Gurminder Kaur
Maths Mistress
GGSSS Nakodar

ਅਭਿਆਸ - 10.5

1. ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, ਕੇਂਦਰ O ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਉੱਤੇ ਤਿੰਨ ਬਿੰਦੂ A, B ਅਤੇ C ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹਨ ਕਿ $\angle BOC = 30^\circ$ ਅਤੇ $\angle AOB = 60^\circ$ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਚਾਪ ABC ਦੇ ਇਲਾਵਾ ਚੱਕਰ ਤੇ D ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਹੈ ਤਾਂ $\angle ADC$ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ:- $\angle AOC = \angle AOB + \angle BOC$

$= 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$

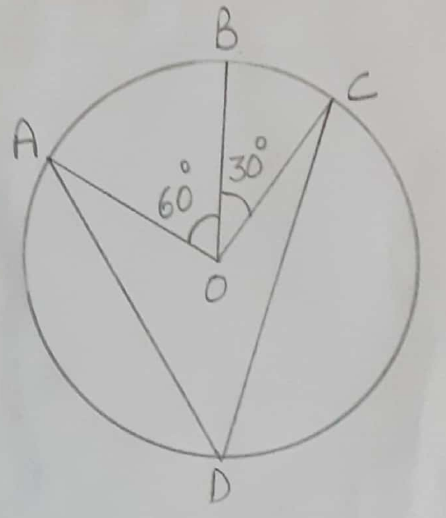
$\angle AOC = 2\angle ADC$

[∵ ਕਿਸੇ ਚਾਪ ਦੁਆਰਾ ਕੇਂਦਰ ਤੇ ਬਣਾਇਆ ਕੋਣ ਉਸੀ ਚਾਪ ਦੁਆਰਾ ਚੱਕਰ ਦੇ ਬਾਕੀ ਹਿੱਸੇ ਤੇ ਬਣੇ ਕੋਣ ਦਾ ਦੁਗਣਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।]

$\therefore \angle AOC = 2\angle ADC$

$\angle ADC = \frac{1}{2}\angle AOC = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$

$\therefore \angle ADC = 45^\circ$



2. ਕਿਸੇ ਚੱਕਰ ਦੀ ਇੱਕ ਜੀਵਾ, ਚੱਕਰ ਦੇ ਅਰਧ-ਵਿਆਸ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਜੀਵਾ ਦੁਆਰਾ ਲਘੂ ਚਾਪ ਦੇ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ 'ਤੇ ਬਣਾਇਆ ਕੋਣ ਪਤਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਦੀਰਘ ਚਾਪ ਦੇ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਬਣਾਇਆ ਕੋਣ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ :- $AB = OA = OB$ (ਦਿੱਤਾ ਹੈ)

$\therefore \Delta AOB$ ਇੱਕ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ।

