

समतलीय आकृतियों का क्षेत्रफल (Area of Plane Figures)

11.01 प्रस्तावना (Introduction)

हम जानते हैं कि एक तल में तीन रेखाओं से घिरी आकृति त्रिभुज तथा चार भुजाओं से घिरी आकृति चतुर्भुज कहलाती है। इस सरल संवृत आकृति से घिरा हुआ भाग समतल क्षेत्र कहलाता है।

पिछले अध्याय में कक्षाओं में हम समतल आकृतियों (त्रिभुज तथा चतुर्भुज) के क्षेत्रफल ज्ञात कर चुके हैं।

इस अध्याय में हम हीरो के सूत्र से त्रिभुज, चतुर्भुज आयतीय मार्गों एवं चारदीवार इत्यादि के क्षेत्रफल ज्ञात करेंगे।

11.02 त्रिभुज का क्षेत्रफल

हम जानते हैं कि त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$ होता है। इस सूत्र से हम निम्नप्रकार त्रिभुज का आधार तथा ऊँचाई ज्ञात कर सकते हैं।

$$\text{त्रिभुज का आधार} = \frac{2 \times \text{क्षेत्रफल}}{\text{ऊँचाई}}$$

$$\text{त्रिभुज का ऊँचाई} = \frac{2 \times \text{क्षेत्रफल}}{\text{आधार}}$$

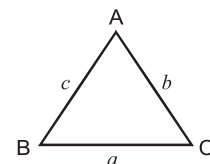
उपरोक्त सूत्र से त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए त्रिभुज की ऊँचाई आवश्यक है। यदि त्रिभुज की भुजाएँ दी गई हो लेकिन ऊँचाई नहीं दी गई हो तो त्रिभुज का क्षेत्रफल हीरो के सूत्र से ज्ञात किया जा सकता है।

हीरो का सूत्र:

(1) यदि किसी त्रिभुज की भुजाएँ क्रमशः a, b, c हो तो त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$\text{जहाँ } s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{\text{त्रिभुज का परिमाप}}{2} = \text{त्रिभुज का अर्द्ध परिमाप}$$



चित्र 11.01

(2) समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल

यदि समद्विबाहु त्रिभुज की दो समान भुजाओं की लम्बाई a एवं तीसरी भुजा की लम्बाई b हो तो

समद्विबाहु त्रिभुज का अर्द्धपरिमाप $s = \frac{a+a+b}{2} = \frac{2a+b}{2}$ होगा

हीरो का सूत्र $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= \sqrt{\left(\frac{2a+b}{2}\right)\left(\frac{2a+b}{2}-a\right)\left[\frac{2a+b}{2}-b\right]\left[\frac{2a+b}{2}-a\right]} \\ &= \sqrt{\left(\frac{2a+b}{2}\right) \times \left(\frac{b}{2}\right) \times \left(\frac{2a-b}{2}\right) \times \left(\frac{b}{2}\right)} \\ &= \frac{b}{4} \sqrt{(2a+b)(2a-b)} = \frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2} \end{aligned}$$

अतः समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2}$ वर्ग इकाई

(3) समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल

यदि समबाहु त्रिभुज की भुजा a हो तो इसका अर्द्धपरिमाप

$$s = \frac{a+a+a}{2} = \frac{3a}{2} \text{ होगा}$$

अतः हीरो के सूत्र से

समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= \sqrt{\frac{3a}{2} \left[\frac{3a}{2} - a \right] \left[\frac{3a}{2} - a \right] \left[\frac{3a}{2} - a \right]} \\ &= \sqrt{\frac{3a}{2} \times \frac{a}{2} \times \frac{a}{2} \times \frac{a}{2}} \\ &= \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \text{ वर्ग इकाई} \end{aligned}$$

(4) समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल

यदि समकोण त्रिभुज का आधार की लम्बाई a एवं ऊँचाई b हो तो

$$\text{समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times a \times b \text{ वर्ग इकाई}$$

$$= \frac{1}{2} \times (\text{समकोण वाली भुजाओं का गुणनफल})$$

$$\text{अतः समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times a \times b \text{ वर्ग इकाई}$$

दृष्टांतीय उदाहरण

उदाहरण 1: एक त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी भुजाएँ क्रमशः 8 सेमी, 15 सेमी एवं 17 सेमी हों।

हल: माना कि $a = 8$ सेमी, $b = 15$ सेमी, $c = 17$ सेमी

$$\text{अतः अर्द्धपरिमाप} = s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{8+15+17}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ सेमी}$$

$$\begin{aligned} \text{त्रिभुज का क्षेत्रफल} &= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\ &= \sqrt{20(20-8)(20-15)(20-17)} \text{ वर्ग सेमी} \\ &= \sqrt{20 \times 12 \times 5 \times 3} \text{ वर्ग सेमी} \\ &= \sqrt{100 \times 36} \text{ वर्ग सेमी} \\ &= 60 \text{ वर्गसेमी} \end{aligned}$$

अर्थात् त्रिभुज का क्षेत्रफल = 60 वर्ग सेमी

उदाहरण 2: एक समद्विबाहु त्रिभुज की दो समान भुजाएँ प्रत्येक 7 सेमी एवं तीसरी भुजा 6 सेमी तो त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: माना $a = 7$ सेमी, $b = 6$ सेमी

$$\begin{aligned} \text{अतः समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल} &= \frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2} \\ &= \frac{6}{4} \sqrt{4 \times 49 - 36} \text{ वर्ग सेमी} \\ &= \frac{6}{4} \sqrt{196 - 36} \text{ वर्ग सेमी} \\ &= \frac{6}{4} \sqrt{160} \text{ वर्ग सेमी} \\ &= \frac{6}{4} \times 4 \times \sqrt{10} \text{ वर्ग सेमी} \\ &= 6\sqrt{10} \text{ वर्ग सेमी} \end{aligned}$$

उदाहरण 3: एक त्रिभुज का आधार 24 सेमी तथा ऊँचाई 12 सेमी हो, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: यहाँ त्रिभुज का आधार = 24 सेमी एवं ऊँचाई = 12 सेमी

$$\text{अतः त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$$

$$= \frac{1}{2} \times 24 \times 12 \text{ वर्ग सेमी}$$

$$= 144 \text{ वर्ग सेमी}$$

उदाहरण 4: एक समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। जिसकी एक भुजा 8 सेमी हो।

हल: माना कि $a = 8$ सेमी

$$\text{समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (8)^2 \text{ वर्ग सेमी}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 64 = 16\sqrt{3} \text{ वर्ग सेमी}$$

उदाहरण 5: एक त्रिभुजाकार मैदान की दो भुजाएँ क्रमशः 7 सेमी व 8 सेमी हैं। मैदान का परिमाप 24 सेमी है तो मैदान का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए:

हल: माना $a = 7$ सेमी, $b = 8$ सेमी

परिमाप, $a + b + c = 24$ सेमी अतः तीसरी भुजा $c = 24 - 7 - 8 = 9$ सेमी

$$\text{अर्द्धपरिमाप, } s = \frac{a + b + c}{2} = \frac{24}{2} = 12 \text{ सेमी}$$

