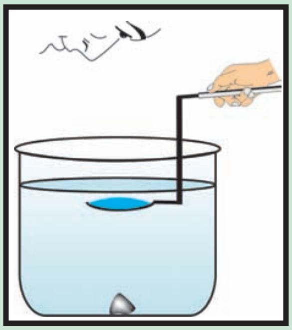
अध्याय

4



वक्र धरातल पर प्रकाश का अपवर्तन (Refraction of Light at Curved Surfaces)

कुछ लोगों को पढ़ने के लिए चश्में का उपयोग करते हुये देखना सामान्य है। घड़ी के सूक्ष्म भागों को देखने के लिए छोटे आवर्धक लेंस का उपयोग होता है।

- क्या आपने आवर्धक लेंस को कभी अपने हाथ से छुआ है?
- क्या आपने पढ़ने के लिए उपयोग में लाए जाने वाले चश्में का कांच अपने हाथ से छुआ है?
- यह एक समतल सतह है या वक्र सतह है?
- यह बीच में मोटा है या किनारों पर?

हमने पिछली कक्षाओं में समतल सतह पर प्रकाश का अपवर्तन पढ़ा है।

आइए अब हम गोलाकार या वक्र सतह पर प्रकाश के अपवर्तन को समझेंगें।

वक्र सतह पर प्रकाश का अपवर्तन (Refraction of light at a curved surface)

क्रियाकलाप 1

एक मोटे कागज की सतह पर काले स्केच पेन से एक तीर का निशान बनाइए जो लगभग 4 से.मी. लम्बा हो। एक खाली बेलनाकर पारदर्शी पात्र जैसे कांच का गिलास (tumbler) लीजिए। इसे टेबल पर रखें। अपने मित्र से पेपर को लाने के लिए कहें जिस पर तीर का निशान बना है। इसे कांच के गिलास के पीछे रखें। आप दूसरी ओर से उसे देखें। (तीर का निशान क्षैतिज स्थिति में होना चाहिए।)

- आप क्या देखते हैं?

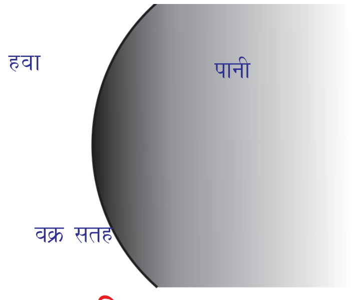
  आप तीर का कम होता हुआ (छोटे आकार का) प्रतिबिम्ब देखेंगे।
- आपको एक छोटे आकार का प्रतिबिंब क्यों दिखाई दिया?
- प्रतिबिंब वास्तविक है या आभासी।
- क्या आप, यह कैसे बना समझाने के लिए, किरण चित्र (ray diagram) बना सकते हैं।

SCERT TELANGANA

अपने मित्र को वर्तन में पानी भरने के लिए कहें अब पहले वाले स्थान से ही तीर का चित्र देखें।

- अब आपको क्या दिखाई देता है?
- क्या आपको उल्टा प्रतिबिंब दिखाई देता है?
- ऐसा कैसे हुआ ?

पहली स्थिति में जब कांच का पात्र खाली था, तीर से आया हुआ प्रकाश का वक्रीय अन्तरपृष्ठ (inerpace) पर अपवर्तन होता है, प्रकाश काँच में प्रवेश करता है और फिर वायु में प्रवेश करता है, तब इसका दूसरी ओर की कांच की वक्र सतह पर दुबारा अपवर्तन होता है (जहाँ से हम देखते हैं।) और प्रकाश वायु में बाहर आता है। इस तरह प्रकाश दो माध्यमों से यात्रा करता है और पात्र से बाहर आता है, क्षीण होता है प्रतिबिंब बनाता है।



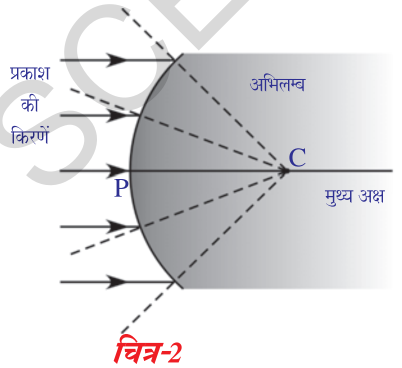
चित्र-1

दूसरी स्थिति में प्रकाश वक्रीय सतह में प्रवेश करता है, पानी में से होता हुआ कांच से बाहर आता है और उल्टा प्रतिबिंब बनाता है।

जब पात्र पानी से भरा होता है, दो भिन्न माध्यमों (वायु और पानी) के बीच वक्र अन्तरपृष्ठ होता है। कल्पना कीजिए कि पानी और कांच दोनों के अपवर्तनांक समान है। (जबकि ऐसा नहीं है।) वायु दूसरे पानी एक दूसरे से एक वक्रीय सतह के द्वारा अलग किये जाने की व्यवस्था चित्र 1 में दिखाई गई है।

- दोनों माध्यमों को एक दूसरे से अलग रखने वाली वक्र सतह पर आपतित होने वाली किरण के साथ क्या होता है?
- क्या आवर्तन के नियम अभी भी (इस स्थिति में भी) विद्यमान हैं?

  आइए पता लगाएँ।



चित्र-2

मान लीजिए एक वक्र धरातल दो माध्यमों को एक दूसरे से अलग रख रहा है जैसा चित्र-2 में दिखाया गया हैं। वक्र सतह जिस गोले का भाग होती है उस गोले का केंद्र *''वक्रता केन्द्र''* (centre of Curvature) कहलाता है। इसे 'C' अक्षर से व्यक्त किया जाता है।

वक्रता केन्द्र से वक्र धरातल के किसी बिन्दु तक खींची गई रेखा वक्र, धरातल के उस बिंदु पर खींचा अभिलम्ब बन जाता है। वक्र सतह पर अभिलम्ब की दिशा, एकबिन्दु से दूसरे बिन्दु पर बदल जाती है। वक्र सतह का मध्य बिन्दु ध्रुव (pole) (P) कह लाता है। ***ध्रुव और वक्रता केन्द्र को जोड़ने वाली रेखा मुख्य अक्ष कहलाती है।***

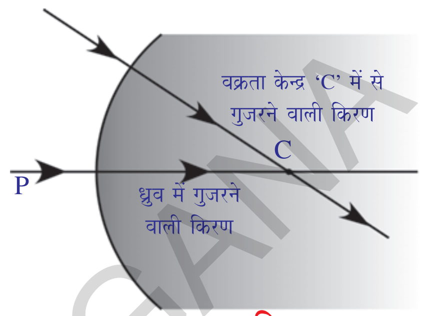
- जब वक्र धरातल पर किरणें आपतित होती हैं तो वे क्यों मुड़ जाती हैं?

SCERT TELANGANA

जैसा कि समतल सतह में होता हैं, प्रकाश की किरण यदि विरल से सघन माध्यम में प्रवेश करती है, तो वह अभिलम्ब की ओर झुकती है, और यदि प्रकाश की किरण सघन से विरल माध्यम में आती है, तो यह अभिलम्ब से दूर मुड़ती है।

आइए देखें कि हम कुछ उपयोगी स्थितियों के लिए किरण-पथ-चित्र (ray diagrams) कैसे खींच सकते हैं।

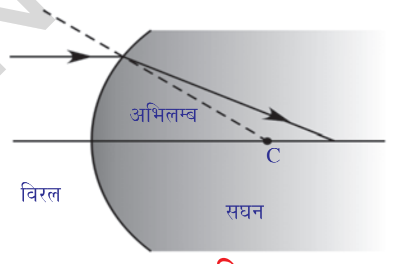
- जो प्रकाश की किरण मुख्य अक्ष के साथ-साथ चलती है, उस पर क्या प्रभाव होता है? साथ ही जो प्रकाश की किरण वक्रता केन्द्र से होकर गुजरती है, वह किस दिशा में मुड़ती है?



चित्र-3

स्नेल के नियम (Snell's law) के अनुसार जो किरण, सतह पर बने अभिलम्ब के साथ-साथ चलती है, वह अपने मार्ग से विचलित नहीं होती। अतः जिन दो किरणों का प्रश्न में जिक्र किया गया है, दोनों ही वक्र सतह पर बने अभिलम्ब के बराबर चलती हैं, इसलिए उनमें विचलन नहीं होता ।

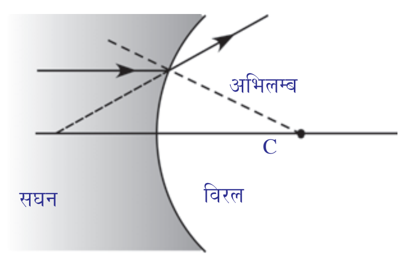
- जो किरण मुख्य अक्ष के समान्तर जाती है, उस पर क्या प्रभाव पड़ता है?



चित्र-4(a)

नीचे दिए गये चित्र 4a, 4b, 4c, और 4d का अवलोकन कीजिए। इन सभी स्थितियों में, जैसा कि चित्र में दर्शाया गया, आपतित किरण मुख्य अक्ष के समान्तर है।

स्थिति 1: किरण जो मुख्य अक्ष के समान्तर जाती है, उत्तल सतह पर टकराती है और विरल माध्यम से होकर माध्यम में प्रवेश करती है। (चित्र 4a)

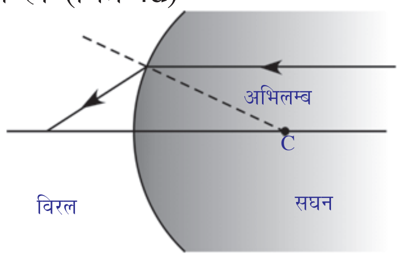


चित्र-4(b)

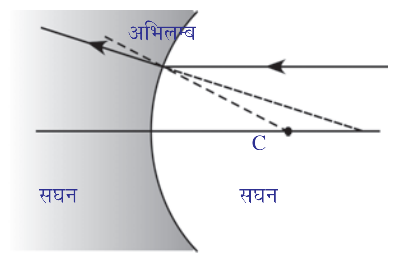
स्थिति 2: एक किरण जो मुख्य अक्ष को समान्तर जाती है उत्तल तल से टकराती है और सघन माध्यम से होकर विरल माध्यम में यात्रा करती है। (चित्र 4b)

स्थिति 3: एक किरण जो मुख्य अक्ष के समान्तर चलती है, अवतल सतह से टकराकर सघन में से विरल माध्यम में प्रवेश करती है। (चित्र 4c)

स्थिति 4: एक किरण जो मुख्य अक्ष के समान्तर यात्रा करती है माध्यम में प्रवेश करती है। (चित्र 4d)



चित्र-4(c)



चित्र-4(d)

SCERT TELANGANA

- 4a और 4b चित्रों में अपवर्तित किरणों में आपको क्या अंतर दिखाई देता है?
- उस अंतर का क्या कारण हो सकता है?
- चित्र 4c और 4d में अपवर्तित किरणों में आपको क्या अंतर दिखाई देता है?
- उस अंतर का क्या कारण हो सकता है?

