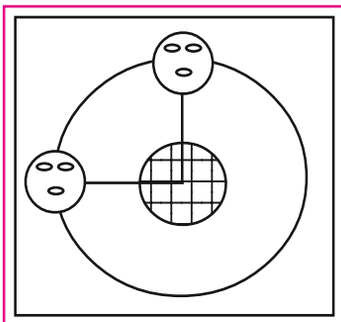
अध्याय - 4

गुरुत्वाकर्षण



हम पढ़ेंगे

4.1 गुरुत्व एवं गुरुत्वाकर्षण बल

4.2 सार्वत्रिक गुरुत्वाकर्षण नियम

4.3 गुरुत्वीय त्वरण

4.4 द्रव्यमान एवं भार

4.5 गुरुत्व के अधीन स्वतंत्रतापूर्वक गिरते हुए पिण्ड की गति

दैनिक जीवन में हम देखते हैं कि जब किसी वस्तु को ऊँचाई से गिराया जाता है तो वह पृथ्वी की ओर ही गिरती है? गैलीलियो गैलिली (1564-1642) ने बताया कि वस्तुऐं इसलिए गिरती है कि वे पृथ्वी के कारण एक आकर्षण बल का अनुभव करती है, परन्तु इस बारे में उन्हें यह ज्ञान नहीं था कि यह वही बल है जिसके कारण पृथ्वी, सूर्य के चारो ओर तथा चँद्रमा पृथ्वी के चारों ओर चक्कर लगाता है। आइजक न्यूटन (1642-1727) ने इस तथ्य को समझा एवं यह बताया कि इन सभी के लिए एक बल उत्तरदायी है जिसे 'गुरुत्वाकर्षण बल' कहते हैं।

इस अध्याय मे हम गुरुत्वाकर्षण, सार्वत्रिक गुरुत्वाकर्षण नियम एवं गुरुत्वाकर्षण बल के प्रभाव में वस्तुओं की गति का अध्ययन करेंगें। इस अध्याय में हम यह भी पढ़ेंगे कि वस्तु का भार अलग-अलग स्थानों पर अलग-अलग होता है।

4.1 गुरुत्व एवं गुरुत्वाकर्षण बल

ऐसा कहा जाता है कि न्यूटन एक पेड़ के नीचे बैठे थे तो एक सेब पेड़ से टूटकर उन पर गिरा। सेब के गिरने की क्रिया ने न्यूटन को सोचने के लिये प्रेरित किया। उन्होंने सोचा कि यदि पृथ्वी, सेब को अपनी ओर खींच रही है तो क्या चन्द्रमा को भी पृथ्वी अपनी ओर आकर्षित नहीं कर रही है? क्या दोनों स्थितियों में एक जैसा बल कार्य नहीं कर रहा है? न्यूटन ने कहा कि सभी पिण्ड एक दूसरे को, उनके केंद्रों को मिलाने वाली रेखा के अनुदिश आकर्षित करते हैं। पृथ्वी और चन्द्रमा भी एक दूसरे को आकर्षित करते हैं। यदि वस्तु को ऊँचाई से गिराया जाता है तो वह पृथ्वी के गुरुत्वाकर्षण के कारण पृथ्वी की ओर गिरती हैं। संपूर्ण ब्रह्माण्ड में सभी पिण्ड एक दूसरे को आकर्षित कर रहे हैं। **वह बल, जिससे दो द्रव्यमान पिण्ड एक दूसरे से आकर्षित होते हैं। गुरुत्वाकर्षण बल कहलाता है।** यह बल दो पिण्ड साथ-साथ रखे होने पर या कुछ दूरी पर होने पर दोनों ही स्थितियों में कार्य करता है। **दो द्रव्यमान पिण्डों के बीच लगने वाले आकर्षण बल को गुरुत्वीय बल कहते हैं।**