त्रिभुजाकार मैदान का क्षेत्रफल

$$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \sqrt{12(12-7)(12-8)(12-9)} \text{ वर्ग सेमी}$$

$$= \sqrt{12 \times 5 \times 4 \times 3} \text{ वर्ग सेमी}$$

$$= \sqrt{12 \times 5 \times 4 \times 3} \text{ वर्ग सेमी}$$

$$= 12\sqrt{5} \text{ वर्ग सेमी}$$

प्रश्नमाला 11.1

1. एक त्रिभुज का आधार 20 सेमी तथा ऊँचाई 6 सेमी है तो त्रिभुज क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
2. त्रिभुज जिसकी भुजाएँ क्रमशः 15 सेमी, 25 सेमी एवं 30 सेमी हैं तो त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

3. एक समद्विबाहु त्रिभुज जिसकी समान भुजा 8 सेमी है। तथा तीसरी भुजा 4 सेमी हो तो उसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
4. एक समबाहु त्रिभुज जिसकी भुजा 20 सेमी है तो उसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
5. त्रिभुजाकार मैदान जिसकी दो भुजाएँ 8 सेमी तथा 15 सेमी है उसका परिमाप 40 सेमी हो तो त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
6. एक त्रिभुजाकार मेज जिसकी भुजाओं का अनुपात 3 : 4 : 5 हो तथा परिमाप 36 मीटर है तो मेज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
7. एक खेत जिसकी आकृति त्रिभुजाकार है। इसकी भुजाएँ 20 मीटर 51 मीटर एवं 37 मीटर है तो उस खेत में 2×3 वर्ग मीटर माप की कितनी क्यारियाँ बनाई जा सकती है?

11.03 चतुर्भुज का क्षेत्रफल

चार भुजाओं से घिरी हुई समतलीय आकृति चतुर्भुज कहलाती है।

किसी चतुर्भुज को उसके विकर्णों द्वारा दो त्रिभुजों में विभाजित किया जा सकता है। चित्रानुसार, चतुर्भुज ABCD को विकर्ण AC दो त्रिभुजों ABC एवं ACD त्रिभुज में विभक्त करता है। अतः चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल दोनों त्रिभुजों के क्षेत्रफलों के योग के बराबर होगा।

चतुर्भुज के शीर्ष B एवं D से विकर्ण AC पर लम्ब क्रमशः BE एवं DF खींचिए।

$$\text{अतः त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times AC \times BE$$

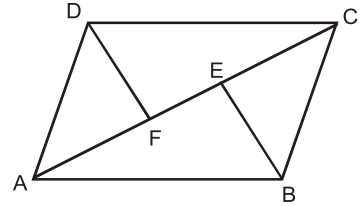
$$\text{तथा त्रिभुज ACD का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times AC \times DF$$

अर्थात् चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल

$$= \Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} + \text{त्रिभुज ACD का क्षेत्रफल}$$

$$= \frac{1}{2} \times AC \times BE + \frac{1}{2} \times AC \times DF$$

$$= \frac{1}{2} \times AC \times (BE + DF)$$



चित्र 11.02

$$\text{अतः चतुर्भुज का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times \text{विकर्ण} \times (\text{विकर्ण पर डाले गए लम्बों का योग})$$

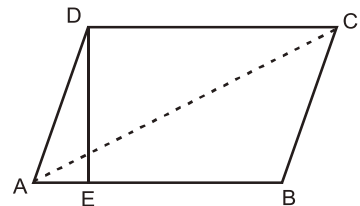
समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल

ऐसा चतुर्भुज जिसकी सम्मुख भुजाएँ परस्पर समान्तर एवं समान हो, समान्तर चतुर्भुज कहलाता है।

(क) समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल
 $= \text{आधार} \times \text{ऊँचाई} = AB \times DE$

(ख) समान्तर चतुर्भुज का विकर्ण चतुर्भुज को दो समान क्षेत्रफल वाले त्रिभुजों में विभक्त करता है।

$$\text{अतः समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल} = 2 \times (\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल})$$



चित्र 11.03

दृष्टांतीय उदाहरण

उदाहरण 6: एक चतुर्भुज का विकर्ण 10 सेमी एवं विकर्ण पर सम्मुख शीर्षों से डाले गए लम्बों की लम्बाई क्रमशः 6 सेमी एवं 4 सेमी हो, तो चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

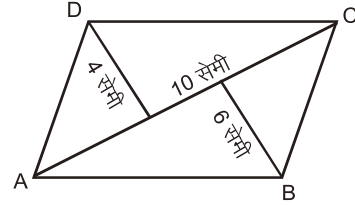
हल: चतुर्भुज का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \times \text{विकर्ण की लम्बाई} \times (\text{विकर्ण पर डाले गए लम्बों का योग})$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times (6 + 4) \text{ वर्ग सेमी}$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \text{ वर्ग सेमी}$$

$$= 50 \text{ वर्ग सेमी}$$



चित्र 11.04

उदाहरण 7: एक समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी ऊँचाई 15 मीटर तथा आधार 10 मीटर हो।

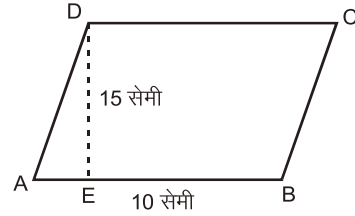
हल: समान्तर चतुर्भुज का आधार = 10 मीटर

ऊँचाई = 15 मीटर

समान्तर चतुर्भुज क्षेत्रफल—आधार $\times$ ऊँचाई

$$10 \times 15 \text{ वर्ग मीटर}$$

$$= 150 \text{ वर्ग मीटर}$$



चित्र 11.05

उदाहरण 8: एक चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसका विकर्ण AC = 15 सेमी तथा भुजाएँ AB = 7 सेमी, BC = 12 सेमी, CD = 12 सेमी एवं DA = 9 सेमी हो।

हल: चित्रानुसार, चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल = त्रिभुज ABC क्षेत्रफल + त्रिभुज ACD का क्षेत्रफल

