অধ্যায়-9

বীজগণিতীয় ৰাশি আৰু অভেদসমূহ

আমি আগৰ শ্ৰেণীত বীজগণিতীয় ৰাশিৰ পাঠটোত কি শিকিছিলোঁ মনত পেলাওঁ আহাঁ—

- ☆ বীজগণিতীয় ৰাশি গঠন
- ☆ ৰাশিৰ পদ আৰু পদৰ উৎপাদকসমূহ
- ☆ সহগ, সদৃশ আৰু অসদৃশ পদ
- ☆ একপদ, দ্বিপদ, ত্ৰিপদ আৰু বহুপদ ৰাশি
- ☆ বীজগণিতীয় ৰাশিৰ যোগ আৰু বিয়োগ
- ☆ চলকৰ নিৰ্দিষ্ট মানৰ বাবে ৰাশিৰ মান নিৰ্ণয়।

এই অধ্যায়ত আমি বীজগণিতীয় ৰাশিৰ পূৰণৰ বিষয়ে আলোচনা কৰিম। তাৰ আগতে বীজগণিতীয় ৰাশিৰ যোগ আৰু বিয়োগ কৰাৰ নিয়মসমূহ মনত পেলাওঁ আহা।

- ☆ দুটা সদৃশ পদহে যোগ নাইবা বিয়োগ কৰিব পাৰি।
- ☆ সাংখ্যিক সহগযুক্ত দুটা বা তাতকৈ বেছি সদৃশ পদৰ যোগফল বা বিয়োগ ফল সাংখ্যিক সহগৰ যোগ বা বিয়োগফলৰ সহায়ত কৰা হয়। যেনে $3x + 2x = (3 + 2)x = 5x$, $7x - 3x = (7 - 3)x = 4x$ ইত্যাদি।
- ☆ অসদৃশ পদসমূহ যোগ বা বিয়োগ কৰিব নোৱাৰি।
- ☆ দুটা বা ততোধিক বীজগণিতীয় ৰাশিৰ যোগ নাইবা বিয়োগ কৰোঁতে সদৃশ পদবোৰ একেলগ কৰি যোগ বা বিয়োগ কৰিব লাগে আৰু অসদৃশ পদসমূহ যিদৰে আছে সেইদৰে ৰাখিব লাগে।

9.1 বীজগণিতীয় ৰাশিৰ পূৰণ

তোমালোকে ইতিমধ্যে পৰিমেয় সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত বিভিন্ন বিধি শিকি আহিছা। উদাহৰণস্বৰূপে, যদি a, b, c যিকোনো তিনিটা পৰিমেয় সংখ্যা হয় তেন্তে

$a + b = b + c$ [যোগৰ ক্ৰম বিনিয়ম বিধি]

$(a + b) + c = a + (b + c)$ [যোগৰ সহযোগ বিধি]

$a \times b = b \times a$ [পূৰণৰ ক্ৰম বিনিময় বিধি]

$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ [পূৰণৰ সহযোগ বিধি]

$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ [যোগৰ ওপৰত পূৰণৰ বিতৰণ বিধি]

$1 \times a = a$ [পূৰণৰ অভেদ বিধি]

$0 \times a = 0$

$a + 0 = a = 0 + a$ [যোগৰ অভেদ বিধি]

যিহেতু বীজগণিতীয় চিহ্নবোৰ সংখ্যা বুজাবলৈ ব্যৱহাৰ কৰা হয়, গতিকে সংখ্যাৰ আটাইবোৰ বিধি বীজগণিতীয় ৰাশিৰ ক্ষেত্ৰতো প্ৰযোজ্য হ'ব।

মনত পেলোৱা

ধনাত্মক, ঋণাত্মক অথবা উভয় প্ৰকাৰৰ ৰাশিৰ পূৰণৰ ক্ষেত্ৰত অনুসৰণ কৰিবলগীয়া বিধিসমূহ

$(+)\times(+) = +$ $7 \times 3 = 21$	$(+)\times(-) = -$ $7 \times (-3) = -21$	$(-)\times(+) = -$ $(-7) \times 3 = -21$	$(-)\times(-) = +$ $(-7) \times (-3) = 21$

9.1.1 দুটা বা ততোধিক একপদ ৰাশিৰ পূৰণ

তলৰ উদাহৰণকেইটালৈ মন কৰা

(i) $5 \times 6x = 5 \times (6 \times x) = (5 \times 6) \times x = 30x$ [পূৰণৰ সহযোগ বিধি]

(ii) $x \times 7y = x \times 7 \times y = (x \times 7) \times y = (7 \times x) \times y$ [ক্ৰম বিনিময় বিধি]

$= 7 \times x \times y = 7xy$

(iii) $6x \times (-7y) \times 8xy = 6 \times x \times (-7) \times y \times 8 \times x \times y$

$= 6 \times (-7) \times 8 \times x \times y \times x \times y$ (ক্ৰম বিনিময় বিধি)

$= (-42) \times 8 \times x \times x \times y \times y$ (ক্ৰম বিনিময় বিধি)

$= -336 \times x^2 \times y^2$ [মন কৰা, $x \times x = x^{1+1} = x^2$ আৰু $y \times y = y^{1+1} = y^2$]

$= -336x^2y^2$

মন কৰা

পূৰণফলৰ সাংখ্যিক সহগ = ৰাশিবোৰৰ সাংখ্যিক সহগৰ পূৰণফল
পূৰণফলৰ বীজগণিতীয় সহগ = উৎপাদকবোৰৰ বীজগণিতীয় সহগৰ পূৰণফল

গতিকে দুটা বা ততোধিক একপদ ৰাশিৰ পূৰণৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰথমতে ৰাশিকেইটাৰ সহগবোৰ ওচৰা-ওচৰিকৈ লিখি একে জাতীয় বীজগণিতীয় উৎপাদকবোৰ ওচৰা-ওচৰিকৈ লিখিব লাগে। তাৰ পাছত সহগবোৰৰ পূৰণফল উলিয়াই সূচকৰ বিধিমতে বীজগণিতীয় উৎপাদকবোৰৰ পূৰণফল উলিয়াব লাগে। (শেষত সংখ্যা আৰু চলকবোৰৰ মাজৰ পৰা পূৰণ (×) চিন উঠাই দিব লাগে।)

