ਅਭਿਆਸ 6.5

Page No.

Dated

(1)

ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਨੰ. 1:-

ਉੱਤਰ

(i) ਮੰਨ ਲਓ a, b ਅਤੇ c ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਹਨ।

ਜਿੱਥੇ $a = 7$ ਸਮ, $b = 24$ ਸਮ, $c = 25$ ਸਮ

$a^2+b^2 = 7^2+24^2 = 49+576 = 625 = (25)^2$

$c^2 = (25)^2 \quad \therefore a^2+b^2 = c^2$

∴ ਪਾਇਥਾਗੋਰਸ ਪ੍ਰਮੇਯ ਦੇ ਉਲਟ ਦੁਆਰਾ, ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ।

∴ ਕਰਣ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = 25 ਸਮ

(ii) ਮੰਨ ਲਓ $a = 3$ ਸਮ, $b = 6$ ਸਮ, $c = 8$ ਸਮ

$a^2+b^2 = 3^2+6^2 = 9+36 = 45$

$c^2 = 8^2 = 64$

$a^2+b^2 \neq c^2$

∴ ਪਾਇਥਾਗੋਰਸ ਪ੍ਰਮੇਯ ਦੇ ਉਲਟ ਦੁਆਰਾ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨਹੀਂ ਹੈ।

(iii) ਮੰਨ ਲਓ $a = 50$ ਸਮ, $b = 80$ ਸਮ, $c = 100$ ਸਮ

$a^2+b^2 = 50^2+80^2 = 2500+6400 = 8900$

$c^2 = 100^2 = 10000$

$a^2+b^2 \neq c^2$

∴ ਪਾਇਥਾਗੋਰਸ ਪ੍ਰਮੇਯ ਦੇ ਉਲਟ ਦੁਆਰਾ, ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਨਹੀਂ ਹੈ।

(iv) ਮੰਨ ਲਓ $a = 5$ ਸਮ, $b = 12$ ਸਮ, $c = 13$ ਸਮ

$a^2+b^2 = 5^2+12^2 = 25+144 = 169$

$c^2 = 13^2 = 169$

$a^2+b^2 = c^2$

ਪਾਇਥਾਗੋਰਸ ਪ੍ਰਮੇਯ ਦੇ ਉਲਟ ਦੁਆਰਾ, ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ।

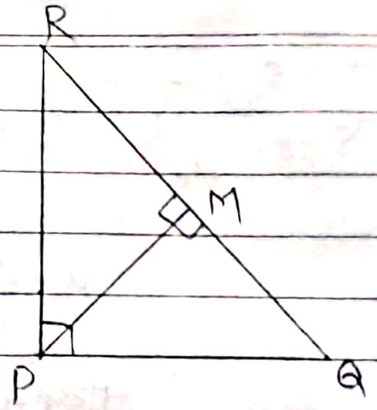
ਕਰਣ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = 13 ਸਮ

Scanned with CamScanner

(2)

ਉੱਤਰ

ਦਿੱਤਾ ਹੈ :- ਸਮਕੋਣੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ PQR ਵਿੱਚ ਕੋਣ P ਸਮਕੋਣ ਹੈ ਅਤੇ ਬਿੰਦੂ M, QR ਤੇ ਇਸ ਤਰਾਂ ਸਥਿਤ ਹੈ ਕਿ $PM \perp QR$ ਹੈ।



ਸਿੱਧ ਕਰਨਾ :- $PM^2 = QM \times MR$

ਸਬੂਤ :- ΔPQR ਵਿੱਚ

$QR^2 = PR^2 + PQ^2 \quad \ldots\ldots (1)$

ΔPMR ਵਿੱਚ

$PR^2 = MR^2 + PM^2 \quad \ldots\ldots (2)$

ΔPQM ਵਿੱਚ

$PQ^2 = PM^2 + MQ^2 \quad \ldots\ldots (3)$

ਹੁਣ ਸਮੀਕਰਣ (1) ਤੋਂ

$(QM + MR)^2 = PR^2 + PQ^2 \quad (\because QR = QM + MR)$

$QM^2 + MR^2 + 2.QM.MR = PR^2 + PQ^2 \quad \ldots\ldots (4)$

ਸਮੀਕਰਣ (2) ਅਤੇ (3) ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਤੇ

$PR^2 + PQ^2 = (MR^2 + PM^2) + (PM^2 + MQ^2)$

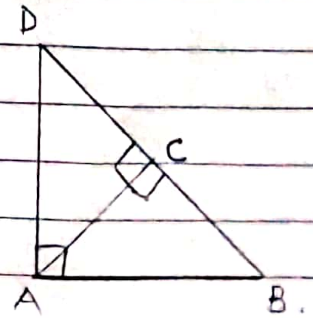
$\cancel{QM^2} + \cancel{MR^2} + 2\,QM.MR = \cancel{MR^2} + PM^2 + PM^2 + \cancel{MQ^2}$ (ਸਮੀਕਰਣ (4) ਤੋਂ)