ΔABC में, AB = 7 सेमी, BC = 12 सेमी, AC = 15 सेमी

$$\text{अतः अर्द्ध परिमाण } s = \frac{7 + 12 + 15}{2} = 17 \text{ सेमी}$$

ΔABC का क्षेत्रफल

$$= \sqrt{17 \times (17 - 7) \times (17 - 12) \times (17 - 15)} \text{ वर्ग सेमी}$$

$$= \sqrt{17 \times 10 \times 5 \times 2} \text{ वर्ग सेमी}$$

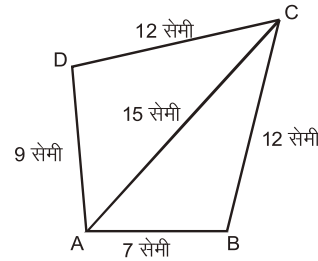
$$= \sqrt{1700} \text{ वर्ग सेमी}$$

$$= 10\sqrt{17} \text{ वर्ग सेमी}$$

$$= 10 \times 4.12 = 41.2 \text{ वर्ग सेमी}$$

इसी प्रकार ΔACD के लिए

AC = 15 सेमी, CD = 12 सेमी तथा DA = 9 सेमी



चित्र 11.06

$$\text{अतः } s = \frac{15+12+9}{2} = \frac{36}{2} = 18 \text{ सेमी}$$

$$\begin{aligned}\Delta ACD \text{ का क्षेत्रफल} &= \sqrt{18(18-15) \times (18-12)(18-9)} \text{ वर्गसेमी} \\ &= \sqrt{18 \times 3 \times 6 \times 9} \text{ वर्ग सेमी} \\ &= 54 \text{ वर्ग सेमी}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{अतः चतुर्भुज } ABCD \text{ का क्षेत्रफल} \\ &= 41.2 + 54 \\ &= 95.2 \text{ वर्ग सेमी}\end{aligned}$$

उदाहरण 9: किसी समान्तर चतुर्भुज की दो आसन्न भुजाएँ क्रमशः 5 सेमी एवं 4 सेमी हैं तथा विकर्ण 7 सेमी है। समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: चित्रानुसार, समान्तर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल $= 2 \times (\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल})$
 ΔABC के लिए

$$AB = 5 \text{ सेमी, } BC = 4 \text{ सेमी, } AC = 7 \text{ सेमी}$$

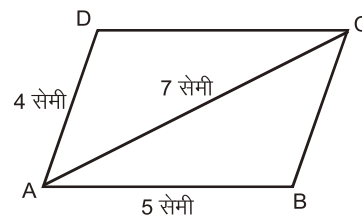
$$\text{अतः } s = \frac{5+4+7}{2} = \frac{16}{2} = 8 \text{ सेमी}$$

ΔABC का क्षेत्रफल (हीरो के सूत्र से)

$$\begin{aligned}&= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \\ &= \sqrt{8(8-5)(8-4)(8-7)} \text{ वर्ग सेमी} \\ &= \sqrt{8 \times 3 \times 4 \times 1} \text{ वर्ग सेमी} \\ &= 4\sqrt{6} \text{ वर्ग सेमी}\end{aligned}$$

अतः समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned}&2 \times \Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} \\ &= 2 \times 4\sqrt{6} \text{ वर्ग सेमी} \\ &= 8\sqrt{6} \text{ वर्ग सेमी}\end{aligned}$$



चित्र 11.07

प्रश्नमाला 11.2

1. चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके विकर्ण की लम्बाई 12 सेमी है तथा सम्मुख शीर्षों से डाले गए लम्बों की लम्बाई क्रमशः 7 सेमी एवं 8 सेमी है।
2. एक समान्तर चतुर्भुजाकार खेल के मैदान का क्षेत्रफल 2000 वर्ग मीटर है। यदि इसका आधार 50 मीटर हो तो मैदान की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।
3. चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी भुजाएँ क्रमशः $AB = 3$ सेमी, $BC = 4$ सेमी, $CD = 6$ सेमी एवं $DA = 5$ सेमी है तथा विकर्ण $AC = 5$ सेमी है।
4. चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी भुजाएँ क्रमशः 9 सेमी, 40 सेमी, 28 सेमी एवं 15 सेमी हैं तथा इसकी प्रथम दो भुजाओं के मध्य समकोण है।

5. एक समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी दो आसन्न भुजाएँ क्रमशः 50 सेमी एवं 40 सेमी हो तथा विकर्ण 30 सेमी हो।
6. समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके एक विकर्ण की लम्बाई 5.2 सेमी है तथा विकर्ण के सम्मुख शीर्षों से लम्बों की दूरियाँ क्रमशः 3.5 सेमी है।
7. एक भूखण्ड समान्तर चतुर्भुजाकार आकृति का है। इस पर मिट्टी डलवानी है। मिट्टी डलवाने का व्यय 100 रुपये प्रति वर्ग मीटर की दर से ज्ञात कीजिए जबकि भूखण्ड की आसन्न भुजाएँ 39 मीटर एवं 25 मीटर है। तथा विकर्ण 56 मीटर हो।

11.04 विभिन्न चतुर्भुजों का क्षेत्रफल

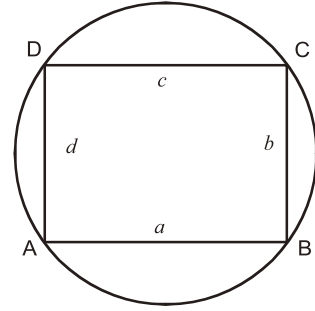
- (1) **चक्रीय चतुर्भुज का क्षेत्रफल:** ऐसा चतुर्भुज जिसके चारों शीर्ष वृत्त की परिधि पर स्थित हों, चक्रीय चतुर्भुज कहलाता है। चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण सम्पूरक होते हैं।

चित्रानुसार एक चक्रीय चतुर्भुज ABCD है, जिसकी भुजाएँ क्रमशः a, b, c एवं d है।

$$\text{अतः अर्द्ध परिमाप } s = \frac{a+b+c+d}{2} \text{ है।}$$

अतः चक्रीय चतुर्भुज का क्षेत्रफल

$$= \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$$



चित्र 11.08

- (2) **समचतुर्भुज का क्षेत्रफल:** ऐसा समान्तर चतुर्भुज जिसकी चारों भुजाएँ समान हो एवं जिसके विकर्ण परस्पर समकोण पर समद्विभाजित होते हों, समचतुर्भुज कहलाता है।

$$\text{समचतुर्भुज का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times (\text{विकर्णों का गुणनफल})$$

- (3) **समलम्ब चतुर्भुज का क्षेत्रफल:** ऐसा चतुर्भुज जिसकी केवल दो भुजाएँ समान्तर हो समलम्ब चतुर्भुज कहलाता है। चित्रानुसार ABCD एक समलम्ब चतुर्भुज है। जिसकी भुजाएँ AB एवं CD समान्तर हैं एवं दोनों समान्तर भुजाओं के मध्य दूरी DE है। यहाँ DE भुजा AB पर लम्ब है तथा DB विकर्ण है।

समलम्ब चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल

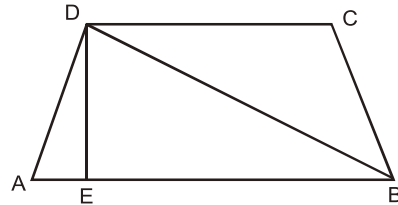
$$= \Delta ABD \text{ का क्षेत्रफल} + \Delta BCD \text{ का क्षेत्रफल}$$

$$= \frac{1}{2} \times AB \times DE + \frac{1}{2} \times DC \times DE$$

$$= \frac{1}{2} \times DE \times (AB + DC)$$

अर्थात् समलम्ब चतुर्भुज का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \times \text{समान्तर भुजाओं का योग} \times \text{समान्तर भुजाओं के मध्य दूरी}$$



