अध्याय 12 ठोस आकारों का चित्रण

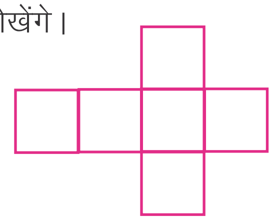
12.1 कक्षा 6 में हमने ठोस आकारों के बारे में पढ़ा है हमने पढ़ा है कि ठोस आकारों को त्रिविमीय आकार कहते हैं क्योंकि इसमें लम्बाई एवं चौड़ाई के अतिरिक्त ऊँचाई अथवा गहराई भी होती है।

घन, घनाभ, बेलन, शंकु एवं गोला त्रिविमीय आकृतियाँ है जबकि वर्ग, आयत, वृत्त आदि द्विविमीय आकृतियाँ है।

हमने यह पढ़ा है कि त्रिविमीय आकारों के फलक, किनारे एवं शीर्ष होते हैं कुछ आकारों के पृष्ठ समतल कुछ के वक्राकार एवं कुछ आकारों में दोनों प्रकार के पृष्ठ होते हैं।

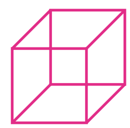
इस अध्याय में हम ठोस आकारों का समतल पर चित्रण करना सीखेंगे।

12.2 द्विविमीय एवं त्रिविमीय की पहचान

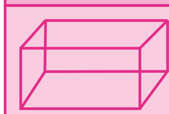
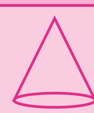
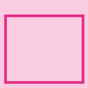
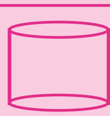
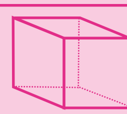


रेखा ने एक आयताकार पतले कागज को वर्गाकार जाल में इस तरह काटा। यह एक द्विविमीय जाल है। इसमें छः फलक है।

इस द्विविमीय जाल को मोड़कर छः फलकों से एक घन बनाया गया।



यह एक घन है जो त्रिविमीय आकृति है। इसमें लम्बाई, चौड़ाई के साथ ऊँचाई भी शामिल है। आप भी द्विविमीय एवं त्रिविमीय आकृतियों पर चर्चा करें। दी गई आकृतियों का उदाहरण के आधार पर मिलान कीजिए।

आकृति	आकृति के प्रकार	आकृति के नाम	आकृति	आकृति के प्रकार	आकृति के नाम
	द्विविमीय	त्रिभुज		द्विविमीय	वृत्त
	त्रिविमीय	बेलन		त्रिविमीय	शंकु
	द्विविमीय	घनाभ		त्रिविमीय	गोला
	त्रिविमीय	वर्ग		त्रिविमीय	घन

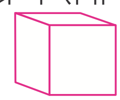
द्विविमीय आकृतियों को समतल आकृतियाँ या 2D आकृतियाँ तथा त्रिविमीय आकृतियों को ठोस आकार या 3D आकृतियाँ भी कहते हैं।

12.3 3-D आकारों का 2-D में निरुपण

जब ठोस आकारों को एक कागज (समतल) पर खींचा जाता है तो प्रतिबिम्बों को कुछ तिरछा (टेढ़ा) कर दिया जाता है ताकि वे त्रिविमीय दिखाई दें।

नीचे 3-D आकृतियों को समतल धरातल (कागज) पर बनाने की दो तकनीकों के बारे में बताया गया है।

दिए गए घन के चित्र को देखिए। सामने से देखने पर यह घन जैसा ही प्रतीत होता है जबकि वास्तव में इसके सभी तल देखा जाना संभव नहीं है। खींचे गये चित्र में सभी लम्बाइयाँ बराबर नहीं है जबकि एक घन में ये बराबर होनी चाहिए। फिर भी हम पहचान कर लेते है कि यह एक घन है।



करो और सीखो

1. नीचे कुछ कथन एवं आकारों के चित्र दिए गए हैं। प्रत्येक आकार के लिए कौनसा कथन सत्य है लिखिए

