Date: / /20

ਅਭਿਆਸ 8.1

1. ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਕੋਣ 3:5:9:13 ਦੇ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ। ਇਸ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਸਾਰੇ ਕੋਣ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਦਿੱਤਾ ਅਨੁਪਾਤ 3:5:9:13

ਮੰਨ ਲਓ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਕੋਣ ਕ੍ਰਮਵਾਰ $3x, 5x, 9x$ ਅਤੇ $13x$ ਹਨ

ਤਦ $3x+5x+9x+13x=360^\circ$ [ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਕੋਣ ਗੁਣ]

$30x=360^\circ$

$x=\frac{360^\circ}{30} \Rightarrow x=12^\circ$

ਇਸ ਲਈ $3x=3(12^\circ)=36^\circ$ $\quad 5x=5(12^\circ)=60^\circ$

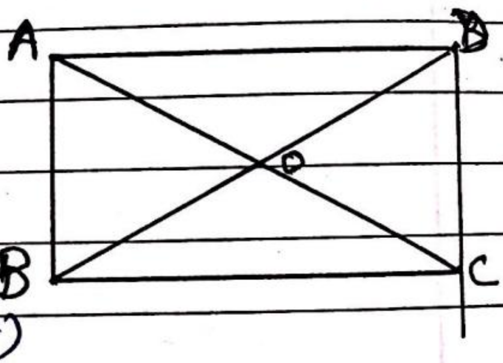
$9x=9(12^\circ)=108^\circ$ $\quad 13(x)=13(12^\circ)=156^\circ$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਕੋਣ $36^\circ, 60^\circ, 108^\circ$ ਅਤੇ 156° ਹਨ।

ਪੜਤਾਲ $36^\circ+60^\circ+108^\circ+156^\circ=360^\circ$

2. ਜੇ ਇੱਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਵਿਕਰਣ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ ਤਾਂ, ਦਰਸਾਉ ਕਿ ਇਹ ਇੱਕ ਆਇਤ ਹੈ।

ਹੱਲ: ਮੰਨ ਲਓ ABCD ਇੱਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ।



ਤਦ ABCD ਨੂੰ ਆਇਤ ਸਿੱਧ ਕਰਨ ਲਈ ਇਸ ਦੇ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣ 90° ਦਰਸਾਉਣਾ ਕਾਫ਼ੀ ਹੈ।

ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਅਤੇ DCB ਵਿੱਚ

AB = DC (ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੀਆਂ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾਵਾਂ)

BC = BC (ਸਾਂਝੀ ਭੁਜਾ)

AC = DB (ਦਿੱਤਾ ਹੈ)

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $\Delta ABC \cong \Delta DCB$

ਇਸ ਲਈ $\angle ABC = \angle DCB$

$\angle ABC + \angle DCB = 180^\circ$ (ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਵਿੱਚ ਲਾਗਵੇਂ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 180°)

$\angle ABC + \angle ABC = 180^\circ$

$2\angle ABC = 180^\circ$

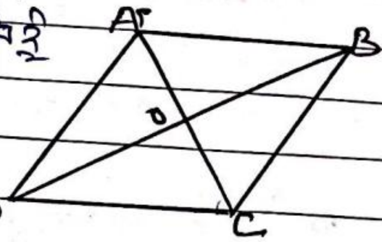
$\angle ABC = \frac{180^\circ}{2} \Rightarrow \angle ABC = 90^\circ = \angle DCB$

$\therefore$ ABCD ਇੱਕ ਆਇਤ ਹੈ।

Scanned with CamScanner

3. ਦਰਸਾਉ ਕਿ ਜੇ ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਵਿਕਰਣ ਆਪਸ ਵਿੱਚ, ਸਮਕੋਣ ਤੇ ਦੁਭਾਜਿਤ ਕਰਨ, ਤਾਂ ਉਹ ਇੱਕ ਸਮਚਤੁਰਭੁਜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

