ৰেখা আৰু কোণ (Lines and Angles)

6.1 অৱতাৰণা (Introduction) :

পঞ্চম অধ্যায়ত তোমালোকে পঢ়িছা যে এডাল ৰেখা অংকন কৰিবৰ কাৰণে ন্যূনতম দুটা বিন্দুৰ প্ৰয়োজন হয়। তদুপৰি তোমালোকে কিছুমান স্বতঃসিদ্ধ (axioms) পাইছিলা আৰু সেই বিলাকৰ সহায়ত তোমালোকে আন কিছুমান উক্তি প্ৰমাণ কৰিছিলা। এই অধ্যায়ত তোমালোকে দুডাল ৰেখাই পৰস্পৰক ছেদ কৰোতে সৃষ্টি হোৱা কোণৰ ধৰ্মৰ বিষয়ে পঢ়িবলৈ পাবা। তদুপৰি, দুডাল বা ততোধিক পৰস্পৰ সমান্তৰাল ৰেখাক এডাল ৰেখাই কিছুমান বিন্দুত ছেদ কৰোতে সৃষ্টি হোৱা কোণৰ ধৰ্মৰ বিষয়েও আলোচনা কৰা হ'ব। এইবিলাকৰ উপৰি এই ধৰ্মসমূহ ব্যৱহাৰ কৰি নিগমনাত্মক অনুধাৱনৰ (পৰিশিষ্ট 1 চোৱা) সহায়ত কিছুমান উক্তি প্ৰমাণ কৰিবলৈ পাবা। এনেধৰণৰ উক্তিবিলাক তোমালোকে আগৰ শ্ৰেণীত কিছুমান কাৰ্য (activities) হিচাপে সত্যাপন কৰিছিলা।

তোমালোকে দৈনন্দিন জীৱনত দেখিছা যে সমতলৰ দাঁতি বা প্ৰান্তবিলাকে বিভিন্ন ধৰণৰ কোণ সৃষ্টি কৰে। সমতলৰ সহায়ত এই একেধৰণৰ আৰ্হি সাজিবলৈ তোমালোকক কোণ সম্পৰ্কীয় বিশদ জ্ঞানৰ প্ৰয়োজন। উদাহৰণ স্বৰূপে, ধৰা তুমি স্কুলৰ প্ৰদৰ্শনীত দিবৰ বাবে বাঁহৰ কাঠিৰে এটা জুপুৰী ঘৰৰ মডেল সাজিব বিচাৰিছা। কল্পনা কৰাচোন তুমি এইটো কেনেকৈ সাজিবা? তুমি কিছুমান কাঠি (বা শলা) পৰস্পৰ সমান্তৰালকৈ আৰু কিছুমান এঢলীয়াকৈ ৰাখিব লাগিব। যেতিয়া কোনো স্থাপতিবিদে কেইবা মহলীয়া অট্টালিকাৰ নক্সা তৈয়াৰ কৰিবলগীয়া হয় তেতিয়া তেওঁ ৰেখাবিলাক বিভিন্ন কোণত কটাকটি কৰাকৈ আৰু সমান্তৰালভাৱে থকাকৈ আঁকিবলগীয়া হয়। ৰেখা আৰু কোণ সম্পৰ্কীয় ধৰ্মবোৰ নজনাকৈ তেওঁ অট্টালিকাৰ নক্সা আঁকিব পাৰিব বুলি ভাবানে?

বিজ্ঞানত পোহৰৰ ধৰ্ম পঢ়োতে তোমালোকে ৰশ্মিৰ চিত্ৰ আঁকিছিলা। উদাহৰণস্বৰূপে পোহৰৰ ৰশ্মি এটা মাধ্যমৰ পৰা আন এটা মাধ্যমত প্ৰৱেশত পোহৰৰ প্ৰতিসৰণৰ ধৰ্ম পঢ়িবলৈ তোমালোকে কটাকটি কৰা ৰেখা আৰু সমান্তৰাল ৰেখাৰ ধৰ্ম ব্যৱহাৰ কৰিছিলা। যেতিয়া দুটা বা ততোধিক বলে

কোনো বস্তুৰ ওপৰত ক্ৰিয়া কৰে, তেতিয়া বলৰ সামূহিক প্ৰভাৱ অধ্যয়ন কৰাৰ বাবে সদৃশ ৰেখাখণ্ডৰে বলসমূহ বুজোৱা একোটা চিত্ৰ তোমালোকে অংকন কৰা। সেই সময়ত ৰশ্মি (বা ৰেখাখণ্ড)সমূহে কটাকটি কৰোতে বা সমান্তৰালকৈ থাকোতে যিবিলাক কোণ গঠন হয় সেইবিলাকৰ মাজৰ সম্পৰ্ক তোমালোকে জানিব লাগিছিল। এটা স্তম্ভৰ উচ্চতা জানিবলৈ বা লাইট হাউছৰ পৰা এখন জাহাজৰ দূৰত্ব জানিবলৈ হ'লে অনুভূমিক ৰেখা আৰু দৃষ্টিৰেখাৰ মাজৰ কোণটো জানিব লাগে। এনে বহুতো উদাহৰণ দিব পৰা যায় য'ত ৰেখা আৰু কোণ ব্যৱহাৰ হয়। জ্যামিতিৰ পৰৱৰ্তী অধ্যায়বিলাকত তোমালোকে ৰেখা আৰু কোণ সম্পৰ্কীয় ধৰ্মৰ ব্যৱহাৰ কৰি আৰু বহুতো দৰকাৰী ধৰ্ম উলিয়াব পাৰিবা।

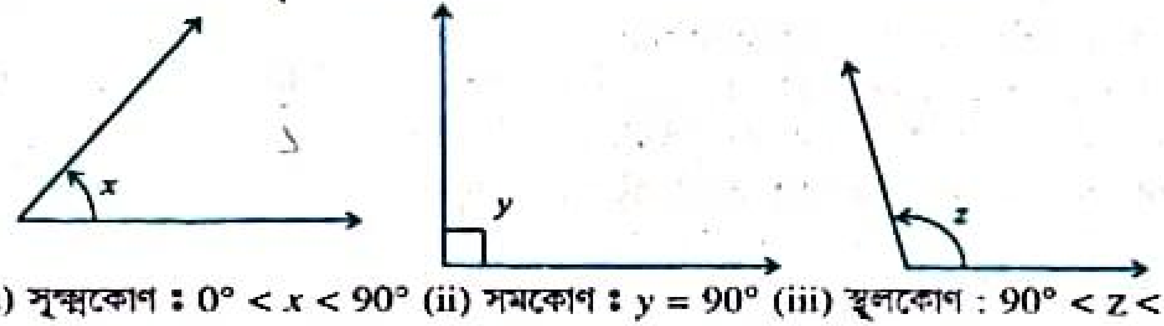
প্ৰথমে আমি আগৰ শ্ৰেণীত পাই অহা ৰেখা আৰু কোণৰ লগত সম্বন্ধ থকা কিছুমান পদ আৰু সংজ্ঞাৰ পুনৰ আলোচনা কৰিম।

6.2 মৌলিক পদসমূহ আৰু ইয়াৰ সংজ্ঞা (Basic Terms and Definitions) :

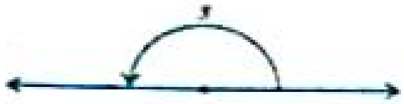
মনত পেলোৱা যে এডাল ৰেখাৰ দুটা প্ৰান্তবিন্দু থকা অংশ বা খণ্ড এটাক ৰেখাখণ্ড আৰু এটা প্ৰান্তবিন্দু থকা খণ্ড এটাক ৰশ্মি বোলে। মনত ৰাখিবা যে ৰেখাখণ্ড AB ক $\overline{AB}$ ৰে বুজোৱা হয় আৰু ইয়াৰ দীঘক AB ৰে বুজায়। এডাল 'ৰশ্মি AB'ক $\overrightarrow{AB}$ ৰে আৰু এডাল 'ৰেখা AB'ক $\overleftrightarrow{AB}$ ৰে দৰ্শোৱা হয়। সেয়ে হ'লেও আমি এই প্ৰতীক চিহ্ন বিলাক ব্যৱহাৰ নকৰো আৰু তাৰ সলনি ৰেখাখণ্ড AB, ৰশ্মি AB, দীঘ AB আৰু ৰেখা AB ক একেই প্ৰতীক AB ৰে সূচিত কৰিম। বিষয়বস্তুৰপৰাই এই বিলাকৰ অৰ্থ স্পষ্ট হ'ব। মাজে সময়ে সৰুফলাৰ বৰ্ণ l, m, n, আদিৰে ৰেখা একোডাল নিৰ্দেশ কৰা হ'ব।

যদি তিনিটা বা ততোধিক বিন্দু একেডাল ৰেখাতেই থাকে তেনেহ'লে সেই বিন্দুবিলাকক 'একৰেখীয় বিন্দু' বোলে আৰু অন্যথাই ইহঁত 'একৰেখীয় নহয়'।

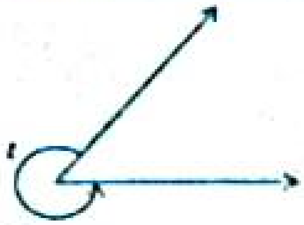
মনত পেলোৱা যে দুটা ৰশ্মি একেটা প্ৰান্তবিন্দুৰ পৰাই উদ্ভৱ হ'লে এটা 'কোণ' গঠন হয়। যি দুটা ৰশ্মিয়ে কোণটোৰ সৃষ্টি কৰে সেই দুটাক কোণটোৰ 'বাহু' আৰু প্ৰান্ত বিন্দুটোক কোণটোৰ 'শীৰ্ষবিন্দু' বোলে। আগৰ শ্ৰেণীত তোমালোকে সূক্ষ্মকোণ, স্থূলকোণ, সমকোণ, সৰলকোণ আৰু প্ৰত্যাবৰ্ত্তী কোণ বা প্ৰবৃদ্ধ কোণ আদিৰ বিষয়ে পঢ়িছিলা (চিত্ৰ 6.1 চোৱা)।



(i) সূক্ষ্মকোণ : $0° < x < 90°$ (ii) সমকোণ : $y = 90°$ (iii) স্থূলকোণ : $90° < z < 180°$



(iv) সৰলকোণ : $s = 180°$



(v) প্ৰত্যাবৰ্তী বা প্ৰবৃদ্ধ : $180° < t < 360°$.

