પ્રકરણ 7

કણોનાં તંત્ર અને ચાકગતિ

• બહુવિકલ્પ પ્રશ્નો (MCQ I)

નીચેના પ્રશ્નોમાં એક જ વિકલ્પ સાચો છે :

7.1 નીચેનામાંથી કોના માટે દ્રવ્યમાન કેન્દ્ર પદાર્થની બહાર હશે ?

(a) પેન્સિલ

(b) શોટપુટ (ગોળો)

(c) પાસો

(d) બંગડી

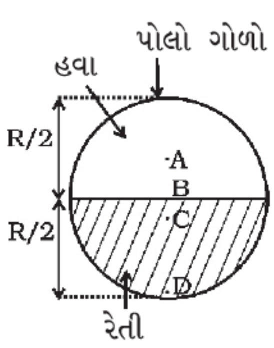
7.2 આકૃતિ 7.1માં દર્શાવેલ તંત્ર માટે દ્રવ્યમાન કેન્દ્રનું સંભવિત સ્થાન નીચેનામાંથી કયા બિંદુ પાસે હશે ?

(a) A

(b) B

(c) C

(d) D



આકૃતિ 7.1

7.3 m દ્રવ્યમાન ધરાવતો કણ yz સમતલમાં ધન Y-અક્ષને સમાંતર રહે તેવા ગતિપથ પર અચળ વેગ υ સાથે ગતિ કરે છે અને Z-અક્ષને $z = a$ પાસે છેદે છે (આકૃતિ 7.2).

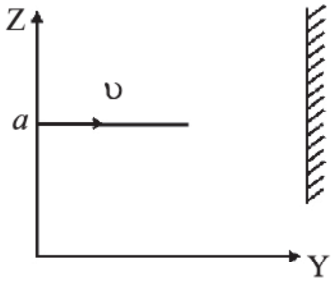
y = અચળ પાસેની દીવાલથી સ્થિતિસ્થાપકીય પાછા ફેંકાતા આ પદાર્થ માટે ઊગમબિંદુની સાપેક્ષે કોણીય વેગમાનમાં થતો ફેરફાર.

(a) $m\upsilon a\ \hat{\mathbf{e}}_x$

(b) $2m\upsilon a\ \hat{\mathbf{e}}_x$

(c) $ym\upsilon\ \hat{\mathbf{e}}_x$

(d) $2ym\upsilon\ \hat{\mathbf{e}}_x$



આકૃતિ 7.2

7.4 જ્યારે તકતી અચળ કોણીય વેગથી પરિભ્રમણ કરે ત્યારે નીચેનામાંથી કયું વિધાન સાચું નથી ?

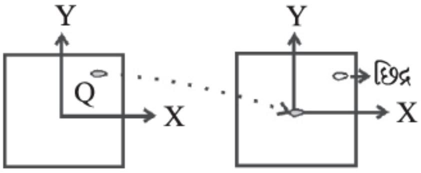
(a) પરિભ્રમણની દિશા સમાન રહે છે.

(b) પરિભ્રમણ અક્ષની દિશા સમાન રહે છે.

(c) પરિભ્રમણની ઝડપ શૂન્યેતર અને સમાન રહે છે.

(d) કોણીય પ્રવેગ શૂન્યેતર અને સમાન રહે છે.

7.5 એક નિયમિત ચોરસ તકતીમાંથી અનિયમિત આકારનો નાનો ટુકડો Q કાપીને તેને કેન્દ્ર પર ચોંટાડવામાં આવે છે અને પ્લેટ પર મૂળ સ્થાને છિદ્ર રહે છે (આકૃતિ 7.3). આથી Z-અક્ષને અનુલક્ષીને તકતીની જડત્વની ચાકમાત્રા



આકૃતિ 7.3

(a) વધે છે.
(b) ઘટે છે.
(c) સમાન રહે છે.
(d) અનિશ્ચિત પ્રકારે ફેરફાર થશે.

7.6 પ્રશ્ન 5માં હવે તકતીનું દ્રવ્યમાન કેન્દ્ર xy-સમતલના નીચેનામાંથી કયા ચરણમાં (quadrant) હશે ?