4.2 सार्वत्रिक गुरुत्वाकर्षण नियम

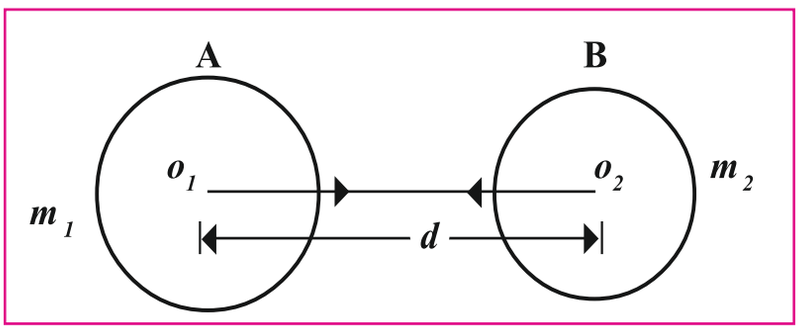
न्यूटन ने दो पिण्डों के मध्य लगने वाले आकर्षण बल की गणना के लिये एक नियम प्रतिपादित किया जिसे 'न्यूटन का सार्वत्रिक गुरुत्वाकर्षण का नियम' नाम से जाना जाता है। इसका कथन इस प्रकार है-

''ब्रह्माण्ड में प्रत्येक पिण्ड अन्य पिण्ड को एक निश्चित बल से आकर्षित

करता है, यह बल पिण्डों के द्रव्यमानों के गुणनफल के अनुक्रमानुपाती तथा उन दोनों पिण्डों के मध्य की दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है।'' दो पिण्डों के मध्य लगने वाला यह बल उन दोनों पिण्डों के द्रव्यमान केन्द्र को मिलाने वाली रेखा के अनुदिश होता है।

भौतिकी में कण व पिण्ड दोनों शब्दों का उपयोग किया जाता है। प्रत्येक पिण्ड का एक द्रव्यमान केन्द्र होता है। द्रव्यमान केन्द्र वह बिन्दु है जहाँ पिण्ड का सम्पूर्ण द्रव्यमान केन्द्रित माना जाता है।

दो पिण्डों के मध्य गुरुत्वाकर्षण बल



यदि m_1 तथा m_2 द्रव्यमान के दो पिण्ड एक दूसरे से d दूरी पर रखें हों, तो उनके मध्य लगने वाला आकर्षण बल F, हो तो :-

$$F \propto m_1 m_2 \qquad (1)$$

तथा

$$F \propto \frac{1}{d^2} \qquad (2)$$

अतः

$$F \propto \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

या

$$F = \frac{G m_1 m_2}{d^2} \qquad (3)$$

जहां पर **G** एक नियंताक है जिसे सार्वत्रिक गुरुत्वाकर्षण नियतांक कहते हैं। जिसका मान निम्न समीकरण द्वारा दिया जाता है।

$$G = \frac{Fd^2}{m_1 m_2}$$

S.I. पद्धति में **G** का मात्रक $= \frac{\text{बल का मात्रक} \times \text{दूरी के मात्रक का वर्ग}}{\text{प्रथम पिण्ड के द्रव्यमान का मात्रक} \times \text{द्वितीय पिण्ड के द्रव्यमान का मात्रक}}$

G का मात्रक $= \frac{\text{न्यूटन} \times \text{मीटर}^2}{\text{किग्रा} \times \text{किग्रा}}$

$= \text{न्यूटन} \times \text{मीटर}^2/\text{किग्रा}^2$

इसे इस प्रकार भी लिखा जाता Nm^2/Kg^2 या Nm^2kg^{-2}

हैनरी कैवेंडिस (1731–1810) ने एक सुग्राही तुला का उपयोग कर **G** का मान ज्ञात किया। **G** का वर्तमान में **सर्वमान्य मान $6.673 \times 10^{-11}\ Nm^2\ Kg^{-2}$ है।**

महत्वपूर्ण तथ्य

- न्यूटन का सार्वत्रिक गुरुत्वाकर्षण नियम, सार्वत्रिक (Universal) इस अभिप्राय से है कि यह सभी पिण्डों (वस्तुओं) पर लागू होता है चाहें ये पिण्ड (वस्तुएं) छोटे हों या बड़े, चाहें खगोलीय हो या पार्थिव।
- गुरुत्वाकर्षण बल, केंद्रीय बल है ।

