अध्याय–07

विद्युत धारा के चुम्बकीय प्रभाव (Magnetic Effects of Electric Current)

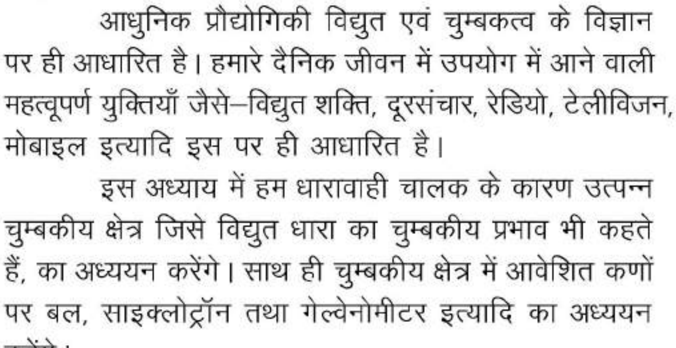
प्राचीन काल में (2000 वर्ष से भी पहले) विद्युत तथा चुम्बकत्व दोनों के बारे में लोगों को ज्ञान था, परन्तु दोनों पृथक विषय समझे जाते थे। सन् 1820 में डेनमार्क के वैज्ञानिक ऑर्स्टेड ने विद्युत तथा चुम्बकत्व के मध्य अटूट सम्बन्ध को अनुभव किया। एम्पियर तथा फैराड़े ने पाया कि गतिशील आवेश चुम्बकीय क्षेत्र तथा गतिशील चुम्बक विद्युत धारा उत्पन्न करते है। आगे चलकर स्काटलैण्ड के भौतिकविद् मैक्सवेल तथा हॉलेण्ड के भौतिकविद् लारेंज ने यह दर्शाया कि विद्युत तथा चुम्बकत्व एक दूसरे पर निर्भर है। इससे नए क्षेत्र वैद्युत चुम्बकत्व (Etectromagnetism) का प्रादुर्भाव हुआ।

आधुनिक प्रौद्योगिकी विद्युत एवं चुम्बकत्व के विज्ञान पर ही आधारित है। हमारे दैनिक जीवन में उपयोग में आने वाली महत्वूपर्ण युक्तियाँ जैसे–विद्युत शक्ति, दूरसंचार, रेडियो, टेलीविजन, मोबाइल इत्यादि इस पर ही आधारित है।

इस अध्याय में हम धारावाही चालक के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र जिसे विद्युत धारा का चुम्बकीय प्रभाव भी कहते हैं, का अध्ययन करेंगे। साथ ही चुम्बकीय क्षेत्र में आवेशित कणों पर बल, साइक्लोट्रॉन तथा गेल्वेनोमीटर इत्यादि का अध्ययन करेंगे।

7.1 ऑरस्टेड का प्रयोग (Orested's Experiments)

ऑरस्टेड ने धारावाही चालक तार के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र के अध्ययन के लिए सन् 1820 में एक प्रयोग किया, जिसकी व्यवस्था चित्र 7.1 में दर्शायी गई है। इसमें एक चालक तार AB को, एक कुंजी तथा धारा नियंत्रक द्वारा बैटरी से जोड़ा गया है। तार के समान्तर तथा उसके नीचे एक चुम्बकीय सुई (कम्पास) उत्तर–दक्षिण दिशा में रखी गयी है।



चित्र 7.1 आरेस्टेड प्रयोग

प्रायोगिक प्रेक्षणों से ऑरस्टेड ने पाया कि

(i) जब तक तार में विद्युत धारा प्रवाहित नहीं होती, तब तक कम्पास की चुम्बकीय सुई तार के समान्तर ही बनी रहती है। (चित्र 7.1अ), लेकिन जैसे ही कुंजी को दबाकर तार में विद्युत धारा प्रवाहित करते हैं, कम्पास सुई अपनी संतुलन अवस्था से विक्षेपित हो जाती है (चित्र 7.1 ब)

(ii) तार में प्रवाहित विद्युत धारा के मान में वृद्धि करने या सुई को धारावाही तार के निकट लाने पर सुई के विक्षेप में वृद्धि हो जाती है।

(iii) यदि तार में प्रवाहित विद्युत धारा की दिशा पहले के सापेक्ष विपरीत कर दी जाए तो सुई में विक्षेप की दिशा पहले के विपरीत हो जाती है। (चि. 7.1स)

इसी प्रकार यदि धारावाही चालक तार को कम्पास सुई के नीचे तथा समान्तर रखकर प्रयोग किया जाए तो चुम्बकीय सुई का विक्षेप चित्र 7.1 में दर्शाए गए विक्षेपों के विपरीत प्राप्त होता है।

चूंकि चुम्बकीय सुई केवल बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र से ही विक्षेपित होती है। अतः ऑरस्टेड के प्रयोग से यह स्पष्ट होता है कि

"किसी चालक तार में विद्युत धारा प्रवाहित करने पर अर्थात् गतिमान आवेश के कारण उसके चारों ओर एक चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न हो जाता है, इसे विद्युत धारा का चुम्बकीय प्रभाव कहते है।"

7.1.1 ऑरस्टेड के प्रयोग से प्राप्त निष्कर्ष (Conclusions of Orested Experiment)

ऑरस्टेड के प्रयोग से निम्न निष्कर्ष प्राप्त हुए

(i) चालक तार में विद्युत धारा प्रवाहित करने पर उसके चारों ओर एक चुम्बकीय क्षेत्र स्थापित हो जाता है।

(ii) चुम्बकीय क्षेत्र का परिमाण तार में प्रवाहित विद्युत धारा की प्रबलता में वृद्धि करने पर बढ़ता है।

(iii) धारावाही चालक तार के चारों ओर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र चालक तार के सापेक्ष प्रेक्षण बिन्दु की स्थिति पर निर्भर करता है। दूर जाने पर चुम्बकीय क्षेत्र में कमी होती है।

(iv) चालक तार में दक्षिण–उत्तर दिशा में धारा प्रवाहित करने पर कम्पास सुई का उत्तरी ध्रुव (North pole) भौगोलिक पश्चिम की ओर विक्षेपित होता है।

(v) चालक तार में उत्तर–दक्षिण दिशा में धारा प्रवाह के कारण कम्पास सुई का उत्तरी ध्रुव (North pole) भौगोलिक पूर्व की ओर विक्षेपित हो जाता है।

(vi) धारावाही चालक तार के ऊपर तथा नीचे उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा परस्पर विपरीत होती है।

आगामी विवेचन में हम चुम्बकीय क्षेत्र को प्रदर्शित करेंगे। यह स्थिति एवं समय दोनों पर निर्भर कर सकता है।

7.2 चुम्बकीय क्षेत्र (Magnetic Field)

अध्याय 1 में हमने देखा था कि किसी स्थान पर विद्युत क्षेत्र उस स्थान पर विराम में रखे गये किसी परीक्षण आवेश q पर लगने वाले विद्युत्तीय बल F के पदो में सूत्र $E = F/q$ द्वारा परिभाषित किया जाता है। यदि चुम्बकीय एकल ध्रुवों का अस्तित्व होता तो हम चुबंकीय क्षेत्र को भी इसी प्रकार के सरल सूत्र से

परिभाषित कर सकते है। किन्तु चुम्बकीय एकल ध्रुव का अस्तिव नही है। अतः चुम्बकीय क्षेत्र को परिभाषित करने के लिए हमें किसी अन्य तरीके को उपयोग लेना होगा। प्रयोगों से यह ज्ञात होता है कि विराम में स्थित किसी परीक्षण आवेश पर चुम्बकीय क्षेत्र के कारण बल शून्य होता है साथ ही यदि परीक्षण आवेश चुंबकीय क्षेत्र के समान्तर या प्रति समान्तर गति करता है तो भी चुम्बकीय क्षेत्र द्वारा इस पर कोई बल कार्य नहीं करता। यदि किसी स्थान पर विद्युत क्षेत्र अनुपस्थित है (तथा गुरुत्वीय बल की उपेक्षा की जा सके) तथा यदि उस स्थान एक गतिशील परीक्षण आवेश अपने वेग के लंबवत दिशा में बल अनुभव करे तब उस स्थान पर चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ उपस्थित होता है। चुम्बकीय क्षेत्र एक सदिश राशि है।

चुम्बकीय क्षेत्र या चुम्बकीय प्रेरण की परिभाषा, चुम्बकीय क्षेत्र में गतिमान किसी आवेशित कण पर कार्य करने वाले चुम्बकीय बल से दे सकते हैं। यदि q कूलाम आवेश का आवेशित कण, $\vec{v}$ वेग से किसी चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ में गतिशील है तो विद्युत क्षेत्र की अनुपस्थिति में उस पर लगने वाला बल निम्न सूत्र द्वारा दिया जाता है–

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) \qquad \ldots (7.1)$$

या $$\vec{F} = q\,v\,B \sin\theta \hat{n}$$

यहाँ θ, $\vec{v}$ एवं $\vec{B}$ के मध्य कोण है।

तथा $\hat{n}$, $\vec{F}$ की दिशा में एकांक सदिश है।

समीकरण (7.1) से

$$|\vec{F}| = qvB\sin\theta$$

यदि $\theta = 90^\circ$ हो तो यह बल

$$F_{\max} = q\,v\,B$$

या $$B = \frac{F_{\max}}{qv} \qquad \ldots (7.2)$$

समीकरण (7.2) में यदि $q = 1\text{ C}$

तथा $v = 1\text{m/s}$ हो तो

$$B = F_{\max}$$

अर्थात् "किसी स्थान पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान उस स्थान पर एकांक वेग से गतिमान एकांक आवेश पर लग रहे बल के परिमाण के बराबर होता है जब आवेश चुम्बकीय क्षेत्र के लंबवत गतिमान हो।"

चुम्बकीय क्षेत्र एक सदिश राशि है। इसका S.I. पद्धति में मात्रक वेबर/वर्गमीटर (Weber/m^2) है जिसे टेसला (Tesla) T भी कहते है।

$$1\text{Tesla} = \frac{1Weber}{m^2} = \frac{1N}{Am}$$

C.G.S पद्धति में मात्रक = मैक्सवेल/सेमी.^{2} या गाउस होता है। इनमें निम्न सम्बन्ध हैं

1 टेसला (T) = 10^4 गाउस (G)

$\vec{B}$ का विमीय सूत्र $= M^1L^0T^{-2}A^{-1}$

चुम्बकीय क्षेत्र को चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता, चुम्बकीय फ्लक्स घनत्व तथा चुम्बकीय प्रेरण सदिश इत्यादि नामों से भी भी जाना जाता है।

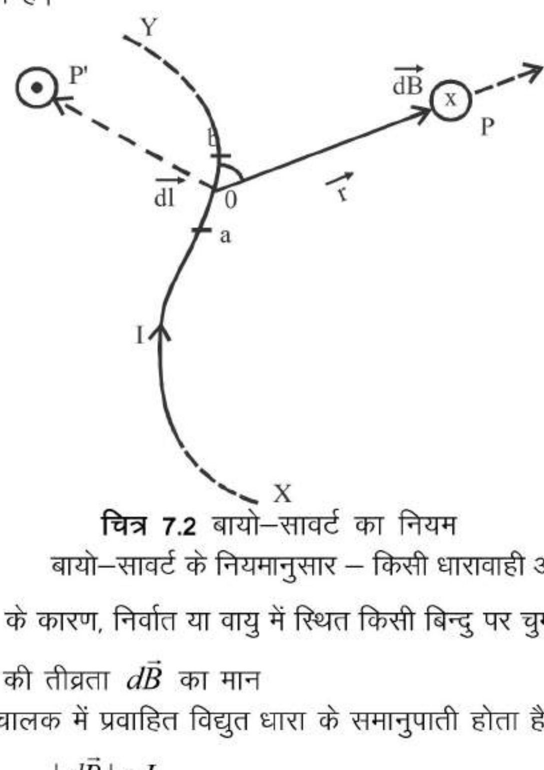
स्थिर आवेश केवल विद्युत क्षेत्र उत्पन्न करता है। जबकि गतिमान आवेश विद्युत क्षेत्र के अतिरिक्त चुम्बकीय क्षेत्र भी उत्पन्न करते है।

विद्युत बल की तरह चुम्बकीय बल भी अध्यारोपण के सिद्धांत का पालन करते है।

7.3 बायो–सावर्ट नियम (Biot-Savart's Law)

किसी धारावाही चालक तार के कारण किसी बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान ज्ञात करने के लिए प्रायोगिक प्रेक्षणों के आधार पर फ्रेन्च भौतिक वैज्ञानिकों बायो तथा सावर्ट द्वारा एक नियम प्रतिपादित किया गया, जिसे बायो–सावर्ट का नियम कहते है।

धारावाही चालक तार XY दर्शाया गया है, जिसमें विद्युत धारा I प्रवाहित हो रही है। चालक के अल्पांश $d\vec{\ell}$ के कारण इससे $\vec{r}$ दूरी पर स्थित किसी बिन्दु P पर चुम्बकीय क्षेत्र $d\vec{B}$ ज्ञात करना है। सदिश $d\vec{\ell}$ की दिशा धारा की दिशा में मानी जाती है।



चित्र 7.2 बायो–सावर्ट का नियम

बायो–सावर्ट के नियमानुसार – किसी धारावाही अल्पांश $d\vec{\ell}$ के कारण, निर्वात या वायु में स्थित किसी बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता $d\vec{B}$ का मान

(i) चालक में प्रवाहित विद्युत धारा के समानुपाती होता है–

$$|d\vec{B}| \propto I$$

(ii) अल्पांश की लम्बाई $|d\vec{\ell}|$ के समानुपाती होता है, अर्थात्

$$|d\vec{B}| \propto |d\vec{\ell}|$$

(iii) अल्पांश के केन्द्र को अभीष्ट बिन्दु से जोड़ने वाले सदिश $\vec{r}$ एवं धारा अल्पांश $d\vec{\ell}$ के मध्य कोण θ के ज्या अर्थात् $\sin\theta$ के समानुपाती होता है, अर्थात्

$$|d\vec{B}| \propto \sin\theta$$

(iv) अल्पांश के मध्यबिन्दु से अभीष्ट बिन्दु की दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है, अर्थात्

$$|d\vec{B}|\,\alpha\,\frac{1}{r^2}$$

इस प्रकार $|d\vec{B}|\,\alpha\,\frac{I\,|d\vec{l}\,|\sin\theta}{r^2}$ ... (7.3)

या $$|d\vec{B}| = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,|d\vec{l}\,|\sin\theta}{r^2} \quad \ldots (7.4)$$

यहाँ $\frac{\mu_0}{4\pi}$ = समानुपाती नियतांक है जिसका निर्वात में मान $10^{-7}\,N/A^2$ एवं इकाई $\frac{N}{A^2}$ या $\frac{Wb}{A\;\;m}$ या $\frac{T\;\;m}{A}$ है।

तथा $$\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\,\frac{N}{A^2} \text{ या } \frac{Wb}{A\;\;m}$$

यहाँ μ_0 निर्वात की चुम्बकशीलता या चुम्बकीय पारगम्यता (magnetic permeability) कहलाती है।

यदि धारावाही चालक तार के चारों ओर कोई अन्य माध्यम के पदार्थ है तो, चुम्बकीय क्षेत्र का मान होगा–

$$|d\vec{B}| = \frac{\mu}{4\pi}\frac{I\,|d\vec{l}\,|\sin\theta}{r^2} \quad \ldots (7.5)$$

जहाँ $\mu = \mu_0\mu_r$, माध्यम की चुम्बकशीलता है। जो माध्यम पर निर्भर करती है।

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = \text{माध्यम की आपेक्षिक चुम्बकशीलता है।}$$

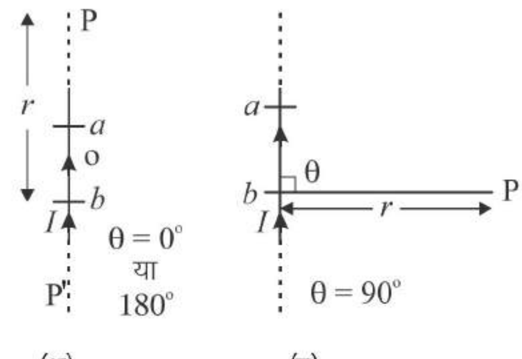
सदिश रूप में बायो–सावर्ट नियम,

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\,I\,\frac{d\vec{l}\times\hat{r}}{r^2} \quad \ldots (7.6)$$

या $$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\,I\,\frac{d\vec{l}\times\vec{r}}{r^3} \quad \ldots (7.7)$$

$$\left[\because \hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}\right]$$

समीकरण (7.6) से स्पष्ट है कि $d\vec{B}$ की दिशा अल्पांश $d\vec{\ell}$ तथा $\vec{r}$ से निर्मित तल के लम्बवत् दक्षिणावर्ती पेंच नियम के अनुसार ऊपर या नीचे होगी। चित्र (7.2) में बिन्दु P पर $d\vec{B}$ की दिशा कागज के तल के लम्बवत् नीचे की ओर है जिसे चिन्ह ⊗ से व्यक्त किया गया है, तथा बिन्दु P' पर $d\vec{B}$ की दिशा कागज के तल के लम्बवत् बाहर की ओर है जिसे चित्र में ⊙ से दर्शाया गया है।



चित्र 7.3 चुम्बकीय क्षेत्र (अ) $\theta = 0^o$ अथवा 180^o (ब) जब $\theta = 90^o$

विभिन्न स्थितियाँ

(i) यदि अभीष्ट बिन्दु P व P' धारा प्रवाह की दिशा रेखा पर स्थित है

तो क्रमशः इस स्थिति में $\theta = 0°$ या $\theta = 180°$ होंगे जिन्हें चित्र 7.3 (अ) में दर्शाया गया है–

इस स्थिति में $\sin\theta = \sin 0 = \sin 180° = 0$

अतः $|d\vec{B}| = 0$ ... (7.8)

(ii) यदि अभीष्ट बिन्दु P, धारा प्रवाह की दिशा के लम्बवत् हो तो $\theta = 90°$, अतः

$$|d\vec{B}| = \frac{\mu_0}{4\pi}\,I\,\frac{|d\vec{\ell}|\sin 90°}{r^2}$$

या $$|d\vec{B}| = \frac{\mu_0}{4\pi}\,I\,\frac{|d\vec{\ell}|}{r^2} \quad \ldots (7.9)$$

यह अधिकतम मान होता है।

(iii) सम्पूर्ण धारावाही चालक तार के कारण अभीष्ट बिन्दु P पर परिणामी चुम्बकीय क्षेत्र

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\sum\frac{I\,d\vec{l}\times\vec{r}}{r^3} \quad \ldots (7.10)$$

बायो–सावर्ट नियम (समीकरण 7.7) तथा कूलॉम नियम से किसी अल्पांश आवेश dq के लिए एक विद्युत क्षेत्र के लिए समीकरण $\left(\vec{E} = \frac{kdq}{r^2}\hat{r}\right)$ में दो समानताएँ तथा दो

महत्वपूर्ण अन्तर है। धारा अल्पांश $Id\ell$ चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करता है जबकि आवेश अल्पांश dq विद्युत क्षेत्र। दोनों ही सूत्रों में व्युत्क्रमवर्ग के नियम का पालन हो रहा है। परन्तु दोनों क्षेत्रों की दिशाओं में अन्तर हैं आवेश अल्पांश के लिए विद्युत क्षेत्र त्रिज्यीय है जबकि धारा अल्पांश के कारण चुंबकीय क्षेत्र त्रिज्य सदिश $\vec{r}$ तथा अल्पांश dl दोनों ही के तल के लंबवत है। दूसरा अन्तर यह है कि विद्युत क्षेत्र किसी एकल आवेश या आवेश वितरण दोनों के कारण हो सकता है जबकि चुम्बकीय क्षेत्र केवल धारा प्रवाह के ही कारण हो सकता है।

7.3.1 चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा (Direction of Magnetic Field)

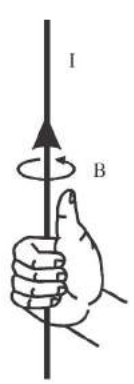
चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा निम्न नियमों से ज्ञात कर सकते हैं।

(i) SNOW नियम (Rule)

चालक तार में धारा प्रवाह के कारण इसके निकट उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र में स्थित कम्पास सुई के उत्तरी ध्रुव के विक्षेप की दिशा Snow नियम से ज्ञात कर सकते है। इस नियम के अनुसार "यदि तार में धारा प्रवाह दक्षिण से उत्तर की ओर हो रहा है तथा अभीष्ट तार कम्पास सुई के ऊपर है तो चुम्बकीय सुई का उत्तरी ध्रुव पश्चिम (west) की ओर विक्षेपित हो जाता है। (देखें चित्र 7.1ब)

(ii) दांये हाथ के अंगूठे का नियम (Right hand thumb rule)

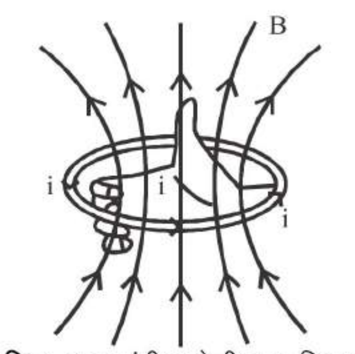
इस नियम के अनुसार यदि किसी धारावाही चालक तार को दायें हाथ से इस प्रकार पकड़ा जाए कि अंगूठा विद्युत धारा की दिशा को प्रदर्शित करे तो मुड़ी हुई अंगुलियाँ चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा को प्रदर्शित करेगी। (चित्र 7.4)



चित्र 7.4 दाये हाथ के अंगूठे का नियम

(iii) वृत्तीय धाराओं के लिए दांयी हथेली का नियम (Right Hand Palm Rule for Circular Current)

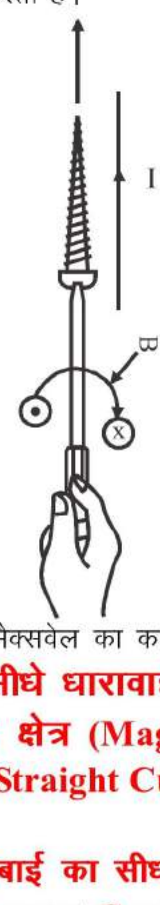
इस नियम के अनुसार यदि किसी धारावाही वृत्ताकार कुण्डली में दायें हाथ की मुड़ी हुई अंगुलियाँ धारा प्रवाह की दिशा को प्रदर्शित करे तो अंगूठा चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा को प्रदर्शित करता है। इसे चित्र 7.5 में दर्शाया गया है।



चित्र 7.5 दांयी हथेली का नियम

(iv) मैक्सवेल का कार्क पेच नियम (Maxwell's Cark-Screw Rule)

इस नियम के अनुसार यदि किसी दक्षिणावर्त कार्क पेच को इस प्रकार घुमाया जाए कि इसकी नोंक, चालक में बहने वाली विद्युत धारा की दिशा में आगे बढ़े तो जिस दिशा में पेच को घुमाने के लिए अंगूठे को घुमाना पड़ता है वही चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा को व्यक्त करता है।



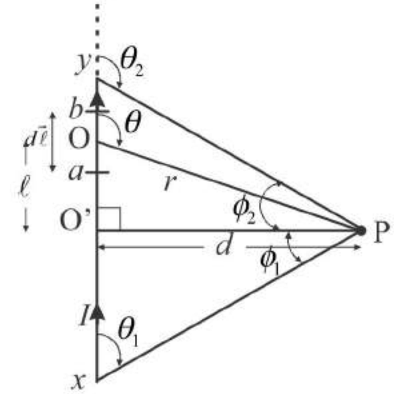
चित्र 7.6 मैक्सवेल का कार्कपेच नियम

7.4 लम्बे तथा सीधे धारावाही चालक तार के कारण चुम्बकीय क्षेत्र (Magnetic Field due to a Long and Straight Current Carrying Conductor)

7.4.1 परिमित लम्बाई का सीधा धारावाही चालक तार (Straight Current Carrying Conducting Wire of Finite Length)

चित्र 7.7 के अनुसार xy एक सीधा पतला चालक तार कागज के तल में स्थित है, तार में एक स्थायी धारा I, तार के x सिरे से y सिरे की ओर प्रवाहित हो रही है। इस धारावाही चालक तार के कारण, कागज के तल में तार से लम्बवत् दूरी d

पर स्थित बिन्दु P पर चुम्बकीय क्षेत्र ज्ञात करना है।



चित्र 7.7 लम्बे धारावाही तार के कारण चुम्बकीय क्षेत्र

चित्र में PO' बिन्दु P से तार पर अभिलम्ब है तथा $OO' = \ell$ है। चुम्बकीय क्षेत्र ज्ञात करने के लिए एक धारावाही अल्पांश $ab = d\ell$ पर विचार करते हैं, जिसका मध्य बिन्दु O है। बायो–सावर्ट के नियम से इस अल्पांश के कारण बिन्दु P पर चुम्बकीय क्षेत्र

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\ell\sin\theta}{r^2} \qquad \ldots(7.11)$$

यहाँ $\vec{r} = OP$ तथा $\angle YOP = \theta$ चित्र (7.7) से $\Delta OO'P$ में –

$$\frac{OO'}{O'P} = \frac{\ell}{d} = \cot\angle(POO') = \cot(180-\theta) = -\cot\theta$$

अतः $\quad \ell = -d\cot\theta \qquad \ldots(7.12)$

θ के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$\frac{d\ell}{d\theta} = -d(-\text{cosec}^2\theta)$$

अतः $\quad d\ell = d\,\text{cosec}^2\theta\,d\theta \qquad \ldots(7.13)$

इस प्रकार पुनः $\Delta OO'P$ से

$$\text{cosec}(180-\theta) = \frac{OP}{O'P} = \frac{r}{d}$$

या $\quad \text{cosec}\,\theta = \dfrac{r}{d}$

या $\quad r = d\,\text{cosec}\,\theta \qquad \ldots(7.14)$

समीकरण (7.13) से d*l* का मान तथा समीकरण (7.14) से r का मान समीकरण 7.11 में प्रतिस्थापित करने पर

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I(d\,\text{cosec}^2\theta\,d\theta)\sin\theta}{(d\,\text{cosec}\,\theta)^2}$$

या $$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I(d\,\text{cosec}^2\theta)\sin\theta d\theta}{d^2\,\text{cosec}^2\theta}$$

या $$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}\sin\theta\,d\theta \qquad \ldots(7.15)$$

समीकरण (7.15) में θ का मान तार के सिरों x तथा y के लिए क्रमशः θ_1 तथा θ_2 है। अतः सम्पूर्ण धारावाही तार xy के कारण बिन्दु P पर चुम्बकीय क्षेत्र समीकरण (7.15) का सीमाओं θ_1 से θ_2 के अर्न्तगत समाकलन करने पर

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\sin\theta\,d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}\left[-\cos\theta\right]_{\theta_1}^{\theta_2}$$

या $$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}\left[\cos\theta_1 - \cos\theta_2\right] \qquad \ldots(7.16)$$

पुनः चित्र 7.7 की ज्यामिती से

$$\theta_1 = 90° - \phi_1 \qquad (\because \theta_1 + \phi_1 = 90°)$$

तथा $\quad \theta_2 = \phi_2 + 90° \quad (\because \Delta YOP$ का बहिष्कोण θ_2 है)

अतः समीकरण (7.16) में θ_1 तथा θ_2 के मान रखने पर

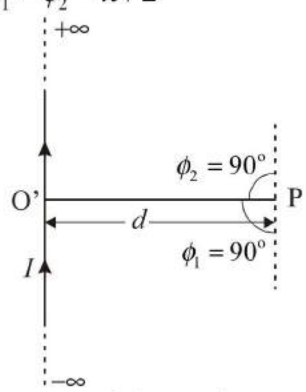
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}\left[\cos(90°-\phi_1) - \cos(90°+\phi_2)\right]$$

या $$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}\left[\sin\phi_1 + \sin\phi_2\right] \qquad \ldots(7.17)$$

