

माध्यमिक शिक्षा बोर्ड राजस्थान, अजमेर

उच्च माध्यमिक परीक्षा—2022

SENIOR SECONDARY EXAMINATION -2022

गणित

(MATHS)

MODEL QUESTION – PAPER

समय :— 2:45 घंटे

पूर्णाक :— 80

खण्ड – ३

Part – A

Q-1 बहुविकल्पी प्रश्न –

Multiple Questions –

Let R be the relation in the set N given by $R=\{(a, b) : a=b-2, b>6\}$. Choose the correct answer .

- (A) $(2, 4) \in R$ (B) $(3, 8) \in R$
 (C) $(6, 8) \in R$ (D) $(8, 7) \in R$ []

$$\tan^{-1} \sqrt{3} - \sec^{-1}(-2) \text{ is equal to } -$$

$A = [^a_{ij}]_{m \times n}$ is square matrix, if -

- (iv) यदि A एक 3×3 कोटि का वर्ग आव्यूह है तो $|KA|$ का मान होगा।

1

[]

Let A be a square matrix of order 3×3 , then $|KA|$ is equal to -

- (A) $K |A|$ (B) $K^2 |A|$
 (C) $K^3 |A|$ (D) $3K |A|$

[]

- (v) यदि $x-y = \pi$ तो $\frac{dy}{dx}$ का मान होगा ?

1

[]

Find $\frac{dy}{dx}$, if $x-y = \pi$

1

- $$(vi) \quad \int \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx \text{ बराबर हैं।}$$

1

- | | |
|---|---|
| (अ) $\frac{1}{3}x^{\frac{3}{2}} + 2x^{\frac{1}{2}} + c$ | (ब) $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{2}x^2 + c$ |
| (स) $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + 2x^{\frac{1}{2}} + c$ | (द) $\frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}} + c$ |

[]

$\int \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx$ is equal to -

- (A) $\frac{1}{3}x^{\frac{3}{2}} + 2x^{\frac{1}{2}} + c$

(B) $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{2}x^2 + c$

(C) $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + 2x^{\frac{1}{2}} + c$

(D) $\frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}} + c$

[]

- (vii) अवकल समीकरण $2x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 3 \frac{dy}{dx} + y = 0$ की कोटि हैं ?

1

[]

The order of the differential equation $2x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 3 \frac{dy}{dx} + y = 0$ is -

(viii) यदि सदिश \vec{a} और \vec{b} इस प्रकार है कि $|\vec{a}|=3$ और $|\vec{b}|=\frac{\sqrt{2}}{3}$ तब $\vec{a} \times \vec{b}$ एक मात्रक सदिश 1

हैं यदि \vec{a} और \vec{b} के बीच का कोण है :-

- | | |
|---------------------|---------------------|
| (अ) $\frac{\pi}{6}$ | (ब) $\frac{\pi}{4}$ |
| (स) $\frac{\pi}{3}$ | (द) $\frac{\pi}{2}$ |
- []

Let the vectors \vec{a} and \vec{b} be such that $|\vec{a}|=3$ and $|\vec{b}|=\frac{\sqrt{2}}{3}$, then $\vec{a} \times \vec{b}$ is a unit vectors, if the angle between \vec{a} and \vec{b} is :-

- | | |
|---------------------|---------------------|
| (A) $\frac{\pi}{6}$ | (B) $\frac{\pi}{4}$ |
| (C) $\frac{\pi}{3}$ | (D) $\frac{\pi}{2}$ |
- []

(ix) दो घटनाओं A और B को परस्पर स्वतंत्र घटनाएँ कहते हैं, यदि - 1

- | | |
|--------------------------------|----------------------------------|
| (अ) A और B परस्पर अपवर्जी हैं। | (ब) $P(A'B') = [1-P(A)][1-P(B)]$ |
| (स) $P(A) = P(B)$ | (द) $P(A) + P(B) = 1$ |
- []

Two events A and B will be independent, if :-

- | | |
|-------------------------------------|----------------------------------|
| (A) A and B are mutually exclusive. | (B) $P(A'B') = [1-P(A)][1-P(B)]$ |
| (C) $P(A) = P(B)$ | (D) $P(A) + P(B) = 1$ |
- []

(x) आव्यूह A तथा B एक—दूसरे के व्युत्क्रम होंगे केवल यदि :- 1

- | | |
|----------------------|-------------------|
| (अ) $AB = BA$ | (ब) $AB = BA = 0$ |
| (स) $AB = 0, BA = I$ | (द) $AB = BA = I$ |
- []

Matrices A and B will be inverse of each other only if :-

- | | |
|----------------------|-------------------|
| (A) $AB = BA$ | (B) $AB = BA = 0$ |
| (C) $AB = 0, BA = I$ | (D) $AB = BA = I$ |
- []