আন কেইটামান উদাহৰণ মন কৰা

উদাহৰণ 1 ঃ পূৰণফল উলিওৱা $5x \times (-8x^3y)$

সমাধান ঃ $5x \times (-8x^3y)$

$= 5 \times (-8) \times x \times x^3 \times y$

$= -40 \times x^4 \times y$

$= -40x^4y$

সূচকৰ বিধি
$a^m \times a^n = a^{m+n}$

উদাহৰণ 2 ঃ পূৰণফল উলিওৱা— $3l^2m \times 4lm^2 \times 5mn$

সমাধান ঃ $3l^2m \times 4lm^2 \times 5mn$

$= 3 \times 4 \times 5 \times l^2 \times l \times m \times m^2 \times m \times n$

$= 60 \times l^3 \times m^4 \times n$

$= 60l^3m^4n$

কাৰ্য ঃ তলত দিয়া পূৰণৰ তালিকাখনৰ খালী ঘৰবোৰ সম্পূৰ্ণ কৰা ঃ

$\times$	$6x$	$-3y$	$7xy$	$-5x^2y$	$8x^2y^3$
$6x$		$6x \times (-3y) = -18xy$			
$-3y$	$(-3y) \times 6x = -18xy$				
$7xy$					
$-5x^2y$				$(-5x^2y) \times (-5x^2y) = 25x^4y^2$	
$8x^2y^3$			$8x^2y^3 \times 7xy = 56x^3y^4$		

9.1.2 একপদ ৰাশিক দ্বিপদ বা ত্ৰিপদ ৰাশিৰে পূৰণ

এই উদাহৰণটোলৈ মন কৰা $3 \times 204 = 612$

ইয়াক আমি এই ধৰণেৰেও লিখিব পাৰোঁ

$3 \times 204 = 3 \times (200 + 4)$

$= (3 \times 200) + (3 \times 4)$ [$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ বিধি ব্যৱহাৰ কৰি]

$= 600 + 12$

$= 612$

মন কৰিছানে, আমি ইয়াত পূৰণৰ বিতৰণ বিধি ব্যৱহাৰ কৰিছোঁ। বীজগণিতীয় ৰাশিৰ পূৰণৰ ক্ষেত্ৰতো যেতিয়া একপদ, দ্বিপদ বা বহুপদ ৰাশিৰ পূৰণৰ কথা আহে তেতিয়া এই বিধি ব্যৱহাৰ কৰিব লাগিব।

উদাহৰণ 3 ঃ পূৰণফল উলিওৱা $3x \times (9x^2 + 3)$

সমাধান ঃ $3x \times (9x^2 + 3) = (3x \times 9x^2) + (3x \times 3)$ [$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ বিধি ব্যৱহাৰ কৰি]

$= 3 \times 9 \times x \times x^2 + 3 \times 3 \times x$

$= 27x^3 + 9x$

উদাহৰণ 4 ঃ পূৰণফল উলিওৱা $(3x + 5xy) \times 2x^2$

সমাধান ঃ $(3x + 5xy) \times 2x^2 = (3x \times 2x^2) + (5xy \times 2x^2)$

$= 3 \times 2 \times x \times x^2 + 5 \times 2 \times x \times x^2 \times y$

$= 6x^3 + 10x^3y$

$(a + b) \times c$ $= a \times c + b \times c$

উদাহৰণ 5 ঃ পূৰণফল উলিওৱা $3m^2 \times (5m^2 - 2m + 1)$

সমাধান ঃ $3m^2 \times (5m^2 - 2m + 1) = (3m^2 \times 5m^2) - (3m^2 \times 2m) + (3m^2 \times 1)$

$= 3 \times 5 \times m^2 \times m^2 - 3 \times 2 \times m^2 \times m + 3m^2$

$= 15m^4 - 6m^3 + 3m^2$

9.1.3 দ্বিপদ ৰাশিক দ্বিপদ বা ত্ৰিপদ ৰাশিৰে পূৰণ

ধৰা যিকোনো দুটা দ্বিপদ ৰাশি $(3x + 2)$ আৰু $(7x + 3y)$ পূৰণ কৰিব লাগে। আগতে কৰাৰ দৰে ইয়াতো পূৰণৰ বিতৰণ বিধি ব্যৱহাৰ কৰিব লাগিব।

$(3x + 2) \times (7x + 3y) = 3x \times (7x + 3y) + 2 \times (7x + 3y)$

$= (3x \times 7x) + (3x \times 3y) + (2 \times 7x) + (2 \times 3y)$

$= 21x^2 + 9xy + 14x + 6y$

উদাহৰণ 6 ঃ পূৰণফল উলিওৱা $(7x + 2y) \times (11x - 4y)$

সমাধান ঃ $(7x + 2y) \times (11x - 4y) = 7x \times (11x - 4y) + 2y \times (11x - 4y)$

$= (7x \times 11x) - (7x \times 4y) + (2y \times 11x) - (2y \times 4y)$

$= 77x^2 - 28xy + 22yx - 8y^2$

$= 77x^2 - 28xy + 22xy - 8y^2$ [$\because xy = yx$]

$= 77x^2 - 6xy - 8y^2$

উদাহৰণ 7 ঃ পূৰণফল উলিওৱা $(4xy^2 + 5) \times (3xy - 5xy^2)$

সমাধান ঃ $(4xy^2 + 5) \times (3xy - 5xy^2)$

$= 4xy^2 \times (3xy - 5xy^2) + 5 \times (3xy - 5xy^2)$

$= (4xy^2 \times 3xy) - (4xy^2 \times 5xy^2) + (5 \times 3xy) - (5 \times 5xy^2)$

$= 12x^2y^3 - 20x^2y^4 + 15xy - 25xy^2$

ইয়াত এটাও সদৃশ পদ নাই

এতিয়া ধৰা দ্বিপদ ৰাশি $(a + 2b)$ক ত্ৰিপদ ৰাশি $(2a^2b + 2a + 3b)$ ৰে পূৰণ কৰিব লাগে।

$$(a + 2b)(2a^2b + 2a + 3b) = a \times (2a^2b + 2a + 3b) + 2b \times (2a^2b + 2a + 3b)$$
$$= 2a^3b + 2a^2 + 3ab + 4a^2b^2 + 4ab + 6b^2$$
$$= 2a^3b + 2a^2 + 4a^2b^2 + (3ab + 4ab) + 6b^2$$
$$= 2a^3b + 2a^2 + 4a^2b^2 + 7ab + 6b^2$$