$\cancel{2}\,QM.MR = \cancel{2}\,PM^2$

$PM^2 = QM.MR$

(3)

ਦਿੱਤਾ ਹੈ :- ABD ਇੱਕ ਸਮਕੋਣੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਕੋਣ A ਸਮਕੋਣ ਹੈ ਅਤੇ $AC \perp BD$ ਹੈ।



ਸਿੱਧ ਕਰਨਾ :- (i) $AB^2 = BC.BD$

(ii) $AC^2 = BC.DC$

(iii) $AD^2 = BD.CD$

ਸਬੂਤ :- ΔABD ਵਿੱਚ, $BD^2 = AB^2 + AD^2 \quad \ldots\ldots (1)$

ΔADC ਵਿੱਚ, $AD^2 = AC^2 + CD^2 \quad \ldots\ldots (2)$

ΔABC ਵਿੱਚ, $AB^2 = AC^2 + BC^2 \quad \ldots\ldots (3)$

Scanned with CamScanner

(i) समीकरण (2) से

$AD^2 = AC^2 + (BD - BC)^2 \qquad (\because CD = BD - BC)$

$AD^2 = AC^2 + BD^2 + BC^2 - 2BD.BC \quad \ldots\ldots (4)$

समीकरण (3) को समीकरण (1) में से घटाने से

$BD^2 - AB^2 = (AB^2 + AD^2) - (AC^2 + BC^2)$

$BD^2 - AB^2 = AB^2 + AD^2 - AC^2 - BC^2$

$BD^2 = AB^2 + AD^2 - AC^2 - BC^2 + AB^2$

$2AB^2 = BD^2 - AD^2 + AC^2 + BC^2$

$2AB^2 = BD^2 - (AC^2 + BD^2 + BC^2 - 2BD.DC) + AC^2 + BC^2 \quad$ समी.(4) से

$2AB^2 = BD^2 - AC^2 - BD^2 - BC^2 + 2BD.BC + AC^2 + BC^2$

$2AB^2 = 2BD.BC$

$AB^2 = BC.BD$

इति भाग (i) सिद्ध होता है।

(ii) समीकरण (1) से

$(BC + CD)^2 = AB^2 + AD^2 \qquad (\because BD = BC + CD)$

$BC^2 + CD^2 + 2BC.CD = AB^2 + AD^2 \quad \ldots\ldots (5)$

समीकरण (2) और (3) को जोड़ने से

$AD^2 + AB^2 = AC^2 + CD^2 + AC^2 + BC^2$

$BC^2 + CD^2 + 2BC.CD = 2AC^2 + CD^2 + BC^2 \qquad$ (समीकरण (5) से)

$2AC^2 = 2BC.CD$

$AC^2 = BC.DC$

इति भाग (ii) सिद्ध होता है।

(iii) समीकरण (3) से

$AC^2 = AB^2 - BC^2$

$AC^2 = AB^2 - (BD - DC)^2 \qquad (\because BC = BD - DC)$

$AC^2 = AB^2 - (BD^2 + DC^2 - 2BD.DC)$

$AC^2 = AB^2 - BD^2 - DC^2 + 2BD.DC \quad \ldots\ldots (6)$

समीकरण (2) को (1) में से घटाने से

$BD^2 - AD^2 = (AB^2 + AD^2) - (AC^2 + CD^2)$

Scanned with CamScanner

$$BD^2 - AD^2 = AB^2 + AD^2 - AC^2 - CD^2$$

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 - AC^2 - CD^2 + AD^2$$

$$2AD^2 = BD^2 - AB^2 + AC^2 + CD^2$$

$$2AD^2 = BD^2 - AB^2 + (AB^2 - BD^2 - DC^2 + 2BD \cdot DC) + CD^2 \quad \ldots [\text{ਸਮੀਕਰਣ (6) ਤੋਂ}]$$

$$2AD^2 = BD^2 - AB^2 + AB^2 - BD^2 - DC^2 + 2BD \cdot DC + CD^2$$

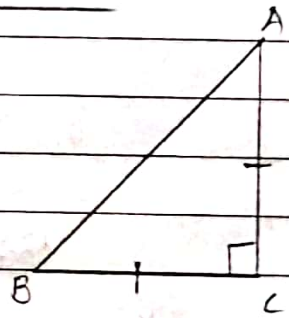
$$2AD^2 = 2BD \cdot DC$$

$$AD^2 = BD \cdot DC.$$

ਇਸ ਲਈ ਭਾਗ (iii) ਸਿੱਧ ਹੋਇਆ।

---

4 ਦਿੱਤਾ ਹੈ :- ਇੱਕ ਸਮ ਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਦਾ C ਕੋਣ ਸਮਕੋਣ ਹੈ।



