باب: 15

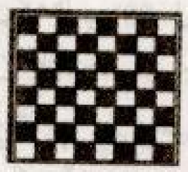
احاطہ اور رقبہ (Perimetre & Area)

15.1- تمہید:

آپ نے میز، کتاب کے اوراق، دروازے اور کھڑکی کے پلّے، چکلے، کمرے کے فرش، بلیک بورڈ، بینچ وغیرہ کو دیکھا ہے۔ ان کی چاروں طرف کے کناروں کو ناپئے۔ ان کی چاروں طرف کے کناروں کی لمبائی کے کل ناپ کو احاطہ یا محیط کہتے ہیں۔ ان چیزوں کے ذریعہ کسی سطح کے گھیرے گئے حصے کو اس کا رقبہ کہتے ہیں۔ آیئے کچھ سطح کے خاکوں کا احاطہ اور رقبہ کے بارے میں تذکرہ کریں۔

15.2- اعادہ

(تصویر:)15.1



نہال کے پاس 3 سینی میٹر ضلع والے بہت سے کالے اور سفید مربع ہیں۔ وہ مربعوں کو لکڑی کے بورڈ کو چپکا کر ایک شطرنج بورڈ بنانا چاہتا ہے۔

شطرنج بورڈ بنانے کے لیے کتنے سارے اور کالے مربعوں کی ضرورت ہوگی۔ ان مربعوں سے شطرنج بورڈ بنانے کے لیے کتنے بڑے لکڑی کے بورڈ کی ضرورت ہوگی؟ اس بورڈ کی لمبائی اور چوڑائی کیا ہوگی؟ اگر نہال اس شطرنج بورڈ کی چاروں طرف 3 سینٹی میٹر چوڑا فریم بھی لگا دے تو شطرنج بورڈ کی کتنی جگہ گھیرے گا۔

چونکہ ایک شطرنج بورڈ میں 64 خانے ہوتے ہیں۔ اور برابر تعداد میں کالے اور سفید خانے ہوتے ہیں۔ اس لیے 32-32 بالترتیب کالے اور سفید خانے ہوں گے۔ پھر اگر ہر ایک خانہ ایک مربع سینٹی میٹر کا ہے تو اسے 64 مربع سینٹی میٹر بڑے بورڈ کی ضرورت ہوگی۔ ہم نے چھٹی جماعت میں رقبہ کے بارے میں پڑھا ہے۔ اس لیے 64 مربع سینٹی میٹر رقبہ والے بورڈ کا ضلع 8 سینٹی میٹر ہے۔

شطرنج بورڈ کتنی جگہ گھیرے گا، اس کے لیے ہمیں رقبہ معلوم کرنا ہوگا اور فریم کی لمبائی جاننے کے لیے احاطہ

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

معلوم کرنا ہوگا۔

خود کر کے دیکھیے:

نیچے دیئے گئے سوالوں کو حل کرنے کے لیے آپ کو رقبہ یا احاطہ میں سے کس کی ضرورت ہوگی:

1- تختۂ سیاہ کتنی جگہ گھیرتا ہے؟

2- ایک مستطیل نما آم کے باغیچے کی چاروں جانب باڑ لگانے کے لیے ضروری تار کی لمبائی کیا ہے؟

3- ایک مثلث نما باغ کی چاروں جانب دو بار چکر لگانے پر آپ کتنی دوری طے کریں گے؟

4- ایک مستطیل نما سوئمنگ پل کو ڈھکنے کے لیے آپ کو کتنی پلاسٹک شٹ کی ضرورت ہوگی؟

کیا آپ جانتے ہیں؟

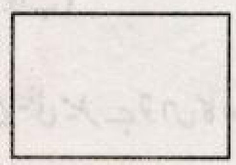
متساوی الاضلاع کا احاطہ = ضلعوں کی تعداد × ایک ضلع کی لمبائی

مربع کا احاطہ = 4 × ضلع

مستطیل کا احاطہ = $2(l + B)$ یا 2(لمبائی + چوڑائی)

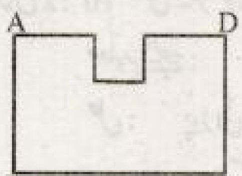
مستطیل کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی

مربع کا رقبہ = ضلع × ضلع

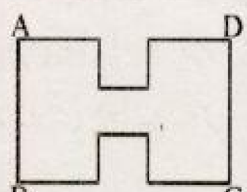


(تصویر: 15.2)

تانیہ کو ایک کالج (College) پورا کرنے کے لیے ایک 4 سینٹی میٹر ضلع والے مربع کی ضرورت تھی۔ اس کے پاس 28 سینٹی میٹر لمبائی اور 21 سینٹی میٹر چوڑائی والی ایک مستطیل نما شیٹ تھی (خاکہ: 15.2)۔ اس نے اس مستطیل نما شیٹ میں سے ایک 4 سینٹی میٹر ضلع والے ایک مربع کو کاٹا۔ اس کی سہیلی نے شیٹ کے باقی حصوں کو دیکھا (خاکہ: 15.3) اور تانیہ سے پوچھا، کیا شیٹ کا احاطہ اب بڑھ گیا ہے یا کم ہوگیا ہے؟ کیا ضلع کی کل لمبائی، مربع کے کاٹنے کے بعد بڑھ گئی ہے؟ کیا رقبہ بڑھ گیا ہے یا کم ہوگیا ہے؟ تانیہ مخالف ضلع میں سے ایک اور مربع



(تصویر: 15.3)



(تصویر: 15.4)

کاٹتی ہے (خاکہ :15.4)۔

کیا شیٹ کے باقی حصے کا احاطہ پہلے سے اور زیادہ ہو جائے گا یا کم ہو جائے گا؟

کیا شیٹ کا رقبہ پہلے سے اور زیادہ بڑھے گا یا کم ہوگا؟

اس لیے یہاں سے ہم کیا نتیجہ نکال سکتے ہیں؟

اس سے یہ ظاہر ہے کہ احاطہ کے بڑھائے جانے پر رقبہ کا بڑھنا ضروری نہیں ہے۔

خود کر کے دیکھئے:

1- مربع نما شیٹوں پر خاکہ :15.3 اور 15.4 جیسے الگ الگ خاکوں کو بنا کر اس کا احاطہ اور رقبہ معلوم کیجئے۔

کیا احاطہ بڑھنے پر رقبہ بھی بڑھتا ہے۔ بتائیے۔

2- ایسی دو مثالیں دیجئے (خاکہ بنا کر بھی بتائیے) جہاں احاطہ کے بڑھنے پر اس کا رقبہ بھی بڑھ جائے۔

3- دو ایسی مثالیں دیجئے (خاکہ بنا کر بھی بتائیے) جہاں احاطہ کے بڑھنے پر اس کے رقبہ میں بھی توسیع نہ ہو۔

مثال 1: ایک مربع کا رقبہ 121 مربع میٹر ہے۔ تو اس مربع کا احاطہ معلوم کیجئے۔

حل: $\because$ مربع کا رقبہ = ضلع × ضلع = ضلع^2

$\therefore$ ضلع = $\sqrt{\text{مربع کا رقبہ}}$ اب مربع کا احاطہ = 4 × ضلع

$\sqrt{121 mtr.^2} = 11 mtr.$ = 4×11 میٹر = 44 میٹر (جواب)

مثال 2: 10 سینٹی میٹر چوڑائی والے ایک مستطیل نما لوہے کی شیٹ کا رقبہ 400 مربع سینٹی میٹر ہے تو اس کا احاطہ معلوم کیجئے:

حل: چوڑائی = 10 سینٹی میٹر رقبہ = 400 مربع سینٹی میٹر

$\because$ مستطیل نما شیٹ کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی

400 سینٹی میٹر = لمبائی × 10 سینٹی میٹر

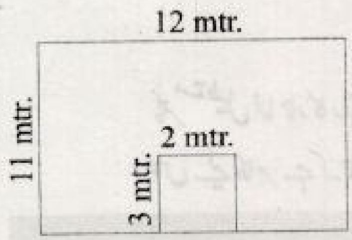
$\frac{400}{10}$ سینٹی میٹر = لمبائی $= 40$ cm.

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

اب مستطیل نما شیٹ کا احاطہ = (لمبائی + چوڑائی) × 2

=2 (40 + 10) سینٹی میٹر = 2 × 50 سینٹی میٹر = 100 سینٹی میٹر

مثال 3: 12 میٹر × 11 میٹر ناپ کی ایک دیوار میں 3 میٹر × 2 میٹر ناپ والے ایک دروازے کا ایک چوکھٹ لگایا گیا ہے۔ اگر دیوار پر پینٹ کرانے کا خرچ 2.50 روپیہ مربع میٹر ہو تو پوری دیوار پر پینٹ کرانے کا خرچ معلوم کیجئے۔



(خاکہ: 15.5)

حل: دیوار پر پینٹ، دروازے کے رقبہ کو چھوڑ کر ہوگا۔

دروازے کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی

= 3 میٹر × 2 میٹر = 6 مربع میٹر

دروازہ سمیت دیوار کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی

= 12 میٹر × 11 میٹر

= 132 میٹر

دروازے کو چھوڑ کر، دیوار کا رقبہ = $132m^2 - 6m^2 = 126$ میٹر^2

دیوار پر پینٹ کرانے کا کل خرچ = 126 میٹر^2 × 2.50 = 315 روپیہ (جواب)

مثال 4: ایک مستطیل کا رقبہ ایک مربع کے رقبہ کے برابر ہے۔ اگر مستطیل کا رقبہ 100 مربع میٹر ہو تو مربع کا ضلع معلوم کیجئے۔

حل: مربع کا رقبہ = مستطیل کا رقبہ = 100 مربع سینٹی میٹر

∵ مربع کا رقبہ = ضلع^2

100 میٹر^2 = ضلع^2

∴ ضلع = $\sqrt{100}$ میٹر^2 = 10 میٹر

مثال 5: ایک تار 20 سینٹی میٹر ضلع والے مربع کی ساخت کا ہے۔ اگر تار کو دوبارہ موڑ کر ایک 24 سینٹی میٹر لمبائی والا ایک مستطیل بنایا جاتا ہے تو اس کی چوڑائی معلوم کیجئے اور یہ بھی بتائیے کہ کس کا رقبہ زیادہ ہوگا۔

حل: مربع کا ایک ضلع 20 سینٹی میٹر اور رقبہ = 20 × 20 = 400 مربع سینٹی میٹر

∵ تار کی لمبائی = مربع کا احاطہ = 4 × ضلع = 4 × 20 = 80 سینٹی میٹر

∴ مستطیل کی لمبائی = 24 سینٹی میٹر، چوڑائی = ؟ (چونکہ اُسی تار کو موڑ کر مستطیل بناتے ہیں۔
اس لیے اس طرح کے مستطیل کا احاطہ بھی 80 سینٹی میٹر ہی ہوگا)۔

∵ مستطیل کا احاطہ = 2 (لمبائی + چوڑائی)

80 سینٹی میٹر = 2 (24 سینٹی میٹر + چوڑائی) ⇐ $\frac{80}{2}$ سینٹی میٹر = 24 سینٹی میٹر + چوڑائی ⇐