(i) मेरे छः आयताकार फलक हैं।
(ii) मेरा एक ही पृष्ठ होता है और वह भी वक्राकार है।
(iii) मेरे सभी फलक वर्गाकार हैं।
(iv) मेरा एक फलक वक्राकार एवं दो फलक समतल है।
(v) मेरा एक फलक वक्राकार एवं एक फलक समतल है।

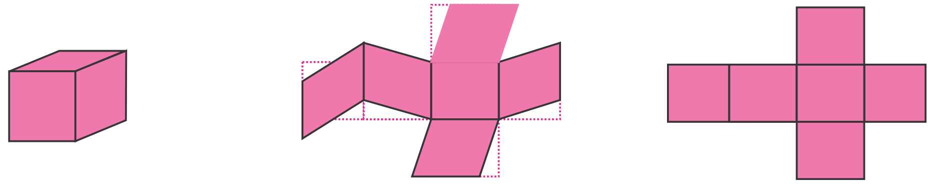
2. सारणी भरिए।

क्र.सं.	आकृति	पृष्ठ की संख्या	पृष्ठों का प्रकार	
			समतल	वक्र
1.	घन			
2.	घनाभ			
3.	बेलन	3	समतल–2	वक्र – 1
4.	शंकु			
5.	गोला			

12.3.1 त्रिविमीय आकारों का समतल पर निरुपण

अदिति अपने दोस्त को जन्मदिन पर उपहार दे रही है। वह गिफ्ट पैक करना चाहती है इसके लिए एक घनाभाकार गत्ते का डिब्बा बनाना है पर वह देखना चाहती है कि एक चोकोर डिब्बा बना कैसे होता है इसके लिए वह एक चाय पत्ती का डिब्बा काटकर खोल देती है।

अब वह इसे कार्ड शीट पर बनाकर काटकर डिब्बा बना लेती है।



चाय पत्ती का बंद डिब्बा — चाय पत्ती के डिब्बे का जाल

इसी प्रकार वह जन्मदिन की टोपियाँ बनाने के लिए भी कार्डशीट पर जाल बनाती है। कैंची से काटकर टोपियाँ बनाती है।