উদাহৰণ 8 ঃ পূৰণফল উলিওৱা $(3x^2 + 2x + 5) \times (2x^2 - 3)$

সমাধান ঃ $(3x^2 + 2x + 5) \times (2x^2 - 3)$

$$= 3x^2 \times (2x^2 - 3) + 2x \times (2x^2 - 3) + 5 \times (2x^2 - 3)$$
$$= 6x^4 - 9x^2 + 4x^3 - 6x + 10x^2 - 15$$
$$= 6x^4 + 4x^3 - 9x^2 + 10x^2 - 6x - 15$$
$$= 6x^4 + 4x^3 + x^2 - 6x - 15$$

সৰল কৰা ঃ

উদাহৰণ 9 ঃ $2xy(x - y)$ৰ লগত $3x(2xy + 5y)$ যোগ কৰা

সমাধান ঃ প্ৰথম ৰাশি $= 2xy(x - y) = 2x^2y - 2xy^2$

দ্বিতীয় ৰাশি $= 3x(2xy + 5y) = 6x^2y + 15xy$

ৰাশি দুটা যোগ কৰি,

$$\begin{array}{rrrr} & 2x^2y & -2xy^2 & \\ + & 6x^2y & & +15xy \\ \hline & 8x^2y & -2xy^2 & +15xy \end{array}$$

উদাহৰণ 10 ঃ $(4y + 3)(3y^2 + 5y - 7)$ৰ লগত $5(y^3 - 4y^2 + 2)$ যোগ কৰা

সমাধান ঃ প্ৰথম ৰাশি $= (4y + 3)(3y^2 + 5y - 7)$

$= 4y(3y^2 + 5y - 7) + 3(3y^2 + 5y - 7)$ [বিতৰণ বিধি প্ৰয়োগ কৰি]

$= 12y^3 + 20y^2 - 28y + 9y^2 + 15y - 21$ [বিতৰণ বিধি প্ৰয়োগ কৰি]

$= 12y^3 + (20y^2 + 9y^2) - (28y - 15y) - 21$

$= 12y^3 + 29y^2 - 13y - 21$

দ্বিতীয় ৰাশি $= 5(y^3 - 4y^2 + 2)$

$= 5y^3 - 20y^2 + 10$ [বিতৰণ বিধি প্ৰয়োগ কৰি]

ৰাশি দুটা যোগ কৰি পাওঁ

$$\begin{array}{rrrrr} & 12y^3 & +29y^2 & -13y & -21 \\ + & 5y^3 & -20y^2 & & +10 \\ \hline & 17y^3 & +9y^2 & -13y & -11 \end{array}$$

উদাহৰণ 11 ঃ $(l + m)(3l + 2m)$ ৰ পৰা $m(12l - m)$ বিয়োগ কৰা

সমাধান ঃ প্ৰথম ৰাশি $= (l + m)(3l + 2m)$

$= l(3l + 2m) + m(3l + 2m)$

$= 3l^2 + 2ml + 3ml + 2m^2$

$= 3l^2 + 5ml + 2m^2$

দ্বিতীয় ৰাশি $= m(12l - m)$

$= 12ml - m^2$

প্ৰথম ৰাশিৰ পৰা দ্বিতীয় ৰাশি বিয়োগ কৰি,

$$\begin{array}{rrrrr} & 3l^2 & + & 5ml & + & 2m^2 \\ (-) & & & 12ml & - & m^2 \\ & & & (-) & & (+) \\ \hline & 3l^2 & - & 7ml & + & 3m^2 \end{array}$$

উদাহৰণ 12 ঃ ৰাশিসমূহ সৰল কৰা

(i) $(2p + 4)(3p + 8)$

(ii) $n(6 + m) - 2(m - n)$

সমাধান ঃ (i) $(2p + 4)(3p + 8) = 2p(3p + 8) + 4(3p + 8)$

$= 6p^2 + 16p + 12p + 32$

$= 6p^2 + 28p + 32$

(ii) $n(6 + m) - 2(m - n) = 6n + mn - 2m + 2n$

$= 6n + 2n + mn - 2m$

$= 8n + mn - 2m$

অনুশীলনী 9.1

1. পূৰণফল উলিওৱা ঃ

(i) $3x^2 \times 11xy \times \frac{2}{3}y^2$ (ii) $(-5x) \times 3a^2 \times (-3ax)$

(iii) $(-3pq) \times (-15p^3q^3) \times q^2$ (iv) $3x(5x^2 + 8)$

(v) $\frac{2}{3}y(18y^2 - y)$ (vi) $(-8a^3)(a + 3b + 2c)$

(vii) $(3mn - 2n)(-2m^2n)$ (viii) $(9x^2 + 4x + 3) \times 11x$

(ix) $(20a^2 - 3b^2 + ab) \times (-7b^2)$ (x) $3x^3y^2(xy + xy^3 - 2)$

2. পূৰণফল উলিওৱা ঃ

(i) $(x^2 + y)(3x^2y - y^2)$

(ii) $(7x - 2y)(2x + 7y)$

(iii) $\left(\frac{1}{4}a^2 + 3b\right)\left(a^3 + \frac{2}{3}b^2\right)$

(iv) $(1.5x - 2.5y)(2.5x - 1.5y)$

(v) $(3x + 4y)(2x^2 + 3y + xy)$

(vi) $(2xy + 5x^2)(x^5y^4 - x^3y^2 + xy)$

(vii) $(3a^2b^2 - 4c)(a^3b^3 + 2a^4b^3c^3 - 6abc)$

(viii) $(4x^2y - 5xy^2 + 3xy)(3x^3y - 2)$

(ix) $(2x + 3y + z)(5x + 2y + 1)$

(x) $(3x^3 - 2y^2 + z)(3x^3 + 2y^2 - z)$

3. তলত দিয়া ৰাশিসমূহ সৰল কৰা ঃ

(i) $3x(5x + 8) - 10x$

(ii) $(2m + 3m^2)(-2mn)$

(iii) $8(3a + 4b) + 5$

(iv) $2x^2(4x - 1) + 3x(x - 3)$

4. সৰল কৰা ঃ

(i) $(p + q^2)(q^2 - p) + 15$

(ii) $(a - b)(a^2 + ab + b^2) + 3b^3$

(iii) $y^2(y^3 + 3x) + y(2xy + y^2)$

(iv) $\left(\frac{2}{3}x^4y^3 + \frac{4}{9}xy^3\right) \times \frac{1}{4} - \frac{1}{6}x^4y^3$

