രീതിയിൽ തരംതിരിച്ചുവല്ലോ? അവ എങ്ങനെയാണ് പട്ടികയാക്കിയിരിക്കുന്നത് എന്നു നോക്കാം.

പേനയുടെ ഇനം	പായ്ക്കറുകളുടെ എണ്ണം
ബാൾ പോയിന്റ്	81
ജെൽ പേന	86
മഷിപ്പേന	93
ആകെ	260

പട്ടിക - 3.1 - ഡാറ്റയുടെ ഗുണാത്മക വർഗ്ഗീകരണം

പായ്ക്കറിലെ പേനകളുടെ എണ്ണം	പായ്ക്കറുകളുടെ എണ്ണം
1	136
5	124
ആകെ	260

പട്ടിക - 3.2 - ഡാറ്റയുടെ ഗുണാത്മക വർഗ്ഗീകരണം

നിർമിച്ച രാജ്യം	പായ്ക്കറുകളുടെ എണ്ണം
ഇന്ത്യ	101
ചൈന	106
തായ്‌ലാന്റ്	31
ജപ്പാൻ	22
ആകെ	260

പട്ടിക - 3.3 - ഡാറ്റയുടെ ദുർമിശാസ്ത്രപര വർഗീകരണം

പായ്ക്ക് ചെയ്ത മാസം	പായ്ക്കറുകളുടെ എണ്ണം
ഫെബ്രുവരി	53
മാർച്ച്	50
ഏപ്രിൽ	47
മെയ്	47
ജൂൺ	63
ആകെ	260

പട്ടിക - 3.4 - ഡാറ്റയുടെ കാലബന്ധിത വർഗീകരണം.

3.3 വർഗീകരണത്തിന്റേയും പട്ടികയാക്കലിന്റേയും ഉദ്ദേശ്യലക്ഷ്യങ്ങൾ

ഒരു ഡാറ്റയെ പട്ടികയാക്കുന്നതിന്റേയും പട്ടികവർഗീകരണത്തിന്റേയും ഉദ്ദേശ്യലക്ഷ്യങ്ങൾ ചുവടെ പറയുന്നവയാണ്.

1. സങ്കീർണ്ണമായ ഡാറ്റയെ ലളിതമായി അവതരിപ്പിക്കുക.
2. താരതമ്യ പഠനം സാധ്യമാക്കുക.
3. സ്റ്റാറ്റിസ്റ്റിക്കൽ അവലോകനം സാധ്യമാക്കുക.
4. സമയവും സമ്പലവും ഊർജ്ജവും ലാഭിക്കുക.
5. ഡാറ്റയിലെ സമാനതകളിലും വിഭിന്നതകളിലും വ്യക്തത വരുത്തുക.
6. ഡാറ്റയെ ശാസ്ത്രീയമായും യുക്തിസഹമായും ക്രമീകരിക്കുക.
7. ഡാറ്റയിലെ ഉള്ളടക്കം എളുപ്പത്തിൽ ഗ്രഹിക്കുക.

പ്രവർത്തനം

പത്രങ്ങളിലും മാസികകളിലും വെബ് സൈറ്റുകളിലും മറ്റും വന്നിട്ടുള്ള പട്ടികകൾ ശേഖരിക്കുക. ഓരോ പട്ടികയിലും ഉപയോഗിച്ചിട്ടുള്ള വർഗീകരണ രീതികൾ തിരിച്ചറിയുക.

3.4 ഏകമാന വർഗ്ഗീകരണവും ദ്വിമാന വർഗ്ഗീകരണവും (One Way and Two Way Classification)

മുകളിലെ പട്ടിക 3.1 പരിശോധിക്കുക. പേനയുടെ തരം എന്ന സവിശേഷതയുടെ അടിസ്ഥാനത്തിലാണ് ഇവിടെ വർഗ്ഗീകരണം നടത്തിയിട്ടുള്ളത്. പട്ടിക 3.2, പട്ടിക 3.3, പട്ടിക 3.4 എന്നിവയിൽ യഥാക്രമം പായ്ക്കുകളിലെ പേനകളുടെ എണ്ണം, പായ്ക്കു ചെയ്ത മാസം, നിർമ്മിച്ച രാജ്യം എന്നീ സവിശേഷതകളാണ് പരിഗണിച്ചിട്ടുള്ളത്. ഇവിടങ്ങളിലൊക്കെയും ഏതെങ്കിലും ഒരു സവിശേഷതമാത്രമാണ് പരിഗണിച്ചിട്ടുള്ളത്. അതിനാൽ ഇത്തരം വർഗ്ഗീകരണങ്ങളെ ഏകമാന വർഗ്ഗീകരണം (One way classification of data) എന്നു പറയുന്നു. ഏകമാന വർഗ്ഗീകരണങ്ങളെ പ്രതിനിധീകരിക്കാൻ ഉപയോഗിക്കുന്ന പട്ടികകളെ ഏകമാന പട്ടികകൾ (one way tables) എന്നു പറയുന്നു. വർഗ്ഗീകരണത്തിന് വേണ്ടി രണ്ട് സവിശേഷതകൾ ഒരേ സമയം പരിഗണിക്കുകയാണെങ്കിൽ അത്തരം വർഗ്ഗീകരണങ്ങളെ ദ്വിമാന വർഗ്ഗീകരണം (Two way classification of data) എന്നു പറയുന്നു. അവ പ്രതിനിധീകരിക്കാൻ ഉപയോഗിക്കുന്ന പട്ടികകളെ ദ്വിമാന പട്ടികകൾ (Two way tables) എന്നു പറയുന്നു. ചുവടെ നൽകിയിരിക്കുന്ന പട്ടിക 3.5, പട്ടിക 3.6 എന്നിവ ദ്വിമാന പട്ടികകൾക്ക് ഉദാഹരണങ്ങളാണ്.

മാസം	രാജ്യം				ആകെ
	ഇന്ത്യ	ചൈന	തായ്‌ലാന്റ്	ജപ്പാൻ	
ഫെബ്രുവരി	18	23	5	7	53
മാർച്ച്	18	26	4	2	50
ഏപ്രിൽ	20	18	5	4	47
മെയ്	21	16	6	4	47
ജൂൺ	24	23	11	5	63
ആകെ	101	106	31	22	260

പട്ടിക - 3.5 - പായ്ക്ക് ചെയ്ത രാജ്യവും മാസവും

പൊതിയിലുള്ള പേനയുടെ എണ്ണം	പേനയുടെ തരം			ആകെ
	Ball Point	Gel pen	Ink Pen	
ഒന്ന്	38	49	49	136
രണ്ട്	43	37	44	124
ആകെ	81	86	93	260

പട്ടിക - 3.6 - പേനയുടെ തരവും എണ്ണവും

പ്രവർത്തനം

മുകളിൽ പറഞ്ഞ പേനകളുടെ ഡാറ്റയെ അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തി വിവിധ ദ്വിമാന പട്ടികകൾ രൂപീകരിക്കുക. ഒരു ഉദാഹരണം ചുവടെ നൽകിയിരിക്കുന്നു.

മാസം	പേനകളുടെ എണ്ണം		ആകെ
	ബ്ലാക്ക്	റേഞ്ച്	
ഫെബ്രുവരി			
മാർച്ച്			
ഏപ്രിൽ			
മെയ്			
ജൂൺ			
ആകെ			

ഏകമാന പട്ടികകളിൽ ഒരു സവിശേഷതയുടെ മാത്രം അടിസ്ഥാനത്തിലാണ് വർഗീകരണം നടത്തിയിട്ടുള്ളതെങ്കിൽ, ദ്വിമാന പട്ടികകളിൽ ഒരേസമയം രണ്ട് സവിശേഷതകൾ പരിഗണിച്ചിരിക്കുന്നു. എന്നാൽ ചിലഘട്ടങ്ങളിൽ രണ്ടിൽ കൂടുതൽ സവിശേഷതകൾ ഒരേ സമയം പരിഗണിക്കേണ്ടിവരാം. മുകളിൽ സൂചിപ്പിച്ച പേനയുടെ പ്രശ്നത്തെ മൂഴുവൻ വിവരങ്ങളും ഉൾപ്പെടുത്തിക്കൊണ്ട് ഒരു പട്ടിക നിർമ്മിച്ച് നോക്കാം.

Made in		India				China				Thailand				Japan				Total			
Packed on	Type	Ball Point	Jell Pen	Ink Pen	Total	Ball Point	Jell Pen	Ink Pen	Total	Ball Point	Jell Pen	Ink Pen	Total	Ball Point	Jell Pen	Ink Pen	Total	Ball Point	Jell Pen	Ink Pen	Total
Feb	1/Pack	2	3	3	8	3	5	7	15	0	0	1	1	0	3	1	4	5	11	12	28
	5/Pack	5	4	1	10	4	2	2	8	1	1	2	4	1	1	1	3	11	8	6	25
	Total	7	7	4	18	7	7	9	23	1	1	3	5	1	4	2	7	16	19	18	53
Mar	1/Pack	3	4	3	10	3	4	5	12	0	0	1	1	0	0	0	0	6	8	9	23
	5/Pack	2	2	4	8	4	4	6	14	0	1	2	3	1	0	1	2	7	7	13	27
	Total	5	6	7	18	7	8	11	26	0	1	3	4	1	0	1	2	13	15	22	50
Apr	1/Pack	3	4	5	12	2	2	5	9	2	0	0	2	2	0	0	2	9	6	10	25
	5/Pack	1	2	5	8	4	3	2	9	1	0	2	3	1	0	1	2	7	5	10	22
	Total	4	6	10	20	6	5	7	18	3	0	2	5	3	0	1	4	16	11	20	47
May	1/Pack	3	5	4	12	2	3	2	7	1	1	0	2	1	1	0	2	7	10	6	23
	5/Pack	3	3	3	9	3	4	2	9	2	0	2	4	2	0	0	2	10	7	7	24
	Total	6	8	7	21	5	7	4	16	3	1	2	6	3	1	0	4	17	17	13	47
Jun	1/Pack	5	4	5	14	5	6	4	15	1	3	2	6	0	1	1	2	11	14	12	37
	5/Pack	2	3	5	10	3	4	1	8	2	2	1	5	1	1	1	3	8	10	8	26
	Total	7	7	10	24	8	10	5	23	3	5	3	11	1	2	2	5	19	24	20	63
Total	1/Pack	16	20	20	56	15	20	23	58	4	4	4	12	3	5	2	10	38	49	49	136
	5/Pack	13	14	18	45	18	17	13	48	6	4	9	19	6	2	4	12	43	37	44	124
	Total	29	34	38	101	33	37	36	106	10	8	13	31	9	7	6	22	81	86	93	260