4.3 गुरुत्वीय त्वरण

जब कोई पिण्ड पृथ्वी के तल पर त्वरित गति करता है तब पिण्ड में उत्पन्न त्वरण वेग परिवर्तन की दर पर निर्भर करता है, यदि किसी पिण्ड को ऊपर की ओर उछाल दें तो पृथ्वी के गुरुत्वकर्षण के कारण पिण्ड में उत्पन्न त्वरण को गुरुत्वीय त्वरण कहते हैं। इसे 'g' से प्रदर्शित करते हैं। नीचे गिरते पिण्ड के वेग में वृद्धि होती है। अत: गुरुत्वीय त्वरण धनात्मक होता है। इसके विपरीत ऊपर की ओर फेंके गए पिण्ड का वेग लगातार घटता जाता है। अत: गुरुत्वीय त्वरण ऋणात्मक होता है। पृथ्वी की सतह पर g का मान अलग-अलग स्थानों पर अलग-अलग होता है। किन्तु सामान्यत: गणना के लिये 'g' का मान $9.8 ms^{-2}$ प्रयुक्त करते हैं।

माना एक पिण्ड जिसका द्रव्यमान **m** है पृथ्वी की सतह पर रखा है। यदि पृथ्वी का द्रव्यमान M व त्रिज्या R हो तो

पृथ्वी द्वारा पिण्ड पर आरोपित बल $$F = \frac{GMm}{R^2} \qquad (1)$$

इस बल के कारण पिण्ड में उत्पन्न त्वरण g है। न्यूटन के द्वितीय नियम से

$$F = m\,g \qquad (2)$$

समीकरण 1 व 2 से $$mg = \frac{GMm}{R^2}$$

अथवा $$g = \frac{GM}{R^2} \qquad (3)$$

समीकरण (3) g व G में संबंध व्यक्त करता है।

4.4 द्रव्यमान एवं भार (Mass and weight)

द्रव्यमान (Mass)

किसी पिण्ड का द्रव्यमान वह भौतिक राशि है जो यह प्रदर्शित करता है कि उस पिण्ड में पदार्थ की कितनी मात्रा समाहित है। सरल शब्दों में पदार्थ की मात्रा को उस पिण्ड का द्रव्यमान कहते हैं। यह एक आदिश राशि है। S.I. पद्धति में इसका मात्रक Kg (किलोग्राम) है तथा CGS पद्धति में इसका मात्रक gram (ग्राम) है।

किसी पिण्ड का द्रव्यमान नियत रहता है चाहे वह चंद्रमा पर हो या मंगल ग्रह पर हो या कहीं और हो, क्योंकि

उसमें पदार्थ की मात्रा उतनी ही रहती है। अत: किसी पिण्ड का द्रव्यमान एक नियत राशि है जो अलग- अलग स्थानों पर बदलती नहीं है।

द्रव्यमान को संकेत M द्वारा दर्शाया जाता है।

भार (weight) : पृथ्वी की सतह पर रखी किसी वस्तु को पृथ्वी अपनी ओर आकर्षित करती है। वस्तु पर लगने वाला यह आकर्षण बल उस वस्तु के द्रव्यमान तथा उस स्थान के गुरुत्वीय त्वरण पर निर्भर करता है। अत: भार को इस प्रकार परिभाषित किया जा सकता है।

''किसी पिण्ड का पृथ्वी पर भार उस बल के बराबर होता है जिससे पृथ्वी उस पिण्ड को अपनी ओर आकर्षित करती है।'' सरल शब्दों में किसी वस्तु का भार ऊर्ध्वाधर दिशा में नीचे की ओर लगने वाला गुरुत्वीय बल है। हम जानते हैं कि, **बल = द्रव्यमान × त्वरण**

पृथ्वी के कारण किसी पिण्ड में उत्पन्न त्वरण g तथा पिण्ड का द्रव्यमान m हो तो

$$F = ma = mg$$

उपरोक्त परिभाषा के अनुसार यह बल ही भार के बराबर होता है। अर्थात $F = W$

अत: $\boxed{W = mg}$

S.I. पद्धति में भार का मात्रक न्यूटन (N) है (तथा इसका C.G.S. पद्धति में मात्रक डाइन (dyne) है) यह एक सदिश राशि है। इसे किग्रा ×मीटर/सेकण्ड ^{2} ($Kg\ m/s^2$) या $Kgms^{-2}$ भी लिखा जाता है।

भार के अन्य मात्रक

भार का S.I. मात्रक किलोग्राम बल या किलोग्राम भार में भी मापा जाता है। किलोग्राम बल या किलोग्राम भार वह बल है जो 1 kg की वस्तु पर पृथ्वी द्वारा आरोपित किया जाता है।