आपने ध्यान दिया होगा कि चित्र 4(a) और 4 (c) में अपवर्तित किरण मुख्य अक्ष के विशिष्ट बिन्दु तक पहुँचती है। चित्र 4(b) और 4(d) में अपवर्तित किरण मुख्य अक्ष से हटती है। जब आप अपवर्तित किरण को, किरण की दिशा में ही पीछे की ओर बढ़ाया, जैसा 4b और 4d में दिखाया गया है, तो बढ़ी हुई रेखा मुख्य अक्ष को एक बिन्दु पर काटती है। इन सभी चित्रों में अपवर्तित किरण, मुख्य अक्ष को जिस बिन्दु पर काटती है, उसे फोकल बिंदु का फोकस कहते हैं।

आपने अवलोकन किया होगा कि पानी से भरे गिलास में रखा हुआ नीबू, जब गिलास की दीवारों में से देखा जाता है, तो आकार में, अपने वास्तविक आकार से बड़ा दिखाई देता है।

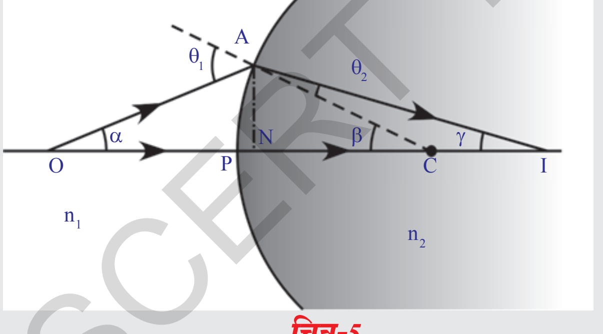
- आप नीबू के आकार में परिवर्तन की व्याख्या कैसे करेंगे?
- नीबू जो आकार में बड़ा दिखाई देता है, वह वास्तव में नींबू ही है या उसका प्रतिबिम्ब है।
- क्या आप इस घटना को प्रदर्शित करते हुए किरण-पथ-चित्र (ray diagram) खींच सकते हैं।

आइए पता लगाएँ

प्रतिबिम्ब का बनना (Image formation)

वक्र धरातल सूत्र को व्युत्पन्न करनाः

n_1 और n_2 वर्तनांक वाले दो माध्यमों को एक दूसरे से अलग करने वाले एक वक्र धरातल की कल्पना कीजिए (चित्र 5) एक बिंदु रूप वस्तु को मुख्य अक्ष के किसी बिन्दु 'O' स्थापित किया गया। एक किरण जो मुख्य अक्ष के बराबर बिना विचलित हुए ध्रुव (p) से गुजरती है।



चित्र-5

एक दूसरी किरण, जो मुख्य अक्ष के साथ α कोण बनाती है, अन्तरपृष्ठ (सतह) पर 'A' बिन्दु पर मिलती है। आपतन का कोण θ_1 है। किरण मुड़ती है और रेखा AI के साथ दूसरे माध्यम में से होकर गुजरती हैं। अपवर्तन का कोण θ_2 है। दोनों अपवर्तित किरणें I पर मिलती है और वहाँ प्रतिबिम्ब बनता है। मान लीजिए कि दूसरी अपवर्तित किरण द्वारा मुख्य अक्ष के साथ बनाया गया कोण γ है और मुख्य अक्ष और अभिलम्ब के बीच बना हुआ कोण β है। (चित्र 5 देखें।)

चित्र 5 में,

PO = वस्तु की दूरी जिसे 'u' से व्यक्त किया जाता है।

PI = प्रतिबिम्ब की दूरी जिसे 'v' से व्यक्त किया जाता है।

PC = वक्रता त्रिज्या जिसे 'R' से व्यक्त किया जाता है।

n_1 और n_2 दोनों माध्यमों के अपवर्तनांक (वर्तनांक) हैं।

क्या आप ऊपर दी हुई राशियों में कोई सम्बन्ध स्थापित कर सकते हैं।

SCERT TELANGANA

ΔACO में, $\theta_1 = \alpha + \beta$

और ΔACI में, $\beta = \theta_2 + \gamma \Rightarrow \beta - \gamma = \theta_2$

स्नेल के नियमानुसार, हम जानते हैं कि

$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$

θ_1 और θ_2 के मान प्रतिस्थापित करने पर, हम पाते हैं,

$n_1 \sin(\alpha+\beta) = n_2 \sin(\beta-\gamma)$ .... (1)

यदि किरणें मुख्य अक्ष के अत्यन्त समीप चली जाती हैं, तो किरणों को मुख्य अक्ष के समान्तर माना जा सकता है, इन किरणों को *पेराक्सिअल किरणें* (*paraxial rays*) कहते हैं। तब कोण α, β और γ बहुत छोटे हो जाते हैं इस प्रकार की समीपता को *पेराक्सिअल सन्निकटन* (*paraxial approximation*) कहते हैं।

$\sin(\alpha+\beta) = \alpha+\beta$ and $\sin(\beta-\gamma) = \beta-\gamma$

समीकरण (1) को प्रतिस्थापित करने पर

$n_1(\alpha+\beta) = n_2(\beta-\gamma) \Rightarrow n_1\alpha + n_1\beta = n_2\beta - n_2\gamma$ ....(2)

क्योंकि सारे कोण बहुत छोटे हैं, हम लिख सकते हैं

$\tan\alpha = AN/NO = \alpha$

$\tan\beta = AN/NC = \beta$

$\tan\gamma = AN/NI = \gamma$

इन मानों को समीकरण (2) में प्रतिस्थापित करने पर, हमें मिलता हैं,

$n_1 AN/NO + n_1 AN/NC = n_2 AN/NC - n_2 AN/NI$ .... (3)

जैसे-जैसे किरणें मुख्य अक्ष के समीप आती हैं, बिन्दु N अन्तरपृष्ट के ध्रुव P से मिल जाता है। इसलिए NI, NO, NC को क्रमशः PI, PO और PC से पुर्नस्थापित किया जा सकता है।

इन मूल्यों को समीकरण (3) प्रतिस्थापित करने पर हम पाते हैं

$n_1/PO + n_1/PC = n_2/PC - n_2/PI$

$n_1/PO + n_2/PI = (n_2 - n_1)/PC$ ....(4)

समीकरण (4) दोनों माध्यमों के अपवर्तनांकों (n_1, n_2) वस्तु की दुरी (u) प्रतिबिम्ब की दूरी (v) और वक्रता त्रिज्या (R) में सम्बन्ध दर्शाता है।

ऊपर दिया हुआ समीकरण हमारे द्वारा निरूपित स्थिति के लिए मान्य है।

हम समीकरण (4) के सामान्य रूप दे सकते हैं यदि हम निम्न लिखित चिह्न नियम (sign convention) का उपयोग करें।

गोलीय सतहों और लैंस के द्‌वारा अपवर्तन से सम्बन्ध सभी उद्‌देश्यों के नीचे दिए गए कन्वेन्शन (conventions) का उपयोग किया जाता है।

- सभी दूरियाँ ध्रुव (या प्रकाश केन्द्र) से नापी जाती हैं।
- आपतित किरण की दिशा की ओर नापी गई दूरियाँ धनात्मक मानी जाती हैं।
- आपतित किरण की विपरीत दिशा में मापी गई दूरियाँ ऋणात्मक होती हैं।
- मुख्य अक्ष पर बिन्दुओं से उर्ध्वाधर ऊपर की ओर नापी गई ऊँचाइयाँ धनात्मक होती है।

SCERT TELANGANA

– मुख्य पर बिन्दुओं से ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर नापी गई ऊँचाई ॠणात्मक होती है।

यहाँ PO वस्तु की दूरी कहलाती है। (u)

PI प्रतिबिम्ब दूरी कहलाती है। (v)

PC को वक्रता त्रिज्या कहते हैं। (R)

ऊपर बताए गए चिह्न नियम (sign convention) के अनुसार

PO = -u ; PI = v ; PC = R

इन मूल्यों को समीकरण (4) में प्रतिस्थापित करने पर हम यह पाते हैं,

$n_2/v - n_1/u = (n_2-n_1)/R$ .... (5)

इस सूत्र को समतल सतहों के लिए भी उपयोग में लाया जा सकता है। समतल सतहों के लिए, वक्रता त्रिज्या का मूल्य अनंत (infinity) होता है।इसलिए 1/R का मूल्य शून्य होता है।इसे समीकरण (5) में प्रतिस्थापित करने पर, हमें समतल सतहों के लिए सूत्र प्राप्त होता है।

$n_2/v - n_1/u = 0 \Rightarrow n_2/v = n_1/u$

टिप्पणी : u और v दूरियाँ समतल अर्न्तपृष्ठ से नापी जाती है।

आइए, नीचे दिए हुए उदाहरण देखें।

उदाहरण 1

एक पक्षी स्थिर गति से ऊर्ध्वाधर नीचे एक तालाब में पानी की सतह की ओर उड़ रहा है। पानी के अंदर एक मछली है। यदि मछली पक्षी के ऊर्ध्वाधर एकदम नीचे है तो मछली को पक्षी कहाँ और कैसे प्रतीत होगा?

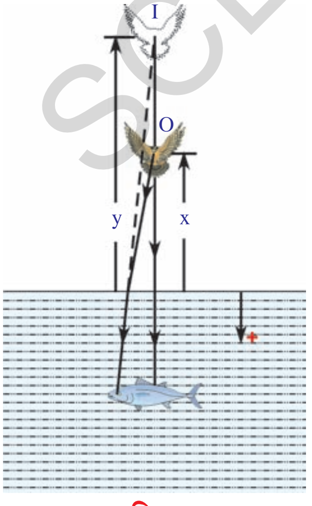
a. उसकी वास्तविक दूरी से बहुत दूर

b. वास्तविक दूरी से भी निकट

c. वास्तविक चाल से तेज गति कर रहा है

d. वास्तविक चाल की तुलना में धीमी गति कर रहा है।

चारों में से कौन-से विकल्प सही हैं? आप इसे कैसे सिद्ध करेंगे?