यहाँ ϕ_1 तथा ϕ_2 अभीष्ट बिन्दु P पर तार के सिरों x तथा y द्वारा अंतरित कोण है।

7.4.2 अनन्त लम्बाई के सीधे धारावाही चालक तार के कारण चुम्बकीय क्षेत्र (Magnetic Field due to Straight Current Carrying Wire of Infinite Length)

तार की लम्बाई अनन्त होने पर तार के सिरे x तथा y असीमित दूरी पर होंगे, अतः इनके द्वारा अभीष्ट बिन्दु P पर अतंरित कोण $\phi_1 = \phi_2 = \pi/2$



चित्र 7.8 अनन्त लम्बाई के तार के कारण चुम्बकीय क्षेत्र

अतः अनन्त लम्बाई के धारावाही तार के कारण चुम्बकीय क्षेत्र समीकरण 7.17 से

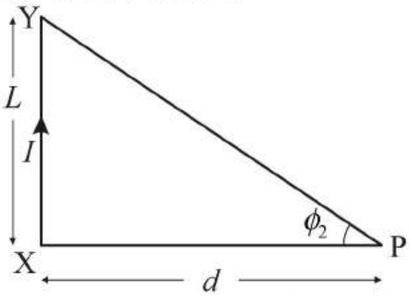
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}\left(\sin\frac{\pi}{2} + \sin\frac{\pi}{2}\right)$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi d}(1+1) \qquad \left[\because \sin\frac{\pi}{2} = 1\right]$$

या $$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \qquad \ldots(7.18)$$

विशेष अवस्था में

(i) L लम्बाई के धारावाही चालक तार के एक सिरे से d दूरी पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान चित्र 7.9 से ज्ञात कर सकते है। चित्र से स्पष्ट है कि $\phi_1 = 0^o$ तथा $\phi_2 =$ तार के सिरे y द्वारा बिन्दु P पर बना कोण, अतः समीकरण 7.17 से



चित्र 7.9 परिमित लम्बाई के तार के एक सिरे से लम्ब दूरी पर क्षेत्र की गणना

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}(\sin 0^0 + \sin\phi_2)$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}\sin\phi_2 \qquad \ldots(7.19)$$

चित्र 7.9 से $\sin\phi_2 = \frac{L}{YP} = \frac{L}{\sqrt{L^2 + d^2}}$

$$\left(\because YP = \text{कर्ण} = \sqrt{L^2 + d^2}\right)$$

अतः समीकरण 7.19 से

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}\frac{L}{\sqrt{L^2 + d^2}} \qquad \ldots(7.20)$$

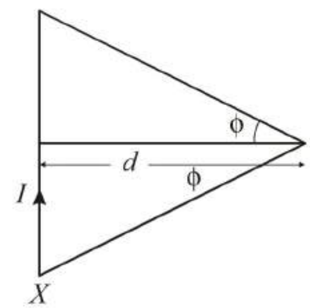
(ii) अर्द्धअनन्त लम्बाई के धारावाही तार के एक सिरे से लम्बवत् दूरी d पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान ज्ञात करने के लिए

समीकरण 7.17 में $\phi_2 = \frac{\pi}{2}$ एवं $\phi_1 = 0^\circ$ रखने पर

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}\left[\sin 0 + \sin\frac{\pi}{2}\right]$$

या $$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d} \qquad \ldots(7.21)$$

(iii) यदि बिन्दु P परिमित लम्बाई के चालक के लम्बअर्द्धक पर स्थित हो तो चित्र 7.10 से समीकरण 7.17 में $\phi_1 = \phi_2 = \phi$ रखने पर



चित्र 7.10 परिमित लम्बाई का तार

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}(\sin\phi + \sin\phi)$$

या $$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}(2\sin\phi)$$

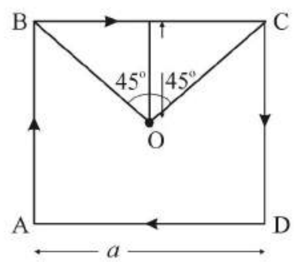
या $$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}\sin\phi \qquad \ldots(7.22)$$

(iv) धारावाही तार की अक्षीय स्थिति पर $\phi = 0$

$\therefore \quad B = 0$

उदाहरण 7.1 एक a भुजा वाले वर्गाकार धारावाही फ्रेम ABCD के केन्द्र O पर चुम्बकीय क्षेत्र ज्ञात कीजिए जबकि फ्रेम में I एम्पीयर मान की धारा प्रवाहित हो रही है।

हलः



वर्ग की प्रत्येक धारावाही भुजा के किनारे वर्ग के केन्द्र पर 45° कोण अंतरित करते है। माना भुजाओं BC, CD, DA तथा AB के कारण वर्ग के केन्द्र पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र क्रमशः B_1, B_2, B_3 तथा B_4 है तो सममितता से

$$B_1 = B_2 = B_3 = B_4$$

पुनः $$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}(\sin\phi_1, + \sin\phi_2)$$

से $$B_1 = B_2 = B_3 = B_4 = \frac{\mu_0 I}{4\pi(a/2)}(\sin 45^\circ + \sin 45^\circ)$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi a}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)$$

$$B_1 = B_2 = B_3 = B_4 = \frac{\mu_0 I}{\sqrt{2}\ \pi a}$$

दाँये हाथ के नियम से वर्ग की प्रत्येक धारावाही भुजा वर्ग के केन्द्र पर कागज के तल के लम्बवत् अन्दर की ओर चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करती है। अतः परिणामी चुम्बकीय क्षेत्र

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4$$

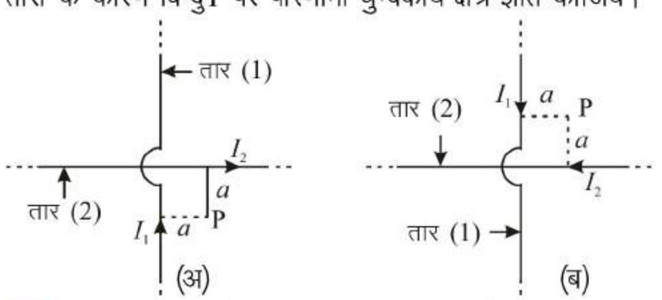
या $$|\vec{B}| = 4|\vec{B}_1| = 4 \times \frac{\mu_0 I}{\sqrt{2}\pi a}$$

$$|\vec{B}| = \frac{2\sqrt{2} \times 4\pi \times 10^{-7} I}{\pi a}$$

$$\left[\because \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ N/A^2\right]$$

या $$|\vec{B}| = \frac{8\sqrt{2} \times 10^{-7} I}{a} Tesla$$

उदाहरण 7.2 चित्र में प्रदर्शित दो अनन्त लम्बाई के धारावाही चालक तारों के कारण बिन्दु P पर परिणामी चुम्बकीय क्षेत्र ज्ञात कीजिये।



हलः चित्र (अ) में दर्शाए अनुसार तार नं. (1) के कारण बिन्दु P पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र $B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}$ कागज के तल के लम्बवत् नीचे की ओर है।

तार नं. (2) के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र $B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a}$

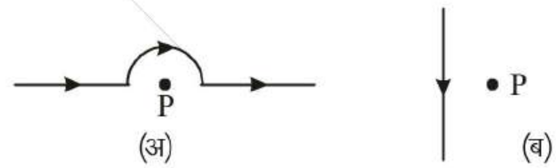
भी कागज के तल के लम्बवत् नीचे की ओर है तथा $\vec{B}_2$ की दिशा नीचे की ओर है। अतः परिणामी चुम्बकीय क्षेत्र $|\vec{B}| = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi a}(I_1 + I_2)$, $\vec{B}$ की दिशा कागज के तल के लम्बवत् नीचे की ओर है।

पुनः चित्र (ब) में दर्शाये गए बिन्दु P पर $\vec{B}_1$ की दिशा कागज के तल के लम्बवत् ऊपर की ओर है तथा $\vec{B}_2$ की दिशा नीचे की ओर है। अतः परिणामी चुम्बकीय क्षेत्र

$$\vec{B} = \vec{B}_1 - \vec{B}_2$$

या $$|\vec{B}| = B_1 - B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi a}(I_1 - I_2) \text{ यदि } I_1 > I_2$$

उदाहरण 7.3 दिए गए चित्रों में बिन्दु P पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा ⊗ एवं ⊙ के रूप में लिखिए।

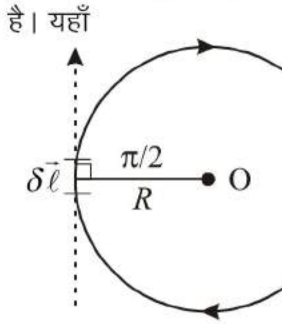


हलः चित्र (अ) में वृत्तीय धाराओं के लिए दांयी हथेली के नियम से बिन्दु P पर $\vec{B}$ की दिशा कागज के तल के लम्बवत् नीचे की ओर अर्थात् ⊗ होगी तथा चित्र (ब) में दांये हाथ के नियम से $\vec{B}$ की दिशा कागज के तल के लम्बवत् बाहर की ओर ⊙ होगी।

7.5 वृत्ताकार धारावाही कुण्डली के कारण चुम्बकीय क्षेत्र (Magnetic Field due to Current Carrying Circular Coil)

7.5.1 कुण्डली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र (Magnetic Field at the Centre of Coil)

चित्र 7.11 में R त्रिज्या की वृत्ताकार धारावाही कुण्डली (या धारावाही लूप) जिसमें I परिमाण की विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है, दर्शायी गई है। कुण्डली के केन्द्र O पर चुम्बकीय क्षेत्र ज्ञात करना है। चित्र के अनुसार कुण्डली के अल्पांश $\delta\vec{\ell}$ पर विचार करते है। यहाँ



चित्र 7.11 कुण्डली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र

(i) कुण्डली का प्रत्येक धारावाही अल्पांश, केन्द्र O से समान दूरी पर है तथा यह दूरी कुण्डली की त्रिज्या के समान है।

(ii) प्रत्येक धारा अल्पांश के सापेक्ष O की स्थिति सदिश धारा की दिशा के लम्बवत् है, अर्थात् $\theta = \pi/2$ अतः बायो–सावर्ट के नियम से अल्पांश के कारण कुण्डली के केन्द्र पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र

$$\delta B_{\text{केन्द्र}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\delta\ell\sin\theta}{r^2}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,\delta\ell}{R^2}\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \qquad \because r = R \text{ तथा } \theta = \frac{\pi}{2}$$

या $$\delta B_{\text{केन्द्र}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,\delta\ell}{R^2} \qquad \ldots(7.23)$$

चूंकि कुण्डली के सभी धारावाही अल्पांश एक ही दिशा में है जो कुण्डली में वामावर्त दिशा में धारा प्रवाह होने पर कुण्डली के तल के लम्बवत् नीचे की ओर चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करते है। अतः सम्पूर्ण कुण्डली के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र इन अवयवी अल्पांशों के कारण क्षेत्रों का सदिश योग है

$$B_{\text{केन्द्र}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2}\sum\delta\ell \qquad \ldots(7.24)$$

या $$B_{\text{केन्द्र}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2}(2\pi R) \quad \text{चूंकि } (\sum\delta\ell = 2\pi R)$$

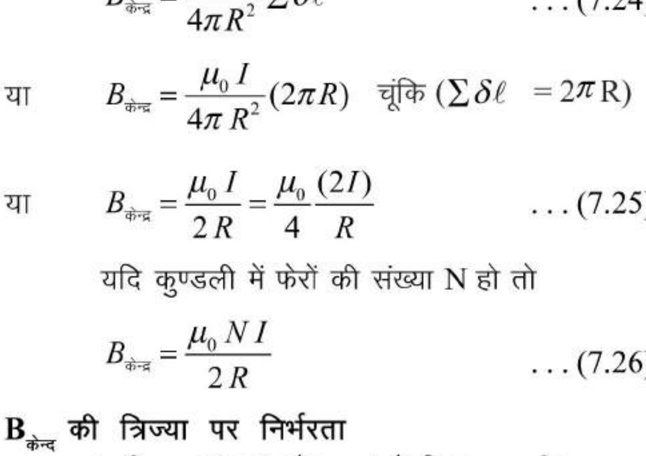
या $$B_{\text{केन्द्र}} = \frac{\mu_0 I}{2R} = \frac{\mu_0}{4}\frac{(2I)}{R} \qquad \ldots(7.25)$$

यदि कुण्डली में फेरों की संख्या N हो तो

$$B_{\text{केन्द्र}} = \frac{\mu_0 N I}{2R} \qquad \ldots(7.26)$$

$B_{\text{केन्द्र}}$ की त्रिज्या पर निर्भरता

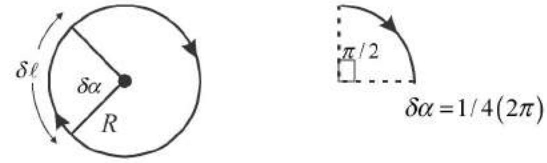
समीकरण (7.26) से स्पष्ट है कि धारावाही वृत्ताकार कुण्डली केन्द्र पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र, कुण्डली की त्रिज्या के व्युत्क्रमानुपाती होता है। B का R एवं $1/R$ के साथ आलेख क्रमशः अतिपरवलय एवं सीधी रेखा प्राप्त होगे। इन्हें चित्र 7.12 में दर्शाया गया है।



चित्र 7.12 कुण्डली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र की त्रिज्या पर निर्भरता

विशेष–केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र निम्न प्रकार भी ज्ञात कर सकते है– यदि वृत्ताकार कुण्डली का चाप खण्ड जिसकी लम्बाई ℓ है इसके केन्द्र पर $\delta\alpha$ कोण अंतरित करता है तो चित्र 7.13 से

$$\delta\alpha = \frac{\text{चाप }\delta\ell}{\text{त्रिज्या } R} = \frac{\delta\ell}{R} \text{ या } \delta\ell = R\delta\alpha$$



चित्र 7.13 चाप खण्ड के कारण केन्द्र पर चुंबकीय क्षेत्र

सम्पूर्ण कुण्डली के लिए समीकरण (7.24) में

$$\sum\delta\ell = R\sum\delta\alpha = R(2\pi)$$

अतः समीकरण 7.24 से

$$B_{\text{केन्द्र}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2}\times 2\pi R = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

धारावाही कुण्डली के एक चौथाई भाग के द्वारा केन्द्र पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र के लिए

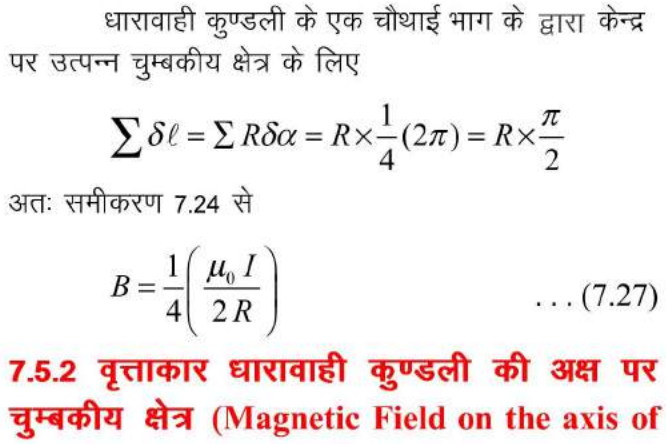
$$\sum\delta\ell = \sum R\delta\alpha = R\times\frac{1}{4}(2\pi) = R\times\frac{\pi}{2}$$

अतः समीकरण 7.24 से

$$B = \frac{1}{4}\left(\frac{\mu_0 I}{2R}\right) \qquad \ldots(7.27)$$

7.5.2 वृत्ताकार धारावाही कुण्डली की अक्ष पर चुम्बकीय क्षेत्र (Magnetic Field on the axis of current carrying circular coil)

चित्र 7.14 में R त्रिज्या की एक वृत्ताकार धारावाही कुण्डली दर्शाई गई है। यह कुण्डली y-z तल में स्थित है तथा इसमें वामावर्त दिशा में I विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है। कुण्डली की अक्ष पर केन्द्र से x-दूरी पर स्थित बिन्दु P पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान ज्ञात करना है।



चित्र 7.14 कुण्डली के अक्ष पर चुम्बकीय क्षेत्र

चुम्बकीय क्षेत्र की गणना के लिए हम कुण्डली की परिधि को छोटे–छोटे धारावाही अल्पांशों में विभक्त करते है। माना LM एक अल्पांश है, जिसके मध्य बिन्दु O' की प्रेक्षण बिन्दु P से दूरी r है। माना अल्पांश की लम्बाई $\delta\vec{\ell}$ है। चित्र से स्पष्ट है कि $\delta\vec{\ell}$ तथा $\vec{r}$ परस्पर लम्बवत् है। अतः बायो–सावर्ट के नियम से अल्पांश के कारण बिन्दु P पर चुम्बकीय क्षेत्र

$$\delta\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,\delta\vec{\ell}\times\hat{r}}{r^2}$$

या $$|\delta\vec{B}| = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\delta\ell\sin 90^\circ}{r^2}$$

$(\because |\delta\vec{\ell}\times\hat{r}| = \delta\ell\sin\theta$ एवं $\theta = 90^\circ)$

$$|\delta\vec{B}| = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,\delta\ell}{r^2} \qquad \ldots(7.28)$$

$\delta\vec{B}$ की दिशा, अल्पांश $\delta\vec{\ell}$ तथा $\vec{r}$ से निर्मित तल के लम्बवत् दिशा में सदिश $\overrightarrow{PQ}$ की दिशा में होगी। इसी प्रकार, इस कुण्डली के व्यासाभिमुखी स्थित ऐसे ही धारावाही अल्पांश L'M' पर विचार करें तो इसके कारण बिन्दु P पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र $\delta\vec{B}'$ का मान होगा

$$|\delta\vec{B}'| = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,\delta\ell}{r^2} \qquad \ldots(7.29)$$

$\delta\vec{B}$ की दिशा चित्र में सदिश $P\vec{Q}'$ की दिशा में होगे। समीकरण 7.28 एवं समीकरण 7.29 से

$$|\delta\vec{B}| = |\delta\vec{B}'| \qquad \ldots(7.30)$$

यदि चित्र 7.14 के अनुसार $\delta\vec{B}$ तथा $\delta\vec{B}'$ को कुण्डली की अक्ष के अनुदिश तथा कुण्डली की अक्ष के लम्बवत् दिशाओं में घटकों में वियोजित करते हैं। तो

(i) कुण्डली की अक्ष के अनुदिश घटक क्रमशः $|\delta\vec{B}|\sin\alpha$ तथा $|\delta\vec{B}'|\sin\alpha$ एक ही दिशा में होने के कारण परस्पर जुड़ जाते हैं। तथा

(ii) कुण्डली की अक्ष के लम्बवत् घटक $|\delta\vec{B}|\cos\alpha$ एवं $|\delta\vec{B}'|\cos\alpha$ परिमाण में समान तथा दिशा में विपरीत होने के कारण परस्पर निरस्त हो जाते हैं।

इस प्रकार कुण्डली की सम्पूर्ण परिधि को यदि व्यासाभिमुख अल्पांशों के युग्मों में विभक्त किया जाए तो परिणामी चुम्बकीय क्षेत्र कुण्डली की अक्ष के अनुदिश सभी घटकों का योग होगा, अर्थात्

$$B = \sum|\delta\vec{B}|\sin\alpha = \sum\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,\delta\ell}{r^2}\sin\alpha$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}I\sum\frac{\delta\ell}{r^2}\left(\frac{R}{r}\right) \quad (\because \text{ चित्र 7.17 से } \sin\alpha = \frac{R}{r})$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,R}{r^3}\sum\delta\ell = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,R}{r^3}(2\pi R)$$

$(\because \sum\delta\ell =$ कुण्डली की परिधि $= 2\pi R)$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I(2\pi R^2)}{r^3}$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I(2\pi R^2)}{r^3} \qquad \ldots(7.31)$$

परन्तु चित्र 7.17 से

$$r^2 = R^2 + x^2$$

या $$r = (R^2 + x^2)^{\frac{1}{2}}$$

या $$r^3 = (R^2 + x^2)^{3/2} \qquad \ldots(7.32)$$

समीकरण 7.31 में समीकरण 7.32 से r का मान रखने पर

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I(\pi R^2)}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \qquad \ldots(7.33)$$

यदि कुण्डली में फेरों की संख्या N है तो

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I(N\pi R^2)}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \qquad \ldots(7.34)$$

या $$B = \frac{\mu_0 NIR^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}} \qquad \ldots(7.35)$$

सदिश रूप में

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 N I R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}\hat{x} \qquad \ldots(7.36)$$

क्योंकि चित्र में दर्शाई धारा की दिशा के लिए $\vec{B}$ की दिशा $+\hat{x}$ दिशा में होगी।

विशेष स्थितियाँ

(i) कुण्डली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र

केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र के लिए समीकरण (7.36) में $x = 0$ रखने पर

$$B_{\text{केन्द्र}} = \frac{\mu_0 N I R^2}{2(R^2 + 0)^{3/2}}$$

या $$B_{\text{केन्द्र}} = \frac{\mu_0 N I}{2R} = B_{\text{अधिकतम}} \qquad \ldots(7.37)$$

(ii) यदि अभीष्ट बिन्दु P, कुण्डली की त्रिज्या R की तुलना में अत्यधिक दूरी पर स्थित हो, अर्थात् $x >> R$ तो समीकरण (7.36) में R^2 को नगण्य मानने पर

$$B = \frac{\mu_0 N I R^2}{2(o + x^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 N I R^2}{2x^3} \qquad \ldots(7.38)$$

(iii) यदि अभीष्ट बिन्दु P, कुण्डली की अर्द्ध त्रिज्या $R/2$ के समान दूरी पर है (अर्थात् $x = R/2$) है तो

$$B_{x=R/2} = \frac{\mu_0 N I R^2}{2\left[R^2 + \left(\frac{R}{2}\right)^2\right]^{3/2}}$$

$$= \frac{\mu_0 N I R^2}{2\left(R^2 + \frac{R^2}{4}\right)^{3/2}} = \frac{\mu_0 N I R^2}{2\left(\frac{5R^2}{4}\right)^{3/2}}$$

या $$B_{x=R/2} = \frac{4}{5\sqrt{5}} \frac{\mu_0 N I}{R} \quad \ldots (7.39)$$

समीकरण 7.37 एवं समीकरण 7.39 की तुलना करने पर

$$B_{x=R/2} = \frac{8}{5\sqrt{5}} B_{\text{केन्द्र}} = 0.72 B_{\text{केन्द्र}} \quad \ldots (7.40)$$

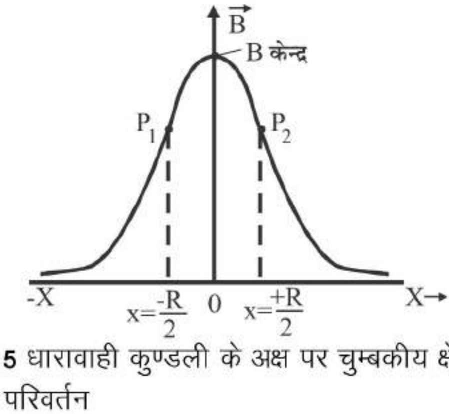
अक्ष पर दूरी के साथ चुम्बकीय क्षेत्र में परिवर्तन

धारावाही वृत्ताकार कुण्डली के अक्ष पर B का x के साथ परिवर्तन को चित्र 7.15 में दर्शाया गया है। चित्र 7.15 से स्पष्ट है कि कुण्डली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान अधिकतम होता है तथा अक्ष से दूरी के साथ B का मान घटता जाता है। $x = \infty$ पर B का मान शून्य होता है। वक्र में बिन्दु P_1 तथा P_2 जहाँ $x = \pm R/2$ है पर चुम्बकीय क्षेत्र रेखिक रूप से परिवर्तित होता है। इन बिन्दुओं पर वक्रता शून्य होती है तथा इन बिन्दुओं पर वक्रता के चिन्ह में परिवर्तन होने के कारण इन बिन्दुओं को नति परिवर्तन बिन्दु (point of inflection) कहते है। नति परिवर्तन बिन्दुओं के लिए

(i) $x < R/2$ पर वक्रता धनात्मक होती है एवं $x > R/2$ पर वक्रता ऋणात्मक तथा $x = R/2$ पर वक्रता शून्य होती है।

(ii) $\frac{dB}{dx} =$ नियत एवं $\frac{d^2B}{dx^2} = 0$

(iii) इन बिन्दुओं के मध्य दूरी कुण्डली की त्रिज्या के समान होती है।



चित्र 7.15 धारावाही कुण्डली के अक्ष पर चुम्बकीय क्षेत्र का दूरी के साथ परिवर्तन

7.5.3 छोटे धारावाही लूप की चुम्बकीय द्विध्रुव से तुलना (Comparision of Small Current Loop with a Magnetic Dipole)

समीकरण (7.34) से किसी धारावाही वृत्ताकार कुण्डली (लूप) के अक्ष पर स्थित किसी बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I(N\pi R^2)}{(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

यदि लूप अत्यन्त छोटा है तो $R^2 << x^2$ तथा $A = \pi R^2 =$ लूप का काट क्षेत्रफल

अतः $$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2NIA}{x^3}$$

या $$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2M}{x^3} \quad .....(7.41)$$

यहाँ M = NIA = धारावाही लूप का चुम्बकीय आघूर्ण है।

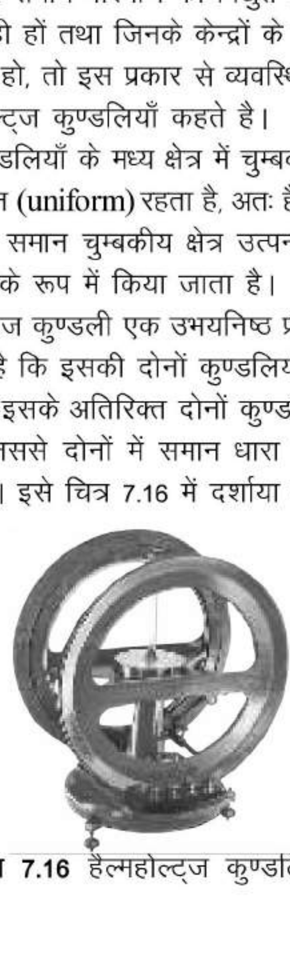
समीकरण (7.41) एक छोटे छड़ चुम्बक अर्थात् चुम्बकीय द्विध्रुव के मध्य बिन्दु से उसकी अक्ष पर x दूरी पर स्थित किसी बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र के तुल्य है। अतः एक छोटा धारावाही लूप का व्यवहार एक छोटे चुम्बकीय द्वि–ध्रुव (दण्ड चुम्बक) की तरह होता है।

7.5.4 हैल्महोल्ट्ज कुण्डलियाँ (Helmholtz Coils)

दो समाक्षीय (co-axial) तथा एक समान वृत्ताकार कुण्डलियाँ जिनमें समान परिमाण की विद्युत धारा समान दिशा में प्रवाहित हो रही हों तथा जिनके केन्द्रों के मध्य दूरी, उनकी त्रिज्या के समान हो, तो इस प्रकार से व्यवस्थित कुण्डलियों के युग्म को हैल्महोल्ट्ज कुण्डलियाँ कहते है।

इन कुण्डलियाँ के मध्य क्षेत्र में चुम्बकीय क्षेत्र का मान लगभग एक समान (uniform) रहता है, अतः हैल्मोल्टज कुण्डली का उपयोग एक समान चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करने हेतु एक प्रायोगिक युक्ति के रूप में किया जाता है।