चित्र 11.09

दृष्टांतीय उदाहरण

उदाहरण 10: एक चक्रीय चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी भुजाएँ क्रमशः 36 सेमी, 77 सेमी, 75 सेमी एवं 40 सेमी है।

हल: माना $a = 36$ सेमी, $b = 77$ सेमी, $c = 75$ सेमी, $d = 40$ सेमी

अतः चक्रीय चतुर्भुज का अर्द्धपरिमाप

$$s = \frac{a + b + c + d}{2} = \frac{36 + 77 + 75 + 40}{2} = \frac{228}{2} = 114 \text{ सेमी}$$

चक्रीय चतुर्भुज का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)} \\ &= \sqrt{(114-36)(114-77)(114-75)(114-40)} \text{ वर्ग सेमी} \\ &= \sqrt{78 \times 37 \times 39 \times 74} = 2886 \text{ वर्ग सेमी} \end{aligned}$$

उदाहरण 11: किसी समचतुर्भुज के विकर्णों की लम्बाई क्रमशः 20 सेमी एवं 30 सेमी है, तो इसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: समचतुर्भुज का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \times (\text{विकर्णों की लम्बाइयों का गुणनफल}) \\ &= \frac{1}{2} \times 20 \times 30 = 300 \text{ वर्ग सेमी} \end{aligned}$$

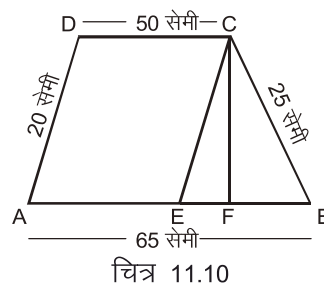
उदाहरण 12: समलम्ब चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी समानान्तर भुजाएँ क्रमशः 65 सेमी एवं 50 सेमी है तथा असमान्तर भुजाएँ क्रमशः 20 सेमी एवं 25 सेमी है।

हल: चित्रानुसार ABCD एक समलम्ब चतुर्भुज है। जिसकी समान्तर भुजाएँ $AB = 65$ सेमी, $DC = 50$ सेमी एवं असमान्तर भुजाएँ $AD = 20$ सेमी एवं $BC = 25$ सेमी है।

यहाँ $AD \parallel EC$ एवं $CF \perp AB$ है

अतः $EB = AB - AE = 65 - 50 = 15$ सेमी

एवं $EC = 20$ सेमी



अतः $\triangle BEC$ का अर्द्धपरिमाप $s = \frac{15 + 20 + 25}{2} = 30$ सेमी

$$\begin{aligned} \triangle BEC \text{ का क्षेत्रफल} &= \sqrt{30(30-15)(30-20)(30-25)} \text{ वर्ग सेमी} \\ &= \sqrt{30 \times 15 \times 10 \times 5} = \sqrt{22500} \text{ वर्ग सेमी} \\ &= 150 \text{ वर्ग सेमी} \end{aligned}$$

$$\triangle BEC \text{ की ऊँचाई} = CF = \frac{2 \times \triangle BCE \text{ का क्षेत्रफल}}{\text{आधार } BE}$$

$$= \frac{2 \times 150}{15} = 20 \text{ सेमी}$$

समान्तर चतुर्भुज AECD का क्षेत्रफल = $AE \times CF = 50 \times 20 = 1000$ वर्ग सेमी

अतः समलम्ब चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल

$$= (\text{समान्तर चतुर्भुज AECD का क्षेत्रफल}) + (\triangle EBC \text{ का क्षेत्रफल})$$

$$= 1000 \text{ वर्ग सेमी} + 150 \text{ वर्ग सेमी}$$

$$= 1150 \text{ वर्ग सेमी}$$

उदाहरण 13: एक समलम्ब चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसकी समान्तर भुजाएँ क्रमशः 32 सेमी एवं 37 सेमी हैं तथा समान्तर भुजाओं के मध्य दूरी 20 सेमी हो।

हल: समलम्ब चतुर्भुज का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \times (\text{समान्तर भुजाओं का योग}) \times (\text{समान्तर भुजाओं के मध्य दूरी})$$

$$= \frac{1}{2} \times (32 + 37) \times 20 \text{ वर्ग सेमी}$$

$$= \frac{1}{2} \times 69 \times 20 \text{ वर्ग सेमी} = 690 \text{ वर्ग सेमी}$$

प्रश्नमाला 11.3

1. एक चक्रीय चतुर्भुजाकार मैदान की भुजाएँ क्रमशः 72 मीटर 154 मीटर, 80 मीटर एवं 150 मीटर हैं। इसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। इस मैदान में टाइल बिछवाने का व्यय 5 रुपये प्रति वर्ग मीटर हो तो कुल व्यय ज्ञात कीजिए।
2. एक समचतुर्भुज के विकर्ण 25 सेमी तथा 42 सेमी हैं। इसका क्षेत्रफल एवं परिमाप ज्ञात कीजिए।
3. एक समचतुर्भुज का परिमाप 40 मीटर हो तथा उसके विकर्ण की लम्बाई 12 मीटर हो तो इसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
4. एक समलम्बाकार खेत जिसकी समान्तर भुजाएँ 42 मीटर एवं 30 मीटर हैं तथा अन्य भुजाएँ 18 मीटर एवं 18 मीटर हैं। उसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
5. यदि एक समलम्ब चतुर्भुज का क्षेत्रफल 350 वर्ग सेमी हो एवं उसकी समान्तर भुजाओं की लम्बाई 26 सेमी एवं 44 सेमी हो तो समान्तर भुजाओं के मध्य दूरी ज्ञात कीजिए।
6. एक मेज समलम्ब चतुर्भुजाकार है। मेज की समान्तर भुजाएँ 8 मीटर तथा 16 मीटर हैं मेज का क्षेत्रफल 108 वर्ग मीटर हो तो मेज की चौड़ाई (समान्तर भुजाओं के मध्य दूरी) ज्ञात कीजिए।

11.05 आयत, वर्ग एवं चारों दीवारों का क्षेत्रफल

- (1) चित्रानुसार, आयत की लम्बाई a व एवं चौड़ाई b है

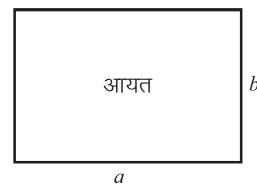
अतः आयत का परिमाप

$$= \text{चारों भुजाओं की लम्बाई का योग}$$

$$= 2 \times (\text{लम्बाई} + \text{चौड़ाई})$$

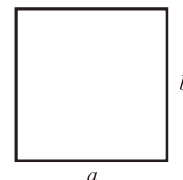
$$\text{आयत का परिमाप} = 2(a+b)$$

$$\text{आयत का क्षेत्रफल} = \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई} = a \times b$$