$\therefore \angle AOB = 60^\circ$

ਲਘੂ $\angle AOB +$ ਦੀਰਘ $\angle BOA = 360^\circ$

$60^\circ +$ ਦੀਰਘ $\angle BOA = 360^\circ$

ਦੀਰਘ $\angle BOA = 360^\circ - 60^\circ = 300^\circ$

ਜਦੋਂ D ਲਘੂ ਚਾਪ ਤੇ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਹੈ।

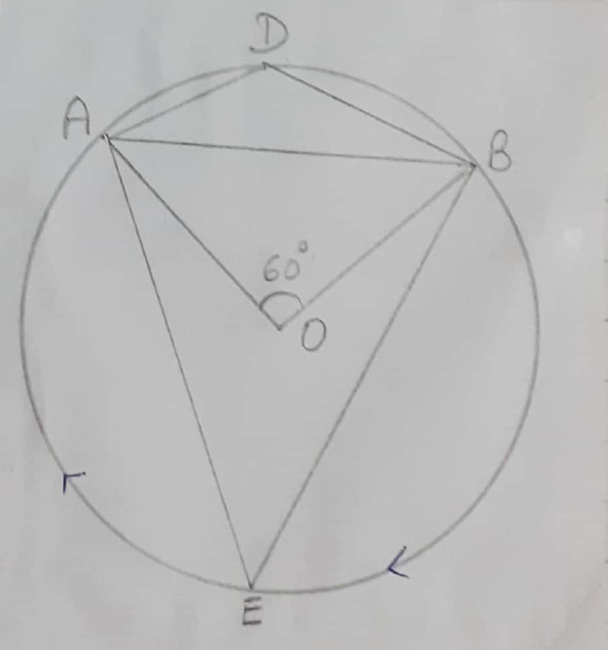
$\therefore m\,BA = 2\angle BDA$

ਦੀਰਘ $\angle BOA = 2\angle BDA$

$300^\circ = 2\angle BDA$

$\frac{300^\circ}{2} = \angle BDA$

$\therefore \angle BDA = 150^\circ$



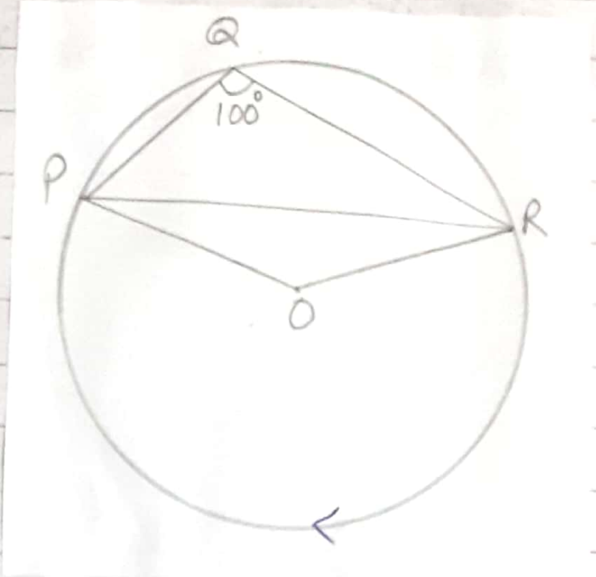
ਜਦੋਂ ਲਘੂ $\angle AOB = 2\angle AEB$ [∵ ਕਿਸੇ ਚਾਪ ਦੁਆਰਾ ਕੇਂਦਰ ਤੇ ਬਣਾਇਆ ਕੋਣ ਉਸੀ ਚਾਪ ਦੁਆਰਾ ਚੱਕਰ ਦੇ ਬਾਕੀ ਭਾਗ ਤੇ ਬਣੇ ਕੋਣ ਦਾ ਦੁਗਣਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ]

$60^\circ = 2\angle AEB$

$\angle AEB = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$

$\therefore \angle AEB = 30^\circ$

3. ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, $\angle PQR = 100^\circ$ ਹੈ, ਜਿੱਥੇ P, Q ਅਤੇ R ਕੇਂਦਰ O ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਉੱਤੇ ਸਥਿਤ ਬਿੰਦੂ ਹਨ। $\angle OPR$ ਪਤਾ ਕਰੋ।



ਹੱਲ :- $m\,\overset{\frown}{RP} = 2\angle PQR$

∴ ਰੀਫਲੈਕਸ $\angle ROP = 2\angle PQR$

[ਕਿਸੇ ਚਾਪ ਰਾਹੀਂ ਕੇਂਦਰ ਤੇ ਬਣਿਆ ਕੋਣ ਉਸੀ ਚਾਪ ਰਾਹੀਂ ਚੱਕਰ ਦੇ ਬਾਕੀ ਭਾਗ ਤੇ ਬਣੇ ਕੋਣ ਦਾ ਦੁੱਗਣਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।]

