1. **$2.0\ s^{-1}$ આવૃત્તિ અને 5.0 cm ના કંપવિસ્તારથી ઉપર-નીચે દોલન પામતા વજનરહિત પ્લૅટફૉર્મ પર 50 kg દળનો માણસ ઊભો છે. પ્લૅટફૉર્મ પરનું વજન માપવાનું મશીન સમય સાથે માણસનું વજન માપે છે, તો**
   (a) દોલન દરમિયાન માણસના વજનમાં કોઈ ફેરફાર થશે ?
   (b) જો વિભાગ (a) નો જવાબ હા હોય, તો મશીનની કઈ પરિસ્થિતિમાં વજન મહત્તમ અને લઘુતમ હશે ?

➠ અહીં દોલનો આવર્તીય હોવાથી પ્રવેગ બદલાય છે. માણસના વજનનો આધાર ઉપર-નીચેની ગતિમાં પ્રવેગની દિશા અને મૂલ્ય પર છે.

∴ (a) તેથી દોલનો દરમિયાન માણસનું વજન બદલાશે.

(b) પ્લૅટફૉર્મની બે અંત્યબિંદુની સ્થિતિ વિચારો કે જ્યાં મહત્તમ પ્રવેગ હોય છે.

ઉપરના અંત્યબિંદુએ પ્લૅટફૉર્મ પરનો પ્રવેગ નીચે તરફ હોય છે.

∴ ગતિના સમીકરણ પરથી,

$N = mg - ma$

$N = mg - m\omega^2 A$

$\therefore N = m[g - \omega^2 A]$

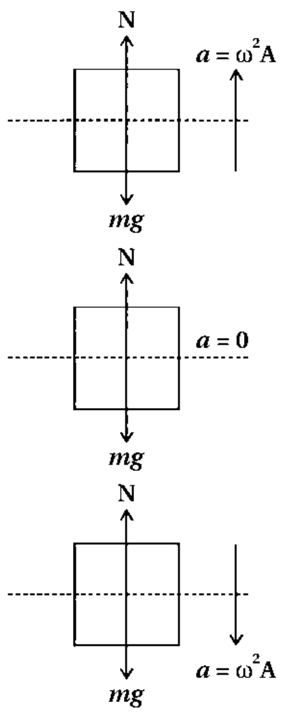
$= 50[9.8 - 4\pi^2 \nu^2 A]$

$= 50[9.8 - 4 \times (3.14)^2 \times 4 \times 5 \times 10^{-2}]$

$= 50[9.8 - 7.88]$

$= 50\ [1.92]$

વજન $= 96$ N



➠ અહીં દોલનો આવર્તીય હોવાથી પ્રવેગ બદલાય છે. માણસના વજનનો આધાર ઉપર-નીચેની ગતિમાં પ્રવેગની દિશા અને મૂલ્ય પર છે.

∴ (a) તેથી દોલનો દરમિયાન માણસનું વજન બદલાશે.

(b) પ્લૅટફૉર્મની બે અંત્યબિંદુની સ્થિતિ વિચારો કે જ્યાં મહત્તમ પ્રવેગ હોય છે.

ઉપરના અંત્યબિંદુએ પ્લૅટફૉર્મ પરનો પ્રવેગ નીચે તરફ હોય છે.