चित्र 11.11

- (2) यदि वर्ग की भुजा a है
तो वर्ग का परिमाप $= 4 \times \text{भुजा} = 4a$
वर्ग का क्षेत्रफल $= (\text{भुजा})^2 = a^2$
- (3) किसी कमरे या आयताकार टंकी की चारों दीवारों का क्षेत्रफल
 $= 2 \times (\text{लम्बाई} + \text{चौड़ाई}) \times \text{ऊँचाई}$
कमरे के फर्श का परिमाप $= 2 \times (\text{लम्बाई} + \text{चौड़ाई})$
अतः कमरे की चारों दीवारों का क्षेत्रफल $= \text{परिमाप} \times \text{ऊँचाई}$



चित्र 11.12

दृष्टांतीय उदाहरण

उदाहरण 14: एक आयताकार खेल के मैदान की लम्बाई 75 मीटर एवं चौड़ाई 45 मीटर है तो मैदान का क्षेत्रफल एवं परिमाप ज्ञात कीजिए।

हल: यहाँ लम्बाई $a = 75$ मीटर, चौड़ाई $b = 45$ मीटर

अतः आयताकार खेल के मैदान का क्षेत्रफल $= a \times b$

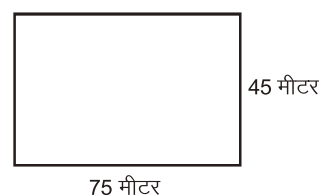
$$= 75 \times 45 \text{ वर्ग मीटर}$$

$$= 3375 \text{ वर्ग मीटर}$$

आयताकार मैदान का परिमाप $= 2 \times (a + b)$

$$= 2 \times (75 + 45)$$

$$= 2 \times 120 = 240 \text{ मीटर}$$



75 मीटर

चित्र 11.13

उदाहरण 15: एक आयताकार मैदान के चारों ओर 5 चक्कर लगाने में 600 मीटर की दूरी तय होती है। यदि मैदान की चौड़ाई 25 मीटर हो तो मैदान की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

$$\text{हल: मैदान का परिमाप} = \frac{600}{5} = 120 \text{ मीटर}$$

आयताकार मैदान का परिमाप $= 2(a + b)$

$$\text{अतः } 2[a + b] = 120$$

$$[a + 25] = 60$$

$$a = 60 - 25 = 35 \text{ मीटर}$$

अतः मैदान की लम्बाई $= 35$ मीटर

उदाहरण 16: एक वर्गाकार खेत की लम्बाई 120 मीटर है। इसका परिमाप तथा क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: वर्गाकार खेत की भुजा $= 120$ मीटर

अतः खेत का परिमाप $= 4 \times \text{भुजा}$

$$= 4 \times 120 \text{ मीटर}$$

$$= 480 \text{ मीटर}$$

खेत का क्षेत्रफल $= (\text{भुजा})^2$

$$= (120)^2$$

$$= 14400 \text{ वर्गमीटर}$$

उदाहरण 17: एक आयताकार मैदान की लम्बाई 35 मीटर एवं चौड़ाई 20 मीटर है। इसमें टाइल बिछवानी है। यदि टाइल की माप 7 सेमी × 5 सेमी हो तो कितनी टाइलों की आवश्यकता होगी।

हल: आयताकार मैदान की लम्बाई = 35 मीटर

चौड़ाई = 20 मीटर

मैदान का क्षेत्रफल = 35×20 वर्गमीटर

= 700 वर्गमीटर

टायल की लम्बाई = 7 सेमी = .07 मीटर

चौड़ाई = 5 सेमी = .05 मीटर

एक टायल का क्षेत्रफल = $.07 \times .05 = .0035$ वर्ग मीटर

मैदान में लगने वाली टाइलों की संख्या = $\frac{\text{मैदान का क्षेत्रफल}}{\text{एक टायल का क्षेत्रफल}}$

$$= \frac{700}{.0035} = \frac{7000000}{35} = 200000$$

उदाहरण 18: एक वर्गाकार मैदान का क्षेत्रफल 625 वर्ग मीटर है इसके बाहर चारों ओर 2.5 मीटर चौड़ा मार्ग बना हुआ है। मार्ग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। यदि मार्ग में 50 सेमी लम्बाई के वर्गाकार चौके लगाने हो, तो कितने चौकों की आवश्यकता होगी।

हल: प्रश्नानुसार वर्गाकार मैदान का

क्षेत्रफल = 625 वर्ग मीटर

अतः मैदान की लम्बाई = $\sqrt{\text{क्षेत्रफल}}$

= $\sqrt{625}$ मीटर

= 25 मीटर

चित्रानुसार मैदान के बाहर चारों ओर 2.5 मीटर चौड़ा मार्ग बना हुआ है। अतः मार्ग सहित बाहरी लम्बाई

= $(25 + 2.5 + 2.5)$ मीटर

= 30 मीटर

अतः मार्ग सहित मैदान का क्षेत्रफल = 30×30 वर्ग मीटर

= 900 वर्ग मीटर

मार्ग का क्षेत्रफल = मार्ग सहित मैदान का क्षेत्रफल – वर्गाकार मैदान का क्षेत्रफल

= $(900 - 625)$ वर्ग मीटर

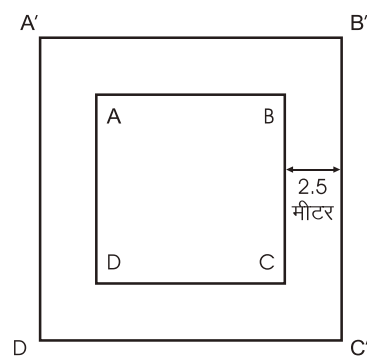
= 275 वर्ग मीटर

मार्ग में लगने वाले वर्गाकार चौकों की लम्बाई = 50 सेमी = 50 मीटर

एक वर्गाकार चौके का क्षेत्रफल = $.50 \times .50$ वर्ग मीटर = .25 वर्ग मीटर

अतः मार्ग में लगने वाले चौकों की संख्या = $\frac{275}{.25}$

$$= \frac{27500}{25} = 1100$$



चित्र 11.14

उदाहरण 19: एक आयताकार मैदान 40 मीटर लम्बा और 30 मीटर चौड़ा है। इसके बीचों-बीच 3 मीटर चौड़ा मार्ग लम्बाई और चौड़ाई के समान्तर बना हुआ है। इस मार्ग पर 200 रुपये प्रति वर्ग मीटर की दर से कंकरीट बिछवाने का व्यय ज्ञात कीजिए।