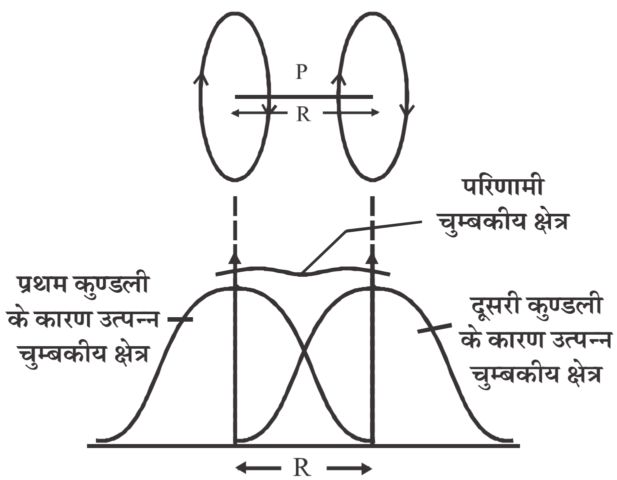
हैल्मोल्टज कुण्डली एक उभयनिष्ठ फ्रेम पर इस प्रकार व्यवस्थित होती है कि इसकी दोनों कुण्डलियाँ के तल परस्पर समान्तर होते हैं, इसके अतिरिक्त दोनों कुण्डलियाँ श्रेणीक्रम में जुड़ी होती है जिससे दोनों में समान धारा एक ही दिशा में प्रवाहित हो सके। इसे चित्र 7.16 में दर्शाया गया है।



चित्र 7.16 हैल्महोल्ट्ज कुण्डलियाँ

कुण्डलियों के मध्य भाग में उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र

दोनों कुण्डलियों के मध्य भाग में चुम्बकीय क्षेत्र का परिणामी मान पृथक–पृथक कुण्डलियों द्वारा उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्रों का सदिश योग होता है। अतः दोनों कुण्डलियों के नति परिवर्तन बिन्दु के आस–पास के भाग में एक समान चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न हो जाता है। इसे चित्र 7.17 में दर्शाया गया है।



चित्र 7.17 हैलम्होल्ट्ज कुण्डलियों के मध्य में लगभग एक समान चुम्बकीय क्षेत्र होता है

यदि कुण्डलियों के मध्य भाग में पहली कुण्डली के कारण उत्पन्न क्षेत्र B_1 है जैसे

$$B_1 = \frac{4\mu_0 N I}{5\sqrt{5}R} \quad (\text{समीकरण 7.39 से } B_x = R/2)$$

यदि कुण्डलियों के मध्य भाग में दूसरी कुण्डली B_2 चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करे तो

$$B_1 = B_2 = \frac{4\mu_0 N I}{5\sqrt{5}R}$$

तथा परिणामी चुम्बकीय क्षेत्र

$$B = B_1 + B_2 \; [\because \vec{B}_1 \text{ तथा } \vec{B}_2 \text{ एक ही दिशा में है}]$$

$$= 2B_1$$

$$= 2\times\frac{4\mu_0 N I}{5\sqrt{5}R} = 0.716\frac{\mu_0 NI}{R}$$

$$B = 1.432\frac{\mu_0 N I}{2R} \qquad \ldots(7.42)$$

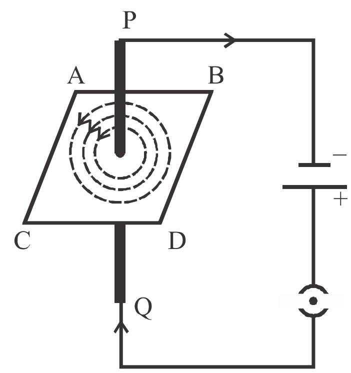
या $$B = 1.432 B_{\text{केन्द्र}} \qquad \ldots(7.43)$$

अर्थात् हेल्मोल्टज कुण्डली में प्राप्त एक समान चुम्बकीय क्षेत्र का मान प्रत्येक कुण्डली द्वारा अपने केन्द्र पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र (अधिकतम चुम्बकीय क्षेत्र) का 1.432 गुना होता है।

7.5.5 धारावाही चालक में चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा (Direction of Magnetic Field in Current Carrying Current)

(1) सीधे धारावाही चालक तार के कारण चुम्बकीय क्षेत्र का स्वरूप–इसे निम्न प्रयोग से समझ सकते हैं–

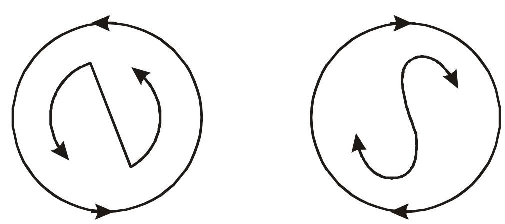
चित्र 7.18 के अनुसार चालक तार PQ जो उर्ध्वाधर अवस्था में है तथा क्षैतिज रखे कार्डबोर्ड के मध्य से निकल रहा है। गत्ते पर लोहे के बुरादे की एक पतली परत फैला देते है। परिपथ में लगी कुंजी में डाट लगाकर धारा प्रवाहित करने पर तथा गत्ते को धीरे–धीरे हाथ से खटखटाने पर हम देखते हैं कि लोहे का बुरादा गत्ते पर संकेन्द्रीय वृत्तों का रूप ग्रहण कर लेता है।



चित्र 7.18 लम्बे सीधे धारावाही तार के कारण चुम्बकीय क्षेत्र के स्वरूप का प्रायोगिक प्रदर्शन

चुम्बकीय सुई की सहायता से चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा ज्ञात करने पर वह वृत्तों पर दर्शाए गए तीर के निशान के अनुसार होती है। अतः चालक तार के चारों ओर चुम्बकीय क्षेत्र संकेन्द्रीय वृत्तों के रूप में होता है।

(2) वृत्ताकार कुण्डली में विद्युत धारा प्रवाहित करने पर कुण्डली के जिस ओर से देखने पर धारा वामावर्त (Anti clock wise) दिशा में बहती हुई प्रतीत होती है कुण्डली का वह सिरा उत्तरी ध्रुव (N) की तरह तथा जिस ओर से धारा दक्षिणावर्त (clock wise) दिशा में बहती हुई प्रतीत होती है तो कुण्डली का वह तल चुम्बक के दक्षिणी ध्रुव (S) की तरह व्यवहार करता है। इसे चित्र 7.19 में दर्शाया गया है।



चित्र 7.19 वृत्ताकार धारावाही कुण्डली में ध्रुव निर्धारण

उदाहरण 7.3 10 cm त्रिज्या की 100 कसकर लपेटे गए फेरों की किसी ऐसी कुण्डली पर विचार कीजिए जिसमें 1 A की विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है। कुण्डली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र का परिमाण क्या है?

हल: चूंकि कुण्डली में कसकर लपेटे गए फेरे हैं, अतः प्रत्येक वृत्ताकार फेरे की त्रिज्या

R = 10 cm = 0.1 m मान सकते हैं।

यहाँ N = 100, I = 1A,

अतः केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र का परिमाण

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2R} = \frac{4\pi\times10^{-7}\times100\times1}{2\times0.1}$$

$$= 2\pi\times10^{-4}\text{ T}$$

$$= 6.28\times10^{-4}\text{ T}$$

उदाहरण 7.4 हीलियम का एक नाभिक 0.8 m त्रिज्या के वृत्त का 2 sec में एक पूरा चक्कर लगा लेता है। वृत्त के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान ज्ञात कीजिये।

हल: हीलियम नाभिक पर आवेश $q = +2e$, r त्रिज्या के वृत्त में चक्कर लगाता हुआ हीलियम नाभिक एक धारावाही लूप की तरह व्यवहार करता है। इसके केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r}$$

यहाँ $I = \frac{2e}{t}$ $\left|\because I = \frac{q}{t}\right|$

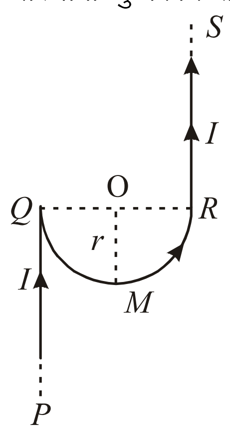
अतः $B = \frac{\mu_0 (2e)}{2rt} = \frac{\mu_0 e}{rt}$

$$= \frac{4\pi\times10^{-7}\times1.6\times10^{-19}}{0.8\times2}$$

$$= 12.56\times10^{-26}\text{ T}$$

उदाहरण 7.5 चित्र में प्रदर्शित तार में प्रवाहित धारा I के कारण बिन्दु O पर चुम्बकीय क्षेत्र ज्ञात कीजिये।

हल: चित्र में O पर परिणामी चुम्बकीय क्षेत्र



$$\vec{B} = \vec{B}_{PQ} + \vec{B}_{QMR} + \vec{B}_{RS}$$

समीकरण 7.21 के अनुसार $|\vec{B}_{PQ}| = |\vec{B}_{RS}| = \frac{\mu_0 I}{4\pi r}$

चित्र (7.22) से स्पष्ट है कि $\vec{B}_{PQ}$ की दिशा कागज के तल के लम्बवत् अन्दर की ओर तथा $\vec{B}_{RS}$ की दिशा कागज के तल के लम्बवत् बाहर की ओर है। अतः $\vec{B}_{PQ}$ एवं $\vec{B}_{RS}$ परस्पर निरस्त हो जाते है।

अतः $|\vec{B}| = |\vec{B}_{QMR}| = \frac{1}{2}\left(\frac{\mu_0 I}{2r}\right)$ (अर्द्धवृताकार चाप के कारण)

$\vec{B}$ की दिशा कागज के तल के लम्बवत् ऊपर की ओर होगी।

उदाहरण 7.6 एक R त्रिज्या वाली धारावाही कुण्डली के अक्ष पर कितनी दूरी पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान इसके केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र का 27वाँ भाग होगा।

हल: धारावाही कुण्डली की अक्ष पर चुम्बकीय क्षेत्र

$$B = \frac{\mu_0 N I R^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}$$

कुण्डली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र

$$B_{\text{केन्द्र}} = \frac{\mu_0 N I}{2R}$$

प्रश्नानुसार,

$$B = \frac{1}{27} B_{\text{केन्द्र}}$$

या $\frac{\mu_0 N I R^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}} = \frac{1}{27}\frac{\mu_0 N I}{2R}$

या $\frac{R^2}{(R^2+x^2)^{3/2}} = \frac{1}{3^3}\frac{1}{R}$

या $(R^2+x^2)^{3/2} = 3^3 R^3 = (3R)^3$

या $(R^2+x^2)^{\frac{1}{2}} = 3R$

या $R^2 + x^2 = 9R^2$

या $x^2 = 8R^2$

या $x = 2\sqrt{2}R$

उदाहरण 7.7 हेल्मोल्टज कुण्डलियों की व्यवस्था में प्रत्येक कुण्डली में 25 फेरे हैं तथा त्रिज्या 10 cm एवं प्रवाहित विद्युत धारा 0.1A है। कुण्डलियों के मध्य क्षेत्र के मध्य बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र ज्ञात कीजिए।

हल: यहाँ $N = 25$, $R = 10$ cm = 0.1 m, $I = 0.1$ A

हेल्महोल्ट्ज कुण्डलियों के मध्य क्षेत्र में चुम्बकीय क्षेत्र

$$B = \frac{8}{5\sqrt{5}}\frac{\mu_0 N I}{R}$$

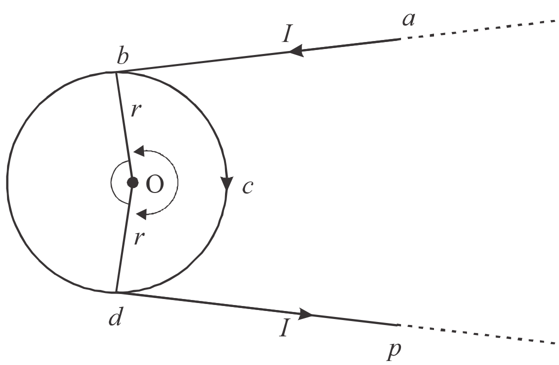
मान रखने पर,

$$B = \frac{8}{5\sqrt{5}} \times \frac{4\pi\times10^{-7}\times25\times0.1}{0.1} T$$

$= 2.25 \times 10^{-5}$ T

उदाहरण 7.8 एक अनन्त लम्बाई के तार को, जिसमें I धारा प्रवाहित हो रही है, चित्र में दर्शाए अनुसार मोड़ा गया है, यदि केन्द्र पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र शून्य है तो θ का मान ज्ञात कीजिये।

हलः



चित्र से $\vec{B}_0 = \overrightarrow{B_{ab}} + \overrightarrow{B_{bcd}} + \overrightarrow{B_{dp}}$

$$B_{ab} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r}$$

($\overrightarrow{B_{ab}}$ की दिशा कागज के तल के लम्बवत् ऊपर की ओर है)

$$B_{dp} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r}$$

($\overrightarrow{B_{dp}}$ की दिशा कागज के तल के लम्बवत् ऊपर की ओर है)

$$B_{bcd} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} \text{ (चाप bcd की लंबाई)}$$

$$B_{bcd} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} (2\pi - \theta) r$$

($\overrightarrow{B_{bcd}}$ की दिशा कागज के तल के लम्बवत् नीचे की ओर है)

अतः परिणामी चुम्बकीय क्षेत्र का परिमाण

$$|\vec{B}_0| = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} - \frac{\mu_0 I}{4\pi r}(2\pi - \theta) + \frac{\mu_0 I}{4\pi r}$$

प्रश्नानुसार, $\frac{\mu_0 I}{4\pi r} - \frac{\mu_0 I}{4\pi r}(2\pi - \theta) + \frac{\mu_0 I}{4\pi r} = 0$

या $\frac{\mu_0 I}{4\pi r}[1 - (2\pi - \theta) + 1] = 0$

या $2 - (2\pi - \theta) = 0$

या $\theta = 2\pi - 2 = 2(\pi - 1) rad.$

7.6 चुम्बकीय क्षेत्र में आवेश की गति (Motion of Charge in a Magnetic Field)

यदि कोई गतिमान आवेशित कण q किसी चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ तथा विद्युत क्षेत्र $\vec{E}$ दोनों की उपस्थिति में $\vec{v}$ वेग से गुजरता है तो कण पर दो बल कार्य करते है–

विद्युत बल $\vec{F}_e = q\vec{E}$

तथा चुम्बकीय बल $\vec{F}_m = q(\vec{v}\times\vec{B})$

अतः आवेश पर परिणामी बल

$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = q[\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}] \quad \text{. . . (7.44)}$$

इस बल को सर्वप्रथम, एच.ए.लॉरेन्ज ने व्यक्त किया था। अतः इस बल को अब लॉरेन्ज बल कहते है। यहाँ हम केवल चुम्बकीय क्षेत्र के कारण आवेश पर विभिन्न स्थितियों में लगने वाले चुम्बकीय बल का ही विशेष अध्ययन करेंगे।

समीकरण (7.44) से केवल चुम्बकीय क्षेत्र में गतिमान आवेश पर लगने वाला चुम्बकीय बल

$$\vec{F}_m = q(\vec{v}\times\vec{B}) \quad \text{. . . (7.45)}$$

परिमाण $|\vec{F}_m| = qvB\sin\theta$ . . . (7.46)

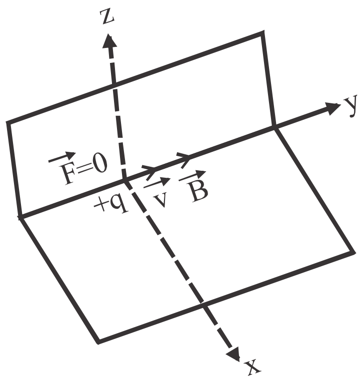
यहाँ θ, $\vec{v}$ तथा $\vec{B}$ के मध्य कोण है।

समीकरण (7.45) से स्पष्ट है कि चुम्बकीय बल की दिशा कण के वेग $\vec{v}$ तथा चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ से निर्मित तल के लम्बवत् तल में (दक्षिण हस्त पेच के नियमानुसार) होती है। इसे चित्र 7.20अ में दर्शाया गया है। यहाँ यह ध्यान रखने योग्य है कि यदि आवेशित कण ऋणात्मक है $(-q)$ है तो चुम्बकीय बल की दिशा $\vec{v}\times\vec{B}$ के विपरीत होगी।

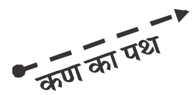
विशेष स्थितियाँ (Special cases)

7.5.1 यदि आवेश गतिमान नहीं है, अर्थात् $|\vec{v}| = 0$ तो $|\vec{F}| = 0$, अर्थात् केवल गतिमान आवेश ही चुम्बकीय बल अनुभव करता है।

7.5.2 यदि $\theta = 0°$ या $180°$ हो अर्थात् आवेशित कण का वेग $\vec{v}$ तथा चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ परस्पर समान्तर या प्रतिसमान्तर हो तो $\sin\theta = 0$ अतः समीकरण 7.46 से चुम्बकीय बल शून्य होता है। इस स्थिति में आवेशित कण अपनी गति को चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा में यथावत् रखते हुए चित्र 7.20ब के अनुसार सरल रेखीय पथ पर गति करता है।



चित्र 7.20अ चुम्बकीय क्षेत्र में बल



चित्र 7.20ब चुम्बकीय क्षेत्र के समान्तर गतिकी कण

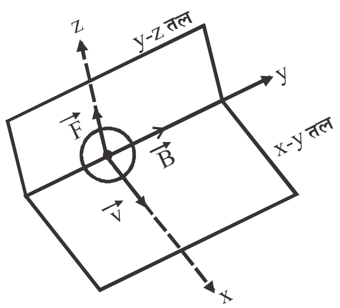
7.6.1 लम्बवत् चुम्बकीय क्षेत्र में आवेश की गति (Motion of Charge in Perpendicular Magnetic Field)

यदि $\vec{v}$ तथा $\vec{B}$ परस्पर लम्बवत् है तो $\theta = 90°$ होगा। इस स्थिति में आवेश पर चुम्बकीय बल

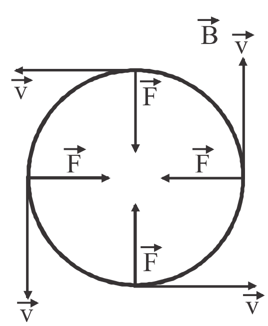
$$F = qvB\sin 90°$$

$$F = qvB = F_{\max} \qquad \ldots (7.47)$$

यह बल, वेग $\vec{v}$ तथा चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ से निर्मित तल जिसे चित्र 7.21(अ) में x-y तल में दर्शाया गया है के लम्बवत् तल x-z तल में होगा। अतः आवेशित कण x-z तल में वृत्तीय गति करेगा। चित्र 7.21(ब) में इस प्रकार के कण की गति को उस स्थिति में दर्शाया गया है जब चुम्बकीय क्षेत्र कागज के तल के लम्बवत् अन्दर की ओर हो।



चित्र 7.21अ चुम्बकीय क्षेत्र में कण पर बल



चित्र 7.21ब चुम्बकीय क्षेत्र में कण पर ही गति

लम्बवत् चुम्बकीय क्षेत्र में आवेश की गति के लिए आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल (centripeted force) चुम्बकीय बल से प्राप्त होता है, अतः

$$\frac{mv^2}{r} = qvB$$

या $$r = \frac{mv}{qB} = \frac{p}{qB} \qquad \ldots (7.48)$$

यहाँ r = कण के वृत्ताकार पथ की त्रिज्या है एवं m कण का द्रव्यमान है तथा p कण का संवेग है।

यदि कण की गतिज ऊर्जा E_k है तो $p = \sqrt{2mE_K}$

अतः समीकरण (7.48) से, वृत्ताकार पथ की त्रिज्या

$$r = \frac{\sqrt{2mE_K}}{qB} \qquad \ldots (7.49)$$

अर्थात् आवेशित कण के वृत्ताकार पथ की त्रिज्या कण के रेखिक संवेग के समानुपाती होती है तथा $r \propto \sqrt{E_K}$ है। एक समान वृत्ताकार गति में कण की चाल नियत रहने के कारण कण की गतिज ऊर्जा भी नियत रहती है।

वृत्ताकार पथ में गति का आवर्त्तकाल

$$T = \frac{\text{एक चक्र में तय की गई दूरी}}{\text{चाल}}$$

$$= \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{v}\left(\frac{mv}{qB}\right) \qquad \text{(समीकरण (7.48) से)}$$

या $$T = \frac{2\pi m}{qB} \qquad \ldots (7.50)$$

कण की रेखिक आवृत्ति

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m} \qquad \ldots (7.51)$$

तथा कोणीय आवृत्ति

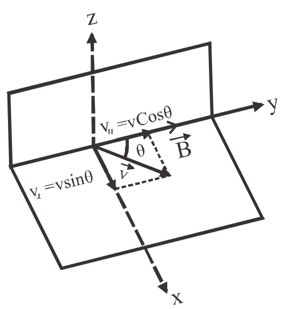
$$\omega = 2\pi\nu$$

या $$\omega = \frac{qB}{m} \qquad \ldots (7.52)$$

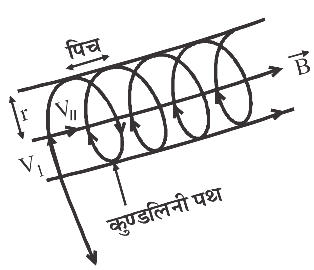
समीकरण (7.50) से स्पष्ट होता है कि वृत्तीय गति में आवेशित कण की आवृत्ति (या आवर्त्तकाल) कण की चाल v पर निर्भर नहीं करता, क्योंकि कण की चाल में वृद्धि होने पर उसके वृत्ताकार पथ की त्रिज्या में भी उतनी ही वृद्धि हो जाती है जिससे एक चक्र में लगा समय नियत रहता है। इसी प्रकार आवर्त्तकाल (आवृत्ति) कण की गतिज ऊर्जा तथा संवेग पर भी निर्भर नहीं करता आवृत्ति के चाल या ऊर्जा के मान पर निर्भर नहीं होने का महत्वपूर्ण अनुप्रयोग साइक्लोट्रॉन की डिजाइन बनाने में होता है जिसके सम्बन्ध में हम अगले अनुच्छेदों में अध्ययन करेंगे। आवर्तकाल चुम्बकीय क्षेत्र के मान B तथा कण के विशिष्ट आवेश q/m पर निर्भर करता है। $T \propto 1/B$ तथा $T \propto m/q$

7.6.4 आवेशित कण की गति जब $0° < \theta < 90°$ (Motion of Charged Particle when $0° < \theta < 90°$)

यदि गतिमान आवेशित कण का वेग चुम्बकीय क्षेत्र के साथ θ कोण (जहाँ $0^o < \theta < 90°$) बना रहा है तो कण के वेग का चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा में घटक $v_{11} = v\cos\theta$ कण को $\vec{B}$ के अनुदिश सरल रेखा में गति कराएगा क्योंकि वेग के इस घटक के कारण गति पर चुम्बकीय क्षेत्र का कोई प्रभाव नहीं होगा। वेग का $\vec{B}$ के लम्बवत् घटक $v_{\perp} = v\sin\theta$ के कारण कण पर चुम्बकीय बल कार्य करेगा अतः यह घटक कण को वृत्तीय पथ पर गति कराएगा। अतः कण की परिणामी गति कुण्डलिनी पथ (helical path) के रूप में होती है, जिसे चित्र 7.21ब में दर्शाया गया है।



चित्र 7.22अ आवेश पर बल $0^o < \theta < 90^o$



चित्र 7.22ब कुण्डलिनी पथ

कुण्डलिनी पथ की त्रिज्या

$$r = \frac{mv_{\perp}}{qB} = \frac{mv\sin\theta}{qB} \qquad ...(7.53)$$

एवं आवर्त्तकाल $T = \frac{2\pi r}{v_{\perp}} = \frac{2\pi m}{qB}$ ...(7.54)

एक घूर्णन में कण द्वारा चुम्बकीय क्षेत्र के अनुदिश चली गई दूरी जिसे चूड़ी अंतराल (pitch) कहते हैं, का मान होगा–

$y = v_{11}T$ ($\because$ एक चक्र में लगा समय T है)

$$= (v\cos\theta)\frac{2\pi m}{qB}$$

$$y = \frac{2\pi mv\cos\theta}{qB} \qquad ...(7.55अ)$$

या $y = \frac{2\pi r}{\tan\theta}$ ...(7.55ब)

ध्रुवीय क्षेत्रों जैसे अलास्का तथा उत्तरी कनाडा में कभी–कभी आकाश में वर्णों का अत्यन्त सुन्दर दृश्य दिखाई देता है। नृत्य करते हुए हरे एवं गुलाबी प्रकरण दिखाई देते है जो अत्यन्त मनोहारी एवं चित्ताकर्षण होते है। इस प्राकृतिक घटना का स्पष्टीकरण वैज्ञानिकों द्वारा खोज लिया गया है जिसकी व्याख्या चुम्बकीय क्षेत्र में आवेशित कणों की गति द्वारा सम्भव है। इस घटना को उत्तर–ध्रुवीय ज्योति (polar aura) कहते है।

उदाहरण 7.8 10^{-5}T के एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र में 10eV ऊर्जा वाला एक इलेक्ट्रॉन वृत्ताकार पथ पर परिक्रमण कर रहा है। इलेक्ट्रॉन की चाल तथा वृत्ताकार पथ की त्रिज्या ज्ञात कीजिये।

हलः दिया है, इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा

$$E_K = \frac{1}{2}mv^2 = 10eV$$

$$= 10 \times 1.6 \times 10^{-19} J$$

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}}$$

अतः $v = \sqrt{2 \times 10 \times 1.6 \times 10^{-19} \div 9.1 \times 10^{-31}}$

$\because$ 1 eV = 1.6×10^{-19}J. m = 9.1×10^{-31} kg

$$v = 1.88 \times 10^{+6}\ m/s$$

कण के पथ की त्रिज्या

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{mv}{eB} \quad (\because q = e = 1.6 \times 10^{-19} c)$$

$$= \frac{9.1 \times 10^{-31} \times 1.88 \times 10^6}{1.6 \times 10^{-19} \times 10^{-5}}$$

r = 1.07 m

उदाहरण 7.9 एक प्रोटोन पुंज 4×10^5 m/s के वेग से 0.3 T के समचुम्बकीय क्षेत्र में क्षेत्र की दिशा से 60° कोण पर प्रवेश करता है। प्रोटोन के लिए (i) पथ की त्रिज्या तथा (ii) चूड़ी अन्तराल ज्ञात कीजिये।

हलः प्रोटोन के वेग का $\vec{B}$ के अनुदिश घटक

$$v_{11} = v\cos\theta = 4 \times 10^5 \cos 60°$$

$$= 4 \times 10^5 \times \frac{1}{2}$$

अतः $v_{11} = 2 \times 10^5\ m/s$

प्रोटोन के वेग का $\vec{B}$ के लम्बवत् घटक

$$v_{\perp} = v\sin\theta = 4 \times 10^5 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 2\sqrt{3} \times 10^5\ m/\sec$$

(i) प्रोटोन का पथ कुण्डलिनी प्रकार का है, अतः पथ की त्रिज्या

$$r = \frac{mv_{\perp}}{qB}$$

$$= \frac{(1.67\times10^{-27})\times(2\times\sqrt{3}\times10^{5})}{1.6\times10^{-19}\times0.3}$$

अतः $r = 12\times10^{-5}\,m$

(ii) चूडी अन्तराल $y = v_{11}T = v_{11}\times\frac{2\pi m}{qB}$

या $$y = \frac{2\times10^{5}\times2\times3.14\times1.67\times10^{-27}}{1.6\times10^{-19}\times0.3}$$

अतः पिच $= 43.7\times10^{-3}\,m = 43.7\,mm$

उदाहरण 7.10 $6\times10^{-4}\,T$ के चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् $3\times10^{7}\,m/s$ की चाल से गतिमान किसी इलेक्ट्रॉन (आवेश 1.6×10^{-19} C तथा द्रव्यमान 9×10^{-31} kg) के पथ की त्रिज्या क्या है? इसकी क्या आवृत्ति होगी? इसकी ऊर्जा KeV में ज्ञात कीजिये। (1eV = 1.6×10^{-19} J)

हलः वृत्ताकार पथ की त्रिज्या

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{9\times10^{-31}\times3\times10^{7}}{1.6\times10^{-19}\times6\times10^{-4}}$$