चित्र-E1

हल : समतल सतह पर अपवर्तन के लिए हम निम्न समीकरण का उपयोग कर सकते हैं,

$n_2/v = n_1/u$ ....(1)

माना कि किसी एक स्थिति में पानी की सतह से ऊपर पक्षी की ऊँचाई x है, और पानी का वर्तनांक n है।

n_1= हवा का अपवर्तनांक

तब $n_1 = 1, n_2 = n, u = -x$ और $v = -y$, (चित्र E-1 देखें)

इन मूल्यों को समीकरण 1 में रखने पर

$n/(-y) = 1/(-x) \Rightarrow y = nx$

ऊपर के समीकरण में, हम जानते हैं कि $n > 1$ अतः $y > x$ । इस प्रकार मछली को पक्षी उसकी वास्तविक स्थिति से दूर आगे दिखाई देती

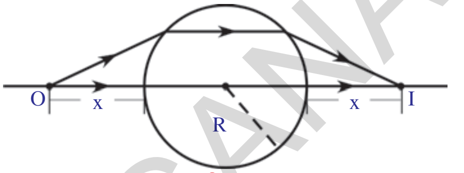
SCERT TELANGANA

है। हमने अनुमान लगाया कि पक्षी ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर स्थिर गति से उड़ रहा है। धरती परखड़े किसी प्रेक्षक के लिए, ऐसा प्रतीत होता है कि पक्षी ने एक निश्चित समय में x दूरी तय कर ली है, पर मछली को लगता है कि पक्षी ने उतनी ही xy दूरी तय की है। $y>x$ होने के कारण, हम निष्कर्ष निकाल सकते हैं पक्षी की गति, जो मछली को मेहसूस हो रही है, वास्तविक गति से अधिक है।

उदाहरण (a) और (c) विकल्प सही हैं।

उदाहरण 2

एक पारदशीक गोला, जिसकी वक्रता त्रिज्या R है और अपवर्तनांक n है, हवा में रखा गया है। गोले की सतह से कितनी दूरी पर मुख्य अक्ष पर एक बिन्दु (वस्तु) को रखा जाना चाहिए कि उसका प्रतिबिम्ब गोले की दूसरी सतह से समान दूरी पर प्राप्त हो।



चित्र-E2

हल : चित्र E2 की समरूपता (symmetry) से समझ सकते हैं कि प्रकाश की किरणों को गोले में से मुख्य अक्ष के समान्तर ही जाना चाहिए।

चित्र के अनुसार

$u = -x$, $v = \infty$ (अपवर्तित किरण गोले की प्रथम सतह से अपवर्तन के बाद मुख्य अक्ष के समान्तर हो जाती है)

$n_1 = 1$ $n_2 = n$, (जहाँ n_1 हवा का वर्तनांक है)

$\frac{n_2}{v} - \frac{n_1}{u} = \frac{(n_2 - n_1)}{R}$ समीकरण का उपयोग करने पर,

$\frac{n}{\infty} - \frac{1}{-x} = \frac{(n-1)}{R} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{(n-1)}{R}$

$\Rightarrow x = R/(n-1)$

वस्तु बिंदु के गोले के प्रथम सतह से दूरी $x = R/(n-1)$ है।

उदाहरण 3

एक पारदर्शक (कांच के) गोले के केन्द्र में एक छोटा अपारदर्शक बिन्दु (निशान) है। यदि बाहर से देखा जाय तो बिंदु की आभासी स्थिति और उसकी वास्तविक स्थिति क्या समान प्रतीत होती हैं?

हल : कांच का अपवर्तनांक $n_1 = n$ और

हवा की अपवर्तनांक $n_2 = 1$ है।

तब $u = -R$ (गोले की त्रिज्या) ; वक्रता त्रिज्या $R = -R$

$n_2/v - n_1/u = (n_2 - n_1)/R$ समीकरण का उपयोग करके

$1/v - n/(-R) = (1-n)/(-R) \Rightarrow 1/v + n/R = (n-1)/R$

इस समीकरण को हल करने पर हमें

प्रतिबिम्ब की दूरी $v = -R$ प्राप्त होती है

SCERT TELANGANA

इस तरह हम कह सकते हैं कि वस्तु की दूरी और प्रतिबिम्ब की दूरी समान है। बिन्दु की वास्तविक स्थिति और आभासी स्थिति एक ही है।

अभी तक हमने एक अकेले वक्र सतह से प्रकाश के अपवर्तन की चर्चा की चाहे वक्र सतह उत्तल हो या अवतल। अब हम कल्पना करते हैं कि एक पारदर्शक वस्तु की दो वक्राकार सतहें हैं।

- जब किसी प्रकाश किरण के मार्ग में दुहरी पारदर्शक सतहों में युक्त वस्तु आ जाती है, तो प्रकाश किरण पर क्या प्रभाव पड़ता है?
- क्या आपने लेंसों के बारे में सुना है?
- जब एक प्रकाश किरण लेंस में से गुजरती है, तो उस पर क्या प्रभाव पड़ता है? आइए हम लेंसों में से प्रकाश के अपवर्तन को सीखें।

ताल या लेंस (Lenses)

जब कोई पारदर्शक पदार्थ दो सतहों से घेर दिया जाता है, जिसमें से एक या दोनों सतहें वक्र होती हैं, तब ताल (लेंस) का निर्माण होता है। अर्थात लेंस में कम से कम एक वक्राकार सतह होती है। लेंस कई प्रकार के होते हैं। कुछ लेंस के नमूने और उनके नाम चित्र 6 में दिए गए हैं।

चित्र-6(a): द्विउत्तल　*चित्र-6(b): सपाट-अवतल*　*चित्र-6(c): अवतलोत्तल*　*चित्र-6(d): द्विअवतल*　*चित्र-6(e): सपाट-अवतल*　*चित्र-6(f): अवतलोत्तल*

चित्र-6 : लेंस के विभिन्न प्रकार

एक लेंस में दो गोलाकार सतहें बाहर की ओर उभरी हुई रह सकती हैं। इस प्रकार के लेंस को दोहरा उत्तल ताल (लेंस) या द्विउत्तल लेंस (Biconvex lens) कहते हैं। यह बीच में मोटा और किनारों पर पतला होता है। (चित्र 6(a))

इसी प्रकार दोहरा अवतल लेंस अन्दर की ओर धँसी हुई (मुड़ी हुई) गोलाकार सतहों से बना होता है (द्वि अवतल लेंस चित्र 6(b)) यह बीच में पतला और किनारों पर मोटा होता है।

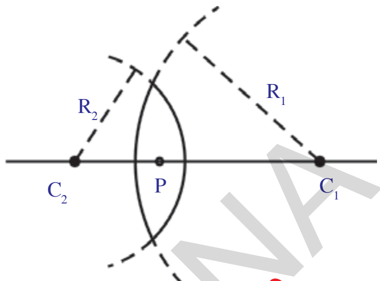
चित्र 6(c), 6(d) और 6(e) देखें क्रमशः ये समतलोत्तल, समतलोवतल और अवतलोत्तल लेंस के हैं।

SCERT TELANGANA

यहाँ हम पतले लेंसों के बारे में ही अध्ययन करेंगे अर्थात लेंस की मोटाई नगण्य है।

आइए, हम लेंसों के विषय में उपयोग में आनेवाली शब्दावली को समझें।

लेंस की प्रत्येक गोलाकार सतह एक गोले का हिस्सा होती है।यह गोलाकार सतह जिस गोले का भाग है, उस गोले का केंद्र, **'लेंस की *वक्रता केन्द्र*'** (Centre of Curvature) कहलाता है। इसे अक्षर 'C' से अभिव्यक्त (denoted) किया जाता है। लेंस में जब दो वक्र सतहें होती हैं तो उनके वक्रता केन्द्र C_1 और C_2 से व्यक्त किए जाते हैं। वक्रता केन्द्र और वक्र सतह के बीच की दूरी ***''वक्रता त्रिज्या''*** (Radius of curvature) *(R)* कहलाती है दोनों वक्र त्रिज्याएँ क्रमशः R_1 और R_2 से अभिव्यक्त होती हैं। हम एक द्वि उत्तल लेंस पर ध्यान दें जैसा चित्र 7 में दिखाया गया है।

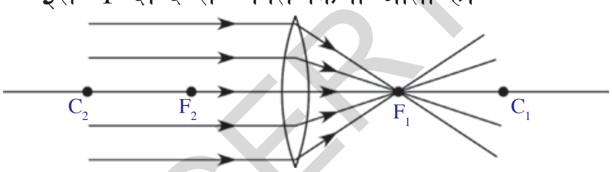


चित्र-7

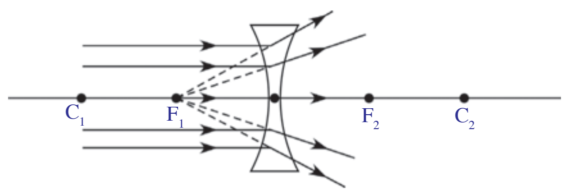
C_1 और C_2 को जोड़नेवाली रेखा ***मुख्य अक्ष*** (principle axis) कहलाती है। पतले लैंस का मध्यबिन्दु लेंस का *प्रकाश बिन्दु* (या ध्रुव P) कहलाता है।

लेंस की फोकस दूरी (Focal length of the lens)

लेंस पर आपतित होने वाला समान्तर प्रकाश पुंज एक बिंदु पर केंद्रित होता है जैसा चित्र 8(a) में दिखाया गया है या यह मुख्य अक्ष को एक बिंदु से फैलता हुआ प्रतीत होता है जैस चित्र 8(b) में दिखाया गया है। जिस बिन्दु पर किरणें केन्द्रित होती हैं या जिस बिन्दु से किरणें निकलती हुई प्रतीत होती है, उस बिन्दु को ***फोकस बिन्दु*** (Focal point) या केवल ***फोकस*** (Focus) (F) कहते हैं। प्रत्येक लेंस के दो फोकस होते हैं। फोकस और प्रकाश के केन्द्र के बीच की दूरी को लेंस की ***फोकस दूरी*** (*focal length*) कहते हैं, और इसे 'f' शब्द से व्यक्त किया जाता है।



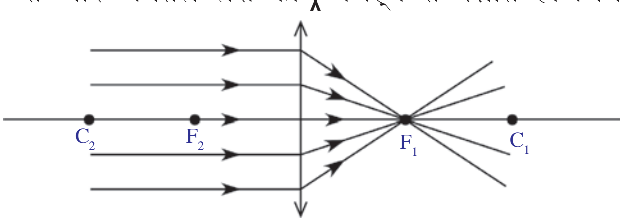
चित्र-8(a)



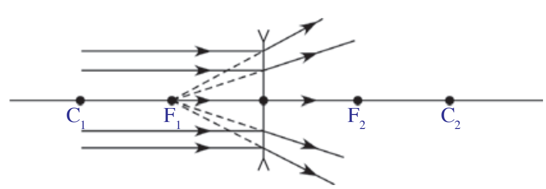
चित्र-8(b)

SCERT TELANGANA

लेंसों से सम्बन्धित किरण-पथ-रेखाचित्र बनने के लिए हम उत्तल लेंस को ↕ चिह्न से और अवतल लेंस को ⟟ चिह्न से दर्शाते हैं। चित्र 8(c) और 8(d) देखें।



चित्र-8(c)



चित्र-8(d)

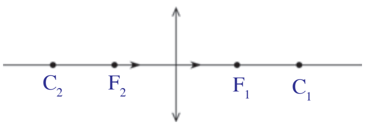
- लेंस प्रतिबिम्ब कैसे बनाता है?