हल: प्रश्नानुसार, मैदान की लम्बाई

$$= 40 \text{ मीटर}$$

मैदान की चौड़ाई = 30 मीटर

मैदान का क्षेत्रफल

$$= 40 \times 30 \text{ वर्ग मीटर}$$

$$= 1200 \text{ वर्गमीटर}$$

चित्रानुसार, लम्बाई के समान्तर

IJKL का क्षेत्रफल

$$= 40 \times 3 = 120 \text{ वर्ग मीटर}$$

चौड़ाई के समान्तर EFGH का क्षेत्रफल

$$= 30 \times 3 = 90 \text{ वर्ग मीटर}$$

छायादार भाग PQRS का क्षेत्रफल = $3 \times 3 = 9$ वर्ग मीटर

सम्पूर्ण मार्ग का क्षेत्रफल = $120 + 90 - 9 = 201$ वर्ग मीटर

इस मार्ग पर 200 रुपये प्रति वर्ग मीटर की दर से कंकरीट बिछवाने का कुल व्यय

$$= 201 \times 200 = 40200 \text{ रुपये}$$

उदाहरण 20: चित्र में दिये गये मापों के आधार पर क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल: चित्रानुसार दिये गए क्षेत्र को हम आयतों में विभक्त कर सकते हैं।

(i) आयत GFEP का क्षेत्रफल

$$= EF \times GF$$

$$= 5 \times 2 \text{ वर्ग मीटर}$$

$$= 10 \text{ वर्ग मीटर}$$

(ii) आयत BCDQ का क्षेत्रफल

$$= QB \times BC$$

$$= 5 \times 3 \text{ वर्ग मीटर}$$

$$= 15 \text{ वर्ग मीटर}$$

(iii) आयत HPQA का क्षेत्रफल

$$= HA \times HP$$

$$= 25 \times 10 \text{ वर्ग मीटर}$$

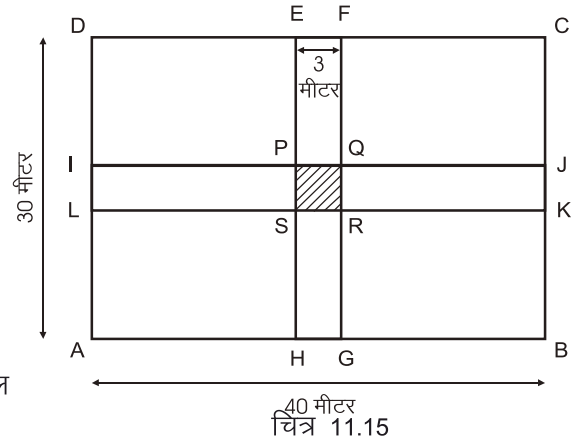
$$= 250 \text{ वर्ग मीटर}$$

अतः दिये गये क्षेत्र का क्षेत्रफल

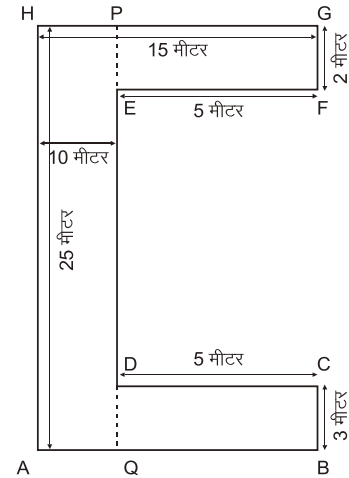
= आयत GFEP का क्षेत्रफल + आयत QBCD का क्षेत्रफल + आयत HPQA का क्षेत्रफल

$$= (10 + 15 + 250) \text{ वर्ग मीटर}$$

$$= 275 \text{ वर्ग मीटर}$$



चित्र 11.15



चित्र 11.16

उदाहरण 21: एक आयताकर कक्ष 7 मीटर लम्बा, 6 मीटर चौड़ा एवं 3.5 मीटर ऊँचाई का है। यदि इसमें 3 दरवाजे $2 \text{ मी} \times 1.5 \text{ मी}$ के तथा 4 खिड़कियाँ $1.25 \text{ मी.} \times 1 \text{ मी}$ की हों, तो 4 रु 50 पैसे प्रति वर्ग मीटर की दर से दीवारों पर रंग करवाने का व्यय ज्ञात कीजिए।

हल: कक्ष की लम्बाई = 7 मीटर, चौड़ाई = 6 मीटर, ऊँचाई = 3.5 मीटर

अतः कक्ष की चारों दीवारों का क्षेत्रफल

$$= 2 \times (\text{लम्बाई} + \text{चौड़ाई}) \times \text{ऊँचाई}$$

$$= 2 \times (7 + 6) \times 3.5 \text{ वर्ग मीटर}$$

$$= 91 \text{ वर्ग मीटर}$$

एक दरवाजे का क्षेत्रफल = 2×1.5 वर्ग मीटर = 3 वर्ग मीटर

अतः तीन दरवाजों का क्षेत्रफल = $3 \times 3 = 9$ वर्ग मीटर

एक खिड़की का क्षेत्रफल = 1.25×1 वर्ग मीटर

$$= 1.25 \text{ वर्ग मीटर}$$

अतः चार खिड़कियों का क्षेत्रफल = 4×1.25 वर्ग मीटर

$$= 5.00 \text{ वर्ग मीटर}$$

दरवाजे एवं खिड़कियों को छोड़कर चारों दीवारों का

$$\text{शेष क्षेत्रफल} = 91 - (9 + 5) \text{ वर्ग मीटर}$$

$$= 91 - 14 \text{ वर्ग मीटर}$$

$$= 77 \text{ वर्ग मीटर}$$

दीवारों पर रंग कराने का व्यय = 77×4.50 रुपये

$$= 346.50 \text{ रुपये}$$

उदाहरण 22: एक आयताकार पानी का टैंक 12 मीटर लम्बा, 6 मीटर चौड़ा तथा 2 मीटर गहरा है। इसकी चारों दीवारों एवं तल की मरम्मत कराने का खर्च 15 रुपये प्रति वर्ग मीटर की दर से ज्ञात कीजिए।

हल: आयताकार पानी के टैंक की लम्बाई = 12 मीटर

चौड़ाई = 6 मीटर

गहराई = 2 मीटर

टैंक की चारों दीवारों का क्षेत्रफल = $2 \times \text{गहराई} \times (\text{लम्बाई} + \text{चौड़ाई})$

$$= 2 \times 2 \times (12 + 6) \text{ वर्ग मीटर}$$

$$= 72 \text{ वर्ग मीटर}$$

टैंक के तल का क्षेत्रफल = लम्बाई $\times$ चौड़ाई

$$= 12 \times 6 \text{ वर्ग मीटर}$$

$$= 72 \text{ वर्ग मीटर}$$

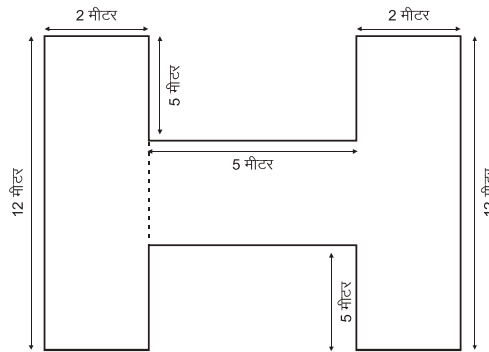
टैंक की चारों दीवारों एवं तल का क्षेत्रफल = 72 वर्ग मीटर + 72 वर्ग मीटर = 144 वर्ग मीटर