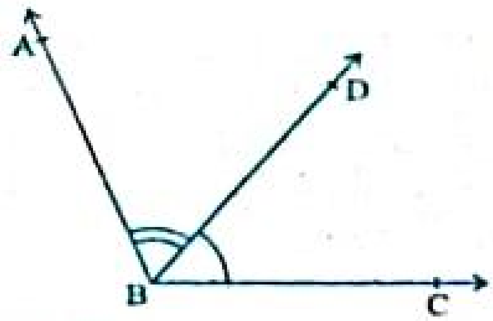
চিত্ৰ 6.1 : বিভিন্ন ধৰণৰ কোণ

এটা সূক্ষ্মকোণৰ জোখ 0° আৰু 90° ৰ ভিতৰত থাকে আৰু এটা সমকোণ সঠিককৈ 90° ৰ সমান। এটা কোণ 90° তকৈ ডাঙৰ, কিন্তু 180° তকৈ সৰু হ'লে, ইয়াক স্থূলকোণ বোলে। তদুপৰি মনত পেলোৱা যে এটা সৰল কোণ 180° ৰ সমান। এটা কোণ 180° তকৈ ডাঙৰ, কিন্তু 360° তকৈ সৰু হ'লে তাক প্ৰত্যাবৰ্তী বা প্ৰবৃদ্ধ কোণ বোলে। আকৌ দুটা কোণৰ যোগফল 90° হ'লে কোণ দুটাক পূৰক কোণ বোলে আৰু কোণ দুটাৰ যোগফল 180° হ'লে সিহঁতক সম্পূৰক কোণ বোলে।

সেইদৰে, তোমালোকে আগৰ শ্ৰেণীত সন্নিহিত কোণৰ বিষয়ে পঢ়িছা (চিত্ৰ 6.2 চোৱা)। দুটা কোণক সন্নিহিত কোণ বুলি কোৱা হয়, যেতিয়া সিহঁতৰ এটা উমৈহতীয়া (বা সাধাৰণ) শীৰ্ষবিন্দু, এডাল উমৈহতীয়া বাহু থাকে আৰু সিহঁতৰ আন দুডাল বাহু (যি দুডাল উমৈহতীয়া নহয়) উমৈহতীয়া বাহুডালৰ দুয়োফালে থাকে। চিত্ৰ 6.2 ত দেখুওৱা ∠ABD আৰু ∠DBC দুটা সন্নিহিত কোণ। BD ৰশ্মিডাল সিহঁতৰ উমৈহতীয়া বাহু আৰু B বিন্দুটো উমৈহতীয়া শীৰ্ষ বিন্দু। BA আৰু BC ৰশ্মি দুডাল উমৈহতীয়া বাহু নহয়। তদুপৰি, যেতিয়া দুটা কোণ সন্নিহিত হয়, তেতিয়া সেই দুটা কোণৰ যোগফল উমৈহতীয়া নোহোৱা বাহু দুটাই কৰা কোণটোৰ সমান। সেই কাৰণে আমি লিখিব পাৰো যে

$$\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC.$$

মন কৰা যে ∠ABC আৰু ∠ABD সন্নিহিত কোণ নহয়। কিয়? কাৰণ ইহঁতৰ BD আৰু BC বাহু দুটা উমৈহতীয়া নহয়, যি দুটা উমৈহতীয়া বাহু BA ৰ একেফালেই আছে।

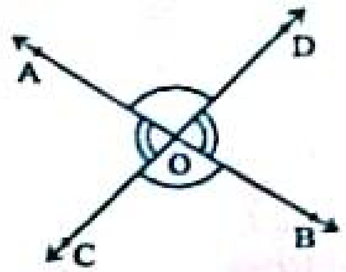


চিত্ৰ 6.2 : সন্নিহিত কোণ

চিত্ৰ 6.3 : ৰৈখিক যুৰীয়া কোণ

যদি চিত্ৰ 6.2ত দিয়া উমৈহতীয়া নোহোৱা BA আৰু BC বাহু দুটাই এডাল সৰলৰেখা গঠন কৰে তেনেহ'লে আকৃতিত দেখিবলৈ চিত্ৰ 6.3 ত দিয়াৰ দৰে হ'ব। এই অৱস্থাত, ∠ABD আৰু ∠DBC ক বৈখিক যুৰীয়া কোণ বুলি কোৱা হয়।

তোমালোকৰ বিপ্ৰতীপ শীৰ্ষক কোণৰ বিষয়ে মনত আছে নিশ্চয়। ধৰা, AB আৰু CD ৰেখা দুটাই পৰস্পৰক O বিন্দুত কটাকটি কৰিলে বিপ্ৰতীপ শীৰ্ষক কোণ গঠন হয় (চিত্ৰ 6.4 চোৱা)। ইয়াত দুযোৰ বিপ্ৰতীপ শীৰ্ষক কোণ পোৱা যায়। ইয়াৰে এযোৰ ∠AOD আৰু ∠BOC। আনযোৰ উলিয়াব পাৰিবানে?



চিত্ৰ 6.4 : বিপ্ৰতীপ শীৰ্ষ কোণ

6.3 কটাকটি কৰা ৰেখা আৰু কটাকটি নকৰা ৰেখা (Intersecting Lines and Non-intersecting Lines) :

এখন কাগজত PQ আৰু RS ৰেখা দুডাল অংকন কৰা। তোমালোকে এই ৰেখা দুডালক চিত্ৰ 6.5 (i) আৰু চিত্ৰ 6.5 (ii) ত দিয়াৰ দৰে দুটা বিভিন্ন ধৰণেৰে আঁকিব পাৰিবা।

(i) কটাকটি কৰা ৰেখা (ii) কটাকটি নকৰা (সমান্তৰাল) ৰেখা

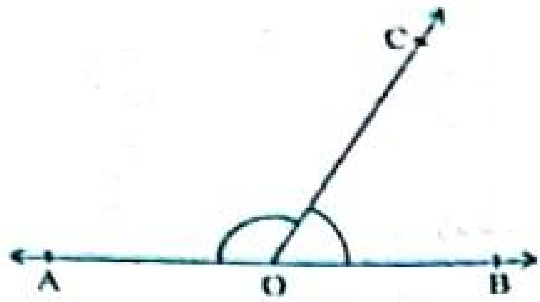
চিত্ৰ 6.5 : বিভিন্ন প্ৰকাৰে অংকন কৰা দুডাল ৰেখা

ৰেখাৰ ধাৰণা কি আছিল মনত পেলোৱা। এডাল ৰেখা দুয়ো দিশত অসীমলৈ প্ৰসাৰিত হৈ থাকে। চিত্ৰ 6.5 (i) ৰ PQ আৰু RS ৰেখা দুডাল কটাকটি কৰা ৰেখা আৰু চিত্ৰ 6.5 (ii) ৰ ৰেখা দুডাল পৰস্পৰ সমান্তৰাল। মন কৰিবা যে এই পৰস্পৰ সমান্তৰাল ৰেখা দুডালৰ বেলেগ বেলেগ বিন্দুত অঁকা উমৈহতীয়া লম্ববিলাকৰ দীঘ সমান। এই সমান দীঘক সমান্তৰাল ৰেখা দুডালৰ মাজৰ দূৰত্ব বুলি কোৱা হয়।

6.4 কোণৰ যোৰ (Pairs of Angles) :

6.2 অনুচ্ছেদত তোমালোকে পূৰক কোণ, সম্পূৰক কোণ, সন্নিহিত কোণ, বৈখিক যুৰীয়া কোণ আদিৰ দৰে কোণৰ যোৰ কিছুমানৰ সংজ্ঞা পাইছা। তোমালোকে এই কোণ বিলাকৰ মাজত

ধৰা কিবা সম্পৰ্ক ভাবি পাইছানে? এডাল ৰেখাৰ ওপৰত যেতিয়া এডাল ৰশ্মি দণ্ডায়মান হয় তেতিয়া যিকেইটা কোণ উৎপন্ন হয় সেইকেইটাৰ মাজৰ সম্পৰ্ক আমি এতিয়া উলিয়াম। চিত্ৰ 6.6 ত দেখুওৱাৰ দৰে এডাল ৰেখাৰ ওপৰত এডাল ৰশ্মি দণ্ডায়মান হোৱাকৈ এটা চিত্ৰ আঁকা। ৰেখাডালক AB আৰু ৰশ্মিটোক OC বুলি লোৱা হ'ল। O বিন্দুত কি কি কোণ উৎপন্ন হৈছে? সেই কোণবিলাক হ'ল ∠AOC, ∠BOC আৰু ∠AOB।



চিত্ৰ 6.6 : বৈখিক যুৰীয়া কোণ

আমি ∠AOC + ∠BOC = ∠AOB বুলি লিখিব পাৰিমনে? ....(1)

নিশ্চয় পাৰিম। (ইয়াৰ কাৰণ কি সন্নিহিত কোণৰ বিষয়ে থকা 6.2 অনুচ্ছেদ চোৱা)

∠AOB ৰ জোখ কিমান? এই কোণৰ জোখ হ'ল 180°। (কিয়?) ....(2)

(1) আৰু (2) ৰ পৰা ∠AOC + ∠BOC = 180° বুলি ক'ব পাৰিবানে? হয়, পাৰিবা। (কিয়?)

ওপৰৰ আলোচনাৰ পৰা আমি তলত দিয়া স্বতঃসিদ্ধটো লিখিব পাৰিম :