(v) $y^3(4y + 5) - (2y + 1)(y^3 + 2y^2 + 1)$

(vi) $(1.2l - 2.5m)(2.5l + 0.2m + 1.2) + 0.06l + 7m$

9.2 কেইটামান বীজগণিতীয় অভেদ

যিবোৰ সমতাৰ উক্তি চলকৰ যিকোনো মানৰ বাবে শুদ্ধ হয় তেনেবোৰ উক্তিকে অভেদ বোলে।

এতিয়া আমি বীজগণিতত সচৰাচৰ প্ৰয়োগ হোৱা কেতবোৰ অভেদৰ বিষয়ে আলোচনা কৰিম। এই অভেদসমূহ এটা দ্বিপদ ৰাশিক আন এটা দ্বিপদ ৰাশিৰে পূৰণ কৰি পোৱা যায়।

9.2.1 প্ৰথমে আমি **দ্বিপদ ৰাশি $(x + a)$ ক দ্বিপদ ৰাশি $(x + b)$ ৰে পূৰণ** কৰোঁ আহা।

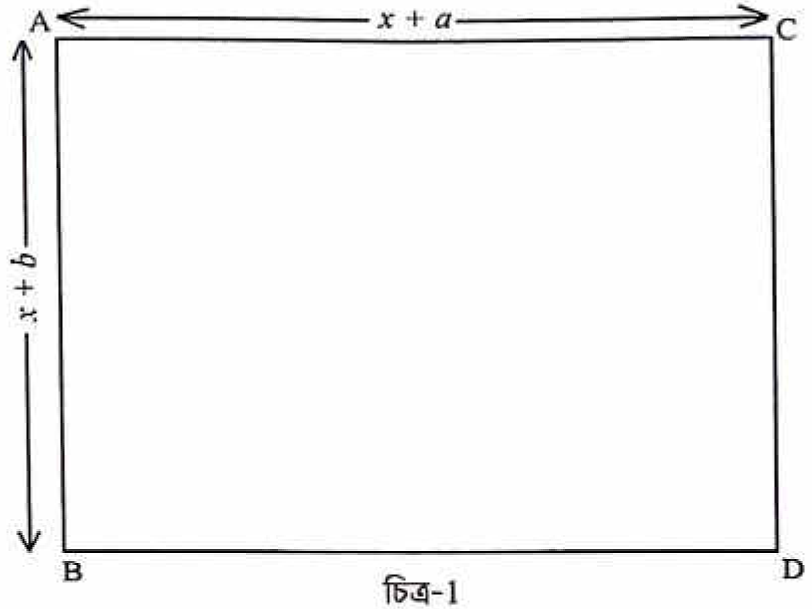
$$\begin{aligned}(x + a)(x + b) &= x(x + b) + a(x + b)\\ &= x^2 + xb + ax + ab\\ &= x^2 + bx + ax + ab\\ &= x^2 + (a + b)x + ab\end{aligned}$$

বিতৰণ বিধি আৰু ক্ৰম বিনিময় বিধি ব্যৱহাৰ কৰা হৈছে

$$\therefore \quad (x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

এই উক্তিটোৰ বাওঁপক্ষ আৰু সোঁপক্ষ x ৰ যিকোনো মানৰ বাবে সমান। অৰ্থাৎ x ৰ যিকোনো মানৰ বাবে ওপৰৰ সমতাটো সত্য। সেয়ে এটা $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ অভেদ।

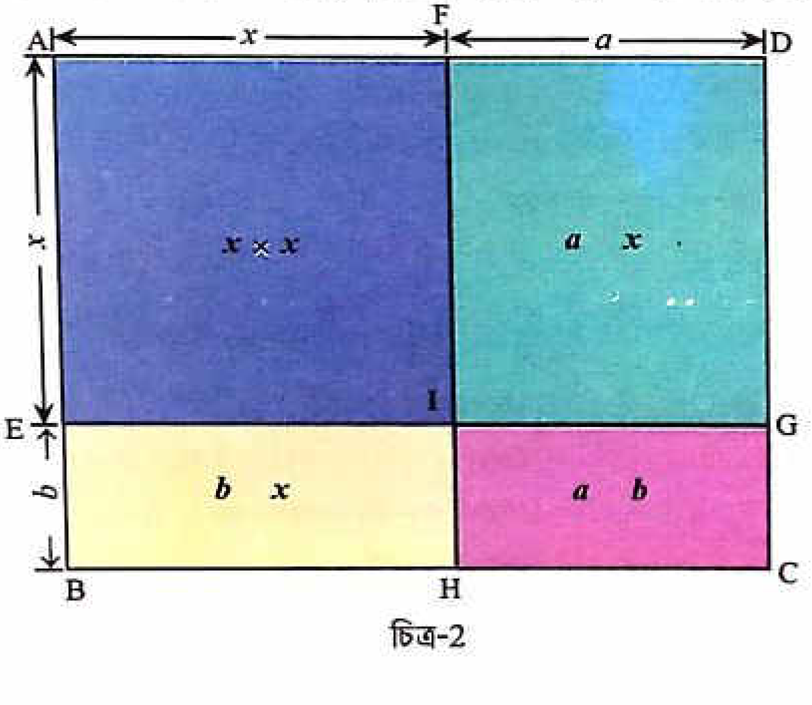
এই অভেদক আমি জ্যামিতিকভাৱে সত্যাপণ কৰিব পাৰোঁ। দৈৰ্ঘ্য $(x + a)$ আৰু প্ৰস্থ $(x + b)$ বিশিষ্ট এটা আয়ত ABCD অংকন কৰা হ'ল (চিত্ৰ-1)। [তোমালোকে $x = 5$ চে মি, $a = 4$ চে মি, $b = 2$ চে মি আদি মান ল'ব পাৰিবা।]



চিত্ৰ-1

×

তাৰ পাছত ABCD আয়তক চিত্ৰ-2 ত দেখুওৱা ধৰণে চাৰিটা ভাগত ভাগ কৰা হ'ল।



চিত্ৰ-2

ABCD আয়তৰ কালি = AEIF বৰ্গৰ কালি + FIGD আয়তৰ কালি + EBHI আয়তৰ কালি + IHCG আয়তৰ কালি

বা, $(x + a) \times (x + b) = x \times x + a \times x + b \times x + a \times b$

অথবা, $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

কাৰ্য ঃ তোমালোকে x, a আৰু b ৰ মান বেলেগ বেলেগ কৰি লৈ $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ অভেদটোৰ জ্যামিতিকভাৱে সত্যাপণ কৰা।