$= 2.81\times10^{-1}$m

$= 28\times10^{-2}$m = 28 cm

आवृत्ति $$v = \frac{qB}{2\pi m}$$

$$= \frac{1.6\times10^{-19}\times6\times10^{-4}}{2\times3.14\times9.0\times10^{-31}}$$

$= 17\times10^{6}$ Hz = 17 MHz

गतिज ऊर्जा $$E_K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\times9\times10^{-31}\times(3\times10^{7})^2$$

$$= \frac{1}{2}\times9\times10^{-31}\times9\times10^{14}$$

$$= 40.5\times10^{-17}\,J$$

$$= \frac{40.5\times10^{-17}}{1.6\times10^{-19}}\,eV$$

$= 25.3\times10^{2}$eV = 2.53 KeV

7.7 साइक्लोट्रॉन (Cyclotron)

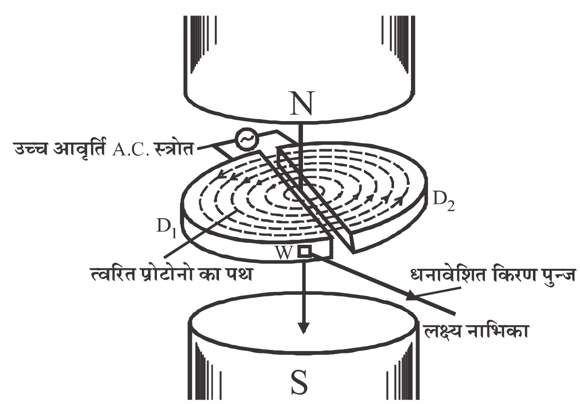
साइक्लोट्रॉन एक ऐसी विद्युत–चुम्बकीय युक्ति (Electromagnetic device) है जो धनावेशित कणों (जैसे प्रोटॉन, ड्यूट्रोन तथा α–कण इत्यादि) को उच्च वेगों तक में त्वरित करने मे प्रयुक्त होती है। इसका आविष्कार नाभिकीय संरचना के अन्वेषण के लिए सन् 1934 में ई.ओ.लॉरेन्ज तथा एम.एस. लिविंग्स्टॉन ने किया था।

7.7.1 सिद्वांत (Principle)

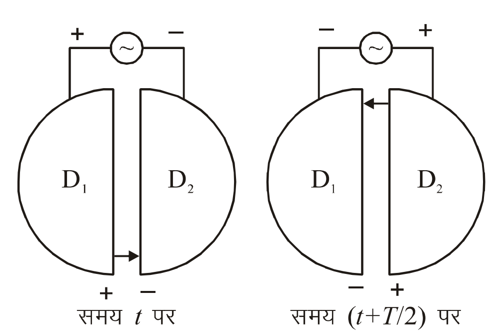
"साइक्लोट्रोन" इस सिद्वांत पर कार्य करती है कि यदि भारी धनावेशित कणों को, शक्तिशाली चुम्बकीय क्षेत्र का उपयोग करके, उच्च आवृत्ति के अपेक्षाकृत लघु प्रत्यावर्ती विभव द्वारा उत्पन्न विद्युत क्षेत्र में से जो चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् कार्यरत है, बार–बार गुजारा जाए तो कणों को अति उच्च ऊर्जा तक त्वरित किया जा सकता है। यहाँ चुम्बकीय क्षेत्र आवेशित कणों को वृत्तीय पथ पर गतिमान करता है, जबकि विद्युत क्षेत्र प्रत्येक आवृत्ति में इनकी ऊर्जा में वृद्धि करता है।

7.7.2 रचना (Construction)

साइक्लोट्रोन में दो अर्द्धवृत्ताकार (अंग्रेजी के D अक्षर की तरह) धातु के खोखले पात्र जिन्हें 'Dees' कहा जाता है होते है। इन्हें चित्र 7.23 में D_1 तथा D_2 से दर्शाया गया है। इन "Dees" की व्यास परस्पर समान्तर होती है तथा अल्प अन्तराल पर स्थित होती है। D_1 तथा D_2 के मध्य उच्च आवृत्ति का प्रत्यावर्ती विभवांतर किसी रेडियो आवृत्ति दोलित्र की सहायता से आरोपित किया जाता है, जो D_1 तथा D_2 के मध्य उच्च आवृत्ति का प्रत्यावर्ती विद्युत क्षेत्र उत्पन्न करता है। "Dees" को निर्वातित प्रकोष्ठ में रखा जाता है। जिससे आयनों तथा वायु के अणुओं में टक्कर न्यूनतम हो जाए। धातु के दोनों Dees के अन्दर विद्युत क्षेत्र का मान शून्य होता है। यह सम्पूर्ण व्यवस्था शक्तिशाली चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करने वाले विद्युत चुम्बक के ध्रुवों के मध्य रखी जाती है। चुम्बकीय क्षेत्र 'Dees' के तल के लम्बवत् कार्य करता है।



चित्र 7.23 साइक्लेट्रॉन



चित्र 7.24 साइक्लेट्रॉन में 'Dees' पर ध्रुवता परिवर्तन

कार्यप्रणाली (Working) - रेडियो आवृत्ति दोलित्र लगभग 10^4 V विभवांतर तथा 10^6 Hz आवृत्ति का प्रत्यावर्ती विभवांतर उत्पन्न करता है। अतः 'Dees' के मध्य के भाग में उत्पन्न विद्युत क्षेत्र की ध्रुवता प्रत्येक अर्द्धआवर्त काल में परिवर्तित होती रहती है। इस समय में आवेशित कण Dee के अन्दर चुम्बकीय क्षेत्र के कारण अर्द्धवृत्त पूर्ण कर लेता है।

चित्र 7.24 में दर्शाए अनुसार जब कोई आवेशित कण आयन स्त्रोत से 'Dees' में प्रवेश करता है तो लम्बवत् चुम्बकीय क्षेत्र के कारण वृत्तीय पथ की गति करता है। माना किसी क्षण t पर D_1 धनात्मक तथा D_2 ऋणात्मक है, अतः धनायन D_1 में अर्द्धवृत्त पूर्ण करके विद्युत क्षेत्र के कारण D_2 की ओर त्वरित होता है तथा इसकी ऊर्जा में qV वृद्धि हो जाती है। कण को D_1 में गति करने में $T/2$ समय लगता है। साइक्लोट्रॉन में प्रत्यावर्ती विभव V की आवृत्ति इस प्रकार व्यवस्थित की जाती है कि जैसे ही आवेशित कण किसी Dee में अर्द्धवृत्त पूर्ण करता है प्रत्यावर्ती विभव की ध्रुवता परिवर्तित हो जाती है। कण D_2 में भी लम्बवत् चुम्बकीय क्षेत्र के कारण वृत्ताकार पथ की गति करता है। इस प्रकार एक चक्र में आवेशित कण दो बार चुम्बकीय क्षेत्र में गति करता है तथा उसकी ऊर्जा में 2qV वृद्धि हो जाती है। आवेशित कण की गति में कण का वेग निरन्तर बढ़ते रहने के कारण उसके वृत्ताकार पथ की त्रिज्या में भी वृद्धि होती रहती है, अतः प्रत्येक चक्र में लगा समय अर्थात् आवर्तकाल नियत बना रहता है।

साइक्लोट्रॉन में निरन्तर त्वरण के लिए आवेशित कण की आवृत्ति का मान 'Dees' के मध्य आरोपित प्रत्यावर्ती विभव की आवृत्ति के समान होनी चाहिए, इसे अनुनादी अवस्था कहते है।

जब त्वरित आवेशित कण की त्रिज्या 'Dees' की त्रिज्या के समान हो जाए तो उसे किसी विक्षेपक प्लेट की सहायता से खिड़की या द्वारक (window) w से किरण पुंज के रूप में बाहर निकाल लेते हैं।

7.7.3 गणितीय विवेचना (Mathematical Analysis)

साइक्लोट्रॉन में कण के वृत्ताकार पथ के लिए आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल लम्बवत् चुम्बकीय क्षेत्र से प्राप्त होता है, अतः

$$\frac{mv^2}{r} = qvB$$

अतः कण के पथ की त्रिज्या

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{p}{qB} \qquad \ldots (7.57)$$

($p = mv =$ कण का रेखिक संवेग)

$$\text{आवर्तकाल } T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{qB} \qquad \ldots (7.58)$$

अर्द्धवृत्त में लगा समय

$$\frac{T}{2} = \frac{\pi m}{qB} \qquad \ldots (7.59)$$

कण की आवृत्ति

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m} \qquad \ldots (7.60)$$

इस आवृत्ति का मान आरोपित प्रत्यावर्ती विभव की आवृत्ति के समान होना चाहिए, अतः इसे साइक्लोट्रॉन आवृत्ति भी कहते है।

साइक्लोट्रान की कोणीय आवृत्ति

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{qB}{m} \qquad \ldots (7.61)$$

समीकरण (7.58) तथा (7.60) एवं (7.61) से स्पष्ट है कि साइक्लोट्रॉन में आवेशित कण की गति का आवर्तकाल, अर्द्धवृत्त में लगा समय, तथा कोणीय आवृत्ति नियत रहते है। (B के नियत मान के लिए) अर्थात् ये कण की चाल तथा पथ की त्रिज्या पर निर्भर नहीं करते।

कण की गतिज ऊर्जा

$$E_K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$= \frac{1}{2}m\frac{q^2B^2r^2}{m^2} \quad (\because \text{ समीकरण 7.57 से } v = \frac{qBr}{m})$$

या
$$E_k = \frac{1}{2}\frac{q^2B^2r^2}{m} \qquad \ldots (7.62)$$

जब कण के वृत्ताकार पथ की त्रिज्या 'Dees' की त्रिज्या R के समान हो जाती है तो कण की गतिज ऊर्जा अधिकतम हो जाती है, अतः समीकरण (7.62) से

$$E_{max} = \frac{1}{2}\frac{q^2B^2R^2}{m} \qquad \ldots (7.63)$$

यदि अधिकतम गतिज ऊर्जा प्राप्त करने में धनावेशित कण द्वारा लगाए गए चक्करों की संख्या N है तो, N चक्करों में अर्जित गतिज ऊर्जा होगी

$$E = (2qV)N \qquad \ldots (7.64)$$

समीकरण (7.63) तथा समीकरण (7.64) की तुलना करने पर

$$(2qV)N = \frac{1}{2}\frac{q^2B^2R^2}{m}$$

या
$$N = \frac{1}{4}\frac{qB^2R^2}{mV} \qquad \ldots (7.65)$$

7.7.4 साइक्लोट्रोन के सीमाबन्ध (Limitation of Cyclotron)

(i) साइक्लोट्रोन की सहायता से केवल भारी धनावेशित कणों को ही त्वरित किया जा सकता है क्योंकि हल्के आवेशित कण जैसे इलेक्ट्रॉन का अधिक वेग पर द्रव्यमान में सापेक्षिकता के प्रभाव

से वृद्धि हो जाती है

$$\because \qquad m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

यहाँ m_0 कण का विराम अवस्था में द्रव्यमान है तथा c प्रकाश की चाल है।

इलेक्ट्रॉन को त्वरित करने के लिए बीटाट्रान का उपयोग किया जाता है।

(ii) इस युक्ति की सहायता से अनावेशित कणों (जैसे न्यूट्रॉन) को त्वरित नहीं किया जा सकता।

साइक्लोट्रोन के उपयोग

(i) इसके द्वारा त्वरित तथा उच्च ऊर्जा युक्त आवेशित कणों का उपयोग नाभिक से संघट्ट कर नाभिकीय संरचना ज्ञात करने में किया जाता है।

(ii) इससे प्राप्त त्वरित ऊर्जा युक्त कणों का उपयोग ठोसों में आयनों को रोपित करके उनके गुणों में सुधार करने तथा नए पदार्थों को संश्लेषित करने में किया जाता है।

(iii) इसका उपयोग रेडियोएक्टिव पदार्थों को उत्पन्न करने में किया जाता है। इन रेडियोएक्टिव पदार्थों का उपयोग विभिन्न रोगों के उपचार में किया जाता है।

उदाहरण 7.11 साइक्लोट्रोन की दोलित्र आवृत्ति 10MHz है। प्रोटोनों को त्वरित करने के लिए प्रचालन चुम्बकीय क्षेत्र का मान कितना होना चाहिए। यदि Dees की त्रिज्या 60 cm है तो त्वरक द्वारा उत्पन्न प्रोटॉन पुंज की गतिज ऊर्जा MeV में परिकलित कीजिये। ($e = 1.6 \times 10^{-19}$C, $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ kg, 1 MeV = 1.6×10^{-13} J)

हल: दोलित्र की आवृत्ति का मान समीकरण (7.60) से

$$v = \frac{qB}{2\pi m}$$

अतः $$B = \frac{2\pi m v}{q}$$

$$= \frac{2 \times 3.14 \times 1.67 \times 10^{-27} \times 10^{7}}{1.6 \times 10^{-19}}$$

अतः $B = 0.66$ T

प्रोटोन का अधिकतम वेग

$$v = \frac{qBr}{m} = \frac{1.6 \times 10^{-19} \times 0.66 \times 0.60}{1.67 \times 10^{-27}}$$

$= 3.78 \times 10^7$ m/s

कण की गतिज ऊर्जा

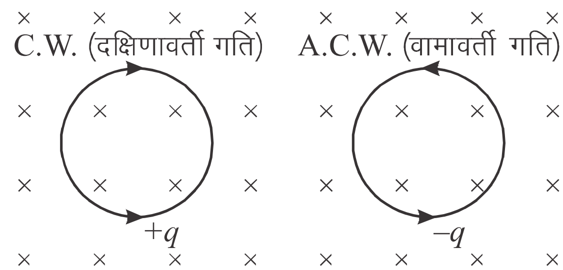
$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1.67 \times 10^{-27} \times (3.78 \times 10^7)^2}{1.6 \times 10^{-13}}$$

= 7 MeV

उदाहरण 7.12 एक समअनुप्रस्थ चुम्बकीय क्षेत्र में आवेश q का एक कण वेग v से प्रवेश करता है। इसके पथ की विवेचना कीजिये।

हल: समचुम्बकीय क्षेत्र में आवेशित कण पर लॉरेन्ज बल $\vec{F} = |q(\vec{v} \times \vec{B}) = qvB \sin\theta$ में यदि $\theta = 0°$ है तो $F = qvB$ होता है एवं कण का पथ वृत्ताकार होता है।

चित्र के अनुसार यदि समचुम्बकीय क्षेत्र कागज के तल के लम्बवत् ऊपर की ओर है तो कागज के तल में प्रवेश करने वाला धन आवेश दक्षिणावर्ती (clock wise) तथा आवेश ऋणात्मक है तो वह वामावर्ती (clock wise) वृत्त में गति करेगा।

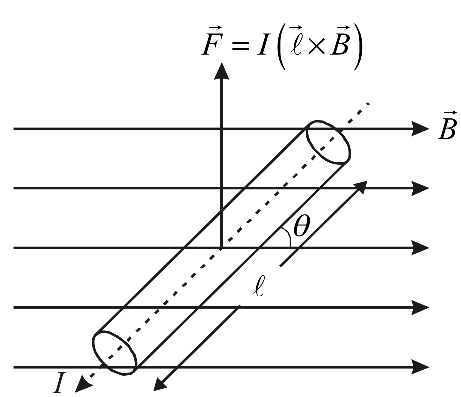


7.8 चुम्बकीय क्षेत्र में धारावाही चालक तार पर बल (Force on Current Carrying Conductor in a Mangetic Field)

जब किसी धारावाही चालक तार को किसी सम चुम्बकीय क्षेत्र में रखा जाता है तो चालक में स्थित मुक्त इलेक्ट्रॉन (धारावाही कण) जो चालक में अपवहन चाल v_d से प्रवाहित होते रहते है लॉरेन्ज बल $\vec{F} = q(\vec{v}_d \times \vec{B})$ अनुभव करते है। अतः चालक पर एक परिणामी बल कार्य करता है।

चित्र 7.25 के अनुसार माना चालक छड़ की लम्बाई ℓ है तथा अनुप्रस्थ काट A है। चालक के इकाई आयतन में इलेक्ट्रॉनों की संख्या n है। अतः चालक में कुल आवेश $q = neA\ell$ होगा।

माना चालक में I परिमाण की विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है, तथा चालक छड़ चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ के साथ θ कोण बना रही है।



चित्र 7.25 चुम्बकीय क्षेत्र में धारावाही तार

यदि चालक के मुक्त इलेक्ट्रॉन अपवाह चाल v_d से गतिमान है तो इन पर चुम्बकीय बल का परिमाण

$$|\vec{F}| = q\,v_d B \sin\theta$$

$$= neA\ell\, v_d\, B\sin\theta \qquad (\because q = neA\ell)$$

$$= (neA\, v_d)\ell\, B\sin\theta \qquad (\because I = neA\, v_d)$$

या $$|\vec{F}| = I\ell\, B\sin\theta \qquad ...(7.66)$$

सदिश रूप में

$$\vec{F} = I(\vec{\ell}\times\vec{B}) \qquad ...(7.67)$$

यहाँ $\vec{\ell}$ की दिशा चालक में विद्युत धारा प्रवाह की दिशा में मानी जाती है।

समीकरण 7.67 से स्पष्ट है कि धारावाही चालक पर बल की दिशा $\vec{\ell}$ एवं $\vec{B}$ के तल के लम्बवत् तल में दक्षिण हस्त पेच के नियमानुसार होगी।

विभिन्न स्थितियाँ

(i) यदि धारावाही चालक चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा में रखा है, अर्थात् $\theta = 0°$ है तो $F = I\ell B\sin 0° = 0$ होने के कारण चालक स्थिर रहता है।

(ii) यदि धारावाही चालक तार चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् रखा है, अर्थात् $\theta = 90°$ है तो

धारावाही चालक तार पर बल

$$F = I\ell\, B\sin 90° = I\ell B$$

यह धारावाही चालक तार पर अधिकतम बल है, अतः

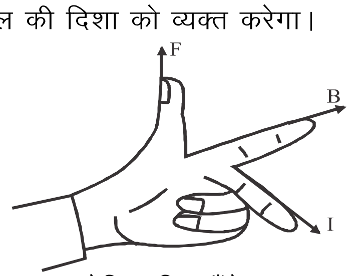
$$F_{\max} = I\ell B \qquad ...(7.68)$$

7.8.1 धारावाही चालक पर बल की दिशा (Direction of Force on Current Carrying Conductor)

इसके लिए दो प्रचलित नियम है–

7.8.1.1 फ्लेमिंग के बायें हाथ का नियम (Fleming's Left Hand Pule)

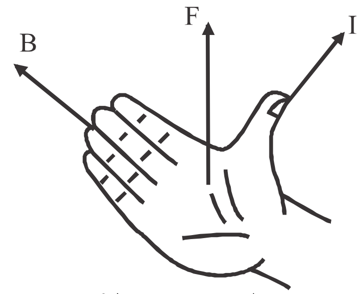
बांये हाथ के अंगूठे, तर्जनी तथा मध्यमा को इस प्रकार रखा जाए कि वे चित्र 7.26 के अनुसार परस्पर लम्बवत् हो। यदि तर्जनी (first finger) $\vec{B}$ की दिशा एवं मध्यमा (central finger) विद्युत धारा (I) की दिशा को व्यक्त करे तो अंगूठा चालक पर लगने वाले बल की दिशा को व्यक्त करेगा।



चित्र 7.26 फ्लेमिंग कि बाँये हाथ का नियम

7.8.1.2 दांये हाथ की हथेली का नियम (Right Hand Palm Role)

यदि हम दांये हाथ के पंजे को इस प्रकार फैलाकर रखें कि अंगूठा विद्युत धारा I की दिशा को तथा फैली हुई अंगुलियाँ चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ की दिशा को व्यक्त करे तो चालक पर लगने वाले बल $\vec{F}$ की दिशा हथेली के लम्बवत् हथेली से धक्का देने की दिशा में होगी। चित्र (7.27)



चित्र 7.27 दाँये हाथ की हथेली का नियम

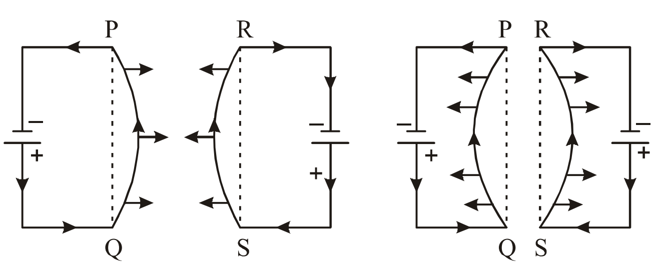
7.9 दो समान्तर धारावाही चालक तारों के मध्य चुम्बकीय बल (Magnetic Force Between Two Parallel Current Carrying Conducting Wires)

पिछले अनुच्छेदों में हम अध्ययन कर चुके है कि किसी धारावाही चालक तार के चारों ओर एक चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न हो जाता है, एवं चुम्बकीय क्षेत्र में स्थित धारावाही चालक पर बल कार्य करता है। अतः यदि एक धारावाही चालक तार के निकट कोई दूसरा धारावाही चालक तार रख दिया जाए तो यह दूसरा चालक पहले धारावाही चालक के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र के कारण एक बल अनुभव करता है। इसी प्रकार पहला धारावाही चालक भी दूसरे धारावाही चालक के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र के कारण एक बल अनुभव करेगा। अतः एक दूसरे के निकट रखे दो धारावाही समान्तर चालक एक दूसरे पर बल लगाते है।

दो समान्तर धारावाही चालक तार निर्वात या वायु में एक दूसरे के निकट रखे हो तो उनके मध्य लगने वाला बल

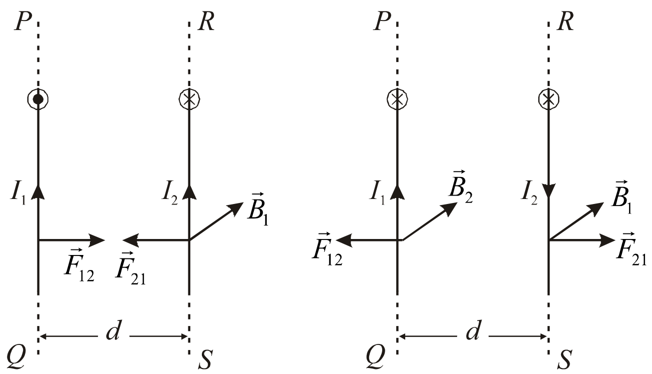
(i) आकर्षण प्रकृति का होता है यदि तारों में प्रवाहित धारा एक ही दिशा में होती है। (चित्र 7.28 अ)

(ii) प्रतिकर्षण प्रकृति का होता है यदि तारों में प्रवाहित धारा, विपरीत दिशा में हो। (चित्र 7.28 ब)



चित्र 7.28 धारावाही चालक तारों के मध्य आकर्षण एवं प्रतिकर्षण बल

दो समान्तर धारावाही चालक तारों के मध्य लगने वाले बल की गणना करने के लिए माना PQ तथा RS निर्वात या वायु में कागज के तल में परस्पर समान्तर स्थित धारावाही चालक तार है। इनके मध्य लम्बवत दूरी d है। (चित्र 7.29) माना PQ तथा RS में प्रवाहित विद्युत धाराएँ क्रमशः I_1 तथा I_2 है।



चित्र 7.29 दो समान्तर धारावाही तारों में मध्य बल

प्रथम धारावाही चालक तार PQ के कारण इससे d दूरी पर स्थित चालक तार RS के प्रत्येक बिन्दु पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र (समीकरण 7.18 से)

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$$

B_1 की दिशा चित्र 7.35 (अ) के अनुसार कागज के तल के लम्बवत अन्दर की ओर होती है। अतः चालक RS जिसमें I_2 धारा प्रवाहित हो रही है B_1 चुम्बकीय क्षेत्र में स्थित होगा एवं इसके अल्पांश $\delta\vec{\ell}_2$ पर कार्यरत बल होगा,

$$\delta\vec{F}_{21} = I_2\left(\delta\vec{\ell}_2 \times \vec{B}_1\right)$$

या $$\left|\delta\vec{F}_{21}\right| = I_2\left|\delta\vec{\ell}_2\right|\left|\vec{B}_1\right|\sin 90^\circ$$

या $$\left|\delta\vec{F}_{21}\right| = I_2\delta\ell_2 B_1$$

या $$\left|\delta\vec{F}_{21}\right| = \frac{\mu_0 I_1 I_2 \delta\ell_2}{2\pi d} \qquad \ldots(7.69)$$

$\delta\vec{F}_{21}$ की दिशा फ्लेमिंग के बांये हाथ के नियम से तार RS के लम्बवत तार PQ की ओर होगी।

इसी प्रकार तार RS जिसमें I_2 धारा चित्र 7.29(अ) के अनुसार बह रही है के कारणPQ की स्थिति पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}$$

$\vec{B}_2$ की दिशा कागज के तल के लम्बवत बाहर की ओर होगी। अतः तार PQ के धारावाही अल्पांश $\delta\vec{\ell}_1$ पर कार्यरत बल होगा

$$\delta\vec{F}_{12} = I_1\left(\delta\vec{\ell}_1 \times \vec{B}_2\right)$$

$$\left|\delta\vec{F}_{12}\right| = I_1\left|\delta\vec{\ell}_1\right|\left|\vec{B}_2\right|\sin 90^\circ$$

$$= I_1\delta\ell_1 B_2$$

या $$\left|\delta\vec{F}_{12}\right| = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}\delta\ell_1 \qquad \ldots(7.70)$$

$\delta\vec{F}_{12}$ की दिशा तार PQ के लम्बवत तार RS की ओर होगी। इस प्रकार हम देखते हैं कि यदि धारावाही समान्तर तारों में धारा एक ही दिशा में प्रवाहित होती है, तो उनके मध्य आकर्षण बल कार्य करता है।

चित्र 7.29(ब) के अनुसार यदि PQ तथा RS तारों में विद्युत धाराएँ विपरीत दिशाओं में प्रवाहित हो तो इनके मध्य प्रतिकर्षण बल कार्य करेगा।

उपर्युक्त विवरण से यह भी स्पष्ट होता है कि यदि $\delta\ell_1 = \delta\ell_2$ तो $\delta\vec{F}_{12} = -\delta\vec{F}_{21}$ जो कि न्यूटन के तीसरे नियम के अनुरूप है।

समीकरण 7.69 एवं समीकरण 7.70 से समान्तर धारावाही चालक तारों की प्रति एकांक लम्बाई पर चुम्बकीय बल का परिमाण

$$\frac{|\delta F_1|}{|\delta\ell_1|} = \frac{|\delta F_2|}{|\delta\ell_2|} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}\ \text{N/m} \qquad \ldots(7.72)$$

7.9.1 मानक एम्पियर की परिभाषा (Defination of Standard Ampere)

समीकरण 7.72 के अनुसार दो लम्बे एवं सीधे समान्तर धारावाही चालक तारों के मध्य प्रति एकांक लम्बाई पर लगने वाले चुम्बकीय बल का परिमाण

$$\frac{\delta F}{\delta\ell} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}\ \text{N/m}$$

यदि $I_1 = I_2 = 1\text{A}$ तथा $d = 1\text{m}$ है तो

$$\frac{\delta F}{\delta\ell} = \frac{\mu_0 \times 1 \times 1}{2\pi \times 1} = \frac{4\pi \times 10^{-7}}{2\pi}$$

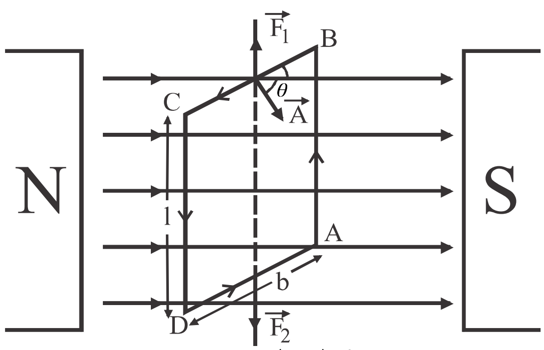
$$= 2\times10^{-7}\ \text{N/m}$$

अतः एक ऐम्पियर विद्युत धारा, वह धारा है जो निर्वात (या वायु) में परस्पर 1 मीटर लम्बवत दूरी पर स्थित दो सीधे व लम्बे एवं समान्तर धारावाही चालक तारों में प्रवाहित होने पर प्रत्येक तार की एक मीटर की लम्बाई पर 2×10^{-7} N/m बल उत्पन्न करती है।