ਭਾਵ $AC = BC$ ਅਤੇ $\angle ACB = 90^\circ$

ਸਿੱਧ ਕਰਨਾ :- $AB^2 = 2AC^2$

ਸਬੂਤ :- ਸਮਕੋਣ ΔACB ਵਿੱਚ

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 \quad \ldots\ldots (\text{ਪਾਇਥਾਗੋਰਸ ਥਿਊਰਮ ਅਨੁਸਾਰ})$$

$$\therefore AB^2 = AC^2 + AC^2 \quad \ldots [\because BC = AC \ldots (\text{ਦਿੱਤਾ ਹੈ})]$$

$$AB^2 = 2AC^2$$

---

5. ਦਿੱਤਾ ਹੈ :- ਇੱਕ ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਵਿੱਚ $AC = BC$ ਹੈ।
ਅਤੇ $AB^2 = 2AC^2$।

ਸਿੱਧ ਕਰਨਾ :- ABC ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ।

ਸਬੂਤ :- $AB^2 = 2AC^2$ (ਦਿੱਤਾ ਹੈ)

$$AB^2 = AC^2 + AC^2$$

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 \quad \ldots (\because AC = BC \ldots \text{ਦਿੱਤਾ ਹੈ})$$

ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀਆਂ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ, ਤੀਸਰੀ ਭੁਜਾ ਦੇ ਵਰਗ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ, ਪਾਇਥਾਗੋਰਸ ਪ੍ਰਮੇਯ ਦੇ ਉਲਟ ਦੁਆਰਾ
ABC ਇੱਕ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ।

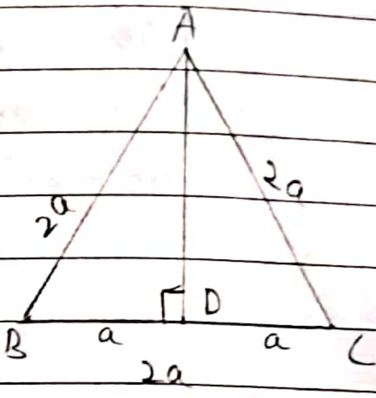
Scanned with CamScanner

6. ਦਿੱਤਾ ਹੈ ਕਿ ABC ਇੱਕ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ।

ਜਿਸ ਦੀ ਹਰੇਕ ਭੁਜਾ = 2a ਹੈ।

ਭਾਵ $AB = BC = CA = 2a$

ਅਤੇ $AD \perp BC$



ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਦਾ ਸਿਖਰ ਲੰਬ ਆਧਾਰ ਨੂੰ ਸਮ ਦੁਭਾਜਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ।

$$BD = DC = \frac{1}{2} BC = \frac{2a}{2} = a$$

ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABD ਵਿੱਚ

ਪਾਇਥਾਗੋਰਸ ਥਿਊਰਮ ਅਨੁਸਾਰ

$$AB^2 = AD^2 + BD^2$$

$$AD^2 = AB^2 - BD^2$$

$$AD^2 = (2a)^2 - (a)^2$$

$$AD^2 = 4a^2 - a^2 = 3a^2$$

$$AD = \sqrt{3}a$$

ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਸਿਖਰ ਲੰਬ ਸਮਾਨ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹਰੇਕ ਸਿਖਰ ਲੰਬ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = $a\sqrt{3}$

---

7. ਦਿੱਤਾ ਹੈ:- ABCD ਇੱਕ ਸਮਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ।

ਇਸ ਦੇ ਵਿਕਰਣ AC ਅਤੇ BD ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂ O ਤੇ ਕੱਟਦੇ ਹਨ ਅਤੇ

$AB = BC = CD = DA$

ਸਿੱਧ ਕਰਨਾ:- $AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2 = AC^2 + BD^2$

ਸਬੂਤ :- ਕਿਉਂਕਿ ਸਮਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਵਿਕਰਣ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਸਮਕੋਣ ਅਤੇ ਸਮ ਦੁਭਾਜਿਤ ਕਰਦੇ ਹਨ।