लेंसों से प्रतिबिंब कैसे बनते हैं, यह जानने के लिए, हमें यह जानना आवश्यक है कि लेंस पर पड़ने वाली प्रकाश किरणों का व्यवहार क्या होता है।

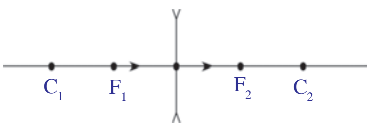
यद्यपि हम जानते हैं कि लेंस में दो सतहें होती हैं, लेकिन किरण-पथ चित्र बनाते समय हम लेंस एक सतही वस्तु मान लेते हैं। क्योंकि हम कल्पना करते हैं कि लेंस बहुत पतला है और कुल अपवर्तन इसके केवल एक ही सतह पर दर्शाते हैं, जैसा चित्र 8(c) और 8(d) में दर्शाया गया है।

कुछ प्रकाश किरणों का व्यवहार जब वे लेंस पर आपतित होती हैं (Behaviour of certain light rays when they are incident on a lens)

प्रकाश की किरणें जब लेंस से होकर गुजरती हैं, तो उनके व्यवहार को, निम्न स्थितियों के अवलोकन से समझा जा सकता है।



चित्र-9(a)

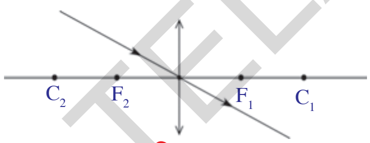


चित्र-9(b)

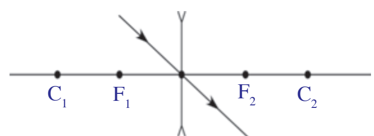
स्थिति I: मुख्य अक्ष के साथ जाने वाली किरणः

कोई किरण जो मुख्य के बराबर जाते हुए लेंस में प्रवेश करती है उसका विचलन नहीं होता। चित्र (9a) और (9b) देखें।

स्थिति II: प्रकाश केन्द्र में से होकर गुजरने वाली किरण। प्रकाश केन्द्र से होकर गुजरने वाली किरण भी बिना विचलित हुए आगे बढ़ जाती है (चित्र 10(a) और10b) देखें।)



चित्र-10(a)



चित्र-10(b)

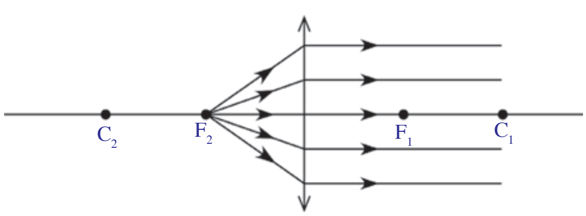
स्थिति III: मुख्य अक्ष के समान्तर चलने वाली किरणें।

हम जानते हैं कि मुख्य अक्ष के समान्तर चलने वाली किरणें फोकस (F) पर केंन्द्रित होती हैं या फोकस F फैलती हुई प्रतीत होती हैं जैसा चित्र 8(c) और 8(d) में दिखाया गया है।

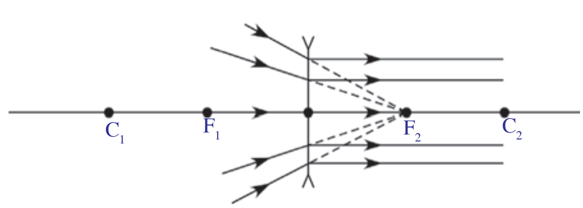
- यदि प्रकाश किरण को हम फोकस में से होकर गुजरने दें तो यह किस रास्ते पर जायेगी?

स्थिति IV: फोकस से होकर गुजरने वाली प्रकाश किरण

प्रकाश की किरणें कम समय के सिद्धान्त का पालन करती है। अतः फोकस से होकर गुजरने वाली प्रकाश-किरण अपवर्तन के बाद मुख्य अक्ष के समानान्तर मार्ग चुनती है चित्र 11(a) और 11(b) देखें।



चित्र-11(a)

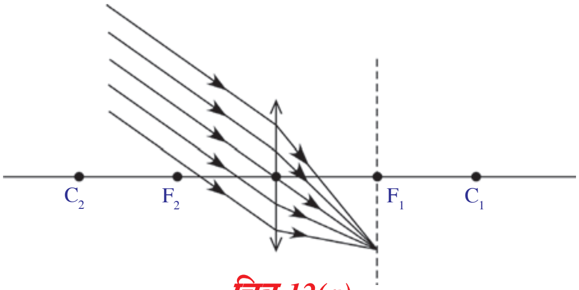


चित्र-11(b)

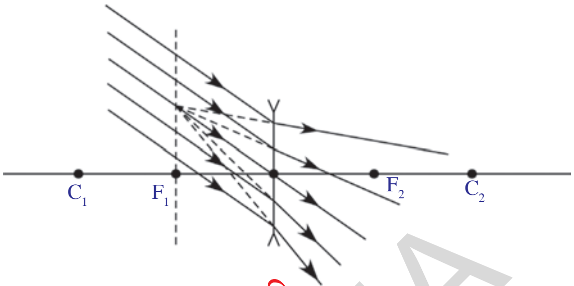
SCERT TELANGANA

- क्या होता है, जब प्रकाश की समान्तर किरणें, मुख्य अक्ष के साथ कोई कोण बनाती हुई लेंस पर गिरती हैं?

  आइए नीचे दिए चित्र देखें।



चित्र-12(a)



चित्र-12(b)

जब समान्तर किरणें, मुख्य अक्ष के साथ कोई कोण बनाती हुई लेंस पर गिरती हैं, जैसा चित्र 12(a) और 12(b) में दर्शाया गया है, किरणें एक बिन्दु पर केंद्रित होती हैं या किसी बिन्दु से फैलती हुई प्रतीत होती हैं जो (बिन्दु) लेंस के फोकस तल (Focal plane) में होता है।

लेंस द्वारा प्रतिबिम्ब बनने में किरण पथ चित्र बनाने के नियम (Rules to draw ray diagrams for image formation by lenses)

आइए, प्रतिबिम्ब की स्थिति का पता लगाने के लिए, किरण पथ चित्र बनाने के कुछ नियमों को सीखें।

मुख्य अक्ष पर किसी स्थान पर स्थित वस्तु का लेंस द्वारा प्रतिबिम्ब बनने पर, प्रतिबिम्ब का आकार और स्थिति का पता लगाने के लिए किरण-पथ चित्र बनाने की आवश्यकता होती है और इस चित्र को बनाने के लिए आपको कुछ नियमों का पालन करना होगा। ये नियम नीचे दिए गए है। प्रतिबिंब की स्थिति तथा परिमाण को ज्ञात करने के लिए स्थिति I से IV तक की स्थितियों में से हमें चार किरणों में से दो किरणों की आवश्यकता होगी।

- मुख्य अक्ष के किसी बिन्दु पर रखे वस्तु का एक बिन्दु चुनिए।
- स्थिति 1 से 4 (पृष्ठ 128 में दी हुई) में बताई हुई किरणों में से दो किरणें चुनिए और चित्र में प्रदर्शित कीजिए।
- इन दोनों किरणों को आगे बढ़ाइए, जिससे वे एक बिन्दु पर मिल सकें। यह बिन्दु प्रतिबिम्ब की स्थिति दर्शाता है।
- इस बिन्दु से जहाँ किरणें एक दूसरे को काटती हैं, मुख्य अक्ष पर लम्ब खींचिए।
- इस लम्ब की लम्बाई प्रतिबिम्ब की लम्बाई को अभिव्यक्त करती है।

नीचे दिए हुए चित्रों को देखिए। (स्थिति 1-6) वे, वस्तु को भिन्न-भिन्न स्थितियों में रखने पर, लेंस द्वारा बनने वाले प्रतिबिम्ब को प्रदर्शित करते हैं। यहाँ उत्तल तल द्वारा बनने वाले प्रतिबिम्बों को दर्शाया गया है।

1. अनंत पर वस्तु (Object at infinity)

- वस्तु के अनन्त पर होने का क्या तात्पर्य है?
- इस स्थिति में लेंस पर पड़ने वाली किरणें किस प्रकार की होंगी?

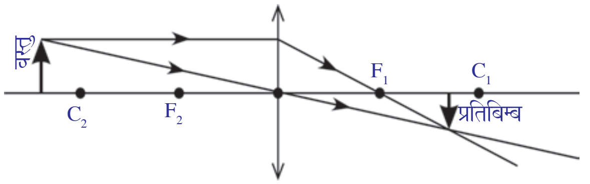
आप जानते हैं कि अनन्त पर रखी वस्तु से आने वाली किरणें मुख्य अक्ष के समान्तर आकर लेंस पर पड़ती हैं।

SCERT TELANGANA

वे फोकस बिन्दु पर केन्द्रित होती हैं। अतः एक बिन्दु जैसा प्रतिबिम्ब फोकस पर बनता है। इसे चित्र 8(a) में देखा जा सकता है।

2. वस्तु मुख्य अक्ष पर वक्रता केन्द्र के पीछे रखी हो (Objected beyond the centre of curvature on the principle axis)

चित्र (13) में आप देखते हैं कि यदि वस्तु वक्रता केंद्र (C_2) से दूर हटाकर रखी हुई हो, तो एक **वास्तविक, उल्टा** और वस्तु से छोटा (diminished) प्रतिबिम्ब बनता है। यह प्रतिबिम्ब मुख्य अक्ष पर F_1 और C_1 बिन्दुओं के बीच बनता है।

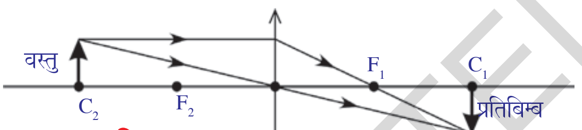


चित्र-13

चित्र 13 में हमने दो किरणें चुनी हैं, एक जो मुख्य अक्ष के समान्तर जाती है और दूसरी जो प्रकाश केन्द्र से गुजरती है। प्रतिबिम्ब की स्थिति का पता लगाने के लिए दो किरणों का होना आवश्यक है।

दो किरणों का उपयोग करके किरण-पथ रेखाचित्र बनाने की कोशिश कीजिए एक मुख्य अक्ष के समान्तर और दूसरी फोकस से गुजरती है।