ਰੀਫਲੈਕਸ $\angle ROP = 2 \times 100^\circ = 200^\circ$

ਲਘੂ $\angle POR +$ ਰੀਫਲੈਕਸ $\angle ROP = 360^\circ$

ਲਘੂ $\angle POR = 360^\circ - 200^\circ = 160^\circ$

ਹੁਣ ΔPOR ਵਿੱਚ

$OP = OR$ (ਅਰਧ-ਵਿਆਸ)

∴ $\angle ORP = \angle OPR$ [ਬਰਾਬਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ]

$\angle OPR + \angle ORP + \angle POR = 180^\circ$

$\angle OPR + \angle OPR + \angle POR = 180^\circ$ [∵ $\angle ORP = \angle OPR$]

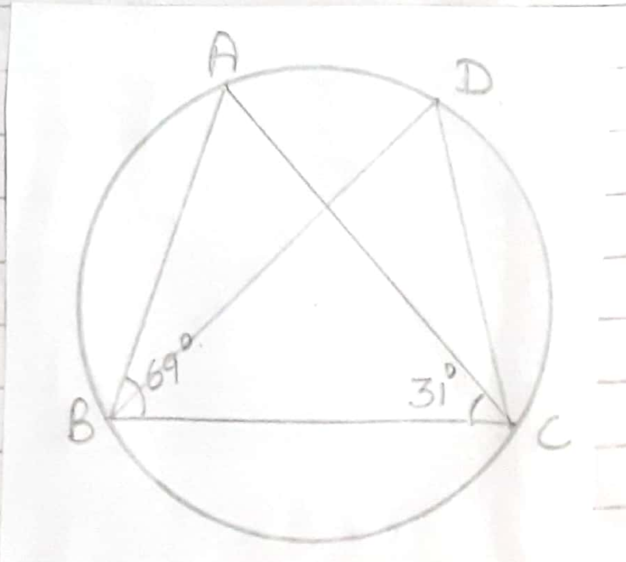
$2\angle OPR + 160^\circ = 180^\circ$

$2\angle OPR = 180^\circ - 160^\circ = 20^\circ$

∴ $\angle OPR = \frac{20^\circ}{2} = 10^\circ$

∴ $\angle OPR = 10^\circ$

4. ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ $\angle ABC = 69^\circ$ ਅਤੇ $\angle ACB = 31^\circ$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ $\angle BDC$ ਪਤਾ ਕਰੋ।



ਹੱਲ :- ΔABC ਵਿੱਚ

$\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$

$\angle BAC + 69^\circ + 31^\circ = 180^\circ$

$\angle BAC + 100^\circ = 180^\circ$

$\angle BAC = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$

∴ $\angle BAC = 80^\circ$

ਬਿੰਦੂ A ਅਤੇ D ਚੱਕਰ ਦੇ ਇੱਕ ਹੀ ਚੱਕਰਖੰਡ ਵਿੱਚ ਹਨ।

∴ $\angle BDC = \angle BAC$

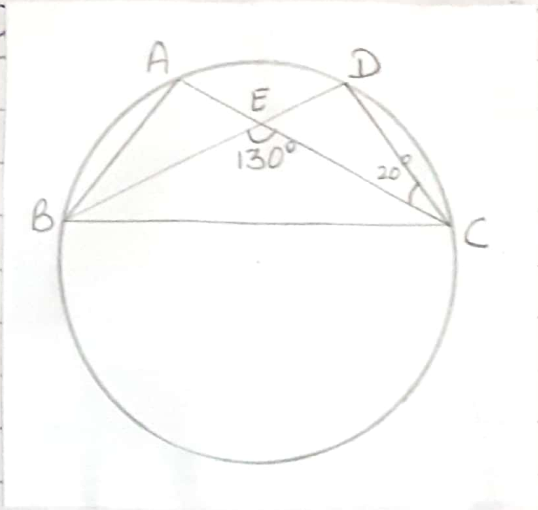
[∵ ਇੱਕੋ ਹੀ ਚੱਕਰਖੰਡ ਦੇ ਬਣੇ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ]