∴ ગતિના સમીકરણ પરથી,

$N = mg - ma$

$N = mg - m\omega^2 A$

$\therefore N = m[g - \omega^2 A]$

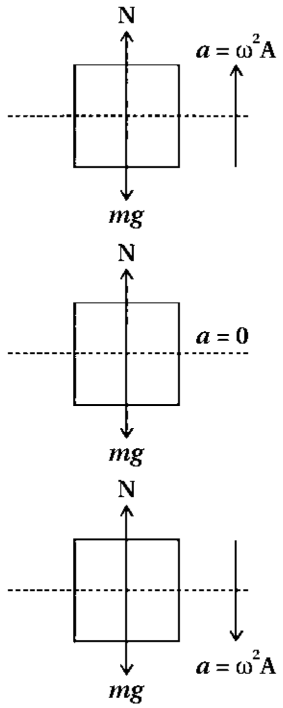
$= 50[9.8 - 4\pi^2\nu^2 A]$

$= 50[9.8 - 4 \times (3.14)^2 \times 4 \times 5 \times 10^{-2}]$

$= 50[9.8 - 7.88]$

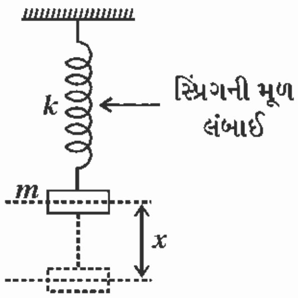
$= 50\,[1.92]$

વજન $= 96$ N



2. **એક દૃઢ આધાર સાથે શિરોલંબ એક છેડેથી એક દળરહિત સ્પ્રિંગના છેડે m દળનો પદાર્થ જોડેલો છે. પદાર્થને હાથ પર રાખેલ છે તેથી સ્પ્રિંગ સંકોચાશે નહીં તેમજ પ્રસરશે પણ નહીં. એકાએક હાથનો આધાર દૂર કરવામાં આવે છે. જ્યારે હાથનો આધાર લઈ લેવામાં આવે છે તે સ્થાનથી લટકાવેલ દળના દોલનનું સૌથી નીચેનું સ્થાન 4 cm નીચે મળે છે.**
(a) દોલનનો કંપવિસ્તાર કેટલો ?
(b) દોલનની આવૃત્તિ શોધો.

➠ (a) જ્યારે હાથનો આધાર દૂર કરવામાં આવે ત્યારે m દળનો પદાર્થ મધ્યમાન સ્થાનની આસપાસ દોલનો કરશે.



➠ ધારો કે પદાર્થ નીચેના અંત્યબિંદુએ આવે ત્યારે સ્પ્રિંગની લંબાઈમાં મહત્તમ વધારો x છે.

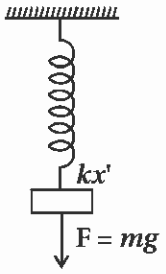
∴ પદાર્થની સ્થિતિઊર્જામાં ઘટાડો $= mgx$

➠ સ્પ્રિંગની સ્થિતિસ્થાપકીય સ્થિતિઊર્જામાં વધારો $= \frac{1}{2}kx^2$

હવે યાંત્રિકઊર્જાનું સંરક્ષણ થાય છે.

$\therefore mgx = \frac{1}{2}kx^2$

$\therefore x = \frac{2mg}{k}$ ... (1)



➠ જ્યારે સ્પ્રિંગના છેડે લટકાવેલ બૉલ પર નીચે અને ઉપરના બળો સમાન થાય તે સ્થાન દોલકનું મધ્યમાન સ્થાન બને. ધારો કે હાથનો આધાર લઈ લેતાં સ્પ્રિંગની લંબાઈમાં x' નો વધારો થતાં તેના પરનું પરિણામી બળ શૂન્ય થાય છે.

$\therefore$ F = + kx'

$\therefore$ $mg = kx'$

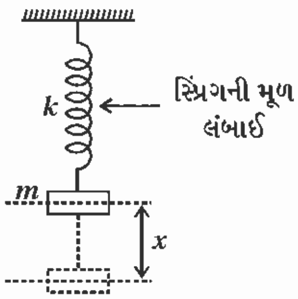
$\therefore$ $x' = \frac{mg}{k}$ ... (2)

સમીકરણ (1) અને (2) નો ગુણોત્તર લેતાં,

$\frac{x}{x'} = 2$

$\therefore$ $x = 2x'$

➠ (a) જ્યારે હાથનો આધાર દૂર કરવામાં આવે ત્યારે m દળનો પદાર્થ મધ્યમાન સ્થાનની આસપાસ દોલનો કરશે.