പട്ടിക - 3.7 പേനകളുടെ സമഗ്രമായ വർഗീകരണം

3.5 പട്ടികയുടെ ഭാഗങ്ങൾ

ഒരു പട്ടികയുടെ ഘടനയും ഭാഗങ്ങളും പട്ടികയിൽ ഉൾക്കൊള്ളിച്ചിരിക്കുന്ന വിവരങ്ങളുടെ സ്വഭാവത്തിനനുസരിച്ചിരിക്കും. പൊതുവെ ഒരു സ്റ്റാറ്റിസ്റ്റിക്കൽ പട്ടികയ്ക്ക് പ്രധാനമായും ചുവടെ പറയുന്ന എട്ട് ഭാഗങ്ങൾ ഉണ്ടാകും.

a. പട്ടികനമ്പർ (Table number)

ഓരോ പട്ടികയേയും തിരിച്ചറിയുന്നതിനും എളുപ്പത്തിൽ പരിശോധിക്കുന്നതിനും ഒരു നമ്പർ നൽകുന്നത് ഉചിതമായിരിക്കും. സാധാരണയായി പട്ടികയുടെ നമ്പർ പട്ടികയുടെ മുകളിലോ തലക്കെട്ടിനോടൊപ്പമോ പട്ടികയുടെ താഴെ മധ്യത്തിലായോ കാണാവുന്നതാണ്.

b. പട്ടികയുടെ തലക്കെട്ട് (Title of the table)

പട്ടികയിലെ ഉള്ളടക്കത്തെക്കുറിച്ച് ലഘുവായി പ്രതിപാദിക്കുന്ന ഒന്നായിരിക്കണം പട്ടികയുടെ തലക്കെട്ട്. സാധാരണയായി പട്ടികയുടെ മുകളിൽ അല്ലെങ്കിൽ താഴെ മധ്യഭാഗത്തായിട്ടാണ് തലക്കെട്ട് നൽകാറുള്ളത്. പട്ടികനമ്പറിനോടൊപ്പവും തലക്കെട്ട് നൽകാറുണ്ട്.

c. നിരയുടെ തലവാചകം (Caption)

പട്ടികയുടെ കുത്തനെയുള്ള നിരകളെ സൂചിപ്പിക്കുന്നതിന് നൽകുന്ന പേരുകളാണ് നിരയുടെ തലവാചകം എന്ന് അറിയപ്പെടുന്നത്. പട്ടികയിൽ വരികളിലായി സൂചിപ്പിക്കുന്നത് എന്താണ് എന്ന് സംക്ഷിപ്തമായും സംശയത്തിനിടനൽകാതെയും സൂചിപ്പിക്കുന്നവയാണിവ. ഒരു പ്രധാന വിലങ്ങൻ തലക്കെട്ടും അതിന് ഉപ തലക്കെട്ടുകളും നൽകി വരാറുണ്ട്. പ്രധാന തലക്കെട്ടിനോടൊപ്പം അവയുടെ അളവിന്റെ യൂണിറ്റുകൂടി പ്രതിപാദിക്കാറുണ്ട്.

d. വരിയുടെ തലവാചകം (Stubs)

ഒരു പട്ടികയുടെ തിരശ്ചീനമായ വരികളുടെ തലക്കെട്ടുകളാണ് വരിയുടെ തലവാചകം. ഓരോ വരിയുടെയും ഇടത്തേ അറ്റത്ത് ആണ് ഇത് രേഖപ്പെടുത്തുന്നത്. ഡാറ്റയുടെ സ്വഭാവത്തിനനുസരിച്ച് തലക്കെട്ടുകളുടെ എണ്ണം ഏറിയും കുറഞ്ഞും ഇരിക്കും.

e. ഉള്ളടക്കം (Body)

ഒരു പട്ടികയുടെ ഏറ്റവും പ്രധാനപ്പെട്ട ഭാഗമാണ് അതിന്റെ ഉള്ളടക്കം. നിരയുടെ തലവാചകത്തിന്റേയും തലക്കെട്ടുകളുടെയും വരിയുടെ തലവാചകത്തിന്റേയും അടിസ്ഥാനത്തിൽ രേഖപ്പെടുത്തിയ സാംഖ്യക വിലകളായിരിക്കും ഒരു പട്ടികയുടെ ഉള്ളടക്കം. വരികളുടെയും നിരകളുടെയും തുക ഏറ്റവും അവസാനത്തെ നിരയിൽ അല്ലെങ്കിൽ വരിയിൽ സൂചിപ്പിച്ചിരിക്കും.

f. തലക്കുറിപ്പ് (Head note)

ഒരു പട്ടികയുടെ തലക്കെട്ടിന് ചുവടെയായി തലക്കെട്ടിൽ സൂചിപ്പിച്ചിട്ടില്ലാത്തതും എന്നാൽ പ്രധാനപ്പെട്ടതും ആയ വിവരങ്ങൾ നൽകാറുണ്ട്. ഇവ പലപ്പോഴും ഉള്ളടക്കത്തിലെ വിലകളുടെ യൂണിറ്റുകളെ പ്രതിപാദിക്കുന്നവയോ മറ്റെന്തെങ്കിലും പ്രത്യേകതകളെ സൂചി

പിടിക്കുന്നവയോ ആയിരിക്കും. ഇതിനെ തലക്കുറിപ്പ് എന്ന് പറയുന്നു.

g. അടിക്കുറിപ്പ് (Foot note)

ഒരു പട്ടികയുടെ അടിയിലായി നിൽക്കുന്ന ചില അധിക വിവരങ്ങളാണ് അടിക്കുറിപ്പുകൾ. പട്ടികയുടെ തലക്കെട്ടിലും നിരകളുടേയോ വരികളുടേയോ തലക്കെട്ടുകളിൽ എന്തെങ്കിലും അവ്യക്തതകളുണ്ടെങ്കിൽ അവ അടിക്കുറിപ്പിൽ പരിഹരിക്കാവുന്നതാണ്.

h. ഉറവിടക്കുറിപ്പ് (Source note)

ഒരു പട്ടികയുടെ സ്രോതസ്സ് വെളിപ്പെടുത്തുന്ന വിവരങ്ങളാണ് ഉറവിട വിവരങ്ങൾ. അവ അടിക്കുറിപ്പിനു താഴെയായി നൽകുന്നു. പട്ടികയിൽ നൽകിയിരിക്കുന്ന വിവരങ്ങളുടെ ആധികാരികത ഉറപ്പുവരുത്തുന്നതിന് ഇവ ഉപകരിക്കുന്നു.

മേൽപ്പറഞ്ഞ മുഴുവൻ ഭാഗങ്ങളും ഒരു പട്ടികയ്ക്ക് ഉണ്ടായിരിക്കണമെന്ന് നിർബന്ധമില്ല. എങ്കിലും ഒരു മികച്ച പട്ടികയിൽ മുകളിൽ കൊടുത്ത പരമാവധി ഭാഗങ്ങൾ ഉൾക്കൊള്ളിച്ചിരിക്കും.

പട്ടികയുടെ നമ്പർ:

പട്ടികയുടെ തലക്കെട്ട്:

വരിയുടെ തലക്കെട്ടുകൾ	നിരയുടെ തലക്കെട്ട്		
	B1	B2	Bn
A ₁	ഉള്ളടക്കം		
A ₂			
...			
...			
...			
A _m			

അടിക്കുറിപ്പ് :

ഉറവിട വിവരങ്ങൾ :

തലക്കുറിപ്പ്:

3.6 സ്വഭാവ സവിശേഷതകൾക്കനുസരിച്ചുള്ള വർഗീകരണം (Classification according to Attributes)

ഡാറ്റകളെ ലിംഗം, സാക്ഷരത, മതം വിദ്യാഭ്യാസം തുടങ്ങിയ ഏതെങ്കിലും ഗുണങ്ങളുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ വർഗീകരിക്കുന്നതിനെ സ്വഭാവ സവിശേഷതകൾക്കനുസരിച്ചുള്ള വർഗീകരണം എന്നു പറയുന്നു. ഇത്തരം ഗുണങ്ങളെ നമുക്ക് കൃത്യമായി അളന്ന് നിർണയിക്കാൻ സാധ്യമല്ല. എന്നാൽ ഒരു അംഗത്തിന് ഈ ഗുണങ്ങൾ