∴ $\angle BDC = 80^\circ$

Scanned with CamScanner

5. ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਤੇ A, B, C ਅਤੇ D ਚਾਰ ਬਿੰਦੂ ਹਨ। AC ਅਤੇ BD ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ E ਉੱਤੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕੱਟਦੇ ਹਨ ਕਿ $\angle BEC = 130°$ ਅਤੇ $\angle ECD = 20°$ ਹੈ। $\angle BAC$ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: $\angle CED + \angle BEC = 180°$ (ਰੇਖੀ ਜੋੜਾ)



$\angle CED + 130° = 180°$

$\angle CED = 180° - 130° = 50°$

$\angle CED = 50°$

$\triangle BDC$ ਵਿੱਚ

$\angle CED + \angle ECD + \angle CDE = 180°$

$50° + 20° + \angle CDE = 180°$

$70° + \angle CDE = 180°$

$\angle CDE = 180° - 70° = 110°$

$\angle CDB = \angle CDE = 110°$

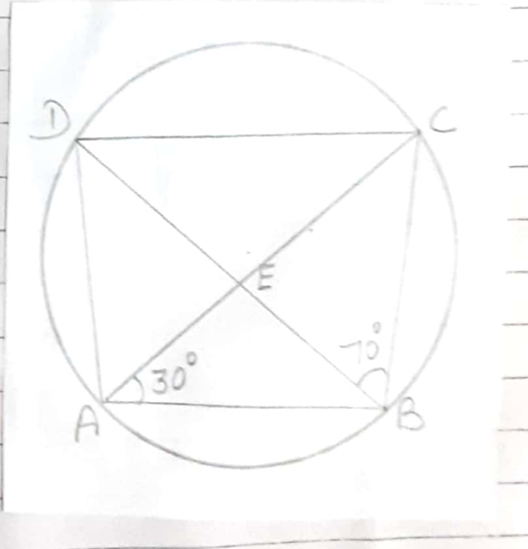
ਹੁਣ $\angle BAC = \angle CDB$ [ਇੱਕ ਹੀ ਚੱਕਰ ਖੰਡ ਵਿੱਚ ਬਣੇ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ]

$\therefore \angle BAC = 110°$.

6. ABCD ਇੱਕ ਚੱਕਰੀ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ ਜਿਸ ਦੇ ਵਿਕਰਣ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ E ਉੱਤੇ ਕੱਟਦੇ ਹਨ। ਜੇਕਰ $\angle DBC = 70°$ ਅਤੇ $\angle BAC = 30°$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ $\angle BCD$ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਫਿਰ ਜੇਕਰ $AB = BC$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ $\angle ECD$ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ:- $\angle DAC = \angle DBC = 70°$

[∵ ਇੱਕ ਹੀ ਚੱਕਰਖੰਡ ਤੇ ਬਣੇ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।]



$\therefore \angle DAC = 70°$

ਹੁਣ $\angle DAB = \angle DAC + \angle CAB$

$= 70° + 30° = 100°$

$\angle DAB = 100°$

$\angle DAB + \angle BCD = 180°$

[∵ ਚੱਕਰੀ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 180° ਹੁੰਦਾ ਹੈ]

$\therefore 100° + \angle BCD = 180°$

$\angle BCD = 180° - 100° = 80°$

ਹੁਣ $AB = BC$

ਤਾਂ $\triangle ABC$ ਵਿੱਚ $\angle ACB = \angle BAC$ [ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ]