7.10 एक समान चुम्बकीय क्षेत्र में आयताकार धारावाही लूप पर बल एवं बल आघूर्ण (Force and Torque on a Current Carrying Rectangular Loop in Uniform Magnetic Field)

हम यह देखना चाहते है कि किस प्रकार एक आयताकार घेरा जिसमें अपरिवर्ती विद्युत धारा I प्रवाहित हो रही है यदि एक समान चुम्बकीय क्षेत्र में स्थित हो तो उस पर किस प्रकार एक बल आघूर्ण उत्पन्न हो जाता है, परन्तु इस पर नेट बल आरोपित नहीं होता। यह व्यवहार एक समान विद्युत क्षेत्र में स्थित किसी विद्युत द्विध्रुव पर लगने वाले बल आघूर्ण के समरूपी होता है।

माना ABCD एक आयताकार घेरा है, जिसमें I परिमाण की विद्युत धारा वामावर्त दिशा में प्रवाहित हो रही है। लूप एक समान चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ में स्थित है एवं लूप का घूर्णन अक्ष $\vec{B}$ के लम्बवत है। लूप की लम्बाई ℓ तथा चौड़ाई b है। (चित्र 7.30)



चित्र 7.30 एक समान चुम्बकीय क्षेत्र में स्थित आयताकार लूप पर बलाघूर्ण

माना किसी क्षण धारावाही लूप का सदिश क्षेत्रफल $\vec{A}$ (लूप के तल पर खींचा गया अभिलम्ब) चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ के साथ θ कोण बनाता है। लूप की चारों भुजाऐं चुम्बकीय क्षेत्र में स्थित धारावाही चालक की तरह व्यवहार करती है, अतः इन पर चुम्बकीय बल कार्य करेगा। हम सभी भुजाओं पर चुम्बकीय बलों की गणना निम्न प्रकार करते हैं।

(i) भुजा BC पर बल– चूंकि BC = b है अतः इस पर बल $\vec{F_1} = I\left(\vec{b}\times\vec{B}\right)$ $\vec{F_1}$ की दिशा दाँये हाथ के पेच के नियम से ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर होगी।

(ii) भुजा DA पर बल– इस भुजा पर बल $\vec{F_2} = I\left(\vec{b}\times\vec{B}\right)$ कार्य करेगा, जिसकी दिशा ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर होगी।

(iii) भुजा AB पर बल– भुजा AB की लम्बाई ℓ है तथा यह भुजा चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत है। अतः इस पर बल,

$\vec{F_3} = I\left(\vec{\ell}\times\vec{B}\right)$ से

$\left|\vec{F_3}\right| = I\ell B\sin 90^{\circ} = I\ell B$

$\vec{F_3}$ की दिशा कागज के तल के लम्बवत अन्दर की ओर होगी।

(iv) भुजा CD पर बल– यह भुजा भी $\vec{B}$ के लम्बवत है एवं $CD = \ell$, अतः इस पर बल

$\vec{F_4} = I\left(\vec{\ell}\times\vec{B}\right)$ से

$\left|\vec{F_4}\right| = I\ell B$

$\vec{F_4}$ की दिशा कागज के तल के लम्बवत बाहर की ओर होगी।

इस प्रकार स्पष्ट है कि लूप पर कार्यरत बल $\vec{F_1}$ तथा $\vec{F_2}$ लूप की घूर्णन अक्ष के अनुदिश परन्तु विपरीत दिशा में लगते है अतः ये एक दूसरे को निरस्त कर देते है। फलतः लूप में कोई उर्ध्वाधर विस्थापन नहीं होता है। साथ ही $\vec{F_1}$ तथा $\vec{F_2}$ संरेखीय है अतः इनसे कोई बल आघूर्ण उत्पन्न नहीं होता।

बल $\vec{F_3}$ तथा $\vec{F_4}$ भी परिमाण में समान एवं दिशा में विपरीत है अतः, इनका परिणामी बल भी शून्य होता है लेकिन इन बलों की कार्य रेखा भिन्न है तथा ये बल परस्पर b दूरी पर कार्यरत है, अतः ये मिलकर एक बल युग्म (couple) बनाते है जो लूप को वामावर्त दिशा में घूर्णन करने का प्रयास करता है।

इस प्रकार आयताकार लूप पर कार्यरत सभी बलों का परिणामी बल शून्य है।

$$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + \vec{F_4} = 0$$

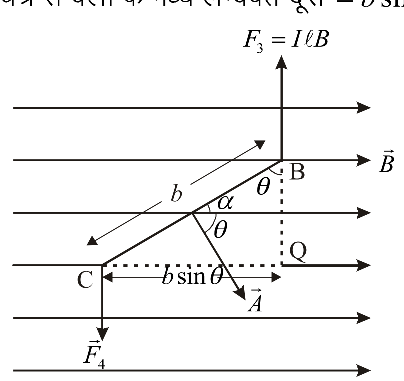
अतः लूप में किसी प्रकार की स्थानांतरित गति नहीं होती।

7.10.1 बल आघूर्ण की गणना (Calculation of Torque)

इसके लिए लूप की स्थिति चित्र 7.31 में दर्शाई गई है। बल $\vec{F_3}$ एवं $\vec{F_4}$ परस्पर समान्तर एवं विपरीत है अतः चित्र से आयताकार लूप पर कार्यरत बल युग्म का आघूर्ण

$\tau =$ बल युग्म के एक बल का परिमाण × बलों के मध्य लम्बवत दूरी

चित्र से बलों के मध्य लम्बवत दूरी $= b\sin\theta$



चित्र 7.31 धारावाही लूप पर बल आघूर्ण की गणना

या $\tau = (I\ell B)(b\sin\theta)$

$= I(\ell b) B\sin\theta$

$$\tau = IAB\sin\theta \quad \ldots(7.73)$$

यहाँ $A = \ell b =$ लूप का क्षेत्रफल है।

यदि आयताकार लूप के स्थान पर N फेरों वाली धारावाही आयताकार कुण्डली ली जाए तो उस पर बल आघूर्ण

$$\tau = NIAB\sin\theta \quad \ldots(7.74)$$

या $$\tau = MB\sin\theta \quad \ldots(7.75)$$

यहाँ $\vec{M} = N I\vec{A} =$ धारा एवं कुण्डली के प्रभावी क्षेत्रफल (IA) का गुणनफल है जिसे कुण्डली का चुम्बकीय आघूर्ण कहते है।

यदि लूप तल के एवं $\vec{B}$ के मध्य कोण α है तो $\alpha = 90 - \theta$ इस स्थिति में

$$\tau = MB\cos\alpha \quad \ldots(7.76)$$

सदिश रूप में बल आघूर्ण

$$\vec{\tau} = \vec{M}\times\vec{B} \quad \ldots(7.77)$$

या $$\vec{\tau} = NI\vec{A}\times\vec{B} \quad \ldots(7.78)$$

यहाँ $\vec{\tau}$ की दिशा $\vec{A}$ एवं $\vec{B}$ के तल के लम्बवत तल में होती है।

इस प्रकार समीकरण (7.75) से स्पष्ट है कि समचुम्बकीय क्षेत्र में धारावाही कुण्डली पर बल आघूर्ण $\vec{M}$ एवं $\vec{B}$ के अतिरिक्त चुम्बकीय क्षेत्र के सापेक्ष कुण्डली के अभिविन्यास पर भी निर्भर करता है। समीकरण (7.75) सम विद्युत क्षेत्र में स्थित किसी विद्युत द्वि–ध्रुव पर बल आघूर्ण $(\tau = PE\sin\theta)$ के तुल्य है।

विभिन्न अवस्थायें

(i) यदि $\theta = 0^\circ$ या 180° अर्थात् कुण्डली का तल चुम्बकीय क्षेत्र के साथ $\alpha = 90^\circ$ कोण बनाए इस स्थिति में $\vec{M}$ (या $\vec{A}$) एवं $\vec{B}$ समान्तर होते हैं, अतः समीकरण (7.75) से

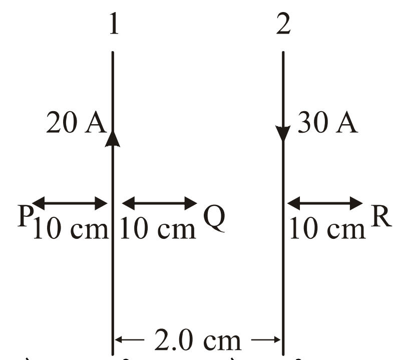
$$\tau = \tau_{min} = MB\sin\theta = 0 = \text{न्यूनतम}$$

(ii) यदि $\theta = 90^\circ$ अर्थात् कुण्डली का तल चुम्बकीय क्षेत्र के तल में हो अर्थात् $\alpha = 0^\circ$ तो कुण्डली पर बल आघूर्ण

$$\tau = \tau_{max} = MB\sin 90^\circ = MB \quad \ldots(7.79)$$

विद्युत मोटर इस सिद्धांत पर कार्य करती है।

उदाहरण 7.13 चित्र में प्रदर्शित धारावाही चालक तार 1 एवं 2 में बिन्दु P, Q तथा R पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र B के मान की दिशा ज्ञात कीजिए।



हलः सीधे लम्बे धारावाही चालक से d दूरी पर चुम्बकीय क्षेत्र

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

बिन्दु P पर तार (1) के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र B_{P_1} कागज के तल के लम्बवत ऊपर की ओर तथा तार (2) के कारण चुम्बकीय क्षेत्र B_{P_2} कागज के तल के लम्बवत अन्दर की ओर है अतः P पर परिमाण की चुम्बकीय क्षेत्र

$$B_P = B_{P_1} \sim B_{P_2}$$

$$= \frac{\mu_0(20)}{2\pi(0.1)} \sim \frac{\mu_0(30)}{2\pi(0.3)}$$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi}[200-100] = \frac{4\pi\times10^{-7}}{2\pi}\times100$$

$$= 2\times10^{-5}T$$

$\vec{B}_P$ की दिशा कागज के तल के लम्बवत ऊपर की ओर होगी।

विद्युत Q पर परिणामी चुम्बकीय क्षेत्र

$$\overrightarrow{B_Q} = \overrightarrow{B_{Q_1}} + \overrightarrow{B_{Q_2}}$$

$\because$ $\overrightarrow{B_{Q_1}}$ तथा $\overrightarrow{B_{Q_2}}$ एक ही दिशा में कागज के तल के लम्बवत अन्दर की ओर है, अतः परिणामी चुम्बकीय क्षेत्र

$$B_Q = B_{Q_1} + B_{Q_2}$$

$$B_Q = \frac{\mu_0(20)}{2\pi(0.1)} + \frac{\mu_0(30)}{2\pi(0.1)}$$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi}[200+300]$$

$$= 2\times10^{-7}\times500$$

$$= 10\times10^{-5}T = 10^{-4}T$$

इसी प्रकार बिन्दु R पर

$$\overrightarrow{B_R} = \overrightarrow{B_{R_1}} + \overrightarrow{B_{R_2}}$$

$\overrightarrow{B_{R_1}}$ कागज के तल के लम्बवत अन्दर की ओर तथा $\overrightarrow{B_{R_2}}$ कागज के तल के लम्बवत ऊपर की ओर है। अतः परिणामी चुम्बकीय क्षेत्र

$$B_R = B_{R_1} \sim B_{R_2} = \frac{\mu_0}{2\pi}\left[\frac{I_1}{d_1} \sim \frac{I_2}{d_2}\right]$$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi}\left[\frac{30}{0.1} - \frac{20}{0.3}\right]$$

$$= 2\times10^{-7}\times2.33\times10^{2}$$

$$= 4.66\times10^{-5}\ \text{T}$$

उदाहरण 7.14 10 m लम्बाई के चालक तार में 10 A की धारा बह रही है। यदि यह तार $5.5\times10^{-4}\ T$ के एक समान चुम्बकीय क्षेत्र में रखा है जो तार से 30^o का कोण बनाता है तो तार की एकांक लम्बाई पर बल का मान ज्ञात कीजिए।

हलः सम चुम्बकीय क्षेत्र में धारावाही चालक तार पर बल

$$\vec{F} = I\left(\vec{\ell}\times\vec{B}\right) \text{ से}$$

$$\left|\vec{F}\right| = I\ell B\sin\theta$$

यहाँ $I = 10\ A$, $B = 5.0\times10^{-4}\ T$

$\ell = 10\ \text{m}$ तथा $\theta = 30^o$

अतः $\left|\vec{F}\right| = 10\times10\times5\times10^{-4}\times\sin 30^o$

$$= 10\times10\times5\times10^{-4}\times\frac{1}{2}N$$

$$= 250\times10^{-4}\ N$$

अतः एकांक लम्बाई पर बल

$$\frac{\left|\vec{F}\right|}{\ell} = \frac{250\times10^{-4}}{10} = 25\times10^{-4} = 0.025\ \text{N/m}$$

7.11 धारामापी (Galvanometer)

पिछले अध्यायों में हमने विद्युत धारा तथा वोल्टताओं के सम्बन्ध में अध्ययन किया है। इस अनुभाग में हम इन राशियों को मापने के लिए प्रयुक्त युक्तियों के सम्बन्ध में अध्ययन करेंगे।

धारामापी किसी विद्युत परिपथ में विद्युत धारा के संसूचन के लिए प्रयुक्त की जाने वाली युक्ति है। साथ ही धारामापी को रूपान्तरित कर इससे अमीटर एवं वोल्टमीटर बनाए जा सकते है जिन्हें क्रमशः धारा व विभवान्तर के मापन में काम लेते है किसी धारावाही कुण्डली को चुम्बकीय क्षेत्र में रखने पर पर कार्यकारी बल आघूर्ण का परिमाण कुण्डली में प्रवाहित धारा के समानुपाती होता है। इसी तथ्य का उपयोग धारामापी में किया जाता है। धारामापी दो प्रकार के होते हैं

(i) चल कुण्डली धारामापी

(ii) चल चुम्बक धारामापी

यहाँ में हम केवल चल कुण्डली धारामापी का ही अध्ययन करेंगे। चल कुण्डली धारामापी भी दो प्रकार के होते हैं–

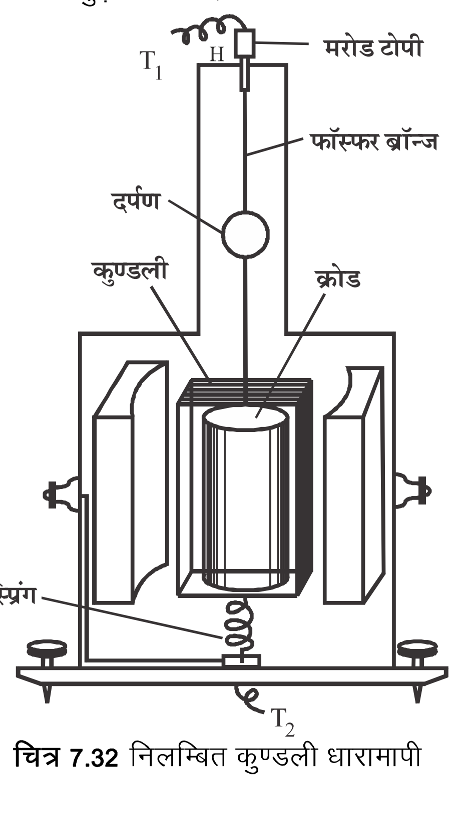
(i) निलम्बित कुण्डली धारामापी

(ii) कीलकित कुण्डली धारामापी

दोनों प्रकार के धारामापियों का सिद्धांत समान है केवल इनकी बनावट के कारण इनमें अन्तर होता है। हम यहाँ दोनों प्रकार के धारामापियों का अध्ययन करेंगे–

7.11.1.1 निलम्बित कुण्डली धारामापी (Suspended Coil Galvanometer)

संरचना (construction)- निलम्बित कुण्डली धारामापी की संरचना को चित्र 7.32 में प्रदर्शित किया गया है। इसमें एक आयताकार (या वृत्ताकार) कुण्डली जो ताँबे के पतले एवं विद्युत रूद्ध (insulated) तार को अनेक फेरों में ऐल्यूमीनियम के फ्रेम पर लपेटकर बनाया जाता है, यह कुण्डली एक शक्तिशाली तथा स्थाई नाल चुम्बक के ध्रुव खण्डों के मध्य स्थित रिक्त स्थान में फॉस्फर ब्रांन्ज (phospher bronze) के निलम्बन तार से एक मरोड़ी टोपी H से निलम्बित (suspended) रहती है। मरोडी टोपी का ऊपरी सिरा एक संयोजक पेच T_1 से जुड़ा होता है फॉस्फर ब्रांन्ज के तार पर एक छोटा सा वृत्ताकार आकृति का समतल दर्पण लगा होता है जो कुण्डली में ऐंठन होने पर तार के साथ घूमता है, इस दर्पण पर लैम्प–स्केल व्यवस्था से प्रकाश पुंज आपतित कर कुण्डली का विक्षेप (deflection) प्रेक्षित किया जाता है। कुण्डली का नीचे का सिरा एक प्रत्यास्थ स्प्रिंग से जुड़ा रहता है।



चित्र 7.32 निलम्बित कुण्डली धारामापी

स्प्रिंग का दूसरा सिरा संयोजक पेंच T_2 से जुड़े होता हैं। संयोजक पेचों की सहायता से धारामापी को विद्युत परिपथ में संयोजित करते हैं। धारामापी में स्थाई ध्रुव खण्ड मुलायम लोहे के बने होते हैं तथा अवतल आकार के होते हैं।ध्रुव खण्डों के मध्य में कुण्डली के अन्दर पेंच द्वारा मुलायम लोहे का एक बेलन जिसे क्रोड कहते है इस प्रकार लगाया जाता है कि यह कुण्डली को कहीं भी स्पर्श नहीं करें।

सिद्धान्त (Principle) "निलम्बित कुण्डली धारामापी इस सिद्धांत पर कार्य करता है कि जब चुम्बकीय क्षेत्र में स्थित कुण्डली में धारा प्रवाहित की जाती है तो कुण्डली पर एक विक्षेपक बल–आघूर्ण कार्य करता है जिसका परिमाण कुण्डली में प्रवाहित विद्युत धारा के समानुपाती होती है।" यह विक्षेपक बल आघूर्ण कुण्डली को घुमाता है।

यदि किसी क्षण कुण्डली का सदिश क्षेत्रफल $\vec{A}$ चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ के साथ θ कोण बनाता है तो कुण्डली पर कार्यरत विक्षेपक बल आघूर्ण का मान

$$\tau_{def} = NAIB\sin\theta$$

यहाँ $N =$ कुण्डली में फेरों की संख्या है।

कुण्डली में चुम्बकीय क्षेत्र को त्रिज्य दिशा में लिया जाता है जिससे सदैव $\theta = 90^{\circ}$ रहता है। अतः

$$\tau_{def} = NAIB$$

τ_{def} के कारण कुण्डली अपनी साम्यावस्था से विक्षेपित होकर घूर्णन करने लगती है। इसके प्रभाव से फॉस्फर ब्रांन्ज के तार तथा स्प्रिंग में ऐंठन आ जाती है, अतः कुण्डली पर एक ऐंठन बल–युग्म कार्य करने लगता है जो विक्षेपक बल आघूर्ण के विपरीत होता हैः यह प्रत्यानयन बल युग्म का कार्य करता है। यदि फास्फर ब्रांन्ज के तार में ऐंठन कोण का मानϕ, हो तथा एकांक रेडियन ऐंठन के लिए बल युग्म का मान C है तो, ऐंठन बल–युग्म का आघूर्ण

$$\tau_R = C\phi \qquad \ldots(7.80)$$

कुण्डली की सन्तुलन अवस्था में

$$\tau_{def} = \tau_R$$

या $$NAIB = C\phi$$

या $$I = \left(\frac{C}{NAB}\right)\phi \qquad \ldots(7.81)$$

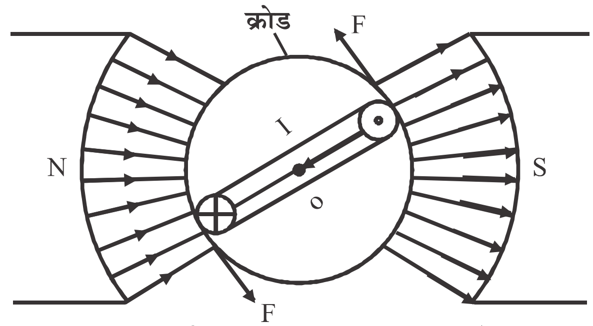
या $$I = k\phi \qquad \ldots(7.82)$$

यहाँ $k = \dfrac{C}{NAB}$ एक नियतांक है जिसे धारामापी का परिवर्तन गुणांक(reduction factor) कहते है। समीकरण (7.82) से स्पष्ट है कि धारामापी की कुण्डली में प्रवाहित धारा कुण्डली में उत्पन्न विक्षेप के समानुपाती होती है अर्थात्

$$I \propto \phi$$

7.11.1.2 त्रिज्य क्षेत्र (Radial Field)

कुण्डली के सदिश क्षेत्रफल $\vec{A}$ की स्थिति, सदैव चुम्बकीय क्षेत्र के साथ लम्बवत रखने ($\theta = 90^{\circ}$) के लिए त्रिज्य क्षेत्र प्रयुक्त किया जाता है। इसके लिए धारामापी में प्रयुक्त किए गए स्थाई चुम्बक के ध्रुव खण्ड अवतल आकार के प्रयुक्त किए जाते हैं तथा धारावाही कुण्डली के अन्दर नर्म लोहे का क्रोड प्रयोग में लिया जाता है। इस क्षेत्र में कुण्डली की प्रत्येक स्थिति में चुम्बकीय क्षेत्र रेखायें कुण्डली के तल के समान्तर रहती है। नर्म लोहे का लाभ यह है कि इसकी चुम्बकीय पारगम्यता अधिक होती है जिसके कारण कुण्डली में अधिक चुम्बकीय क्षेत्र होने से धारामापी की सुग्राहिता में भी वृद्धि हो जाती है।



चित्र 7.33 त्रिज्य चुम्बकीय क्षेत्र

7.11.1.3 कार्यविधि (Working)

निलम्बित कुण्डली धारामापी में विक्षेप ϕ का मान लेम्प–स्केल व्यवस्था द्वारा ज्ञात करते है।

यदि धारामापी में I धारा प्रवाहित करने पर फॉस्फर ब्रान्ज के तार पर लगा हुआ समतल दर्पण ϕ कोण से विक्षेपित होता है तो इस स्थिति में दर्पण पर लम्बवत आपतित होने वाली प्रकाश किरण परावर्तित होकर 2ϕ कोण से घूम जाएगी। यदि इस प्रक्रिया में स्केल पर प्राप्त प्रकाश बिन्दु की स्थिति का विस्थापन d तथा दर्पण से स्केल की लम्बवत दूरी D हो तो

$$\tan(2\phi) = \frac{d}{D}$$

यहाँ 2ϕ अत्यल्प होगा, अतः $\tan(2\phi) = 2\phi$

अतः $$2\phi = \frac{d}{D}$$

या $$\phi = \frac{d}{2D}$$

यहाँ D का मान लगभग 1 मीटर रखा जाता है। अतः $\phi \propto d$

अतः कुण्डली में प्रवाहित धारा

$$I \propto d \propto \phi \qquad \ldots(7.83)$$

7.11.1.4 धारामापी की सुग्राहिता (Sensitivity of Galvanometer)

वह धारामापी अधिक सुग्राही होता है जो इसकी कुण्डली में अल्प धारा प्रवाहित करने पर अथवा इसके सिरों के मध्य अल्प वोल्टता स्थापित करने पर कुण्डली में पर्याप्त विक्षेप प्राप्त हो जाए।

धारा सुग्राहिता (Current Sensitivity)

धारामापी में एकांक धारा मान से प्राप्त विक्षेप को धारामापी की धारा सुग्राहिता कहते हैं। इसे div/amp में माप सकते है।

समीकरण 7.81 से

$$I = \left(\frac{C}{NAB}\right)\phi = k\phi$$

अतः धारा सुग्राहिता

$$S_i = \frac{\phi}{I} = \frac{NAB}{C} = \frac{1}{k} \qquad \ldots(7.84)$$

समीकरण 7.84 से स्पष्ट है कि धारामापी की सुग्राहिता में वृद्धि करने के लिए इसकी कुण्डली में फेरों की संख्या N कुण्डली का काट क्षेत्र A तथा चुम्बकीय क्षेत्र B का मान अधिक होना चाहिए एवं C का मान कम होना चाहिए। N, A तथा B का मान बहुत अधिक नहीं बढ़ा सकते क्योंकि इससे कुण्डली का भार अधिक हो जाएगा एवं नाल चुम्बक के ध्रुव बड़े लेने होंगे।

अतः सुग्राहिता बढ़ाने के लिए C का मान कम करना अधिक उपयुक्त रहता है। चूंकि $C = \frac{\pi\eta r^4}{2\ell}$ होता है जहाँ η तार के पदार्थ का अपरूपण प्रत्यास्थता गुणांक एवं r तार की त्रिज्या व ℓ तार की लम्बाई है। फास्फर ब्रॉन्ज के लिए η का मान कम होता है। अतः धारामापी की सुग्राहिता में वृद्धि करने (C को कम करने) के लिए फॉस्फर ब्रान्ज (या क्वार्टज) का पतला एवं लम्बा तार प्रयुक्त किया जाता है। लेकिन निलम्बन तन्तु अत्यन्त पतला लेने पर इसके टूटने का भय रहता है और इस धारामापी को एक स्थान से दूसरे स्थान तक आसानी से नहीं ले जाया जा सकता।

वोल्टता सुग्राहिता (Voltage Sensitivity)

धारामापी के टर्मिनलों के मध्य एकांक वोल्ट विभवांतर लगाने पर इसमें उत्पन्न विक्षेप को धारामापी की वोल्टता सुग्राहिता कहते है। अतः वोल्टता सुग्राहिता

$$V_s = \frac{\phi}{V} \qquad \ldots(7.85)$$

यदि धारामापी की कुण्डली का प्रतिरोध G हो तथा इसमें प्रवाहित धारा I हो तो

$$V = IG$$

अतः $$V_s = \frac{\phi}{IG}$$

$$V_s = \frac{NAB}{CG} \qquad \ldots(7.86)$$

समीकरण 7.84 एवं 7.86 से

$$V_s = \frac{S_i}{G} \qquad \ldots(7.87)$$

7.11.2 धारामापी का दक्षतांक (Figure of Merit of Galvanometer)

धारामापी में एकांक विक्षेप के लिए आवश्यक धारा के मान को धारामापी का दक्षतांक कहते है। यह धारामापी की सुग्राहिता के व्युत्क्रम के समान होता है।

अतः धारामापी का दक्षतांक

$$X = \frac{1}{S_i} = \frac{I}{\phi}$$

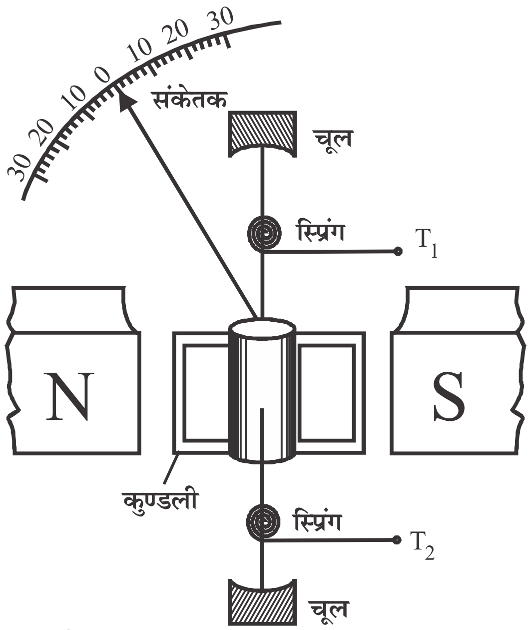
या $$X = \frac{C}{NAB} = k \qquad \ldots(7.88)$$