$\therefore$ $AO = OC$ ਅਤੇ $OB = OD$

ਸਮਕੋਣ ΔAOB ਵਿੱਚ

$AB^2 = AO^2 + OB^2$ ... (ਪਾਇਥਾਗੋਰਸ ਥਿਊਰਮ ਅਨੁਸਾਰ)

$4AB^2 = 4AO^2 + 4OB^2$ ... (4 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਤੇ)

Scanned with CamScanner

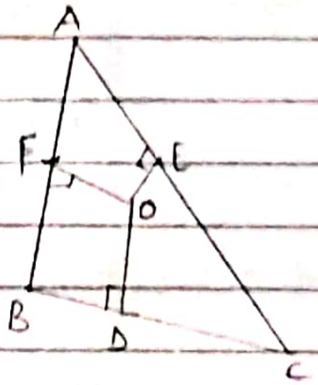
$$4AB^2 = (2AO)^2 + (2OB)^2$$

$$4AB^2 = AC^2 + BD^2$$

[∵ $2AO = AC$ ਅਤੇ $2OB = BD$ ਕਿਉਂਕਿ AC ਅਤੇ BD ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਸਮਦੁਭਾਜਿਤ ਕਰਦੇ ਹਨ]

$$AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2 = AC^2 + BD^2$$

[∵ $AB = BC = CD = DA$ ... ਦਿੱਤਾ ਹੈ].



8. ਦਿੱਤਾ ਹੈ :- ΔABC ਦੇ ਅੰਦਰ ਸਥਿਤ ਕੋਈ ਬਿੰਦੂ O ਹੈ ਅਤੇ $OD \perp BC$, $OE \perp AC$ ਅਤੇ $OF \perp AB$ ਹੈ।

ਸਿੱਧ ਕਰਨਾ :-

(i) $OA^2 + OB^2 + OC^2 - OD^2 - OE^2 - OF^2 = AF^2 + BD^2 + CE^2$

(ii) $AF^2 + BD^2 + CE^2 = AE^2 + CD^2 + BF^2$

ਰਚਨਾ :- OA, OB ਅਤੇ OC ਨੂੰ ਮਿਲਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

ਸਬੂਤ :- (i) ਸਮਕੋਣ ΔOFA ਵਿੱਚ

$$AF^2 + OF^2 = OA^2$$

$$AF^2 = OA^2 - OF^2 \quad \ldots\ldots (1)$$

ਸਮਕੋਣ ΔODB ਵਿੱਚ

$$BD^2 + OD^2 = OB^2$$

$$BD^2 = OB^2 - OD^2 \quad \ldots\ldots (2)$$

ਸਮਕੋਣ ΔOEC ਵਿੱਚ

$$CE^2 + OE^2 = OC^2$$

$$CE^2 = OC^2 - OE^2 \quad \ldots\ldots (3)$$

ਸਮੀਕਰਣ (1), (2) ਅਤੇ (3) ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਤੇ

$$AF^2 + BD^2 + CE^2 = (OA^2 - OF^2) + (OB^2 - OD^2) + (OC^2 - OE^2)$$

$$= OA^2 + OB^2 + OC^2 - OD^2 - OE^2 - OF^2$$

ਇਵੇਂ ਭਾਗ (i) ਸਿੱਧ ਹੋਇਆ।

Scanned with CamScanner

(ii) $AF^2 + BD^2 + CE^2 = (OA^2 - OF^2) + (OB^2 - OD^2) + (OC^2 - OE^2)$

$= (OA^2 - OE^2) + (OB^2 - OF^2) + (OC^2 - OD^2)$

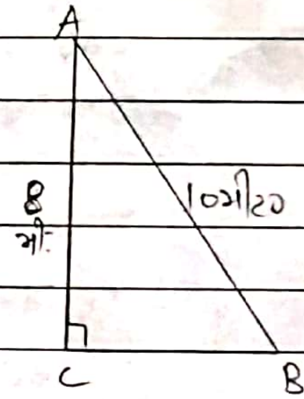
$= AE^2 + BF^2 + CD^2$

[ਕਿਉਂਕਿ ਸਮਕੋਣ ΔOAE ਵਿੱਚ, $OA^2 - OE^2 = AE^2$
ਸਮਕੋਣ ΔOBF ਵਿੱਚ, $OB^2 - OF^2 = BF^2$
ਸਮਕੋਣ ΔOCD ਵਿੱਚ, $OC^2 - OD^2 = CD^2$]

ਇਸ ਲਈ ਭਾਗ (ii) ਸਿੱਧ ਹੋਇਆ।

---

9. ਮੰਨ ਲਓ AB ਇਕ ਪੌੜੀ ਹੈ ਅਤੇ A ਇੱਕ ਖਿੜਕੀ ਹੈ।



ਹੁਣ ΔABC ਇਕ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ। ਜਿਸ ਵਿੱਚ
$\angle ACB = 90°$
ਇਸ ਤਰਾਂ $AB = 10$ ਮੀ, $AC = 8$ ਮੀ.