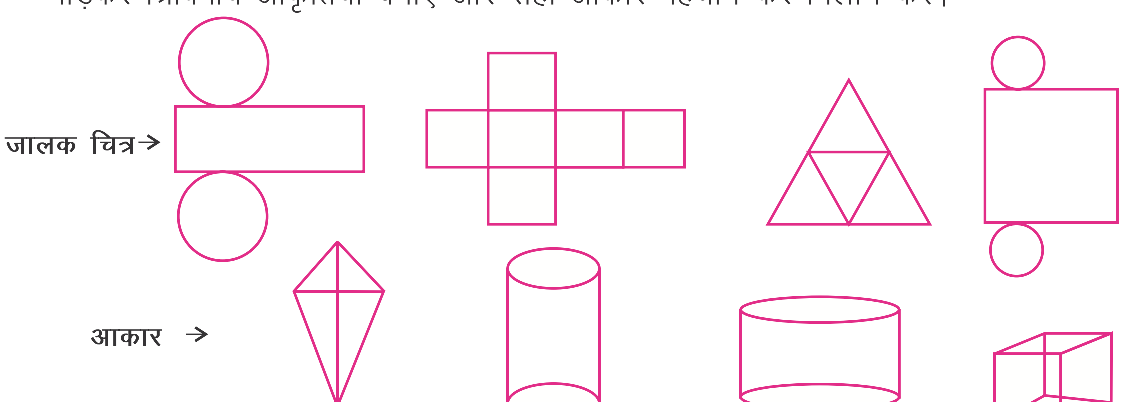
करो और सीखो

(1) इसी प्रकार के जालक आप भी काटें एवं चोकोर डिब्बे बनाएँ।

(2) एक बेलनाकार डिब्बा बनाने के लिए जालक बनाएँ।

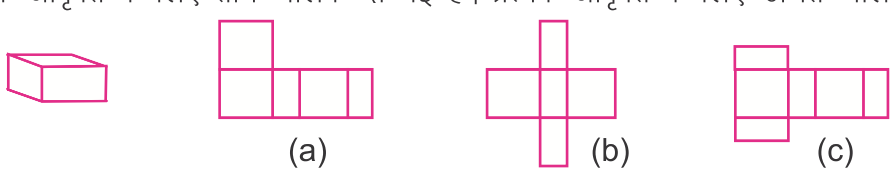
प्रश्नावली 12.1

1. नीचे कुछ ठोस आकारों के जालक दिए जा रहे हैं। उन्हें मोटे कागज पर बनाएँ उचित स्थान से मोड़कर त्रिविमीय आकृतियाँ बनाएँ और सही आकार पहचान कर मिलान करें।

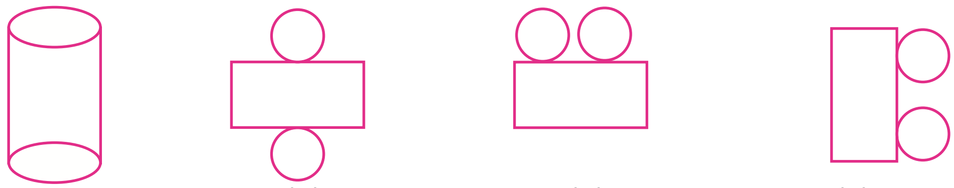


2. यहाँ प्रत्येक आकृति के लिए तीन जालक दी गई है। प्रत्येक आकृति के लिए उचित जालक चुनिए।

आकृति (i)



आकृति (ii)



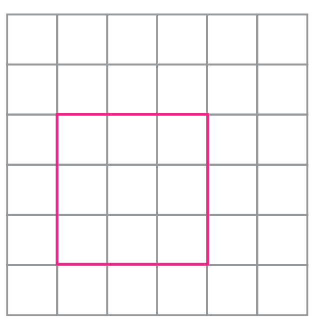
(a) (b) (c)

3. खेलने का पासा एक घन है। जिसके प्रत्येक फलक पर बिन्दु बने होते हैं पासे के विपरीत पृष्ठों पर बने बिंदुओं का योग 7 होता है। नीचे पासे के दो जालक दिए गए हैं। रिक्त पृष्ठों पर उचित संख्या में बिन्दु बनाइए।

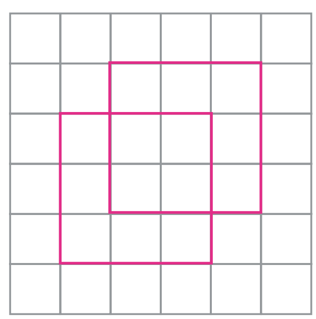
12.3.2 तिर्यक या तिरछा नक्शा (ग्रिड पेपर तकनीक)

ऐसा नक्शा (चित्र) हम कैसे बना सकते हैं आओ यह बनाने की तकनीक सीखते हैं। इसके लिए हमें एक वर्गीकृत कागज (ग्रिड पेपर) की आवश्यकता होगी।

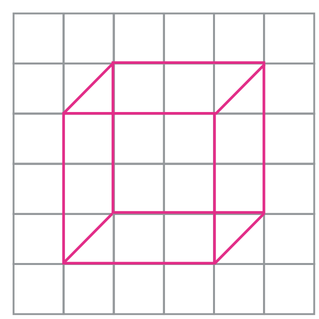
आइए हम 3 x 3 x 3 के एक घन (एक ऐसा घन जिसका प्रत्येक किनारा 3 इकाई है) का तिर्यक चित्र बनाने का प्रयत्न करते हैं।



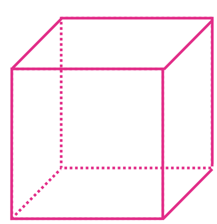
चरण – 1
सर्वप्रथम सामने का फलक खींचते है।



चरण – 2
सामने के फलक का सम्मुख फलक एक खाना खिसकाकर खींचते है। दोनों फलकों के माप बराबर होने चाहिए।