$= 30°$

$\therefore \angle ACB = 30°$

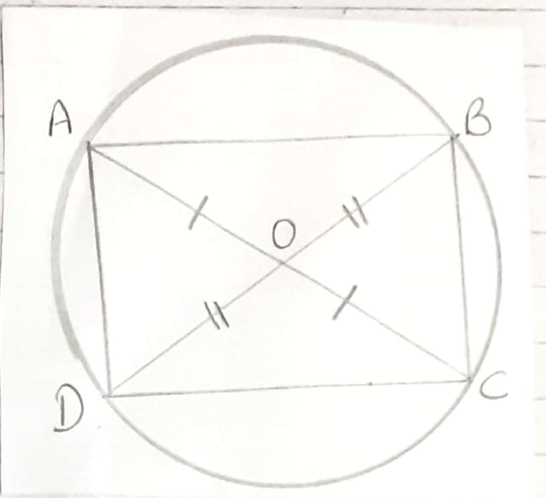
ਹੁਣ $\angle ECD + \angle ACB = \angle BCD$

$\angle ECD + 30° = 80°$

$\angle ECD = 80° - 30° = 50°$.

Scanned with CamScanner

7. ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਚੱਕਰੀ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਵਿਕਰਣ ਉਸ ਦੇ ਸਿਖਰਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹੋ ਕੇ ਜਾਣ ਵਾਲੇ ਚੱਕਰ ਦੇ ਵਿਆਸ ਹੋਣ, ਤਾਂ ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ ਉਹ ਇੱਕ ਆਇਤ ਹੈ।



ਸਬੂਤ :- AC ਇੱਕ ਵਿਆਸ ਹੈ।

$\therefore \angle B = \angle D = 90^\circ$ —(1)

(ਅਰਧ-ਚੱਕਰ ਵਿੱਚ ਕੋਣ ਸਮਕੋਣ ਹੁੰਦਾ ਹੈ)

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ BD ਇੱਕ ਵਿਆਸ ਹੈ।

$\therefore \angle A = \angle C = 90^\circ$ —(2)

(ਅਰਧ-ਚੱਕਰ ਤੇ ਕੋਣ ਸਮਕੋਣ ਹੁੰਦਾ ਹੈ)

ΔAOD ਅਤੇ ΔBOC (COB) ਵਿੱਚ

$AO = CO$ (ਚੱਕਰ ਦੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ)

$\angle AOD = \angle COB$ (ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ)

$DO = BO$ (ਚੱਕਰ ਦੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ)

$\therefore \Delta AOD \cong \Delta COB$ (SAS ਸਰਬੰਗਸਮ ਨਿਯਮ)

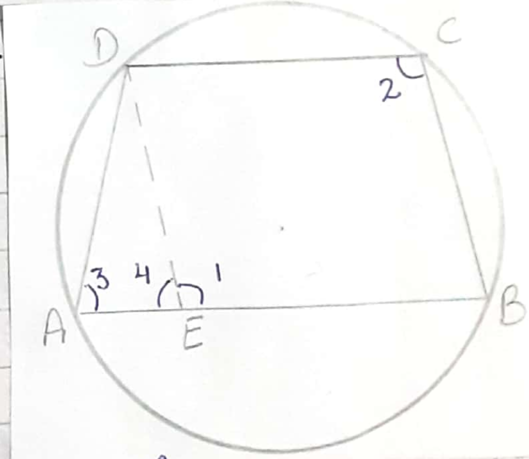
$\therefore AD = BC$ (by c.p.c.t) —(3)

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $AB = DC$ —(4)

(1), (2), (3) ਅਤੇ (4) ਅਨੁਸਾਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ABCD ਦਾ ਹਰੇਕ ਕੋਣ 90° ਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾਵਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹਨ।

$\therefore$ ABCD ਇੱਕ ਆਇਤ ਹੈ।

8. ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਸਮਲੰਬ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੀਆਂ ਅਸਮਾਂਤਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ, ਤਾਂ ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ ਇਹ ਚੱਕਰੀ ਹੈ।



ਦਿੱਤਾ ਹੈ :- ਇੱਕ ਸਮਲੰਬ ਚਤੁਰਭੁਜ ABCD ਜਿੱਥੇ $AB \parallel CD$ ਅਤੇ $AD = BC$.