چوڑائی = 40 سینٹی میٹر - 24 سینٹی میٹر ⇐

چوڑائی = 16 سینٹی میٹر ⇐

پھر مستطیل نما تار کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی = 24 سینٹی میٹر × 16 سینٹی میٹر = 384 سینٹی میٹر^2۔

اس لیے ظاہر ہے کہ تار سے بنے مربع کا رقبہ زیادہ ہوگا۔

سوالنامہ: 15.5

1- ایک مستطیل نما فریم کی لمبائی 15 سینٹی میٹر اور چوڑائی 10 سینٹی میٹر ہے تو اس کا احاطہ اور رقبہ معلوم کیجیے۔ اگر فریم کی چاروں طرف 12 روپیہ فی میٹر والی لیس لگانی ہے تو لیس کی قیمت بتایئے۔

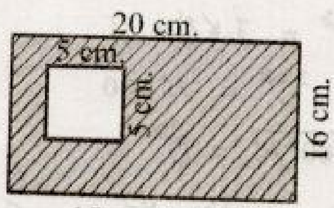
2- ایک مستطیل نما چائے کے باغ کا احاطہ 100 میٹر ہے اور لمبائی 30 میٹر، تو چوڑائی معلوم کیجیے۔

3- ایک مربع میدان کا رقبہ 144 مربع میٹر ہے تو اس میدان کا احاطہ معلوم کیجیے۔

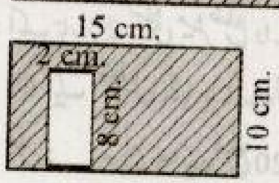
4- نیچے دیئے گئے تصویروں میں سایہ دار حصہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔

(i) نیچے دی گئی تصویروں میں سایہ دار حصے کا رقبہ معلوم کیجیے۔

(a)



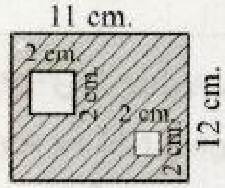
(b)



© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

S.S.A. 2014-15 (Free)

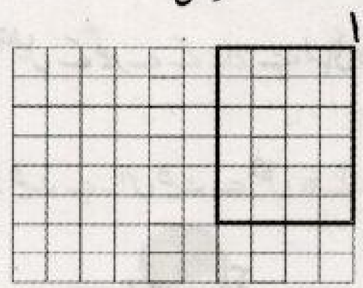
(c)



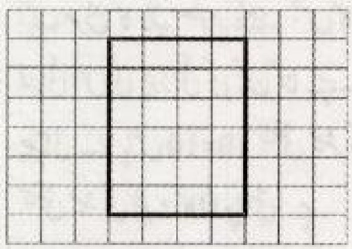
(ii) کسی ایک شکل کے لیے یہ بھی بتائیے کہ سایہ دار حصے کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے آپ نے کیا کیا؟

5- جماعت میں استاد نے طلبہ کو ایک عمل کرنے کو کہا۔ طلبہ کو 10 سینٹی میٹر لمبے اور 8 سینٹی میٹر چوڑے گتے میں سے 6 سینٹی میٹر لمبا 4 سینٹی میٹر چوڑا کاٹنا تھا۔ رمیش، نازیہ، ٹینا اور ابراہیم نے اسے نیچے دیئے گئے خاکے کے مطابق الگ الگ طریقے سے کاٹا۔

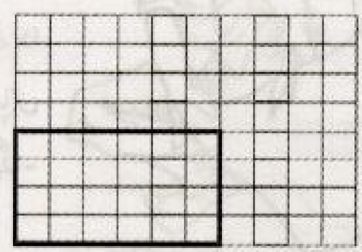
رمیش



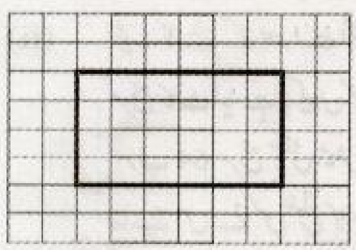
نازیہ



ٹینا



ابراہیم



(i) چاروں طلبہ کے بچے ہوئے حصے کے رقبہ کی گنتی کیجئے:

رمیش .... نازیہ ....

ٹینا .... ابراہیم ....

آپ نے کیا پایا؟

....

....

6- 20 سینٹی میٹر چوڑائی والے ایک مستطیل نما شیٹ کا رقبہ 600 مربع سینٹی میٹر ہے تو اس کا احاطہ معلوم کیجیے۔

7- 6 میٹر × 4 میٹر ناپ والی ایک دیوار میں 3 میٹر × 2 میٹر ناپ والے ایک دروازے کی ایک چوکھٹ لگایا جانا ہے۔ اگر ایک مربع میٹر دیوار پر پینٹ کرانے کا خرچ 3.50 روپیہ ہو تو پوری دیوار پر پینٹ کرانے کا خرچ معلوم کیجیے۔

8- ایک تار مستطیل کی ساخت کا ہے۔ اس کی لمبائی 50 میٹر اور چوڑائی 30 میٹر ہے۔ اگر اسی تار کو دوبارہ موڑ کر ایک مربع بنایا جاتا ہے تو ہر ایک ضلع کی ناپ کیا ہوگی؟ یہ بھی معلوم کیجیے کہ کس ساخت کا رقبہ زیادہ ہوگا؟

9- ایک مستطیل کا رقبہ ایک مربع کے رقبہ کے برابر ہے۔ اگر مستطیل کا رقبہ 3600 مربع سینٹی میٹر ہو تو مربع کا ضلع معلوم کیجیے۔

10- ایک مربع کا رقبہ معلوم کیجیے۔ جس کا گھیرا اس مستطیل کے گھیرے کے برابر ہے، لمبائی 60 میٹر ہے۔ اور لمبائی اس کی چوڑائی کی تین گنا ہے۔

11- چیتالی کے پاس 10×10 سینٹی میٹر کی ایک کارڈ شیٹ ہے۔ اس شیٹ سے شکل بنانے کے لیے وہ 5×5 سینٹی میٹر کی شیٹ کاٹنا چاہتی ہے۔

(تصویر: 15.6)

(i) بتایئے، شیٹ کاٹنے کے بعد بچی ہوئی کارڈ شیٹ کا رقبہ کتنا ہونا چاہیے؟

(ii) شیٹ کاٹنے کے بعد اسے لگا کہ اس نے بڑا مربع کاٹ لیا ہے۔ کیوں کہ اس کے پاس صرف 64 مربع سینٹی میٹر شیٹ ہی بچی۔ بتایئے اس نے کس ضلع کا مربع کاٹا؟

12- دیئے گئے گرِڈ پر 14 سینٹی میٹر احاطہ کو آپ جتنا چاہیں اتنا مستطیل بنائیں۔ بس ان کی لمبائی اور چوڑائی مکمل عدد میں ہو۔ مثال کے طور پر ایک مستطیل پہلے ہی بنایا گیا ہے۔

(i) اب ہر ایک مستطیل کا رقبہ پتا کیجیے اور اسے دیئے گئے جدول میں لکھیے۔ مثال میں بنے ہوئے مستطیل کا رقبہ 10 مربع سینٹی میٹر ہے۔

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

مستطیل	لمبائی	چوڑائی	احاطہ	رقبہ
(a)	5 سینٹی میٹر	2 سینٹی میٹر	14 سینٹی میٹر	10 مربع سینٹی میٹر
(b)				
(c)				
(d)				

(ii) جس مستطیل کا رقبہ سب سے کم ہے، اس کے دونوں ضلع کی ناپ کیا ہے؟

(iii) جس مستطیل کا رقبہ سے زیادہ ہے، اس کے دونوں ضلع کی ناپ کیا ہے؟

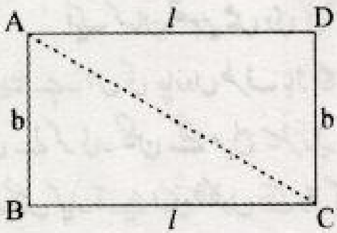
....

....

15.3 - مثلث کا رقبہ(Area of Triangle)

ایک مستطیل نما کاغذ کا ایک ٹکڑا لیجئے۔ اسے وتر کے متوازی ایسا کاٹئے کہ دو مثلث حاصل ہو۔ (شکل A)

اب ایک کو دوسرے پر رکھئے۔ کیا یہ دونوں ایک دوسرے کو پوری طرح ڈھک لیتا ہے؟



(تصویر:15.7)

ہم دیکھتے ہیں کہ ہاں دونوں ایک دوسرے کو پوری طرح ڈھک لیتا ہے۔ اس لیے دونوں متماثل ہیں۔ (شکل:15.7)

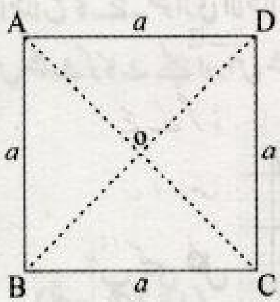
اس لیے ہر ایک کا رقبہ آپس میں برابر ہوگا۔

∆ABC کا رقبہ مستطیل کے رقبہ کا نصف ہوگا۔

∆ABC کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ مستطیل ABCD کا رقبہ۔

$= \frac{1}{2}(l \times b)$ (اگر l = بنیاد، b = اونچائی ہو)

اس لیے مثلث کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ × بنیاد × اونچائی	



(تصویر:15.8)

اسی طرح کوئی مربع لے کر اسے مثلثوں میں بانٹئے اور ہر ایک مثلث کا رقبہ معلوم کیجئے۔ a ضلع کا ABCD ایک مربع نما کاغذ کا ایک ٹکڑا لیجئے۔ اسے تیر کی طرح موڑ کر کاٹ لیجئے۔ پھر مثلثوں کو ایک دوسرے پر رکھئے۔ کیا یہ مثلث

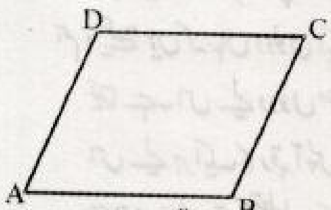
ایک دوسرے کو پوری طرح سے ڈھک لیتا ہے۔ ہم دیکھتے ہیں کہ سبھی مثلث ایک دوسرے کو پوری طرح ڈھک لیتے ہے۔ اس لیے چاروں مثلث متماثل ہیں۔ اس لیے سبھی مثلثوں کا رقبہ برابر ہوگا۔

اس لیے مربع $ABCD$ کا رقبہ = 4 برابر مثلث کا رقبہ   ہر ایک مثلث کا رقبہ = $\frac{1}{4}$ × مربع کا رقبہ

خود کر کے دیکھئے:

مستطیل کا رقبہ	لمبائی	چوڑائی	مثلث کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ مستطیل کا رقبہ
24 مربع سینٹی میٹر	6 سینٹی میٹر	$\frac{24}{6} = 4$ سینٹی میٹر	$\frac{1}{2} \times 24 = 12$ سینٹی میٹر
		8 سینٹی میٹر	36 مربع سینٹی میٹر
50 مربع سینٹی میٹر	10 سینٹی میٹر		
		20 سینٹی میٹر	15 مربع سینٹی میٹر