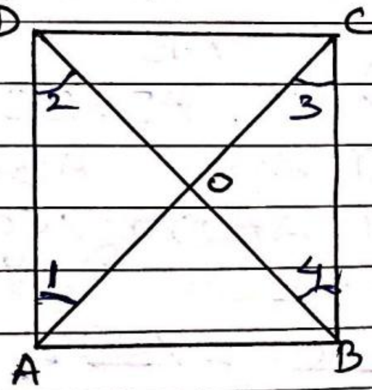
ਉੱਤਰ: ਮੰਨੀ ਇੱਕ ਸਮਚਤੁਰਭੁਜ ABCD ਹੈ ਤਾਂ।
ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਵਿਕਰਣ AC ਅਤੇ BD ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਨੂੰ ਬਿੰਦੂ O ਤੇ ਸਮਕੋਣ ਤੇ ਸਮਦੁਭਾਜਿਤ ਕਰਦੇ ਹਨ।



∴ ΔAOB ਅਤੇ ΔAOD ਵਿੱਚ
ਅਤੇ ਲੈਣ $AO = OA$ (ਸਾਂਝਾ)
$OB = OD$ [∵ O, BD ਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹੈ]
$\angle AOB = \angle AOD$ [ਹਰੇਕ 90°]
ਤਾਂ $\Delta AOB \cong \Delta AOD$ [ਭੁ ਕੋ ਭੁ]
∴ $AB = AD$ [CPCT]
ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $AB = BC$ $BC = CD$ $CD = DA$
ਉਪਰੋਕਤ ਤਰੀਕੇ ਤੋਂ $AB = BC = CD = DA$
ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ABCD ਇੱਕ ਸਮਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ।

4. ਦਰਸਾਉ ਕਿ ਇੱਕ ਵਰਗ ਦੇ ਵਿਕਰਣ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਸਮਕੋਣ ਤੇ ਸਮਦੁਭਾਜਿਤ ਕਰਦੇ ਹਨ।

ਉੱਤਰ: ਵਿਕਰਣ ਬਰਾਬਰ ਕਰਨ ਲਈ
ਸਾਨੂੰ $AC = DB$ ਸਿੱਧ ਕਰਨਾ ਪਵੇਗਾ।



ΔABC ਅਤੇ ΔBAD ਵਿੱਚ ਸਾਡੇ ਕੋਲ,
$AB = BA$ (ਸਾਂਝੀ ਭੁਜਾ)
$BC = AD$ (ਵਰਗ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ)
$\angle ABC = \angle BAD$ (ਹਰੇਕ 90°)
ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $\Delta ABC \cong \Delta BAD$ (ਭੁ, ਕੋ, ਭੁ)
$AC = BD$ (CPCT)
ਹੁਣ $AD \parallel BC$ ਅਤੇ $AC = BC$
$\angle 1 = \angle 3$ ਅਤੇ $\angle 2 = \angle 4$ ਕਿਉਂਕਿ BD ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਹੈ ਅਤੇ $AD \parallel BC$
ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $\Delta OAD \cong OCB$ (ਕੋ, ਭੁ, ਕੋ)
ਇਸ ਲਈ $OA = OC$ ਅਤੇ $OB = OD$ (CPCT)
ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $\Delta AOD \cong \Delta COD$ [∵ $OA = OC$, $OD = OD$, $AD = CD$]
ਤਾਂ $\angle AOD = \angle COD$
$\angle AOD + \angle COD = 180^\circ$

Scanned with CamScanner

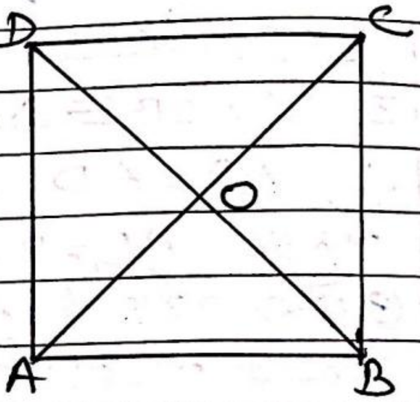
$\angle AOD + \angle AOD = 180^\circ$

$2\angle AOD = 180^\circ$

$\angle AOD = \frac{180^\circ}{2} \Rightarrow \angle AOD = 90^\circ$

ਤਾਂ $\angle AOD = \angle COD = \angle BOC = \angle BOA = 90^\circ$ ਅਤੇ ਇਕ ਦੂਜੇ ਨੂੰ ਸਮਕੋਣ ਤੇ ਸਮਦੁਭਾਜਿਤ ਕਰਦੇ ਇਸ ਤਰਾਂ ਵਿਕਰਣ $AC = BD$ ਅਤੇ ਇਕ ਦੂਜੇ ਨੂੰ ਸਮਕੋਣ ਤੇ ਸਮਦੁਭਾਜਿਤ