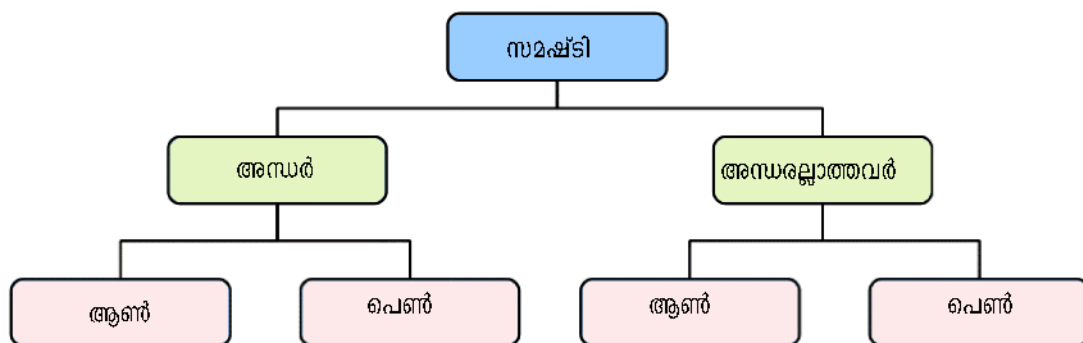


ഉണ്ടോ ഇല്ലയോ എന്ന് തിരിച്ചറിയാൻ സാധിക്കും. അന്ധതയെക്കുറിച്ച് പറന്നു നടത്തുകയാണെങ്കിൽ ഒരാൾ അന്ധനാണോ അല്ലയോ എന്ന് നമുക്ക് പറയാൻ സാധിക്കും. എന്നാൽ ഈ പ്രത്യേകതകളെ കൃത്യമായി അളന്ന് നിലനിർണ്ണയിക്കുകയും അതിന് വില നിർണ്ണയിക്കുകയും ചെയ്യുക എന്നത് എളുപ്പമല്ല. അതിനാൽ തന്നെ ഇത്തരം ഗുണാത്മക ചരങ്ങൾ സമഷ്ടിയെ രണ്ടായി വിഭജിക്കുന്നതായി കാണാൻ കഴിയും. ഒന്നിൽ ഈ ഗുണത്തിന്റെ (അല്ലെങ്കിൽ സവിശേഷതയുടെ) സാന്നിധ്യം ഉള്ളതായും മറ്റേതിൽ സാന്നിധ്യം ഇല്ലാത്തതായും നമുക്ക് വേർതിരിക്കാം. ഇത്തരത്തിൽ സമഷ്ടിയെ രണ്ടായി വിഭജിക്കുന്ന വർഗ്ഗീകരണത്തെ ഡൈക്കോട്ടമി (Dichotomy) അല്ലെങ്കിൽ ദ്വിതല വർഗ്ഗീകരണം (Two fold classification) എന്നു വിളിക്കുന്നു. ഒരു ഉദാഹരണം താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

കോഴ്സ്	കുട്ടികളുടെ എണ്ണം		
	ജയിച്ചവർ	തോറ്റവർ	ആകെ
ഏകദിനം	29	18	47
കോമൺ	83	16	99
സെനിയർ	96	4	100
ആകെ	208	38	246

ഇത്തരത്തിലുള്ള ഗുണാത്മക വർഗ്ഗീകരണത്തിന് ഒരേ സമയം ഒന്നിലധികം സവിശേഷതകൾ പരിഗണിക്കാവുന്നതാണ്. അന്ധത എന്ന സവിശേഷതയോടൊപ്പം ആൺ/പെൺ എന്നതു കൂടി പരിഗണിക്കുകയാണെങ്കിൽ സമഷ്ടി നാല് വ്യത്യസ്ത ഗ്രൂപ്പുകളായി തിരിയുന്നത് കാണാൻ സാധിക്കും. അന്ധരായ പുരുഷന്മാർ, അന്ധരല്ലാത്ത പുരുഷന്മാർ അന്ധരായ സ്ത്രീകൾ , അന്ധരല്ലാത്ത സ്ത്രീകൾ എന്നിവയാണ്.

ഇപ്രകാരം ഒരു സവിശേഷത കൂടി പരിഗണിക്കുകയാണെങ്കിൽ $2^3 = 8$ വ്യത്യസ്ത വിഭാഗങ്ങളായി സമഷ്ടി വിഭജിക്കപ്പെടുന്നതായി കാണാം. ഇത്തരത്തിൽ ഒന്നിലധികം സവിശേഷതകൾ പരിഗണിച്ചുകൊണ്ട് വർഗ്ഗീകരണം നടത്തുന്നതിനെ ബഹുതല വർഗ്ഗീകരണം (Manyfold classification) എന്നു പറയുന്നു.



ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പട്ടിക ഒരു ബഹുതല വർഗീകരണത്തിന് ഉദാഹരണമാണ്.

കോഴ്സ്		വിദ്യാർത്ഥികളുടെ എണ്ണം		
		ജയിച്ചവർ	തോറ്റവർ	ആകെ
ഹുമാനിറ്റീസ്	ആൺ	11	16	47
	പെൺ	18	2	
	ആകെ	29	18	
കൊമേഴ്സ്	ആൺ	32	11	99
	പെൺ	51	5	
	ആകെ	83	16	
സയൻസ്	ആൺ	42	3	100
	പെൺ	54	1	
	ആകെ	96	4	
ആകെ	ആൺ	85	30	246
	പെൺ	123	8	
	ആകെ	208	38	

വിവരണം 3.1

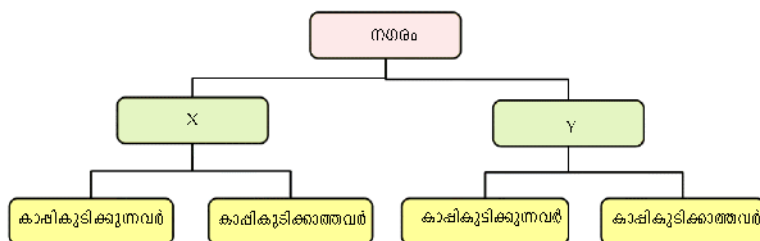
രണ്ട് നഗരങ്ങളിലെ ജനങ്ങളുടെ ചില വിവരങ്ങൾ ചുവടെ നൽകിയിരിക്കുന്നു.

നഗരം x : സ്ത്രീകൾ - 40% , കാപ്പികുടിക്കുന്നവർ - 45% , കാപ്പികുടിക്കാത്ത പുരുഷന്മാർ - 20%

നഗരം y : പുരുഷന്മാർ - 55% , കാപ്പികുടിക്കാത്ത പുരുഷന്മാർ - 30% , കാപ്പികുടിക്കാത്ത സ്ത്രീകൾ - 15%

- മുകളിലത്തെ ഡാറ്റയുടെ ഒരു വർഗീകരണ ചാർട്ട് വരയ്ക്കുക.
- മുകളിലത്തെ ഡാറ്റയെ ഒരു പട്ടികാരൂപത്തിൽ അവതരിപ്പിക്കുക.

പരിഹാരം



b.

ആൾക്കാർ	നഗരം X			നഗരം Y		
	ആൺ	പെൺ	ആകെ	ആൺ	പെൺ	ആകെ
കാഷികുടിക്കുന്നവർ	40	5	45	25	30	55
കാഷികുടിക്കാത്തവർ	20	35	55	30	15	45
ആകെ	60	40	100	55	45	100

ആവൃത്തി (Frequency)

ഒരു ശ്രേണിയിൽ ഒരു പ്രത്യേക വിലയുടെ ആവർത്തനങ്ങളുടെ എണ്ണത്തെ ആവൃത്തി എന്നു പറയുന്നു. ഉദാഹരണത്തിന് ഒരു ക്ലാസിൽ 40 മാർക്ക് വാങ്ങിയ 15 വിദ്യാർത്ഥികൾ ഉണ്ടെങ്കിൽ 40 ന്റെ ആവൃത്തിയാണ് 15.

3.7 ആവൃത്തിപ്പട്ടിക (Frequency Table)

സാമ്പിളിൽ നിന്ന് ശേഖരിച്ച വിലകളെ അതേപടി വരിവരിയായി എഴുതി സൂക്ഷിക്കുകയാണെങ്കിൽ അതിനെ അസംസ്കൃത ഡാറ്റ (Raw data) എന്നു വിളിക്കുന്നു. ഒരു ക്ലാസിലെ 60 കുട്ടികളുടെ വീട്ടിലുള്ള കുടുംബാംഗങ്ങളുടെ എണ്ണം ചുവടെ നൽകിയിരിക്കുന്നു.

4 3 3 2 3 4 5 7 10 6 3 9 6 3 4 5 5 5 8 7
 8 6 9 7 2 7 6 5 11 4 4 3 5 6 6 7 6 5 7 6
 4 5 6 10 8 6 5 4 5 6 4 5 5 6 5 4 6 7 5 8

ഈ വിലകൾ കുട്ടികളുടെ ക്രമനമ്പരിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിലാണ് നൽകിയിരിക്കുന്നത്. അതായത് യാതൊരുവിധത്തിലുള്ള ക്രമീകരണങ്ങളും നടത്താതെ ലഭിച്ചിരിക്കുന്ന വിലകളെ നേരിട്ട് അവതരിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. ഇവയെ ആരോഹണക്രമത്തിലോ അവരോഹണക്രമത്തിലോ അവതരിപ്പിക്കാൻ നമുക്കറിയാം. ഒന്നു ശ്രമിച്ചുനോക്കൂ.

ഡാറ്റ ആരോഹണ ക്രമത്തിലോ അവരോഹണ ക്രമത്തിലോ അവതരിപ്പിക്കുന്നത് ഡാറ്റ അപഗ്രഥനം ചെയ്യുന്നതിന് സഹായകമാണ്. എന്നാൽ ഇതുകൊണ്ടുമാത്രം ഡാറ്റയെ ചിത്രീകരിക്കുന്നതിനും ശാസ്ത്രീയമായി വിശകലനം ചെയ്യുന്നതിനും സാധിക്കുകയില്ല. അതിനാൽ ഡാറ്റകളെ കൂടുതൽ വിവരണാത്മകമായും ലളിതമായും സംക്ഷിപ്തമായും ഒരു പട്ടികാരൂപത്തിൽ അവതരിപ്പിക്കേണ്ടത് അത്യാവശ്യമാണ്. അത്തരം പട്ടികകളെ ആവൃത്തിപ്പട്ടികകൾ (frequency tables) എന്നു പറയുന്നു. മുകളിൽ തന്നിരിക്കുന്ന ഡാറ്റ ഉപയോഗിച്ച് നിർമ്മിച്ച ഒരു ആവൃത്തി പട്ടിക ചുവടെ കൊടുക്കുന്നു.