चरण – 3
संगत कोनों को मिलाते हैं।

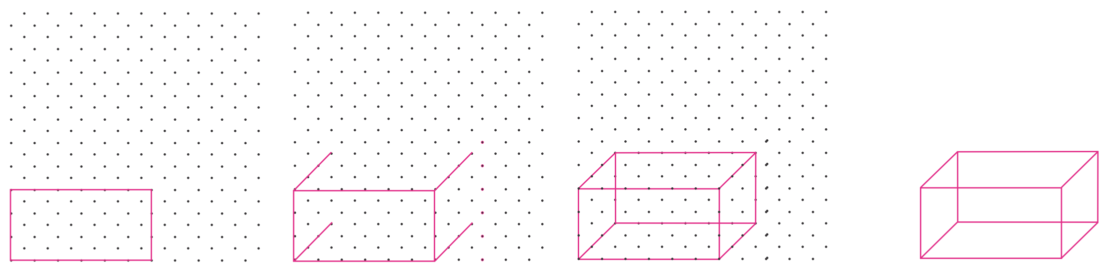


चरण – 4
सादे कागज पर यह चित्र बनाने के लिए पार्श्व किनारों को बिन्दु रेखाओं का प्रयोग करते हुए खींचते हैं।

12.3.3 समदूरीक चित्र (आइसो मैट्रिक शीट तकनीक)

क्या आप आइसोमैट्रिक शीट के बारे में जानते हैं यह शीट एक ऐसा कागज होती है जो बिंदु रेखाओं से बने छोटे समबाहु त्रिभुजों में बँटा होता है। इस शीट में एक पंक्ति बिन्दु सामने के तल को तथा अगली पंक्ति के बिन्दु पार्श्वतल को दर्शाने में प्रयुक्त होते है। ताकि त्रिविमीय वस्तु की ऊँचाई या गहराई का आभास हो सके। ऐसी ही एक शीट इस पाठ्य पुस्तक के अंत में दी गई है।

आइए हम 7 x 4 x 4 नाप के एक घनाभ (ऐसा घनाभ जिसकी लम्बाई 7 इकाई, चौड़ाई 4 इकाई तथा ऊँचाई या गहराई 4 इकाई हो) को आइसोमैट्रिक शीट पर बनाने का प्रयास करे।



चरण – 1 सामने वाला फलक दर्शाने के लिए 7 x 4 के माप का एक आयत खींचिए।

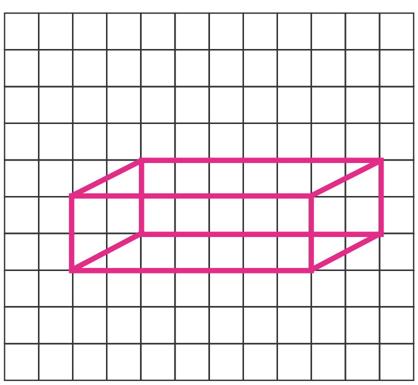
चरण – 2 आयत के चारों कोनों से 4 इकाई माप के चार रेखाखण्ड खींचिए।

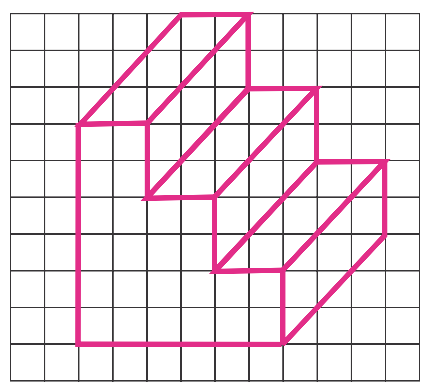
चरण – 3 सुमेलित कोनों को उपयुक्त रेखाखंड़ों से मिलाइए।

चरण – 4 यह घनाभ का एक समदूरीक चित्र है।

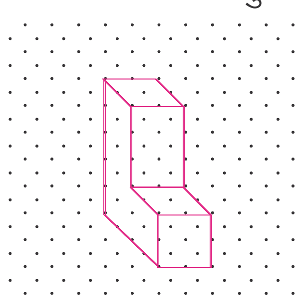
प्रश्नावली 12.2

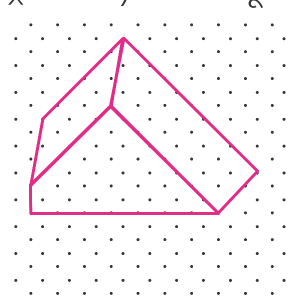
1. निम्न बिन्दु रेखा समदूरिक आकारों का तिर्यक चित्र (ग्रिड पेपर पर) खींचिए।