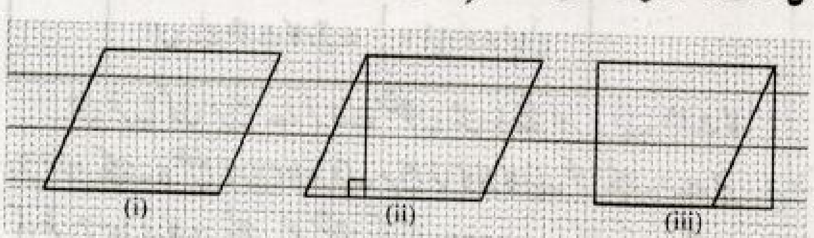
15.4- متوازی الاضلاع کا رقبہ (Area of a Parallelogram)



(تصویر:15.9)

ایک کسان تصویر میں دی گئی شکل جیسا متوازی الاضلاع نما پلاٹ خریدتا ہے۔ اس کی چاروں طرف باڑ لگانے میں کتنا تار چاہیے، اس کی گنتی اس نے کر لی۔ لیکن کتنے مربع میٹر رقبہ یہ پلاٹ گھیرتا ہے۔ اس کا شمار اس نے نہیں کیا۔ آیئے ایسی شکلوں کے رقبہ کی گنتی کریں۔

گراف کاغذ پر ایک متوازی الاضلاع بنایئے جیسا کہ [شکل 15.10:(i)] میں دکھایا گیا ہے۔ اس متوازی الاضلاع کاٹئے۔ متوازی الاضلاع کے ایک راس سے اس کے متقابل ضلع پر ایک عمود کھینچے [شکل 15.10:(ii)]۔ اس مثلث کو کاٹ لیجے اور اس مثلث کو متوازی الاضلاع کے دوسرے ضلع کے ساتھ رکھئے [شکل 15.10:(iii)]۔



آپ کیسی شکل
(تصویر:15.10)

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

حاصل کر سکتے ہیں؟ آپ ایک مستطیل حاصل کرتے ہیں۔

کیا متوازی الاضلاع کا رقبہ بنائے گئے مستطیل کے رقبہ کے برابر ہیں۔

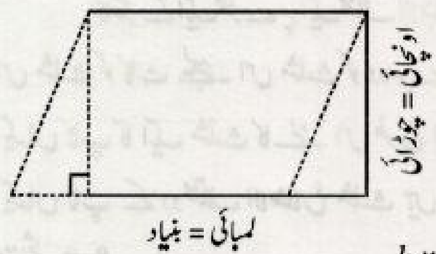
ہاں، متوازی الاضلاع کا رقبہ = بنائے گئے مستطیل کا رقبہ مستطیل کی لمبائی اور چوڑائی کیا ہے؟

ہم نے دیکھا کہ بنائے گئے مستطیل کی لمبائی، متوازی الاضلاع کی ساخت کی لمبائی کے برابر ہے۔ اور مستطیل کی چوڑائی، متوازی الاضلاع کی اونچائی کے برابر ہے۔ [شکل(iii)]

اب متوازی الاضلاع کا رقبہ = مستطیل کا رقبہ

= لمبائی × چوڑائی

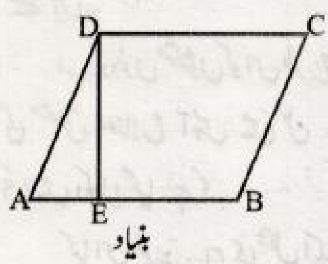
$= l \times b$



(تصویر:15.11)

لیکن مستطیل کی لمبائی l اور چوڑائی b بالترتیب متوازی الاضلاع کی بنیاد b اور اونچائی h ہی ہے۔

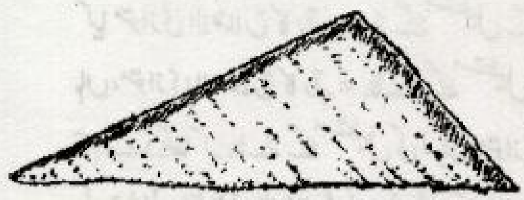
اس طرح، متوازی الاضلاع کا رقبہ = قاعدہ × اونچائی = $b \times h$ ہی ہے۔



متوازی الاضلاع کی کسی بھی ضلع کو قاعدہ لے سکتے ہیں۔ اس ضلع پر مخالف راس سے ڈالا گیا عمود اس کی اونچائی کہلاتی ہے۔ متوازی الاضلاع $ABCD$ میں DE، AB پر عمود ہے۔ یہاں AB قاعدہ اور DE متوازی الاضلاع کی اونچائی ہے۔

اس متوازی الاضلاع $ABCD$ میں BF مخالف ضلع AD پر ڈالا گیا عمود ہے۔ یہاں AD قاعدہ اور BF اونچائی ہے۔

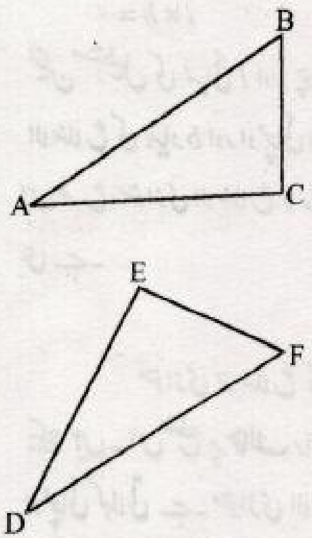
15.5- ایک مثلث کا رقبہ



(تصویر:15.12)

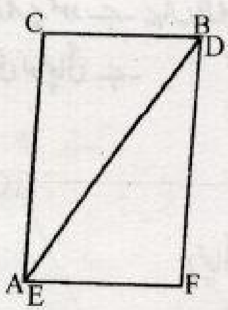
ایک مالی ایک پورے مثلث نما پھلواری میں گھاس لگانے کا خرچ جاننا چاہتا ہے۔ اس حالت میں اُسے مثلث نما حلقے کا رقبہ معلوم کرنے کی ضرورت ہے۔ آیئے ایک مثلث کے رقبہ کو حاصل کرنے کا طریقہ معلوم کریں۔

کاغذ کے ایک ٹکڑے پر ایک مختلف الاضلاع مثلث بنایئے۔ اس مثلث کو کاٹ لیجئے۔ اس مثلث کو دوسرے کاغذ پر رکھئے اور یکساں ناپ کا ایک مثلث کاٹئے۔ اس طرح اب آپ کے پاس یکساں ناپ کے دو مختلف الاضلاع مثلث ہیں۔ کیا دونوں مثلث متماثل ہیں؟



ایک مثلث کو دوسرے پر رکھئے، جس سے وہ ایک دوسرے کو پوری طرح ڈھک لے۔ آپ دونوں میں سے ایک مثلث کو گھما بھی سکتے ہیں۔

اب دونوں مثلثوں کو اس طرح آپس میں رکھئے، جس سے ان کی متعلق اضلاع آپس میں مل جائیں۔ (جس طرح شکل 15.13 میں دکھایا گیا ہے)۔



کیا اس طرح سے بنی شکل ایک متوازی الاضلاع ہے؟

ہر ایک مثلث کے رقبہ کا موازنہ متوازی الاضلاع کے رقبہ سے کیجئے۔

آپ دیکھیں گے کہ دونوں مثلثوں کے رقبوں کا حاصل جمع متوازی الاضلاع کے رقبہ کے برابر ہے۔ مثلث کا قاعدہ اور اونچائی بالترتیب متوازی الاضلاع کے قاعدہ اور اونچائی کے برابر ہے۔

(تصویر:15.13)

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

ہر ایک مثلث کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ (متوازی الاضلاع کا رقبہ)

= $\frac{1}{2}$ (بنیاد × اونچائی) کیوں کہ متوازی الاضلاع کا رقبہ = بنیاد × اونچائی

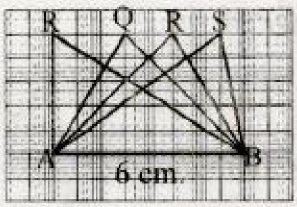
= $\frac{1}{2}$ $(b \times h)$ (یا $\frac{1}{2}\ b \times h$ مختصر میں)

خود کر کے دیکھئے:

1- اوپر دیئے گئے لائحہ عمل کو الگ الگ طرح کے مثلث لے کر کیجئے۔

2- الگ الگ طرح کے متوازی الاضلاع لیجئے۔ ہر ایک متوازی الاضلاع کا دو مثلثوں میں ایک تیر کی طرح کاٹئے۔ کیا یہ متماثل مثلث ہے۔

شکل 15.14 میں سبھی مثلث، بنیاد $AB = 6$ سینٹی میٹر پر واقع ہے۔



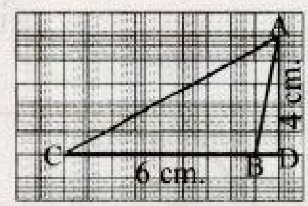
(تصویر 15.14)

بنیاد AB پر ہر ایک مثلث کی متعلقہ اونچائی کے بارے میں آپ کیا کہہ سکتے ہیں؟

کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ سبھی مثلثوں کے رقبہ برابر ہیں؟ ہاں۔ کیا مثلث متماثل ہیں؟ نہیں۔

ہم نتیجہ نکالتے ہیں کہ سبھی متماثل مثلثوں کا رقبہ برابر ہوتا ہے۔ لیکن یہ ضروری نہیں ہے کہ وہ مثلث جن کا رقبہ برابر ہوتا ہے وہ متماثل ہیں۔

بنیاد 6 سینٹی میٹر والے ایک زاویہ منفرجہ مثلث ABC پر غور کرتے ہیں۔ (شکل:15.15)



(تصویر 15.14)

اس کی اونچائی AD راس A سے CB پر عمود ہیں جو مثلث کے بیرونی حصہ میں واقع ہے۔ کیا آپ اس مثلث کا رقبہ معلوم کر سکتے ہیں؟

اس لیے کسی بھی مثلث کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ × بنیاد × اونچائی ہوتی ہے۔

انھیں یاد رکھیے:

1- مستطیل کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی = $l \times b$

2- مثلث کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ × (قاعدہ × اونچائی)

3- متوازی الاضلاع کا رقبہ = قاعدہ × اونچائی

مثال: 6 ایک متوازی الاضلاع کی قاعدہ 8 سینٹی میٹر اور مطابق اونچائی 6 سینٹی میٹر ہے تو متوازی الاضلاع کا رقبہ معلوم کیجیے۔

حل: بنیاد = 8 سینٹی میٹر اونچائی = 6 سینٹی میٹر

∵ متوازی الاضلاع کا رقبہ = قاعدہ × اونچائی

= 8 سینٹی میٹر × 6 سینٹی میٹر

= 48 مربع سینٹی میٹر

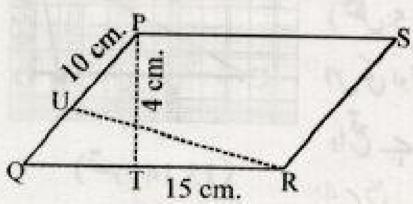
مثال: 7 ایک متوازی الاضلاع کا رقبہ 108 مربع میٹر ہے اور اس کی قاعدہ 18 میٹر ہے تو متعلقہ اونچائی بتائیے۔

حل: رقبہ = 108 مربع میٹر اور قاعدہ = 18 میٹر

∵ متوازی الاضلاع کا رقبہ = قاعدہ × اونچائی

108 میٹر^2 = 18 میٹر × اونچائی

اس لیے اونچائی = $\frac{108}{18}$ = 6 میٹر (جواب)