➠ ધારો કે પદાર્થ નીચેના અંત્યબિંદુએ આવે ત્યારે સ્પ્રિંગની લંબાઈમાં મહત્તમ વધારો x છે.

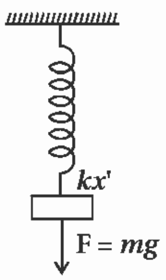
$\therefore$ પદાર્થની સ્થિતિઊર્જામાં ઘટાડો = mgx

➠ સ્પ્રિંગની સ્થિતિસ્થાપકીય સ્થિતિઊર્જામાં વધારો = $\frac{1}{2}kx^2$

હવે યાંત્રિકઊર્જાનું સંરક્ષણ થાય છે.

$\therefore$ $mgx = \frac{1}{2}kx^2$

$\therefore$ $x = \frac{2mg}{k}$ ... (1)



➠ જ્યારે સ્પ્રિંગના છેડે લટકાવેલ બૉલ પર નીચે અને ઉપરના બળો સમાન થાય તે સ્થાન દોલકનું મધ્યમાન સ્થાન બને. ધારો કે હાથનો આધાર લઈ લેતાં સ્પ્રિંગની લંબાઈમાં x' નો વધારો થતાં તેના પરનું પરિણામી બળ શૂન્ય થાય છે.

$\therefore$ F = + kx'

$\therefore$ $mg = kx'$

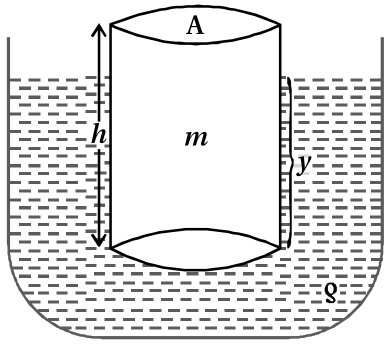
$\therefore$ $x' = \frac{mg}{k}$ ... (2)

સમીકરણ (1) અને (2) નો ગુણોત્તર લેતાં,

$\frac{x}{x'} = 2$

$\therefore\ x = 2x'$

3. ***h* ઊંચાઈ અને આડછેદના ક્ષેત્રફળ A ધરાવતો એક લાકડાનો નળાકાર પાણીમાં તરે છે. તેને સહેજ દબાવીને છોડી દેતાં તે $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{A\varrho g}}$ ના આવર્તકાળથી સ.આ.ગ. કરે છે તેમ દર્શાવો. જ્યાં *m* નળાકારનું દળ અને પાણીની (પ્રવાહીની) ઘનતા ϱ છે.**



➠ ધારો કે, નળાકારને *y* જેટલો દબાવતાં તે *y*A કદનું વધારે પાણી વિસ્થાપિત કરશે. આ વિસ્થાપિત થતાં પાણીનું દળ,

$M = V\varrho$

$= yA\varrho$ $[\therefore y \times A = \text{કદ } V]$

$\therefore$ વિસ્થાપિત થયેલા પાણી દ્વારા નળાકાર પર ઉત્પ્લાવક બળ = વિસ્થાપિત થયેલાં પાણીનું વજન

$\therefore F = -Mg$ (વજનબળ અને ઉત્પ્લાવક બળ

$= -yA\varrho g$ વિરુદ્ધ દિશામાં હોય)

$\therefore F = -(A\varrho g)y$

$\therefore F \propto -y$

જ્યાં $A\varrho g = k$ અચળ

આમ, નળાકાર પર લાગતું બળ સ્થાનાંતરના સમપ્રમાણમાં અને સ્થાનાંતરની વિરુદ્ધ દિશામાં હોવાથી નળાકારની ગતિ સ.આ.ગ. છે.