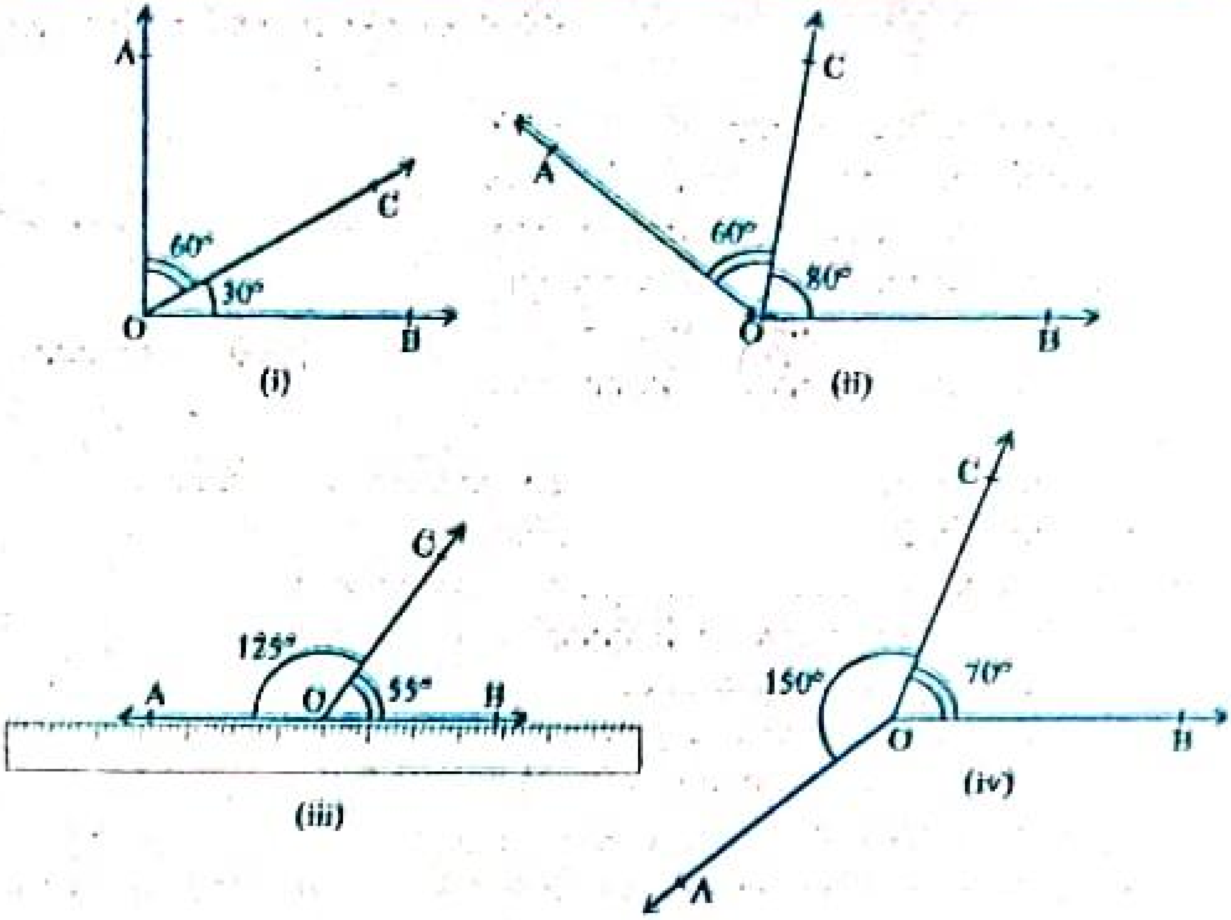
স্বতঃসিদ্ধ 6.1 : *এডাল ৰেখাৰ ওপৰত এটা ৰশ্মি থিয় কৰাই ৰাখিলে সৃষ্টি হোৱা সন্নিহিত কোণ দুটাৰ সমষ্টি 180°।*

মনত পেলোৱা যে যেতিয়া দুটা সন্নিহিত কোণৰ সমষ্টি 180° হয় তেতিয়া কোণ দুটাক বৈখিক যুৰীয়া কোণ বুলি কয়।

স্বতঃসিদ্ধ 6.1 'ত প্ৰদত্ত যে 'এডাল ৰেখাৰ ওপৰত এটা ৰশ্মি থিয় কৰাই ৰখা হয়'। এই 'প্ৰদত্ত' কথাটোৰ পৰা আমি এই সিদ্ধান্তলৈ আহিছো যে 'এইদৰে সৃষ্টি হোৱা দুটা সন্নিহিত কোণৰ সমষ্টি 180°'। তোমালোকে 6.1 স্বতঃসিদ্ধটো আন ধৰণেৰে লিখিব পাৰিবানে? অৰ্থাৎ 6.1 স্বতঃসিদ্ধৰ সিদ্ধান্তটো 'প্ৰদত্ত' হিচাপে আৰু 'প্ৰদত্ত'টো 'সিদ্ধান্ত' হিচাপে ল'ব লাগে। এনে কৰিলে হ'ব :

(A) যদি দুটা সন্নিহিত কোণৰ যোগফল 180° হয়, তেনেহ'লে এডাল ৰেখাৰ ওপৰত এটা ৰশ্মি থিয় হৈ থাকিব (অৰ্থাৎ যি দুটা বেখা উমৈহতীয়া নহয়, সেই দুটাই এডাল ৰেখা সৃষ্টি কৰে)

এতিয়া তোমালোকে দেখিছা যে স্বতঃসিদ্ধ 6.1 আৰু উক্তি (A) ভাবাৰ্থ অনুসৰি এটা আনটোৰ বিপৰীত। আমি ইয়াৰে এটাক আনটোৰ প্ৰতিলোম (বা বিপৰীত) বুলি কওঁ। উক্তি (A) সত্য হয় নে নহয় আমি নাজানো। ইয়াকে পৰীক্ষা কৰি চোৱা যাওঁক। চিত্ৰ 6.7 ত দিয়াৰ দৰে বিভিন্ন জোখৰ কিছুমান সন্নিহিত কোণ আঁকা। প্ৰতিটো ক্ষেত্ৰতে যি দুটা বাহু উমৈহতীয়া নহয়, তাৰে এটাৰ কাষত স্কেল এডাল ৰাখা। এতিয়া এই উমৈহতীয়া নোহোৱা বাহু দুটাৰ আনটোও স্কেলডালৰ লগ লাগি আছে নে?



চিত্ৰ 6.7 ঃ বিভিন্ন জোখৰ সন্নিহিত কোণ

তোমালোকে দেখিবা যে একমাত্ৰ চিত্ৰ 6.7 (iii) অতহে যি দুটা বাহু উমৈহতীয়া নহয় সেই দুয়োটা স্কেলডালৰ সৈতে লগলাগি আছে। অৰ্থাৎ A, O আৰু B বিন্দুকেইটা একে ৰেখাতেই আছে আৰু OC ৰশ্মি এই ৰেখাত থিয় হৈ আছে। তদুপৰি দেখিবা যে $\angle AOC + \angle COB = 125° + 55° = 180°$। ইয়াৰ পৰা তোমালোকে এই সিদ্ধান্তত উপনীত হ'ব পাৰিবা যে (A) উক্তিটো সত্য। সেয়ে তোমালোকে তলত দিয়াৰ দৰে এটা স্বতঃসিদ্ধ লিখিব পাৰিবা ঃ

স্বতঃসিদ্ধ 6.2 ঃ *যদি দুটা সন্নিহিত কোণৰ সমষ্টি 180°, তেন্তে কোণ দুটাৰ যি দুটা বাহু উমৈহতীয়া নহয় সেই দুটাই এডাল ৰেখাৰ সৃষ্টি কৰে।*

সুস্পষ্ট কাৰণত, ওপৰৰ দুয়োটা স্বতঃসিদ্ধক একেলগে 'ৰৈখিক যোৰৰ স্বতঃসিদ্ধ' বোলা হয়।

এতিয়া আমি দুটা ৰেখাই পৰস্পৰক ছেদ কৰা অৱস্থাটো নিৰীক্ষণ কৰিম।

মনত পেলোৱা, আগৰ শ্ৰেণীত পাইছিলা যে যেতিয়া দুডাল ৰেখাই পৰস্পৰক ছেদ কৰে, তেতিয়া বিপ্ৰতীপ শীৰ্ষক কোণ বিলাক সমান হয়। এই কথাটো এতিয়া প্ৰমাণ কৰিম। পৰিশিষ্ট-1ত এটা প্ৰমাণৰ বাবে থকা উপাদানবিলাক চোৱা আৰু তলৰ প্ৰমাণটো চাওঁতে সেইবিলাক মনত ৰাখিবা।

উপপাদ্য 6.1 : *যদি দুডাল ৰেখাই পৰস্পৰ কটাকটি কৰে, তেনেহ'লে বিপ্ৰতীপ শীৰ্ষত কোণ বিলাক সমান।*

প্ৰমাণ : ওপৰৰ উক্তিটোত দিয়া আছে যে 'দুডাল ৰেখাই পৰস্পৰ কটাকটি কৰে'। গতিকে, ধৰা হ'ল চিত্ৰ 6.8ত দিয়াৰ দৰে AB আৰু CD দুডাল ৰেখাই O বিন্দুত পৰস্পৰক কটাকটি কৰিছে। ইয়াৰ ফলত দুযোৰ বিপ্ৰতীপ শীৰ্ষক কোণৰ সৃষ্টি হৈছে আৰু সেই দুযোৰ হ'ল—

(i) ∠AOC আৰু ∠BOD (ii) ∠AOD আৰু ∠BOC.

চিত্ৰ 6.8 : বিপ্ৰতীপ শীৰ্ষক কোণ

আমি প্ৰমাণ কৰিব লাগে যে ∠AOC = ∠BOD আৰু ∠AOD = ∠BOC।

এতিয়া, OA ৰশ্মিটো CD ৰেখাৰ ওপৰত থিয় হৈ আছে।

গতিকে, ∠AOC + ∠AOD = 180° (ৰৈখিক যোৰৰ স্বতঃসিদ্ধ) ....(1)

আমি লিখিব পাৰিমনে যে ∠AOD + ∠BOD = 180°? পাৰিম। (কিয়?) ....(2)

এতিয়া (1) আৰু (2)ৰপৰা লিখিব পাৰিম যে

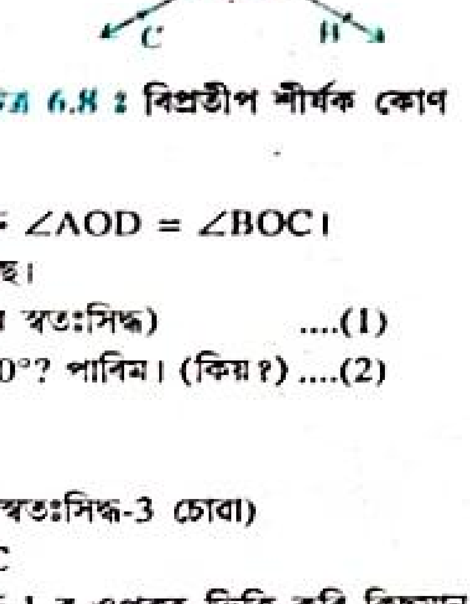
∠AOC + ∠AOD = ∠AOD + ∠BOD

ইয়াৰপৰা পাওঁ ∠AOC = ∠BOD (অনুচ্ছেদ-5.2 ৰ স্বতঃসিদ্ধ-3 চোৱা)

একেদৰেই প্ৰমাণ কৰিব পাৰিম যে ∠AOD = ∠BOC

আমি এতিয়া ৰৈখিক যোৰৰ স্বতঃসিদ্ধ আৰু উপপাদ্য 6.1 ৰ ওপৰত ভিত্তি কৰি কিছুমান উদাহৰণ কৰিম।

উদাহৰণ 1 : চিত্ৰ 6.9 অত PQ আৰু RS ৰেখা দুডালে পৰস্পৰক O বিন্দুত কটাকটি কৰিছে। যদি ∠ POR : ∠ROQ = 5 : 7, তেনেহ'লে সকলোবিলাক কোণ নিৰ্ণয় কৰা।



চিত্ৰ 6.9

সমাধান : ∠POR + ∠ROQ = 180° (ৰৈখিক যুৰীয়া কোণ)

কিন্তু দিয়া আছে যে ∠POR : ∠ROQ = 5 : 7

গতিকে, $\angle POR = \frac{5}{12} \times 180^\circ = 75^\circ$

সেইদৰে, $\angle ROQ = \frac{7}{12} \times 180^\circ = 105^\circ$

এতিয়া, ∠POS = ∠ROQ = 105° (বিপ্ৰতীপ শীৰ্ষক কোণ)