$AB^2 = BC^2 + AC^2$ .... (ਪਾਇਥਾਗੋਰਸ ਥਿਊਰਮ ਅਨੁਸਾਰ)

$BC^2 = AB^2 - AC^2$

$BC^2 = (10)^2 - (8)^2 = 100 - 64$

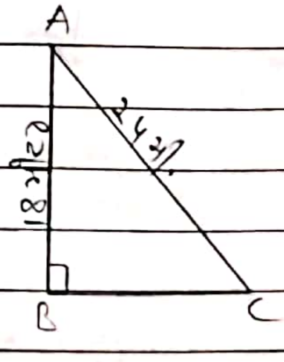
$BC^2 = 36$

$BC = \sqrt{36} = 6$ ਮੀ.

ਇਸ ਲਈ ਕੰਧ ਦੇ ਆਧਾਰ ਤੋਂ ਪੌੜੀ ਦੇ ਹੇਠਲੇ ਸਿਰੇ ਦੀ ਦੂਰੀ 6 ਮੀਟਰ ਹੈ।

---

10. ਮੰਨ ਲਓ AB ਇੱਕ ਸਿੱਧਾ ਖੜ੍ਹਾ ਖੰਭਾ ਹੈ ਅਤੇ AC ਇੱਕ ਤਾਰ ਹੈ।



$AB = 18$ ਮੀਟਰ ਅਤੇ $AC = 24$ ਮੀਟਰ
ਸਮਕੋਣ ΔABC ਵਿੱਚ

$AC^2 = AB^2 + BC^2$ .... (ਪਾਇਥਾਗੋਰਸ ਥਿਊਰਮ ਅਨੁਸਾਰ)

$(24)^2 = (18)^2 + BC^2$

$576 = 324 + BC^2$

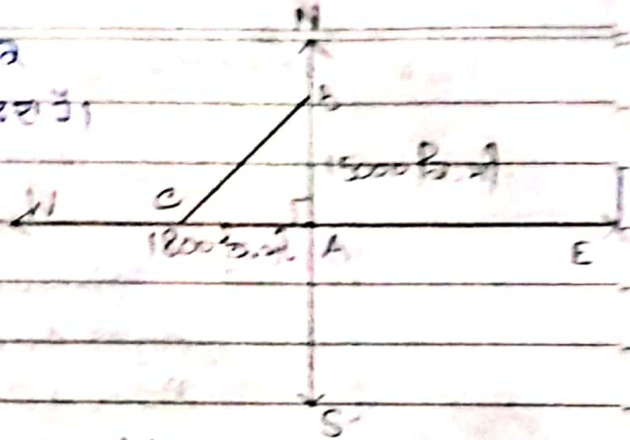
$BC^2 = 576 - 324 = 252$

$BC = \sqrt{252} = \sqrt{36 \times 7} = 6\sqrt{7}$ ਮੀ.

$\therefore$ ਖੰਭੇ ਦੇ ਆਧਾਰ ਤੋਂ ਕਿੱਲੇ ਦੀ ਦੂਰੀ $= 6\sqrt{7}$ ਮੀ.

Scanned with CamScanner

11. ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ ਇੱਕ ਹਵਾਈ ਜਹਾਜ਼ ਬਿੰਦੂ A ਤੇ ਬਿੰਦੂ B ਵੱਲ ਉੱਤਰ ਦੇ ਵੱਲ 1000 ਕਿ.ਮੀ./ਘੰਟਾ ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਉੱਡਦਾ ਹੈ।



∴ ਪਹਿਲੇ ਹਵਾਈ ਜਹਾਜ਼ ਦੁਆਰਾ $1\frac{1}{2}$ ਘੰਟੇ ਵਿੱਚ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਦੂਰੀ = ਚਾਲ × ਸਮਾਂ

$$AB = 1000 \times \frac{3}{2}$$

$AB = 1500$ ਕਿ.ਮੀ.