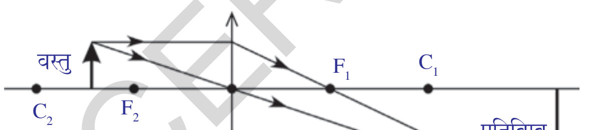
3. वस्तु को वक्रता केन्द्र पर रखने पर (Object placed at centre of Curvature)



चित्र-14

जब कोई वस्तु मुख्य अक्ष पर वक्रता केन्द्र (C_2) पर रखी हो, तो वस्तु का वास्तविक उल्टा और वस्तु के बराबर आकार वाला प्रतिबिम्ब C_1 पर प्राप्त होता है चित्र 14 देखें।

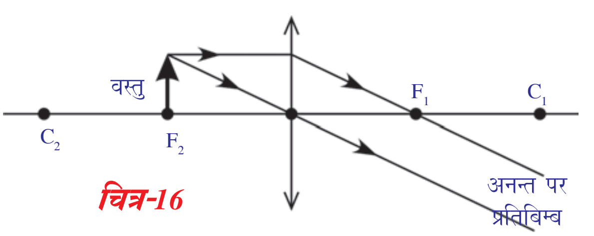
4. वस्तु वक्रता केन्द्र और फोकस बिन्दु के बीच में रखी हो (Object placed between the centre of curvature and focal point)



चित्र-15

जब एक वस्तु मुख्य अक्ष पर वक्रता केन्द्र (C_2) और फोकस बिन्दु (F_2) के बीच में रखी जाती है, तो वस्तु का उल्टा, वास्तविक और अभिवर्धित (बड़ा किया हुआ) प्रतिबिम्ब प्राप्त होता है। यह प्रतिबिम्ब C_1 पर बनेगा। चित्र (15) देखें।

5. वस्तु फोकस बिन्दु पर रखी हो (Object located at the focal point)

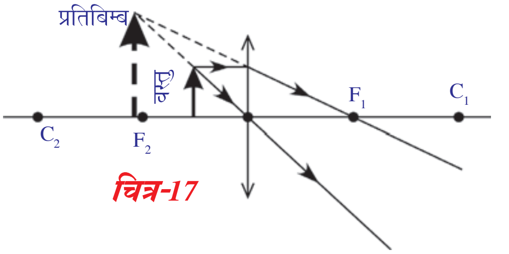


चित्र-16

जब एक वस्तु फोकस बिन्दु पर रखी हो तो उसका प्रतिबिम्ब अनन्त पर प्राप्त होता है। चित्र (16) देखें। यदि प्रतिबिम्ब अनन्त दूरी पर बन रहा हो तो उसके आकार और उसकी प्रकृति के बारे में चर्चा नहीं कर सकते हैं।

SCERT TELANGANA

6. फोकस बिन्दु और प्रकाश केन्द्र के बीच वस्तु स्थित हो (Object placed between focal point and optic centre)



चित्र-17

यदि हम एक वस्तु को फोकस और प्रकाश केन्द्र के बीच में रखते हैं, तो सीधा (erect), *काल्पनिक* और *अभिवर्धित* प्रतिबिम्ब प्राप्त होता है।

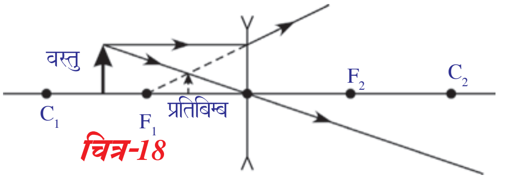
चित्र (17) में बने किरण पथ चित्र में आप पायेंगे कि बना हुआ प्रतिबिम्ब *आभासी* (काल्पनिक) और सीधा होता है और यह लेंस के उस ओर बनता है, जिस ओर वस्तु रखी होती है। वस्तु के आकार से प्रतिबिम्ब का आकार बड़ा होता है, यह *अभिवर्धित* (*magnified image*) प्रतिबिम्ब है।

ऊपरी (चित्र-17) दी हुई परिस्थिति जो प्रतिबिम्ब बनता है, जिससे दो स्थितियाँ स्पष्ट होती हैं,

1. क्योंकि (चित्र-17)बना हुआ प्रतिबिम्ब आभासी (काल्पनिक) है, इसे हम अपनी आँखों से देख सकते हैं। बाकि अन्य स्थितियों में प्रतिबिम्ब वास्तविक है, जिसे हम आँखों से देख नहीं सकते हैं, परन्तु यदि प्रतिबिंब को परदे पर प्राप्त किया जाय तो, उसे देखा जा सकता है।
2. एक अभिवर्धित प्रतिबिम्ब बनता है, जो लेंस के उसी तरफ होता है जिस ओर वस्तु रखी जाती है। इसलिए लेंस में से देखा हुआ प्रतिबिम्ब आभासी होता है, वास्तविक नहीं।

उत्तल लेंस का यह विशेष व्यवहार माइक्रोस्कोप बनाने में उपयोगी होता है जो एक आवर्धित प्रतिबिम्ब बनाता है। आप याद रखें कि आभासी प्रतिबिम्ब का अभिवर्धन तभी संभव है जब वस्तु लेंस की फोकस दूरी से कम दूरी पर रखी हो।

अभी तक हमने वस्तु को मुख्य पर विभिन्न स्थानों पर रखकर उत्तल लेंस के द्वारा बने उनके प्रतिबिम्बों को दिखाते हुए रेखाचित्र बनाए। अब C_1 और F_1 के बीच रखी हुई वस्तु के लिए अवतल लेंस का उपयोग करके रेखाचित्र बनाइए।



चित्र-18

- आपने क्या ध्यान दिया?

अपने रेखा चित्र की, उत्तल लेंस से बने रेखाचित्र के साथ जाँच कीजिए। चित्र 18 देखें। वस्तु की अन्य स्थितियों के लिए भी रेखाचित्र खींचिए। आप देखेंगे कि मुख्य अक्ष पर वस्तु चाहे किसी भी स्थान पर रही हो, अवतल लेंस से हमेशा सीधा, आभासी और आकार में छोटा प्रतिबिम्ब प्राप्त होता है जो अवतल लेंस के प्रकाश केन्द्र और फोकस बिन्दु के बीच होता है।

आइए किरण रेखा चित्र के कुछ उदाहरण देखें।

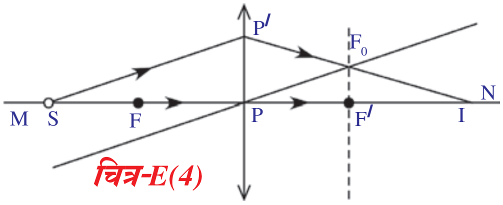
उदाहरण 4

एक उत्तल लेंस के प्रकाशीय (मुख्य) अक्ष MN पर रखे बिन्दु श्रोत (S) के प्रतिबिम्ब की स्थिति जानने के लिए रेखा चित्र खींचिए। जबकि बिन्दु श्रोत फोकस बिन्दु F_2 से परे दूर रखा हो। चित्र E(4) देखें।

हल :

- फोकस F_1 से गुजरती हुई मुख्य अक्ष पर एक लम्ब खींचिए।

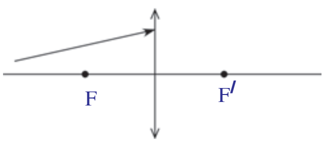
SCERT TELANGANA



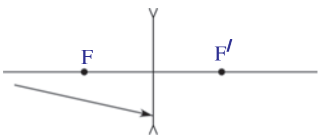
चित्र-E(4)

- श्रोत बिन्दु (S) से एक किरण किसी भी दिशा खींचिए जो लेंस पर $P^{\prime}$ बिन्दु पर मिलती हो।
- अब पहले खींची हुई रेखा के समानान्तर एक और रेखा खींचिए जो प्रकाश केन्द्र (P) से होकर गुजरती हो। यह रेखा लम्ब को F_O पर काटती है।
- अब $P^{\prime}$ और F_O से गुजरती हुई रेखा खींचिए जो मुख्य अक्ष पर एक बिन्दु पर मिलती है। माना यह बिन्दु I है।
- I बिन्दु श्रोत (S) का प्रतिबिम्ब है।

उदाहरण 5



चित्र-E5(a)

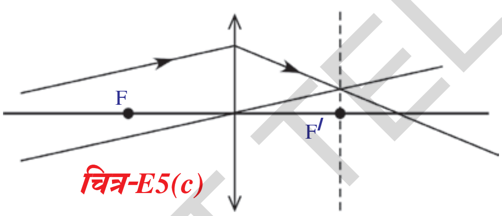


चित्र-E5(b)

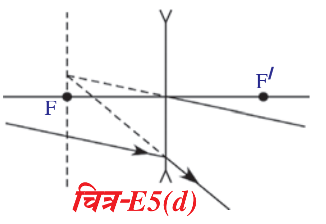
लेंस से अपवर्तन के बाद किरणों का मार्ग दिखाने के लिए रेखाचित्र पूर्ण करें जैसा चित्र E5(a) और E5(b) में दर्शाया गया है।

हलः

उदाहरण (4) में दिए गए चरणों (steps) के अनुसार करें रेखा चित्र पूर्ण करें। आप देखेंगे कि किरणों के पथ वही हैं जो चित्र E5(c) और 5(d) में दिखाए गए हैं।



चित्र-E5(c)



चित्र-E5(d)

- यदि हम लेंस का उपयोग करके प्रयोग करें, तो रेखाचित्र से प्राप्त निष्कर्ष का अनुभव व्यावहारिक रूप से कर सकते हैं।

आइए देखिए।

प्रायोगिक क्रिया

उद्देश्य : प्रतिबिंबो के प्रकारों का निरिक्षण तथा वस्तु की दूरी को मापना तथा लेंस से प्रतिबिंब की दूरी मापना।

आवश्यक सामग्री : मोमबत्ती, कागज, अवत्तल लेंस, v-स्टैण्ड, मापन टेप या मीटर स्केल।

प्रक्रिया : एक v स्टैण्ड लें और उसे एक लम्बे (लगभग 2 मीटर) टेबल के बीच में रखें। v स्टैण्ड दूर के उत्तल लेंस रखें। लेंस के लिए मुख्य अक्ष की कल्पना करें। एक मोमबत्ती जलाएँ और अपने मित्र से कहें कि वह मोमबत्ती को लेंस से अत्यंत दूर ले जाये। के सफेद पेपर का पर्दा बना कर लेंस के दूसरी ओर रखकर आगे-पीछे करते हुए उसकी स्थिति ठीक करें ताकि आप परदे पर मोमबत्ती का स्पष्ट प्रतिबिम्ब प्राप्त कर सकें।