കുടുംബാംഗങ്ങളുടെ എണ്ണം		ആവൃത്തി
2		2
3		6
4		9
5		14
6		13
7		7
8		4
9		2
10		2
11		1
Total		60

പട്ടിക 3.8

ഇവിടെ കുടുംബാംഗങ്ങളുടെ എണ്ണം വേറിട്ട ഡാറ്റയായത് കൊണ്ട് വിലകളുടെ കൃത്യമായ മൂല്യം തന്നെ ഒന്നാമത്തെ വരിയിൽ നൽകാൻ സാധിക്കുന്നു. ഇത്തരം ആവൃത്തി പട്ടികകളെ വേറിട്ട ആവൃത്തിപ്പട്ടിക (Discrete frequency table) എന്ന് അറിയപ്പെടുന്നു.

ഒരു ആവൃത്തി പട്ടികയിൽ ഡാറ്റയിലെ പ്രാപ്താകങ്ങൾ അവയുടെ കൃത്യമായ എണ്ണം നൽകി സൂചിപ്പിക്കുകയാണെങ്കിൽ അതിനെ വേറിട്ട ആവൃത്തിപ്പട്ടിക (Discrete frequency table) എന്നു വിളിക്കുന്നു.



നിങ്ങളുടെ പുരോഗതി അറിയുക

പരമാവധി 10 മാർക്കിനുള്ള ഒരു സ്റ്റാറ്റിസ്റ്റിക്സ് ക്ലാസ് പരീക്ഷയിൽ ഒരു ക്ലാസിലെ 48 കുട്ടികൾക്ക് ലഭിച്ച മാർക്കുകൾ താഴെ നൽകിയിരിക്കുന്നു. ഒരു ആവൃത്തിപ്പട്ടിക നിർമ്മിക്കുക

5 10 5 6 6 6 7 7 2 7 8 8 7 8 10 6 8 7
 3 5 5 5 5 7 8 5 2 6 8 5 1 7 6 9 6 7
 4 8 4 6 4 3 6 7 9 2 7 10

കുടുംബാംഗങ്ങളുടെ എണ്ണത്തിന് പകരം കുട്ടികളുടെ ശരീരഭാരം ആയിരുന്നു എടുത്തിരുന്നതെങ്കിൽ ഇത്തരത്തിൽ എളുപ്പത്തിൽ പട്ടികയാക്കാൻ സാധിക്കുമായിരുന്നില്ല. കാരണം ശരീരഭാരം ഒരു തുടർച്ചരമായ (continuous variable) തിനാൽ അതിന് ഒട്ടനേകം വിലകൾ സ്വീകരിക്കാൻ സാധിക്കും. മുഴുവൻ വിലകളേയും ഒറ്റയ്ക്കൊറ്റയ്ക്ക് പട്ടികയിൽ സൂചിപ്പിക്കുക എന്നത് അപ്രായോഗികമാണ്.

ചുവടെ നൽകിയിരിക്കുന്ന വിലകൾ ഒരു ബിരുദകോഴ്സിന് പഠിക്കുന്ന വിദ്യാർത്ഥികളുടെ ഭാരങ്ങളാണ്. (കിലോ ഗ്രാമിൽ)

51.1, 53, 66.6, 64.2, 63.9, 54.1, 69.7, 56.4, 52.9, 52.3, 59.5, 57.1, 45.5, 73.4, 41.4, 57.5, 62.4, 43.4, 38.4, 69.5, 48.5, 48.9, 45.2, 69.7, 36.4, 36.4, 58.8, 64.5, 66.4, 47.8, 54.7, 49, 49.9, 46.2, 53.2, 56.2, 32.8, 59.4, 31.8, 53.1, 50.2, 57.3, 30.1, 46.1, 41.8, 60.5, 40.2, 45.4, 47.1, 44.1, 52.6, 64.1, 38.3, 79.2, 48.5, 53.4, 51.6, 51.3, 63.5, 37.8

ഇവിടെ വിദ്യാർത്ഥികളുടെ ഭാരങ്ങൾ 30.7 കി.ഗ്രാമിനും 78.3 കി.ഗ്രാമിനും ഇടയിലാണ്. ഇത്തരം ഡാറ്റകളെ ആവൃത്തിപ്പട്ടികകളാക്കുമ്പോൾ ഓരോ വിലകളും അതിന്റെ ആവൃത്തിയും എന്ന നിലയിൽ സൂചിപ്പിക്കാൻ സാധ്യമല്ല. പകരം ഒരു ഇടവേള (interval) യിലുള്ള വിലകളുടെ ആവൃത്തി പരിഗണിക്കുകയാണ് പ്രായോഗികം. ഉദാഹരണത്തിന് 30-35, 35-40, 40-45 എന്നിങ്ങനെയുള്ള ഇടവേളകളിലെ ആവൃത്തികൾ പട്ടികപ്പെടുത്താം. ചുവടെ നൽകിയ പട്ടികയിൽ അത് കൂടുതൽ വ്യക്തമാകും.

ഭാരം	ടാലി അടയാളം	ആവൃത്തി
30-35		3
35-40		5
40-45		5
45-50		12
50-55		13
55-60		8
60-65		7
65-70		5
70-75		1
75-80		1
ആകെ		60

പട്ടിക - 3.9

ഇവിടെ 30-35, 35-40, 40-45 തുടങ്ങിയ ഇടവേളകളെ ക്ലാസുകൾ (classes) എന്നു വിളിക്കുന്നു. 30-35 എന്ന ക്ലാസിന്റെ താഴ്ന്നപരിധി 30 ഉം ഉയർന്ന പരിധി 35 ഉം ആണ്. തൊട്ടടുത്ത രണ്ട് ക്ലാസുകളുടെ ഉയർന്ന പരിധികൾ തമ്മിലുള്ളതോ താഴ്ന്ന പരിധികൾ തമ്മിലുള്ളതോ ആയ അകലത്തെ ക്ലാസ് അന്തരം (class width) എന്നു പറയുന്നു. 30-35 എന്ന ക്ലാസിന്റെ ക്ലാസന്തരം 5 (35-30) ആണെന്ന് കാണാം.

ക്ലാസുകളും അവയുടെ ആവൃത്തികളും സൂചിപ്പിക്കുന്ന ആവൃത്തിപ്പട്ടികകളെ തുടർ ആവൃത്തിപ്പട്ടിക (continuous frequency table) എന്നു വിളിക്കുന്നു. ഇവയെ ആവൃത്തി വിതരണം (Frequency distribution) എന്നും വിളിക്കാം. ഒരു വേറിട്ട ഡാറ്റയെ തുടർ ഡാറ്റയായി സങ്കല്പിച്ചുകൊണ്ട് തുടർ ആവൃത്തിപ്പട്ടിക രൂപത്തിൽ പട്ടികപ്പെടുത്തി വരാറുണ്ട്.

അറ്റം തുറന്ന ക്ലാസുകൾ (Open Ended Classes)

ഒരു ക്ലാസിന്റെ താഴ്ന്നപരിധിയോ ഉയർന്നപരിധിയോ പരാമർശിക്കാതെ നൽകുമ്പോൾ അവയെ അറ്റം തുറന്ന ക്ലാസുകൾ (Open Ended Classes) എന്നു വിളിക്കുന്നു. ചിലപ്പോൾ ഒന്നാമത്തെ ക്ലാസിന്റെ താഴ്ന്നപരിധിയോ അവസാന ക്ലാസിന്റെ ഉയർന്നപരിധിയോ നിർണ്ണയിക്കാൻ സാധിക്കാറില്ല. അത്തരം ഘട്ടങ്ങളിൽ അറ്റം തുറന്ന ക്ലാസുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നത് സാധാരണമാണ്.

**വിവരണം 3.2**

100 മാർക്കിന്റെ ഒരു പരീക്ഷയിൽ 50 കുട്ടികൾക്ക് ലഭിച്ച മാർക്കുകൾ ചുവടെ കൊടുക്കുന്നു. ഒരു ആവൃത്തിപ്പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക.

32 45 67 44 25 53 54 37 42 48 46 59 72
 36 46 58 65 68 78 57 68 43 23 45 58 12
 71 36 55 61 58 23 34 25 17 61 70 56 43
 59 40 14 39 60 41 56 65 33 29 58

പരിഹാരം

ഇവിടെ വിദ്യാർത്ഥികൾക്ക് ലഭിച്ച മാർക്കുകൾ വേറിട്ട ഡാറ്റയാണെങ്കിലും മുഴുവൻ വിലകളും അവയുടെ ആവൃത്തിയും രേഖപ്പെടുത്തി പട്ടികപ്പെടുത്തുന്നത് അപ്രായോഗികവും അർത്ഥശൂന്യവുമാണ്. അതിനാൽ ഇവിടെ ഡാറ്റ തുടർസ്വഭാവം കാണിക്കുന്നു എന്ന അനുമാനത്തിൽ ക്ലാസുകളും അവയുടെ ആവൃത്തിയും സൂചിപ്പിക്കുന്ന ഒരു പട്ടിക തയ്യാറാക്കാം. ഏറ്റവും ചെറിയ മാർക്ക് 12 ഉം ഏറ്റവും കൂടിയത് 78 ഉം ആണല്ലോ? അതിനാൽ 10 മുതൽ 19 വരെ ഒരു ക്ലാസും 20 മുതൽ 29 വരെ രണ്ടാമത്തെ ക്ലാസും ആയി നിജപ്പെടുത്താം. ആവൃത്തിപ്പട്ടിക ചുവടെ നൽകുന്നു.

ഭാരം	ടാലി മാർക്ക്	ആവൃത്തി
10 - 19		3
20 - 29		5
30 - 39		7
40 - 49		11
50 - 59		12
60 - 69		8
70 - 79		4
ആകെ		50

പട്ടിക - 3.10

നിങ്ങളുടെ പുരോഗതി അറിയുക

ഒരു ഗ്രാമത്തിലെ വ്യത്യസ്ത ദിവസങ്ങളിലെ ഊഷ്മാവ് ചുവടെ നൽകുന്നു. പട്ടികാർ പത്തിൽ എഴുതുക.