7.11.3 कीलकित कुण्डली धारामापी (Pivoted Coil Galvanometer)

इस धारामापी में कुण्डली को किसी तार से लटकाने के स्थान पर दो तीक्ष्ण कीलकों (pivots) की सहायता से एक स्थायी तथा शक्तिशाली नाल चुम्बक के ध्रुव–खण्डों के मध्य कीलकित किया जाता है। चुम्बकीय क्षेत्र को त्रिज्य बनाने के लिए ध्रुव–खण्डों को अवतल आकार का बनाया जाता है तथा कुण्डली के अन्दर मुलायम लोहे का बेलन या गोला स्थित होता है, जिसे क्रोड कहा जाता है। कुण्डली के दोनों सिरों को दो स्प्रिंगों द्वारा संयोजक पेचों T_1 तथा T_2 से जोड़ा जाता है। यहाँ स्प्रिंगें प्रत्यायनय बल युग्म प्रदान करती है। धारा प्रवाह होने पर कुण्डली का विक्षेप पढ़ने के लिए कुण्डली के साथ एक हल्का ऐल्यूमीनियम का संकेतक लगा होता है जो एक वृत्ताकार स्केल पर घूमता है। इस स्केल पर शून्य मध्य में होता है। कीलकित कुण्डली धारामापी की सुग्राहिता निलम्बित कुण्डली धारामापी की तुलना में कम होती है परन्तु उपयोग की दृष्टि से अधिक सुविधाजनक होने के कारण अधिक उपयोग में आता है।

इस धारामापी को वेस्टन धारामापी (weston glavanometer) भी कहते हैं। चित्र 7.34 में इस धारामापी को दर्शाया गया है।

इस धारामापी को आवश्यकता अनुसार रूपांतरण करके अमीटर एवं वोल्टमीटर में परिवर्तित किया जा सकता है।



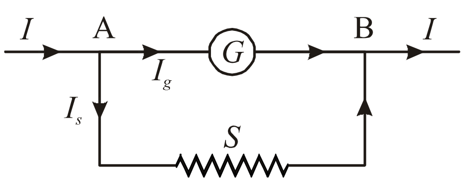
चित्र 7.34 कीलकित कुण्डली धारामापी

शंट (Shunt)

यदि किसी कारण से धारामापी में उसकी क्षमता से अधिक धारा प्रवाहित हो जाये तो धारा से उत्पन्न ऊष्मा इतनी अधिक हो जाती है कि धारामापी की कुण्डली के जलने की सम्भावना रहती है। इसके अतिरिक्त अधिक धारा प्रवाह से उत्पन्न आनुपातिक विक्षेप के कारण धारामापी का संकेतक झटके से अपनी परास से बाहर जाने का प्रयत्न करता है इसके कारण यह टूट सकता है या मुड़ सकता है।

धारामापी को इन संभावित क्षतियों से बचाने के लिए, धारामापी के समान्तर क्रम में अल्प मान का प्रतिरोध तार या पत्ती जोड़ दी जाती है, इसे शंट कहते हैं। सामान्यतः शंट तांबे के तार से बनाया जाता है इसका प्रतिरोध धारामापी के सापेक्ष अल्प होता है इस प्रकार शंट का प्रयोग करके, धारामापी में प्रवाहित धारा पर नियंत्रण किया जा सकता है।

चित्र 7.35 में शंट युक्त धारामापी का परिपथ दर्शाया गया है।



चित्र 7.35 गेलवनोमीटर का अमीटर रूपांतरण

शंट के प्रयोग से विद्युत परिपथ की मुख्य धारा का अधिकांश भाग शंट से होकर निकल जाता है, अतः धारामापी से प्रवाहित धारा इतनी ही रहती है जिससे वह सुरक्षित अवस्था में रह सके।

यदि चित्र 7.35 में मुख्य धारा I है तथा धारामापी में अधिकतम विक्षेप के लिए आवश्यक धारा I_g है तो शंट S से $I_s=I-I_g$ धारा प्रवाहित होती है।

चूंकि शण्ट एवं धारामापी समान्तर क्रम में जुड़े है अतः इन पर विभवांतर समान होगा। अतः

$$I_g G = I_s S$$

(G = धारा मापी की कुण्डली का प्रतिरोध है)

या $$\frac{I_s}{I_g} = \frac{G}{S}$$

दोनों पक्षों में 1 जोड़ने पर

$$\frac{I_s}{I_g} + 1 = \frac{G}{S} + 1$$

या $$\frac{I_g + I_s}{I_g} = \frac{G+S}{S}$$

या $$\frac{I}{I_g} = \frac{G+S}{S} \qquad (\because\ I = I_g + I_S)$$

या $$I_g = \left(\frac{S}{G+S}\right) I \qquad \ldots(7.89)$$

समीकरण (7.89) से स्पष्ट है कि I_g का मान मुख्य धारा का $\left(\frac{S}{S+G}\right)$ भाग होता है। समीकरण (7.89) के आधार पर अपेक्षित परास के धारामापी बनाए जा सकते है।

7.11.4 अमीटर (Ammeter)

अमीटर एक पार्श्व पथित (shunted) कीलकित कुण्डली धारामापी है जिसका उपयोग परिपथ में धारा मापने के लिए किया जाता हैं शंट के प्रतिरोध के चयन से अमीटर की परास निर्धारित होती है।

इसे परिपथ में श्रेणीक्रम में संयोजित किया जाता है, जिससे मापी जाने वाली सम्पूर्ण विद्युत धारा इसमें से होकर प्रवाहित हो सके। सिद्धांततः परिपथ में अमीटर का उपयोग करने पर परिपथ में धारा का मान परिवर्तित नहीं होना चाहिए। आदर्श अमीटर का प्रतिरोध शून्य होता है। एक वास्तविक अमीटर में कुण्डली तथा शंट के कारण कुछ न कुछ अशून्य प्रतिरोध होता हैं। एक अच्छे अमीटर का प्रतिरोध यथा संभव अल्प होना चाहिए।

किसी धारामापी की कुण्डली का प्रभावी प्रतिरोध कम करने के लिए धारामापी के समान्तर क्रम में उचित मान का अल्प प्रतिरोध (शण्ट) संयोजित करके इसे अपेक्षित परास के अमीटर में परिवर्तित कर सकते हैं।

रचनाः चित्र 7.36 में अमीटर की रचना को दर्शाया गया है। चित्र में किसी कीलकित कुण्डली धारामापी जिसके सम्बन्ध में हम पूर्व में अध्ययन कर चुके हैं के दोनों संयोजक पेचों T_1 तथा T_2 के मध्य अल्प मान का प्रतिरोध (शण्ट) S लगाया गया है। शंट प्रतिरोध का

मान अमीटर की परास I पर निर्भर करती है। यदि अमीटर की परास I है तब यह वांछित है कि जब I धारा अमीटर (धारामापी + शंट) से प्रवाहित हैं तब धारामापी पूर्ण विक्षेप दे अर्थात् धारामापी से धारा I_g बहे तब S का मान परिपथ चित्र 7.35 से ज्ञात कर सकते हैं, इस परिपथ से

$$I_g G = (I - I_g) S$$

या $$S = \frac{I_g G}{(I - I_g)} \qquad \ldots(7.90)$$

इस प्रकार अमीटर की परास I का मान जितना अधिक होगा शंट प्रतिरोध उसके अनुरूप उतना ही कम होगा धारामापी की पूर्ण स्केल पर विक्षेप के लिए आवश्यक धारा

$$I_g = \left(\frac{I - I_S}{G}\right) S \qquad \ldots(7.91)$$

परिपथ से स्पष्ट है कि अमीटर का प्रभावी प्रतिरोध

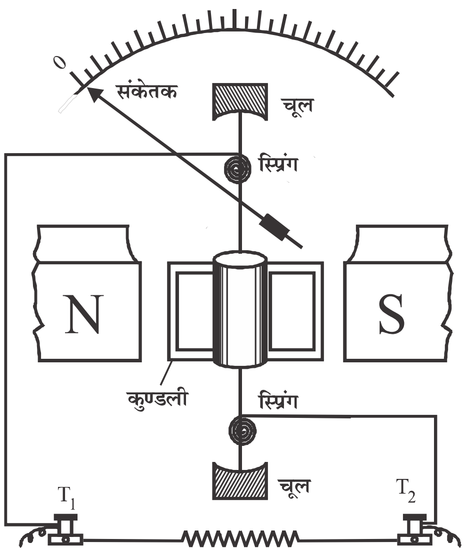
$$R_A = \frac{GS}{G+S} \qquad \ldots(7.92)$$

परन्तु $S << G$

अतः समीकरण (7.92) से

$$R_A = \frac{GS}{G} \approx S \qquad \ldots(7.93)$$

अर्थात् अमीटर का प्रभावी प्रतिरोध लगभग शण्ट के प्रतिरोध के समान होता है। रूपांतरित अमीटर की स्केल का अंशाकन कर लिया जाता है तथा इसका शून्य धारामापी की तरह मध्य में न होकर स्केल पर बांयी ओर होता है।



चित्र 7.36 कीलकित कुण्डली धारामापी का अमीटर में रूपांतरण

7.11.5 वोल्टमीटर (Voltmeter)

यह एक ऐसी वैद्युत युक्ति है जिसकी सहायता से किसी विद्युत परिपथ में किन्ही दो बिन्दुओं के मध्य विभवांतर को मापा जाता है।

रचना की दृष्टि से यह भी मूलतः कीलकित कुण्डली धारामापी ही है। यदि किसी कीलकित कुण्डली धारामापी के श्रेणीक्रम में एक उपयुक्त मान का उच्च प्रतिरोध संयोजित कर दिया जाए तो वह उचित परास के वोल्टमीटर में रूपांतरित हो जाता है। चित्र 7.37 में एक वोल्टमीटर को दर्शाया गया है।

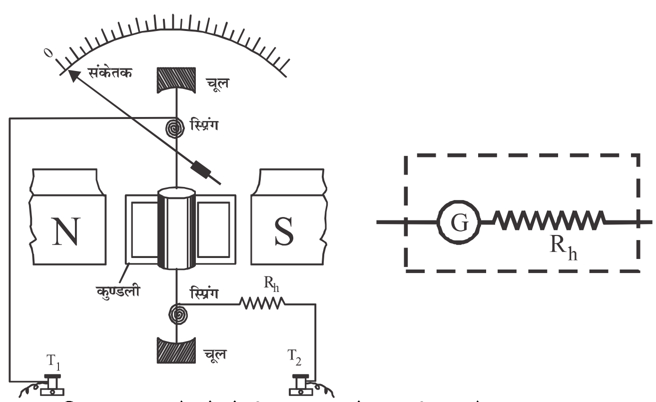
वोल्टमीटर को परिपथ में दो बिन्दुओं के मध्य विभवान्तर मापने के लिए समान्तर क्रम में जोड़ा जाता है। विभवांतर का यथार्थ मान ज्ञात करने के लिए यह आवश्यक है कि वोल्टमीटर विभवांतर मापते समय परिपथ से कोई धारा ग्रहण नहीं करे। यह तभी संभव है जब वोल्टमीटर का प्रतिरोध अधिक हो। अतः धारामापी को उचित परास के वोल्टमीटर में रूपांतरित करने के लिए धारामापी की कुण्डली के श्रेणीक्रम में उच्च मान का प्रतिरोध संयोजित किया जाता है। एक आदर्श वोल्टमीटर का प्रतिरोध अनन्त होना चाहिए।

यदि एक G प्रतिरोध वाले धारामापी को V परास के वोल्टमीटर में रूपांतरित करना है तो इसके श्रेणीक्रम में लगाए जाने वाले आवश्यक उच्च प्रतिरोध R_H के लिए चित्र 7.37 से

$$V = I_g (R_H + G)$$

या $$R_H + G = \frac{V}{I_g}$$

या $$R_H = \frac{V}{I_g} - G \qquad \ldots(7.94)$$



चित्र 7.37 गेल्वेनोमीटर का वोल्ट मीटर में रूपान्तरण

वोल्टमीटर का प्रभावी प्रतिरोध

$$R_V = G + R_H \qquad \ldots(7.95)$$

चूंकि $R_H >> G$

अतः $R_V \approx R_H$, अर्थात् वोल्टमीटर का प्रभावी प्रतिरोध धारामापी के श्रेणीक्रम में जोड़े गए उच्च प्रतिरोध के लगभग समान होता है।

चूंकि आदर्श वोल्टमीटर का प्रतिरोध अनन्त होता है, परन्तु व्यवहार में ऐसा वोल्टमीटर सम्भव नहीं है। अतः इसके द्वारा मापा गया विभवांतर पूर्ण रूप से यथार्थ नहीं होता क्योंकि उच्च प्रतिरोध का वोल्टमीटर भी परिपथ में संयोजित करने पर परिपथ से कुछ धारा ग्रहण करता है।अतः विभवांतर के यथार्थ मापन के लिए विभवमापी जो एक आदर्श वोल्टमीटर की तरह कार्य करता है का उपयोग किया जाता है जिसके सम्बन्ध में हम पहले अध्ययन कर चुके है।

उदाहरण 7.15 एक चल कुण्डली धारामापी में विक्षेप 50 भाग (division) से घटकर 10 भाग हो जाता है जब इसे $12\,\Omega$ के एक शंट द्वारा पार्श्वपथित किया जाता है। धारामापी का प्रतिरोध क्या है?

हलः धारामापी के लिए $I \propto \phi$

अतः $\dfrac{I_g}{I} = \dfrac{10}{50} = \dfrac{1}{5}$

अर्थात् $I_g = \dfrac{I}{5}$

एक पार्श्वपथिक धारामापी के लिए $(I - I_g)S = I_g G$

अतः $(I - I/5)\times 12 = (I/5)G$

या $G = 4\times 12 = 48\,\Omega$

उदाहरण 7.16 एक धारामापी में पूर्ण स्केल पर विक्षेप के लिए 5 mA धारा की आवश्यकता होती है। इसका प्रतिरोध $99\,\Omega$ है। इसे

(i) 5 A परास के अमीटर में तथा

(ii) 5 V परास के वोल्टमीटर में रूपांतरित करने के लिए आवश्यक प्रतिरोध ज्ञात कीजिए।

हलः (i) दिया है $I_g = 5\,\text{mA}$, $G = 99\,\Omega$, $I = 5\,A$

धारामापी को I परास के अमीटर में परिवर्तित करने के लिए आवश्यक प्रतिरोध

$$S = \frac{I_g G}{I - I_g} = \frac{5\times 10^{-3}}{5 - 0.05}\times 99$$

$$= \frac{5\times 10^{-3}}{4.95}\times 99 = 0.1\,\Omega$$

अतः धारामापी को 5A परास के अमीटर में परिवर्तित करने ` लिए इसके समान्तर क्रम में $0.1\,\Omega$ का प्रतिरोध जोड़ना होगा।

(ii) 5V परास के वोल्टमीटर में रूपांतरित करने के लिए आवश्यक प्रतिरोध

$R_H = \dfrac{V}{I_g} - G$ से

$$R_H = \frac{5}{5\times 10^{-3}} - 99 = 1000 - 99$$

अतः $R_H = 901\,\Omega$ का प्रतिरोध धारामापी के श्रेणीक्रम में जोड़ना होगा।

7.12 ऐम्पीयर का नियम (Ampere's Law)

स्थिर विद्युतिकी के अन्तर्गत अध्याय 2 में हमने देखा है कि यद्यपि कूलॉम नियम से किसी भी स्वैच्छिक आवेश वितरण के कारण विद्युत क्षेत्र ज्ञात किया जा सकता है परन्तु आवेश वितरण में सममितता होने पर गाउस नियम का उपयोग विद्युत क्षेत्र ज्ञात करना सुगम बना देता हैं।ऐसी ही परिस्थिति चुंबकत्व के लिए भी है। बायो, सावर्ट नियम से हम किसी भी धारा वितरण के लिए चुम्बकीय क्षेत्र ज्ञात कर सकते है। परन्तु यदि धाराओं के वितरण में क्षय सममितता उपस्थित है तो ऐसी परिस्थितियों में एक अन्य नियम जिसे ऐम्पियर का नियम कहते है की सहायता से चुम्बकीय क्षेत्र ज्ञात करना सुगम होता है।

ऐम्पीयर के नियम के अनुसार "निर्वात अथवा वायु में किसी बंद पथ के अनुदिश चुम्बकीय क्षेत्र का रेखीय समाकलन (अर्थात् परिसंचरण) निर्वात की चुम्बकशीलता (μ_0) तथा उस पथ से परिबद्ध क्षेत्रफल को पार करने वाली धाराओं के बीजीय योग $\sum I$ के गुणन के बराबर होता है।

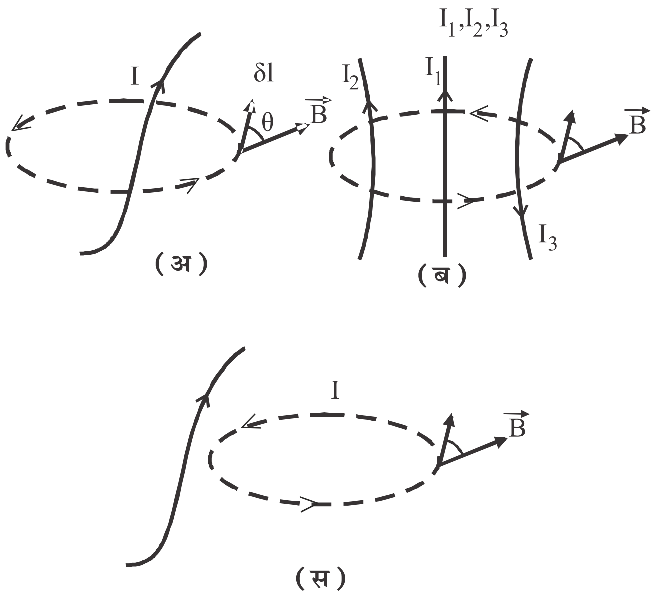
गणितीय रूप में

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \sum I \qquad \ldots(7.96)$$

समीकरण 7.96 के वाम पक्ष में उपस्थित पद $\oint \vec{B}\cdot d\vec{\ell}$ पाश के लिए चुम्बकीय क्षेत्र का रेखीय समाकल हैं इसे ज्ञात करने के लिये हम एक बंद पथ (वक्र) की कल्पना करते हैं जैसा चित्र 7.38 में है समीकरण 7.96 का वाम पक्ष हमें यह बताता है कि वक्र को छोटे–छोटे अल्पांशों जिनकी लम्बाई $d\vec{\ell}$ है में विभाजित करना चाहिए। $d\vec{\ell}$ की दिशा बंद पथ हमारे चलने की दिशा में हैं बंद के प्रत्येक अल्पांश के लिए राशि $\vec{B}\cdot d\vec{\ell}$ ज्ञात कर सम्पूर्ण पथ के लिए ऐसी समस्त राशियों का योग (समाकलन) बंद पथ के लिए रेखीय समाकल $\oint \vec{B}\cdot d\vec{\ell}$ का मान देता है। यहाँ समाकलन के चिन्ह पर वृत्त का चिन्ह बंद पथ को दर्शाता है परन्तु बंद पथ जिसे ऐम्पियरियम पथ भी कहा जाता है आवश्यक नही है कि वृत्ताकार ही हो। $\oint \vec{B}\cdot d\vec{\ell}$ को चुम्बकीय क्षेत्र का परिसंचरण भी कहते हैं। समीकरण 7.96 के दक्षिण पक्ष में $\sum i$ केवल उन्हीं धाराओं का योग व्यक्त करता है जो लूप द्वारा बंधित सतह का भेदन करती है अर्थात् लूप द्वारा परिबद्ध है। यद्यपि लूप के किसी बिन्दु पर $\vec{B}$ में लूप के परिबद्ध धाराओं व इससे बाहर स्थित धाराओं दोनों का ही योगदान होता है। लूप द्वारा परिबद्ध धाराओं को चिन्हित करने के लिए दाहिने हाथ का

एक नियम उपयोग लेते है जिसके अनुसार यदि हमारे दाहिने हाथ की अंगुलिया लूप पर चलने की दिशा में है तो अंगूठे की दिशा में इंगित धाराए धनात्मक तथा इसके विपरीत दिशा में धाराएं ऋणात्मक होगी। तब इस परिपाटी के अनुसार चित्र 7.38 (अ) में धारा I धनात्मक है। चित्र 7.38(ब) में I_1, I_2 धनात्मक तथा I_3 ऋणात्मक है।

माध्यम के लिये $\oint \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \mu \sum i$ ...(7.97)



चित्र 7.38 ऐम्पीयर के नियम से सम्बन्धित चित्र

तब चित्र 7.43 (अ) के लिये $\sum i = I$

चित्र 7.43 (ब) के लिये $\sum i = I_1 + I_2 + (-I_3)$

चित्र 7.43 (स) के लिये $\sum i = 0$ तब इसके लिये

$\oint \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = 0$ पर इसका अर्थ यह बिल्कुल नहीं है कि उस पाश में $\vec{B} = 0$ बल्कि उस पाश के लिये चुम्बकीय क्षेत्र का संचरण शून्य हुआ है अर्थात् अभीष्ट चुम्बकीय क्षेत्र में एक ऐसे पाश का चयन किया गया है कि उसमें कोई धारा नहीं गुजरती है।

क्योंकि $B = \mu_0 H$ यहाँ H चुम्बकन क्षेत्र है

तब $\int \vec{H}\cdot d\vec{\ell} = \sum i$

यहाँ चुम्बकन क्षेत्र के परिसंचरण के मान को चुम्बकत्व वाहक बल कहते हैं। एम्पियर का नियम बायो सावर्ट नियम से व्युत्पन्न तथा बायो सावर्ट नियम ऐम्पियर नियम से व्युत्पन्न किया जा सकता है। अतः दोनों तुल्य है। परन्तु ऐम्पियर नियम केवल वही उपयोगी है जहाँ समस्याओं में धारा वितरण में सममितता के कारण एम्पिरिय पाश इस प्रकार चयनित किया जा सके ताकि नीचे दिए गए प्रतिबंधों में से एक या अधिक संतुष्ट हो सके।

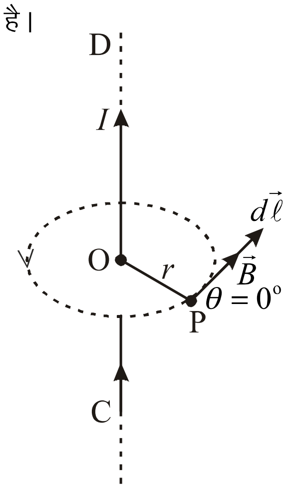
(i) सममिति इस प्रकार की हो कि बंद पाश के प्रत्येक बिन्दु पर B समान हो

(ii) $\vec{B}$ तथा $d\vec{\ell}$ समान्तर हो ताकि $\vec{B}\cdot d\vec{\ell} = Bd\ell$ लिखा जा सके

(iii) $\vec{B}$ तथा $d\vec{\ell}$ लंबवत हो ताकि $\vec{B}\cdot d\vec{\ell} = 0$ लिखा जा सके

7.12.1 अनन्त लम्बाई के सीधे धारावाही चालक के कारण चुम्बकीय क्षेत्र (Magnetic Field due to Infinitely Long and Straight Current Carrying Conductor)

माना किसी अनन्त लम्बाई व्यावहारिक रुप से अत्यधिक लम्बाई का चालक CD है जिसमें I धारा प्रवाहित हो रही है। चालक से लम्बवत r दूरी पर स्थित बिन्दु P पर इस धारावाही चालक के कारण चुम्बकीय क्षेत्र ज्ञात करना है।



चित्र 7.39 अनन्त लम्बाई के सीधे धारावाही चालक के कारण चुम्बकीय क्षेत्र

चालक में धारा प्रवाह के कारण इसके चारों ओर संकेन्द्रीय वृत्तों के रूप में चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न हो जाता है। चालक से r दूरी पर एक वृत्ताकार पथ की कल्पना की जाये तब दूरी समान होने के कारण चुम्बकीय क्षेत्र का परिमाण नियत रहता है परन्तु दिशा पथ के अनुदिश होती है। अर्थात् पथ के अनुदिश विस्थापन में $\vec{B}$ तथा $d\vec{\ell}$ के मध्य कोण θ शून्य होगा।

एम्पीयर के नियम से बंद पथ के लिये चुम्बकीय क्षेत्र के लिये रेखा समाकलन

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \sum i$$

या $$\oint B d\ell \cos\theta = \mu_0 \sum i$$

यहाँ $\theta = 0^\circ$, $\cos\theta = 1$

$\sum i = I$

$\therefore$ $$\oint B d\ell = \mu_0 I$$

$B\oint d\ell = \mu_0 I$ क्योंकि B का परिमाण नियत है

परन्तु $\oint d\ell = \ell = 2\pi r$

$\therefore \qquad B(2\pi r) = \mu_0 I$

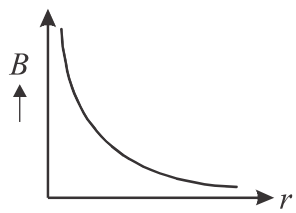
या $\qquad B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r} \qquad \ldots(7.98)$

इस चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा दक्षिण हस्त नियम से ज्ञात करते हैं।

स्पष्ट है कि अनन्त लम्बाई के सीधे धारावाही चालक के कारण चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ का परिमाण

(a) प्रवाहित धारा I के समानुपाती अर्थात् $B \propto I$

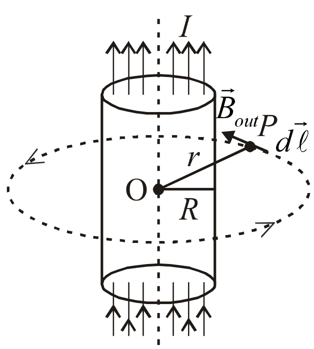
(b) चालक से लम्बवत दूरी r के व्युत्क्रमानुपाती होती है। अर्थात् $\vec{B}$ में दूरी के साथ परिवर्तन को चित्र 7.45 में दर्शाया गया है।



चित्र 7.40 चालक से लम्बवत दूरी (r) के साथ B में परिवर्तन

7.12.2 लम्बे बेलनाकार धारावाही चालक कारण चुम्बकीय क्षेत्र (Magnetic Field due to Current Carrying Long Cylindrical Conductor)

माना R त्रिज्या के एक बेलनाकार चालक में स्थायी धारा I प्रवाहित हो रही हैं जो इस चालक सम्पूर्ण काट क्षेत्रफल पर एक समान वितरित है। इस चालक से लम्बवत् r दूरी पर चुम्बकीय क्षेत्र ज्ञात करना है। धारा के सममित वितरण के कारण यह माना जा सकता है कि चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ की क्षेत्र रेखाएँ वृत्ताकार या सकेन्द्री वृत्तों के आकार की होंगी जिनके केन्द्र बेलन की अक्ष पर होंगे।



चित्र 7.41 धारावाही बेलनाकार चालक के कारण बाह्य बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र का परिकलन

(i) जब बिन्दु बेलनाकार चालक के बाहर स्थित है (अर्थात् $r > R$) चित्र 7.41 के अनुसार r त्रिज्या के एक वृत्ताकार बन्द पथ पर विचार करते हैं। इस पथ के प्रत्येक बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र का परिमाण नियत (समान) तथा दिशा पथ के अनुदिश होता है। एम्पीयर के नियम से

$$\oint \vec{B}_{out} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \Sigma i$$

$$\oint B_{out} d\ell \cos\theta = \mu_0 \Sigma i$$

यहाँ $\qquad \theta = 0^\circ, \cos\theta = 1$ तथा $\Sigma i = I$

$$\oint B_{out}\, d\ell = \mu_0 I$$

चूंकि $\qquad \oint d\ell =$ वृत्ताकार पथ की परिधि

अतः $\qquad B_{out} \cdot 2\pi r = \mu_0 I$

या $\qquad B_{out} = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r} \qquad \ldots(7.99)$

$$B_{out} \propto \frac{1}{r}$$

स्पष्ट है कि लम्बे बेलनाकार धारावाही चालक के कारण बाहरी बिन्दुओं पर चुम्बकीय क्षेत्र, दूरी के व्युत्क्रमानुपाती होता है।