SCERT TELANGANA

- हम प्रतिबिम्ब को देखने के लिए परदे का उपयोग क्यों कर रहे हैं? हम प्रतिबिम्ब को अपनी आँखों से क्यों नहीं देख सकते ?

v-स्टैण्ड से प्रतिबिम्ब की दूरी नापिए और साथ ही मोमबत्ती और लेंस के बीच की दूरी नापिए।

सभी मूल्य एक सारणी में लिखिए।

सारणी-1

वस्तु की दूरी (u)	प्रतिबिम्ब की दूरी (v)	फोकस की लंबाई (f)

अब मोमबत्ती को सैंस लेंस से 60 से.मी. की दूरी पर इस प्रकार रखें की मोमबत्ती की ज्वाला लेंस के मुख्य अक्ष पर हो। लेंस की दूसरी ओर रखे परदे पर मोमबत्ती की लौ का प्रतिबिम्ब प्राप्त करने का प्रयास करें। परदे की स्थिति ठीक करें, ताकि परदे पर स्पष्ट प्रतिबिम्ब प्राप्त हो सके। प्रतिबिम्ब की दूरी नापिए और 'u' और 'v' की नाप सारणी 1 में लिखिए। इस प्रयोग को, मोमबत्ती की दूरी को बदलकर, जैसे 50 सेमी, 40 सेमी, 30 सेमी, आदि। दोहराइए और हर स्थिति में प्रतिबिम्ब की दूरी नापिए और सारणी एक में लिखिए।

- क्या आप वस्तु की प्रत्येक दूरी के लिए, परदे पर वस्तु का प्रतिबिम्ब प्राप्त किया है।
- वस्तु को कुछ निश्चित दूरियों पर रखने पर, आप उसका प्रतिबिंब परदे पर क्यों नहीं प्राप्त किया?
- वस्तु का वास्तविक प्रतिबिम्ब प्राप्त करने के लिए क्या आप वस्तु की दूरी (u) की न्यूनतम सीमा का पता लगा सकते हैं?
- वस्तु का वास्तविक प्रतिबिम्ब प्राप्त करने के लिए आप इसे (वस्तु दूरी u की न्यूनतम सीमा) को क्या नाम देंगे?

जिन स्थितियों के लिए आपको वस्तु का प्रतिबिम्ब परदे पर नहीं दिखाई देता है, उन स्थितियों में वस्तु का प्रतिबिम्ब सीधे लेंस में देखने का प्रयास करें।

- क्या आपको प्रतिबिम्ब दिखाई दिया?
- प्रतिबिम्ब किस प्रकार का है।

आपको एक अभिवर्धित प्रतिबिम्ब उस ओर दिखाई देगा जिस तरफ वस्तु रखी गई थी। यह वस्तु आभासी प्रतिबिम्ब है जिसे परदे पर प्राप्त नहीं किया जा सकता है।

- क्या आप इस आभासी प्रतिबिम्ब की दूरी का पता लगा सकते हैं?

सारणी-1 में आपने मोमबत्ती (u) की विभिन्न स्थितियों के लिए प्रतिबिम्ब 'v' के विभिन्न मूल्यों को देखा।

- सारणी 1 में नोट किए गए मानों से क्या आप लेंस की फोकल दूरी ज्ञात किया है?
- क्या 'u', 'v' और 'f' के बीच कोई सम्बन्ध स्थापित किया जा सकता है?

आइए पता लगाएँ।

चित्र (19) में दिखाए अनुसार, कल्पना करें कि OO^I एक वस्तु है जो उत्तल लेंस के सामने मुख्य अक्ष पर रखी गई है। II^I लेंस की दूरी और बना हुआ प्रतिबिम्ब है।

- प्रतिबिम्ब कैसे बनता है?

SCERT TELANGANA

लेंस का सूत्र (Lens formula)

O^I से प्रारंभ होकर मुख्य अक्ष के समान्तर चलती हुई लेंस से टकराने वाली किरण को अपवर्तन के बाद फोकस बिंदु F में से होकर जाना चाहिए। चित्र (19)। O^I का प्रतिबिम्ब बिन्दु I^I की स्थिति का पता लगाने के लिए हम एक और किरण लेते हैं जो प्रकाश केन्द्र P^I से होकर जाती है। हम जानते हैं कि प्रकाश के केन्द्र से गुजरने वाली प्रकाश की किरण विचलत नहीं होती ।

आज जो किरण O^I से प्रारंभ होकर प्रकाश केन्द्र में से गुजरती है, वह पहली अपवर्तित किरण पर किसी बिन्दु I^I पर मिलती है। यह I^I बिन्दु ही O^I का प्रतिबिम्ब बिन्दु है। इसी प्रकार बिन्दु O का प्रतिबिम्ब मुख्य के बिन्दु I पर प्राप्त होता है। इस प्रकार हमें OO^I का उल्टा प्रतिबिम्ब II^I प्राप्त होता है (चित्र 19 देखें।)

इसलिए PO, PI और PF_1 क्रमशः वस्तु की दूरी, प्रतिबिम्ब की दूरी और फोकस दूरी हैं। चित्र 19 के अनुसार $\Delta\, PP^IF_1$ और $\Delta\, F_1II^I$ सादृश्य या सजातीय (similar) त्रिभुज हैं।

⇨ $PP^I/II^I = PF_1/F_1I$ ....(1)

पर चित्र 19 से $F_1I = PI - PF_1$

F_1I का मूल्य समीकरण 1 में रखने पर

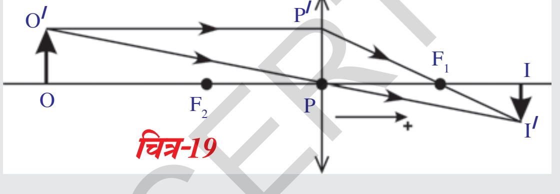
$PP^I/II^I = PF_1/(PI - PF_1)$ प्राप्त होता है ....(2)

हमारे पास सादृश्य त्रिभुजों की एक और जोड़ी है

$\Delta\, OO^IP$ और $\Delta\, PII^I$ सादृश्य त्रिभुज हैं। इन दोनों त्रिभुजों के अनुसार

$OO^I/II^I = PO/PI$ (सादृश्य त्रिभुजों के नियम से)

परन्तु चित्र (19), $OO^I = PP^I$ अतः



चित्र-19

$PP^I/II^I = PO/PI$ ....(3)

समीकरण (2) और (3) से

$PO/PI = PF_1/(PI-PF_1)$ प्राप्त होता है इसलिए

$PI/PO = (PI-PF_1)/PF_1$ होगा।

या $PI/PO = PI/PF_1 - 1$

ऊपर के समीकरण को PI से भाग देने पर

$1/PO = 1/PF_1 - 1/PI$ प्राप्त होता हैं

$1/PO + 1/PI = 1/PF_1$ ....(4)

वस्तु की एक निश्चित स्थिति के लिए ऊपर दिया हुआ समीकरण प्राप्त हुआ है (उत्तल लेंस का उपयोग करते समय) इस समीकरण को सामान्य समीकरण में परिवर्तित करने के लिए हमें चिह्न नियमों (sign convention) का पालन करना होगा।

चिह्न नियमों के अनुसार

$PO = -u$; $PI = v$; $PF_1 = f$

SCERT TELANGANA

इन मूल्यों को समीकरण (4) में रखने पर हमें निम्न सूत्र प्राप्त होता है:

$1/v - 1/u = 1/f$

यह समीकरण लेंस सूत्र कहलाता है। किसी भी लेंस के लिए इस सूत्र का उपयोग किया जा सकता है। परन्तु सूत्र का उपयोग करते समय चिह्न नियमों (sign conventions) का अवश्य ध्यान रखना चाहिए।

हमने क्रिया कलाप 2 में 'u' और 'v' के मान ज्ञात करके सारणी–2 में लिखा है। 'u' और 'v' के मूल्यों के समूह (set) के लिए f का मान ज्ञात कीजिए।

- क्या u और u के मूल्यों प्रत्येक के हरेक समूह (set) के लिए (फोकस दूरी) का मान समान है।

आपने ध्यान दिया होगा कि चाहे वस्तु की दूरी और उसके अनुसार प्रतिबिम्ब की दूरी कैसे भी बदले लेंस की फोकस दूरी हमेशा ही संख्या होती है अर्थात फोकस दूरी (f) वस्तु की दूरी (u) और प्रतिबिम्ब की दूरी (v) के निरपेक्ष होती है। यदि आपको हर प्रयोग के लिए 'f' का मूल्य समान प्राप्त न हुआ हो निश्चित रूप से यह प्रायोगिक त्रुटि है जो प्रयोग के द्वारा नाप लेने में हुई है। ऐसी स्थिति में f के प्राप्त मूल्यों का औसत निकालना चाहिए जो लेंस की फोकस दूरी के समान होगा।

आइए एक उदाहरण देखें।

उदाहरण 6

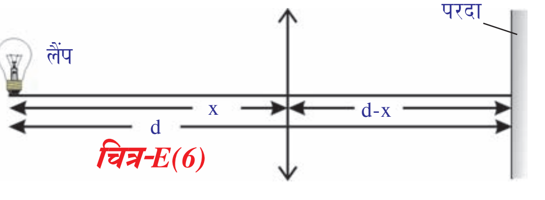
बिजली का एक बल्ब और परदा, एक ही रेखा में, एक दूसरे से 1 मीटर की दूरी पर टेबल पर रखे हैं। एक उत्तल लेंस को जिसकी फोकस दूरी f = 21 से.मी. है, किस स्थान पर रखा जाय कि परदे पर लैंप की स्पष्ट, चमकदार, सही, प्रतिबिम्ब प्राप्त हो।

हल :

मान लीजिए लैंप और परदे के बीच की दूरी 'd' है तथा लेंस और लैंप के बीच की दूरी 'x' है। चित्र E-6 के अनुसार $u = -x$ और $v = 100 - x$, $f = 21$

u और v के इन मूल्यों को लेंस सूत्र में लिखने पर

$$1/f = \frac{1}{21} = \frac{1}{(100-x)} + \frac{1}{x}$$



चित्र-E(6)

समीकरण प्राप्त होता है। इस समीकरण को हल करने पर

$x^2 - 100x + 2100 = 0$

यह वर्ग समीकरण (Quadratic equation) है, अतः हमें समीकरण के दो हल प्राप्त होते हैं। ऊपर के समीकरण के हल है,

$x^2 - 70x - 30x + 2100 = 0 \Rightarrow x(x-70) - 30(x-70) = 0 \Rightarrow (x-70)(x-30) = 0$

$\therefore x = 70$ सेमी या $x = 30$ सेमी

दिया गया है, f = 21सेमी और d= 1मीटर =100 सेमी

इन मूल्यों को समीकरण-1 में प्रतिस्थापित करने पर

$x_1 = 70$ सेमी और $x_2 = 30$ सेमी प्राप्त होता है।

हम लेन्स को बल्ब से 30 से.मी. या 70 से.मी. की दूरी पर रखेंगे जिससे प्रतिबिंब तेज़ होती है।

नोट - लैम्प का प्रतिबिम्ब तभी तेज होगा जब f का मान 25 सेमी से कम या 25 से.मी. के बराबर होगा।

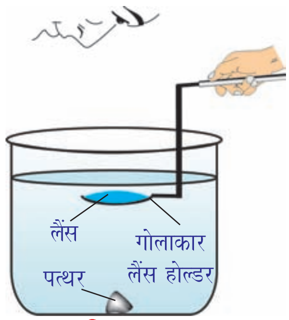
समीकरण (1) का उपयोग कर, इसके कारण की चर्चा करें। अपने अध्यापक की सहायता लें।

SCERT TELANGANA

- लेंस की फोकस दूरी किन कारकों (factors) पर निर्भर करती है?