مثال: 8 ایک متوازی الاضلاع $PQRS$ کی دو ضلع کی لمبائی 10 سینٹی میٹر اور 15 سینٹی میٹر ہے۔ قاعدہ QR کی متعلقہ اونچائی 4 سینٹی میٹر ہے تو قاعدے PQ کی متعلقہ اونچائی معلوم کیجیے۔ (دیے گئے خاکے کو دیکھیے)

حل: متوازی الاضلاع $PQRS$ کا رقبہ = QR ×

PT = 15 سینٹی میٹر × 4 سینٹی میٹر = 60 سینٹی میٹر2

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

پھر رقبہ = 60 سینٹی میٹر^2، قاعدہ = $PQ = 15$ سینٹی میٹر، $UR =$ ؟

متوازی الاضلاع $PQRS$ کا رقبہ = $PQ \times UR$

60 سینٹی میٹر^2 = 10 سینٹی میٹر UR

$UR = \frac{60\,cm.^2}{10\,cm.} = 6$ سینٹی میٹر

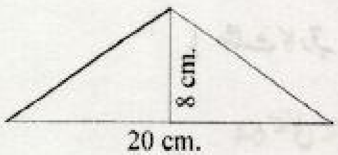
اس لیے متوازی الاضلاع $PQRS$ میں PQ کی متعلقہ اونچائی 6 سینٹی میٹر

مثال: 9 ایک مثلث کا رقبہ معلوم کیجیے، جس کی قاعدہ 20 سینٹی میٹر اور اونچائی 8 سینٹی میٹر ہے۔

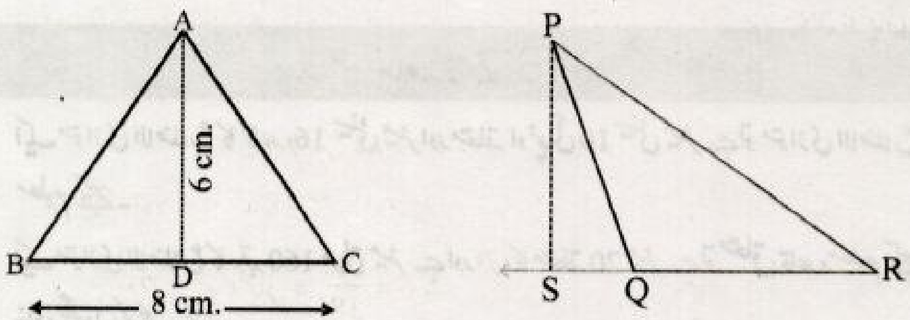
حل: مثلث کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ × قاعدہ × اونچائی

= $\frac{1}{2}$ × 20 سینٹی میٹر × 8 سینٹی میٹر

= 80 مربع سینٹی میٹر یا 80 سینٹی میٹر^2



خود کیجیے: ذیل کی شکل کا رقبہ معلوم کیجیے:



مثال: 10 کسی مثلث کا رقبہ 48 مربع سینٹی میٹر ہے اور اس کے راس عمود کی اونچائی 8 سینٹی میٹر ہے تو قاعدہ کی لمبائی بتائیے۔

حل: رقبہ = 48 مربع سینٹی میٹر = 48 سینٹی میٹر^2 اور اونچائی = 8 سینٹی میٹر

اس لیے 48 سینٹی میٹر^2 = $\frac{1}{2}$ × بنیاد × 8

اس لیے بنیاد = $\frac{48 \times 2\,cm.^2}{8\,cm.}$ = 12 سینٹی میٹر

مثال: 11 مثلث ABC میں $BC = 16$ سینٹی میٹر

$AE = 8$ سینٹی میٹر اور $AC = 24$ سینٹی میٹر تو BD معلوم کیجئے۔

حل: $AE = 8$ سینٹی میٹر، $BC = 16$ سینٹی میٹر

مثلث ABC کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times BC \times AE$

= $\frac{1}{2} \times 16 \times 8 = 64$ سینٹی میٹر

یا مثلث کا رقبہ = $\frac{1}{2} \times AC \times BD$

64 سینٹی میٹر^2 = $\frac{1}{2} \times 24$ سینٹی میٹر $\times BD$

$\because BD = \frac{64 \times 2}{24} = \frac{16}{3} = 5.33$ سینٹی میٹر

سوالنامہ : 15.2

1- ایک متوازی الاضلاع کا قاعدہ 16 سینٹی میٹر اور متعلقہ اونچائی 10 سینٹی میٹر ہے تو متوازی الاضلاع کا رقبہ معلوم کیجئے۔

2- ایک متوازی الاضلاع کا رقبہ 160 مربع میٹر ہے اور اس کا متعلقہ 20 میٹر ہے تو متعلق قاعدہ معلوم کیجئے۔

3- خالی جگہوں کو بھریئے:

متوازی الاضلاع	قاعدہ	اونچائی	رقبہ
(i)	200 سینٹی میٹر	150 سینٹی میٹر	
(ii)	80 سینٹی میٹر	70 سینٹی میٹر	
(iii)	60 سینٹی میٹر		4800 مربع سینٹی میٹر
(iv)		90 سینٹی میٹر	3600 مربع سینٹی میٹر

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

4- متوازی الاضلاع $PQRS$ کے دو اضلاع کی لمبائی 20 سینٹی میٹر اور 10 سینٹی میٹر ہے۔ قاعدہ PQ کی متعلقہ اونچائی 6 سینٹی میٹر ہے تو QR کی متعلقہ اونچائی معلوم کیجئے۔

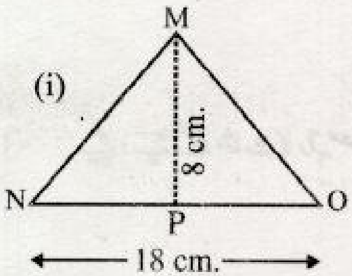
5- ایک مثلث کا رقبہ معلوم کیجئے، جس کا قاعدہ 16 سینٹی میٹر اور اونچائی 12 سینٹی میٹر ہے۔

6- خالی جگہوں کو بھریئے :

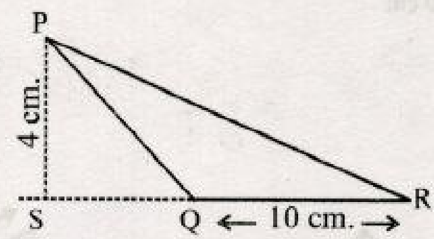
مثلث	قاعدہ	اونچائی	رقبہ
(i)	50 سینٹی میٹر	30 سینٹی میٹر	
(ii)	40 سینٹی میٹر	60 سینٹی میٹر	
(iii)	80 سینٹی میٹر		1200 مربع سینٹی میٹر
(iv)		20 سینٹی میٹر	300 مربع سینٹی میٹر

7- ذیل کی خاکوں کا رقبہ معلوم کیجئے :

(i)

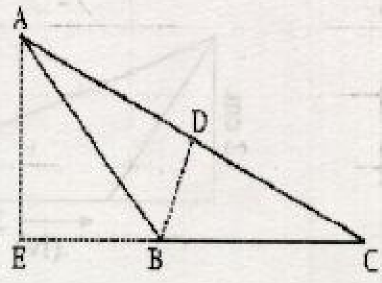


(ii)

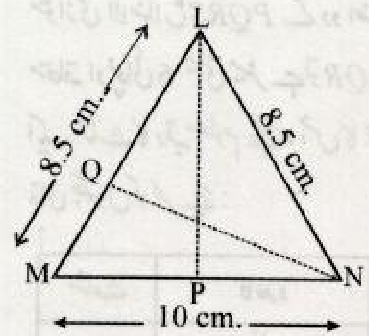


8- کسی مثلث کا رقبہ 45 مربع سینٹی میٹر ہے اور قاعدہ سے عمودی راس کی اونچائی 9 سینٹی میٹر ہے تو قاعدہ کی لمبائی بتائیے۔

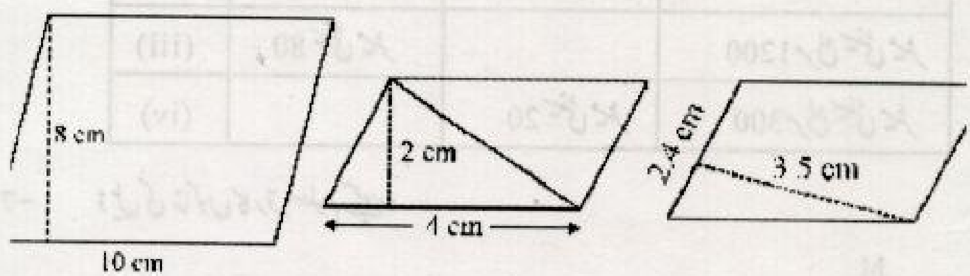
9- ABC میں $BC = 20$ سینٹی میٹر، $AE = 14$ سینٹی میٹر اور $AC = 28$ سینٹی میٹر تو BD معلوم کیجئے۔



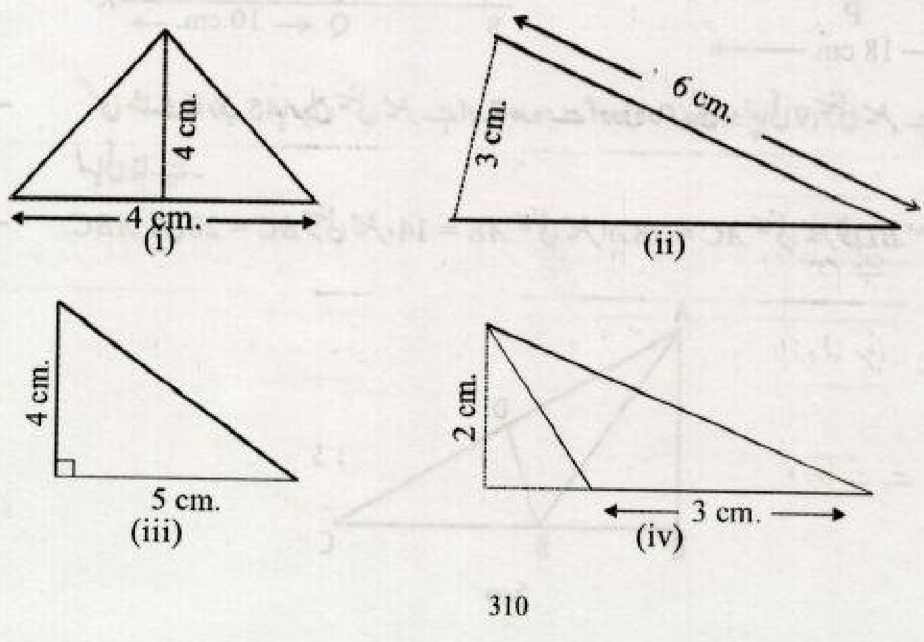
10- مثلث LMN ایک متساوی الساقین مثلث ہے، جس میں $LM = LN = 8.5$ cm اور MN = 10 cm. ہے (سامنے کے خاکے کو دیکھیں)۔ $LP = 17$ سینٹی میٹر مثلث LMN کا رقبہ معلوم کیجئے اور N سے LM تک کی اونچائی NQ معلوم کیجئے۔



11- نیچے دیئے گئے متوازی الاضلاع کا رقبہ معلوم کیجئے:

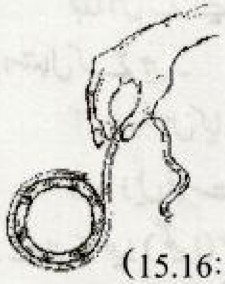


12- نیچے دیئے گئے مثلث کا رقبہ معلوم کیجئے:



© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

15.6 - دائرہ (Circle)



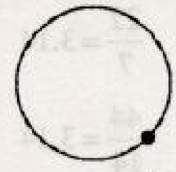
نیشا اپنی چوڑی پر چمکیلی پنی لگانا چاہتی ہے۔ اسے پتا کرنا ہے کہ پنی کی لمبائی کیا ہے؟ کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ چوڑی کا محیط کیا ہوگا؟

آپ ایک پیمانے (رولر) کی مدد سے ٹیڑھی سطح کو نہیں ناپ سکتے، کیوں کہ یہ ساخت سیدھی نہیں ہے۔ آپ کیا کریں گے؟

(تصویر:15.16)

خاکہ 15.16 میں دیئے گئے ساخت کے ضروری کنارے کی لمبائی معلوم کرنے کے لیے کارڈ کے کنارے پر ایک نقطہ لگایئے اور اسے ایک ٹیبل پر رکھئے۔ نقطہ کی حالت کو ٹیبل پر بھی درج کیجئے۔ (خاکہ:15.17)

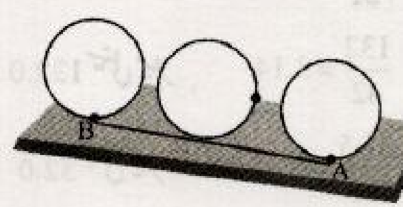
(تصویر:15.17)



(تصویر:15.17)

اب دائرہ نما کارڈ کو ایک سہل خط کی سمت میں ٹیبل پر تب تک گھمایئے۔

جب تک درج نقطہ ٹیبل کو دوبارہ مَس نہ کر جائے۔ اس دوری کو خط کے ساتھ ناپئے۔ یہ ضروری کنارے کی لمبائی ہے۔ یہ کارڈ کے درج کیے گئے نقطہ سے کارڈ کے کنارے کنارے واپس اُسی نقطہ تک کی دوری ہے۔ آپ ایک دھاگے کو دائرہ نما چیز کے چاروں طرف کنارے کنارے رکھ کر بھی دوری معلوم کر سکتے ہیں۔



(تصویر:15.18)

ایک دائرہ نما حلقہ کی چاروں طرف کی دوری اس کا محیط(Circumference) (گھیرا) کہلاتا ہے۔

> **خود کر کے دیکھئے:**
> **ایک بوتل کا ڈھکن، ایک چوڑی یا کوئی دوسری دائرہ نما چیز لیجئے اور اس کا محیط (گھیرا) معلوم کیجئے۔**

اب کیا آپ اس قاعدہ سے ایک دوڑ مقابلہ کرنے والے کے ذریعہ ایک دائرہ نما سڑک پر طے کی گئی دوری معلوم کر سکتے ہیں؟

ابھی بھی سڑک کی چاروں طرف کی دوری معلوم کرنا یا دوسری کسی دائرہ نما چیز کو دھاگے سے ناپنا بہت ہی مشکل ہوگا۔ اس کے علاوہ یہ ناپ صحیح بھی نہیں ہوگی۔

لہٰذا اس کے لیے ہمیں ایک فارمولے کی ضرورت ہے۔ جیسا کہ سطح مستوی کی بناوٹ یا خاکوں کے لیے ہم استعمال کرتے ہیں۔

آیئے دیکھیں کیا دائروں کے قطر(Daimetre) چوڑائی اور محیط کے بیچ میں کوئی تعلق ہے؟

درج ذیل فہرست پر غور کیجئے۔ الگ الگ نصف قطروں(Radius) کے 6 دائرے کھینچئے اور دھاگے کی مدد سے ان کا محیط (گھیرا) معلوم کیجئے۔ محیط اور خط کی نسبت کو بھی معلوم کیجئے۔

دائرہ	قطر	نصف قطر	محیط	محیط اور چوڑائی کا تناسب
1	3.5 سینٹی میٹر	7.0 سینٹی میٹر	22.0 سینٹی میٹر	$\frac{22}{7} = 3.14$
2	7.0 سینٹی میٹر	14.0 سینٹی میٹر	44.0 سینٹی میٹر	$\frac{44}{14} = 3.14$
3	10.5 سینٹی میٹر	21.0 سینٹی میٹر	66.0 سینٹی میٹر	$\frac{66}{21} = 3.14$
4	21.0 سینٹی میٹر	42.0 سینٹی میٹر	132.0 سینٹی میٹر	$\frac{132}{42} = 3.14$
5	5.0 سینٹی میٹر	10.0 سینٹی میٹر	32.0 سینٹی میٹر	$\frac{31.5}{10} = 3.15$
6	15.0 سینٹی میٹر	30.0 سینٹی میٹر	94.0 سینٹی میٹر	×

اوپر دی گئی فہرست سے آپ کیا نتیجہ نکالتے ہیں؟ کیا یہ نسبت لگ بھگ یکساں ہے؟ ہاں۔ کیا آپ کہہ سکتے ہیں کہ ایک دائرہ کا گھیرا ہمیشہ اس کے قطر کا تقریباً تین گنا ہے؟ ہاں۔

یہ تناسب غیر متغیر ہے اور اسے 'π' (پائی) سے ظاہر کرتے ہیں۔ اس کی قیمت $\frac{22}{7}$ یا 3.14 ہے۔

اس لیے ظاہر ہے کہ $\pi = \frac{\text{محیط}}{\text{قطر}}$

اس لیے محیط = π × قطر

$C = \pi d$ اگر محیط = C، قطر = d

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

یا $C = \pi \times 2r$ (چونکہ $d = 2r$، جہاں r = نصف قطر ہے۔

یا $C = 2\pi r$ یعنی دائرہ کا محیط = $2\pi r$

اصل فارمولے سے نکالے گئے فارمولے

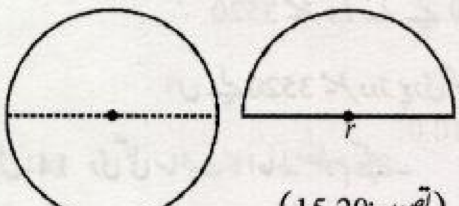
(i) $C = \pi d$ (ii) $d = \frac{C}{\pi}$ (iii) $d = 2r$

(iv) $\therefore r = \frac{d}{2}$ (v) $C = 2\pi r$ (vi) $\therefore r = \frac{C}{2\pi}$

خود کر کے دیکھئے:

مختلف ساخت کی چوڑی ایک دائرہ نما پلیٹ، بوتل کا ڈھکن اور ایک روپیہ کا سکہ لیجئے اور اس کے محیط (گھیرا) اور قطر کو ناپئے اور ان کا متعلقہ تناسب نکالئے۔

آیئے دائرے کو دو برابر حصوں میں بانٹ کر دیکھیں۔ ہر ایک حصہ ایک نصف دائرہ کہلاتا ہے۔ جیسے:



(تصویر 15.20)

نصف دائرہ کا احاطہ = $\frac{2\pi r}{2} + 2r$ تصویر سے ظاہر ہے۔

یا نصف دائرے کا احاطہ $\frac{\pi d}{2} + d$

خود کر کے دیکھئے:

نمبر شمار	نصف قطر (Radius)	قطر (Diameter)	محیط $\pi = \frac{22}{7}$
1	4 سینٹی میٹر	16 میٹر	
2			
3	21 سینٹی میٹر		
4			308 سینٹی میٹر
5		84 سینٹی میٹر	

مثال: 12 8 سینٹی میٹر قطر والے ایک دائرے کا محیط معلوم کیجیے۔ $(\pi = 3.14)$

حل: یہاں دائرہ کا قطر (d) = 8 سینٹی میٹر

$\because$ دائرہ کا محیط = πd

$= 3.14 \times 8 = 25.12$ اس لیے مطلوبہ جواب = 25.12 سینٹی میٹر

مثال: 13 28 میٹر کی نصف قطر والے دائرہ نما میدان کے باہر 25.20 میٹر لمبی دوڑ پوری کرنے کے لیے کتنے چکر لگانے کی ضرورت پڑے گی؟

حل: دائرہ نما میدان کا محیط

$= 2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times 28 = 176$ سینٹی میٹر

$\because$ 176 میٹر دوڑ کے لیے 1 چکر لگانا پڑتا ہے۔

$\therefore$ 1 میٹر دوڑ کے لیے $\frac{1}{176}$ چکر لگانا پڑتا ہے۔

$\therefore$ 3520 میٹر دوڑ کے لیے $\frac{1}{176} \times 3520 = 20$ چکر

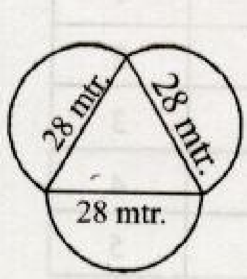
اس لیے 3520 میٹر دوڑ پوری کرنے کے لیے 20 چکر لگانا پڑیں گے۔

مثال: 14 دی گئی ساخت کا احاطہ معلوم کیجیے۔ $\pi = \frac{22}{7}$

حل: اس ساخت کا احاطہ معلوم کرنے کے لیے ہمیں ہر ایک نصف دائرہ کے محیط کو معلوم کرنے کی ضرورت ہے۔ کیا آپ کو مثلث احاطہ کو بھی معلوم کرنے کی ضرورت ہے؟ نہیں۔ اس ساخت کی باہری چوحدی نصف دائرہ سے مل کر بنی ہے۔ ہر ایک نصف دائرہ کی چوڑائی 28 سینٹی میٹر ہے۔

ہم جانتے ہیں کہ دائرہ کا محیط = πd

نصف دائرہ کا محیط = $\frac{\pi d}{2}$

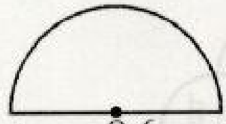


$= \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 28 = 44$ cm. سینٹی میٹر

اس لیے دی گئی ساخت کا احاطہ = $3 \times 44 = 132cm.$

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

مثال: 15 6 سینٹی میٹر نصف قطر والے نصف دائرے کا احاطہ معلوم کیجیے۔



حل: $\because$ نصف دائرے کا احاطہ $= \frac{2\pi r}{2} + 2r$

$= \frac{3\times 22\times 6}{2\times 7} + 2\times 6 = \frac{132}{7} + 12$ سینٹی میٹر

$= 18.857 + 12 = 30.857$ cm.