(a) I
(b) II
(c) III
(d) IV

7.7 1 m લંબાઈના અનિયમિત સળિયાની ઘનતા $\rho(x) = a(1 + bx^2)$ વડે આપી શકાય છે. જ્યાં a અને b અચળાંકો છે અને $0 \le x \le 1$. આ સળિયાનું દ્રવ્યમાન કેન્દ્ર,

(a) $\dfrac{3(2+b)}{4(3+b)}$

(b) $\dfrac{4(2+b)}{3(3+b)}$

(c) $\dfrac{3(3+b)}{4(2+b)}$

(d) $\dfrac{4(3+b)}{3(2+b)}$

7.8 R ત્રિજ્યા અને m દ્રવ્યમાન ધરાવતી રિંગ જેવા પ્લેટફૉર્મની મદદથી બનેલું મેરિ-ગો-રાઉન્ડ (ફજેત ફાળકો), ω જેટલી કોણીય ઝડપથી પરિભ્રમણ કરે છે. M દ્રવ્યમાન ધરાવતો માણસ તેના પર ઊભો છે. કોઈ એક ક્ષણે, મેરિ-ગો-રાઉન્ડના કેન્દ્રથી ત્રિજ્યાવર્તી દૂર તરફની દિશામાં (મેરિ-ગો-રાઉન્ડમાંથી જોતા) મેરિ-ગો-રાઉન્ડમાંથી કૂદકો મારે છે. તે પછી મેરિ-ગો-રાઉન્ડની ઝડપ

(a) 2ω (b) ω (c) $\frac{\omega}{2}$ (d) 0

• બહુવિકલ્પ પ્રશ્નો (MCQ II)

નીચેના પ્રશ્નોમાં એક અથવા એક કરતાં વધુ વિકલ્પ સાચા હોઈ શકે છે :

7.9 સાચો વિકલ્પ પસંદ કરો :

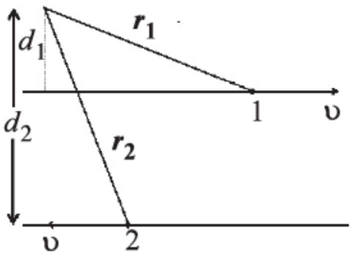
(a) સામાન્ય ચાકગતિ માટે, કોણીય વેગમાન **L** અને કોણીય વેગ ω સમાંતર હોવા જરૂરી નથી.

(b) જડિત અક્ષને અનુલક્ષીને થતી ચાકગતિ માટે, કોણીય વેગમાન **L** અને કોણીય વેગ ω હંમેશાં સમાંતર હોય છે.

(c) સામાન્ય સ્થાનાંતરિત ગતિ માટે, વેગમાન $\boldsymbol{p}$ અને વેગ $\boldsymbol{\upsilon}$ હંમેશાં સમાંતર હોય છે.

(d) સામાન્ય સ્થાનાંતરિત ગતિ માટે, પ્રવેગ $\boldsymbol{a}$ અને વેગ $\boldsymbol{\upsilon}$ હંમેશાં સમાંતર હોય છે.

7.10 આકૃતિ 7.4માં દર્શાવ્યા અનુસાર દરેકનું દ્રવ્યમાન m છે તેવા બે સમાન કણ 1 અને 2, સમાંતર અક્ષ પર એકબીજાથી વિરુદ્ધ દિશામાં સમાન ઝડપ $\boldsymbol{\upsilon}$ સાથે ગતિ કરે છે. કોઈ એક ક્ષણે, સમાંતર રેખાઓના સમતલમાં આવેલા કોઈ બિંદુ A પરથી અનુક્રમે તેમના સ્થાનસદિશ $\boldsymbol{r_1}$ અને $\boldsymbol{r_2}$ દોરેલા છે. સાચો વિકલ્પ પસંદ કરો.



આકૃતિ 7.4

(a) A ને અનુલક્ષીને કણ 1 નું કોણીય વેગમાન $\boldsymbol{l_1} = m\upsilon d_1 \odot$

(b) A ને અનુલક્ષીને કણ 2 નું કોણીય વેગમાન $\boldsymbol{l_2} = m\upsilon r_2 \odot$

(c) A ને અનુલક્ષીને તંત્રનું કુલ કોણીય વેગમાન $\boldsymbol{l} = m\upsilon(\boldsymbol{r_1} + \boldsymbol{r_2}) \odot$

(d) A ને અનુલક્ષીને તંત્રનું કોણીય વેગમાન $\boldsymbol{l} = m\upsilon(d_2 - d_1) \otimes$

$\odot$ એ પાનામાંથી બહાર આવતો એકમ સદિશ રજૂ કરે છે.