ਸਿੱਧ ਕਰਨਾ :- ABCD ਚੱਕਰੀ ਹੈ।

ਰਚਨਾ :- $DE \parallel CB$ ਖਿੱਚੋ।

ਸਬੂਤ :- $DE \parallel CB$ ਅਤੇ $EB \parallel DC$

$\therefore$ EBCD ਇੱਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ।

$\therefore DE = CB$ ਅਤੇ $\angle 1 = \angle 2$ —(1)

($\because$ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।)

ਹੁਣ $AD = BC$ (ਦਿੱਤਾ ਹੈ) ਅਤੇ $BC = DE$ (ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ)

$\Rightarrow AD = DE$

$\therefore \angle 4 = \angle 3$ (ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਬਰਾਬਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ) —(2)

$\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$ (ਰੇਖੀ ਜੋੜਾ)

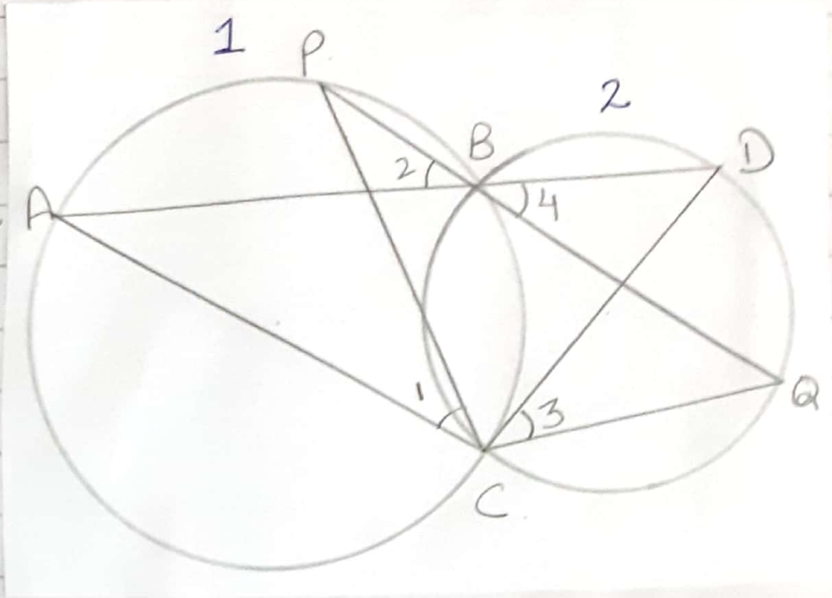
$\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ ((1) ਅਤੇ (2) ਅਨੁਸਾਰ)

$\angle C + \angle A = 180^\circ$

$\therefore$ ABCD ਇੱਕ ਚੱਕਰੀ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ। [$\because$ ਚੱਕਰੀ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਕੋਣ ਸੰਪੂਰਕ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।]

Scanned with CamScanner

9. ਦੋ ਚੱਕਰ ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ B ਅਤੇ C ਉੱਤੇ ਕੱਟਦੇ ਹਨ। B ਤੋਂ ਹੋ ਕੇ ਜਾਣ ਵਾਲੇ ਦੋ ਰੇਖਾਖੰਡ ABD ਅਤੇ PBQ ਚੱਕਰਾਂ ਨੂੰ A, D ਅਤੇ P, Q ਤੇ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਕੱਟਦੇ ਹੋਏ ਖਿੱਚੇ ਗਏ ਹਨ। ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ $\angle ACP = \angle QCD$ ਹੈ।



ਹੱਲ:- ਚੱਕਰ 1 ਵਿੱਚ

$\angle 1 = \angle 2$ — (1)

(∵ ਇੱਕ ਹੀ ਚੱਕਰਖੰਡ ਤੇ ਬਣੇ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।)

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $\angle 3 = \angle 4$ — (2)