উদাহৰণ 13 ঃ $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ অভেদটো ব্যৱহাৰ কৰি পূৰণফল উলিওৱা

(i) $(2x + 3)(2x + 7)$

(ii) $(x + 8)(x - 5)$

(iii) $(3x^2 - 5)(3x^2 + 6)$

(iv) $(p^2 - 15)(p^2 - 10)$

(v) 102×97

সমাধান ঃ (i) $(2x + 3)(2x + 7) = (2x)^2 + (3 + 7)2x + 3 \times 7$

$= 4x^2 + 10 \times 2x + 21$

$= 4x^2 + 20x + 21$

(ii) $(x + 8)(x - 5) = (x + 8)\{x + (-5)\}$

$= x^2 + \{8 + (-5)\}x + 8 \times (-5)$

$= x^2 + (8 - 5)x - 40$

$= x^2 + 3x - 40$

(iii) $(3x^2 - 5)(3x^2 + 6) = \{3x^2 + (-5)\}(3x^2 + 6)$

$= (3x^2)^2 + \{(-5) + 6\} \times 3x^2 + (-5) \times 6$

$= 9x^4 + (6 - 5)3x^2 - 30$

$= 9x^4 + 3x^2 - 30$

(iv) $(p^2 - 15)(p^2 - 10) = (p^2)^2 + \{(-15) + (-10)\} \times p^2 + (-15) \times (-10)$

$= p^4 + (-15 - 10)p^2 + 150$

$= p^4 - 25p^2 + 150$

(v) $102 \times 97 = (100 + 2) \times (100 - 3)$

$= (100)^2 + \{2 + (-3)\} \times 100 + 2 \times (-3)$

$= 10000 + (-1) \times 100 - 6$

$= 10000 - 106$

$= 9894$

9.2.2 এতিয়া আমি যিকোনো এটা দ্বিপদ ৰাশি $(a + b)$ ৰ বৰ্গৰ মান উলিয়াওঁ আহা।

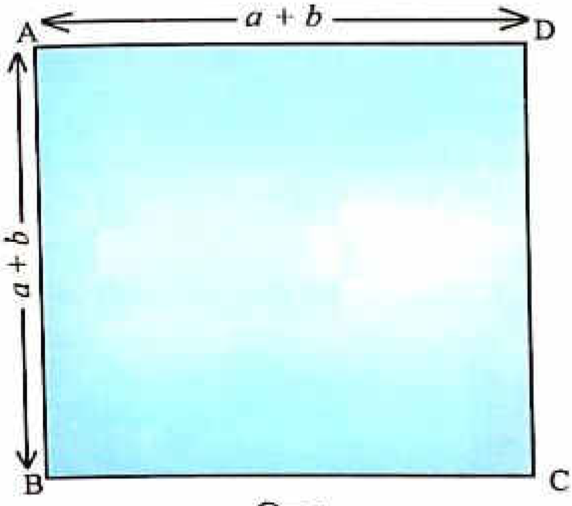
$$\begin{aligned}(a + b)^2 &= (a + b) \times (a + b)\\ &= a(a + b) + b(a + b)\\ &= a^2 + ab + ba + b^2 \qquad [\because \quad a^2 = a \times a; \quad b^2 = b \times b]\\ &= a^2 + ab + ab + b^2 \qquad [\text{ক্ৰম বিনিময় বিধিমতে } ab = ba]\\ &= a^2 + 2ab + b^2\end{aligned}$$

গতিকে $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

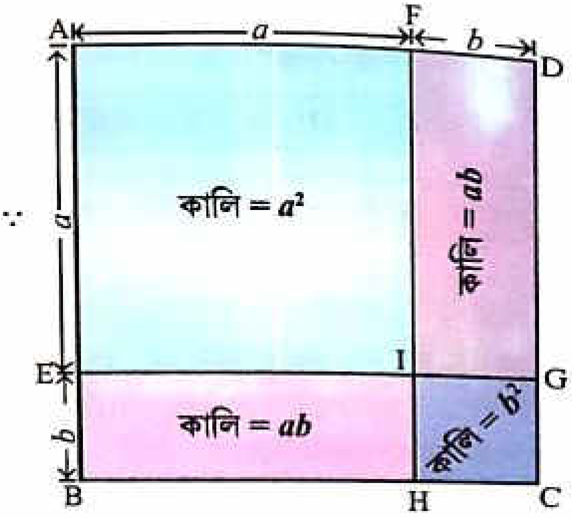
বা, (প্ৰথম পদ + দ্বিতীয় পদ)^2 = (প্ৰথম পদ)^2 + 2 × (প্ৰথম পদ) × (দ্বিতীয় পদ) + (দ্বিতীয় পদ)^2

যিহেতু বাওঁফালৰ দ্বিপদ ৰাশি দুটাৰ প্ৰকৃত পূৰণ কৰি সোঁফালৰ ৰাশিটো পোৱা গৈছে গতিকে ই এটা অভেদ। এই সমতাটো a আৰু bৰ যি কোনো মানৰ বাবে সত্য।

এই অভেদটো জ্যামিতিক চিত্ৰৰ সহায়ত সত্যাপন কৰিবলৈ চিত্ৰ-1ত দেখুওৱা ধৰণে $(a + b)$ একক দৈৰ্ঘ্যৰ এটা বৰ্গ ABCD বৰ্গক চাৰিটা ভাগত ভাগ কৰা হ'ল।



চিত্ৰ-1



চিত্ৰ-2

ABCD বৰ্গৰ কালি = AEIF বৰ্গৰ কালি + EBHI আয়তৰ কালি + FIGD আয়তৰ কালি + IHCG বৰ্গৰ কালি

অৰ্থাৎ $(a + b) \times (a + b) = a \times a + b \times a + a \times b + b \times b$

বা $(a + b)^2 = a^2 + ba + ab + b^2$

বা $(a + b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2 \qquad [\quad ab = ba]$

বা $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

উদাহৰণ 14 ঃ অভেদ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ব্যৱহাৰ কৰি পূৰণফল উলিওৱা

(i) 203^2 (ii) $(3p + 5)^2$ (iii) $(7x^2 + 2y)^2$

সমাধান ঃ

(i) $203^2 = (200 + 3)^2$
$= (200)^2 + 2 \times 200 \times 3 + 3^2$
$= 40000 + 1200 + 9$
$= 41209$