હવે સ.આ.ગ. કરતાં કણનો આવર્તકાળ,

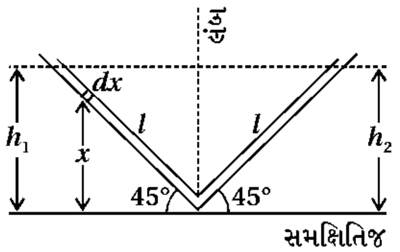
$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

પણ $k = A\varrho g$ મૂકતાં,

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{A\varrho g}}$ સાબિત થાય.

4. **પારો ભરેલી V-ટ્યૂબનો એક છેડો શોષક પંપ સાથે જોડેલો છે અને બીજો છેડો વાતાવરણમાં છે. આ ટ્યૂબની બંને બાજુઓ દરેક સમક્ષિતિજ સાથે 45° નો ખૂણો બનાવે છે. જ્યારે શોષક પંપ દૂર કરવામાં આવે ત્યારે બંને બાજુઓમાં નાનું દબાણ તફાવત ઉત્પન્ન થાય છે, તો V-ટ્યૂબમાંનો પારાનો સ્તંભ સ.આ.ગ. કરશે ? કેશાકર્ષણ અને શ્યાનતા બળોને અવગણો. દોલનનો આવર્તકાળ શોધો.**

➠ આકૃતિ નીચે મુજબ દર્શાવેલ છે.



➠ ધારો કે, સમક્ષિતિજ રેખાથી *x* ઊંચાઈએ ડાબી બાજુની ટ્યૂબમાં *dx* લંબાઈનો પ્રવાહીનો સૂક્ષ્મ સ્તંભ છે.

➠ *dx* ખંડના લીધે સ્થિતિઊર્જા,

$d(PE) = dmgx$ $[PE = mgh \text{ પરથી}]$

$= \varrho Vgx$ $[\because m = \varrho V \text{ અને } V = Adx]$

$= \varrho Adxgx$

$= \varrho Agxdx$

∴ ડાબા સ્તંભમાં રહેલા પ્રવાહીની કુલ સ્થિતિઊર્જા,

$$\text{P.E.} = \int_0^{h_1} A\rho gx dx$$

$$= A\rho g \int_0^{h_1} x\, dx$$

$$= A\rho g \left[\frac{x^2}{2}\right]_0^{h_1} = \frac{A\rho g h_1^2}{2}$$

પણ આકૃતિ પરથી, $h_1 = l \sin 45^\circ = \frac{l}{\sqrt{2}}$

$$\therefore\ \text{P.E.} = \frac{A\rho g l^2}{4}$$

આ જ રીતે, જમણા સ્તંભમાંના પ્રવાહીની કુલ સ્થિતિઊર્જા,

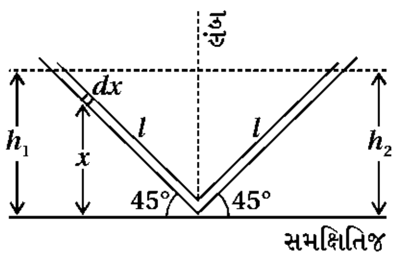
$$\text{P.E.} = \frac{A\rho g l^2}{4}$$

∴ V-ટ્યૂબમાંના પ્રવાહીની કુલ સ્થિતિઊર્જા,

$$\text{P.E.} = \frac{A\rho g l^2}{4} + \frac{A\rho g l^2}{4}$$

પ્રારંભમાં $\text{P.E.} = \frac{A\rho g l^2}{2}$ ... (1)

➠ આકૃતિ નીચે મુજબ દર્શાવેલ છે.



➠ ધારો કે, સમક્ષિતિજ રેખાથી x ઊંચાઈએ ડાબી બાજુની ટ્યૂબમાં dx લંબાઈનો પ્રવાહીનો સૂક્ષ્મ સ્તંભ છે.