আৰু ∠SOQ = ∠POR = 75° (বিপ্ৰতীপ শীৰ্ষক কোণ)

উদাহৰণ 2 : চিত্ৰ 6.10 ত, OS ৰশ্মিটো POQ ৰেখাৰ ওপৰত আছে। OR আৰু OT ৰশ্মি দুটা ক্ৰমে $\angle POS$ আৰু $\angle SOQ$ কোণৰ সমদ্বিখণ্ডক। যদি $\angle POS = x$, $\angle ROT$ নিৰ্ণয় কৰা।

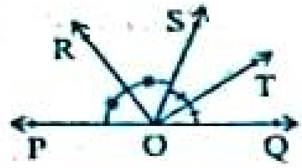
সমাধান : OS ৰশ্মিটো POQ ৰেখাৰ ওপৰত আছে।

গতিকে, $\angle POS + \angle SOQ = 180°$

কিন্তু $\angle POS = x$, গতিকে $x + \angle SOQ = 180°$

সেয়ে, $\angle SOQ = 180° - x$

এতিয়া, OR ৰশ্মিয়ে $\angle POS$ক সমদ্বিখণ্ডিত কৰে, গতিকে



চিত্ৰ 6.10

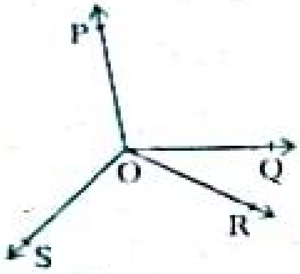
$$\angle ROS = \frac{1}{2} \times \angle POS = \frac{1}{2} \times x = \frac{x}{2}$$

সেইদৰে $\angle SOT = \frac{1}{2} \times \angle SOQ = \frac{1}{2} \times (180° - x) = 90° - \frac{x}{2}$

এতিয়া, $\angle ROT = \angle ROS + \angle SOT = \frac{x}{2} + 90 - \frac{x}{2} = 90°$

উদাহৰণ 3 : চিত্ৰ 6.11 ত OP, OQ, OR আৰু OS চাৰিটা ৰশ্মি। প্ৰমাণ কৰা যে

$\angle POQ + \angle QOR + \angle SOR + \angle POS = 360°$



চিত্ৰ 6.11

সমাধান : চিত্ৰ 6.11 ত চাৰিটা ৰশ্মি OP, OQ, OR বা OS ৰ যিকোনো এটাক তোমালোকে এটা বিন্দুলৈ পিছুৱাই বৰ্ধিত কৰিব লাগিব। ধৰা OQ ৰশ্মিটো T বিন্দুলৈ পিছুৱাই বৰ্ধিত কৰাত

TOQ ৰেখা পোৱা গ'ল। (চিত্ৰ 6.12 চোৱা)।

এতিয়া TOQ ৰেখাৰ ওপৰত OP ৰশ্মি থিয় হৈ আছে।

গতিকে, $\angle TOP + \angle POQ = 180°$ (বৈখিক যোৰৰ স্বতঃসিদ্ধ

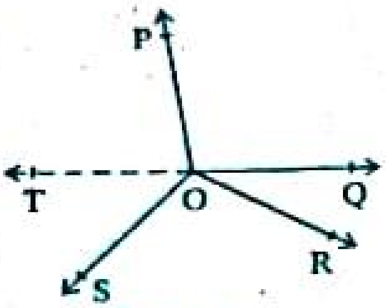
সেইদৰে, TOQ ৰেখাৰ ওপৰত OS ৰশ্মি আছে।

গতিকে, $\angle TOS + \angle SOQ = 180°$ ....(2)

কিন্তু $\angle SOQ = \angle SOR + \angle QOR$

গতিকে (2)ৰ পৰা

$\angle TOS + \angle SOR + \angle QOR = 180°$ ....(3)



চিত্ৰ 6.12

এতিয়া (1) আৰু (3) যোগ কৰিলে পাওঁ,

$\angle TOP + \angle POQ + \angle TOS + \angle SOR + \angle QOR = 360°$ ....(4)

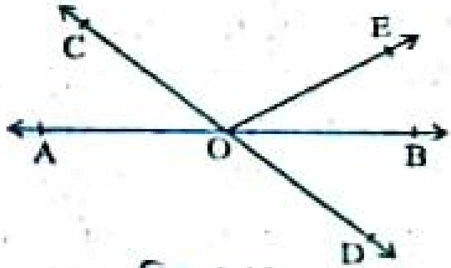
কিন্তু $\angle TOP + \angle TOS = \angle POS$

গতিকে (4) ৰ পৰা

$\angle POQ + \angle QOR + \angle SOR + \angle POS = 360°$

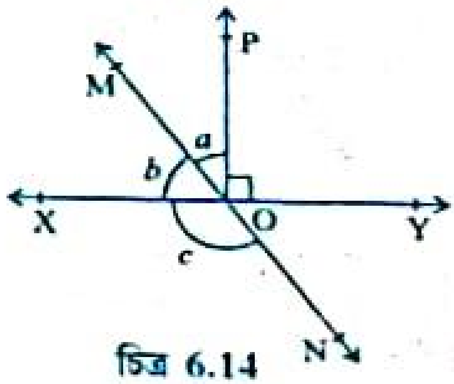
অনুশীলনী 6.1

1. চিত্র 6.13 ত AB আৰু CD ৰেখাই O বিন্দুত কটাকটি কৰিছে। যদি $\angle AOC + \angle BOE = 70°$ আৰু $\angle BOD = 40°$, তেন্তে $\angle BOE$ আৰু প্ৰত্যাবৰ্তী $\angle COE$ নিৰ্ণয় কৰা।



চিত্র 6.13

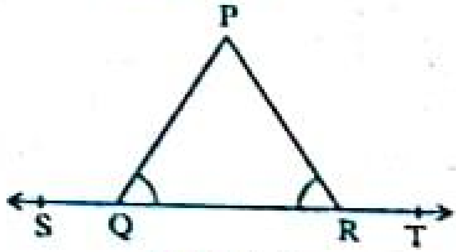
2. চিত্র 6.14 ত, XY আৰু MN ৰেখাই O বিন্দুত কটাকটি কৰিছে। যদি $\angle POY = 90°$ আৰু $a : b = 2 : 3$, তেন্তে c নিৰ্ণয় কৰা।



চিত্র 6.14

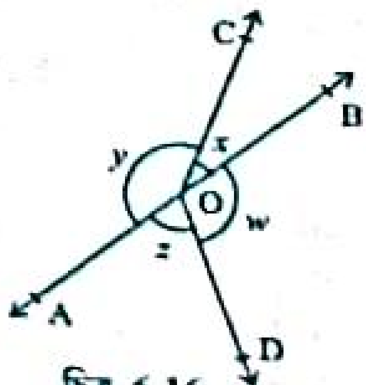
3. চিত্র 6.15ত, $\angle PQR = \angle PRQ$, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে

$\angle PQS = \angle PRT$



চিত্র 6.15

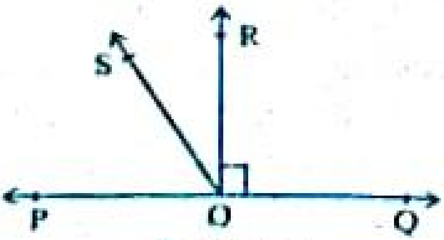
4. চিত্র 6.16ত, যদি $x + y = w + z$, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে AOB এডাল ৰেখা।



চিত্র 6.16

5. চিত্র 6.17ত, POQ এডাল ৰেখা। OR ৰশ্মি PQ ৰেখাৰ ওপৰত লম্ব। OP আৰু OR ৰশ্মিৰ মাজত থকা আন এডাল ৰশ্মি হ'ল OS। প্ৰমাণ কৰা যে

$\angle ROS = \frac{1}{2}(\angle QOS - \angle POS)$.

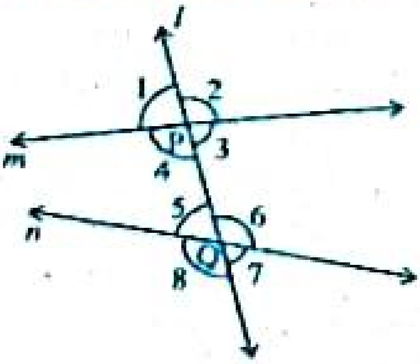


চিত্ৰ 6.17

6. দিয়া আছে যে $\angle XYZ = 64°$ আৰু XYক P বিন্দুলৈ বঢ়াই দিয়া হৈছে। এই তথ্যৰ সহায়ত এটা চিত্ৰ অংকন কৰা। যদি YQ ৰশ্মিয়ে $\angle ZYP$ ক সমদ্বিখণ্ডিত কৰে তেন্তে $\angle XYQ$ আৰু প্ৰত্যাবৰ্তী $\angle QYP$ নিৰ্ণয় কৰা।

6.5 সমান্তৰাল ৰেখা আৰু তিৰ্যক ৰেখা (Parallel Lines and a Transversal) :

মনত পেলোৱা যে যেতিয়া এডাল ৰেখাই দুডাল বা ততোধিক ৰেখাক নিৰ্দিষ্ট বিন্দু কিছুমানত ছেদ কৰে তেতিয়া সেই ৰেখাডালক তিৰ্যক ৰেখা বোলে (চিত্ৰ 6.18 চোৱা)। l ৰেখাডালে m আৰু n ৰেখা দুডালক ক্ৰমে P আৰু Q বিন্দুত কাটিছে। সেই কাৰণে, l ৰেখাডাল m আৰু n ৰেখাৰ তিৰ্যক। লক্ষ্য কৰা যে P আৰু Q বিন্দু দুটা প্ৰতিটোতে চাৰিটাকৈ কোণৰ সৃষ্টি হৈছে।



চিত্ৰ 6.18

এই কোণকেইটাক $\angle 1, \angle 2, \ldots, \angle 8$ হিচাপে নাম দিয়া হ'ল। (চিত্ৰ 6.18 চোৱা)

$\angle 1, \angle 2, \angle 7$ আৰু $\angle 8$ এই কোণকেইটাক বহিঃকোণ আৰু $\angle 3, \angle 4, \angle 5$ আৰু $\angle 6$ এই কোণকেইটাক অন্তঃকোণ বোলে।

মনত পেলোৱা যে আগৰ শ্ৰেণীত তোমালোকে এডাল তিৰ্যকে দুটা ৰেখাক ছেদ কৰোতে গঠন হোৱা কিছুমান যুৰীয়া কোণৰ নাম দিছিলা। সেইবিলাক তলত দিয়াৰ দৰে :

(a) অনুৰূপ কোণ (Corresponding angles) :