(xi) यदि $y = x^2 + 3x + 2$ हो तो $\frac{d^2y}{dx^2}$ का मान होगा ? 1

- | | |
|--------------|-------------|
| (अ) $2x + 3$ | (ब) $x + 3$ |
| (स) 2 | (द) 3 |
- []

Find $\frac{d^2y}{dx^2}$, if $y = x^2 + 3x + 2$

- | | |
|--------------|-------------|
| (A) $2x + 3$ | (B) $x + 3$ |
| (C) 2 | (D) 3 |
- []

- (xii) $\hat{i} \cdot (\hat{j} \times \hat{k}) + \hat{j} \cdot (\hat{i} \times \hat{k}) + \hat{k} \cdot (\hat{i} \times \hat{j})$ का मान है।

1

[]

The value of $\hat{i} \cdot (\hat{j} \times \hat{k}) + \hat{j} \cdot (\hat{i} \times \hat{k}) + \hat{k} \cdot (\hat{i} \times \hat{j})$ is -

[]

Q-2 रिक्त स्थान की पूर्ति –

Fill in the blanks –

- (i) यदि $f(x) = |x|$ तथा $g(x) = |5x - 2|$ हो तो $gof(x) = \dots$ है।

1

Find $gof(x) = \dots$, if $f(x) = |x|$ and $g(x) = |5x - 2|$

- (ii) $\cos^{-1}(\cos \frac{7\pi}{6})$ का मान है।

1

The value of $\cos^{-1} \left(\cos \frac{7\pi}{6} \right)$ is

- (iii) यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$ हो तो $A + B = \dots$ है।

$$\text{Find } A + B = \dots, \text{ if } A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \text{ and } B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$$

- (iv) $\frac{d}{dx} [\tan(2x + 3)] = \dots$ സി |

The value of $\frac{d}{dx} [\tan(2x + 3)]$ is

- $$(v) \int_2^3 \frac{1}{x} dx = \dots \stackrel{?}{=} |$$

The value of $\int_{\frac{1}{2}}^3 \frac{1}{x} dx$ is

- (vi) सदिश $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ और $\vec{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ के बीच का कोण $\theta = \dots$ ॥

The value of angle between the vectors $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ is $\theta = \dots$

Q-3 अतिलघूतरात्मक प्रश्न –

Short Answer Type Questions -

(i) यदि $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$ तथा $f = \{(1, 4), (2, 5), (3, 6)\}$ A से B तक एक फलन हैं। 1
सिद्ध कीजिए कि f एकैकी है।

If $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$ and let $f = \{(1, 4), (2, 5), (3, 6)\}$ be a function from A to B .
Show that f is one-one .

(ii) यदि $\sin(\sin^{-1} \frac{1}{5} + \cos^{-1} x) = 1$ तो x का मान ज्ञात कीजिए। 1

If $\sin(\sin^{-1} \frac{1}{5} + \cos^{-1} x) = 1$, then find the value of x .

(iii) समीकरण $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ x & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y & z \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ से x, y तथा z का मान ज्ञात कीजिए। 1

Find the value of x, y and z from the equation is $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ x & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y & z \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$

(iv) दूसरी पंक्ति के अवयवों के सहखंडों का प्रयोग करके $\Delta = \begin{vmatrix} 5 & 3 & 8 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

Using Cofactors of elements of second row, evaluate $\Delta = \begin{vmatrix} 5 & 3 & 8 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

(v) $e^{\sin^{-1} x}$ का x के सापेक्ष अवकलन ज्ञात कीजिए। 1

Differentiate $e^{\sin^{-1} x}$ with respect to x .

(vi) $\int \frac{\sec^2 x}{\sqrt{\tan^2 x + 4}} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

Find $\int \frac{\sec^2 x}{\sqrt{\tan^2 x + 4}} dx$.

(vii) अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \sqrt{4 - y^2}$ ($-2 < y < 2$) का व्यापक हल ज्ञात कीजिए। 1

Find the general solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = \sqrt{4 - y^2}$ ($-2 < y < 2$).

(viii) दर्शाइए कि सदिश $2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ और $-4\hat{i} + 6\hat{j} - 8\hat{k}$ संरेख हैं। 1

Show that the vectors $2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ and $-4\hat{i} + 6\hat{j} - 8\hat{k}$ are collinear .

(ix) यदि $P(A) = \frac{3}{5}$, $P(B) = \frac{1}{5}$ और A एवं B स्वतंत्र घटनाएँ हैं तो $P(A \cap B)$ ज्ञात कीजिए। 1

If $P(A) = \frac{3}{5}$ and $P(B) = \frac{1}{5}$, find $P(A \cap B)$ if A and B are independent events.

(x) यदि शीर्ष (2, -6), (5, 4) और (K, 4) वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल 35 वर्ग इकाई हो तो K का मान ज्ञात कीजिए। 1

If area of triangle is 35 sq. units with vertices (2, -6), (5, 4) and (K, 4). Find the value of K.