(ii) $(3p + 5)^2 = (3p)^2 + 2 \times 3p \times 5 + 5^2$
$= 9p^2 + 30p + 25$

(iii) $(7x^2 + 2y)^2 = (7x^2)^2 + 2 \times 7x^2 \times 2y + (2y)^2$
$= 49x^4 + 28x^2y + 4y^2$

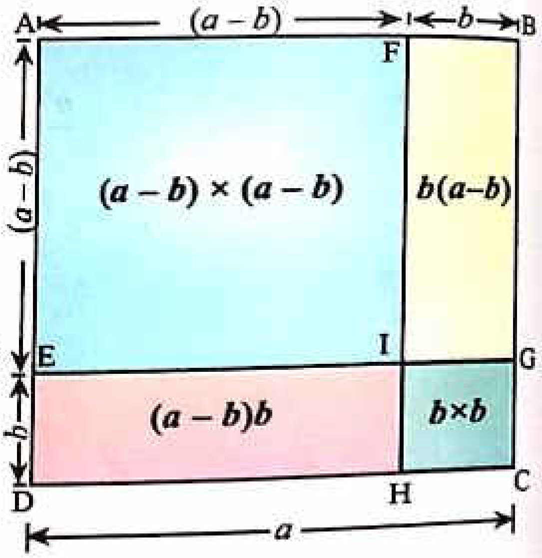
9.2.3 **এইবাৰ আমি যিকোনো এটা দ্বিপদ ৰাশি $(a - b)$ ৰ বৰ্গৰ মান উলিয়াওঁ আহা।**

$(a - b)^2 = (a - b) \times (a - b)$
$= a(a - b) - b(a - b)$
$= a^2 - ab - ba + b^2$
$= a^2 - ab - ab + b^2$ $[\because ab = ba]$
$= a^2 - 2ab + b^2$

গতিকে $\boldsymbol{(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$

অৰ্থাৎ (প্ৰথম পদ – দ্বিতীয় পদ)² = (প্ৰথম পদ)² – 2 × (প্ৰথম পদ) × (দ্বিতীয় পদ) + (দ্বিতীয় পদ)²

এই অভেদৰ জ্যামিতিক সত্যাপনৰ বাবে a বাহুবিশিষ্ট এটা বৰ্গ ABCD অংকন কৰা হ'ল। এই ডাঙৰ বৰ্গটোক এতিয়া দুটা সৰু বৰ্গ (কালি ক্ৰমে $(a - b)^2$ আৰু b^2) আৰু দুটা আয়ত (প্ৰত্যেকৰে কালি $b(a - b)$ত ভাগ কৰা হ'ল তলৰ চিত্ৰত দেখুওৱাৰ দৰে।



ABCD বৰ্গৰ কালি = AEIF বৰ্গৰ কালি
+ FIGB আয়তৰ কালি
+ EDHI আয়তৰ কালি
+ IHCG বৰ্গৰ কালি

বা $a \times a = (a - b)(a - b) + b(a - b) + (a - b)b + b \times b$

বা $a^2 = (a - b)^2 + ba - b^2 + ab - b^2 + b^2$

বা $a^2 = (a - b)^2 + ab + ab - b^2 - b^2 + b^2$

বা $a^2 = (a - b)^2 + 2ab - b^2$

বা $(a - b)^2 + 2ab - b^2 = a^2$

বা $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

উদাহৰণ 15 ঃ অভেদ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ব্যৱহাৰ কৰি পূৰণফল উলিওৱা

(i) 498^2 (ii) $(7a+2b)^2$ (iii) $\left(\frac{2}{3}x^2-5\right)^2$

সমাধান ঃ (i) 498^2

$$\begin{aligned} 498^2 &= (500-2)^2 \\ &= (500)^2 - 2 \times 500 \times 2 + 2^2 \\ &= 250000 - 2000 + 4 \\ &= 248000 + 4 \\ &= 248004 \end{aligned}$$

(ii)

$$\begin{aligned} (7a-2b)^2 &= (7a)^2 - 2 \times 7a \times 2b + (2b)^2 \\ &= 49a^2 - 28ab + 4b^2 \end{aligned}$$

(iii)

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{3}x^2-5\right)^2 &= \left(\frac{2}{3}x^2\right)^2 - 2 \times \frac{2}{3}x^2 \times 5 + 5^2 \\ &= \frac{4}{9}x^4 - \frac{2\times2\times5}{3}x^2 + 25 \\ &= \frac{4}{9}x^4 - \frac{20}{3}x^2 + 25 \end{aligned}$$

9.2.4 দ্বিপদ ৰাশি $(a+b)$ ক দ্বিপদ ৰাশি $(a-b)$ ৰে পূৰণ কৰোঁ আহা

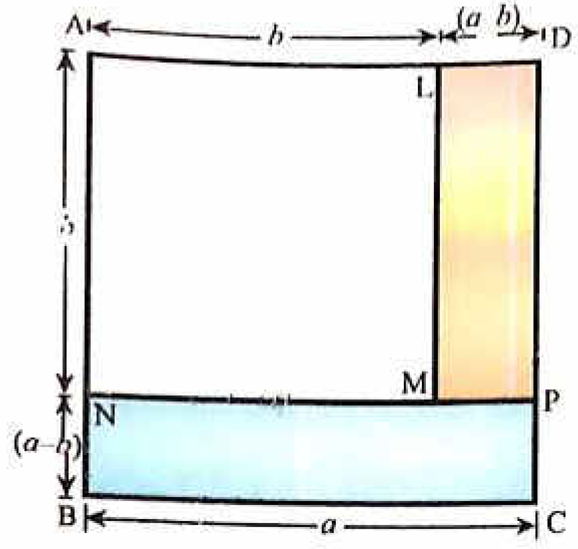
$$\begin{aligned} (a+b)(a-b) &= a(a-b) + b(a-b) \\ &= a^2 - ab + ba - b^2 \\ &= a^2 - ab + ab - b^2 \quad [\because ab = ba] \\ &= a^2 - b^2 \end{aligned}$$