(i) $\angle 1$ আৰু $\angle 5$ (ii) $\angle 2$ আৰু $\angle 6$

(iii) $\angle 4$ আৰু $\angle 8$ (iv) $\angle 3$ আৰু $\angle 7$

(b) একান্তৰ অন্তঃকোণ (Alternate interior angles) :

(i) $\angle 4$ আৰু $\angle 6$ (ii) $\angle 3$ আৰু $\angle 5$

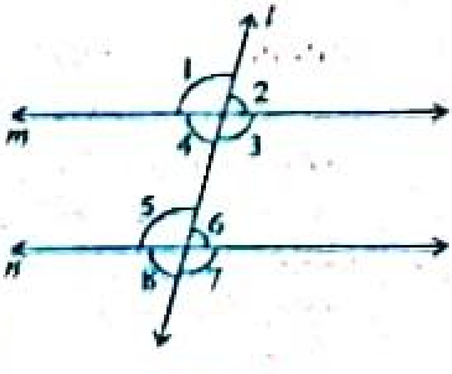
(c) একান্তৰ বহিঃকোণ (Alternate exterior angles) :

(i) $\angle 1$ আৰু $\angle 7$ (ii) $\angle 2$ আৰু $\angle 8$

(d) তিৰ্যকৰ একেফালে থকা অন্তঃকোণ (Interior angles on the same side of the transversal) :

(i) $\angle 4$ আৰু $\angle 5$ (ii) $\angle 3$ আৰু $\angle 6$

তির্যকৰ একেফালে থকা অন্তঃকোণবিলাকক ক্ৰমিক অন্তঃকোণ (consecutive interior angles) বা মিত্ৰ অন্তঃকোণ (allied angles) বা সহঃ অন্তঃকোণ (co-interior angles)ও বোলা হয়। বহু সময়ত আকৌ একান্তৰ অন্তঃকোণৰ সলনি কেৱল একান্তৰ কোণ নামটোহে ব্যৱহাৰ কৰা হয়।



চিত্ৰ 6.19

এতিয়া আমি এই যুৰীয়া কোণবিলাকৰ মাজত থকা সম্পৰ্ক উলিয়াম যেতিয়া m ৰেখাডাল n ৰেখাডালৰ লগত সমান্তৰাল হৈ থাকে। তোমালোকে জানা যে তোমালোকৰ টোকাবহীৰ ৰেখাবিলাক পৰস্পৰ সমান্তৰাল। গতিকে পেঞ্চিল আৰু স্কেলৰ সহায়ত এই ৰেখাবিলাকৰ যিকোনো দুডালৰ ওপৰত দুডাল সমান্তৰাল ৰেখা অংকন কৰা আৰু এই দুডালক কটাকৈ এডাল তির্যক আঁকা (চিত্ৰ 6.19 দ্ৰষ্টব্য)।

এতিয়া এযোৰ অনুৰূপ কোণ জোখা আৰু সিহঁতৰ মাজৰ সম্পৰ্ক উলিওৱা। তোমালোকে পাবা যে $\angle 1 = \angle 5$, $\angle 2 = \angle 6$, $\angle 4 = \angle 8$ আৰু $\angle 3 = \angle 7$। ইয়াৰ পৰা তোমালোকে তলত দিয়া স্বতঃসিদ্ধটো লিখিব পাৰিবা

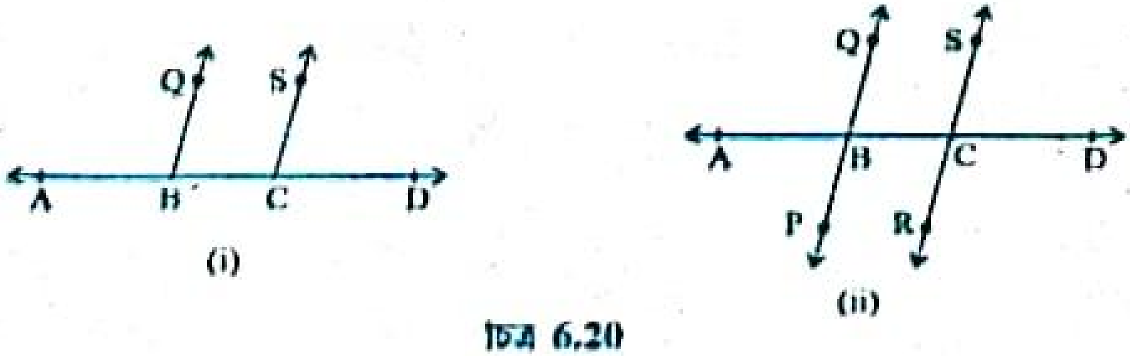
স্বতঃসিদ্ধ 6.3 : *যদি এডাল তির্যকে দুডাল সমান্তৰাল ৰেখাক ছেদ কৰে তেন্তে প্ৰত্যেক যোৰা অনুৰূপ কোণ সমান হ'ব।*

স্বতঃসিদ্ধ 6.3 টোক 'অনুৰূপ কোণৰ স্বতঃসিদ্ধ' বুলি কোৱা হয়। এতিয়া এই স্বতঃসিদ্ধৰ বিপৰীতটো তলত দিয়া হ'ল।

দুডাল সৰল ৰেখাক এডাল তির্যকে ছেদ কৰিলে যদি এযোৰ অনুৰূপ কোণ সমান হয় তেন্তে সৰলৰেখা দুডাল সমান্তৰাল হ'ব।

এই উক্তিটো সত্য হ'বনে? ইয়াৰ যথাৰ্থতা তলত দিয়াৰ দৰে চাব পাৰি :

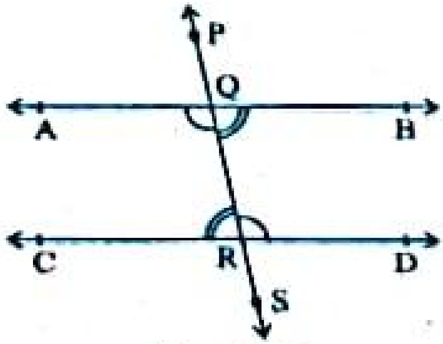
AD ৰেখাডাল অংকন কৰি তাতে B আৰু C দুটা বিন্দু লোৱা। চিত্ৰ 6.20(i)ত দিয়াৰ দৰে, B আৰু C বিন্দুত $\angle ABQ$ আৰু $\angle BCS$ কোণ দুটা পৰস্পৰ সমান হোৱাকৈ অংকন কৰা। QB আৰু SC ৰেখা দুডাল AD ৰ আনটো দিশে বঢ়াই দি PQ আৰু RS ৰেখা দুডাল গঠন কৰা [চিত্ৰ



চিত্ৰ 6.20

6.20 (ii) চোৱা]। তোমালোকে দেখা পাবা যে এই ৰেখা দুডালে পৰস্পৰক কটাকটি নকৰে। তোমালোকে PQ আৰু RS ৰ বিভিন্ন বিন্দুত উমৈহতীয়া লম্ব অংকন কৰা আৰু সিহঁতৰ জোখ লোৱা। তোমালোকে এই লম্ববিলাকৰ দীঘ সমানেই পাবা। গতিকে তোমালোকে এই সিদ্ধান্তলৈ আহিব পাৰিবা যে ৰেখা দুডাল পৰস্পৰ সমান্তৰাল। সেই কাৰণে অনুৰূপ কোণৰ স্বতঃসিদ্ধৰ বিপৰীতটোও সত্য। গতিকে আমি তলত দিয়া স্বতঃসিদ্ধটো পাওঁ :

স্বতঃসিদ্ধ 6.4 : *দুডাল ৰেখাক এডাল তিৰ্যকে ছেদ কৰিলে যদি এযোৰ অনুৰূপ কোণ সমান হয় তেনেহ'লে ৰেখা দুডাল পৰস্পৰ সমান্তৰাল হ'ব।*



চিত্ৰ 6.21

এডাল তিৰ্যকে দুডাল সমান্তৰাল ৰেখাক ছেদ কৰোতে গঠন হোৱা একান্তৰ অন্তঃকোণৰ মাজৰ সম্পৰ্ক উলিয়াবলৈ অনুৰূপ কোণৰ স্বতঃসিদ্ধ ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰিম নে? চিত্ৰ 6.21ত AB আৰু CD সমান্তৰাল ৰেখা দুডালক PS তিৰ্যকে ক্ৰমে Q আৰু R বিন্দুত ছেদ কৰিছে।

এতিয়া ∠BQR = ∠QRC আৰু ∠AQR = ∠QRD বুলি লিখিব পাৰিমনে?

তোমালোকে জানা যে

∠PQA = ∠QRC (অনুৰূপ কোণৰ স্বতঃসিদ্ধ) ....(1)

∠PQA = ∠BQR হ'বনে? হয়, হ'ব। (কাৰণ কি?) ....(2)

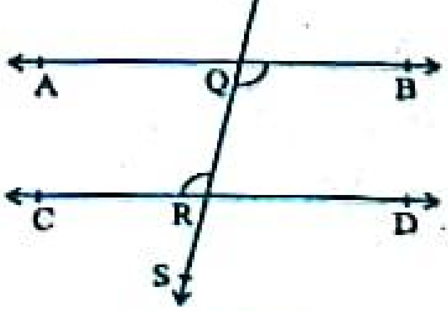
গতিকে (1) আৰু (2)ৰ পৰা ল'ব পাৰিবা যে

∠BQR = ∠QRC।

সেইদৰে, ∠AQR = ∠QRD।

এই ফলাফলসমূহ তলত দিয়াৰ দৰে এটা উপপাদ্য হিচাপে ক'ব পাৰি :

উপপাদ্য 6.2 : *যদি দুডাল সমান্তৰাল ৰেখাক এডাল তিৰ্যকে ছেদ কৰে, তেন্তে প্ৰত্যেকযোৰ একান্তৰ অন্তঃকোণ সমান হ'ব।*



চিত্ৰ 6.22

এতিয়া অনুৰূপ কোণৰ বিপৰীত স্বতঃসিদ্ধ ব্যৱহাৰ কৰি, যদি এযোৰ একান্তৰ অন্তঃকোণ সমান হয় তেন্তে ৰেখা দুডাল সমান্তৰাল হ'ব বুলি দেখুৱাব পাৰিমনে? চিত্ৰ 6.22ত, PS তিৰ্যকে AB আৰু CD ৰেখাক ক্ৰমে Q আৰু R বিন্দুত ছেদ কৰিছে যাতে

∠BQR = ∠QRC। এতিয়া AB ∥ CD হ'বনে?