➠ dx ખંડના લીધે સ્થિતિઊર્જા,

$d(\text{PE}) = dmgx$ [PE = mgh પરથી]

$= \rho Vgx$ [∵ $m = \rho V$ અને $V = Adx$]

$= \rho Adxgx$

$= \rho Agxdx$

∴ ડાબા સ્તંભમાં રહેલા પ્રવાહીની કુલ સ્થિતિઊર્જા,

$$\text{P.E.} = \int_0^{h_1} A\rho gx dx$$

$$= A\rho g \int_0^{h_1} x\, dx$$

$$= A\rho g \left[\frac{x^2}{2}\right]_0^{h_1} = \frac{A\rho g h_1^2}{2}$$

પણ આકૃતિ પરથી, $h_1 = l \sin 45^\circ = \frac{l}{\sqrt{2}}$

$$\therefore\ \text{P.E.} = \frac{A\rho g l^2}{4}$$

આ જ રીતે, જમણા સ્તંભમાંના પ્રવાહીની કુલ સ્થિતિઊર્જા,

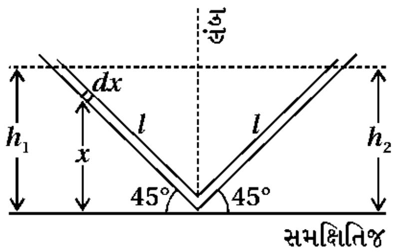
$$\text{P.E.} = \frac{A\rho g l^2}{4}$$

$\therefore$ V-ટ્યૂબમાંના પ્રવાહીની કુલ સ્થિતિઊર્જા,

$$P.E. = \frac{A\rho g l^2}{4} + \frac{A\rho g l^2}{4}$$

પ્રારંભમાં $P.E. = \frac{A\rho g l^2}{2}$ ... (1)

➠ આકૃતિ નીચે મુજબ દર્શાવેલ છે.



➠ ધારો કે, સમક્ષિતિજ રેખાથી x ઊંચાઈએ ડાબી બાજુની ટ્યૂબમાં dx લંબાઈનો પ્રવાહીનો સૂક્ષ્મ સ્તંભ છે.

➠ dx ખંડના લીધે સ્થિતિઊર્જા,

$d(PE) = dmgx$ [$PE = mgh$ પરથી]

$= \rho Vgx$ [$\because m = \rho V$ અને $V = Adx$]

$= \rho A dx g x$

$= \rho A g x dx$

$\therefore$ ડાબા સ્તંભમાં રહેલા પ્રવાહીની કુલ સ્થિતિઊર્જા,

$$P.E. = \int_0^{h_1} A\rho g x dx$$

$$= A\rho g \int_0^{h_1} x\, dx$$

$$= A\rho g \left[\frac{x^2}{2}\right]_0^{h_1} = \frac{A\rho g h_1^2}{2}$$

પણ આકૃતિ પરથી, $h_1 = l \sin 45° = \frac{l}{\sqrt{2}}$

$$\therefore P.E. = \frac{A\rho g l^2}{4}$$

આ જ રીતે, જમણા સ્તંભમાંના પ્રવાહીની કુલ સ્થિતિઊર્જા,

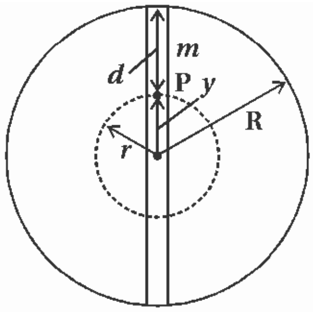
$$P.E. = \frac{A\rho g l^2}{4}$$

$\therefore$ V-ટ્યૂબમાંના પ્રવાહીની કુલ સ્થિતિઊર્જા,

$$P.E. = \frac{A\rho g l^2}{4} + \frac{A\rho g l^2}{4}$$

પ્રારંભમાં $P.E. = \frac{A\rho g l^2}{2}$ ... (1)

5. પૃથ્વીના કેન્દ્રમાંથી પસાર થતી એક ટનલ ખોદવામાં આવેલી છે. આ ટનલના કોઈ એક છેડેથી m દળનો પદાર્થ મુક્ત પતન પામે, તો તે સ.આ.ગ. કરે છે તેમ બતાવો.