(ii) जब बिन्दु बेलनाकार चालक की सतह पर स्थित है अर्थात् $r = R$

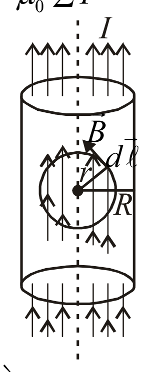
समीकरण (7.99) में $r = R$ रखने पर

$$B_S = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \qquad \ldots(7.100)$$

(iii) जब बिन्दु बेलनाकार धारावाही चालक के अन्दर स्थित है (r < R)

चित्र 7.42 के अनुसार बेलनाकार चालक के अन्दर r त्रिज्या के वृत्ताकार बन्द पथ पर विचार करते हैं। एम्पीयर के नियम से

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \Sigma I$$



चित्र 7.42 धारावाही बेलनाकार चालक तार के कारण आन्तरिक बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र का परिकलन

$$\oint B_{in} d\ell \cos\theta = \mu_0 \Sigma i$$

यहाँ $\qquad \theta = 0^\circ, \quad \cos\theta = 1$

यहाँ एम्पिरियन लूप में परिबद्ध धारा $\sum i$ लूप के क्षेत्रफल πr^2 में परिबद्ध धारा है। चूंकि धारा एक समान वितरित है अतः $r(r<R)$ त्रिज्या के वृत्ताकार पथ या परिबद्ध धारा इस वृत्त के क्षेत्रफल तथा चालक के काटक्षेत्र πR^2 का अनुपात होगी।

अर्थात् $$\sum i = \frac{I}{\pi R^2} \cdot \pi r^2$$

$$\sum i = \frac{Ir^2}{R^2}$$

तब $$\int B_{in} d\ell = \frac{\mu_0 I r^2}{R^2}$$

या $$B_{in}(2\pi r) = \frac{\mu_0 I r^2}{R^2}$$

या $$B_{in} = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$$

या $$B_{in} = \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi R}\right)\frac{r}{R}$$

या $$B_{in} = B_s \frac{r}{R} \qquad \ldots(7.101)$$

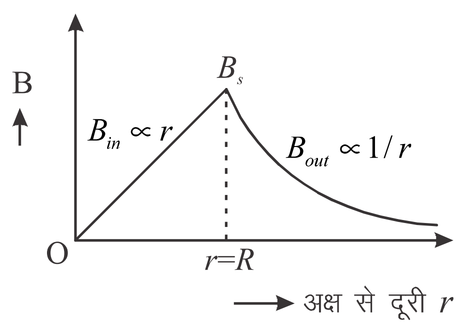
$\therefore \quad B_{in} \propto r$

स्पष्ट है कि बेलनाकार धारावाही चालक के अन्दर चुम्बकीय क्षेत्र, अक्ष से दूरी के समानुपाती होता है।

यदि $r=0$ तब $B=0$

अर्थात् अक्ष पर चुम्बकीय क्षेत्र शून्य होता है तथा सतह पर अधिकतम होता है।

इस प्रकरण में चुम्बकीय क्षेत्र का अक्ष से दूरी के साथ आलेख चित्र 7.43 में दर्शाया गया है।



चित्र 7.43 बेलनाकार धारा वाही चालक के लिए चुम्बकीय क्षेत्र का अक्ष से दूरी के साथ परिवर्तन

यदि चालक एक बेलनाकार कोश है तो आन्तरिक बिन्दुओं पर चुम्बकीय क्षेत्र शून्य होगा।

उदाहरण 7.17 एक सीधे लम्बे धारावाही तार के कारण उसकी अक्ष से 10 cm दूरी पर चुम्बकीय क्षेत्र 10^{-5} T है। तार में प्रवाहित होने वाली धारा का मान ज्ञात कीजिये।

हलः यहाँ $r = 10\text{ cm} = 0.1\text{ m}$

$$B = 10^{-5}\text{ T}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

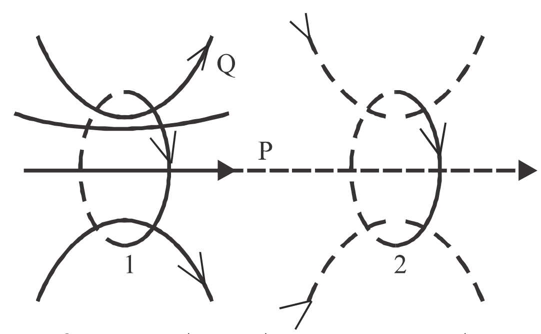
$$10^{-5} = \frac{2\times10^{-7}\times I}{0.1}$$

$$I = \frac{10^{-5}\times0.1}{2\times10^{-7}} = 0.5\times10 = 5\text{ A}$$

7.13 परिनालिका (Solenoid)

यदि किसी कार्ड बोर्ड या चीनी मिट्टी से बनी कुचालक बेलनाकार नलिका (अधिक लम्बाई एवं कम त्रिज्या) पर उसकी लम्बाई के अनुदिश विद्युत रूद्ध ताँबे के तार एक कुण्डलिनी(helix) के रूप में कम दूरी पर लपेटें जायें ताकि आसन्न फेरे अति निकट हो तो तब इस प्रकार की व्यवस्था को परिनालिका कहते हैं।

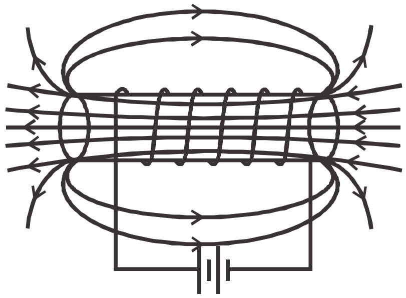
परिनालिका में तार के फेरे उसकी लम्बाई पर एकसमान रूप से लिपटे हुए होते हैं, जिसमें प्रत्येक फेरे का तल परिनालिका की अक्ष के लगभग लम्बवत् माना जा सकता है। परिनालिका में नियत धारा प्रवाहित करने पर चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न हो जाता है। आदर्श परिनालिका के तार के प्रत्येक घेरे का तल परिनालिका की अक्ष के लम्बवत माना जा सकता है।



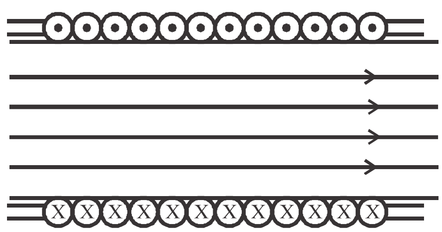
चित्र 7.44 दो लूप के कारण चुम्बकीय क्षेत्र

किसी परिनालिका से उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र को समझने के लिए किसी धारावाही कुण्डली के चुम्बकीय क्षेत्र की सहायता की जा सकती है। चित्र 7.44 में समाक्षतः रखे दो एक समान धारावाही लूप जिनमें समानधारा प्रवाहित है के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र दर्शाए गए है। यहाँ देखा जा सकता है कि अक्ष पर स्थित या अक्ष के निकट स्थित बिन्दुओं (जैसे P) के लिए दोनों कुडलियों के चुम्बकीय क्षेत्र समान दिशा में है जबकि अक्ष से दूर स्थित बिन्दु जैसेQ के लिए ये क्षेत्र विपरीत दिशाओं में है एक परिनालिका को ऐसे कई वृत्ताकार फेरों के समूह के रूप में रखा जा सकता है जो एक के बाद एक समाक्षतः रेखा है। चित्र 7.45 में एक शिथिल बंधी परिनालिका के

कारण चुम्बकीय क्षेत्र दर्शाया समान दिशा में है जबकि बाहरी बिन्दुओं पर निकटवर्ती फेरों के चुम्बकीय क्षेत्र एक दूसरो का विरोध करते है इस प्रकार बाहरी बिन्दुओं पर चुम्बकीय क्षेत्र अपेक्षाकृत दुर्बल है। जैसे–जैसे फेरे निकट आने तो है यह प्रकृति और बढ़ती है अतः एक आदर्श परिनालिका के लिए यह माना जा सकता है कि इसके भीतर सर्वत्र चुम्बकीय क्षेत्र एक समान है तथा बाहर शून्य है।

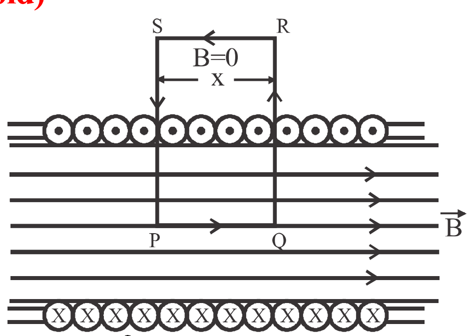


चित्र 7.45 एक शिथिल बद्ध परिनालिका के लिए चुम्बकीय क्षेत्र



चित्र 7.46 एक आदर्श परिनालिका के लिए चुम्बकीय क्षेत्र

7.13.1 अनन्त लम्बाई की परिनालिका में चुम्बकीय क्षेत्र (Magnetic Field inside an Infinitely Long Solenoid)



चित्र 7.47 परिनालिका

किसी आदर्श परिनालिका के भीतर चुम्बकीय क्षेत्र ज्ञात करने के लिए हम एक आयताकार ऐम्पिरियन लूप PQRS पर विचार करते है जो अंशतः परिनालिका के भीतर तथा अंशतः बाहर है (चित्र 7.47)। भुजा PQ परिनालिका के अक्ष के समान्तर है अतः यह चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ के समान्तर है। मान लें कि भुजा PQ की लंबाई x है तथा परिनालिका में प्रतिएकांक लंबाई में फेरों की संख्या n है। परिनालिका में दूरी PQ में उपस्थित फेरों की संख्या nx होगी। परिनालिका के प्रत्येक फेरे में माना धारा I बह रही है।

एम्पीयर के नियम से

$$\oint_{PQRS} \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \sum i$$

$$\int_P^Q \vec{B}\cdot d\vec{\ell} + \int_Q^R \vec{B}\cdot d\vec{\ell} + \int_R^S \vec{B}\cdot d\vec{\ell} + \int_S^P \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \sum i$$

$$\int_P^Q \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \int_P^Q B d\ell$$ (क्योंकि यहाँ $\vec{B}\cdot d\vec{\ell}$ समान्तर है)

$$\int_Q^R \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = 0$$

क्योंकि यहाँ $\vec{B}$ या तो $d\vec{\ell}$ के लंबवत हे (परिनालिका के भीतर) या $\vec{B}=0$ परिनालिका के बाहर, यही तथ्य $\int_S^P \vec{B}\cdot d\vec{\ell}$ के लिए सत्य है। $\int_R^S \vec{B}\cdot d\vec{\ell}$ में चयनित पथ पूर्णतः चुम्बकीय क्षेत्र से बाहर है अर्थात् सभी बिन्दुओं पर $B=0$ है।

अतः यह समाकल भी शून्य होगा।

इस प्रकार $$B\int_P^Q d\ell + 0 + 0 + 0 = \mu_0 \sum i \qquad \ldots(7.102)$$

यहाँ $$\int_P^Q d\ell = x$$

$$\sum i = nxI$$

(क्योंकि लूप द्वारा परिबद्ध nx फेरों में प्रत्येक में धारा I है)

$$Bx = \mu_0 nxI$$

या $$B = \mu_0 nI \qquad \ldots(7.103)$$

रेखा PQ चुम्बकीय क्षेत्र में अक्ष से कितनी ही दूरी पर हो सकती है अतः परिनालिका के भीतर चुम्बकीय क्षेत्र एक समान होता है। यह परिणाम अनन्त लंबाई की परिनालिका के लिए ही सही है किन्तु यदि परिनालिका की लंबाई त्रिज्या से बहुत अधिक है तो परिनालिका के सिरों से दूर मध्यवर्ती क्षेत्र में यह परिणाम लागू किया जा सकता है। यदि ऐसी परिनालिका की लंबाई L तथा इसमें फेरों की संख्या N है तब

$$n = \frac{N}{L}$$

तथा $$B = \mu_0 \frac{N}{L} I = \mu_0 nI \qquad \ldots(7.104)$$

यहाँ n एकांक लम्बाई में फेरों की संख्या है।

चुम्बकन $$H = \frac{B}{\mu_0}$$

$$H = \frac{N}{L} I = nI \qquad \ldots (7.105)$$

माध्यम के लिये

$$B_m = \mu \frac{N}{L} I$$

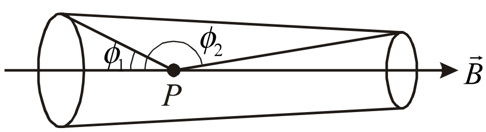
$$B_m = \mu_r \mu_0 \frac{N}{L} I \qquad \ldots (7.106)$$

आदर्श परिनालिका के अक्ष पर चुम्बकीय क्षेत्र परिनालिका की त्रिज्या r व लम्बाई L पर निर्भर नहीं करता है।

यदि परिनालिका की लम्बाई सीमित (कम) है तो उसके अक्ष पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र होता है

$$B = \frac{1}{2} \mu_0 nI \left(\cos\phi_1 - \cos\phi_2\right)$$

यह परिणाम बायो सावर्ट नियम से प्राप्त किया जा सकता है इस की व्युत्पत्ति इस अध्ययन स्तर पर अपेक्षित नहीं है।



चित्र 7.48 सोलोनाइड में सिरे पर चुम्बकीय क्षेत्र

तब परिनालिका के किसी एक सिरे पर चुम्बकीय क्षेत्र

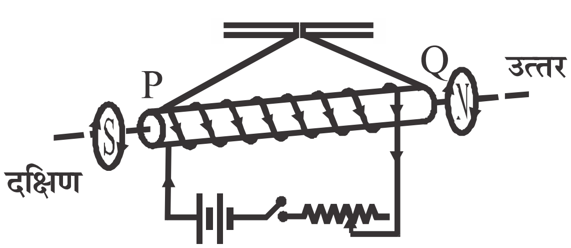
$$B_{end} = \frac{1}{2} \mu_0 nI \left[\cos 90^\circ - \cos 180^\circ\right]$$

(यहाँ $\phi_1 = 90^\circ, \phi_2 = 180^\circ$)

$$B_{end} = \frac{\mu_0 nI}{2} \left[0 - (-1)\right] \text{ अतः } B_{end} = \frac{1}{2} \mu_0 nI$$

7.14 दण्ड चुम्बक एवं धारावाही परिनालिका के व्यवहार की तुलना (Behavioral Comparison of Bar Magnet and Current Solenoid)

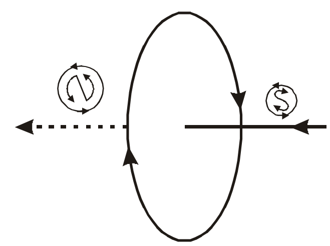
यदि धारावाही परिनालिका को रेशम के धागे से स्वतंत्रतापूर्वक लटकाया जाये तो यह दण्ड चुम्बक की भाँति व्यवहार करते हुए चित्रानुसार उत्तर–दक्षिण दिशा में ठहरती है। (चित्र 7.49)



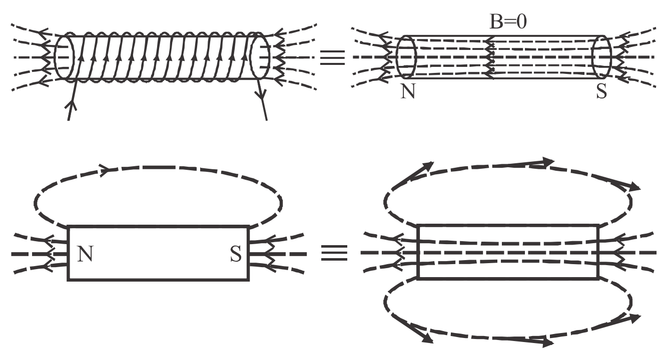
चित्र 7.49 स्वतन्त्रता पूर्वक लटकी हुई परिनालिका

प्रयोगों में पाया गया है कि परिनालिका में प्रवाहित धारा की दिशा बदलने पर इसके सिरों की ध्रुवता बदल जाती है। धारावाही परिनालिका के पास दूसरी धारावाही परिनालिका लाने पर दण्ड चुम्बक की भाँति इनमें भी समान ध्रुव वाले सिरे परस्पर प्रतिकर्षित तथा असमान ध्रुव परस्पर आकर्षित करते हैं। धारावाही परिनालिका के निकट रखी चुम्बकीय कम्पास सुई विक्षेपित हो जाती है।

धारावाही परिनालिका लौह चुम्बकीय पदार्थों को भी आकर्षित करती है। जिस प्रकार दण्ड चुम्बक के टुकड़े करने पर प्रत्येक टुकड़ों से एक स्वतंत्र दण्ड चुम्बक बनता है उसी प्रकार परिनालिका में भी प्रत्येक धारावाही लूप चुम्बकीय व्यवहार प्रदर्शित करता है जिसका एक पार्श्व उत्तरी ध्रुव तथा दूसरा पार्श्व दक्षिणीध्रुव होता है। धारावाही लूप को देखने पर यदि धारा प्रवाह दक्षिणावर्ती दिशा(clockwise) है तो लूप का वह (face) दक्षिण ध्रूव का तथा वामावर्त धारा प्रवाह हो तो लूप का वह सिरा उत्तरी ध्रुव व्यवहार करता है।



चित्र 7.50 कुण्डली का चुम्बकीय व्यवहार



चित्र 7.51 कुण्डली एवं दण्ड चुम्बक में चुम्बकीय क्षेत्र की तुलना

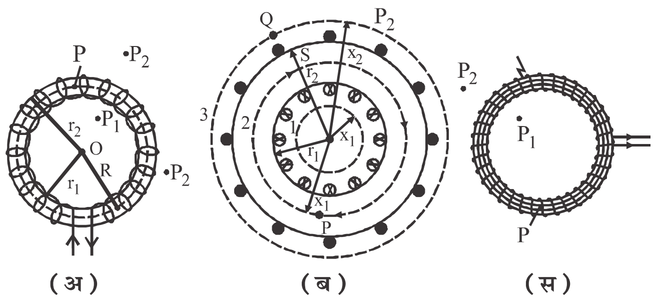
स्पष्ट है कि धारावाही परिनालिका सामान्य रूप से एक दण्ड चुम्बक की भांति व्यवहार करती है। धारावाही परिनालिका से उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र में निम्न भिन्न गुणधर्म प्रेक्षित होते हैं–

(a) परिनालिका के अन्दर चुम्बकीय बल रेखाएँ लगभग समान्तर होती है जब दण्ड चुम्बक के अन्दर थोड़ी वक्र प्रकृति की होती है। (चित्र 7.51)

(b) परिनालिका की नली के बाहर चुम्बकीय क्षेत्र नगण्य होता है जबकि दण्ड चुम्बक में उसकी लम्बाई के अनुदिश उसके निकट स्थित बिन्दुओं पर चुम्बकीय क्षेत्र निश्चित परन्तु भिन्न–भिन्न बिन्दुओं पर भिन्न–भिन्न प्राप्त होता है।

7.15 टोरॉइड की अक्ष पर चुम्बकीय क्षेत्र (Magnetic Field on the Axis of Toroid)

टोरॉइड एक अन्तहीन परिनालिका की तरह होती है। अपेक्षाकृत कम त्रिज्या वाली एक लम्बी परिनालिका को वृत्ताकार मोड़कर उसके दोनों सिरों को मिला दिया जाये तब वह टोरॉइड बन जाती है। विकल्पतः अधिक त्रिज्या एवं कम मोटाई की एक कुचालक वृत्तज वलय (torus) पर अधिक मात्रा में एकसमान रूप से तांबे के विद्युतरूद्ध तार लपेट दिये जाये तब भी इस प्रकार की व्यवस्था को टोरॉइड कहते है।



चित्र 7.52 टोराइड

माना N फेरों वाली टोरॉइड में फेरे समान रूप से लपेटे गये हैं। टोरॉइड में I धारा प्रवाहित हो रही है। टोराइड की कुण्डली का प्रत्येक फेरा अपने केन्द्र पर अक्ष के अनुदिश चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करता है फेरों के समान वितरण के कारण चुम्बकीय क्षेत्र प्रत्येक फेरे के केन्द्र पर समान परिमाण का होता है। सभी फेरों की अक्ष से बना पाश, एक r त्रिज्या के बन्द पथ के रूप में होता है। पथ के किसी बिन्दु पर खींची गई स्पर्श रेखा चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा प्रदर्शित करती है।

टोरॉइड के अन्दर चुम्बकीय क्षेत्र रेखायें ऐसे संकेन्द्रीय वृत्तों के रूप में होती हे जिनका केन्द्र टोराइड के केन्द्र पर निहित होता है तथा टोरॉइड के बाहर सभी बिन्दुओं पर चुम्बकीय क्षेत्र लगभग शून्य होता हैं अतः ऐम्पीयर के नियम से

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \sum i$$

या $$\oint B\cdot d\ell \cos\theta = \mu_0 \sum i$$

यहाँ $\theta = 0^\circ,\ \cos\theta = 1$

तथा $\sum i = NI$

$$\oint B d\ell = \mu_0 NI$$

या $$B(2\pi r) = \mu_0 NI$$

या $$B = \mu_0 \frac{N}{2\pi r} I$$

या $$B = \mu_0 nI \qquad \ldots(7.107)$$

यहाँ $n = \dfrac{N}{2\pi r}$ एकांक लम्बाई में लपेटे गये फेरों की संख्या

चुम्बकन क्षेत्र $$H = \frac{B}{\mu_0} \Rightarrow H = nI = \frac{N}{2\pi r} I \qquad \ldots(7.108)$$

माध्यम के लिये

$$B_m = \mu \frac{N}{2\pi r} I$$

$$B_m = \mu_0 \mu_r \frac{N}{2\pi r} I \qquad \ldots(7.109)$$

यहाँ यह उल्लेखनीय है कि

धारावाही टोरॉइड के अक्ष पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र टोरॉइड की त्रिज्या पर निर्भर करता है।

धारावाही टोराइड में चुम्बकीय क्षेत्र केवल टोराइड के अन्दर उत्पन्न होता है तथा बाहर शून्य होता है।

उदाहरण 7.18 कोई परिनालिका जिसकी लम्बाई 0.5 m तथा त्रिज्या 1 cm है, में 500 फेरे हैं। इसमें 5 A विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है। परिनालिका के भीतर चुम्बकीय क्षेत्र का मान ज्ञात कीजिये।

हल: यहाँ $L = 0.5m,\ r = 1cm = 0.01m,\ N = 500$ फेरे

तथा $I = 5A$

$$A = \pi r^2 = 3.14\times(10^{-2})^2 = 3.14\times10^{-4} m^2$$

$L = 0.5m$ स्पष्टतः $A << L$

अतः परिनालिका को अधिक लम्बाई का मान सकते हैं।

अतः $$B = \mu_0 \frac{N}{L} I$$

$$B = 4\pi\times10^{-7}\times\frac{500}{0.5}\times5$$

$$B = 6.28\times10^{-3}\,T$$

उदाहरण 7.19 एक टोरॉइड की माध्य त्रिज्या 10 cm है तथा उसमें 500 फेरे हैं। यदि टोरॉइड की कुण्डली में धारा मान 0.1 A हो तो टोरॉइड में चुम्बकीय क्षेत्र का मान क्या होगा?

$(\mu_0 = 4\pi\times10^{-4} Wb/Am)$

हल: यहाँ $r = 10cm = 0.1m$

$N = 500$ फेरे $\qquad B = \mu_0 \dfrac{N}{2\pi r} I$

$$B = 4\pi\times10^{-7}\times\frac{500\times0.1}{2\pi\times0.1}$$

$$B = 10^{-4}\,Wb/m^2$$

महत्वपूर्ण बिन्दु (Important Points)

1. ऑरस्टेड ने अपने प्रयोग में पाया कि किसी चालक में विद्युत धारा प्रवाहित करने पर धारावाही चालक के चारों ओर एक चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न हो जाता है इस परिघटना को विद्युत धारा का चुम्बकीय प्रभाव कहते हैं। किसी स्थान पर (विद्युत एवं गुरुत्वीय क्षेत्र की उपेक्षा करते हुए) यदि कोई गतिशील आवेश अपने वेग के लंबवत बल का अनुभव करे तो उस स्थान पर चुम्बकीय क्षेत्र उपस्थित है।
2. चुम्बकीय क्षेत्र का S.I. मात्रक T या Wb / m^2 या N / A.m. है।
   चुम्बकीय क्षेत्र में गतिमान आवेश पर बल

   $$\vec{F} = q\left(\vec{v}\times\vec{B}\right)$$

   $$\left|\vec{F}\right| = qvB\sin\theta$$

   $\vec{F}$ की दिशा $\vec{v}$ तथा $\vec{B}$ के लम्बवत तल में होती है।
3. स्थिर वैद्युत आवेश केवल विद्युत क्षेत्र उत्पन्न करता है, जबकि गतिमान आवेश विद्युत तथा चुम्बकीय क्षेत्र दोनों उत्पन्न करता है।
4. बायो–सावर्ट के नियम से किसी धारावाही अल्पांश के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र

   $$\delta B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\delta\ell\sin\theta}{r^2}, \ \overrightarrow{\delta B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\left(d\vec{\ell}\times\vec{r}\right)}{r^3}$$
5. किसी लम्बे तथा सीधे धारावाही चालक के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र

   $$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}\left[\sin\phi_1 + \sin\phi_2\right]$$

   अनन्त लम्बाई (अर्थात् अत्यधिक लम्बे) धारावाही तार के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$
6. वृत्ताकार धारावाही कुण्डली के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र

   (i) केन्द्र पर $B_C = \frac{\mu_0 NI}{2R}$

   (ii) कुण्डली की अक्ष पर केन्द्र से x दूरी पर

   $$B_{axial} = \frac{\mu_0 NIR^2}{2\left(R^2 + x^2\right)^{3/2}}$$

   (iii) यदि $x >> R$ हो तो

   $$B = \frac{\mu_0 NIR^2}{2x^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\left(\frac{2\pi NIR^2}{x^3}\right)$$

   या $$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2M}{x^3}$$

   [यहाँ $M = NI\left(\pi R^2\right)$ कुण्डली का चुम्बकीय आघूर्ण, अर्थात् धारावाही लूप चुम्बकीय द्विध्रुव जैसा व्यवहार दर्शाता है]
7. **हैल्मोल्टज कुण्डली** में दो कुण्डलियों के केन्द्रों के मध्य दूरी कुण्डलियों की त्रिज्या के समान होती है तथा कुंडलियों में समान धाराएँ समान दिशा में होती है तब कुण्डलियों के मध्य के स्थान में

   $$B_{\text{मध्य}} = 1.432 B_{\text{केन्द्र}}$$
8. यदि कण एक समान चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत दिशा में गति करे तो

$F = qvB$ तथा गति का पथ वृत्ताकार होता है, पथ की त्रिज्या $\left(r = \frac{mv}{qB}\right)$ एवं कण का परिक्रमण काल $T = \frac{2\pi m}{qB}$ एवं आवृति $\nu = \frac{qB}{2\pi m}$ होती है। इस आवृति को साइक्लोट्रॉन आवृत्ति कहते है। यह आवृति कण की चाल एवं वृत्त की त्रिज्या पर निर्भर नहीं करती। इस तथ्य का उपयोग साइक्लोट्रॉन जो धन आवेशित कणों को त्वरित करने की युक्ति है में किया जाता है।

9. **साइक्लोट्रॉन–** धन आवेशित भारी कणों को त्वरित करने की युक्ति है। इसमें आरोपित प्रत्यावर्ती वोल्टता की आवृति कामान कण के वृताकार पथ की आवृति के समान होता है।