आइए पता लगाएँ

क्रियाकलाप 2



चित्र-20

क्रियाकलाप 2 में उपयोग लाया गया लेंस लीजिए। उसी क्रियाकलाप में गणना किए गए f के मान का औसत लीजिए। एक बेलनाकार पात्र लीजिए जैसे कांच का गिलास (tumbler) इसकी ऊँचाई लेंस की फोकस दूरी से अत्यंत अधिक होनी चाहिए। (लेंस की फोकस दूरी f से लगभग चार गुना) पात्र के तल में एक-एक पत्थर रखें। अब पात्र में इतना पानी भरें कि पत्थर के ऊपर से पानी की सतह की ऊँचाई लेंस की फोकस दूरी से भी अधिक हो। अब एक गोलाकार लेंस होल्डर की सहायता से एक लैस को क्षैतिज रूप से पानी में डुबोएँ। जैसा चित्र (20) में दिखाया गया है पत्थर और लेंस के बीच की दूरी को इस प्रकार व्यवस्थित करें कि यह दूरी लेंस की फोकस दूरी (जो क्रियाकलाप 2 में प्राप्त हुई थी) से कम या उसके बराबर हो। अब पत्थर को लेंस में से देखें। यह प्रयोग खुले स्थान में करें।

- क्या आपको पत्थर का प्रतिबिंब दिखाई देता है?
- यदि हाँ/नहीं तो क्यों? कारण बताइए।

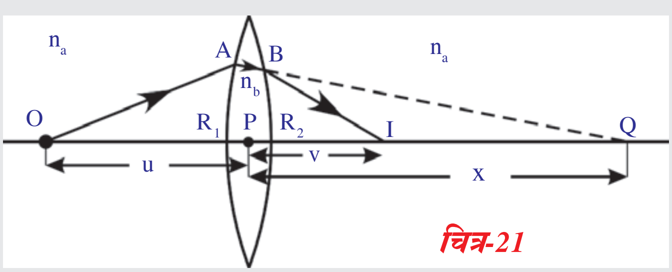
यदि पत्थर और लेंस के बीच की दूरी लेंस की फोकस दूरी (वायु) से कम हो। आप पत्थर का प्रतिबिम्ब देख सकते हैं। अब लेंस और पत्थर दिखाई देना बंद हो जाते हैं।

- इस क्रिया कलाप से आप क्या निष्कर्ष निकालते हैं?
- क्या लेंस की फोकस दूरी उस माध्यम पर निर्भर करती है जिसने लेंस को घेरा है?

आपने लेंस को एक निश्चित ऊँचाई तक डुबोया है जो वायु में लेंस की फोकस दूरी से अधिक है लेकिन फिर भी आप प्रतिबिम्ब को देख सकते हैं (लेंस को ऊपर उठाने पर प्रतिबिम्ब दिखाई नहीं दिया।) यह दर्शाता है कि पानी के अन्दर लेंस की फोकस दूरी बढ़ गई। अतः हम निष्कर्ष निकालते हैं कि लेंस की फोकस दूरी उस माध्यम पर निर्भर करती है, जिसमें यह रखा जाता है।

लेंस निर्माण करने का सूत्र (Lens maker's formula)

एक पतले लेंस के मुख्य अक्ष पर रखे एक बिन्दु 'O'की कल्पना करें जैसा चित्र-21में दिखाया गया है। मान लीजिए लेंस को एक माध्यम में रखा गया है जिसका वर्तनांक n_a है और लेंस के पदार्थ का वर्तनांक n_b है।



चित्र-21

'O'से निकलती एक किरण पर ध्यान दें, जो एक लेंस पर आपर्तित होती है जिसकी वक्रता त्रिज्या R_1 है।यह किरण लेंस के A बिन्दु पर आपतित होती है, जैसा चित्र 21में दिखाया गया।

SCERT TELANGANA

आपतित किरण A पर अपवर्तन होती है।

हम मान लेते हैं कि यदि कोई अवतल सतह नहीं होती है तो अपवर्तित किरण Q बिन्दु पर अपना प्रतिबिम्ब बनाती ।

चित्र (21) से वस्तु की दूरी $PO = -u$;

प्रतिबिम्ब की दूरी $v = PQ = x$

वक्रता त्रिज्या $R = R_1$

$n_1 = n_a$ और $n_2 = n_b$

ऊपर के मूल्यों को समीकरण $n_2 / v - n_1 / u = (n_2 - n_1) / R$ में प्रतिस्थापित करने पर

⇨ $n_b / x + n_a / u = (n_b - n_a) / R_1$ ....(1)

परन्तु किरण जो 'A' पर अपवर्तित होती है उसे दुबारा B पर अपवर्तित होना पड़ता जो PQ अवतल सतह पर होता है जिसकी वक्रता त्रिज्या R है। B बिन्दु पर अपवर्तित होकर किरण मुख्य अक्ष के I पर पहुँचती है।

वस्तु 'O' का उत्तल सतह के कारण बने प्रतिबिम्ब को Q को अवतल सतह के लिए वस्तु माना जाता है। इस तरह हम कह सकते हैं कि I, Q का प्रतिबिम्ब है जो अवतल सतह के लिए है। चित्र (21) देखें।

वस्तु की दूरी $u = PQ = +x$

प्रतिबिम्ब की दूरी $PI = v$

वक्रता त्रिज्या $R = -R_2$

अपवर्तन के लिए, लेंस की अवतल सतह को माध्यम-1 माना जाता है और लेंस के चारों ओर के माध्यम को माध्यम-2 माना जाता है। अतः अपवर्तनांक के प्रत्यय (suffixes) अर्थात ($n_1 = n_a$, $n_2 = n_b$) आपस में बदल जाते हैं तब

$n_1 = n_b$ और $n_2 = n_a$ हमें प्राप्त होता है

ऊपर के मूल्यों को समीकरण $n_2 / v - n_1 / u = (n_2 - n_1) / R$ में प्रतिस्थापित करने पर

$n_a / v - n_b / x = (n_a - n_b) / (-R_2)$ ....(2)

समीकरण (1) और (2) के जोड़ने पर

⇨ $n_a / v + n_a / u = (n_b - n_a)(1 / R_1 + 1 / R_2)$

दोनों पक्षों को n_a से भाग देने पर

⇨ $1 / v + 1 / u = (n_b / n_a - 1)(1 / R_1 + 1 / R_2)$

हम जानते हैं कि $n_b / n_a = n_{ba}$ जिसे घेरे हुए माध्यम के सापेक्ष लेंस का वर्तनांक

$1 / v + 1 / u = (n_{ba} - 1)(1 / R_1 + 1 / R_2)$

यह सूत्र उत्तल लेंस के लिए एक विशेष स्थिति के लिए स्थापित किया गया है अतः हमें इसका सामान्यीकरण करने की आवश्यकता है। इसके लिए हम चिह्न नियम (convention) का उपयोग करते हैं। इस विशेष स्थिति के लिए चिह्न नियम का उपयोग करने पर $1/v - 1/u = (n_{ba} - 1)(1/R_1 - 1/R_2)$ प्राप्त होता है।

SCERT TELANGANA

हम जानते हैं कि $1/v - 1/u = 1/f$

इसलिए

$1/f = (n_{ba} - 1)(1/R_1 - 1/R_2)$ ....(3) प्राप्त होता है।

यदि लेंस घेरा हुआ माध्यम होता है तब लेंस का सापेक्ष अपवर्तनांक परम अपवर्तनांक हो सकता है।

$1/f = (n - 1)(1/R_1 - 1/R_2)$ ....(4)

यह समीकरण तभी उपयोग में लाया जा सकता है जब लेंस को वायु में रखा जाता है। यहाँ n परम अपवर्तनांक है। यह सूत्र लेंस बनाने वाले (पदार्थ) का सूत्र कहलाता है।

नोट - इस अध्याय में स्थापित किए गए किसी भी सूत्र के लिए हमेशा चिह्न नियम (sign convention) का उपयोग करें। ऊपर दिया सूत्र किसी भी पतले लेंस के लिए उपयोग में लाया जा सकता है।

उत्तल लेंस को यदि ऐसे माध्यम में रखा जाय जिसका वर्तनांक लेंस के वर्तनांक से कम हो तो वह अभिसारी लेंस (या converging lens) के जैसे व्यवहार करता है। यदि इसे ऐसे पारदर्शी माध्यम में रखा जाय, जिसका अपवर्तनांक लेंस के अपवर्तनांक से अधिक हो तो यह अपसारी लेंस (diverging lengs) के समान व्यवहार करता है।

उदाहरण के लिए पानी के अन्दर वायु का बुलबुला अपसारी लेंस के जैसे व्यवहार करता है।

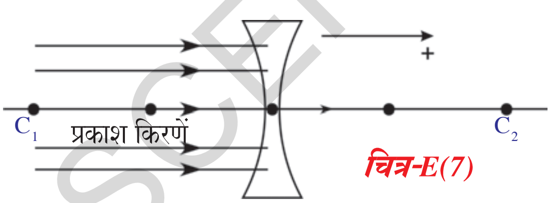
आइए, लेंस बनाने वाले (पदार्थ के लिए) सूत्र के लिए एक उदाहरण देखें।

उदाहरण 7

एक द्वि अवतल लेंस की, जिसे हवा में रखा गया हो, जिसकी दो गोलाकार सतहें हो, जिसकी वक्रता त्रिज्या R_1 = 30से.मी. और R_2 =60 से.मी. हो, फोकस दूरी क्या होगी? लेंस का अपवर्तनांक n = 1.5 है।

हल:

चित्र E-7 के अनुसार चिह्न नियमों का उपयोग करने पर



चित्र-E(7)

R_1 = -30से.मी., R_2 = 60से.मी. प्राप्त होता है।

समीकरण (4) (ऊपर दिया गया है) इसका उपयोग करने पर

$$1/f = (n-1)(1/R_1 - 1/R_2)$$

$$1/f = (1.5 - 1)[1/(-30)-1/60]$$

हल करने पर

f = – 40 से.मी. प्राप्त होता है। यहाँ ऋण चिह्न सूचित करता है कि लेंस अपसारी (divergent) है।

मुख्य शब्द

लेंस, फोकल दूरी, प्रकाश केन्द्र, मुख्य अक्ष, वक्रता त्रिज्या, वक्रता केन्द्र, फोकल तल।

SCERT TELANGANA

हमने क्या सीखा?