ਮੰਨ ਲਓ ਦੂਸਰਾ ਹਵਾਈ ਜਹਾਜ਼ ਉਸੇ ਸਮੇਂ ਉਸੇ ਹਵਾਈ ਅੱਡੇ ਤੇ ਭਾਵ ਬਿੰਦੂ A ਤੇ ਬਿੰਦੂ C ਵੱਲ ਪੱਛਮ ਵੱਲ 1200 ਕਿ.ਮੀ./ਘੰਟਾ ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਉੱਡਦਾ ਹੈ।

∴ ਦੂਸਰੇ ਹਵਾਈ ਜਹਾਜ਼ ਦੁਆਰਾ $1\frac{1}{2}$ ਘੰਟੇ ਵਿੱਚ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਦੂਰੀ = ਚਾਲ × ਸਮਾਂ

$$AC = 1200 \times \frac{3}{2}$$

$AC = 1800$ ਕਿ.ਮੀ.

ਹੁਣ ਦੋਨਾਂ ਜਹਾਜ਼ਾਂ ਵਿੱਚ ਦੀ ਦੂਰੀ BC ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ △ABC ਦਾ ਕਰਣ ਹੈ।

$$\therefore \quad BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = (1500)^2 + (1800)^2$$

$$BC^2 = 2250000 + 3240000$$

$$BC^2 = 5490000$$

$$BC = \sqrt{5490000}$$

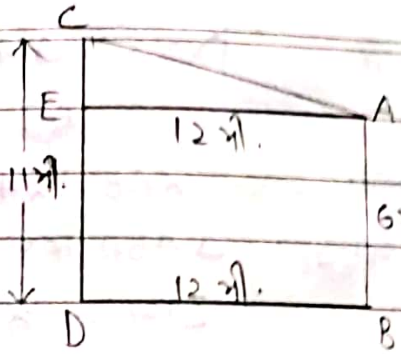
$$= \sqrt{90000 \times 61}$$

$= 300\sqrt{61}$ ਕਿ.ਮੀ.

ਇਸ ਲਈ $1\frac{1}{2}$ ਘੰਟੇ ਬਾਅਦ ਦੋਨਾਂ ਜਹਾਜ਼ਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਦੂਰੀ $300\sqrt{61}$ ਕਿ.ਮੀ. ਹੋਵੇਗੀ।

Scanned with CamScanner

12. ਮੰਨ ਲਓ ਕਿ AB ਅਤੇ CD ਦੋ ਖੰਭੇ ਹਨ।



$AB = 6$ ਮੀ. , $CD = 11$ ਮੀ.

$BD = AE = 12$ ਮੀ.

$DE = AB = 6$ ਮੀ.

$CE = CD - DE$

$= 11 - 6 = 5$ ਮੀ.

ਸਮਕੋਣ ΔAEC ਵਿੱਚ

$$AC^2 = AE^2 + CE^2$$

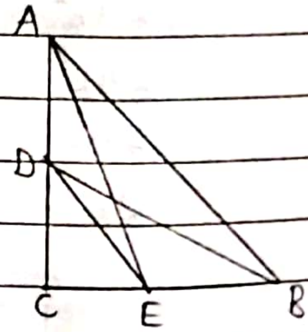
$$AC^2 = (12)^2 + (5)^2 = 144 + 25 = 169 = 13^2$$

$AC = 13$ ਮੀ.

ਇਸ ਲਈ ਖੰਭਿਆਂ ਦੇ ਉਪਰ ਦਾਂ ਸਿਰਿਆਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰਲੀ ਦੂਰੀ = 13 ਮੀਟਰ

---

13. ਦਿੱਤਾ ਹੈ :- ਸਮਕੋਣ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਦਾ ਕੋਣ C ਸਮਕੋਣ ਹੈ।
ਬਿੰਦੂ D ਅਤੇ E ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਭੁਜਾਵਾਂ CA ਅਤੇ CB ਤੇ ਸਥਿਤ ਹਨ।