33.98, 29.07, 29.90, 34.15, 28.98, 36.02, 32.77, 33.11, 27.55, 34.77, 39.76, 30.65,
29.15, 27.82, 33.67, 34.31, 33.18, 34.65, 34.76, 24.03, 27.14, 37.43, 23.88, 34.27,
27.25, 25.57, 35.86, 34.98, 36.75, 30.28, 33.10, 25.67, 29.97, 34.17, 27.44, 27.61,
35.47, 29.28, 28.56, 27.46, 29.12, 34.69, 25.07, 34.05, 35.00, 30.28, 37.65, 35.08,
33.03, 33.84, 34.65, 33.86, 36.76, 26.04, 35.20, 29.89, 27.14, 29.54, 32.25, 28.69,
32.23, 25.41, 27.27, 27.44, 37.76, 29.32, 31.11, 27.02, 36.93, 32.54, 37.31, 34.87,
31.61, 37.01, 23.08, 34.21, 31.48, 37.75, 24.75, 24.19, 33.69, 32.86, 28.46, 27.77,
37.14, 30.24, 24.45, 31.46, 29.80, 40.42

കേവല ക്ലാസുകളും ഉൾച്ചേർക്കൽ ക്ലാസുകളും (Exclusive classes and Inclusive classes)

ഒരു ഉൾച്ചേർക്കൽ ക്ലാസിൽ താഴ്ന്നപരിധി മുതൽ ഉയർന്നപരിധിവരെയുള്ള മുഴുവൻ വിലകളും രണ്ട് പരിധികളും ഉൾപ്പെട്ടിരിക്കും. എന്നാൽ കേവല ക്ലാസുകളിൽ ഉയർന്ന പരിധികൾ ഉൾപ്പെടുകയില്ല. ഒരു കേവല ക്ലാസിന്റെ ഉയർന്നപരിധി തന്നെയായിരിക്കും തൊട്ടടുത്ത ക്ലാസിന്റെ താഴ്ന്നപരിധി. എന്നാൽ ഉൾച്ചേർക്കൽ ക്ലാസുകളിൽ ഒരു ക്ലാസിന്റെ ഉയർന്നപരിധി തന്നെ അടുത്ത ക്ലാസിന്റെ താഴ്ന്നപരിധിയായി നൽകുകയില്ല. സാധാരണയായി വേറിട്ട വിലകൾക്ക് മാത്രമാണ് ഉൾച്ചേർക്കൽ ക്ലാസുകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നത്. എന്നാൽ കേവല ക്ലാസുകൾ വേറിട്ട ചരങ്ങൾക്കും തുടർ ചരങ്ങൾക്കും ഉപയോഗിക്കാറുണ്ട്. പട്ടിക 3.9 കേവല ക്ലാസിനും പട്ടിക 3.10 ഉൾച്ചേർക്കൽ ക്ലാസിനും ഉദാഹരണങ്ങളാണ്. ഒരു ഉൾച്ചേർക്കൽ ക്ലാസിന്റെ ക്ലാസ് പരിധികളിൽ ചെറിയ മാറ്റങ്ങൾ വരുത്തിക്കൊണ്ട് കേവല ക്ലാസ് ആക്കിമാറ്റാൻ സാധിക്കും. പട്ടിക 3.10 നെ ഉൾപ്പെടാത്ത ക്ലാസുകളാക്കുന്നത് എങ്ങനെ എന്ന് ചുവടെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു.

മാർക്ക്	9.5	19.5	29.5	39.5	49.5	59.5	69.5	ആകെ
	-19.5	-29.5	-39.5	-49.5	-59.5	-69.5	-79.5	
ആവൃത്തി	3	5	7	11	12	8	4	50

പട്ടിക - 3.11

വ്യത്യസ്ത ക്ലാസ് പരിധികൾ:

ഒരു ആവൃത്തിപട്ടികയുടെ ക്ലാസുകൾക്ക് ഒരേ ക്ലാസകലം ആയിരിക്കണമെന്ന് നിർബന്ധമില്ല. എന്നാൽ ഒരേ ക്ലാസന്തരം നൽകുന്നതാണ് ഉചിതം.

കുറിപ്പ്:

ഒരു അസംസ്കൃത ഡാറ്റയിൽ നൽകിയിരിക്കുന്ന പ്രാപ്താങ്കങ്ങളുടെ എണ്ണത്തെ 'n' എന്നും സൂചിപ്പിക്കുന്നു. ഒരു ആവൃത്തിപട്ടികയിൽ ആകെ ആവൃത്തിയെ N എന്നും സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

ആപേക്ഷികാവൃത്തിപ്പട്ടിക (Relative Frequency Table)

ഒരു പ്രാപ്താങ്കത്തിന്റേയോ ക്ലാസിന്റേയോ ആവൃത്തിയുടെയും ആകെ ആവൃത്തിയുടെയും അംശബന്ധത്തെ അതിന്റെ ആപേക്ഷികാവൃത്തി എന്നു പറയുന്നു.

$$\text{ആപേക്ഷികാവൃത്തി} = \frac{\text{ആവൃത്തി}}{\text{ആകെ ആവൃത്തി}} = \frac{f}{N}$$

ആപേക്ഷികാവൃത്തികളെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന പട്ടികകളെ ആപേക്ഷികാവൃത്തി പട്ടിക എന്ന് പറയുന്നു. പട്ടിക 3.8 ന്റെ ആപേക്ഷികാവൃത്തിപ്പട്ടിക ചുവടെ നൽകുന്നു.

കുടുംബാംഗങ്ങളുടെ എണ്ണം	ആവൃത്തി	ആപേക്ഷികാവൃത്തി
2	2	2/60=0.03
3	6	6/60=0.10
4	9	9/60=0.15
5	14	14/60=0.23
6	13	13/60=0.22
7	7	7/60=0.12
8	4	4/60=0.07
9	2	2/60=0.03
10	2	2/60=0.03
11	1	1/60=0.02
ആകെ	60	60/60=1

പട്ടിക - 3.12



നിങ്ങളുടെ പുരോഗതി അറിയുക

- പട്ടിക-3.19 നെ ആസ്പദമാക്കി ഒരു ആപേക്ഷികാവൃത്തിപ്പട്ടിക നിർമ്മിക്കുക.
- ഒരു ഐ.ടി. കമ്പനിയിലെ 35 സ്ത്രീ തൊഴിലാളികൾ മൂന്ന് മാസം ഒരു പ്രത്യേക തരം ഭക്ഷണക്രമം അനുവർത്തിച്ചു. അവരുടെ ഭാരത്തിലുണ്ടായ കുറവ് ചുവടെ നൽകുന്നു. ഈ ഡാറ്റയുടെ ഒരു ആപേക്ഷിക ആവൃത്തിപ്പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക.

4	2	3	2	6	4	3	2	7	3
4	4	3	3	2	1	5	2	1	5
2	3	2	5	4	0	3	2	1	4
3	5	1	1	3					

ശതമാന ആവൃത്തിപ്പട്ടിക (Percentage Frequency Table)

ഓരോ വിലകളുടെയും (ക്ലാസിന്റെയും) ആവൃത്തികൾ ആകെ ആവൃത്തിയുടെ എത്ര ശതമാനമാണ് എന്ന് സൂചിപ്പിക്കുന്ന പട്ടികകളാണ് ശതമാന ആവൃത്തിപ്പട്ടികകൾ. ശതമാനാവൃത്തികൾ കണ്ടുപിടിക്കാൻ ചുവടെ കൊടുത്ത സമവാക്യം ഉപയോഗിക്കാം.

$$\text{ശതമാനാവൃത്തി} = \frac{\text{ആവൃത്തി}}{\text{ആകെ ആവൃത്തി}} \times 100 = \frac{f}{N} \times 100$$

കുറിപ്പ്:

$$\text{ശതമാനാവൃത്തി} = \text{ആപേക്ഷികാവൃത്തി} \times 100$$

പട്ടിക 3.9 നെ ഒരു ശതമാനാവൃത്തിപ്പട്ടികയായി സൂചിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നതെങ്ങനെയെന്ന് കാണാം.

ദാർഢ്യം	ആവൃത്തി	ശതമാനാവൃത്തിപ്പട്ടിക
30 - 35	3	$\frac{3}{60} \times 100 = 5.0$
35 - 40	5	$\frac{5}{60} \times 100 = 8.33$
40 - 45	5	$\frac{5}{60} \times 100 = 8.33$
45 - 50	12	$\frac{12}{60} \times 100 = 20.0$
50 - 55	13	$\frac{13}{60} \times 100 = 21.67$
55 - 60	8	$\frac{18}{60} \times 100 = 13.33$
60 - 65	7	$\frac{17}{60} \times 100 = 11.67$
65 - 70	5	$\frac{3}{60} \times 100 = 5.0$
70 - 75	1	$\frac{1}{60} \times 100 = 1.67$
75 - 80	1	$\frac{1}{60} \times 100 = 1.67$
ആകെ	60	$\frac{60}{60} \times 100 = 100$

പട്ടിക - 3.13



നിങ്ങളുടെ പുരോഗതി അറിയുക

1. പട്ടിക 3.8 ലെ വിവരങ്ങളെ ഒരു ശതമാനാവൃത്തിപ്പട്ടികയായി അവതരിപ്പിക്കുക.
2. ലഹരി ഉപയോഗമുലമുണ്ടാകുന്ന രോഗപകടങ്ങളെക്കുറിച്ച് പഠിക്കുന്ന ഒരു ഗവേഷകൻ മദ്യപിച്ച് വാഹനമോടിച്ച് അപകടങ്ങൾ നടന്നതിന്റെ വിവരങ്ങൾ പോലീസ് സ്റ്റേഷനിൽ നിന്നും ശേഖരിച്ചു. അവ ചുവടെ നൽകുന്നു. ഒരു ശതമാനാവൃത്തിപ്പട്ടിക നിർമ്മിക്കുക.

5	2	2	0	1	4	6	2	2	1	5	4
2	5	0	0	1	3	0	3	3	1	1	1

ആപേക്ഷികാവൃത്തികളുടെ തുക ഒന്നും ശതമാനാവൃത്തികളുടെ തുക 100 ഉം ആയിരിക്കും.