∠BQR = ∠PQA (কিয়?) ....(1)

কিন্তু ∠BQR = ∠QRC (দিয়া আছে) ....(2)

গতিকে, (1) আৰু (2)ৰ পৰা আমি লিখিব পাৰো যে

$\angle PQA = \angle QRC$

কিন্তু ইহঁত অনুৰূপ কোণ। গতিকে AB ‖ CD (অনুৰূপ কোণৰ বিপৰীত স্বতঃসিদ্ধ)

এই ফলাফলক তলত দিয়া উপপাদ্যটোৰে প্ৰকাশ কৰিব পাৰি :

উপপাদ্য 6.3 : *যদি এডাল তিৰ্যকে দুডাল ৰেখাক ছেদ কৰোতে এযোৰ একান্তৰ অন্তঃকোণ সমান হয় তেন্তে ৰেখা দুডাল সমান্তৰাল হ'ব।*

এই একে ধৰণেৰে তোমালোকে তিৰ্যকৰ একেফালে স্থিত অন্তঃকোণৰ লগত সম্পৰ্ক থকা তলত দিয়া উপপাদ্য দুটা পাবা।

উপপাদ্য 6.4 : *যদি দুডাল সমান্তৰাল ৰেখাক কোনো তিৰ্যকে ছেদ কৰে তেন্তে তিৰ্যকৰ একেফালে থকা প্ৰত্যেকযোৰ অন্তঃকোণ সম্পূৰক (অৰ্থাৎ সিহঁতৰ সমষ্টি দুই সমকোণৰ সমান)।*

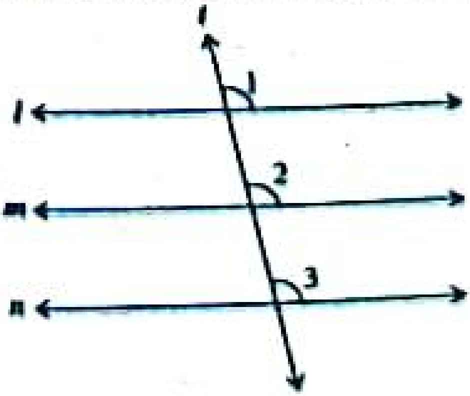
উপপাদ্য 6.5 : *যদি এডাল তিৰ্যকে দুডাল ৰেখাক এনেদৰে কটাকটি কৰে যাতে তিৰ্যকৰ একেফালে উৎপন্ন হোৱা অন্তঃকোণ দুটা সম্পূৰক, তেন্তে সেই ৰেখা দুডাল পৰস্পৰ সমান্তৰাল হ'ব।*

তোমালোকৰ মনত পৰিব পাৰে যে আগৰ শ্ৰেণীত তোমালোকে কাৰ্যৰ (activity)ৰ সহায়ত ওপৰৰ স্বতঃসিদ্ধ আৰু উপপাদ্যবিলাকৰ সত্যাসত্য নিৰূপণ কৰিছিলা। সেই কাৰ্যবিলাক ইয়াতো পুনৰ কৰি চাব পাৰা।

6.6 এডাল ৰেখাৰ সমান্তৰাল ৰেখা (Lines Parallel to the Same Line) :

যদি দুডাল ৰেখা আন এডাল ৰেখাৰ সৈতে সমান্তৰাল হয় তেন্তে সেই প্ৰথম ৰেখা দুডাল পৰস্পৰ সমান্তৰাল হ'বনে? ইয়াকে এতিয়া পৰীক্ষা কৰি চাওঁ। চিত্ৰ 6.23 ত ৰেখা *m* ‖ ৰেখা *l* আৰু ৰেখা *n* ‖ ৰেখা *l*।

ধৰা হ'ল, *l*, *m* আৰু *n* ৰেখাৰ বাবে *t* ৰেখাক তিৰ্যক হিচাপে অঁকা হ'ল। দিয়া আছে যে ৰেখা *m* ‖ ৰেখা *l* আৰু ৰেখা *n* ‖ ৰেখা *l*।



চিত্ৰ 6.23

গতিকে $\angle 1 = \angle 2$ আৰু $\angle 1 = \angle 3$

(অনুৰূপ কোণৰ স্বতঃসিদ্ধ)

গতিকে $\angle 2 = \angle 3$ (কিয়?)

কিন্তু $\angle 2$ আৰু $\angle 3$ অনুৰূপ কোণ আৰু সিহঁত সমান।

গতিকে তোমালোকে ক'ব পাৰা যে ৰেখা *m* ‖ ৰেখা *n*

(অনুৰূপ কোণৰ বিপৰীত উপপাদ্য)

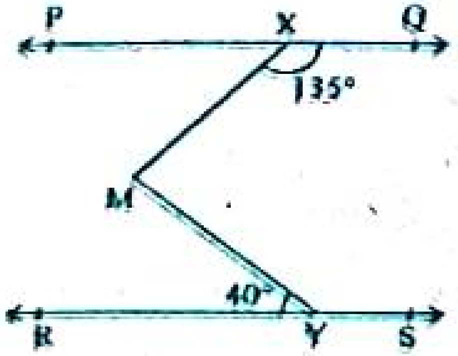
এই ফলাফলক তলত দিয়াৰ দৰে উপপাদ্য আকাৰে প্ৰকাশ কৰিব পাৰি :

উপপাদ্য 6.6 : *যদি দুডাল ৰেখা কোনো একে এডাল ৰেখাৰ সৈতে সমান্তৰাল, তেন্তে সেই ৰেখা দুডাল পৰস্পৰ সমান্তৰাল।*

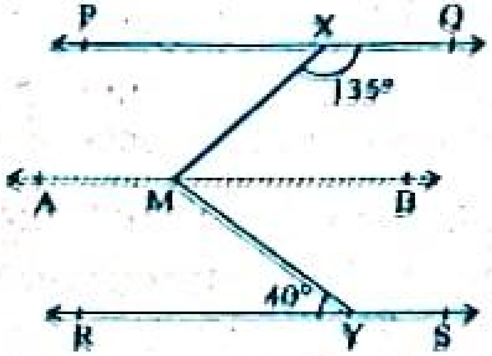
টোকা : *ওপৰত দিয়া ধৰ্মটো দুডাল ৰেখাতকৈ অধিক ৰেখাৰ ক্ষেত্ৰতো প্ৰযোজ্য।*

এতিয়া আমি সমান্তৰাল ৰেখা সম্পৰ্কীয় কিছুমান উদাহৰণ সমাধান কৰিম।

উদাহৰণ 4 : চিত্ৰ 6.24ত, যদি PQ ∥ RS, $\angle MXQ = 135°$ আৰু $\angle MYR = 40°$ তেন্তে $\angle XMY$ উলিওৱা।



চিত্ৰ 6.24



চিত্ৰ 6.25

সমাধান : ইয়াত, চিত্ৰ 6.25 ত দিয়াৰ দৰে M বিন্দুৰ মাজেদি যোৱাকৈ AB ৰেখাডাল PQৰ সমান্তৰালকৈ আঁকিব লগা হ'ল।

এতিয়া AB ∥ PQ আৰু PQ ∥ RS

সেই কাৰণে, AB ∥ RS (কিয়?)

এতিয়া $\angle QXM + \angle XMB = 180°$ (AB ∥ PQ, XM তিৰ্যকৰ একেফালৰ অন্তঃকোণ)

কিন্তু $\angle QXM = 135°$

গতিকে $135° + \angle XMB = 180°$

সেয়ে, $\angle XMB = 45°$ ....(1)

এতিয়া $\angle BMY = \angle MYR$ (AB ∥ RS, একান্তৰ কোণ)

গতিকে $\angle BMY = 40°$ ....(2)

(1) আৰু (2) যোগ কৰিলে পাবা যে $\angle XMB + \angle BMY = 45° + 40°$

অৰ্থাৎ $\angle XMY = 85°$

উদাহৰণ 5 : যদি এডাল তিৰ্যকে কোনো দুডাল ৰেখাক এনেভাৱে ছেদ কৰে যে এযোৰ অনুৰূপ কোণৰ সমদ্বিখণ্ডক দুডাল পৰস্পৰ সমান্তৰাল, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে ৰেখা দুডাল সমান্তৰাল।

সমাধান : চিত্ৰ 6.26 ত, AD তিৰ্যকডালে PQ আৰু RS ৰেখাক ক্ৰমে B আৰু C বিন্দুত ছেদ কৰিছে। BE ৰশ্মিটো $\angle ABQ$ ৰ সমদ্বিখণ্ডক আৰু CG ৰশ্মিটো $\angle BCS$ ৰ সমদ্বিখণ্ডক আৰু BE ∥ CG।

আমি প্ৰমাণ কৰিব লাগে যে PQ ∥ RS।

দিয়া আছে যে BE ৰশ্মিটো ∠ABQ ৰ সমদ্বিখণ্ডক

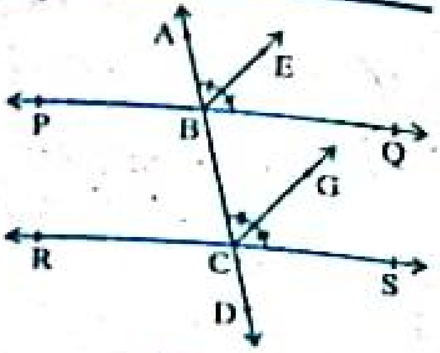
গতিকে $\angle ABE = \frac{1}{2}\angle ABQ$ .....(1)

সেইদৰে, CG ৰশ্মিটো ∠BCS ৰ সমদ্বিখণ্ডক।

গতিকে $\angle BCG = \frac{1}{2}\angle BCS$ ....(2)

কিন্তু BE ∥ CG আৰু AD তিৰ্যক।

সেই কাৰণে ∠ABE = ∠BCG (অনুৰূপ কোণৰ স্বতঃসিদ্ধ) ....(3)



চিত্ৰ 6.26

(1) আৰু (2)ক (3)ত প্ৰতিস্থাপন কৰিলে পাবা যে

$\frac{1}{2}\angle ABQ = \frac{1}{2}\angle BCS$ অৰ্থাৎ ∠ABQ = ∠BCS

কিন্তু এই কোণ দুটা AD তিৰ্যকে PQ আৰু RS ৰেখাক ছেদ কৰোতে উৎপন্ন হোৱা অনুৰূপ কোণ আৰু ইহঁত সমান।

গতিকে PQ ∥ RS (অনুৰূপ কোণৰ বিপৰীত স্বতঃসিদ্ধ)

উদাহৰণ 6 : চিত্ৰ 6.27 ত, AB ∥ CD আৰু CD ∥ EF। তদুপৰি EA ⊥ AB। যদি ∠BEF = 55°, তেন্তে x, y আৰু z ৰ মান উলিওৱা।

সমাধান : $y + 55° = 180°$ (ED তিৰ্যকৰ একেফালৰ অন্তঃকোণ)

গতিকে, $y = 180° - 55° = 125°$

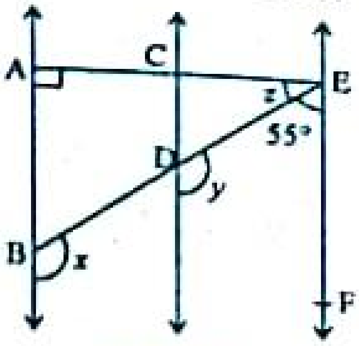
আকৌ $x = y$ (AB ∥ CD, অনুৰূপ কোণৰ স্বতঃসিদ্ধ)