$\otimes$ એ પાનામાં દાખલ થતો એકમ સદિશ રજૂ કરે છે.

7.11 કોઈ એક અક્ષને અનુલક્ષીને કણોના તંત્ર પર લાગતું પરિણામી બાહ્ય ટૉર્ક શૂન્ય છે. નીચેનામાંથી કયું વિધાન તેની સાથે સુસંગત છે ?

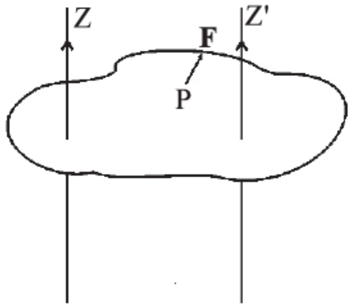
(a) આ અક્ષ પરના કોઈ બિંદુએથી લાગતાં બળો ત્રિજ્યાવર્તી હોઈ શકે.

(b) પરિભ્રમણની અક્ષ પર બળો લાગતાં હોઈ શકે.

(c) પરિભ્રમણની અક્ષને સમાંતર બળ લાગતાં હોઈ શકે.

(d) કેટલાંક બળને કારણે લાગતાં ટૉર્ક, કેટલાંક અન્ય બળોને કારણે લાગતાં ટૉર્ક સમાન અને વિરુદ્ધ દિશાનાં હોય છે.

7.12 આકૃતિ 7.5માં *xy*-સમતલમાં એક સ્તર (પડ) દર્શાવેલ છે. તેના સમતલમાંથી પસાર થતી બે લંબ અક્ષો Z અને Z' છે. P બિંદુ પાસે દર્શાવ્યા અનુસાર, **F** બળ સમતલમાં લાગે છે. નીચેનામાંથી કયું સાચું છે ? (બિંદુ P એ Z-અક્ષ કરતાં Z'-અક્ષની નજીક છે.)



આકૃતિ 7.5

(a) **F** ને કારણે Z-અક્ષને અનુલક્ષીને ટૉર્ક τ, $-\hat{\mathbf{k}}$ ની દિશામાં છે.

(b) **F** ને કારણે Z'-અક્ષને અનુલક્ષીને ટૉર્ક τ', $-\hat{\mathbf{k}}$ ની દિશામાં છે.

(c) **F** ને કારણે Z-અક્ષને અનુલક્ષીને ટૉર્કનું મૂલ્ય તેના Z' ને અનુલક્ષીને મૂલ્ય કરતાં મોટું છે.

(d) કુલ ટૉર્ક $\tau = \tau + \tau'$ વડે આપી શકાય.

7.13 આકૃતિ 7.6ના સંદર્ભમાં, બાજુની લંબાઈ *a* અને દ્રવ્યમાન *m* વાળા સમઘન માટે, નીચેનાં (વિધાન) સાચાં છે કે ખોટાં તે જણાવો (O એ સમઘનનું કેન્દ્ર છે).

(a) Z-અક્ષને અનુલક્ષીને જડત્વની ચાકમાત્રા

$I_z = I_x + I_y$

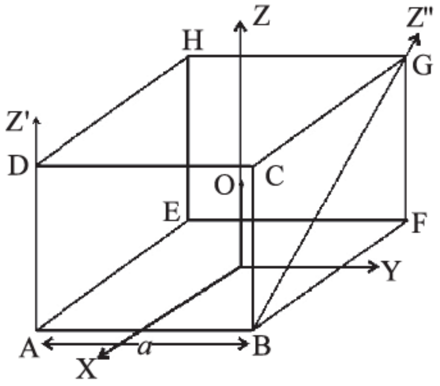
(b) Z'-અક્ષને અનુલક્ષીને જડત્વની ચાકમાત્રા

$I'_z = I_z + \frac{ma^2}{2}$.

(c) Z''-અક્ષને અનુલક્ષીને જડત્વની ચાકમાત્રા

$= I_z + \frac{ma^2}{2}$.