चारों दीवारों एवं तल मरम्मत कराने का खर्च

$$= 144 \times 15 = 2160 \text{ रुपये}$$

प्रश्नमाला 11.4

- निम्नलिखित माप के आयतों का क्षेत्रफल एवं परिमाप ज्ञात कीजिए।
 - लम्बाई 9.5 मीटर चौड़ाई 7.5 मीटर
 - लम्बाई 125 मीटर चौड़ाई 75 मीटर
 - लम्बाई 12.5 सेमी चौड़ाई 7.5 सेमी
- निम्नलिखित माप की भुजा के वर्गों के क्षेत्रफल एवं परिमाप ज्ञात कीजिए।
 - 5.3 मीटर
 - 8.5 मीटर
 - 9.6 मीटर
- एक वर्गाकार मैदान के 4 चक्कर लगाने पर 16 किमी की दौड़ पूर्ण होती है तो मैदान की लम्बाई एवं क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
- एक आयताकार खेत 75 मीटर लम्बा एवं 45 मीटर चौड़ा है इसमें 5 मीटर लम्बी एवं 3 मीटर चौड़ी कितनी क्यारियाँ बन सकती है।
- एक कमरे की लम्बाई 10 मीटर तथा चौड़ाई 5 मीटर है। इसके फर्श पर 50 वर्ग सेमी के कितने चौकों की आवश्यकता होगी 20 रुपये प्रति चौके की दर से चौके लगवाने का व्यय ज्ञात कीजिए।
- एक वर्गाकार मैदान का क्षेत्रफल 2025 वर्ग मीटर हैं इसके चारों ओर 3.5 मीटर चौड़ा मार्ग हो तो मार्ग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
- एक आयताकार कमरा 40 मीटर लम्बा तथा 25 मीटर चौड़ा है। इसके चारों ओर 2.5 मीटर चौड़ाई की एक सड़क है। इसमें 50 सेमी $\times$ 70 सेमी के चौके बिछाने हैं। चौकों की संख्या ज्ञात कीजिए।
- एक आयताकार मैदान 60 मीटर लम्बा और 40 मीटर चौड़ा है इसके बीचो-बीच 4 मीटर चौड़ा मार्ग लम्बाई और चौड़ाई के समानतर बना है। इस मार्ग पर 100 रुपये प्रति वर्ग मीटर की दर से मिट्टी डलवाने का व्यय ज्ञात कीजिए।
- चित्र में दी गई आकृति का क्षेत्रफल एवं परिमाप ज्ञात कीजिए।



चित्र 11.17

- एक कमरे की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 15.35 मीटर, 4.65 मीटर एवं 6.50 मीटर है। यदि कमरे में 4 दरवाजे प्रत्येक 1.5 मीटर $\times$ 1.3 मीटर और 3 खिड़कियाँ प्रत्येक 1.5 मीटर $\times$ 12 मीटर की हो तो 3.40 रुपये प्रति वर्ग मीटर की दर से कमरे में रंग करवाने का व्यय ज्ञात कीजिए।
- एक पानी की टंकी 10 मीटर लम्बी, 8 मीटर चौड़ी तथा 2 मीटर गहरी है। इसकी चारों दीवारों एवं तल की मरम्मत कराने का व्यय 15 रुपये प्रति वर्ग मीटर की दर से ज्ञात कीजिए।

महत्वपूर्ण बिन्दु

1. त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$
2. हीरो के सूत्र से त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ वर्ग इकाई, जहाँ $s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{\text{त्रिभुज का परिमाप}}{2} = \text{त्रिभुज का अर्द्ध परिमाप}$ जहाँ a, b, c त्रिभुज की भुजाएँ हैं।
3. समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2}$ वर्ग इकाई, जहाँ a , त्रिभुज की समान भुजा तथा b अन्य भुजा है।
4. समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ वर्ग इकाई जहाँ a भुजा है
5. समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times (\text{समकोण वाली भुजाओं का गुणनफल})$
या
 $= \frac{1}{2} \times \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$
6. चतुर्भुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times \text{विकर्ण} \times (\text{विकर्ण पर डाले गए लम्बों का योग})$
7. समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल $= \text{आधार} \times \text{ऊँचाई}$
8. चक्रीय चतुर्भुज का क्षेत्रफल $= \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$ वर्ग इकाई, जहाँ a, b, c, d भुजाएँ हैं तथा $s = \frac{a+b+c+d}{2}$
9. समचतुर्भुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times (\text{विकर्णों की लम्बाइयों का गुणनफल})$
10. समलम्ब चतुर्भुज का क्षेत्रफल
 $= \frac{1}{2} \times (\text{समान्तर भुजाओं का योग}) \times \text{समान्तर भुजाओं के मध्य की दूरी}$
11. आयत का क्षेत्रफल $= \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई}$
12. वर्ग का क्षेत्रफल $= (\text{भुजा})^2$
13. चार दीवारों का क्षेत्रफल $= 2 \times (\text{लम्बाई} + \text{चौड़ाई}) \times \text{ऊँचाई}$

विविध प्रश्नमाला 11

1. एक समबाहु त्रिभुज की भुजा 8 सेमी है तो त्रिभुज का क्षेत्रफल होगा
 (A) $16\sqrt{3}$ वर्ग सेमी (B) $8\sqrt{3}$ वर्ग सेमी
 (C) $64\sqrt{3}$ वर्ग सेमी (D) $4\sqrt{3}$ वर्ग सेमी ()
2. एक त्रिभुज की भुजाएँ 40 सेमी, 70 सेमी एवं 90 सेमी हैं, त्रिभुज का क्षेत्रफल होगा
 (A) $600\sqrt{5}$ वर्ग सेमी (B) $500\sqrt{6}$ वर्ग सेमी
 (C) $482\sqrt{5}$ वर्ग सेमी (D) $60\sqrt{5}$ वर्ग सेमी ()
3. एक समद्विबाहु त्रिभुज की समान भुजाएँ 6 सेमी तथा अन्य भुजा 8 सेमी है तो त्रिभुज का क्षेत्रफल होगा
 (A) $8\sqrt{5}$ वर्ग सेमी (B) $5\sqrt{8}$ वर्ग सेमी
 (C) $3\sqrt{55}$ वर्ग सेमी (D) $3\sqrt{8}$ वर्ग सेमी ()
4. समबाहु त्रिभुज का परिमाप 60 सेमी हो तो उसका क्षेत्रफल होगा
 (A) $400\sqrt{3}$ वर्ग सेमी (B) $100\sqrt{3}$ वर्ग सेमी
 (C) $50\sqrt{3}$ वर्ग सेमी (D) $200\sqrt{3}$ वर्ग सेमी ()
5. एक समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल 36 वर्ग सेमी है एवं आधार 9 सेमी हो तो लम्ब की लम्बाई होगी
 (A) 8 सेमी (B) 4 सेमी (C) 16 सेमी (D) 32 सेमी ()
6. किसी वर्ग की भुजा 10 सेमी हो तो परिमाप होगा
 (A) 20 सेमी (B) 10 सेमी (C) 40 सेमी (D) 30 सेमी ()
7. समचतुर्भुज के विकर्ण 8 सेमी एवं 6 सेमी हो तो उसका क्षेत्रफल होगा
 (A) 48 वर्ग सेमी (B) 24 वर्ग सेमी (C) 12 वर्ग सेमी (D) 96 वर्ग सेमी ()
8. किसी कमरे का परिमाप 40 मीटर और ऊँचाई 4 मीटर है तो उसकी चारों दीवारों का क्षेत्रफल होगा
 (A) 40 वर्ग सेमी (B) 80 वर्ग सेमी (C) 120 वर्ग सेमी (D) 160 वर्ग सेमी ()
9. समबाहु त्रिभुज की लम्बाई क्या होगी जिसका क्षेत्रफल $9\sqrt{3}$ वर्ग सेमी है।