1 किलोग्राम बल = 1 किलोग्राम भार = 9.8 न्यूटन, 1 Kg f = 1 kg wt = 9.8 N

किसी वस्तु का भार भिन्न-भिन्न स्थानों पर भिन्न-भिन्न होता है क्योंकि अलग-अलग स्थानों पर गुरुत्वीय त्वरण g का मान अलग-अलग होता है। पृथ्वी पूर्णत: गोलाकार नहीं है। इस कारण सभी स्थानों पर गुरुत्वीय त्वरण g समान नहीं होता है। अत: अलग स्थानों पर वस्तु का भार भिन्न होता है। इसी प्रकार चंद्रमा पर गुरुत्वीय त्वरण का मान पृथ्वी पर त्वरण g के मान 9.8 ms^{-2} का 1/6 भाग है। अत: किसी पिण्ड का भार चंद्रमा पर, पृथ्वी के भार का 1/6 वाँ भाग होता है।

4.5 गुरुत्व के अधीन स्वतंत्रतापूर्वक गिरते हुए पिण्ड की गति

यदि दो पिण्डों को जिनमें एक हल्का तथा दूसरा भारी हो, को समान ऊँचाई से पृथ्वी पर गिराते हैं तो वे एक ही समय पर पृथ्वी पर गिरते हैं। पृथ्वी की ओर गति करते समय उनकी चाल लगातार बढ़ती जाती है। उनके वेग में यह वृद्धि पृथ्वी के द्वारा पिण्ड पर आरोपित गुरुत्वाकर्षण बल के कारण होती है। वेग में परिवर्तन होने के कारण पिण्ड में एक त्वरण उत्पन्न होता है जिसे गुरुत्वीय त्वरण कहते हैं।

सभी पिण्ड इसी त्वरण से नीचे की ओर गति करते हैं। पिण्ड चाहे खोखला, भारी, हल्का या किसी भी आकार का हो उसमें उत्पन्न त्वरण एक समान होता है। यदि किसी पिण्ड को पृथ्वी सतह से ऊपर की ओर फेंका जाये तो उस पिण्ड पर भी गुरुत्वीय बल नीचे की ओर कार्य करता है। जिससे उसका वेग कम होता जाता है और अधिकतम ऊँचाई पर पहुँचते ही उसका वेग शून्य हो जाता है। ऊपर जाते हुए पिण्ड के वेग में कमी उसी दर से होती है जिस दर से गिरते हुए पिण्ड के वेग में वृद्धि होती है। अर्थात उनके परिमाण समान होते हैं, परन्तु दिशा भिन्न-भिन्न होती है।

जब कोई पिण्ड गुरुत्व के प्रभाव में नीचे गिरता है तो उसमें एक त्वरण उत्पन्न हो जाता है जिसे गुरुत्वीय त्वरण कहते हैं इसे 'g' से दर्शाते हैं। एवं इसका सामान्य मान 9.8 ms^{-2} होता है। जब एक पिण्ड ऊँचाई से छोड़ा जाता है तो हम यह पाते हैं कि वह एक सरल रेखा में गति करता है। अर्थात् ऊपर से गिरते समय उसकी दिशा नहीं बदलती है।

एक समान गति को, गति के तीन समीकरणों द्वारा समझाया जा सकता है। जिन्हें पूर्व अध्याय में हम पढ़ चुके हैं–

$$v = u + at \quad (1)$$

$$s = ut + \frac{1}{2}at^2 \quad (2)$$

$$v^2 = u^2 + 2as \quad (3)$$

यदि कोई पिण्ड u प्रारम्भिक वेग से गति कर रहा है और स्वतंत्रतापूर्वक पृथ्वी सतह पर ऊँचाई से गिर रहा है तब उसमें g त्वरण उत्पन्न हो जाता है। यदि पृथ्वी सतह पर पहुँचते समय पिण्ड का अंतिम वेग v हो, तो उपरोक्त समीकरणों में a के स्थान पर g तथा s के स्थान पर h लिखने पर

$$v = u + gt \quad (4)$$

$$h = ut + \frac{1}{2}gt^2 \quad (5)$$

$$v^2 = u^2 + 2gh \quad (6)$$

इसी प्रकार यदि पिण्ड को u प्रारम्भिक वेग से ऊर्ध्वाधर ऊपर उछाला जाता है तो अधिकतम सम्भव ऊँचाई h पर पहुँचने पर उसका वेग v शून्य हो जाता है। अब त्वरण 'a' के स्थान पर '–g' रखने पर समी. (1) (2) (3) को इस स्थिति में इस प्रकार लिखा जा सकता है।