(d) $I_x = I_y$



આકૃતિ 7.6

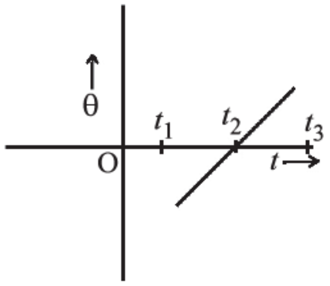
• અતિટૂંક જવાબી પ્રશ્નો (VSA)

7.14 પૃથ્વી પર 'નાના' પદાર્થ માટે તેનું ગુરુત્વકેન્દ્ર અને દ્રવ્યમાન કેન્દ્ર સંપાત થયેલા હોય છે જ્યારે 'વિસ્તૃત' પદાર્થ માટે આવું નથી. આ સંદર્ભમાં 'નાના' અને 'વિસ્તૃત'નો ગુણાત્મક અર્થ શું થાય ?

નીચેનામાંથી કોના માટે બંને સંપાત થયેલા છે ? મકાન, તળાવ, સરોવર, પર્વત.

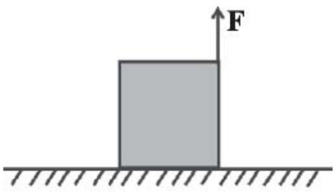
7.15 સમાન દ્રવ્યમાન અને ત્રિજ્યા ધરાવતા નક્કર ગોળા અને પોલા નળાકારની, તેમની સંમિતિની અક્ષમાંથી પસાર થતી અક્ષને અનુલક્ષીને જડત્વની ચાકમાત્રામાંથી નક્કર ગોળાની જડત્વની ચાકમાત્રા શા માટે ઓછી હોય છે ?

7.16 ચાકગતિ કરતા દૃઢ પદાર્થ પરના બિંદુના કોણીય સ્થાન θ માં સમય *t* સાથે થતો ફેરફાર આકૃતિ 7.7માં દર્શાવેલ છે. પદાર્થ સમઘડી દિશામાં કે વિષમઘડી દિશામાં પરિભ્રમણ કરતો હશે ?



આકૃતિ 7.7

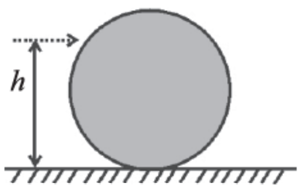
7.17 m દ્રવ્યમાન અને બાજુની લંબાઈ a ધરાવતો એક નિયમિત સમઘન, ઘર્ષણરહિત સમક્ષિતિજ સપાટી પર મૂકેલો છે. આકૃતિ 7.8માં દર્શાવ્યા અનુસાર તેની ધાર પર શિરોલંબ બળ F લાગુ પાડેલ છે. નીચેનાં જોડકાં જોડો (સૌથી યોગ્ય પસંદગી કરો.) :



આકૃતિ 7.8

(a) $\frac{mg}{4} < F < \frac{mg}{2}$	(i) સમઘન ઊર્ધ્વદિશામાં ઊંચકાશે.
(b) $F > \frac{mg}{2}$	(ii) સમઘન ગતિ (પ્રદર્શિત) કરશે નહિ.
(c) $F > mg$	(iii) સમઘન ચાકગતિ શરૂ કરશે અને A પાસે સરકશે.
(d) $F = \frac{mg}{4}$	(iv) A થી $\frac{a}{3}$ અંતરે લંબ પ્રત્યાઘાત અસરકારક થશે, ગતિ થશે નહિ.

7.18 ખરબચડી સમક્ષિતિજ સપાટી પર m દ્રવ્યમાન અને R ત્રિજ્યાનો નિયમિત ગોળો મૂકેલ છે. સપાટીથી h ઊંચાઈએ ગોળાને સમક્ષિતિજ દિશામાં ફટકારવામાં આવે છે. નીચેનાં જોડકાં જોડો :



આકૃતિ 7.9

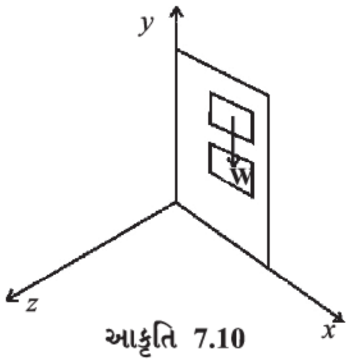
(a) $h = \frac{R}{2}$	(i) ગોળો સરક્યા સિવાય અચળ વેગથી ગબડશે અને ઊર્જા ગુમાવશે નહિ.
(b) $h = R$	(ii) ગોળો સમઘડી દિશામાં ઘૂમશે. ઘર્ષણને લીધે ઊર્જા ગુમાવશે.
(c) $h = \frac{3R}{2}$	(iii) ગોળો વિષમઘડી દિશામાં ઘૂમશે. ઘર્ષણને લીધે ઊર્જા ગુમાવશે.
(d) $h = \frac{7R}{5}$	(iv) ગોળો માત્ર ગતિ કરશે, ઘર્ષણને લીધે ઊર્જા ગુમાવશે.

• ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો (SA)

7.19 દૃઢ પદાર્થ પર લાગતાં અસમરેખ બળોના તંત્રનો સદિશ સરવાળો અશૂન્ય છે. જો બળોના તંત્ર વડે કોઈ ચોક્કસ બિંદુને અનુલક્ષીને બધા ટૉર્કનો સદિશ સરવાળો શૂન્ય મળે છે, તો શું આનો અર્થ એવો કરી શકાય કે કોઈ પણ યાદચ્છિક બિંદુને અનુલક્ષીને તે શૂન્ય જ હોય ?

7.20 પૈંડાના કેન્દ્રમાંથી પસાર થતી અને તેના સમતલને લંબ એવી અક્ષને અનુલક્ષીને થતી નિયમિત ગતિ માટે તેને (પૈડાને) યાંત્રિક (સ્થાનાંતરીય તથા ચાકગતીય) સંતુલનમાં રહેલું ગણી શકાય કારણ કે તેની ગતિ જાળવી રાખવા પરિણામી બાહ્ય બળ કે ટૉર્કની જરૂર પડતી નથી. તેમ છતાં, પૈડું જે કણોથી બનેલું છે, તે કણો કેન્દ્ર તરફની દિશામાં કેન્દ્રગામી પ્રવેગ અનુભવે છે. પૈડું સંતુલનમાં હોવા છતાં તમે આ બાબતનું સમાધાન કઈ રીતે કરશો ? પૈડાના દ્રવ્યમાન કેન્દ્રમાંથી પસાર થતી અને તેના સમતલને લંબ એવી અક્ષને અનુલક્ષીને તમે અર્ધ પૈડાને નિયમિત ગતિમાં કેવી રીતે ગોઠવશો ? શું આ ગતિ જાળવી રાખવા તમારે બાહ્ય બળની જરૂર પડશે ?

7.21 દરવાજાને એક છેડેથી જડિત કરેલ છે અને તે ઊર્ધ્વ અક્ષને અનુલક્ષીને પરિભ્રમણ કરવા મુક્ત છે (આકૃતિ 7.10). શું તેનું વજન આ અક્ષને અનુલક્ષીને કોઈ ટૉર્ક માટે કારણભૂત છે ? તમારા ઉત્તર માટે કારણ આપો.



આકૃતિ 7.10

7.22 નિયમિત n-બહુકોણીય રચનાના $(n - 1)$ શિરોબિંદુઓ પર દરેકનું સમાન દ્રવ્યમાન m હોય તેવા બિંદુવત્ પદાર્થો મૂક્યા છે. બહુકોણના કેન્દ્રની સાપેક્ષમાં ખાલી રહેલા શિરોબિંદુનો સ્થાનસદિશ $\boldsymbol{a}$ છે. દ્રવ્યમાન કેન્દ્રનો સ્થાનસદિશ શોધો.

• દીર્ઘ જવાબી પ્રશ્નો (LA)

7.23 નિયમિત (a) અર્ધ તકતી, (b) ચતુર્થક તકતીના દ્રવ્યમાન કેન્દ્ર શોધો.

7.24 જેમની અક્ષોને (તકતીને લંબ અને તેના કેન્દ્રમાંથી પસાર થતી) અનુલક્ષીને જડત્વની ચાકમાત્રા અનુક્રમે I_1 અને I_2 તથા ω_1 અને ω_2 જેટલી કોણીય ઝડપથી પરિભ્રમણ કરતી હોય, તેવી બે તકતીઓને તેમની પરિભ્રમણ અક્ષો સંપાત થાય અને તેમની સપાટીઓ સામસામે આવે તે રીતે સંપર્કમાં લાવવામાં આવે છે.

(a) શું આ સ્થિતિમાં કોણીય વેગમાન સંરક્ષણનો નિયમ લાગું પાડી શકાય ? શા માટે ?

(b) બે તકતીના તંત્રની કોણીય ઝડપ શોધો.