സഞ്ചിതാവൃത്തിപ്പട്ടികകൾ (Cumulative Frequency Tables)

ഒരു നിശ്ചിത സംഖ്യയേക്കാൾ ചെറുതോ തുല്യമോ ആയ വിലകളുടെ എണ്ണത്തെ ആ സംഖ്യയുടെ ആരോഹണ സഞ്ചിതാവൃത്തി (less than cumulative frequency) എന്നു പറയുന്നു. അതുപോലെ ഒരു സംഖ്യയേക്കാൾ വലുതോ തുല്യമോ ആയ വിലകളുടെ എണ്ണത്തെ ആ സംഖ്യയുടെ അവരോഹണ സഞ്ചിതാവൃത്തി (Greater than cumulative frequency or more than cumulative frequency) എന്നു പറയുന്നു.

പട്ടിക 3.8 ൽ മൂന്നോ അതിൽക്കുറവോ കുടുംബാംഗങ്ങളുള്ള എട്ട് കുടുംബങ്ങൾ ഉണ്ട് എന്നു കാണാം. അതിനാൽ 3 ന്റെ ആരോഹണ സഞ്ചിതാവൃത്തി 8 ആണെന്ന് പറയാം. അതുപോലെ 5 ന്റെ അവരോഹണ സഞ്ചിതാവൃത്തി 31 എന്നു കാണാം. ഒമ്പതോ അതിൽ കുടുതലോ കുടുംബാംഗങ്ങളുള്ള അഞ്ച് കുടുംബങ്ങളുള്ളതിനാൽ 9 ന്റെ അവരോഹണ സഞ്ചിതാവൃത്തി അഞ്ച് ആണ്. ആരോഹണ സഞ്ചിതാവൃത്തികളെയും അവരോഹണ സഞ്ചിതാവൃത്തികളെയും സൂചിപ്പിക്കുന്ന പട്ടികകളെ സഞ്ചിതാവൃത്തിപ്പട്ടികകൾ (cumulative frequency tables) എന്നു വിളിക്കുന്നു. ആരോഹണ സഞ്ചിതാവൃത്തിപ്പട്ടിക രൂപീകരിക്കുന്ന വിധം പട്ടിക 3.14 കാണിച്ചിരിക്കുന്നു.

കുടുംബാംഗങ്ങളുടെ എണ്ണം	ആവൃത്തി	ആരോഹണ സഞ്ചിതാവൃത്തി
2	2	$2 + 0 = 2$
3	6	$6 + 2 = 8$
4	9	$9 + 8 = 17$
5	14	$14 + 17 = 31$
6	13	$13 + 31 = 44$
7	7	$7 + 44 = 51$
8	4	$4 + 51 = 55$
9	2	$2 + 55 = 57$
10	2	$2 + 57 = 59$
11	1	$1 + 59 = 60$
ആകെ	60	

പട്ടിക - 3.14



വിവരണം 3.3

പട്ടിക 3.9 ഉപയോഗിച്ച് ആരോഹണ സഞ്ചിതാവൃത്തിപ്പട്ടിക നിർമ്മിക്കുക.

പരിഹാരം

ദാർഢ്യം	ഉയർന്ന പരിധി	ആവൃത്തി	ആരോഹണ സഞ്ചിതാവൃത്തി
30 - 35	35	3	3
35 - 40	40	5	8
40 - 45	45	5	13
45 - 50	50	12	25
50 - 55	55	13	38
55 - 60	60	8	46
60 - 65	65	7	53
65 - 70	70	5	58
70 - 75	75	1	59
75 - 80	80	1	60
ആകെ	60		

പട്ടിക - 3.15



വിവരണം 3.4

പട്ടിക 3.8 ഉപയോഗിച്ച് അവരോഹണ സഞ്ചിതാവൃത്തിപ്പട്ടിക രൂപീകരിക്കുക.

പരിഹാരം

കുടുംബാംഗങ്ങളുടെ എണ്ണം	ആവൃത്തി	അവരോഹണ സഞ്ചിതാവൃത്തി
2	2	60
3	6	$60 - 2 = 58$
4	9	$58 - 6 = 52$
5	14	$52 - 9 = 43$
6	13	$43 - 14 = 29$
7	7	$29 - 13 = 16$
8	4	$16 - 7 = 9$
9	2	$9 - 4 = 5$
10	2	$5 - 2 = 3$
11	1	$3 - 2 = 1$
ആകെ	60	

പട്ടിക - 3.16

**വിവരണം 3.5**

പട്ടിക 3.9 ഉപയോഗിച്ച് അവരോഹണ സഞ്ചിതാവൃത്തിപ്പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക
പരിഹാരം

ഭാരം	താഴ്ന്ന പരിധി	ആവൃത്തി	അവരോഹണ സഞ്ചിതാവൃത്തി
30 - 35	30	3	60
35 - 40	35	5	57
40 - 45	40	5	52
45 - 50	45	12	47
50 - 55	50	13	35
55 - 60	55	8	22
60 - 65	60	7	14
65 - 70	65	5	7
70 - 75	70	1	2
75 - 80	75	1	1
ആകെ		60	

**നിങ്ങളുടെ പുരോഗതി അറിയുക**

1. കോഴിക്കോട് റെയിൽവേ സ്റ്റേഷനിൽ നിന്ന് മംഗള ലക്ഷദ്വീപ് എക്സ്പ്രസ് പുറപ്പെടുന്ന സമയം മൂന്നു മാസം നിരീക്ഷിച്ചു. ഈ ദിവസങ്ങളിൽ തീവണ്ടി എത്ര മിനിറ്റ് വൈകിയാണ് പുറപ്പെട്ടത് എന്നത് പട്ടികപ്പെടുത്തി നൽകിയിരിക്കുന്നു. ഈ ഡാറ്റയുടെ ഒരു ആരോഹണ സഞ്ചിതാവൃത്തിപ്പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക. പട്ടികയിൽ നിന്ന് തീവണ്ടി എത്ര ദിവസങ്ങളിൽ അഞ്ച് മിനിറ്റിലധികം വൈകിയില്ല എന്നത് കണ്ടു പിടിക്കുക.

വൈകിയ നേരം(മിനിറ്റ്)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ദിവസം	44	13	9	5	5	3	4	2	3	1	1

2. മുകളിലത്തെ പട്ടികയിൽ നിന്ന് ഒരു ആവരോഹണ സഞ്ചിതാവൃത്തിപ്പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക. തീവണ്ടി രണ്ടു മിനിറ്റെങ്കിലും വൈകിയോടിയ ദിവസങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.
3. ഒരു കമ്പനി ഉൽപ്പാദിപ്പിക്കുന്ന സി.എഫ്.എൽ. ബൾബുകളുടെ ജീവിത ദൈർഘ്യം നിരീക്ഷിച്ചതിൽ നിന്നും ചുവടെ കൊടുത്ത ആവൃത്തിപ്പട്ടിക ലഭിച്ചു.

ജീവിത ദൈർഘ്യം ('00) മണിക്കൂർ	0-5	5-10	10-20	20-25	25-30	30-35	35-40
സി.എഫ്.എൽ.ബൾബുകളുടെ എണ്ണം	3	16	160	323	80	17	1

ആരോഹണ സഞ്ചിതാവ്യത്തിപ്പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക. 2500 മണിക്കൂറിനകം കേടു വന്ന സി.എഫ്.എൽ.കളുടെ എണ്ണം തിട്ടപ്പെടുത്തുക

4. മുകളിലത്തെ പട്ടികയിൽ നിന്നും ആവരോഹണ സഞ്ചിതാവ്യത്തികൾ കണ്ടുപിടിച്ച് പട്ടികപ്പെടുത്തുക. 2000 മണിക്കൂറുകിലും പ്രവർത്തിച്ച സി.എഫ്.എൽ.ബൾബുകളുടെ എണ്ണം എത്ര?

ദ്വിചര ആവൃത്തിപ്പട്ടിക (Bivariate Frequency Table)

ഒരു സാമ്പിളിൽ ഏതെങ്കിലും ഒരു സവിശേഷതമാത്രമാണ് പഠന വിധേയമാക്കുന്നതെങ്കിൽ അത്തരം ഡാറ്റയെ ഏകചരഡാറ്റ എന്നു വിളിക്കുന്നു. രണ്ട് സവിശേഷതകൾ ഒരേ സമയം വിശകലനം ചെയ്യുന്ന ഡാറ്റയെ ദ്വിചരഡാറ്റ എന്നാണു വിളിക്കുക. ഇങ്ങനെ മൂന്നോ അതിലധികമോ സവിശേഷതകൾ ഒരുമിച്ച് വിശകലനം ചെയ്യുന്ന ഡാറ്റയെ ബഹുചരഡാറ്റ എന്നും വിളിക്കുന്നു. ഉദാഹരണത്തിന് നമ്മൾ വിദ്യാർത്ഥികളുടെ ഉയരത്തെ കുറിച്ച് മാത്രമാണ് പഠനം നടത്തുന്നതെങ്കിൽ നമുക്ക് ലഭിക്കുന്നത് ഏകചരഡാറ്റയായിരിക്കും. അവയെ x, y, z , എന്നിങ്ങനെ രേഖപ്പെടുത്താം.

ഉയരം (ഇഞ്ചിൽ) : 52, 51, 57, 62, 68

ഓരോ വിദ്യാർത്ഥികളുടെയും ഉയരവും ഭാരവും ഒരുമിച്ച് പരിഗണിച്ചു കൊണ്ടുള്ള ഒരു പഠനമാണ് നാം ഉദ്ദേശിക്കുന്നതെങ്കിൽ നമുക്ക് ലഭിക്കുന്നത് ഒരു ദ്വിചര ഡാറ്റയായിരിക്കും. അതിനെ നമുക്ക് (x, y) എന്നോ (x_1, y_1) എന്നോ രേഖപ്പെടുത്താം. ഇവിടെ ഒന്നാമത്തെ ചരത്തിന്റെ വിലകൾ ഉയരത്തേയും രണ്ടാമത്തെ ചരത്തിന്റെ വിലകൾ ഭാരത്തേയും സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

ഉയരവും (ഇഞ്ച്) ഭാരവും (കിലോഗ്രാം) :

(52, 45), (51, 62), (57, 58), (62, 70), (68, 73)

ഇതേ വിവരങ്ങളെ നമുക്ക് മറ്റൊരു രീതിയിൽ ഇങ്ങനെയും രേഖപ്പെടുത്താം.