$$u = gt \quad (7)$$

$$h = ut - \frac{1}{2}gt^2 \quad (8)$$

$$u^2 = 2gh \quad (9)$$

उदाहरण : दो पिण्ड जिनके द्रव्यमान क्रमशः 50 kg तथा 20 kg एवं उनके मध्य की दूरी 2 m है। यदि उनके मध्य 1.67×10^{-8} N का गुरुत्वाकर्षण बल लग रहा हो, तो G के मान की गणना कीजिए।

हल : दिया है $F = 1.67 \times 10^{-8}$ N; $m_1 = 50$ kg; $m_2 = 20$ kg

$d = 2m$; $G = ?$

अब सूत्र $F = \frac{Gm_1m_2}{d^2}$ से

$$1.67\times10^{-8}\,N = \frac{G\times(50kg)\ (20kg)}{(2m)^2}$$

$$G = \frac{1.67\times10^{-8}\times4}{1000}\ Nm^2\ kg^{-2}$$

$$G = 6.68\times10^{-11}\ \ Nm^2\ kg^{-2}$$

उदाहरण : यदि दो पिण्डों के मध्य की दूरी को आधा कर दिया जाए तो उनके मध्य लगने वाला बल कितना हो जाएगा?

हल : मान लीजिए दो पिण्ड m_1 व m_2 द्रव्यमान के हैं और एक दूसरे से r दूरी पर रखें हैं, तो उनके मध्य लगने वाला बल F दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है अर्थात्

$$F \propto \frac{1}{r^2}$$

अब यदि r के मान को बदलकर आधा ($r_1 = \frac{r}{2}$) कर दिया जाये तो पिण्डों के बीच लगने वाला बल

$$F = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \qquad (1)$$

तथा $F_1 = \frac{Gm_1m_2}{r_1^2}$

परंतु $r_1 = \frac{r}{2}$

$$F_1 = \frac{Gm_1m_2}{(r/2)^2}$$

$$F_1 = 4\frac{Gm_1m_2}{r^2} \qquad (2)$$

समीकरण (1) व (2) से $F_1 = 4F$ अर्थात् पिण्डों के बीच लगने वाला बल चार गुना हो जाएगा।

इन प्रश्नों के उत्तर स्वयं खोजिए

- पृथ्वी तथा उसकी सतह पर रखी किसी वस्तु के मध्य लगने वाले गुरुत्वाकर्षण बल का परिमाण ज्ञात करने का सूत्र लिखिये।
- दो पिण्ड के मध्य लगने वाला गुरुत्वाकर्षण बल उनके मध्य की दूरी के अनुसार किस प्रकार बदलता है?
- G का S.I. पद्धति में मात्रक लिखिए।
- यदि दो पिण्डों के मध्य दूरी को i) दो गुना कर दिया जाये, ii) आधी कर दी जाये तो दोनों स्थितियों में उनके मध्य गुरुत्वकर्षण बल की गणना कीजिए।

स्मरणीय बिन्दु

- गुरुत्वाकर्षण के नियम के अनुसार किन्हीं दो पिण्डों के बीच आकर्षण बल उन दोनों के द्रव्यमानों के गुणनफल के अनुक्रमानुपाती तथा उनके बीच की दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है।
- गुरुत्वाकर्षण एक क्षीण बल है जब तक कि बहुत अधिक द्रव्यमान वाले पिण्ड सम्बद्ध न हो।
- पृथ्वी द्वारा लगाए जाने वाले गुरुत्वाकर्षण बल को ही गुरुत्वीय बल कहते हैं।
- गुरुत्वीय बल, पृथ्वी तल से ऊँचाई बढ़ने पर कम होता है।
- गुरुत्वीय त्वरण का मान पृथ्वी के विभिन्न स्थानों पर भिन्न-भिन्न होता है। यह ऊँचाई व गहराई के साथ कम होता है।
- किसी वस्तु का भार, वह बल है जिससे पृथ्वी उसे अपनी ओर आकर्षित करती है।
- यदि किसी वस्तु को ऊँचाई से स्वतंत्रतापूर्वक गिराया जाता है तो उसके वेग में प्रति सेकण्ड 9.8 ms^{-1} की वृद्धि होती है। अर्थात उसमे 9.8ms^{-2} का त्वरण उत्पन्न हो जाता है। इसे धनात्मक चिन्ह के साथ +g लिखा जाता है।
- यदि पिण्ड को किसी ऊँचाई से गिराया जाता है तो प्रारम्भिक वेग को u = o लिखा जाता है।
- यदि पिण्ड को पृथ्वी सतह से ऊपर ऊर्ध्वाधर उछाला जाता है तो अंतिम बिन्दु (जहाँ तक पिण्ड जाता है) पर अंतिम वेग को v = o लिखा जाता है।