10. चुम्बकीय श्रेणी में स्थित किसी धारावाही चालक जिसकी लम्बाई ℓ है तथा जिसमें I धारा प्रवाहित हो रही है $\vec{F}$ बल का अनुभव करता है, जहाँ

$$\vec{F} = I\left(\vec{\ell} \times \vec{B}\right)$$

$$\left|\vec{F}\right| = I\ell B \sin\theta$$

11. दो समान्तर धारावाही चालक तारों में धारा समान दिशा में प्रवाहित करने पर उनके मध्य आकर्षण बल कार्यकरता है तथा विपरीत दिशा में होने पर प्रतिकर्षण बल कार्य करता है। प्रत्येक तार की इकाई लम्बाई पर बल

$$\frac{\delta F}{\delta \ell} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}\ \text{N/m}$$

मानक एम्पियर की परिभाषाः एक एम्पियर वह विद्युत धारा है जो निर्वात में एक–दूसरे से 1 मीटर की दूरी पर स्थित दो सीधे एवं समान्तर तारों में प्रवाहित करने पर प्रत्येक तार की इकाई लम्बाई पर 2×10^{-7} N/m का बल आरोपित करे।

12. समचुम्बकीय क्षेत्र में स्थित किसी आयताकार धारावाही लूप पर कार्यरत बल शून्य होता है, परन्तु बल आघूर्ण

$$\vec{\tau} = NI\vec{A} \times \vec{B}$$

या $$\left|\vec{\tau}\right| = NIAB\sin\theta$$

यहाँ N = फेरों की संख्या, I = धारा, A = कुण्डली का अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल एवं $\theta = \vec{A}$ एवं $\vec{B}$ के मध्य कोण है।

13. **धारामापी** विद्युत धारा का संसूचन करता है। चल कुण्डली धारामापी में

(i) $$I = k\phi = \frac{C}{NAB}\phi$$

यहाँ I = प्रवाहित धारा, $k = \frac{C}{NAB}$ = धारामापी का परिवर्तन गुणांक है।

N = फेरों की संख्या

A = अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल

B = चुम्बकीय क्षेत्र

C = निलम्बन तार का प्रतिएकांक ऐंठन के लिए बल आघूर्ण

(ii) धारा सुग्राहिता $S_i = \frac{\phi}{I} = \frac{NAB}{C} = \frac{1}{k}$

(iii) दक्षतांक $X = \frac{1}{S_i} = \frac{I}{\phi} = \frac{C}{NAB} = k$

(iv) वोल्टता सुग्राहिता $S_v = \frac{\phi}{V} = \frac{NAB}{CR} = \frac{S_i}{R}$

14. कीलकित कुण्डली धारामापी को अपेक्षित परास के अमीटर में रूपांतरित करने के लिए इसके समान्तर क्रम में अल्प प्रतिरोध (शण्ट) लगाया जाता है जिसका मान $S = \left(\frac{I_g G}{I - I_g}\right)$ द्वारा दिया जाता है।

15. कीलकित कुण्डली धारामापी को अपेक्षित परास के वोल्टमीटर में रूपांतरित करने के लिए इसके श्रेणीक्रम में लगाया जाने वाला उच्च प्रतिरोध $R_H = \frac{V}{I_g} - G$ होता है। आदर्श वोल्टमीटर का प्रतिरोध अनन्त होता है।

16. एम्पीयर का परिपथीय नियम $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \Sigma i$

17. किसी बेलनाकार धारावाही चालक के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र

(i) चालक के बाहर $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ (r = अक्ष से लम्बवत दूरी)

(ii) पृष्ठ पर $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$ (R = चालक की त्रिज्या)

(iii) चालक के अन्दर $B_{in} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}\left(\frac{r}{R}\right)$ यहाँ $B_{in} \propto r$

18. अनन्त लम्बाई की परिनालिका तथा टोरॉइड समचुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करने के लिए प्रयुक्त होती है।

19. धारावाही आदर्श परिनालिका के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र अन्दर $B = \mu_0 nI$ परिमित लंबाई की परिनालिका के भीतर $B = \mu_0 nI$ किसी सिरे पर $B = \frac{\mu_0 nI}{2}$

20. धारावाही टोरॉइड के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र

(i) अन्दर $B = \mu_0 nI = \frac{\mu_0 NI}{2\pi R}$

R = त्रिज्या, N = फेरों की संख्या

(ii) बाहर तथा अन्दर खाली स्थान में

B = 0

अभ्यासार्थ प्रश्न

बहुचयनात्मक प्रश्न

1. कोई आवेशित कण जो एक समान चाल से गति कर रहा है, उत्पन्न करता है

(अ) केवल विद्युत क्षेत्र

(ब) केवल चुम्बकीय क्षेत्र

(स) विद्युत क्षेत्र एवं चुम्बकीय क्षेत्र दोनों

(द) विद्युत एवं चुम्बकीय क्षेत्र के साथ विद्युत चुम्बकीय तरंगे

2. एक लम्बे तथा सीधे धारावाही चालक तार से r दूरी पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र B है। यदि तार में प्रवाहित धारा का मान नियत रखे तो $r/2$ दूरी पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र का मान होगा

(अ) 2B (ब) B / 2

(स) B (द) B / 4

3. एक वृत्ताकार धारावाही कुण्डली के केन्द्र पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र का मान B_0 है। इसी कुण्डली के अक्षीय बिन्दु पर, इसकी त्रिज्या के बराबर दूरी पर चुम्बकीय क्षेत्र B है तो B/B_0 का मान होगा

(अ) $1:\sqrt{2}$ (ब) $1:2\sqrt{2}$

(स) $2\sqrt{2}:1$ (द) $\sqrt{2}:1$

4. हैल्मोल्टज कुण्डलियों का उपयोग किया जाता है

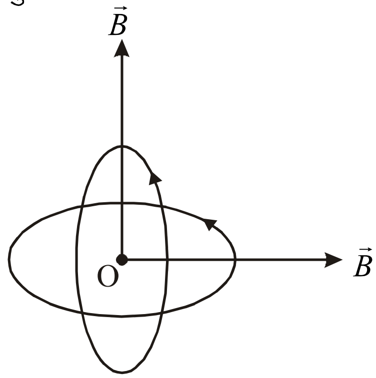
(अ) एक समान चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करने में

(ब) विद्युत धारा मापन में

(स) चुम्बकीय क्षेत्र मापन में

(द) विद्युत धारा की दिशा ज्ञात करने में

5. चित्र के अनुसार दो समरूप कुण्डलियों में समान विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है। कुण्डलियों के केन्द्र उभयनिष्ठ तथा तल परस्पर लम्बवत है। यदि एक कुण्डली के कारण इसके केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र B है तो उभयनिष्ठ केन्द्र पर परिणामी चुम्बकीय क्षेत्र का मान होगा



(अ) शून्य (ब) 2B

(स) $B/\sqrt{2}$ (द) $\sqrt{2}\,B$

6. समान वेग से समरूप चुम्बकीय क्षेत्र में लम्बवत प्रक्षेपित, निम्न में से किस कण पर सर्वाधिक बल लगेगा

(अ) ${}_{-1}e^{0}$ (ब) ${}_{1}H^{1}$

(स) ${}_{2}He^{4}$ (द) ${}_{3}Li^{7}$

7. एक विद्युत–मेन्स के सप्लाई तारों के मध्य दूरी 12 cm है। ये तार प्रति एकांक लम्बाई 4 mg भार अनुभव करते है, दोनों तारों में प्रवाहित धारा का मान होगा

(अ) शून्य (ब) 4.85A

(स) 4.85 mA (द) 4.85×10^{-4} A

8. 100 eV ऊर्जा का एक प्रोटोन 10^{-4} T के चुम्बकीय क्षेत्र में उसके लम्बवत गतिमान है। प्रोटोन की साइक्लोट्रान आवृत्ति radion/ sec में होगी

(अ) 2.80×10^{6} (ब) 9.6×10^{3}

(स) 5.6×10^{6} (द) 1.76×10^{6}

9. यदि G प्रतिरोध के धारामापी से मुख्य धारा की 2% धारा पूर्ण विक्षेप के लिए आवश्यक हो तो पार्श्व पथ (शण्ट) का प्रतिरोध होग

(अ) $\frac{G}{50}$ (ब) $\frac{G}{49}$

(स) $49G$ (द) $50G$

10. एक परिनालिका में I विद्युत धारा प्रवाहित होने के उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र B है। परिनालिका की लम्बाई व फेरों की संख्या को दुगुना करने पर वही चुम्बकीय क्षेत्र प्राप्त करने के लिए प्रवाहित धारा करनी पड़ेगी

(अ) 2I (ब) I

(स) I / 2 (द) I / 4

11. एक टोराइड के अन्दर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र का मान B है। यदि टोराइड के एकांक लम्बाई में फेरों की संख्या n है एवं इसमें प्रवाहित विद्युत धारा I हो तो इसके बाहर चुम्बकीय क्षेत्र का मान होगा

(अ) B (ब) B/ 2

(स) शून्य (द) 2B

12. किसी चल कुण्डली धारामापी को एक वोल्टमीटर में रूपांतरित किया जाता है

(अ) श्रेणीक्रम में उच्च प्रतिरोध जोड़कर

(ब) श्रेणीक्रम में अल्प प्रतिरोध जोड़कर

(स) समान्तर क्रम में उच्च प्रतिरोध जोड़कर

(द) समान्तर क्रम में अल्प प्रतिरोध जोडकर

13. आदर्श वोल्टमीटर एवं आदर्श अमीटर के प्रतिरोध होने चाहिए

(अ) क्रमशः शून्य एवं अनन्त

(ब) क्रमशः अनन्त एवं शून्य

(स) दोनों के शून्य होने चाहिए

(द) दोनों के अनन्त होने चाहिए

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

1 चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करने के विभिन्न स्रोतों के नाम लिखिए।

2 चुम्बकीय क्षेत्र की विमाएँ एवं मात्रक लिखिए।

3 गतिशील आवेश कौनसे क्षेत्र उत्पन्न करते हैं।

4 एक आवेश q चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ के लम्बवत दिशा में $\vec{v}$ वेग से प्रवेश करता है। इस आवेश पर बल का मान क्या होगा तथा कण का पथ कैसा होगा।

5 1 एम्पियर धारा की अन्तर्राष्ट्रीय मात्रक पद्धति में परिभाषा दीजिए।

6 यदि कोई प्रोटोन उर्ध्व तल में ऊपर की ओर गति कर रहा है तथा उस पर चुम्बकीय बल क्षैतिज तल में उत्तर की ओर लगता है तो चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा क्या है?

7 एक आवेशित कण, सम चुम्बकीय क्षेत्र के समान्तर गति करता है, तो कण का पथ कैसा होगा।

8 किसी वृत्ताकार कुण्डली के व्यासाभिमुखी सिरों पर एक नियत–वोल्टता की बैटरी संयोजित है। कुण्डली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र कितना होगा।

9 किसी N फेरों वाली R त्रिज्या की धारावाही कुण्डली को खोलकर सीधे लम्बे तार में बदलने पर, इससे R दूरी पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान कुण्डली के केन्द्र पर मान का कितना गुना होगा।

10 हैल्मोल्टज कुण्डली में दोनो नति परिवर्तन बिन्दुओं के मध्य दूरी कितनी होती है।

11 ऐम्पीयर के परिपथीय नियम का गणितीय रूप लिखो।

12 किसी आंतरिक त्रिज्या R की तांबे की लम्बी नली में I विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है। नली के भीतर चुम्बकीय क्षेत्र का मान लिखिए।

13 धारामापी में प्रयुक्त स्थायी चुम्बक के ध्रुवखण्ड अवतल आकृति में क्यों बनाए जाते है।

14 धारामापी की धारा सुग्राहिता कैसे बढ़ाई जा सकती है।

15 धारामापी में कुण्डली की साम्य स्थिति में चुम्बकीय क्षेत्र तथा कुण्डली की स्थिति क्या होगी?

16 साइक्लोट्रॉन का उपयोग हल्के आवेशित कण जैसे इलेक्ट्रॉन में को त्वरित करने के लिए नहीं करते है। क्यों?

17 आप समचुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करने के लिए किस युक्ति का चयन करेंगे।

18 किसी साइक्लोट्रॉन में आवेशित कण का किसी dec में अर्द्धआवर्तकाल पथ की त्रिज्या एवं कण की चाल पर किस प्रकार निर्भर करता है।

19 धारामापी को इच्छित परास के वोल्टमीटर में परिवर्तित करने के लिए आवश्यक उच्च प्रतिरोध का सूत्र लिखिए।

लघूत्तरात्मक प्रश्न

1 ऑरस्टेड के प्रयोग से प्राप्त निष्कर्षों को लिखिए।

2 बायो सावर्ट नियम को सदिश रूप में व्यक्त करो।

3 चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा ज्ञात करने के लिए दो नियमों की व्याख्या कीजिए।

4 कोई आवेशित कण किसी समचुम्बकीय क्षेत्र में θ कोण (जहाँ $0<\theta<90^\circ$ है) पर प्रवेश करता है। कण का पथ कैसा होगा। इस पथ का चुडी अन्तराल या पिच (pitch) ज्ञात कीजिए।

5 वृत्ताकार धारावाही कुण्डली के अक्ष पर केन्द्र से R/2 दूरी पर चुम्बकीय क्षेत्र तथा केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र के मध्य सम्बन्ध ज्ञात कीजिए। यहाँ R कुण्डली की त्रिज्या है।

6 यह दर्शाइये कि किस प्रकार छोटा धारावाही लूप एक दण्ड चुम्बक की तरह व्यवहार करता है।

7 चुम्बकीय क्षेत्र का परिसंचरण क्या है? समझाइए।

8 किसी धारावाही परिनालिका तथा दण्ड चुम्बक के व्यवहार में क्या अन्तर है?

9 दो समान्तर धारावाही चालकों में एक के कारण दूसरे की एकांक लम्बाई पर चुम्बकीय बल की गणना करो।

10 एम्पीयर के नियम की सहायता से किसी लम्बे धारावाही बेलनाकार चालक के अन्दर स्थित किसी बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र ज्ञात कीजिए।

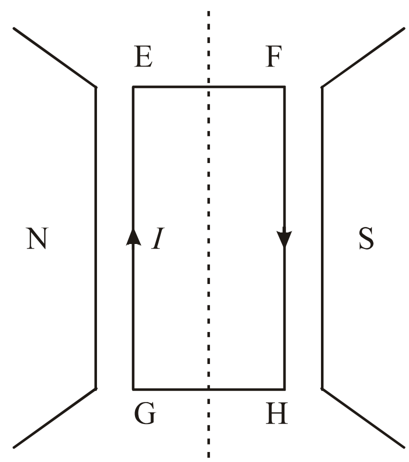
11 साइक्लोट्रॉन के अन्दर किसी dec में धन आवेश के अर्द्धवृत्ताकार पथ में लगे समय का मान पथ की त्रिज्या पर निर्भर नहीं करता यह दर्शाइये।

12 साइक्लोट्रॉन के सिद्धांत को समझाइये।

13 धारामापी की सुग्राहिता एवं दक्षतांक किन्हें कहते है। इनमें क्या सम्बन्ध है।

14 किसी धारामापी को उचित परास के अमीटर में परिवर्तित करने के लिए धारामापी के समान्तर क्रम में जोड़े जाने वाली शंट का प्रतिरोध ज्ञात करो।

15 एक आयताकार धारावाही पाश EFGH चित्रानुसार समरूपी चुम्बकीय क्षेत्र में रखा है।



(a) धारा पाश पर चुम्बकीय आघूर्ण की दिशा क्या है?
(b) पाश पर कार्यरत बल आघूर्ण कब (i) अधिकतम तथा (ii) शून्य होगा।

निबन्धात्मक प्रश्न

1 बायो–सावर्ट के नियम का कथन कीजिए। इसकी सहायता से किसी सीधे तथा परिमित लम्बाई के धारावाही चालक तार के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र का व्यंजक प्राप्त कीजिए। दर्शाइए कि अनन्त लम्बाई के धारावाही तार से लम्बवत दूरी d पर चुम्बकीय क्षेत्र $B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi d}$ होता है

2 बायो–सावर्ट के नियम का उपयोग करते हुए किसी धारावाही वृत्ताकार लूप (पाश) के अक्ष पर किसी बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र के लिए एक व्यंजक (सदिश रूप में) व्युत्पन्न कीजिए। आवश्यक चित्र बनाइए।

3 साइक्लोट्रोन की क्रियाविधि लिखिए। दोनो डीज में त्वरित आवेशित कणों (आयनों) के पथ को प्रदर्शित करता साइक्लोट्रान का व्यवस्था आरेख बनाइये। साइक्लोट्रॉन के निम्न प्राचलों की व्युत्पत्ति कीजिए।
(i) साइक्लोट्रॉन की आवृत्ति
(ii) साइक्लोट्रॉन में आयनों की गतिज ऊर्जा

4 चुम्बकीय क्षेत्र में रखे धारावाही चालक पर बल का व्यंजक प्राप्त कीजिए। बल की दिशा के लिए दांये हाथ की हथेली का नियम समझाइये।

5 एक समान चुम्बकीय क्षेत्र में रखी आयताकार धारावाही कुण्डली पर बल तथा बल आघूर्ण का व्यंजक प्राप्त कीजिए। आवश्यक चित्र बनाइए। बल आघूर्ण का मान कब न्यूनतम तथा अधिकतम होगा, बताइये।

6 ऐम्पीयर का परिपथीय नियम लिखिये। एक अत्यधिक लम्बी धारावाही परिनालिका के अक्ष पर चुम्बकीय क्षेत्र का व्यंजक प्राप्त कीजिए। आवश्यक चित्र बनाइये।

7 टोरॉइड की संरचना कैसी होती है? किसी टोरॉइड के अन्दर चुम्बकीय क्षेत्र के लिए एक व्यंजक प्राप्त कीजिए, यदि टोराइड में r औसत त्रिज्या के N फेरे हैं और उनसे I धारा प्रवाहित हो रही है। दर्शाइये कि टोरॉइड के भीतर खुले क्षेत्र में तथा टोरॉइड के बाहर चुम्बकीय क्षेत्र शून्य होता है।

8 धारामापी क्या है? नामांकित चित्र की सहायता से चल कुण्डली धारामापी की संरचना तथा सिद्धांत एवं कार्यविधि समझाइए। निम्न का क्या उपयोग है।
(i) त्रिज्यी क्षेत्र (ii) कच्चे लोहे की क्रोड

9 धारामापी का सिद्धांत समझाते हुए इसकी सुग्राहिता तथा दक्षतांक के लिए व्यंजक प्राप्त करो। ये किन–किन कारकों पर निर्भर करते हैं?

उत्तरमाला (बहुचयनात्मक प्रश्न)

1. (स)	2. (अ)	3. (ब)	4. (अ)	5. (द)	6. (द)
7. (ब)	8. (ब)	9. (ब)	10. (ब)	11. (स)	12. (अ)
13. (ब)					

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

1 स्थायी चुम्बक, धारावाही चालक, गतिमान आवेश, विद्युत क्षेत्र में परिवर्तन

2. $M^1L^oT^{-2}A^{-1}$ एवं टेसला

3 विद्युत क्षेत्र एवं चुम्बकीय क्षेत्र दोनों

4 कण पर कार्यरत बल $\vec{F}=q\left(\vec{v}\times\vec{B}\right)$ से

$\left|\vec{F}\right|=qvB\sin 90^o=qvB$ तथा पथ वृत्ताकार होगा।

5 यदि निर्वात में परस्पर 1 मीटर की दूरी पर स्थित सीधे लम्बे धारावाही तारों में से समान धारा प्रवाहित करने पर उनके मध्य प्रति एकांक लम्बाई 2×10^{-7} N का बल कार्य करे तो प्रत्येक तार में प्रवाहित विद्युत धारा 1 A होती है।

6 क्षैतिज तल में पश्चिम की ओर

7 ऋजुरेखीय (सरल रेखीय)

8 शून्य

9 कुण्डली में केन्द्र पर $B_{केन्द्र}=\dfrac{\mu_0 NI}{2R}$ एवं सीधे लम्बे तार के कारण $B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi R}$ अतः $\dfrac{B_{केन्द्र}}{B}=N\pi$

10 $\int\vec{B}\cdot d\vec{\ell}=\mu_0\sum i$

12 शून्य

13 त्रिज्य–चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करने के लिए

14 कुण्डली में फेरों की संख्या, कुण्डली का क्षेत्रफल तथा कुण्डली में नर्म लोहे का क्रोड लेकर

15 कुण्डली का तल चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत होने पर

16 हल्के आवेशित कणों की ऊर्जा बढ़ने पर इनका द्रव्यमान आपेक्षिकीय प्रभाव के कारण बढ़ जाता है।

17 लम्बी परिनालिका का

18 आवर्तकाल नियत रहता है। $\left(\because T=\dfrac{2\pi m}{qB}\right)$

19 $R=\dfrac{V}{I_g}-G$

यहाँ I_g = धारामापी की पूर्ण स्केल पर विक्षेप के लिए आवश्यक धारा है एवं G धारामापी का प्रतिरोध तथा V वोल्टमीटर की परास है।

आंकिक प्रश्न

1 तार की एक वृत्ताकार कुण्डली में 100 फेरे है, प्रत्येक की त्रिज्या 8.0 cm है और इनमें 0.40 A विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है। कुण्डली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र का परिमाण क्या है?

(उत्तर : $3.1\times10^{-4}\,T$)

2 एक 6.28 m लम्बे तार से 0.10 m त्रिज्या की कुण्डली बनाकर इसमें 1.0 A धारा प्रवाहित की गई है। इसके केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान ज्ञात कीजिए।

(उत्तर : $6.28\times10^{-5}\,T$)

3 एक लंबे, सीधे तार में 35 A विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है। तार से 20 cm दूरी पर स्थित किसी बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र का परिमाण क्या है?

(उत्तर : $3.5\times10^{-5}\,T$)

4 एक तार AB से होकर 10 A की स्थिर (अपरिवर्ती) विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है। यह तार एक मेज पर क्षैतिज रखा है। एक अन्य तार CD इस तार AB के ठीक ऊपर 2 mm की ऊँचाई पर स्थित है। तार CD से 6 A की विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है। तार CD की प्रति एकांक लम्बाई का द्रव्यमान कितना हो ताकि मुक्त अवस्था में यह अपनी स्थिति में ही लटका रहे? तार AB के सापेक्ष तार

CD में प्रवाहित विद्युत धारा की दिशा क्या होगी? (g का मान = $10 \ m \ s^{-2}$ लिजीए)

(उत्तर : तार CD की एकांक लम्बाई का द्रव्यमान $= 6 \times 10^{-4} \ kg / m$ तार CD में धारा तार AB के विपरीत होगी)

5 क्षैतिज तल में रखे एक लम्बे तथा सीधे तार में 50 A की विद्युत धारा दक्षिण से उत्तर की ओर प्रवाहित हो रही है। तार के पूर्व में 2.5 m दूरी पर स्थित किसी बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र का परिमाण एवं उसकी दिशा ज्ञात कीजिए।

(उत्तर : $4 \times 10^{-6} T$ उर्ध्वाधर नीचे की ओर)

6 दो लम्बे समान्तर तार परस्पर 4 cm की दूरी पर है। इनमें क्रमशः I तथा 3I मान की धाराएँ एक ही दिशा में बढ़ रही है। दोनों के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र कहाँ पर शून्य होगा?

(उत्तर : I धारा वाले तार से 1 cm दूरी पर दोनों तारों के मध्य)

7 एक प्रोटोन 0.2 T के चुम्बकीय क्षेत्र में 6.0×10^5 m/sec की चाल से चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत प्रवेश करता है। प्रोटोन का त्वरण एवं पथ की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

(उत्तर : $1.15 \times 10^{13} \ m/s^2$ एवं 0.031 m)

8 एक तार जिसमें 8 A विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है, 0.15 T के एक समान चुम्बकीय क्षेत्र में क्षेत्र से 30^o का कोण बनाते हुए रखा है। इसकी एकांक लम्बाई पर लगने वाले बल का परिमाण एवं इसकी दिशा क्या है?

(उत्तर : 0.6 N/m)

9 दो एक समान कुण्डलियाँ, प्रत्येक की त्रिज्या 8 cm तथा फेरों की संख्या 100 है, समाक्षतः व्यवस्थित है, इनके केन्द्रों के मध्य दूरी 12 cm है। यदि प्रत्येक कुण्डली में 1 A धारा एक ही दिशा में प्रवाहित हो तो अक्षीय रेखा पर ठीक मध्य में चुम्बकीय क्षेत्र का मान ज्ञात कीजिए।

(उत्तर : $8.04 \times 10^{-4} T$)

10 दो 2 m लम्बे समान्तर तार परस्पर 0.2 m की दूरी पर निर्वात में स्थित है। यदि दोनों तारों में 0.2 A की विद्युत धारा एक ही दिशा में प्रवाहित हो तो तारों की प्रति एकांक लम्बाई पर लगने वाला बल ज्ञात कीजिए।

(उत्तर : $2 \times 10^{-7} \ N/m$)

11 एक वर्गाकार कुण्डली जिसकी प्रत्येक भुजा 10 cm है, में 20 फेरे है और उसमें 12 A विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है। कुण्डली उर्ध्वाधरतः लटकी हुई है और इसके तल पर खींचा गया अभिलम्ब 0.80 T के एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा से 30^o का एक कोण बनाता है। कुण्डली पर लगने वाले बलयुग्म का परिमाण क्या है?

(उत्तर : $0.96 \ N \times m$)

12 समान वेग v से α कण तथा प्रोटोन के पुंज किसी समरूप चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत प्रवेश करते है। ये कण वृत्ताकार पथ अनुरेखित करते है। इन पथों की त्रिज्याओं का अनुपात ज्ञात करो।

(उत्तर : $\frac{r_\alpha}{r_P} = \frac{2}{1}$)

13. एक साइक्लोट्रॉन की dec की त्रिज्या 0.5 m है इसमें 1.7 T का अनुप्रस्थ चुम्बकीय क्षेत्र कार्यरत है। इसमें प्रोटॉन द्वारा अर्जित अधिकतम गतिज ऊर्जा ज्ञात कीजिए।

(उत्तर : $5.53 \times 10^{-12} J$)

14. 12 Ω प्रतिरोध की कुण्डली वाले किसी धारामापी के पूर्ण स्केल पर विक्षेप के लिए आवश्यक धारा 02 mA है। आप इस धारामापी को 0 से 18 V परास वाले वोल्टमीटर में कैसे रूपांतरित करेंगे।

(उत्तर : धारामापी के श्रेणी क्रम में 5988 Ω का प्रतिरोध जोड़कर)

15. एक 99 ओम प्रतिरोध वाले धारामापी के पूर्ण स्केल पर विक्षेप के लिए आवश्यक धारा 4 mA है। इस धारामापी को 0 से 6 A परास में परिवर्तित करने के लिए आप क्या करेंगे?

(उत्तर : धारामापी के समान्तर क्रम में $6.6 \times 10^{-2} \ \Omega$ का प्रतिरोध जोड़कर)

16. 1.0 m लम्बी एक परिनालिका की त्रिज्या 1 cm है तथा इसमें 100 फेरे है। परिनालिका में 5 A की धारा प्रवाहित हो रही है। परिनालिका में अक्षीय चुम्बकीय क्षेत्र का मान ज्ञात कीजिए।

यदि एक इलेक्ट्रॉन इसकी अक्ष के अनुदिश 10^4 m/s की चाल से गति करता है। तो इलेक्ट्रॉन कितना बल अनुभव करेगा?

(उत्तर : $B = 6.28 \times 10^{-3} T$ बल F = 0 N)

17. किसी 0.5 मीटर लम्बी परिनालिका में दो परतों में तांबे के विद्युत रूद्ध तार लपेटे गए है। प्रत्येक परत में फेंरों की संख्या 500 है। यदि इसकी त्रिज्या 1.4 cm व इसमें प्रवाहित धारा 5 A हो तो इसके केन्द्र पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र का मान ज्ञात कीजिए।

(उत्तर : $12.56 \times 10^{-3} T$)