ഉയരം (x)	:	52	51	57	62	68
ഭാരം (y)	:	45	62	58	70	73

ഒരു ദ്വിചര ഡാറ്റയുടെ ആവൃത്തി വിതരണപ്പട്ടികയെ ദ്വിചര ആവൃത്തിപ്പട്ടിക (Bivariate Frequency Table) എന്നു പറയുന്നു.



വിവരണം 3.6

ഒരു ക്ലാസിലെ 40 കുട്ടികളുടെ ഉയരവും (ഇഞ്ച്) ഭാരവും (കിലോഗ്രാം) തന്നിരിക്കുന്നു. ഒരു ആവൃത്തിപ്പട്ടികയ്ക്ക് രൂപം നൽകുക.

(59, 60) (62, 70) (67, 65) (72, 80) (71, 58) (68, 73) (54, 42) (59, 55)
 (55, 53) (60, 55) (54, 42) (65, 72) (62, 71) (69, 82) (65, 47) (68, 64)
 (65, 74) (64, 84) (67, 69) (72, 75) (64, 65) (71, 78) (70, 74) (67, 62)
 (60, 57) (59, 48) (67, 71) (60, 65) (56, 49) (63, 62) (71, 69) (58, 53)
 (67, 62) (57, 62) (57, 55) (62, 64) (66, 73) (66, 53) (69, 72) (56, 44)

പരിഹാരം

ഭാരം \ ഉയരം	54 - 58	59 - 63	64 - 68	69 - 73	ആകെ
36 - 45	3				3
46 - 55	3	4	2		9
56 - 65	1	5	5	1	12
66 - 75		2	6	4	12
76 - 85			1	3	4
ആകെ	7	11	14	8	40

അവസാന വരിയിലും നിരയിലും നൽകിയിരിക്കുന്ന വിലകളെ പാർശ്വ ആവൃത്തി (Marginal frequency) എന്നു പറയുന്നു. ഉയരത്തിന്റെ പാർശ്വ ആവൃത്തിയാണ് അവസാനത്തെ വരിയിൽ നൽകിയിരിക്കുന്നത്. ഭാരത്തിന്റേത് അവസാനത്തെ നിരയിലും. അവയെ പ്രത്യേകം പട്ടികകളായി നൽകുമ്പോൾ പാർശ്വ ആവൃത്തിപ്പട്ടിക എന്നു വിളിക്കാം. ഉയരത്തിന്റെ പാർശ്വ ആവൃത്തിപ്പട്ടിക ചുവടെ നൽകുന്നു.

ഉയരം	54 - 58	59 - 63	64 - 68	69 - 73	ആകെ
ആകെ	7	11	14	8	40

ഭാരത്തിന്റെ പാർശ്വ ആവൃത്തിപ്പട്ടിക ചുവടെ നൽകുന്നു.

ഭാരം	36 - 45	46 - 55	56 - 65	66 - 75	76 - 85	ആകെ
ആകെ	3	9	12	12	4	40

നിങ്ങളുടെ പുരോഗതി അറിയുക

ഒരു കമ്പനി വിവിധ മാസങ്ങളിൽ പരസ്യത്തിന് വേണ്ടി ചെലവഴിച്ച തുകയും (ലക്ഷത്തിൽ) ലഭിച്ച ലാഭവും (കോടിയിൽ) തന്നിരിക്കുന്നു. ഒരു ദ്വിചര ആവൃത്തിപ്പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക. പാർശ്വ ആവൃത്തിപ്പട്ടികകൾ രൂപീകരിക്കുക.

(1, 13) (3, 15) (2, 16) (6, 17) (13, 23) (12, 24) (17, 25) (11, 19)
 (15, 23) (18, 27) (19, 28) (18, 24) (16, 16) (13, 27) (7, 15) (8, 19)
 (3, 14) (4, 17) (7, 21) (19, 33) (16, 35) (17, 27) (10, 21) (11, 17)
 (10, 16) (13, 19) (11, 18) (12, 19) (14, 21) (16, 25) (19, 24) (20, 23)

3.9 പട്ടികയാക്കലിന്റെ മേൻമകൾ

ഡാറ്റയുടെ പട്ടികാരൂപത്തിലുള്ള അവതരണത്തിന്റെ ചില മേൻമകൾ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

1. പട്ടികകൾ ഡാറ്റയെ ക്രോഡീകരിക്കുന്നു.
2. പട്ടികകൾ ഡാറ്റയെ ലളിതമായും വ്യവസ്ഥാനുസൃതമായും അവതരിപ്പിക്കുന്നതിനാൽ ഒരാൾക്ക് ഒരു ചരത്തിന്റെ/സവിശേഷതയുടെ വിലകൾ എളുപ്പത്തിൽ മനസ്സിലാക്കാൻ സാധിക്കുന്നു.
3. പട്ടികകൾ ചരങ്ങൾ/സവിശേഷതകൾ തമ്മിലുള്ള പരസ്പര ബന്ധത്തെ വെളിവാക്കുന്നു.
4. രണ്ടു ഘടകങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള താരതമ്യം എളുപ്പമാകുന്നു.
5. പട്ടികകൾ ഉപയോഗിച്ച് ഡയഗ്രാമുകളും ഗ്രാഫുകളും നിർമ്മിക്കാൻ എളുപ്പമാണ്.
6. ചുരുങ്ങിയ സ്ഥലമുപയോഗിച്ച് കൂടുതൽ വിവരങ്ങൾ ചിത്രീകരിക്കാൻ പട്ടികകൾക്ക് സാധിക്കുന്നു.
7. പട്ടികകൾ സമയം ലാഭിക്കാൻ സഹായിക്കുന്നു. ഒരു പട്ടികയിൽ നിന്ന് എളുപ്പത്തിലും വേഗത്തിലും വിവരങ്ങൾ ശേഖരിക്കാം.
8. സ്റ്റാറ്റിസ്റ്റിക്കൽ അവലോകനങ്ങളുടെ ഏറ്റവും അടിസ്ഥാനപരമായ ഘടകമാണ് പട്ടികകൾ
9. ലളിതമായ രീതിയിൽ മെച്ചപ്പെട്ട വ്യാഖ്യാനങ്ങൾ നടത്താൻ പട്ടികകൾ സഹായിക്കുന്നു.

നമ്മുടെ സംഗ്രഹിക്കാം

വർഗ്ഗീകരണത്തിന്റെയും പട്ടികയാക്കലിന്റെയും ആവശ്യകതകളും ലക്ഷ്യങ്ങളും മേൻമകളുമാണ് ഈ അധ്യായത്തിൽ നമ്മൾ ചർച്ച ചെയ്തത്. നമ്മുടെ കയ്യിലുള്ള ഡാറ്റയെ അപഗ്രഥന സജ്ജമാക്കിത്തീർക്കുന്ന പ്രക്രിയയാണ് വർഗ്ഗീകരണവും പട്ടികയാക്കലും. ഗുണാത്മകം, ഗണാത്മകം, ഭൂമിശാസ്ത്രബന്ധിതം കാലാനുസൃതം എന്നിങ്ങനെ വിവിധതരത്തിലുള്ള വർഗ്ഗീകരണങ്ങൾ നാം മനസ്സിലാക്കി. വർഗ്ഗീകരിക്കപ്പെട്ട ഡാറ്റയെ വരിയും നിരയുമായി അവതരിപ്പിക്കുന്നതിനെ പട്ടികകൾ എന്ന് വിളിക്കുന്നു. ആവൃത്തികളെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്ന പട്ടികകളെ ആവൃത്തിപ്പട്ടിക എന്നു വിളിക്കാം. ആവൃത്തിപ്പട്ടികകളിൽ തന്നെ ആപേക്ഷികാവൃത്തിപ്പട്ടികകൾ, ശതമാനാവൃത്തിപ്പട്ടികകൾ സഞ്ചിതാവൃത്തിപ്പട്ടികകൾ എന്നിവ നിർമ്മിക്കുന്ന വിധവും നമ്മൾ മനസ്സിലാക്കി കഴിഞ്ഞു. ചരങ്ങളുടെ എണ്ണത്തിനനുസരിച്ച് ഏകചര ആവൃത്തിപ്പട്ടികകളും ദ്വിചര ആവൃത്തിപ്പട്ടികകളും ബഹുചര ആവൃത്തിപ്പട്ടികകളും നിർമ്മിക്കേണ്ടതിന്റെ ആവശ്യകതയും രീതികളും നമ്മൾ ചർച്ച ചെയ്തു.

പഠനനേട്ടങ്ങൾ

ഈ അധ്യായം പഠിക്കുന്നതിലൂടെ പഠിതാവ്:

- വർഗീകരണത്തിന്റെയും പട്ടികപ്പെടുത്തലിന്റെയും ആവശ്യകത തിരിച്ചറിയുന്നു.
- വ്യത്യസ്തതരം വർഗീകരണങ്ങളും പട്ടികകളും തിരിച്ചറിയുന്നു.
- അസംസ്കൃത ഡാറ്റയെ ഉപയോഗപ്രദമായ വിവരങ്ങളായി വർഗീകരിക്കുന്നു.
- ആവൃത്തിപ്പട്ടികകൾ നിർമ്മിക്കുന്നു.
- ഡാറ്റയെ യുക്തിസഹമായി വ്യാഖ്യാനിക്കുന്നു.

വിലയിരുത്തൽ ഇനങ്ങൾ

ശരിയുത്തരം തെരഞ്ഞെടുക്കുക.