$\angle 2 = \angle 4$ — (3)

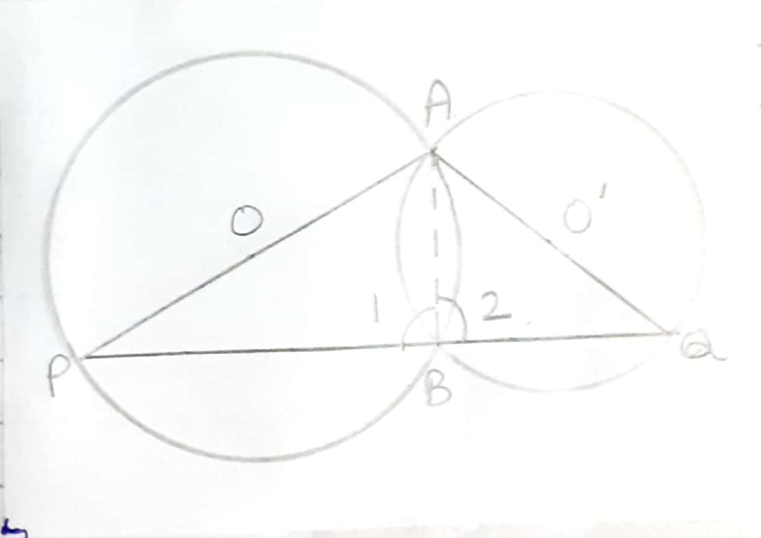
(∵ ਸਿੱਖਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ)

(1), (2) ਅਤੇ (3) ਅਨੁਸਾਰ

$\angle 1 = \angle 3$

$\Rightarrow \angle ACP = \angle QCD$.

10. ਅਗਰ ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਨੂੰ ਵਿਆਸ ਮੰਨ ਕੇ ਚੱਕਰ ਖਿੱਚੇ ਜਾਣ, ਤਾਂ ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ ਇਨ੍ਹਾਂ ਚੱਕਰਾਂ ਦਾ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ ਤੀਜੀ ਭੁਜਾ ਉੱਤੇ ਸਥਿਤ ਹੈ।



ਦਿੱਤਾ ਹੈ:- ਦੋ ਚੱਕਰ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਨੂੰ ਬਿੰਦੂਆਂ A ਅਤੇ B ਤੇ ਕੱਟਦੇ ਹਨ। AP ਅਤੇ AQ ਵਿਆਸ ਹਨ।

ਸਿੱਧ ਕਰਨਾ ਹੈ:- ਬਿੰਦੂ B, ਤੀਜੀ ਭੁਜਾ PQ ਤੇ ਸਥਿਤ ਹੈ।

ਰਚਨਾ:- A ਅਤੇ B ਨੂੰ ਮਿਲਾਓ।

ਸਬੂਤ:- AP ਵਿਆਸ ਹੈ।

∴ $\angle 1 = 90^\circ$ (ਅਰਧ ਚੱਕਰ ਤੇ ਕੋਣ)

AQ ਵਿਆਸ ਹੈ।

∴ $\angle 2 = 90^\circ$ (ਅਰਧ-ਚੱਕਰ ਤੇ ਕੋਣ)

ਜੋੜ $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\angle PBQ = 180^\circ$

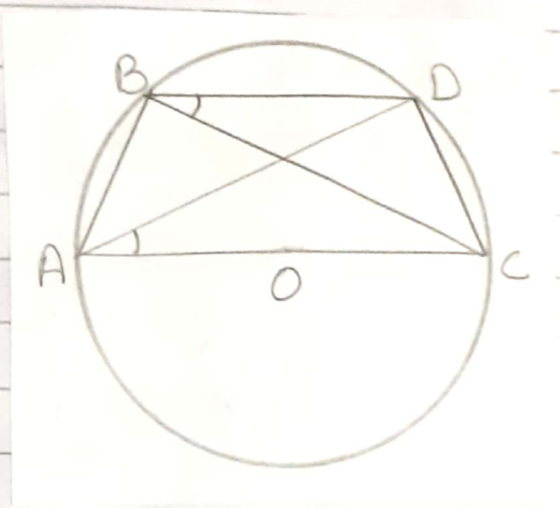
$\Rightarrow$ PBQ ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਹੈ।