➠ 

➠ ધારો કે પૃથ્વીની સપાટીથી d ઊંડાઈએ P બિંદુ પાસે m દળનો પદાર્થ પહોંચે છે અને P બિંદુ પૃથ્વીના કેન્દ્રથી r અંતરે છે. તેથી પૃથ્વીના r અંતરથી બહારના ભાગથી આ m દળવાળા પદાર્થ પર બળ લાગશે નહીં પણ માત્ર r ત્રિજ્યાના પૃથ્વીના દળના લીધે જ બળ લાગશે.

➠ પૃથ્વીની સપાટીથી d ઊંડાઈએ ગુરુત્વપ્રવેગ,

$$g' = g\left(1-\frac{d}{R}\right) = g\left(\frac{R-d}{R}\right)$$

$R - d = y$ લેતાં,

$$g' = \frac{gy}{R}$$

P બિંદુએ m દળના પદાર્થ પર લાગતું બળ, $F = -mg'$ (કેન્દ્ર તરફના બળને ઋણ ગણતાં)

$$F = -\frac{mg}{R}\cdot y \quad \ldots (1)$$

$\therefore F \propto -y$

હવે $ma = -\frac{mg}{R}y$ સમીકરણ (1) પરથી,

$$\therefore a = -\frac{g}{R}y \quad \ldots (2)$$

સમીકરણ (2) ને $a = -\omega^2 y$ સાથે સરખાવતાં, (સ.આ.દોલક પર લાગતો પ્રવેગ)

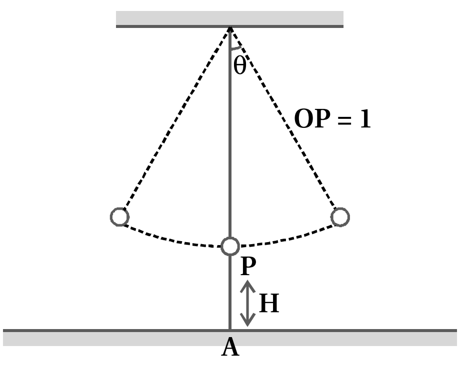
$$\omega^2 = \frac{g}{R}$$

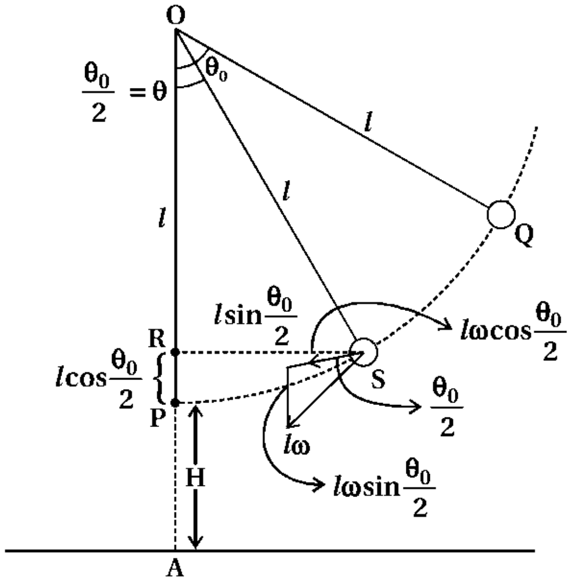
$$\therefore \omega = \sqrt{\frac{g}{R}}$$