1. ഡാറ്റയെ അവയുടെ സവിശേഷതകളുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ വിവിധ ഗ്രൂപ്പുകളായി തിരിക്കുന്ന പ്രവൃത്തിയെ എന്നു വിളിക്കുന്നു.

a) ക്രമീകരണം	b) വർഗീകരണം
c) പട്ടികയാക്കൽ	d) അവതരണം
2. സമയത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ വർഗീകരിക്കുന്നതിനെ എന്നു പറയുന്നു.

a) അളവുബന്ധിത വർഗീകരണം	b) ഗുണാത്മക വർഗീകരണം
c) കാലാനുസൃത വർഗീകരണം	d) ഭൂമിശാസ്ത്ര ബന്ധിത വർഗീകരണം
3. ഡാറ്റയെ പട്ടികകളാക്കുന്നതിലൂടെലാഭിക്കും.

a) സമയം	b) ഊർജം
c) സ്ഥലം	d) ഇവയെല്ലാം
4. ഡാറ്റയെ രണ്ടു വ്യത്യസ്ത വിഭാഗങ്ങളായി തരംതിരിക്കുന്നതിനെ എന്നു പറയുന്നു.

a) ഏകതല വർഗീകരണം	b) ദ്വിതല വർഗീകരണം
c) ബഹുതല വർഗീകരണം	d) ഇവയൊന്നുമല്ല.
5. ഒരു നിശ്ചിത സംഖ്യയേക്കാൾ കൂടിയ വിലകളുടെ എണ്ണത്തെ എന്നു പറയുന്നു.

a) സഞ്ചിതാവൃത്തി	b) ശതമാനാവൃത്തി
c) ആരോഹണ സഞ്ചിതാവൃത്തി	d) അവരോഹണ സഞ്ചിതാവൃത്തി
6. ഒരു കേവല ക്ലാസ്നെ ഒഴിവാക്കുന്നു.

a) താഴ്ന്ന പരിധി	b) ഉയർന്ന പരിധി
c) രണ്ടു പരിധികളും	d) ഏതെങ്കിലും ഒരു പരിധി

വിദ്യാർത്ഥികൾ രജിസ്റ്റർ ചെയ്തു. 63000 പേർ ആർട്സ് വിഷയങ്ങളും 30000 പേർ സയൻസ് വിഷയങ്ങളുമാണ് തെരഞ്ഞെടുത്തത്. 2000 ൽ 17000 വിദ്യാർത്ഥികൾ ആർട്സ് വിഷയങ്ങളും 10000 വിദ്യാർത്ഥികൾ സയൻസ് വിഷയങ്ങളും 4000 വിദ്യാർത്ഥികൾ നിയമ പഠനത്തിനും ചേർന്നു. 2002 ൽ ചേർന്ന 43000 വിദ്യാർത്ഥികൾ 25000 പേരും ആർട്സ് വിഷയങ്ങളാണ് തെരഞ്ഞെടുത്തത്. 2002 ലെ നിയമവിദ്യാർത്ഥികളുടെ എണ്ണം 2001 നേക്കാൾ ആയിരം കൂടുതലായിരുന്നു. ഈ വിവരങ്ങൾ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന ഒരു പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക.

19. ഒരു ദിവസം ഒരു പുത്തോട്ടത്തിലെ വിവിധ ചെടികളിൽ നിന്ന് ലഭിച്ച പൂക്കളുടെ എണ്ണം തന്നിരിക്കുന്നു.

3	9	7	6	0	10	6	8	5	4
9	8	4	3	6	7	1	2	5	7
6	7	8	4	6	5	6	8	3	6
7	2	9	7	6	3	5	0	3	8
2	8	5	9	7	4	5	8	6	7
10	9	7	6	7	7	8	6	5	6
6	7	7	7	8	9	6	5	7	7

- a) പൂക്കളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ ഒരു ആവൃത്തിപ്പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക
b) ഒരു ആരോഹണ സഞ്ചിതാവൃത്തിപ്പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക
c) ഒരു അവരോഹണ സഞ്ചിതാവൃത്തിപ്പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക
d) ഒരു ശതമാനാവൃത്തിപ്പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക.
20. ഒരു ഫാമിലെ ആറ് മാസം പ്രായമായ മൂയലുകളുടെ ഭാരം (ഗ്രാമിൽ) ചുവടെ നൽകുന്നു.

862	816	971	932	877	958	854	928	802	950	946	928
837	952	855	812	836	958	933	946	902	925	941	882
900	861	907	832	917	858	888	868	860	827	946	886
976	889	937	806	944	916	951	951	855	940	890	828
802	822	926	808	916	914	943	828	954	892	844	938
809	882	918	928	979	830	935	840	809	919	873	915
865	901	894	863	870	862	814	913	861	875	971	922
906	829	938	969	828	910	972	876	961	930	949	864
864	955	935	907	870	980	839	940	843	885	938	920
801	873	877	847	856	842	921	958	906	914	878	829

898	898	852	925	896	867	939	975	849	917	922	904
852	848	927	820	864	952	911	975	963	930	802	823
976	890	816	856	841	906	867	929	921	929	896	965
809	967	928	943	816	895	813	804	880	970	847	972

- അനുയോജ്യമായ ക്ലാസ് പരിധികൾ എടുത്ത് ഒരു ആവൃത്തിപ്പട്ടിക രൂപീകരിക്കുക.
- ഒരു ആരോഹണ സഞ്ചിതാവൃത്തിപ്പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക
- ഒരു അവരോഹണ സഞ്ചിതാവൃത്തിപ്പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക
- ഒരു ആപേക്ഷികാവൃത്തിപ്പട്ടിക നിർമ്മിക്കുക.
- ഒരു ശതമാനാവൃത്തിപ്പട്ടിക നിർമ്മിക്കുക.

21. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പട്ടികയിൽ ലാഭത്തിന്റെ സഞ്ചികാവൃത്തികൾ നൽകിയിരിക്കുന്നു.

ലാഭം പരമാവധി (in 000s)	15	30	45	60	75	90	105	120	135
കമ്പനികളുടെ എണ്ണം	3	10	28	53	73	85	91	96	98

ഒരു ആവൃത്തിപ്പട്ടിക രൂപീകരിക്കുക.

22. ഒരു കായികമേളയിൽ പങ്കെടുത്ത മത്സരാർത്ഥികളുടെ ഉയരങ്ങൾ ചില സ്റ്റാറ്റിസ്റ്റിക്സ് വിദ്യാർത്ഥികൾ പറമ്പിനോടൊത്ത്. അവർ 20 കായിക താരങ്ങളുടെ ഉയരങ്ങൾ ശേഖരിച്ചു. അവ ഇപ്രകാരമായിരുന്നു.

ഉയരം (x)	49	53	54	55	66	70	80
കായികതാരങ്ങളുടെ എണ്ണം(f)	1	2	4	5	3	2	1

- ഒരു ആരോഹണ സഞ്ചിതാവൃത്തിപ്പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക
- ഒരു അവരോഹണ സഞ്ചിതാവൃത്തിപ്പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക
- ഒരു ആപേക്ഷികാവൃത്തിപ്പട്ടിക രൂപീകരിക്കുക
- ഒരു ശതമാനാവൃത്തിപ്പട്ടിക നിർമ്മിക്കുക.

23. ഒരു പ്രത്യേക മരുന്നിന്റെ കാര്യക്ഷമതയെക്കുറിച്ച് പഠിക്കുന്നതിന് 55 രോഗികളുടെ വയസ്സിനെക്കുറിച്ചുള്ള വിവരങ്ങൾ ശേഖരിച്ച് താഴെപ്പറയും വിധം പട്ടികയാക്കി

വയസ്സ്	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
രോഗികളുടെ എണ്ണം	5	7	17	12	5	2	7

- a) ഒരു ആരോഹണ സഞ്ചിതാവ്യുത്ഥിപ്പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക
- b) ഒരു അവരോഹണ സഞ്ചിതാവ്യുത്ഥിപ്പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക
- c) ഒരു ആപേക്ഷികാവ്യുത്ഥിപ്പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക
- d) ഒരു ശതമാനാവ്യുത്ഥിപ്പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക
24. ഒരു ലോജിസ്റ്റിക് കമ്പനി കൈമാറ്റം ചെയ്ത പാർസലുകളുടെ ഭാരത്തിന്റെ (കിലോ ഗ്രാമിൽ) ആവൃത്തി വിതരണമാണ് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്.

ഭാരം	പാർസലുകളുടെ എണ്ണം
10.0 - 10.9	2
11.0 - 11.9	3
12.0 - 12.9	5
13.0 - 13.9	8
14.0 - 14.9	12
15.0 - 15.9	15
16.0 - 16.9	13
17.0 - 17.9	11
18.0 - 18.9	6
19.0 - 19.9	2

കേവല ക്ലാസ്സുകളുള്ള ഒരു ആവൃത്തിപ്പട്ടിക നിർമ്മിക്കുക.

25. ഇന്ധനക്ഷമത പരിശോധിക്കുന്നതിന് വേണ്ടി മൂപ്പത് വാഹനങ്ങളെ പരിശോധിച്ച് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന വിവരങ്ങൾ ശേഖരിച്ചു ഒരു ആവൃത്തിപ്പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക.

ഇന്ധനക്ഷമത(കിലോമീറ്ററിൽ)	13 ൽ താഴെ	18 ൽ താഴെ	23 ൽ താഴെ	28 ൽ താഴെ	33 ൽ താഴെ
വാഹനങ്ങളുടെ എണ്ണം	3	8	23	28	30

26. ഒരു കമ്പനിയിലെ അഞ്ഞൂറ് തൊഴിലാളികളുടെ ദിവസവേതനത്തിന്റെ ആപേക്ഷികാവ്യുത്ഥിപ്പട്ടിക ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

ദിവസവേതനം	250 - 300	300 - 350	350 - 400	400 - 450	450 - 500	500 - 550	550 - 600
ആപേക്ഷികാവൃത്തി	0.05	0.1	0.3	0.225	0.2	0.1	0.025

ആവൃത്തിപ്പട്ടിക തയ്യാറാക്കുക.

ഉത്തരങ്ങൾ

- 1) b 2) c 3) d 4) b 5) d
- 6) b 7) a 8) b 9) c 10) c