مثال: 16 ایک مالی اپنے 35 میٹر چوڑائی والے ایک دائرہ نما باغ کو گھیرنا چاہتا ہے۔ وہ رسّی سے دو گھیرا لگانا چاہتا ہے۔اس کے لیے وہ کتنی لمبی رسّی خریدے گا۔ اگر رسّی 5 روپیہ میٹر کی شرح سے بیچی جاتی ہو تو خریدے گئے کل رسّی کی قیمت کیا ہوگی؟ معلوم کیجیے۔

حل: یہاں باغ کی قطر = 35 میٹر

چونکہ محیط $= \pi d$ $= \frac{22}{7}\times 35 = 110$ میٹر

$\therefore$ 1 گھیرے میں رسّی کی لمبائی = 110 میٹر

$\therefore$ 2 گھیرے میں رسّی کی لمبائی 2×110 میٹر = 220 میٹر

$\because$ 1 میٹر رسّی کی قیمت 5 روپے ہے۔

$\therefore$ 220 میٹر رسّی کی قیمت $= 5\times 220 = 1100$ روپیہ

سوالنامہ: 15.3

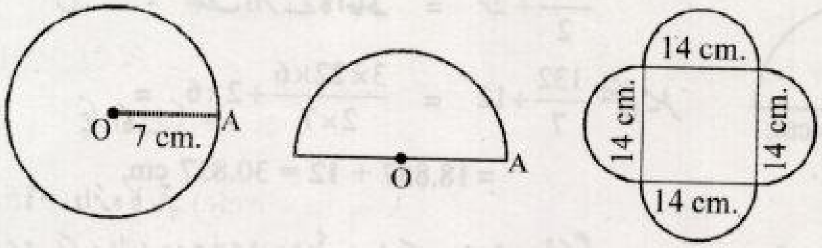
1- مندرجہ ذیل نصف قطر والے دائروں کا محیط معلوم کیجیے۔ (π کی قیمت $\frac{22}{7}$ لیجیے)

(i) 56 ملی میٹر (ii) 7 سینٹی میٹر (iii) 21 سینٹی میٹر (iv) 28 ملی میٹر

2- درج ذیل محیط والے دائروں کا نصف قطر معلوم کیجیے:

(i) 154 میٹر (ii) 308 سینٹی میٹر (iii) 352 سینٹی میٹر (iv) 220 میٹر

3- درج ذیل خاکوں کا محیط معلوم کیجئے:



4- درج ذیل قطر والے دائروں کا محیط معلوم کیجیے۔

(i) 14 سینٹی میٹر (ii) 28 سینٹی میٹر (iii) 56 ملی میٹر (iv) 42 سینٹی میٹر

5- ایک دائرہ نما المونیم شیٹ کا محیط 220 میٹر ہے تو شیٹ کا نصف قطر اور قطر معلوم کیجیے۔ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

6- ایک دائرہ نما گھڑی کی منٹ کی سوئی کی لمبائی 6 سینٹی میٹر ہے۔ منٹ کی سوئی کی نوک 1 گھنٹے میں کتنی دوری طے کرتی ہے۔ $(\pi = 3.14)$

7- 14 میٹر نصف قطر والے ایک پہیے کو 264 میٹر دوری طے کرنے کے لیے کتنی بار گھومنا پڑے گا؟ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

8- 21 سینٹی میٹر نصف قطر میں ایک تار کی لمبائی کو دائرہ نما صورت میں موڑا جاتا ہے، تو تار کی لمبائی معلوم کیجیے۔

9- 28 میٹر قطر والے ایک دائرہ نما باغ کی چاروں طرف مالی باڑ لگانا چاہتا ہے۔ خریدی جانے والی ضرورت کی رسّی کی لمبائی معلوم کیجیے۔ اگر وہ 3 پورے چکر کا باڑ لگانا چاہتا ہے۔ 5 روپے فی میٹر کی شرح سے رسّی پر خرچ معلوم کیجیے۔ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

10- 14 سینٹی میٹر اور 21 سینٹی میٹر نصف قطر والے دو دائروں کے محیطوں کا تناسب بتائیے۔ $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

11- ایک تار مربع نما شکل میں ہے۔ جس کا ضلع 22 سینٹی میٹر ہے۔ اُسے موڑ کر ایک دائرہ بنایا جاتا ہے تو اس دائرہ کا نصف قطر اور محیط بتائیے۔

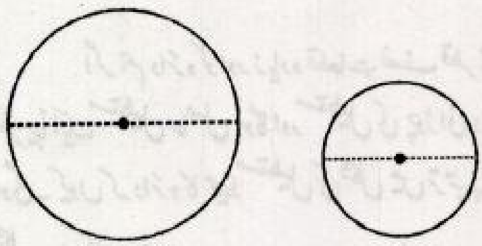
© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

12- راہل کے پاس ایک دائرہ نما شکل کی تار ہے، جس کا نصف قطر 7 سینٹی میٹر ہے۔ اس سے 11 سینٹی میٹر ضلع والا مربع بنائے جا سکتا ہے۔ اپنے جواب کو ثابت کیجیے۔

13- 21 میٹر کے نصف قطر والے دائرہ نما میدان کے باہر 1980 میٹر کی لمبی دوڑ پوری کرنے کے لیے کتنی چکر لگانے کی ضرورت پڑے گی؟

15.7- دائرہ کا رقبہ (Area of Circle)

دو کمرے کی فرش کی شکل گول نما ہے۔ ایک کمرے کی فرش کی قطر 14 میٹر ہے۔ فرش پر دری بچھانا ہے۔ جیسا کہ ذیل کی شکل میں دکھایا گیا ہے۔

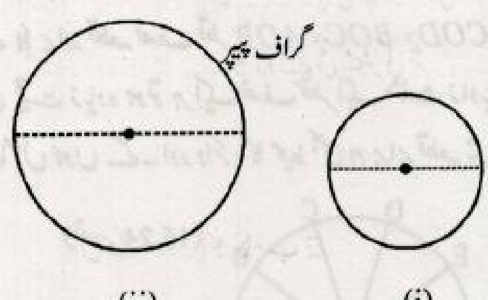


فرش-2 فرش-1

تصویر: 15.21)

تو بتایئے کہ کس فرش میں بڑی دری کی ضرورت ہوگی۔ ظاہر ہے دوسرے فرش میں زیادہ بڑی دری لگے گی۔ کیوں کہ فرش -2 زیادہ جگہ گھیرتا ہے یا اس کا رقبہ زیادہ ہے۔ تو آیئے اب دائرہ کے رقبہ پر بحث کریں۔

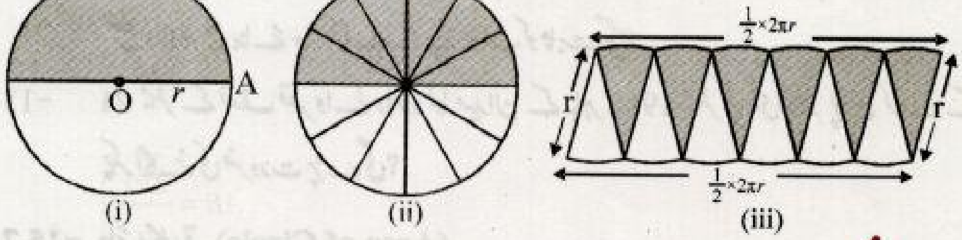
شکل 15.22 پر شفاف گراف پیپر ذیل میں دکھائے گئے طریقے کے مطابق رکھیں۔ اب اس شکل کے اندر کے مربعوں کو گن کر اس کا رقبہ معلوم کریں۔ اس قاعدے سے مربع کا رقبہ ایک قیاس رقبہ ہی حاصل ہوتا ہے۔ کیوں کہ دائرہ کے کنارے سیدھے نہیں ہیں۔ اس لیے صحیح رقبہ معلوم کرنے کے لیے ایک اور طریقے پر بحث کرتے ہیں۔



(ii) (i)

تصویر: 15.22)

ایک کاغذ کا دائرہ نما چکتی لیتے ہیں۔ اس چکتی کو دو برابر حصوں میں موڑتے ہیں۔ نصف حصہ کو رنگ دیتے ہیں۔ پھر اسے 12 ٹکڑوں میں تصویر کے مطابق کاٹ لیتے ہیں۔ اب ہر ایک قطعہ نما نصف قطر (sector) کو مندرجہ بالا تصویر کی تیسری ترتیب کے مطابق رکھتے ہیں، جو سرسری نظر میں ایک متوازی الاضلاع کو ظاہر کرتا ہے۔



(تصویر:15.22)

اگر ہم دائرہ کو اور زیادہ قطعاتِ نصف قطر میں تقسیم کریں اور انھیں مندرجہ بالا شکلوں کے مطابق رکھیں تو تقریباً ایک مستطیل حاصل ہوگا اور مستطیل کی چوڑائی دائرہ کی نصف قطر ہوگی اور لمبائی دائرہ کے محیط کا نصف (πr) ہوگی۔ کیوں کہ دائرہ کا محیط مستطیل کی شکل میں ترتیب دینے پر دو برابر حصوں میں تقسیم ہو جاتا ہے۔ جیسا کہ اوپر کی شکل سے ظاہر ہے۔

اس لیے دائرہ کا رقبہ = مندرجہ بالا مستطیل کا رقبہ

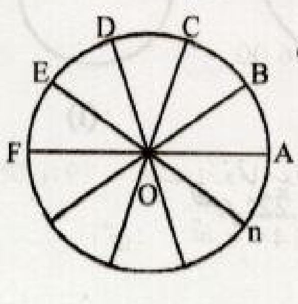
= لمبائی × چوڑائی

$= \frac{1}{2}\times 2\pi r\times r = \pi r^2$

اس طرح دائرہ کا رقبہ = πr^2 حاصل ہوگا

آیئے دائرہ کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے ایک اور طریقے پر غور کریں۔

مان لیا کہ 'O' مرکز کا ایک دائرہ ہے، جس کے n برابر قطعہ نصف قطر AOB، BOC، COD، DOE، EOF، .... n میں بانٹیں۔ اگر n کی قیمت زیادہ ہو تو ہر ایک نصف قطر ایک مثلث زاویۂ قائمہ ہوگا۔ اس طرح ہمیں n مثلث زاویہ قائمہ حاصل ہوں گے۔ اور دائرہ کا محیط بھی n برابر قطعہ میں تقسیم ہو جائے گا۔



(تصویر 15.24)

∵ گھیرا کا n قطعہ $= 2\pi r$

∴ گھیرا کا 1 قطعہ $= AB = \frac{2\pi r}{n}$

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

(کیوں کہ گھیرا کا ہر ایک قوس قطع برابر ہے)۔

دائرہ کا رقبہ = $n \times$ زاویہ قائمہ مثلث AOB کا رقبہ

$= n \times \frac{1}{2} \times OA \times AB$

$= n \times \frac{1}{2} \times r \times \frac{2\pi r}{n} \left(\because OA = r, AB = \frac{2\pi r}{n}\right)$

اس لیے دائرہ کا رقبہ = πr^2

پھر دائرہ کا رقبہ = πr^2
$\sqrt{\frac{\text{رقبہ}}{\pi}} = r$

خود کر کے دیکھیے:

1- مختلف قطر کا دائرہ بنائیں اور گراف کاغذ کی مدد سے مربعوں کی تعداد کو گن کر رقبہ معلوم کیجیے اور دائرہ کے فارمولے سے رقبہ معلوم کر دونوں جوابات کا موازنہ کیجیے۔

2- کاغذ کی ایک دائرہ نما چکتی لیجیے۔ برابر قطعہ قطر میں موڑ کر کاٹیں پھر اس قطعہ قطر کو ایک مستطیل کی شکل میں مرتب کر دائرہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔

مثال: 17 7 سینٹی میٹر نصف قطر والے دائرہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔ $\pi = \frac{22}{7}$

حل: قطر = 7 سینٹی میٹر دائرہ کا رقبہ = πr^2

$= \frac{22}{7} \times (7)^2 = \frac{22}{7} \times 7 \times 7$

= 154 مربع سینٹی میٹر یا cm^2

مثال: 18 20 سینٹی میٹر نصف قطر والے دائرہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔ (جب کہ $\pi = 3.14$)