5. ਦਰਸਾਓ ਕਿ ਜੇ ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਵਿਕਰਣ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ ਅਤੇ ਇਕ ਦੂਜੇ ਨੂੰ ਸਮਕੋਣ ਤੇ ਸਮਦੁਭਾਜਿਤ ਕਰਨ ਤਾਂ ਉਹ ਇੱਕ ਵਰਗ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।



ਹੱਲ ਮੰਨ ਲਓ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ ਕਿ ਚਤੁਰਭੁਜ ABCD ਦੇ ਵਿਕਰਣ AC ਅਤੇ BD ਬਰਾਬਰ ਹਨ ਅਤੇ ਇਕ ਦੂਜੇ ਨੂੰ ਬਿੰਦੂ O ਤੇ ਲੰਬ ਸਮਦੁਭਾਜਿਤ ਕਰਦੇ ਹਨ।

ΔAOD ਅਤੇ ΔAOB ਵਿੱਚ

$\angle AOD = \angle AOB$ (ਹਰੇਕ 90°)

$OD = OB$ [ਕਿਉਂਕਿ O, BD ਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹੈ]

$AO = OA$ ਸਾਂਝੀ ਭੁਜਾ

$\therefore \Delta AOD \cong \Delta AOB$ (ਭੁ, ਕੋ, ਭੁ)

ਤਾਂ $AD = AB$ (CPCT)

ਇਸੇ ਤਰਾਂ $AB = BC$ $BC = CD$ $CD = DA$

ਜਿਸ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ $AB = BC = CD = DA$ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਬਰਾਬਰ

ਹੁਣ ΔAOD ਅਤੇ ΔCOB ਵਿੱਚ

$AO = CO$ ਦਿੱਤਾ ਹੈ $OD = OB$ (ਦਿੱਤਾ ਹੈ)

$\angle AOD = \angle COB$ (ਸਿਖਰ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ)

ਤਾਂ $\Delta AOD \cong \Delta COB$

$\angle OAD = \angle OCB$ ਅਤੇ ਇਹ ਅੰਦਰਲੇ ਇਕਾਂਤਰ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜਾ ਹੈ)

$\therefore AD \parallel BC$

ਇਸੇ ਤਰਾਂ ABCD ਇਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ ਅਤੇ ਚਾਰੇ ਹੀ ਇਸ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਸਮਾਂਤਰ ਹਨ ਜਿਸ ਦੇ ਵਿੱਚ $AB = BC = CD = DA$

ਹੁਣ ਮੰਨ ਲਓ $AC = BD$ (ਦਿੱਤਾ ਹੈ) $BC = AD$ (ਸਿੱਧ ਕੀਤਾ)

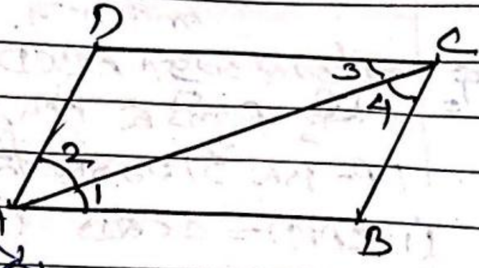
ਅਤੇ $AB = BA$ ਸਾਂਝੀ ਭੁਜਾ ਤਾਂ $\Delta ABC \cong \Delta BAD$

$\therefore \angle ABC + \angle BAD = 180^\circ$

ਤਾਂ $\angle ABC = 90^\circ = \angle BAD$

ਇਸਤਰ੍ਹਾਂ ਸਮਚਤੁਰਭੁਜ ABCD ਦਾ ਇੱਕ ਕੋਣ 90° ਦਾ ਸਿੱਧ ਹੋਇਆ
ਇਸ ਲਈ ABCD ਇੱਕ ਵਰਗ ਹੈ।

6. ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ABCD ਦਾ ਵਿਕਰਣ AC ਕੋਣ A ਨੂੰ ਸਮਦੁਭਾਜਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਦਰਸਾਉ ਕਿ
(i) ਇਹ ∠C ਨੂੰ ਵੀ ਸਮਦੁਭਾਜਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ।
(ii) ABCD ਇੱਕ ਸਮਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ।