2. निम्न तिर्यक चित्रों के बिंदु रेखा कागज (आइसोमैट्रिक शीट) पर समदूरिक चित्र खींचिए।





3. किसी घनाभ की विमाएँ 5 सेमी, 3 सेमी तथा 2 सेमी है। इस घनाभ के तीन भिन्न –भिन्न समदूरीक चित्र बनाइए।

गतिविधि 1 स्लाइसिंग (टुकड़े करना) का खेल –

नीचे दिए गए डबलरोटी के चित्र को देखिए यह घनाभ के आकार की है। किन्तु इसका तल वर्गाकार है। जब इसे चाकू द्वारा चित्रानुसार उर्ध्वाधर काटा जाता है तो अनेक टुकड़े प्राप्त होते है तथा प्रत्येक टुकड़े का फलक वर्गाकार होता है। इस वर्गाकार फलक को डबल रोटी की एक अनुप्रस्थ काट कहते है।

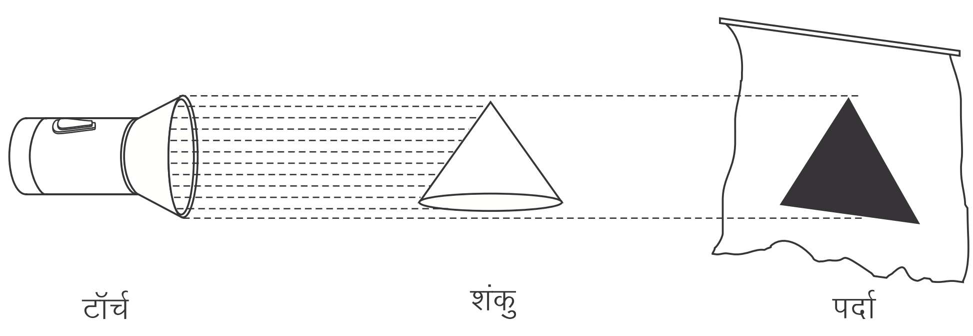
यदि डबल रोटी को क्षैतिज तल के अनुदिश काटा जाता है तो एक अलग प्रकार का अनुप्रस्थ खण्ड प्राप्त होता है। इस बारे में सोचिए।

इसी प्रकार रसोईघर में भी सब्जियों को काटते समय उनके कटे हुए टुकड़ों को ध्यान से देखिए एवं उनके अनुप्रस्थ खण्डों के बारे में विचार कीजिए।

गतिविधि 2 परछाई का खेल

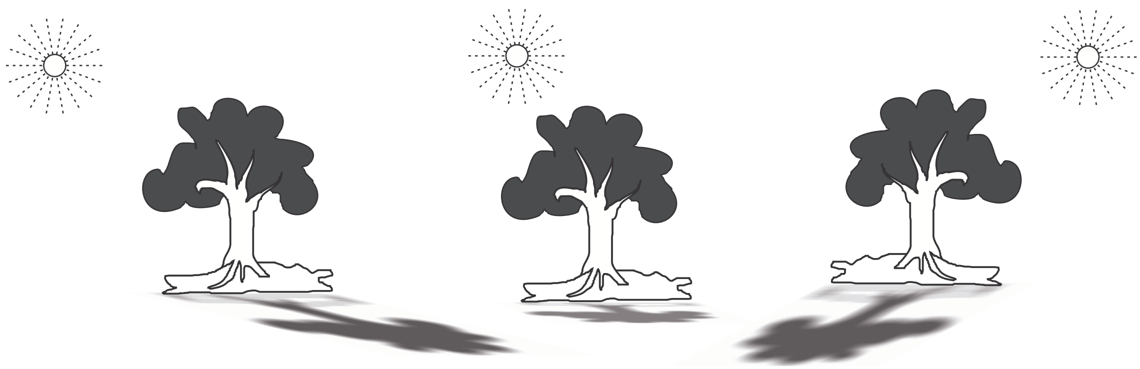
(त्रिआयामी आकारों का छाया चित्रण) त्रिविमीय वस्तुएँ द्विविमीय आकृतियों में कैसी दिखाई पड़ती है, इसे एक दूसरे तरीके (परछाई) द्वारा भी देखा जा सकता है। यह एक प्रकार का मनोरंजन है जहाँ ठोस वस्तुओं को किसी प्रकाशमय स्त्रोत के सामने रखकर उनके गतिमान प्रतिबिम्बों के भ्रम उत्पन्न किए जाते है।