$$\therefore \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{R}}$$

$$\therefore T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$$

6. આકૃતિમાં બતાવ્યા અનુસાર એક ગોળાને જમીન પરના A બિંદુથી શિરોલંબ H અંતરે રહે તેમ દૃઢ આધાર 0 પરથી દોરી વડે લટકાવીને l લંબાઈ તથા 1 s ના આવર્તકાળવાળું લોલક બનાવેલ છે. આ લોલકનો કંપવિસ્તાર θ_0 છે. દોલન દરમિયાન શિરોલંબ સાથે $\theta = \frac{\theta_0}{2}$ હોય ત્યારે દોરી તૂટી જાય, તો જમીન સાથે ગોળો કેટલા સમય પછી અથડાશે. આ ઉપરાંત ગોળો જમીન પર A થી કેટલા અંતરે અથડાશે. θ_0 ને નાનો ધારેલ છે તેથી $\sin\theta_0 \approx \theta_0$ અને $\cos\theta_0 \approx 1$.





$v = r\omega$ પરથી,

$v = l\omega$ મળે.

આ વેગના બે ઘટકો : દોરીને લંબ ઘટક $v_y = l\omega\sin\frac{\theta_0}{2}$

દોરીને સમાંતર ઘટક $v_x = l\omega\cos\frac{\theta_0}{2}$

ધારો કે, $t = 0$ સમયે $\theta = \theta_0$ છે.

$\therefore\ \theta = \theta_0\cos\omega t$

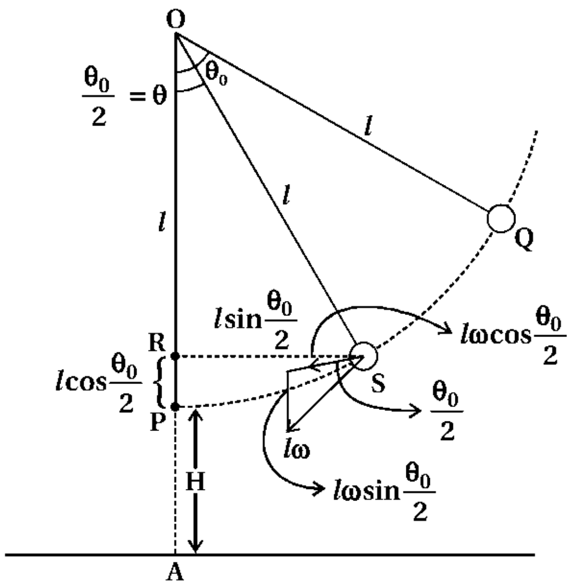
પણ $T = 1\ s$ હોવાથી $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\ rad/s$

$\therefore\ \theta = \theta_0\cos 2\pi t$ ... (1)

હવે $t = t_1$ સમયે $\theta = \frac{\theta_0}{2}$

$\therefore\ \frac{\theta_0}{2} = \theta_0\cos 2\pi t_1$

$\therefore\ \frac{1}{2} = \cos 2\pi t_1$



$v = r\omega$ પરથી,
$v = l\omega$ મળે.

આ વેગના બે ઘટકો : દોરીને લંબ ઘટક $v_y = l\omega\sin\frac{\theta_0}{2}$

દોરીને સમાંતર ઘટક $v_x = l\omega\cos\frac{\theta_0}{2}$

ધારો કે, $t = 0$ સમયે $\theta = \theta_0$ છે.
$\therefore\ \theta = \theta_0\cos\omega t$