ਹੱਲ: ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ABCD ਵਿੱਚ
ਵਿਕਰਣ AC, ∠A ਨੂੰ ਸਮਦੁਭਾਜਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ।
⇒ ∠DAC = ∠BAC
ਕਿਉਂਕਿ ABCB ਇੱਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ।
ਇਸ ਲਈ AB∥DC ਅਤੇ AC ਇੱਕ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਹੈ,
ਤਾਂ ∠1 = ∠3 (ਅੰਦਰਲੇ ਇਕਾਂਤਰ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜਾ)
ਨਾਲ ਹੀ BC∥AD ਅਤੇ AC ਇੱਕ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਹੈ।
ਤਾਂ ∠2 = ∠4 (ਅੰਦਰਲੇ ਇਕਾਂਤਰ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜਾ)
∠1 = ∠2 (ਦਿੱਤਾ ਹੈ) ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ∠3 = ∠4
ਤਾਂ ਵਿਕਰਣ AC, ∠C ਨੂੰ ਵੀ ਸਮਦੁਭਾਜਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ।
ਹੁਣ ΔABC ਵਿੱਚ ∠1 = ∠4 (ਬਰਾਬਰ ਕੋਣਾਂ ਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾਵਾਂ ਬਰਾਬਰ)
ਜਿਸਦੇ ਫਲਸਰੂਪ BC = AB
ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ AD = DC
ਅਤੇ AB = BC = CD = DA
ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ABCD ਸਮਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ।

7. ABCD ਇੱਕ ਸਮਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ ਵਿਕਰਣ AC ਕੋਣ A ਅਤੇ C ਦੋਵਾਂ ਨੂੰ ਸਮਦੁਭਾਜਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਵਿਕਰਣ BD ਕੋਣਾਂ B ਅਤੇ D ਦੋਵਾਂ ਨੂੰ ਸਮਦੁਭਾਜਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ।

ਹੱਲ: ਕਿਉਂਕਿ ABCD ਇੱਕ ਸਮਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ
ਇਸ ਲਈ AB = BC = CD = DA
ਅਤੇ ਨਾਲ ਹੀ AB∥CD ਅਤੇ AD∥BC
ਹੁਣ CD = AD ⇒ ∠1 = ∠2 (ਬਰਾਬਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ)
ਨਾਲ ਹੀ AD∥BC ਅਤੇ AC ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਹੈ।
⇒ ∠1 = ∠3 ਅਤੇ ∠2 = ∠4 ਅਤੇ ∠1 = ∠4 ਅਤੇ BD ਕੋਣ B ਅਤੇ D ਨੂੰ ਸਮਦੁਭਾਜਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ
ਇਸ ਲਈ AC ਕੋਣ A ਅਤੇ C

8. ABCD ਇੱਕ ਆਇਤ ਹੈ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਵਿਕਰਣ AC ਕੋਣਾਂ A ਅਤੇ C ਦੋਨਾਂ ਨੂੰ ਸਮਦੁਭਾਜਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਦਰਸਾਓ ਕਿ (i) ABCD ਇੱਕ ਵਰਗ ਹੈ। (ii) ਵਿਕਰਣ BD ਕੋਣ B ਅਤੇ D ਨੂੰ ਸਮਦੁਭਾਜਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ।