इसी प्रयोग को समझने के लिए एक ओवरहेड प्रोजेक्टर या टॉर्च व भिन्न –भिन्न आकारों की ठोस वस्तुओं की आवश्यकता होती है। चित्रानुसार ठोस को रखकर उस पर टॉर्च का प्रकाश डालिए।



पर्दे पर किस प्रकार का प्रतिबिम्ब दिखाई देता है ? यदि शंकु के स्थान पर घन रखा जाएगा तो परछाई कैसी प्राप्त होगी ?

प्रकाश के स्त्रोत को विभिन्न स्थितियों में रखकर व ठोस वस्तु की स्थिति बदलकर प्रयोग को दोहराइए। प्राप्त परछाई की आकृति और आकार पर पड़ने वाले प्रभाव का अध्ययन कीजिए। आप भी परिवेश में उपलब्ध पेड़ों, भवनों आदि की प्रातःकाल, दोपहर (जब सूर्य ठीक उपर हो) तथा सायंकाल को बनने वाली परछाईयों का अवलोकन कर विभिन्न आकारों व आकृतियों का अध्ययन कीजिए।

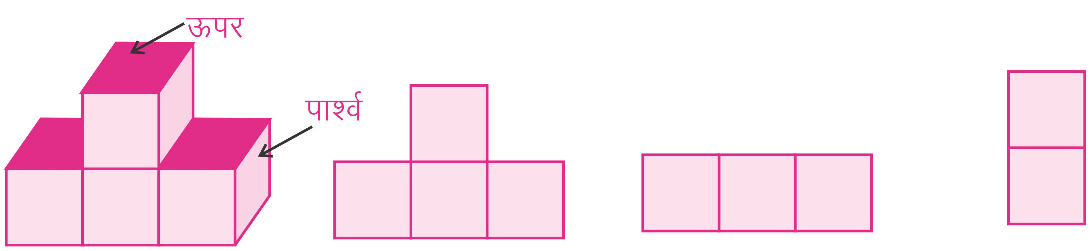


12.4 ठोस आकारों को विभिन्न कोणों से देखना (सामने, पार्श्व एवं उपर से दृश्य)

किसी वस्तु (ठोस आकार) को उसके सामने, दाईं ओर से या उसके ऊपर से देखने पर प्रत्येक बार एक भिन्न दृश्य दिखाई देता है।

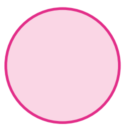
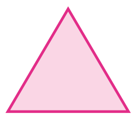
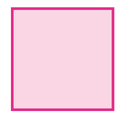
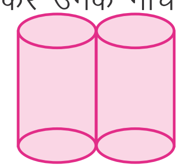
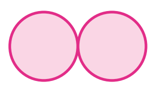
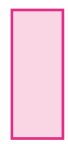
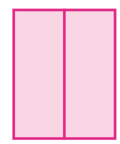
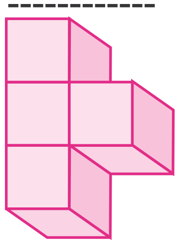
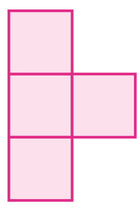
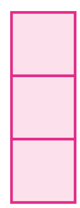
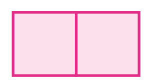
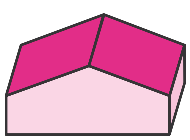
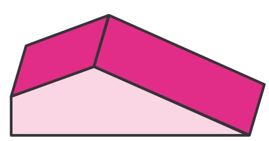
सामने का दृश्य पार्श्व का दृश्य ऊपर का दृश्य