ਸਿੱਧ ਕਰਨਾ :- $AE^2 + BD^2 = AB^2 + DE^2$

ਸਬੂਤ :- ΔACE ਵਿੱਚ

$$AE^2 = AC^2 + CE^2 \quad \ldots\ldots (1)$$

ΔDBC ਵਿੱਚ, $BD^2 = DC^2 + CB^2 \quad \ldots\ldots (2)$

ΔDCE ਵਿੱਚ $DE^2 = DC^2 + CE^2 \quad \ldots\ldots (3)$

ΔABC ਵਿੱਚ $AB^2 = AC^2 + CB^2 \quad \ldots\ldots (4)$

ਸਮੀਕਰਣ (1) ਅਤੇ (2) ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਤੇ

$$AE^2 + BD^2 = AC^2 + CE^2 + DC^2 + CB^2$$

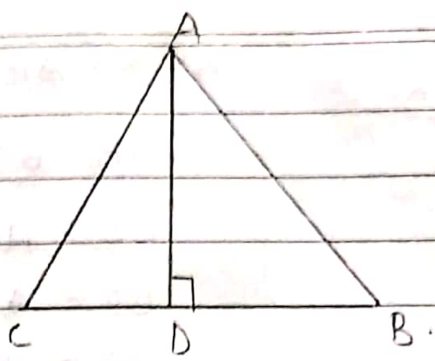
$$= (AC^2 + CB^2) + (CE^2 + DC^2)$$

ਇਸ ਲਈ $AE^2 + BD^2 = AB^2 + DE^2 \ldots\ldots$ (ਸਮੀਕਰਣ (3) ਅਤੇ (4) ਦਾ ਪ੍ਰਯੋਗ ਕਰਨ ਤੇ)

Scanned with CamScanner

14. ਦਿੱਤਾ ਹੈ:- ΔABC ਵਿੱਚ $AD \perp BC$ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹੈ ਕਿ

$DB = 3CD$



ਸਿੱਧ ਕਰਨਾ:- $2AB^2 = 2AC^2 + 2BC^2$

ਸਬੂਤ :- ΔABD ਵਿੱਚ

$\angle ADB = 90^\circ$ (ਦਿੱਤਾ ਹੈ)

$\therefore AB^2 = AD^2 + DB^2 \ldots (1)$ (ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਪ੍ਰਮੇਯ ਦੁਆਰਾ)

$2AB^2 = 2AD^2 + 2DB^2$ (ਸਮੀਕਰਣ (1) ਨੂੰ 2 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਤੇ)

$2AB^2 = 2AD^2 + 2(DB)^2$

$2AB^2 = 2AD^2 + 2(3CD)^2$ ($\because DB = 3CD$ ਦਿੱਤਾ ਹੈ)

$2AB^2 = 2AD^2 + 18CD^2$

$2AB^2 = 2AD^2 + 2CD^2 + 16CD^2$

$2AB^2 = 2(AD^2 + CD^2) + (4CD)^2$

$2AB^2 = 2(AD^2 + CD^2) + (3CD + CD)^2$

$2AB^2 = 2(AD^2 + CD^2) + (BD + CD)^2$ ($\because 3CD = BD$ ਦਿੱਤਾ ਹੈ)

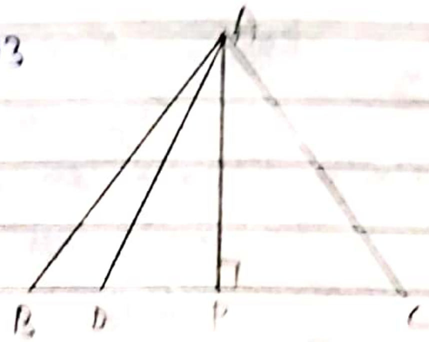
$2AB^2 = 2(AD^2 + CD^2) + BC^2$ ($\because BC = BD + CD$)

$2AB^2 = 2AC^2 + BC^2$

(ਸਮਕੋਣ ΔADC ਵਿੱਚ, $AD^2 + CD^2 = AC^2$)

Scanned with CamScanner

15. ਦਿੱਤਾ ਹੈ:- ਇੱਕ ਸਮਭੁਜੀ ΔABC ਵਿੱਚ ਭੁਜਾ BC ਤੇ ਸਥਿਤ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ D ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੈ ਕਿ $BD = \frac{1}{3}BC$ ਹੈ।



ਸਿੱਧ ਕਰਨਾ:- $9AD^2 = 7AB^2$

ਰਚਨਾ: $AP \perp BC$ ਖਿੱਚੋ।

ਸਬੂਤ:- ਸਮਕੋਣ ΔABP ਵਿੱਚ

$AB^2 = AP^2 + BP^2$

$4AB^2 = 4AP^2 + 4BP^2$ (4 ਨਾਲ ਗੁਣਾ ਕਰਨ ਤੇ)

$4AB^2 = 4AP^2 + (2BP)^2$

$4AB^2 = 4AP^2 + BC^2$ ($\because$ ਇਥੇ AP, BC ਨੂੰ ਸਮਦੁਭਾਜਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ)

$4AB^2 = 4AP^2 + AB^2$ ($\because BC = AB$)