(c) આ પ્રક્રિયામાં તંત્રની ગતિઊર્જામાં થતો વ્યય ગણો.

(d) આ વ્યયનું શું થાય ? જણાવો.

7.25 સમક્ષિતિજ અક્ષને અનુલક્ષીને R ત્રિજ્યાની એક તકતી, ω_0 કોણીય ઝડપ સાથે પરિભ્રમણ કરે છે. તેને સમક્ષિતિજ ટેબલ પર મૂકેલ છે. ગતિક ઘર્ષણાંક μ_k છે.

(a) ટેબલના સંપર્કમાં લાવતાં પહેલાં તેના (તકતીના) દ્રવ્યમાન કેન્દ્રનો વેગ કેટલો હશે ?

(b) જ્યારે (તકતીને) ટેબલના સંપર્કમાં મૂકવામાં આવે ત્યારે તેની કિનારી પરના કણની રેખીય ઝડપનું શું થશે ?

(c) જ્યારે તકતીને ટેબલના સંપર્કમાં લાવવામાં આવે ત્યારે તેના દ્રવ્યમાન કેન્દ્રની રેખીય ઝડપનું શું થશે ?

(d) કયું બળ (b) અને (c)ની અસરો માટે જવાબદાર હશે ?

(e) ગબડવાનું શરૂ થવા માટે કઈ શરત સંતોષાવી જરૂરી છે ?

(f) ગબડવાનું શરૂ થવા માટે લાગતા સમયની ગણતરી કરો.

7.26 R અને 2R ત્રિજ્યા અને સમાન ઊંચાઈ h ધરાવતા બે પોલા નળાકારીય પીપ (ડ્રમ) અનુક્રમે ω (વિષમઘડી દિશામાં) અને ω (સમઘડી દિશામાં) કોણીય ઝડપથી પરિભ્રમણ

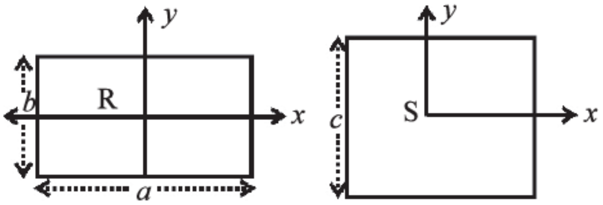
કરે છે. તેમની અક્ષો સમાંતર અને સમક્ષિતિજ સમતલમાં $(3R + \delta)$ અંતરે જડિત કરેલ છે. હવે તેમને સંપર્કમાં લાવવામાં આવે છે $(\delta \to 0)$.

(a) સંપર્કમાં આવ્યા બાદ તરતનું ઘર્ષણ બળ દર્શાવો.

(b) સંપર્કમાં આવ્યા બાદ તંત્રના બાહ્ય બળ અને ટૉર્ક નિશ્ચિત કરો.

(c) જ્યારે ઘર્ષણ દૂર થાય ત્યારે તેમના અંતિમ કોણીય વેગનો ગુણોત્તર શું થશે ?

7.27 નિયમિત ચોરસ પ્લેટ S (બાજુની લંબાઈ c) અને નિયમિત લંબચોરસ પ્લેટ R (બાજુઓ b અને a)ના ક્ષેત્રફળ અને દ્રવ્યમાન સમાન છે (આકૃતિ 7.11).

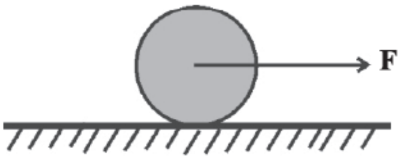


આકૃતિ 7.11

દર્શાવો કે,

(i) $\frac{I_{xR}}{I_{xS}} < 1$ (ii) $\frac{I_{yR}}{I_{yS}} > 1$ (iii) $\frac{I_{zR}}{I_{zS}} > 1$

7.28 R ત્રિજ્યાની નિયમિત તકતી ટેબલ પર તેની કિનારી સ્પર્શે તેમ સ્થિર છે. તકતી અને ટેબલ વચ્ચેનો ઘર્ષણાંક μ છે (આકૃતિ 7.12). હવે આકૃતિમાં દર્શાવ્યા અનુસાર **F** બળ વડે તકતીને ખેંચવામાં આવે છે. **F** નું મહત્તમ મૂલ્ય શું હશે કે જેના માટે તકતી સરક્યા સિવાય ગબડે ?



આકૃતિ 7.12