অৰ্থাৎ $\boxed{(a+b)(a-b) = a^2 - b^2}$

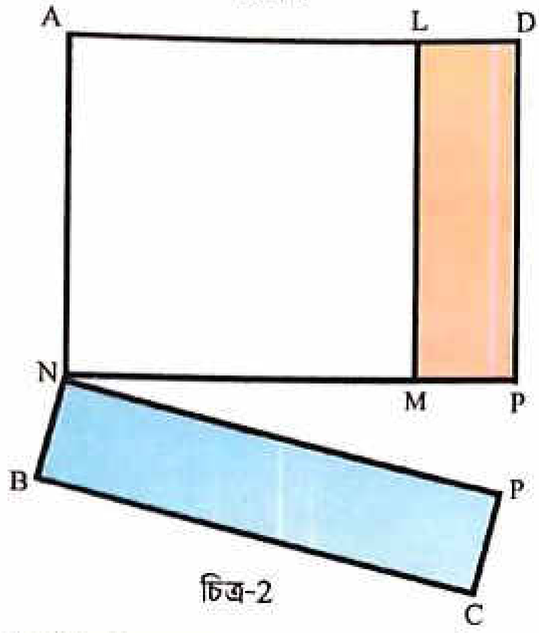
ঠিক তেনেকৈ, $\boxed{(a+b)(b-a) = b^2 - a^2}$

অৰ্থাৎ **(প্ৰথম পদ + দ্বিতীয় পদ) × (প্ৰথম পদ – দ্বিতীয় পদ) = (প্ৰথম পদ)² – (দ্বিতীয় পদ)²**

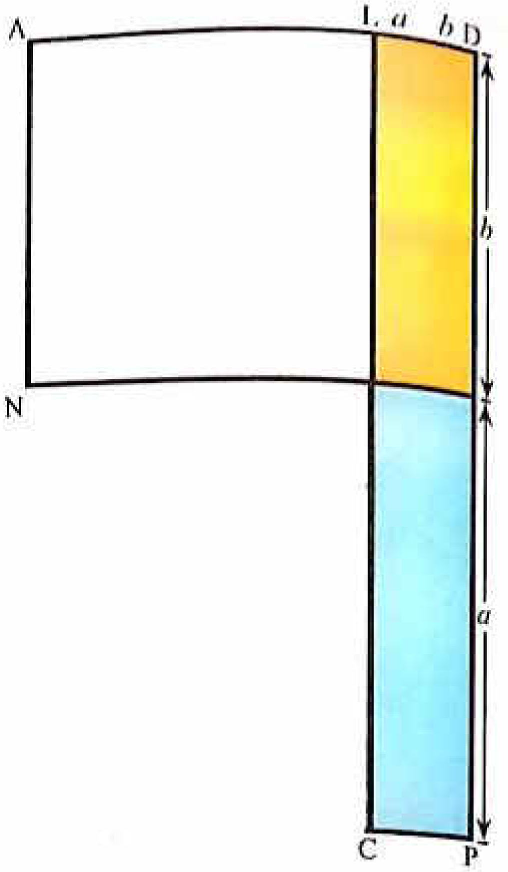
এই অভেদকো জ্যামিতিক চিত্ৰৰ সহায়ত সত্যাপন কৰিব পাৰি। a বাহুবিশিষ্ট এটা বৰ্গ ABCD অংকন কৰা হ'ল। চিত্ৰ-1ত দেখুওৱা ধৰণে ABCDৰ ওপৰত অন্য এটা বৰ্গ ALMN অংকন কৰা হ'ল যাতে $AN = AL = b$, $(b < a)$ হয়।



চিত্ৰ-1



চিত্ৰ-2



চিত্ৰ-3

ইয়াত চিত্ৰ-2ত দেখুওৱা ধৰণে ABCD বৰ্গৰ পৰা NBCP আয়তটো পৃথক কৰি তলৰ চিত্ৰ-3ত দেখুওৱা ধৰণে LMPD আয়তৰ MP কাষৰ লগত NBCP আয়তৰ BN কাষ লগ লগোৱা হ'ল।

চিত্ৰ-3ত ৰং কৰা অংশৰ কালি

= LCPD আয়তৰ কালি

= LD × DP

$= (a - b)\,(a + b)$

$= (a + b)\,(a - b)$

আনহাতে, চিত্ৰ-1ৰ পৰা আমি পাওঁ

ৰং কৰা অংশৰ কালি = ABCD বৰ্গৰ কালি − ANML বৰ্গৰ কালি

$= a \times a - b \times b$

$= a^2 - b^2$

যিহেতু ৰং কৰা অংশৰ কালি আটাইবোৰ চিত্ৰতে সমান।

$\therefore \quad (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

উদাহৰণ 16 ঃ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ ওপৰৰ অভেদটো ব্যৱহাৰ কৰি পূৰণফল উলিওৱা

(i) 102×98 (ii) $(x + 2y)(x - 2y)$ (iii) $(11xy + 3x)(11xy - 3x)$

সমাধান ঃ

(i) $102 \times 98 = (100 + 2) \times (100 - 2)$
$= (100)^2 - 2^2$
$= 10000 - 4$
$= 9996$

(ii) $(x + 2y)(x - 2y) = x^2 - (2y)^2$
$= x^2 - 4y^2$

(iii) $(11xy + 3x)(11xy - 3x) = (11xy)^2 - (3x)^2$
$= 121x^2y^2 - 9x^2$

> বীজগণিতত সঘনাই ব্যৱহাৰ হোৱা অভেদসমূহ হ'ল
> 1. $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$
> 2. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
> 3. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
> 4. $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

অনুশীলনী 9.2

1. অভেদ $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ ৰাশিবোৰৰ পূৰণ কৰা।

(i) $(x + 7)(x + 5)$ (ii) $(7x + 2y)(7x + 6y)$

(iii) $(4x^3 + 8)(4x^3 + 10)$ (iv) $(4k^2 - 3k)(4k^2 - 7k)$

(v) $\left(\frac{a}{2} + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{a}{2} - \frac{1}{4}\right)$ (vi) $\left(\frac{n^2}{5} - 0.6\right)\left(\frac{n^2}{5} + 1.6\right)$

(vii) 98×97 (viii) 501×503

2. অভেদ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ বৰ্গবোৰৰ মান উলিওৱা।

(i) $(x + 5)^2$ (ii) $(5x + 4y)^2$ (iii) $(3a^3 + 4a^2)^2$

(iv) $\left(3x+\frac{1}{3x}\right)^2$ (v) $\left(\frac{p}{q}+\frac{q}{p}\right)^2$ (vi) 502^2

(vii) $(9.5)^2$ (viii) $\left(4\frac{1}{8}\right)^2$

3. অভেদ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ বৰ্গবোৰৰ মান উলিওৱা।