$4AB^2 - AB^2 = 4AP^2$

$3AB^2 = 4AP^2$

$AP^2 = \frac{3}{4}AB^2 \quad \ldots\ldots (1)$

$DP = BP - BD$

$DP = \frac{BC}{2} - \frac{BC}{3} = \frac{3BC - 2BC}{6}$

$DP = \frac{BC}{6} = \frac{AB}{6} \quad (2)$ ($\because BC = AB$)

ਹੁਣ ਸਮਕੋਣ ΔADP ਵਿੱਚ

$AD^2 = AP^2 + DP^2$

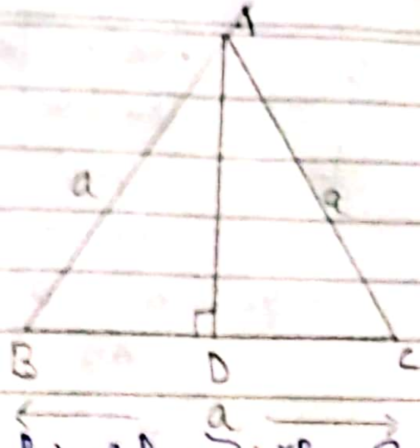
$AD^2 = \frac{3}{4}AB^2 + \frac{AB^2}{36} = \frac{27AB^2 + AB^2}{36}$ (ਸਮੀਕਰਣ (1), (2) ਅਤੇ (3) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਨ ਤੇ)

$AD^2 = \frac{28AB^2}{36} = \frac{7AB^2}{9}$

$9AD^2 = 7AB^2$

Scanned with CamScanner

16. ਦਿੱਤਾ ਹੈ:- ΔABC ਇੱਕ ਸਮਭੁਜੀ ਤਿਕੋਣ ਹੈ। ਹਰੇਕ ਭੁਜਾ a ਅਤੇ $AD \perp BC$ ਹੈ।



ਸਿੱਧ ਕਰਨਾ:- ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਦੇ ਵਰਗ ਦਾ ਤਿਗੁਣਾ, ਉਸਦੇ ਇੱਕ ਸਿਖਰ ਲੰਬ ਦੇ ਵਰਗ ਦੇ ਚਾਰ ਗੁਣਾ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

$$4AD^2 = 3(\text{ਭੁਜਾ})^2$$

ਸਬੂਤ :- ਸਮਕੋਣ ΔABD ਵਿੱਚ

$$AB^2 = AD^2 + BD^2$$

$$a^2 = AD^2 + \left(\frac{BC}{2}\right)^2$$

{∵ ਕਿਉਂਕਿ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੇ ਕਿਸੇ ਵੀ ਸਿਖਰ ਤੋਂ ਸੁੱਟਿਆ ਗਿਆ ਲੰਬ ਉਸਦੀ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾ ਨੂੰ ਸਮਦੁਭਾਜਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ।}

$$a^2 = AD^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$AD^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{4a^2 - a^2}{4}$$

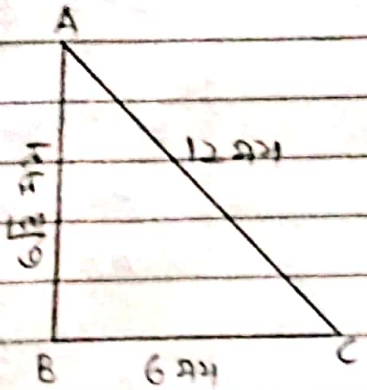
$$AD^2 = \frac{3a^2}{4}$$

$$4AD^2 = 3a^2$$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $4(\text{ਸਿਖਰ ਲੰਬ})^2 = 3(\text{ਭੁਜਾ})^2$

---

17. ਸਹੀ ਉੱਤਰ (c) ਹੈ।



ਕਾਰਣ:- ΔABC ਵਿੱਚ

$AB = 6\sqrt{3}$ ਸਮ, $AC = 12$ ਸਮ, $BC = 6$ ਸਮ

ਤਦ $AB^2 = (6\sqrt{3})^2$

$= 36 \times 3 = 108$

$BC^2 = (6)^2 = 36$

$AC^2 = (12)^2 = 144$

$AB^2 + BC^2 = 108 + 36 = 144.$

$\therefore AB^2 + BC^2 = AC^2$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਪ੍ਰਮੇਯ ਦੇ ਉਲਟ ਦੁਆਰਾ ΔABC ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂ B ਤੇ ਸਮਕੋਣ ਹੈ।

$\therefore \angle B = 90^\circ$