10. चक्रीयचतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात करने का सूत्र लिखिए।

11. एक वर्ग का क्षेत्रफल 144 आर है तो इसका परिमाप लिखिए।

12. समान्तर चतुर्भुज का आधार 18 मीटर एवं क्षेत्रफल 174.60 वर्गमीटर हो तो इसकी ऊँचाई लिखिए।

13. चतुर्भुज का क्षेत्रफल लिखिए जिसका विकर्ण 6 सेमी एवं अन्तः लम्बों का योग 12 सेमी है।

14. किसी त्रिभुज की भुजाओं का अनुपात $25 : 17 : 12$ है तथा परिमाप 540 मीटर है तो त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

15. एक समद्विबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल 12 वर्ग सेमी है। इसका आधार ज्ञात कीजिए यदि इसकी समान भुजाओं की लम्बाई 5 सेमी हो।

16. किसी त्रिभुज का परिमाप 40 सेमी है यदि इसकी दो भुजाएँ क्रमशः 8 सेमी एवं 15 सेमी हो तो इसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए तथा सबसे लम्बी भुजा पर शीर्ष से डाले गए लम्ब की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

17. एक समचतुर्भुज का परिमाप 146 सेमी तथा एक विकर्ण की लम्बाई 55 सेमी हो तो समचतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
18. एक सम चतुर्भुजाकार घास के खेत में 18 गायों के खाने के लिए घास है। यदि इस समचतुर्भुज की प्रत्येक भुजा 30 मीटर हो और बड़ा विकर्ण 48 मीटर है तो प्रत्येक गाय को खाने के लिए इस घास के खेत का कितना क्षेत्रफल प्राप्त होगा।
19. दो विभिन्न रंगों के कपड़ों के 10 त्रिभुजाकार टुकड़ों को जोड़कर एक छाता बनाया जाता है। प्रत्येक टुकड़े की माप 20 सेमी, 50 सेमी और 50 सेमी है। छाते में कितना कपड़ा लगा है।
20. एक समलम्ब चतुर्भुज की समानतर भुजाओं का अनुपात $16 : 5$ है। जिसे एक आयत जिसकी भुजाएँ 63 मीटर एवं 5 मीटर में से काटा गया है यदि समलम्ब चतुर्भुज का क्षेत्रफल आयत के क्षेत्रफल का $\frac{4}{15}$ भाग हो तो समलम्ब चतुर्भुज की समान्तर भुजाओं को ज्ञात कीजिए।
21. एक आयताकार मैदान का क्षेत्रफल 4356 वर्ग मीटर है मैदान की लम्बाई 99 मीटर है। मैदान के बीचों बीच लम्बाई एवं चौड़ाई के समान्तर 4.5 मीटर चौड़ी सड़क बनाई गई है। सड़क पर 1.50 मीटर भुजा वाले कितने वर्गाकार चौके लगेंगे।
22. एक कमरा 8 मीटर 50 सेमी लम्बा एवं 6 मीटर 50 सेमी चौड़ा है। इसके फर्श के लिए 25 सेमी चौड़ाई की कितनी लम्बी दरी पट्टी चाहिए? 20 रुपये प्रतिमीटर की दर से पट्टी का मूल्य ज्ञात कीजिए।

उत्तरमाला

प्रश्नमाला 11.1

- | | |
|---------------------------|----------------------------|
| 1. 60 वर्ग सेमी | 2. $50\sqrt{14}$ वर्ग सेमी |
| 3. $4\sqrt{15}$ वर्ग सेमी | 4. $100\sqrt{3}$ वर्ग सेमी |
| 5. 60 वर्ग सेमी | 6. 54 वर्ग सेमी |
| 7. 51 क्यारियाँ | |

प्रश्नमाला 11.2

- | | |
|-------------------|-------------------|
| 1. 90 वर्ग सेमी | 2. 40 मीटर |
| 3. 18 वर्ग सेमी | 4. 306 वर्ग सेमी |
| 5. 1200 वर्ग सेमी | 6. 18.2 वर्ग सेमी |
| 7. 84000 रुपये | |

प्रश्नमाला 11.3

- | | |
|---------------------------------|----------------------------|
| 1. 11544 वर्ग मीटर, 57720 रुपये | 2. 525 वर्ग तथा 97.72 सेमी |
| 3. 96 वर्ग मीटर | 4. 610.9 वर्ग मीटर |
| 5. 10 सेमी | 6. 9 सेमी |

प्रश्नमाला 11.4

- | | |
|---|-------------------------------|
| 1. (i) 71.25 वर्ग सेमी, 34 मीटर
(iii) 93.75 वर्ग सेमी, 40 सेमी | (ii) 9375 वर्ग मीटर, 400 मीटर |
| 2. (i) 28.09 वर्ग मीटर, 21.2 मीटर
(iii) 92.16 वर्ग मीटर, 38.4 मीटर | (ii) 72.25 वर्ग मीटर, 34 मीटर |
| 3. 250 मीटर, 62500 वर्ग मीटर | 4. 225 क्यारियाँ |
| 5. 1000 चौके, 20000 रुपये | 6. 679 वर्ग मीटर |
| 7. 1000 चौके | 8. 38400 रुपये |
| 9. 58 वर्ग मीटर | 10. 839.12 रुपये |
| 11. 2280 रुपये | |

विविध प्रश्नमाला 11

- | | |
|--|------------------------------|
| 1. (A) | 2. (A) |
| 3. (A) | 4. (B) |
| 5. (A) | 6. (C) |
| 7. (B) | 8. (D) |
| 9. 6 सेमी | 11. 480 मीटर |
| 12. 9.7 मीटर | 13. 36 वर्ग सेमी |
| 14. 9000 वर्ग मीटर | 15. 8 सेमी |
| 16. 60 वर्ग सेमी, $7\frac{1}{17}$ सेमी | 17. 1320 वर्ग सेमी |
| 18. 48 वर्ग मीटर | 19. $2000\sqrt{6}$ वर्ग मीटर |
| 20. 25.6 मीटर, 8 मीटर | 21. 277 चौके |
| 22. 221 मीटर एवं 4420 रुपये | |