গতিকে $x = 125°$

এতিয়া, যিহেতু AB ∥ CD আৰু CD ∥ EF, গতিকে AB ∥ EF।

গতিকে ∠EAB + ∠FEA = 180°

(EA তিৰ্যকৰ একেফালৰ অন্তঃকোণ)



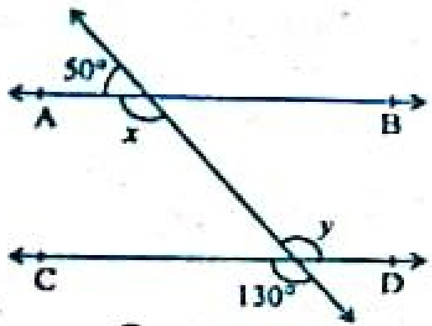
চিত্ৰ 6.27

গতিকে, $90° + z + 55° = 180°$

ইয়াৰপৰা পাওঁ, $z = 35°$

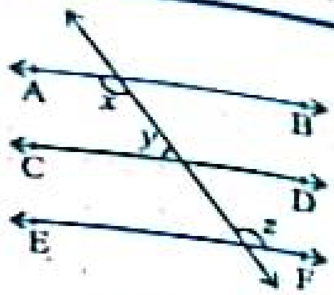
অনুশীলনী 6.2

1. চিত্ৰ 6.28 ত x আৰু y ৰ মান উলিওৱা আৰু তাৰ পাছত দেখুওৱা যে AB ∥ CD.



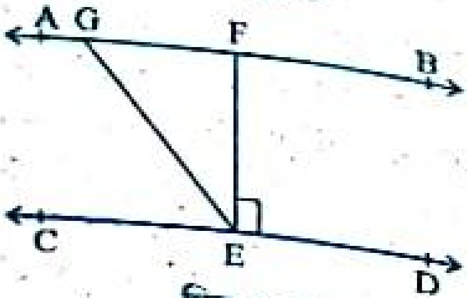
চিত্ৰ 6.28

2. চিত্ৰ 6.29 অত যদি $AB \parallel CD$, $CD \parallel EF$ আৰু $y : z = 3 : 7$, তেন্তে x নিৰ্ণয় কৰা।



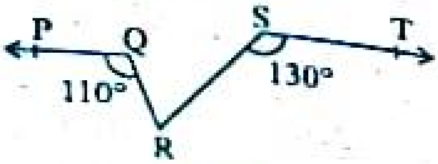
চিত্ৰ 6.29

3. চিত্ৰ 6.30 অত, যদি $AB \parallel CD$, $EF \perp CD$ আৰু $\angle GED = 126°$, তেন্তে $\angle AGE$, $\angle GEF$ আৰু $\angle FGE$ উলিওৱা।



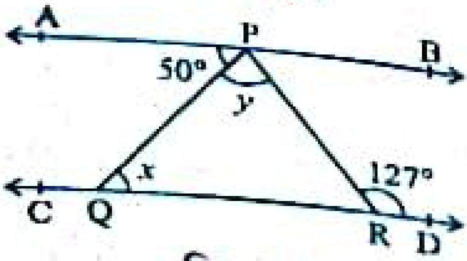
চিত্ৰ 6.30

4. চিত্ৰ 6.31 অত, যদি $PQ \parallel ST$, $\angle PQR = 110°$ আৰু $\angle RST = 130°$, তেন্তে $\angle QRS$ নিৰ্ণয় কৰা। [ইংগিত : R বিন্দুৰে যোৱাকৈ STৰ সমান্তৰালভাৱে থকাকৈ এডাল ৰেখা অংকন কৰা]



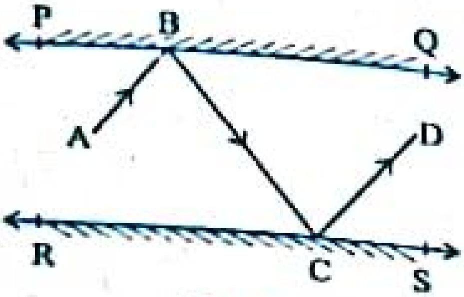
চিত্ৰ 6.31

5. চিত্ৰ 6.32 অত, যদি $AB \parallel CD$, $\angle APQ = 50°$ আৰু $\angle PRD = 127°$, তেন্তে x আৰু y উলিওৱা।



চিত্ৰ 6.32

6. চিত্ৰ 6.33 অত, PQ আৰু RS দাপোণ দুখনক পৰস্পৰ সমান্তৰালকৈ ৰখা হৈছে। AB আপতিত ৰশ্মি PQ দাপোণৰ B বিন্দুত পৰিছে আৰু প্ৰতিফলিত হৈ BC পথেৰে গৈ RS দাপোণৰ C বিন্দুত পৰিছে। এই ৰশ্মি আকৌ CD দিশেৰে বিপৰীতক্ৰমত প্ৰতিফলিত হৈছে। প্ৰমাণ কৰা যে $AB \parallel CD$।



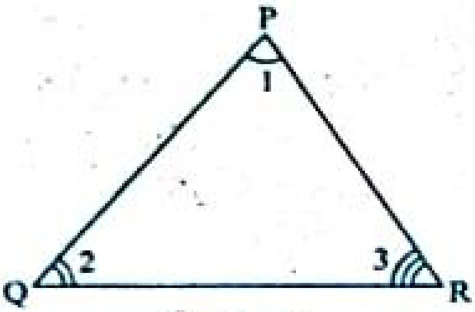
চিত্ৰ 6.33

6.7 : ত্ৰিভুজৰ কোণৰ সমষ্টি ধৰ্ম (Angle Sum Property of a Triangle) :

আগৰ শ্ৰেণীত তোমালোকে কাৰ্যৰ জৰিয়তে শিকিছিলা যে এটা ত্ৰিভুজৰ আটাইকেইটা কোণৰ সমষ্টি 180°। এই উক্তিটো সমান্তৰাল ৰেখাৰ সম্পৰ্কত পোৱা স্বতঃসিদ্ধ আৰু উপপাদ্য বিলাকৰ সহায়ত প্ৰমাণ কৰিব পাৰি।

উপপাদ্য 6.7 : *এটা ত্ৰিভুজৰ কোণবিলাকৰ সমষ্টি 180°।*

প্ৰমাণ : ওপৰৰ উক্তিত কি দিয়া আছে চোৱা যাওক। অৰ্থাৎ আমাৰ অনুমান (hypothesis) কি আৰু কি প্ৰমাণ কৰিব লাগে। আমাক দিয়া আছে যে PQR এটা ত্ৰিভুজ আৰু $\angle 1$, $\angle 2$ আৰু $\angle 3$ ইয়াৰ কোণ। (চিত্ৰ 6.34 চোৱা)। প্ৰমাণ কৰিব লাগে যে $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°$। চিত্ৰ 6.35ত দেখুওৱাৰ দৰে QRৰ সমান্তৰালকৈ আৰু তাৰ বিপৰীত শীৰ্ষ P ৰে যোৱাকৈ XPY এডাল ৰেখা অংকন কৰা হ'ল যাতে আমি সমান্তৰাল ৰেখা সম্পৰ্কীয় ধৰ্মসমূহ ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰোঁ।



চিত্ৰ 6.34

এতিয়া XPY এডাল ৰেখা।

গতিকে $\angle 4 + \angle 1 + \angle 5 = 180°$ ....(1)

কিন্তু XPY ∥ QR আৰু PQ, PR দুডাল তিৰ্যক।

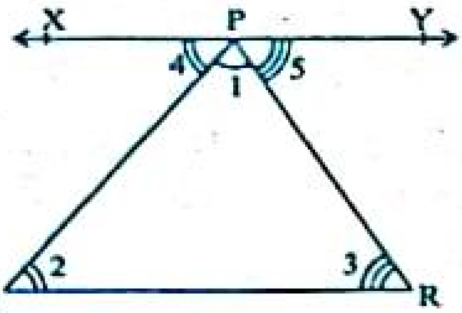
গতিকে $\angle 4 = \angle 2$ আৰু $\angle 5 = \angle 3$

(অনুৰূপ কোণৰ যোৰ)

(1)ত $\angle 4$ আৰু $\angle 5$ পাতিলে পাওঁ,

$\angle 2 + \angle 1 + \angle 3 = 180°$

অৰ্থাৎ $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°$



চিত্ৰ 6.35

মনত পেলোৱা যে আগৰ শ্ৰেণীত তোমালোকে এটা ত্ৰিভুজৰ বহিঃকোণ গঠনৰ বিষয়ে পঢ়িছিলা (চিত্ৰ 6.36 চোৱা)। QR বাহুক S বিন্দুলৈ বঢ়াই দিয়া হ'ল। $\angle PRS$ ক ΔPQRৰ এটা বহিঃকোণ বুলি কোৱা হয়।

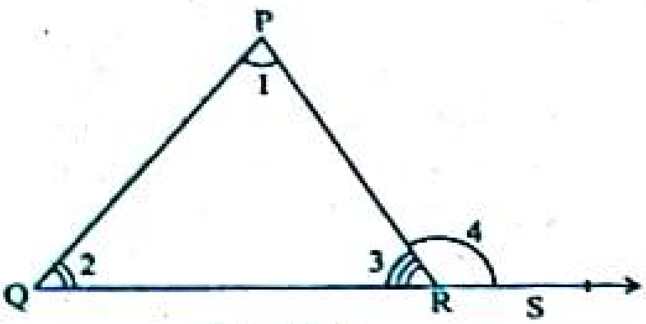
$\angle 3 + \angle 4 = 180°$ হ'বনে? (কিয়?) ....(1)

তদুপৰি, দেখিছা যে

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°$ (কিয়?) ....(2)

(1) আৰু (2)ৰ পৰা তোমালোকে পাবা যে

$\angle 4 = \angle 1 + \angle 2$



চিত্ৰ 6.36

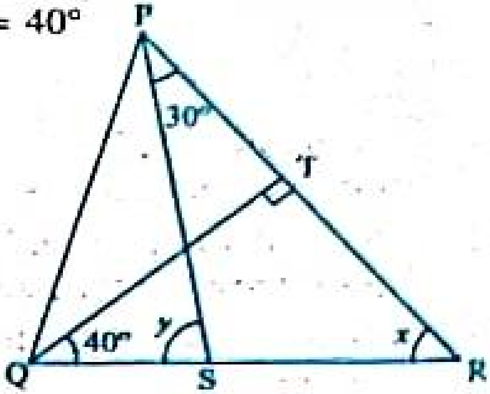
এই ফলাফলটোক তলত দিয়া উপপাদ্যটোৰ সহায়ত প্ৰকাশ কৰিব পাৰি :