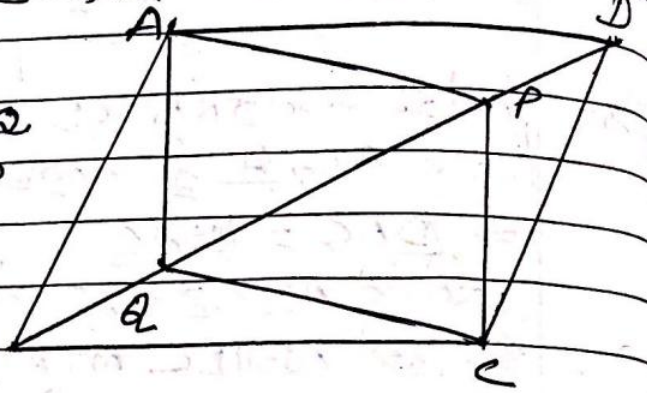
ਅਭਿਆਸ ਖੁਦ ਆਪ ਕਰੋ ਜੀ।

9. ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ABCD ਦੇ ਵਿਕਰਣ BD ਤੇ ਦੋ ਬਿੰਦੂ P ਅਤੇ Q ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਸਥਿਤ ਹਨ ਕਿ $DP=BQ$ ਹੈ। ਦਰਸਾਓ ਕਿ

(i) $\Delta APD \cong \Delta CQB$ (ii) $AP=CQ$

(iii) $\Delta AQB \cong \Delta CPD$ (iv) $AQ=CP$

(v) APCQ ਇੱਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ।



ਹੱਲ: ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ABCD ਵਿੱਚ BD ਇੱਕ ਵਿਕਰਣ ਹੈ ਜਿਸ ਤੇ ਬਿੰਦੂ P ਅਤੇ Q ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਥਿਤ ਹਨ ਕਿ $DP=BQ$

(i) ਕਿਉਂਕਿ $AD \parallel BC$ ਅਤੇ BD ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਹੈ

ਤਾਂ $\angle ADB = \angle CBD$ (ਅੰਦਰੂਨੀ ਇਕਾਂਤਰ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ)

$\Rightarrow \angle ADP = \angle CBQ$

ΔAPD ਅਤੇ ΔCQB ਵਿੱਚ

$AD=CB$ (ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੀਆਂ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾਵਾਂ)

$PD=QB$ (ਦਿੱਤਾ ਹੈ)

$\angle ADP = \angle CBQ$ (ਸਿੱਧ ਕੀਤਾ ਹੈ)

ਤਾਂ $\Delta ADP \cong CQB$ (ਭੁ.ਕੋ.ਭੁ.)

(ii) $AP=CQ$ CPCT

(iii) ਕਿਉਂਕਿ $AB \parallel CD$ ਅਤੇ BD ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਹੈ

ਉਪਰੋਕਤ ਅਨੁਸਾਰ $\Delta AQB \cong \Delta CPD$

(iv) ਅਤੇ $AQ=CP$ CPCT

(v) ਚਤੁਰਭੁਜ APCQ ਵਿੱਚ

$AQ=PC$ ਅਤੇ $AP=CQ$ ਸਿੱਧ ਕੀਤੀਆਂ ਹਨ

ਤਾਂ ਚਤੁਰਭੁਜ APCQ ਇੱਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ।

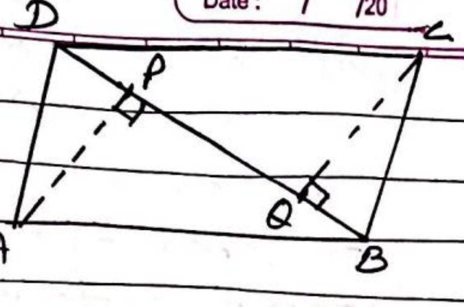
10. ABCD ਇੱਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ ਅਤੇ AP ਅਤੇ CQ ਸਿਖਰਾਂ A ਅਤੇ C ਤੋਂ ਵਿਕਰਣ BD ਤੇ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਲੰਬ ਹਨ। ਦਰਸਾਓ ਕਿ

(i) $\Delta APB \cong \Delta CQD$

(ii) $AP=CQ$

Scanned with CamScanner

ਹੱਲ: ΔAPB ਅਤੇ ΔCQD ਵਿਚ



$\angle APB = \angle CQD$ (ਹਰੇਕ 90°)

$AB = CD$ (ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੀਆਂ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾਵਾਂ)

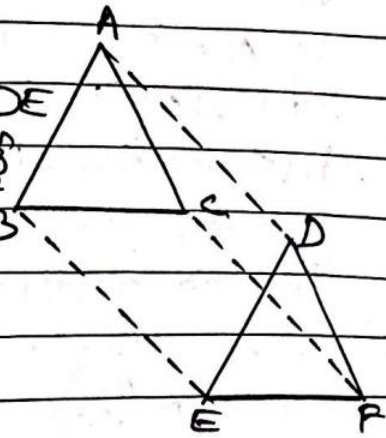
$\angle ABP = \angle CDQ$ (ਇੱਕਾਂਤਰ ਕੋਣ ਹਨ)

$\Delta APB \cong \Delta CQD$ (ਕੋ.ਭੁ.ਕੋ.)