∴ ਚੱਕਰ ਦਾ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ 'B' ਤੀਜੀ ਭੁਜਾ ਉੱਤੇ ਸਥਿਤ ਹੈ।

Scanned with CamScanner

11. ਸਾਂਝੇ ਕਰਣ AC ਵਾਲੇ ਦੋ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਅਤੇ ADC ਹਨ। ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ $\angle CAD = \angle CBD$ ਹੈ।

ਹੱਲ :- ਦਿੱਤਾ ਹੈ ਕਿ ਦੋ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ΔABC ਅਤੇ ΔADC ਵਿੱਚ $\angle B$ ਅਤੇ $\angle D$ ਸਮਕੋਣ ਹੈ।



$\therefore \angle ABC = \angle ADC$ (ਹਰੇਕ 90°)

ਜੇਕਰ ਅਸੀਂ AC ਸਾਂਝਾ ਵਿਆਸ ਲੈ ਕੇ ਇਕ ਚੱਕਰ ਖਿਚਾਂਗੇ ਤਾਂ ਇਹ ਬਿੰਦੂ B ਅਤੇ D ਵਿੱਚੋਂ ਹੋ ਕੇ ਜਾਵੇਗਾ।

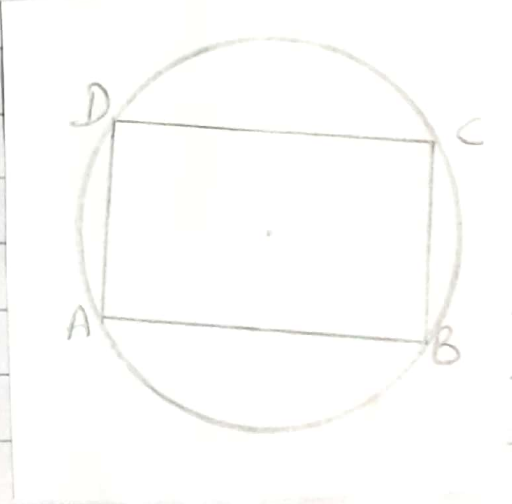
($\because$ B ਅਤੇ D ਉਹ ਬਿੰਦੂ ਹਨ ਜੋ ਚਾਪ AC ਦੇ ਇਕਾਂਤਰ ਖੰਡਾਂ ਵਿੱਚ ਹਨ।)

ਹੁਣ $\angle CAD = \angle CBD$

($\because$ ਇੱਕ ਹੀ ਚੱਕਰ ਖੰਡ ਤੇ ਬਣੇ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

12. ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ ਚੱਕਰੀ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਇੱਕ ਆਇਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ

ਹੱਲ ABCD ਇੱਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ।



$\therefore \angle B = \angle D$ — (1)

($\because$ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।)

ABCD ਇੱਕ ਚੱਕਰੀ ਚਤੁਰਭੁਜ ਵੀ ਹੈ।

$\therefore \angle B + \angle D = 180^\circ$

(1) ਅਨੁਸਾਰ

$\angle B + \angle B = 180^\circ$

$2\angle B = 180^\circ$

$\angle B = \frac{180^\circ}{2}$

$\therefore \angle B = 90^\circ$

$\therefore \angle B = \angle D = 90^\circ$

ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ABCD ਵਿੱਚ $\angle B = \angle D = 90^\circ$ ਹੈ।

$\therefore$ ABCD ਇੱਕ ਆਇਤ ਹੈ

Scanned with CamScanner