(xi) वक्रों के कुल $y = a \sin(x + b)$, जिसमें a, b स्वेच्छ अचर हैं, को निरूपित करने वाले अवकल समीकरण को ज्ञात कीजिए। 1

Form the differential equation representing the family of curves $y = a \sin(x + b)$, where a, b are arbitrary constants.

(xii) उस समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी संलग्न भुजाएँ $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ और $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ द्वारा दी गई है। 1

Find the area of a parallelogram whose adjacent sides are given by the vectors $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$.

खण्ड — ब

Part – B

4. सिद्ध कीजिए कि R में, $R = \{(a, b) : a \leq b\}$ द्वारा परिभाषित सम्बन्ध R स्वतुल्य तथा संक्रामक हैं किन्तु सममित नहीं हैं। [यहाँ R वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है।] 2

Show that the relation R in R defined as $R = \{(a, b) : a \leq b\}$ is reflexive and transitive but not symmetric.

5. यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ तथा $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ एवं $A^2 = KA - 2I$ हो तो K का मान ज्ञात कीजिए। 2

If $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ and $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, Find K so that $A^2 = KA - 2I$.

6. निम्नलिखित समीकरण निकाय को आव्यूह विधि से हल कीजिए :- 2

$$5x + 2y = 4$$

$$7x + 3y = 5$$

Solve the following system of equations by matrix method :-

$$5x + 2y = 4$$

$$7x + 3y = 5$$

7. दर्शाइए कि $g(x) = x - [x]$ द्वारा परिभाषित फलन समस्त पूर्णांक बिन्दुओं पर असतत है। यहाँ $[x]$ उस महत्तम पूर्णांक को निरूपित करता है जो x के बराबर या x से कम है। 2

Show that the function defined by $g(x) = x - [x]$ is discontinuous at all integral points. Here $[x]$ denotes the greatest integer less than or equal to x.

8. $\int \frac{xe^x}{(1+x)^2} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

Find $\int \frac{xe^x}{(1+x)^2} dx$.

9. एक पासे को 7 बार उछालने पर तथ्यतः दो बार 5 आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 2

Find the probability of getting 5 exactly twice in 7 throws of a die.

10. x के किस मान के लिए – 2

$$[1 \ 2 \ 1] \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ x \end{bmatrix} = 0 \text{ हैं।}$$

For what values of x –

$$[1 \ 2 \ 1] \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ x \end{bmatrix} = 0 ?$$

11. यदि $x = a(\theta + \sin \theta)$ तथा $y = a(1 - \cos \theta)$ हो तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए। 2

Find $\frac{dy}{dx}$, if $x = a(\theta + \sin \theta)$ and $y = a(1 - \cos \theta)$.

12. सारणिक के गुणधर्मों का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए कि :– 2

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)$$

By using properties of determinants. Show that :-

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)$$

13. $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{1 + \cos^2 x} dx$ ज्ञात कीजिए। 2

Find $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{1 + \cos^2 x} dx$.

14. निम्नलिखित अवकल समीकरण के लिए दिए हुए प्रतिबन्ध को सन्तुष्ट करने वाला विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए। 2

$$\frac{dy}{dx} = y \tan x \quad : y = 1 \text{ यदि } x = 0$$

The following differential equation. Find a particular solution satisfying the given condition :-

$$\frac{dy}{dx} = y \tan x \quad : y = 1 \text{ if } x = 0$$

15. यदि $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ और $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j}$ इस प्रकार हैं कि $\vec{a} + \lambda \vec{b}$, \vec{c} पर लम्ब हैं तो λ का मान ज्ञात कीजिए। 2

If $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j}$ are such that $\vec{a} + \lambda \vec{b}$, is perpendicular to \vec{c} , then find the value of λ .

16. एक विशेष समस्या को A और B द्वारा स्वतंत्र रूप से हल करने की प्रायिकता क्रमशः $\frac{1}{2}$ और $\frac{1}{3}$ हैं। 2

यदि दोनों स्वतंत्र रूप से समस्या हल करने का प्रयास करते हैं तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि उनमें से तथ्यतः कोई एक समस्या हल कर लेता है।

Probability of solving specific problem independently by A and B are $\frac{1}{2}$ and $\frac{1}{3}$ respectively. If both try to solve the problem independently, Find the probability that exactly one of them solves the problem.