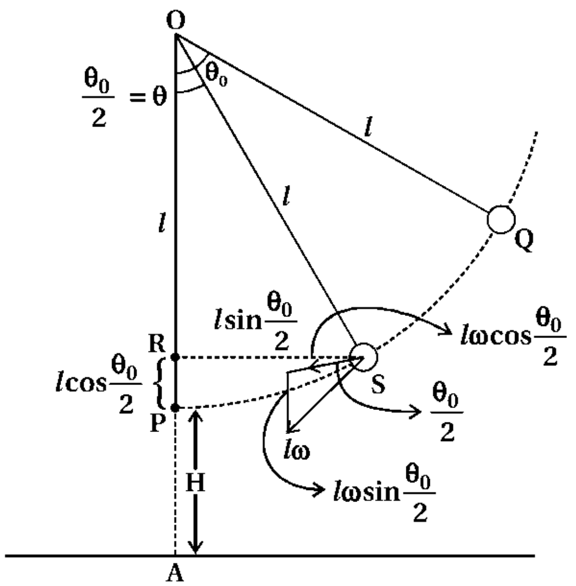
પણ T = 1 s હોવાથી $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi$ rad/s

$\therefore\ \theta = \theta_0\cos 2\pi t$ ... (1)

હવે $t = t_1$ સમયે $\theta = \frac{\theta_0}{2}$

$\therefore\ \frac{\theta_0}{2} = \theta_0\cos 2\pi t_1$

$\therefore\ \frac{1}{2} = \cos 2\pi t_1$



$v = r\omega$ પરથી,
$v = l\omega$ મળે.

આ વેગના બે ઘટકો : દોરીને લંબ ઘટક $v_y = l\omega\sin\frac{\theta_0}{2}$

દોરીને સમાંતર ઘટક $v_x = l\omega\cos\frac{\theta_0}{2}$

ધારો કે, $t = 0$ સમયે $\theta = \theta_0$ છે.
$\therefore\ \theta = \theta_0\cos\omega t$

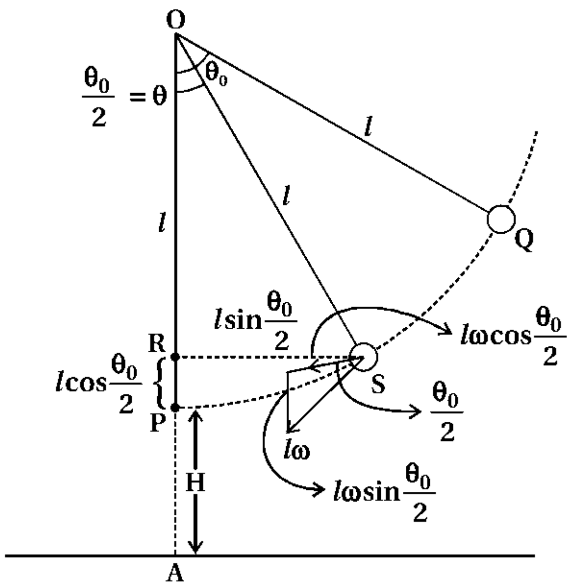
પણ T = 1 s હોવાથી $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi$ rad/s

$\therefore\ \theta = \theta_0\cos 2\pi t$ ... (1)

હવે $t = t_1$ સમયે $\theta = \frac{\theta_0}{2}$

$\therefore \ \dfrac{\theta_0}{2} = \theta_0 \cos 2\pi t_1$

$\therefore \ \dfrac{1}{2} = \cos 2\pi t_1$



$v = r\omega$ પરથી,
$v = l\omega$ મળે.

આ વેગના બે ઘટકો : દોરીને લંબ ઘટક $v_y = l\omega \sin\dfrac{\theta_0}{2}$

દોરીને સમાંતર ઘટક $v_x = l\omega \cos\dfrac{\theta_0}{2}$

ધારો કે, $t = 0$ સમયે $\theta = \theta_0$ છે.
$\therefore \ \theta = \theta_0 \cos \omega t$

પણ $T = 1$ s હોવાથી $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi$ rad/s

$\therefore \ \theta = \theta_0 \cos 2\pi t$ ... (1)

હવે $t = t_1$ સમયે $\theta = \dfrac{\theta_0}{2}$

$\therefore \ \dfrac{\theta_0}{2} = \theta_0 \cos 2\pi t_1$

$\therefore \ \dfrac{1}{2} = \cos 2\pi t_1$