উপপাদ্য 6.8 : যদি এটা ত্ৰিভুজৰ এটা বাহু বঢ়াই দিয়া হয়, তেন্তে উৎপন্ন হোৱা বহিঃকোণটো বিপৰীত অন্তঃকোণ দুটাৰ সমষ্টিৰ সমান।

ওপৰৰ উপপাদ্যৰ পৰা এইটো স্পষ্ট যে ত্ৰিভুজৰ বহিঃকোণ এটা বিপৰীত ফালে থকা প্ৰতিটো অন্তঃকোণতকৈ ডাঙৰ।

এতিয়া ওপৰৰ উপপাদ্যৰ ভিত্তিত কিছুমান উদাহৰণ কৰিম।

উদাহৰণ 7 : চিত্ৰ 6.37ত, যদি QT ⊥ PR, $\angle TQR = 40^\circ$ আৰু $\angle SPR = 30^\circ$, তেন্তে x আৰু y উলিওৱা।



চিত্ৰ 6.37

সমাধান : TQR ত্ৰিভুজত, $90^\circ + 40^\circ + x = 180^\circ$ (ত্ৰিভুজৰ কোণৰ সমষ্টি ধৰ্ম)

গতিকে $x = 50^\circ$

এতিয়া, $y = \angle SPR + x$ (উপপাদ্য 6.8)

গতিকে, $y = 30^\circ + 50^\circ = 80^\circ$

উদাহৰণ 8 : চিত্ৰ 6.38ত, ΔABC ৰ AB আৰু AC বাহুক ক্ৰমে E আৰু D বিন্দুলৈ বঢ়াই দিয়া হ'ল। যদি $\angle CBE$ আৰু $\angle BCD$ সমদ্বিখণ্ডক দুডাল ক্ৰমে BO আৰু CO আহি O বিন্দুত মিলিত হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে $\angle BOC = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle BAC$.

সমাধান : BO ৰশ্মিটো $\angle CBE$ ৰ সমদ্বিখণ্ডক।

গতিকে, $\angle CBO = \frac{1}{2}\angle CBE = \frac{1}{2}(180^\circ - y)$

$= 90^\circ - \frac{y}{2}$ ....(1)

সেইদৰে, CO ৰশ্মিটো $\angle BCD$ ৰ সমদ্বিখণ্ডক।

গতিকে, $\angle BCO = \frac{1}{2}\angle BCD = \frac{1}{2}(180^\circ - z)$

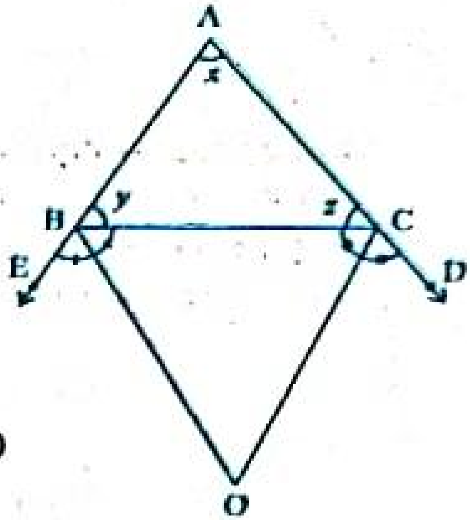
$= 90^\circ - \frac{z}{2}$ ....(2)

BOC ত্ৰিভুজৰ, $\angle BOC + \angle BCO + \angle CBO = 180$

(3) ত (1) আৰু (2) প্ৰতিস্থাপন কৰিলে পাবা যে

$$\angle BOC + 90^\circ - \frac{z}{2} + 90^\circ - \frac{y}{2} = 180^\circ$$

গতিকে $\angle BOC = \frac{z}{2} + \frac{y}{2}$



চিত্ৰ 6.38

বা, $\angle BOC = \frac{1}{2}(y + z)$ ....(4)

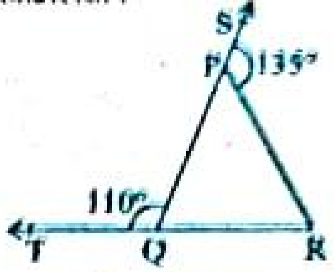
কিন্তু $x + y + z = 180°$ (ত্ৰিভুজৰ কোণৰ সমষ্টি ধৰ্ম)

গতিকে $y + z = 180° - x$

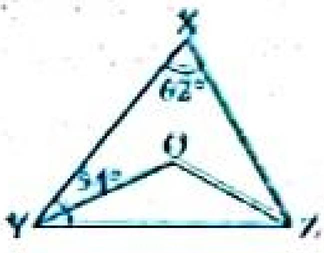
সেয়ে, (4) ৰ পৰা পাওঁ, $\angle BOC = \frac{1}{2}(180° - x) = 90° - \frac{x}{2} = 90° - \frac{1}{2}\angle BAC$

অনুশীলনী 6.3

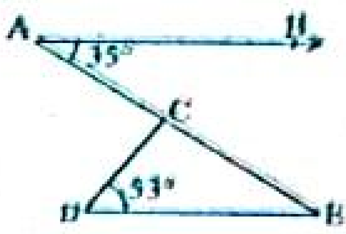
1. চিত্ৰ 6.39ত, ΔPQR ৰ QP আৰু RQ বাহু দুটাক ক্ৰমে S আৰু T বিন্দুলৈ বঢ়াই দিয়া হ'ল। যদি $\angle SPR = 135°$ আৰু $\angle PQT = 110°$, তেন্তে $\angle PRQ$ নিৰ্ণয় কৰা।
2. চিত্ৰ 6.40 অত $\angle X = 62°$, $\angle XYZ = 54°$। যদি ΔXYZ ৰ YO আৰু ZO ক্ৰমে $\angle XYZ$ আৰু $\angle XZY$ৰ সমদ্বিখণ্ডক, তেন্তে $\angle OZY$ আৰু $\angle YOZ$ উলিওৱা।
3. চিত্ৰ 6.41 ত, যদি $AB \parallel DE$, $\angle BAC = 35°$ আৰু $\angle CDE = 53°$, তেন্তে $\angle DCE$ উলিওৱা।



চিত্ৰ 6.39

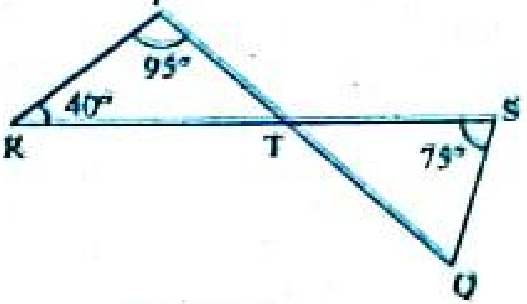


চিত্ৰ 6.40

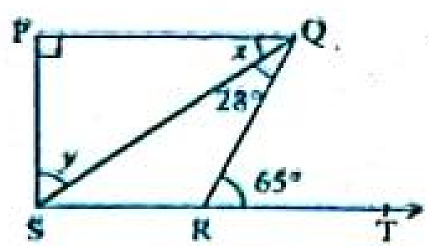


চিত্ৰ 6.41

4. চিত্ৰ 6.42 অত যদি PQ আৰু RS ৰেখাই T বিন্দুত কটাকটি কৰে যাতে $\angle PRT = 40°$, $\angle RPT = 95°$ আৰু $\angle TSQ = 75°$, তেন্তে $\angle SQT$ উলিওৱা।
5. চিত্ৰ 6.43 অত, যদি $PQ \perp PS$, $PQ \parallel SR$, $\angle SQR = 28°$ আৰু $\angle QRT = 65°$, তেন্তে x আৰু y ৰ মান উলিওৱা।



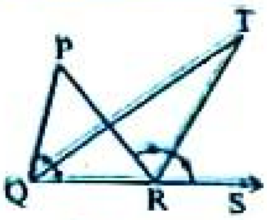
চিত্ৰ 6.42



চিত্ৰ 6.43

6. চিত্ৰ 6.44 ত, ΔPQRৰ QR বাহুক S বিন্দুলৈ বঢ়াই দিয়া হ'ল। যদি ∠PQR আৰু ∠PRS সমদ্বিখণ্ডক দুডাল T বিন্দুত মিলিত হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে

$$\angle QTR = \frac{1}{2}\angle QPR.$$



চিত্ৰ 6.44

6.8 সাৰাংশ (Summary) :

এই অধ্যায়ত তোমালোকে তলত দিয়া কথাখিনি পালা :

1. যদি এডাল ৰেখাৰ ওপৰত এটা ৰশ্মি থিয় হৈ থাকে, তেন্তে উৎপন্ন হোৱা সন্নিহিত কোণ দুটাৰ সমষ্টি 180° হ'ব। ইয়াৰ বিপৰীতটোও সত্য হয়। এই ধৰ্মক বৈখিক যোৰৰ স্বতঃসিদ্ধ বোলে।
2. যদি দুডাল ৰেখাই পৰস্পৰক কটাকটি কৰে, তেন্তে বিপ্ৰতীপ শীৰ্ষক কোণ দুটা পৰস্পৰ সমান।
3. যদি এডাল তিৰ্যকে দুডাল সমান্তৰাল ৰেখাক ছেদ কৰে, তেন্তে
   (i) প্ৰত্যেক যোৰ অনুৰূপ কোণ পৰস্পৰ সমান।
   (ii) প্ৰত্যেক যোৰ একান্তৰ অন্তঃকোণ পৰস্পৰ সমান।
   (iii) তিৰ্যকৰ একেফালে থকা প্ৰত্যেক যোৰ অন্তঃকোণ পৰস্পৰ সম্পূৰক।
4. যদি এডাল তিৰ্যকে দুডাল ৰেখাক এনেভাৱে কাটে যাতে তলৰ যিকোনো এটা ঘটে
   (i) অনুৰূপ কোণ বিলাকৰ যিকোনো এযোৰ সমান হয়, বা
   (ii) একান্তৰ অন্তঃকোণ বিলাকৰ যিকোনো এযোৰ সমান হয়, বা
   (iii) তিৰ্যকৰ একেফালে থকা যিকোনো এযোৰ অন্তঃকোণ পৰস্পৰ সম্পূৰক হয় তেন্তে, সেই ৰেখা দুডাল পৰস্পৰ সমান্তৰাল।
5. যিবিলাক ৰেখা কোনো এডাল প্ৰদত্ত ৰেখাৰ সমান্তৰাল, সেই ৰেখাবিলাক পৰস্পৰ সমান্তৰাল।
6. এটা ত্ৰিভুজৰ তিনিওটা কোণৰ যোগফল 180°।
7. যদি এটা ত্ৰিভুজৰ এটা বাহু বঢ়াই দিয়া হয়, তেন্তে উৎপন্ন হোৱা বহিঃকোণটো বিপৰীত অন্তঃকোণ দুটাৰ যোগফলৰ সমান।