(i) $(x - 7)^2$ (ii) $(6x - 5)^2$ (iii) $(10x^2 - 3y)^2$

(iv) $(p^2 - q^2)^2$ (v) $(a^2x - ax^2)^2$ (vi) $\left(x^2-\frac{1}{x^2}\right)^2$

(vii) 296^2 (viii) 1999^2

4. অভেদ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ ৰাশিবোৰ পূৰণ কৰা।

(i) $(y + 11)(y - 11)$ (ii) $(2x + 3)(2x - 3)$

(iii) $(6 + m^2)(m^2 - 6)$ (iv) $(ax^2 - by)(ax^2 + by)$

(v) $(1 - x^m)(1 + x^m)$ (vi) 61×59

(vii) 106×94 (viii) 9.5×8.5

5. উপযুক্ত অভেদ ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ ৰাশিবোৰৰ পূৰণফল উলিওৱা।

(i) $(3x - 5m)(3x - 5m)$ (ii) $(4m + 3)(4m + 2)$

(iii) $(9 + 4n)^2$ (iv) $\left(6x+\frac{1}{3}\right)(6x + 3)$

(v) $(4ab - c)(4ab + c)$ (vi) $\left(x-\frac{x}{2}\right)^2$

(vii) $\left(\frac{a^2}{2}+\frac{b^2}{4}\right)\left(\frac{a^2}{2}+\frac{b^2}{4}\right)$ (viii) $(0.5x^2 - 0.2y^2)^2$

(ix) $(-9x^2 + y^3)(9x^2 + y^3)$ (x) $\left(\frac{y^2}{2}-4\right)\left(\frac{y^2}{2}+6\right)$

(xi) $\left(7x^2+\frac{1}{3}\right)^2$ (xii) $(x + y + z)(x + y - z)$

(xiii) 1002×999 (xiv) $(10.2)^2$

(xv) 79^2 (xvi) 6.2×5.8

6. সৰল কৰা

(i) $\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(2x+\frac{1}{x}\right)$

(ii) $(2l+m)^2-(2l-m)^2$

(iii) $(a^2b+ab^2)^2-6a^3b^3$

(iv) $(x+y)(x-y)+(y+z)(y-z)+(z+x)(z-x)$

(v) $(5a-6b)^2+20ab-(6b+5a)^2$

(vi) $(4p^2+5q^2)(4p^2-5q^2)+(2p^2-5q^2)^2$

(vii) $(2x-5)(2x+3)-(x-2)^2+29$

(viii) $\left(\frac{x}{3}-\frac{3y}{4}\right)\left(\frac{x}{3}+\frac{3y}{4}\right)+\left(\frac{3y}{4}+3x\right)\left(\frac{3y}{4}+x\right)$

(ix) $\left(\frac{x}{5}+\frac{y}{5}\right)^2+2\left(\frac{x}{5}+\frac{y}{5}\right)\left(\frac{x}{5}-\frac{y}{5}\right)+\left(\frac{x}{5}-\frac{y}{5}\right)^2$

(x) $2.89\times2.89+0.22\times2.89+0.0121$

(xi) $\frac{0.25-2\times0.5\times3.5+12.25}{3}$

(xii) $\frac{4.68\times4.68-3.32\times3.32}{1.36}$

7. দেখুওৱা যে

(i) $(a-b+c-d)^2-(a+b-c+d)^2+4a(b+d)=4ca$

(ii) $(1.5x^2+1.2y)^2-(1.5x^2-1.2y)^2=7.2x^2y$

(iii) $\left(\frac{2}{3}x^2+5\right)^2-25=\frac{4}{9}x^4+\frac{20}{3}x^2$

(iv) $(a^2+b^2)(a^2-b^2)+(b^2+c^2)(b^2-c^2)+2c^2(c^2-a^2)=(c^2-a^2)^2$

8. উপযুক্ত অভেদ ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ সমস্যাবোৰ সমাধান কৰা।

(i) এখন আয়তাকৃতি খেলপথাৰৰ দীঘ $(x+8)$ মিটাৰ, প্ৰস্থ দীঘতকৈ 3 মিটাৰ কম। খেলপথাৰখনৰ কালি উলিওৱা।

(ii) এখন বৰ্গাকৃতি বাগিচাৰ দীঘ $\left(2x+\frac{1}{4}\right)$ মিটাৰ। বাগিচাখনৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।

(iii) এজন খেতিয়কে পথাৰত দুডোখৰ বৰ্গাকৃতিৰ মাটিত জহাধান আৰু বৰাধানৰ খেতি কৰিলে। জহাধানৰ খেতি কৰা মাটি ডৰাৰ দীঘ বৰাধানৰ খেতি কৰা মাটিডৰাতকৈ 5 মিটাৰ বেছি। দুয়োডৰা মাটিৰ কালিৰ পাৰ্থক্য উলিওৱা।

(iv) যদি 1 বৰ্গমিটাৰ বেৰত ৰং কৰোতে 9.00 টকা খৰচ হয়, তেন্তে 107 মিটাৰ দীঘ আৰু 93 মিটাৰ প্ৰস্থৰ বেৰ এখন ৰং কৰিবলৈ কিমান টকাৰ প্ৰয়োজন হ'ব?

(v) 197 মিটাৰ দৈৰ্ঘ্যৰ বৰ্গাকৃতি পথাৰ এখনৰ কালি উলিওৱা।

(vi) $x+\frac{1}{x}=3$ হ'লে $x^2+\frac{1}{x^2}$ আৰু $x^4+\frac{1}{x^4}$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

(vii) $2x-\frac{1}{2x}=2$ হ'লে $4x^2+\frac{1}{4x^2}$ আৰু $16x^4-\frac{1}{16x^4}$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

(viii) $a - b = 10$ আৰু $ab = 11$ হ'লে, $a + b$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

1. দুটা বা ততোধিক বীজগণিতীয় ৰাশিৰ পূৰণত পূৰণফলৰ সাংখ্যিক সহগ = ৰাশিবোৰৰ সাংখ্যিক সহগৰ পূৰণফল।

2. কেইটামান অতি দৰকাৰী অভেদ

   (i) $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

   (ii) $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$

   (iii) $(a+b)(a-b) = a^2-b^2$

   (iv) $(x+a)(x+b) = x^2+(a+b)x+ab$

   এই অভেদবোৰক জ্যামিতিক চিত্ৰৰে প্ৰকাশ কৰিব পাৰি।

❑❑❑