حل: قطر = 20 سینٹی میٹر

دائرہ کا رقبہ = $\pi r^2 = 3.14 \times (20)^2$

$= 3.14 \times 400$

= 1256.00 مربع سینٹی میٹر

مثال: 19 ایک دائرہ نما میدان کی قطر 14 میٹر ہے۔ اس کا رقبہ معلوم کیجیے۔

حل: قطر $d = 14$ میٹر

= 200.96 مربع سینٹی میٹر

اس لیے سایہ دار حصہ کا رقبہ = 452.16 - 200.96

= 251.20 مربع سینٹی میٹر

سوالنامہ: 15.4

1- دائرہ کا رقبہ معلوم کیجیے، جس کا نصف قطر مندرجہ ذیل ہیں۔ (π کی قیمت $\frac{22}{7}$ لیجیے)

(i) 14 سینٹی میٹر (ii) 20 سینٹی میٹر

(iii) 2.8 سینٹی میٹر (iv) 35 سینٹی میٹر

2- دائرہ کا رقبہ معلوم کیجیے، جس کا محیط احسب ذیل ہے:

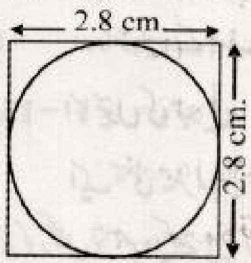
(i) 572 سینٹی میٹر (ii) 253 سینٹی میٹر (iii) 110 سینٹی میٹر

(iv) 132 سینٹی میٹر (v) 198 سینٹی میٹر

3- اگر ایک دائرہ نما میدان کا محیط 154 سینٹی میٹر ہو تو اس میدان کا نصف قطر معلوم کیجیے۔ میدان کا رقبہ بھی معلوم

کیجیے۔ (π کی قیمت $\frac{22}{7}$ لیجیے)۔

4- ایک گائے 28 سینٹی میٹر مربع نما میدان کے مرکز میں ایک 14 سینٹی میٹر رسّی سے بندھی ہے تو بتائیے کہ گائے کتنے رقبہ تک کی گھاس چرے گی اور یہ بھی بتائیے کہ کتنے رقبہ کی گھاس نہیں چرے گی۔



5- ایک گول چھلّے کی باہری گولائی کا نصف قطر 14 میٹر ہے اور چھلّا کی داخلی نصف قطر 7 سینٹی میٹر ہے تو چھلّے کا رقبہ معلوم کیجیے۔

6- دی گئی شکل 15.25 میں دائرہ کا رقبہ معلوم کیجیے۔

7- 88 میٹر لمبے ایک تار کو موڑ کر دائرہ نما شکل میں زمین پر رکھا گیا تو کتنے رقبہ کو تار گھیرے گا؟

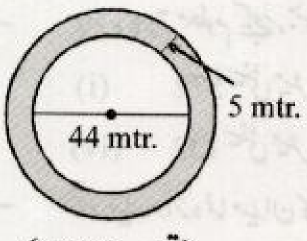
8- ایک دائرہ کا محیط 30 میٹر لمبے اور 14 میٹر چوڑے ایک مستطیل کے احاطہ کے برابر ہے تو دائرہ کا رقبہ معلوم کیجئے۔

9- 8 سینٹی میٹر نصف قطر والے ایک دائرہ نما کاغذ کے ٹکڑے میں سے 4 سینٹی میٹر قطر والے ایک دائرہ کو کاٹ کر

نکال دیا جاتا ہے تو کاغذ کے باقی حصہ کا رقبہ معلوم کیجئے۔ $(\pi = 3.14)$

10- 20 روپیہ فی مربع میٹر کی شرح سے 2.8 میٹر قطر والے ایک دائرہ نما زمین کی اینٹ سولنگ کرانے کا خرچ معلوم کیجئے۔ $(\pi \frac{22}{7})$

11- کسی مستطیل کی چوڑائی 44 میٹر ہے اور اس کی لمبائی، چوڑائی کا $2\frac{1}{2}$ گنا ہے۔ اس دائرہ کی چوڑائی معلوم کیجئے، جس کا محیط مستطیل کے محیط کے برابر ہے۔ $(\pi \frac{22}{7})$



(تصویر: 15.26)

12- ایک دائرہ نما پھولوں کی کیاری کی چاروں طرف 5 میٹر چوڑی سڑک ہے اور پھولوں کی کیاری کا قطر 44 میٹر ہے۔ اس سڑک کا رقبہ معلوم کیجئے۔ $(\pi = 3.14)$

13- ایک دائرہ نما باغ کا رقبہ 2464 میٹر^2 ہے۔ باغ کے بیچ میں گھومنے والا ایک فوارہ لگایا گیا ہے، جو اس کی چاروں طرف پوری طرح سینچائی کرتا ہے۔ تو اپنی چاروں طرف فوارہ کتنے نصف قطر میں پانی کا چھڑکاؤ کرتا ہے۔ $(\pi \frac{22}{7})$

14- دو دائروں کے نصف قطروں کا تناسب 3:4 ہے تو ان کے رقبوں کا تناسب کیا ہوگا؟

15.8 - اکائیوں کی تبدیلی

ایک سینٹی میٹر لمبائی اور 1 سینٹی میٹر چوڑائی کا ایک مربع بنائیں۔ اس مربع کے اوپر 1 ملی میٹر والا شفاف کاغذ کو رکھیں تو ہم دیکھتے ہیں کہ 1 سینٹی میٹر والے مربع کے اندر گراف کے 100 مربع آتے ہیں۔ اس لیے 1 سینٹی میٹر^2 = 100 ملی میٹر^2۔

ہم لمبائی کی اکائیوں کو جانتے ہیں۔

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

10 ملی میٹر = 1 سینٹی میٹر　　اور　　10 سینٹی میٹر = 1 ڈیسی میٹر

اسی طرح 10 میٹر = 1 ڈیکا میٹر　　10 ڈیکا میٹر = 1 ہیکٹو میٹر

10 ہیکٹو میٹر = 1 کیلو میٹر

چونکہ 10 ملی میٹر = 1 سینٹی میٹر، اس لیے (10 ملی میٹر)^2 = (1 سینٹی میٹر)^2 اور 100 ملی میٹر^2 = 1 سینٹی میٹر^2۔

کیا آپ اسی طرح کیلو میٹر^2 کو میٹر^2 میں بدل سکتے ہیں؟

100 مربع ملی میٹر = 1 مربع سینٹی میٹر

100 مربع سینٹی میٹر = 1 مربع ڈیسی میٹر

100 مربع ڈیسی میٹر = 1 مربع میٹر = 1000 مربع سینٹی میٹر

100 مربع میٹر = 1 مربع ڈیکا میٹر

100 مربع ڈیکا میٹر = 1 مربع ہیکٹو میٹر

100 مربع ہیکٹو میٹر = 1 مربع کیلو میٹر

میٹرک کے اصول میں قطعہ اراضی کے رقبہ کو ہیکٹیر میں ناپا جاتا ہے۔

اس لیے ہیکٹیر = $100 \times 100 mt.^2 = 10,000 mt.^2$

جب ہم رقبہ کی ایک اکائی کو چھوٹی اکائی میں بدلتے ہیں تو نتیجے کے طور پر اکائیوں میں ہندسوں کی تعداد زیادہ ہوگی۔ مثال کے طور پر:

$$1000 cm.^2 = 1000 \times 1 cm.^2 = 1000 \times 100 mm.^2 = 100000 mm.^2$$

لیکن جب ہم رقبہ کی ایک اکائی کو بڑی اکائی میں بدلتے ہیں تو بڑی اکائی میں ہندسوں کی تعداد کم ہوگی۔

جیسے : $1000 cm.^2 = \frac{1000}{10000} mt^2. = \frac{1}{10} mt^2 = 0.1 mt^2$

خود کر کے دیکھیے :

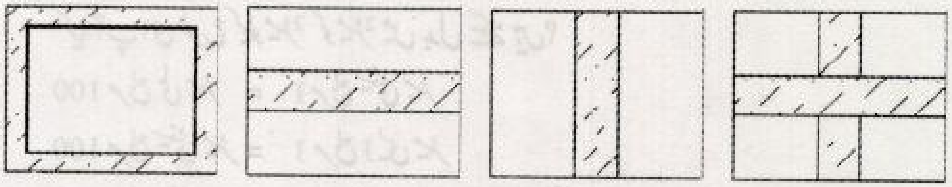
مندرجہ ذیل کو تبدیل کریں :

(i) 200 سینٹی میٹر^2 کو ملی میٹر^2 میں　　(ii) 4 ہیکٹیر کو میٹر^2 میں

(iii) 400 میٹر^2 کو سینٹی میٹر^2 میں

15.9 - استعمال

ہم لوگوں نے دیکھا ہے کہ ہمیشہ پھلواریوں اور باغوں میں ان کی چاروں جانب یا بیچ میں چوکور کی طرح کچھ جگہ سڑک کی صورت میں ذیل کی شکلوں جیسا چھوڑ دیا جاتا ہے اور ایک فریم کی ہوئی تصویر یا پینٹنگ کی چاروں جانب کچھ جگہ چھوڑی دی جاتی ہے۔ جیسے :



(تصویر:15.27)

ہمیں ایسی سڑکوں یا کناروں کے رقبوں کو معلوم کرنے کی ضرورت ہوتی ہے۔ جب ہم ان کے بنانے کا خرچ جاننا چاہتے ہیں۔

مثال:22 ایک مستطیل نما باغ 50 میٹر لمبا اور 40 میٹر چوڑا ہے۔ باغ کے اندر سے چاروں طرف 2 میٹر چوڑا ایک راستہ بنایا گیا ہے۔ راستے کا رقبہ معلوم کیجیے۔

حل: مان لیا کہ *ABCD* ایک مستطیل نما باغ ہے۔ سایہ دار حصہ 2 میٹر چوڑے راستہ کو ظاہر کرتا ہے۔

مستطیل *ABCD* کا رقبہ = 50 میٹر × 40 میٹر = 2000 میٹر^2

پھر PQRS کے رقبہ کے لیے لمبائی = PQ = (50−2×2) میٹر = 46

چوڑائی PS = (40 − 2×2) = 36 میٹر

PQRS کا رقبہ PQ × PS = 46 × 36 میٹر^2 = 1656 میٹر^2

راستے کا رقبہ = مستطیل ABCD کا رقبہ − مستطیل PQRS کا رقبہ = 2000 میٹر^2 − 1656 میٹر^2

= 344 میٹر^2

مثال:23 50 میٹر ضلع والے ایک مربع نما باغ کے احاطہ کے باہر کی جانب سے ایک 4 میٹر چوڑا راستہ بنا ہوا ہے۔ اس راستے کا رقبہ معلوم کیجیے اور 20 روپے فی مربع میٹر کی شرح سے اسے سمنٹیڈ کرانے کا خرچ معلوم کیجیے۔

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

حل: مان لیا کہ $ABCD$ ایک مربع میٹر ضلع کا مربع نما باغ ہے۔ سایہ دار حصہ 4 میٹر چوڑی سڑک کو ظاہر کرتا ہے۔