- प्रकाश की एक किरण n_1 अपवर्तनांक वाले माध्यम से n_2 अपवर्तनांक वाले माध्यम में प्रवेश करती है तो निम्न सूत्र प्रयोग में लाया जाता है :

  $n_2/v - n_1/u = (n_2 - n_1)/R$ जहाँ R वक्र अन्तरपृष्ठ की वक्रता त्रिज्या है।
- लेंस तब बनता है जब दो माध्यमों को एक दूसरे सतहों के द्वारा अलग किया जाता है जिनमें से एक सतह गोलाकार होती है।
- लेंस के लिए सूत्र $1/f = 1/v - 1/u$ जहाँ f फोकस दूरी है, u वस्तु की दूरी है और v प्रतिबिम्ब की दूरी है।
- लेंस बनाने वाले का (पदार्थ के लिए) सूत्र

  $1/f = (n-1)(1/R_1 - 1/R_2)$

  जहाँ R_1 और R_2 लेंस की दोनों सतहों की वक्रता त्रिज्याएँ हैं, n अपवर्तनांक है और f फोकस दूरी है।
- उत्तल लेंस द्वारा बनने वाले प्रतिबिंब के लक्षण

वस्तु की स्थिति	प्रतिबिंब की स्थिति	प्रतिबिंब के लक्षण
अनंत पर	फोकस बिंदु	बिंदु प्रतिबिंब
C_2 के पार	F_1 तथा C_1 के मध्य	उलटा, घटा हुआ तथा वास्तविक
C_2 पर	C_1 पर	उलटा, समान आकार तथा वास्तविक
F_2 तथा C_2 के मध्य	C_1 के पार	उलटा, बढा हुआ तथा वास्तविक
F_2 पर	अनंत	
F_2 तथा P के मध्य	F_2 के पार	सीधा, बढा हुआ तथा आभासी

अभ्यास में सुधार

I संकल्पना पर पुनर्विचार (प्रतिक्रिया) (Reflection on Concept)

1. आप इसे प्रयोग द्वारा कैसे स्पष्ट करेंगे कि उत्तल लैंस की फोकस दूरी बढ़ जाती है जब इसे पानी में रखा जाता है? (AS1)
2. आप लेंस की फोकल दूरी प्रयोग द्वारा कैसे ज्ञात करेंगे? (AS3)
3. निम्न स्थितियों के लिए किरण पथ चित्र खींचिए और प्रतिबिम्ब की स्थिति और उसका प्रकार बताइए।

   i. वस्तु को C_2 पर रखा जाता है

   ii. वस्तु F_2 और प्रकाश केन्द्र P के बीच रखी जाती है। (AS5)

II संकल्पना का उपयोग (Application of concept)

1. दो अभिसारी लेंसों को समान्तर किरणों के मार्ग में इस प्रकार रखा गया कि दोनों लेंसों में से गुजरने के बाद किरणें समान्तर ही रहती हैं। दोनों लेंसों को किस प्रकार व्यवस्थित करना चाहिए। एक स्पष्ट किरण-पथ-चित्र से समझाइए। (AS1)

SCERT TELANGANA

2. एक अभिसारी (converging) लेंस की फोकस दूरी 20 से.मी. है। 2 सेमी की ऊँची वस्तु लेंस से 60 से.मी. की दूरी पर रखी है। इसका प्रतिबिम्ब कहाँ बनेगा और यह प्रतिबिम्ब कैसा होगा? तथा प्रतिबिंब की ऊँचाई ज्ञात करो। (AS1)

(उत्तर- लेंस से 30 से.मी. दूर, वास्तविक छोटा और उल्टा प्रतिबिम्ब)

3. एक द्वि उत्तल लेंस की दो सतहें हैं जिनकी वक्रता त्रिज्याएँ 'R' एक समान हैं और अपवर्तनांक n = 15 है उनकी फोकस दूरी f ज्ञात करें। (AS1)

4. हर्ष सिद्धू से कहता है कि द्विव उत्तल लेंस अभिसारी लेंस जैसा व्यवहार करता है, पर सिद्ध जनता है कि हर्ष का अभिकथन गलत है और उसने कुछ प्रश्न पूछकर हर्ष के कथन में दोष बताएँ और उन्हें सुधारा। सिद्धु ने कौन से प्रश्न पूछे? (AS2)

5. एक कांच जो समरूपी (symmetrical) अभिसारी लेंस है, का वर्तनांक आप कैसे प्राप्त करेंगे यदि लेंस की फोकस दूरी और उसकी सतह की वक्रता त्रिज्या आपस में बराबर हैं। (AS7) (उत्तर:1.5)

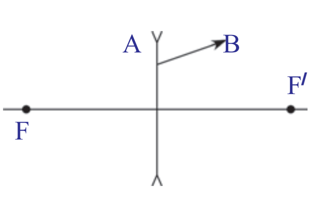
III उच्चस्तरीय चिंतन (Higher order thinking)

1. एक उत्तल लेंस चित्र Q-(1) में दर्शाए अनुसार तीन प्रकार के पदार्थों से बना है। यह कितने प्रतिबिम्ब बनाएगा? (AS2)

चित्र-Q(1)

2. आपके पास एक लेंस है। लेंस की फोकस दूरी पता लगाने के लिए एक प्रयोग का वर्णन कीजिए। (AS3)

3. चित्र Q-3 में एक किरण को दर्शाया गया है जो एक अपसारी लेंस (divergent lense) में से गुजरती है। यदि दोनों फोकस बिन्दुओं की स्थिति ज्ञात हो, तो लेंस तक किरण का मार्ग दर्शाए।(AS5)



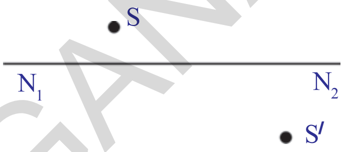
चित्र-Q(3)

SCERT TELANGANA

4. चित्र Q-4 में एक बिंदु प्रकाश श्रोत इसका प्रतिबिम्ब, जो N_1N_2 प्रकास अक्ष के लेंस द्वारा बनाया गया है, को दर्शाया गया है। किरण पथ चित्र बना कर लेंस की स्थिति और दोनों फोकस बिन्दुओं की स्थिति का पता लगाइए। (AS5)

चित्र- Q(4)

5. चित्र Q-5 में दिए गए श्रोत S उसके प्रतिबिम्ब S/ की स्थितियों का उपयोग करके किरण पथ चित्र बनाइए। (AS5)



चित्र-Q(5)

6. समान्तर किरण पुंज अभिसारी लेंस पर जिसकी फोकस दूरी 40 से.मी. है, आपतित होता है। एक अपसारी लेंस को जिसकी फोकस दूरी 15 से.मी. है कहाँ रखा जाय कि ताकि किरण पुंज दोनों लेंसों से परावर्तन के बाद भी समान्तर रहे। किरण पथ चित्र खींचिए। (AS5)

7. कल्पना कीजिए कि आप एक तरणताल (swimming pool) के अन्दर किनारे के पास हो और आपका मित्र बाहर किनारे पर है। आपको आपको उसकी वास्तविक ऊँचाई से अधिक लंबा प्रतीत होता है या कम लंबा?(AS7)

सही उत्तर चुनिए।

1. निम्न में से किस पदार्थ का लेंस बनाने में उपयोग नहीं किया जा सकता है? [ ]

अ) पानी ब) कांच

स) प्लास्टिक द) मिट्टी

2. निम्न में से कौन सा सही है? [ ]

अ) उत्तल ताल के लिए आभासी प्रतिबिम्ब की दूरी हमेशा वस्तु की दूरी से अधिक होती है।

ब) उत्तल ताल के लिए आभासी प्रतिबिम्ब की दूरी वस्तु की दूरी से अधिक नहीं होती।

स) उत्तल लेंस से हमेशा वास्तविक प्रतिबिम्ब बनता है।

द) उत्तल लेंस से हमेशा आभासी प्रतिबिम्ब बनता है।

SCERT TELANGANA

3. समतलोत्तल लेंस की फोकस दूरी .... होगी जब इसकी सतह की वक्रता त्रिज्या R है और लेंस का वर्तनांक n है। [ ]

अ) $f = R$ ब) $f = R/2$

स) $f = R/(n-1)$ द) $f = (n-1)/R$

4. लेंस की फोकस दूरी का मूल्य, प्रतिबिम्ब की दूरी के बराबर होता है जब किरणें [ ]

अ) प्रकाश केन्द्र में से गुजरती हैं। ब) मुख्य अक्ष के समान्तर होती हैं।

स) फोकस से होकर गुजरती हैं। द) इन सभी स्थितियों में होती हैं।

प्रस्तावित प्रयोग (Suggested Experiments)

1. एक चश्मे की दुकान में उपलब्ध लेंसों के बारे में जानकारी एकत्र कीजिए। पता लगाइए कि लेंस की शक्ति (power) पता होने पर उसकी पोकस दूरी कैसे पता लगाते हैं। (AS4)
2. मानलो फोकल दूरी f_1 तथा f_2 वाले दो लेन्स है। प्रयोग द्वारा फोकल की लंबाई कैसे ज्ञात करोगे।
   i) यदि दोनो लेंस एक दूसरे से लगे हुए है।
   ii) दोनों 'd' की दूरी पर एक ही उभयनिष्ट प्रधान अक्ष पर है।

प्रस्तावित परियोजनाएँ (Suggested Project Works)

1. एक चश्मे की दुकान में उपलब्ध लेंसों के बारे में जानकारी एकत्र कीजिए। पता लगाइए कि लेंस की शक्ति (power) पता होने पर उसकी पोकस दूरी कैसे पता लगाते हैं। (AS4)
2. दो घडी के काँच लीजिए उनमें दो अलग तरल पदार्थ (उदाः पानी, नवरतन तेल) डालिए अब वे लेंस का कार्य करेंगे। उसके आगे प्रकाश पुंज को रखकर निरिक्षण को नोट कीजिए तथा रिपोर्ट तैयार कीजिए।

SCERT TELANGANA