इसी प्रकार निम्न आकृति को देखकर उसके सामने के, ऊपर के तथा पार्श्व दृश्य पर विचार कीजिए।



सामने सामने ऊपर पार्श्व

प्रश्नावली 12.3

1. निम्न ठोसों को उर्ध्वाधर तथा क्षैतिज रुप से काटने पर किस प्रकार की अनुप्रस्थ काट प्राप्त होती है ?
   (i) एक पासा (ii) एक ईंट (iii) एक बेलनाकार लकड़ी का गट्टा
   (iv) एक गोल सेब (v) एक आइसक्रीम शंकु।
2. किसी ओवरहेड प्रोजेक्टर के बल्ब के नीचे कुछ ठोस को रखकर निम्न प्रकार के छाया चित्र प्राप्त किए गए हैं। छाया चित्रों को देखकर संभावित ठोसों के नाम लिखिए।
   (i)  (ii)  (iii) (iv) 
3. नीचे दिए गए आकारों के सामने (फ्रंट), पार्श्व(साइड) तथा ऊपर (टॉप) के दृश्य दिए गए हैं, इन्हें पहचान कर उनके नीचे लिखिए।
   (i)    
   ------------ ------------ ------------ ------------
   (ii)    
   ------------ ------------ ------------ ------------
4. नीचे दिए गए ठोसों को सामने से, पार्श्व से तथा ऊपर से देखने पर बनने वाले दृश्यों को खींचिए।
   (i)  (ii) 
5. दिए गए कथनों की जाँच कर सत्य/असत्य बताइए।

(1) खीरा (ककड़ी) को उर्ध्वाधर काटने पर प्राप्त होने वाली अनुप्रस्थ काट लगभग वृताकार होती है।
(2) एक शंक्वाकार टेन्ट के ठीक ऊपर सूर्य के चमकने पर बनने वाली टेन्ट की छाया त्रिभुजाकार होती है।
(3) किसी घनाकार बॉक्स के सामने, पार्श्व तथा ऊपर से देखने पर समान दृश्य दिखाई देते हैं।

हमने सीखा

1. समतल आकृतियों की दो विमाएँ (2D) होती है। तथा ठोस आकारों की तीन विमाएँ (3D) होती है।
2. ठोस आकार के कोने उसके शीर्ष, उसके ढाँचें के रेखाखण्ड उसके किनारे (या कोर) तथा उसके सपाट पृष्ठ उसके फलक कहलाते है।
3. ठोस का एक जाल दो विमाओं में एक ऐसा ढाँचा (या रूपरेखा) है, जिसे मोड़कर वह ठोस प्राप्त हो जाता है। एक ही ठोस के अनेक प्रकार के जाल हो सकते है।
4. ठोस आकारों को समतल पृष्ठों (जैसे कागज, फर्श, ब्लेक बोर्ड) पर खीचा जा सकता है, इसे हम 3-D ठोस का 2-D निरूपण कहते है।
5. एक ठोस के दो प्रकार से 2-D निरूपण सम्भव है –
   (i) ग्रिड पेपर पर (ii) एक समदूरस्थ चित्र (आइसोमेट्रिक शीट पर)
6. एक ठोस के विभिन्न भागों को अनेक विधियों से देखा जा सकता है।
   (i) एक विधि यह है कि दिए हुए आकार को काट लिया जाए। इससे हमें ठोस की एक अनुप्रस्थ काट प्राप्त हो जाती है।
   (ii) एक अन्य विधि यह है कि 3-D आकार की एक 2-D छाया देखी जाए।
   (iii) तीसरी विधि यह है कि ठोस आकार को विभिन्न कोणों से देखा जाए। देखे गए आकार के सामने का दृश्य, पार्श्व दृश्य और ऊपर का दृश्य हम उस आकार के बारे में बहुत अधिक जानकारी प्रदान कर सकते है।