अभ्यास

अतिलघु उत्तरीय प्रश्न

प्रश्न 1. न्यूटन के गुरुत्वाकर्षण नियम का गणितीय सूत्र लिखिए।

प्रश्न 2. गुरुत्वीय त्वरण का S.I. पद्धति में मात्रक लिखिये।

प्रश्न 3. g और G में संबंध का सूत्र लिखिए।

प्रश्न 4. G का मात्रक लिखिये।

प्रश्न 5. 49 N भार वाले पिण्ड का द्रव्यमान कितना होगा?

लघुउत्तरीय प्रश्न

प्रश्न 1. पृथ्वी तथा उसकी सतह पर रखी किसी वस्तु के मध्य लगने वाले गुरुत्वाकर्षण बल का परिमाण ज्ञात करने का सूत्र लिखिए।

प्रश्न 2. गुरुत्वीय त्वरण से आप क्या समझते हैं?

प्रश्न 3. किसी वस्तु के द्रव्यमान एवम् भार में क्या अंतर है?

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

प्रश्न 1. सभी वस्तुओं पर लगने वाला गुरुत्वीय बल उनके द्रव्यमान के समानुपाती होता है। फिर भी एक भारी वस्तु हल्की वस्तु की तुलना में तेजी से क्यों नहीं गिरती?

प्रश्न 2. यदि चंद्रमा पृथ्वी को आकर्षित करता है, तो पृथ्वी चंद्रमा की ओर गति क्यों नहीं करती?

संख्यात्मक प्रश्न

प्रश्न 1. यदि एक वस्तु जिसका द्रव्यमान 1 kg है। उसे पृथ्वी की सतह पर रखा गया है। पृथ्वी द्वारा उस वस्तु पर लगाये गये गुरुत्वीय बल की गणना कीजिए। पृथ्वी का द्रव्यमान 6×10^{24}kg, पृथ्वी की त्रिज्या 6.4×10^{6} m तथा $G = 6.67 \times 10^{-11} Nm^2 kg^{-2}$ (उत्तर- **9.77 N**)

प्रश्न 2. दो पिण्डों के मध्य गुरुत्वाकर्षण बल की गणना कीजिए यदि –

i) एक पिण्ड का द्रव्यमान दुगुना कर दिया जाए। ii) दोनों पिण्डों के मध्य दूरी दुगुनी कर दी जाए।

iii) दोनों पिण्डों के द्रव्यमान दुगुने कर दिये जाऐं। (उत्तर- **i) 2 F ii) F/4 iii) 4F)**

प्रश्न 3. एक पिण्ड को एक टावर से गिराया जाता है। यदि वह 20 m नीचे की ओर आता है तो उसका वेग कितना होगा? ($g = 10\ ms^{-2}$) (उत्तर-**20 ms^{-1})**

प्रश्न 4. एक गेंद को ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर उछाला जाता है। वह 100 m की ऊँचाई तक जाती है। गेंद का प्रारम्भिक वेग ज्ञात कीजिए। ($g = 10\ ms^{-2}$) (उत्तर-**44.7 ms^{-1}**

प्रश्न 5. एक व्यक्ति जिसका द्रव्यमान 60 kg है। उसका चन्द्रमा तथा पृथ्वी पर भार ज्ञात कीजिए? ($g = 10ms^{-2}$) तथा ($g_m = g/6$) (उत्तर-**(i) 100 N (ii) 600 N)**

प्रोजेक्ट

अंतरिक्ष में जाने वाले भारतीय विज्ञानियों को सूचीबद्ध करिये एवं किसी एक का जीवन परिचय दिजिए।