खण्ड – स Part – C

17. सिद्ध कीजिए :- 3

$$\tan^{-1} \sqrt{x} = \frac{1}{2} \cos^{-1} \left(\frac{1-x}{1+x} \right), \quad x \in [0, 1]$$

Prove that :-

$$\tan^{-1} \sqrt{x} = \frac{1}{2} \cos^{-1} \left(\frac{1-x}{1+x} \right), \quad x \in [0, 1]$$

अथवा

OR

निम्नलिखित समीकरण को सरल कीजिए :-

$$\tan^{-1} \left(\frac{1-x}{1+x} \right) = \frac{1}{2} \tan^{-1} x \quad : x > 0$$

Solve the following equation :-

$$\tan^{-1} \left(\frac{1-x}{1+x} \right) = \frac{1}{2} \tan^{-1} x \quad : x > 0$$

18. फलन $x^y + y^x = 1$ के लिए $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

3

Find $\frac{dy}{dx}$ of the function $x^y + y^x = 1$.

अथवा

OR

माध्यमान प्रमेय सत्यापित कीजिए, यदि अंतराल $[a, b]$ में $f(x) = x^2 - 4x - 3$, जहाँ $a=1$ और $b=4$ हैं।
Verify Mean Value Theorem, if $f(x) = x^2 - 4x - 3$ in the interval $[a, b]$, where $a=1$ and $b=4$.

19. $\int \frac{x+2}{\sqrt{x^2+2x+3}} dx$ ज्ञात कीजिए।

3

Find $\int \frac{x+2}{\sqrt{x^2+2x+3}} dx$.

अथवा

OR

$\int \frac{2x}{(x^2+1)(x^2+3)} \cdot dx$ ज्ञात कीजिए।

Find $\int \frac{2x}{(x^2+1)(x^2+3)} \cdot dx$.

20. दर्शाइए कि बिन्दु A, B और C जिनके स्थिति सदिश क्रमशः $\vec{a} = 3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ और $\vec{c} = \hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$ हैं, एक समकोण त्रिभुज के शीर्षों का निर्माण करते हैं।

3

Show that the points A, B and C with position vectors, $\vec{a} = 3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{c} = \hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$ respectively form the vertices of a right angled triangle.

अथवा

OR

सदिश $(\vec{a} + \vec{b})$ और $(\vec{a} - \vec{b})$ में से प्रत्येक के लम्बवत् मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए जहाँ

$$\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}, \quad \vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k} \text{ हैं।}$$

Find a unit vector perpendicular to each of the vectors $(\vec{a} + \vec{b})$ and $(\vec{a} - \vec{b})$, where $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$.

खण्ड – द

Part – D

21. $\int_0^{\pi} \log(1 + \cos x) dx$ ज्ञात कीजिए :–

4

Find $\int_0^{\pi} \log(1 + \cos x) dx$

अथवा

OR

$$\int_0^{\pi/4} \frac{(\sin x + \cos x)}{(9 + 16 \sin 2x)} dx$$

Find $\int_0^{\pi/4} \frac{(\sin x + \cos x)}{(9 + 16 \sin 2x)} dx$

22. दर्शाइए कि अवकल समीकरण $x \cos\left(\frac{y}{x}\right) \frac{dy}{dx} = y \cos\left(\frac{y}{x}\right) + x$ समघातीय हैं और इसका हल ज्ञात कीजिए।

4

Show that the differential equation $x \cos\left(\frac{y}{x}\right) \frac{dy}{dx} = y \cos\left(\frac{y}{x}\right) + x$ is homogeneous and solve it.

अथवा

OR

अवकल समीकरण $(\tan^{-1}y - x) dy = (1+y^2) dx$ का हल ज्ञात कीजिए।

Solve the differential equation $(\tan^{-1}y - x) dy = (1+y^2) dx$

23. एक व्यावसायिक निर्माता के पास A, B तथा C तीन मशीन ऑपरेटर हैं। मशीन ऑपरेटर A, 1% खराब सामग्री उत्पादित करता है तथा B, 5% और C, 7% खराब सामग्री उत्पादित करता है। कार्य पर ऑपरेटर A कुल समय का 50% लगाता है। ऑपरेटर B कुल समय का 30% तथा C कुल समय का 20% लगाता है। यदि एक खराब सामग्री उत्पादित है तो इसे A द्वारा उत्पादित किये जाने की प्रायिकता क्या है ?

4

A Manufacturer has three machine operators A, B and C. The first operator A produces 1% defective items, where as the other two operators B and C produce 5% and 7% defective items respectively. A is on the job for 50% of the time, B is on the job for 30% of the time and C is on the job 20% of the time. A defective item is produced, what is the probability that it was produced by A ?

अथवा

OR

ताश के 52 पत्तों की एक भली-भाँति फेंटी गई गड्ढी में से दो पत्ते उत्तरोत्तर बिना प्रतिस्थापना के (या एक साथ) निकाले जाते हैं। बादशाहों की संख्या का माध्य व प्रसरण ज्ञात कीजिए।

Two Cards are drawn simultaneously (or successively without replacement) from a well shuffled pack of 52 cards. Find the Mean and Variance of the number of kings.