EF = AB + 2 × راستے کی چوڑائی

= 50 *mtr.*+ 2 × 4 *mtr.* = 58 *mtr.*

مربع EFGH کا رقبہ = ضلع × ضلع

= 58 *mtr.* × 58 *mtr.*

= 3364 $mtr.^2$

مربع نما پارک ABCD کا رقبہ = ضلع × ضلع

= 50 *mtr.* × 50 *mtr.*

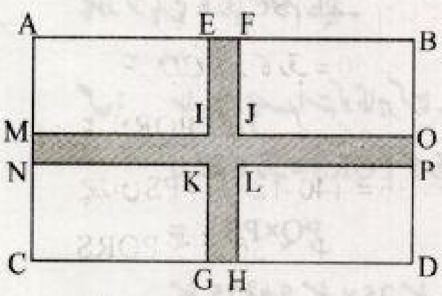
= 2500 $mtr.^2$

راستے کا رقبہ = ABCD کا رقبہ – EFGH کا رقبہ

= 3364 $mtr.^2$ – 2500 $mtr.^2$ = 864 $mtr.^2$

∵ 1 میٹر^2 سیمنٹ کرانے کا خرچ = 20 روپیہ

∴ 864 میٹر^2 سیمنٹ کرانے کا خرچ = 20 × 864 = 17280 روپیہ



مثال: 24 100 میٹر لمبائی اور 50 میٹر چوڑائی والے ایک مستطیل نما باغ کے بیچ سے ہو کر 5 میٹر چوڑائی کے دو راستے ایک دوسرے پر عمودی ایسے بنے ہوئے ہیں جو ضلعوں کے متوازی ہیں۔ راستوں کا رقبہ معلوم کیجیے اور 200 روپے فی مربع میٹر کی شرح سے راستوں کو بنانے کا خرچ معلوم کیجیے۔

حل: سایہ دار حصہ راستے کو ظاہر کرتا ہے۔ لیکن مربع IJKL کے رقبہ کو دو بار لیا جاتا ہے، جسے گھٹانا ہوگا۔

مستطیل EFGH میں EF = 5 میٹر، EG = 50 میٹر

EFGH ^ کا رقبہ = EF × EF

$= 5 \times 50 = 250\ mtr.^2$

پھر مستطیل MNOP میں MN = 5 میٹر، MO = 100 میٹر

مستطیل MNOP کا رقبہ = 100 × 5 میٹر² = 500 میٹر

مربع IJKL کا رقبہ = 5 میٹر × 5 میٹر = 25 میٹر²

راستے کا کل رقبہ = (EFGH کا رقبہ + MNOP کا رقبہ) − IJKL کا رقبہ

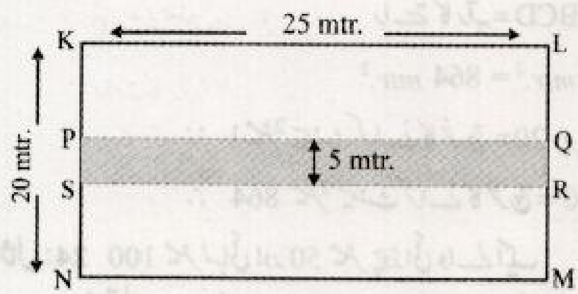
(250 میٹر² + 500 میٹر²) − 25 میٹر

750 میٹر² $-25m^2$

$= 725\ m^2$

راستوں کو بنانے کا خرچ = 200×725=145000 روپیہ

مثال: 25 25 میٹر لمبائی اور 20 میٹر چوڑائی کا ایک باغ ہے، اس میں لمبائی کے متوازی 5 میٹر چوڑا راستہ بنایا گیا ہے۔ راستے کا رقبہ معلوم کریں ساتھ ہی راستہ چھوڑ کر باغ کا رقبہ معلوم کیجئے۔



حل: سایہ دار حصہ راستہ کو ظاہر کرتا ہے۔

راستے کا رقبہ = PQRS کا رقبہ

= PQ×PS

= 5 میٹر × 25 میٹر = 125 میٹر

راستہ سمیت باغ کا رقبہ = KLMN کا رقبہ = 25 میٹر × 20 میٹر = 500 میٹر²

بغیر راستہ باغ کا رقبہ − راستہ کا رقبہ = 500 میٹر²

$= 500\,m^2 - 125m^2$

$= 375m^2$

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

سوالنامہ: 15.5

1- ایک مستطیل نما باغ کی لمبائی 40 میٹر اور چوڑائی 20 میٹر ہے۔ باغ کے باہر چاروں جانب 5 میٹر چوڑا ایک راستہ بنایا گیا ہے۔ راستہ کا رقبہ معلوم کیجئے۔

2- ایک مستطیل نما گھاس کا میدان نے، جس کی لمبائی 140 میٹر اور چوڑائی 80 میٹر ہے۔ اس میدان کے اندر سے چاروں جانب 5 میٹر چوڑا راستہ بنایا گیا ہے۔ راستے کا رقبہ معلوم کیجئے۔

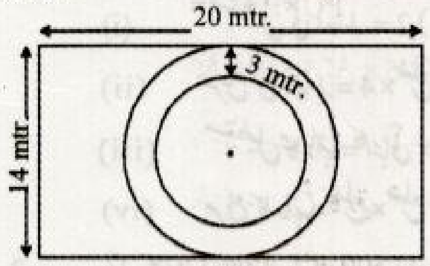
3- ایک باغ 80 میٹر لمبا اور 70 میٹر چوڑا ہے۔ اس کے باہر چاروں جانب ایک 5 میٹر راستہ بنانا ہے۔ راستے کا رقبہ معلوم کیجئے اور باغ کا رقبہ ہیکٹیئر میں بتائیں۔

4- 10 سینٹی میٹر لمبے اور 6 سینٹی میٹر چوڑے ایک گتّے پر ایک تصویر کی پینٹنگ اس طرح بنائی گئی ہے کہ اس کے ہر ایک اضلاع کے متوازی 1.6 سینٹی میٹر چوڑا حاشیہ چھوڑا گیا ہے۔ حاشیہ کا کل رقبہ معلوم کریں۔

5- 60 میٹر ضلع والی ایک مربع نما پھلواری کی چوحدی سے لگا اندر کی جانب 3 میٹر چوڑا راستہ بنا ہوا ہے۔ تو راستہ کا رقبہ معلوم کیجئے اور 20.50 روپے فی مربع میٹر کی شرح سے پھلواری میں بنے راستے میں اینٹ سولنگ کرنے کا خرچ معلوم کیجئے۔

6- 800 میٹر لمبے اور 400 میٹر چوڑے ایک مستطیل نما باغ کے بیچ سے ہو کر 10 میٹر چوڑے دو راستے بنے ہوئے ہیں۔ راستے کا کل رقبہ معلوم کیجئے اور راستہ کو چھوڑ کر باغ کے باقی حصے کا رقبہ معلوم کیجیے۔ جواب ہیکٹیئر میں دیجئے۔

7- نیچے دیا گیا خاکہ 15.28 ایک مستطیل نما باغ کے بیچ کی چوڑائی کو قطر مانتے ہوئے پھولوں کی ایک دائرہ نما کیاری کو ظاہر کرتا ہے۔ پھولوں کی کیاری کی چوحدی سے 3 میٹر چوڑا راستہ اندر سے دائرہ نما بنایا گیا ہے، تو معلوم کیجئے:



(خاکہ:15.28)

(i) پورے باغ کا رقبہ

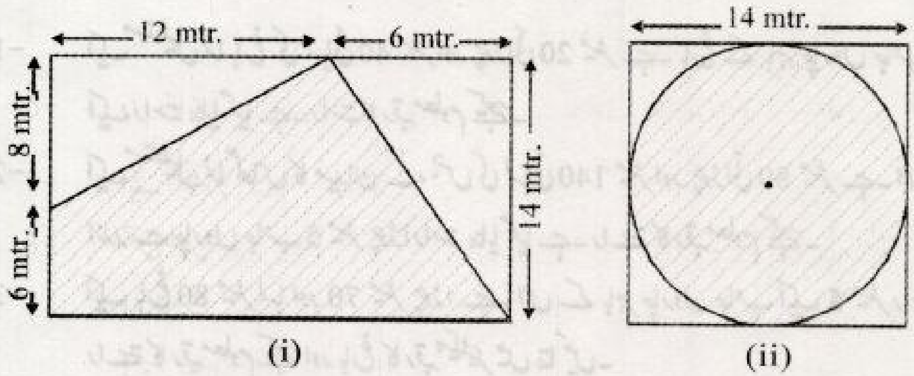
(ii) راستہ سمیت پھولوں کی کیاری کا رقبہ

(iii) بغیر راستہ کے پھولوں کی کیاری کا رقبہ

(iv) راستے کا رقبہ

(v) پھولوں کی کیاری راستہ سمیت چھوڑ کر باغ کے باقی حصے کا رقبہ

8- دیئے گئے خاکوں میں سایہ دار حصے کا رقبہ معلوم کیجئے:



(خاکہ:15.29)

9- چائے کا ایک مستطیل نما باغ 150 میٹر لمبا اور 75 میٹر چوڑا ہے اور اس کی چاروں جانب سے باہر سے 8 میٹر چوڑا ایک راستہ ہے۔ اگر فی 100 مربع میٹر راستہ بنانے کا خرچ 10 روپیہ 75 پیسہ ہے تو پورا راستہ بنانے میں کیا خرچ پڑے گا؟

ہم نے سیکھا

1- احاطہ ایک بند بناوٹ کی چاروں جانب کی دوری کی ناپ ہے۔ جب کہ رقبہ ایک بند بناوٹ کے ذریعے گھیرے گئے حصے کو ظاہر کرتا ہے۔

2- مستطیل اور مربع کا احاطہ اور رقبہ نکالنے کے لیے فارمولے:

(i) مستطیل کی احاطہ = 2 (لمبائی + چوڑائی)

(ii) مربع کی احاطہ = 4 × ضلع

(iii) مستطیل کا رقبہ = لمبائی × چوڑائی

(iv) مربع کا رقبہ = ضلع × ضلع

3- ایک متوازی الاضلاع کا رقبہ = بنیاد × اونچائی

4- ایک مثلث کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ (متوازی الاضلاع کا رقبہ)

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)

$= \frac{1}{2} \times$ قاعدہ × اونچائی

5- ایک دائرہ نما حلقہ کی چاروں جانب کی دوری، اس کا محیط کہلاتا ہے۔

6- دائرہ کا محیط $= \pi d = 2\pi r$ جہاں d = قطر، r = نصف قطر اور $\pi = \frac{22}{7}$ یا 3.14 (تقریباً) ہے۔

7- ایک دائرہ کا رقبہ $= \pi r^2$ جہاں r = دائرہ کا نصف قطر ہے۔

8- جس طرح لمبائی کی اکائیوں کو بدلتے ہیں اس طرح رقبوں کی اکائیوں کو بھی بدلا جا سکتا ہے۔

1 سینٹی میٹر^2 = 100 ملی میٹر^2

1 میٹر^2 = 10000 سینٹی میٹر^2

1 ہیکٹیئر = 10000 میٹر^2

9- رقبہ اور احاطہ کے استعمال پر بحث کیا۔

© copyright reserved to BSTBPC, Government of BIHAR (www.bstbpc.gov.in).
Publishing web/app/books will be a crime. Published by Abdiel Solutions (www.absol.in)