(ii) ਕਿਉਂਕਿ $\Delta APB \cong \Delta CQD$

$AP = CQ$ (CPCT)

11. ΔABC ਅਤੇ ΔDEF ਵਿਚ $AB = DE$, $AB \parallel DE$, $BC = EF$ ਅਤੇ $BC \parallel EF$ ਹੈ। ਸਿਖਰ A, B ਅਤੇ C ਨੂੰ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਸਿਖਰਾਂ D, E ਅਤੇ F ਨਾਲ ਜੋੜਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਦਰਸਾਓ ਕਿ



(i) ਚਤੁਰਭੁਜ ABED ਇੱਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ।

(ii) ਚਤੁਰਭੁਜ BEFC ਇੱਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ।

(iii) $AD \parallel CF$ ਅਤੇ $AD = CF$ ਹੈ।

(iv) ਚਤੁਰਭੁਜ ACFD ਇੱਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ।

(v) $AC = DF$ ਹੈ।

(vi) $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ ਹੈ।

ਹੱਲ: ਦਿੱਤਾ ਹੈ $AB = DE$ ਅਤੇ $AB \parallel DE$

ਜਿਸਦਾ ਅਰਥ ਹੈ ਕਿ ਚਤੁਰਭੁਜ ABED ਦੀ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾਵਾਂ ਜੋੜੀ

ਇੱਕ ਬਰਾਬਰ ਅਤੇ ਸਮਾਂਤਰ ਹਨ

∴ ABED ਇੱਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ।

(ii) $BC = EF$ ਅਤੇ $BC \parallel EF$ (ਦਿੱਤਾ ਹੈ)

ਉਪਰੋਕਤ ਅਨੁਸਾਰ BEFC ਇੱਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ।

(iii) ਅਸੀਂ ਸਿੱਧ ਕਰ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਕਿ ABED ਇੱਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ

∴ $AD = BE$ ਅਤੇ $AD \parallel BE$ [ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੀਆਂ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾਵਾਂ]

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $BE \parallel CF$ ਅਤੇ $BE = CF$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $AD \parallel CF$ ਅਤੇ $AD = CF$

(iv) ਹੁਣ ∵ $AD \parallel CF$ ਅਤੇ $AD = CF$ ਹੈ।

ਤਾਂ ਚਤੁਰਭੁਜ ACFD ਇੱਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ

(v) ਹੁਣ ਸਿੱਧ ਕੀਤਾ ਹੈ ਕਿ ACFD ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ [ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੀਆਂ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾਵਾਂ]

ਤਾਂ $AC = DF$

Scanned with CamScanner

Date : / /20

(vi) $\triangle ABC$ ਅਤੇ $\triangle DEF$ ਵਿਚ

$AB = DE$ ਅਤੇ $BC = EF$ [ਦਿੱਤਾ ਹੈ]

$AC = DE$ [ਸਿੱਧ ਕਰ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ]

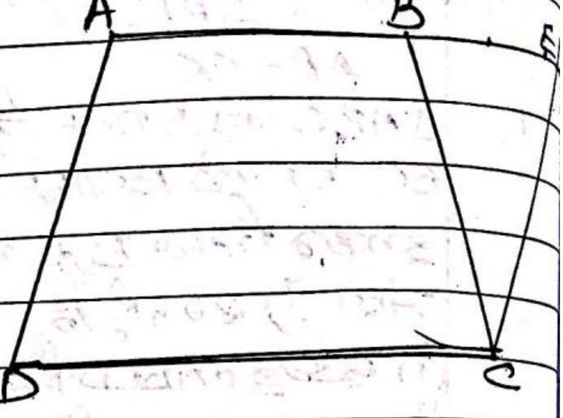
ਤਾਂ $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ [ਭੁ, ਭੁ, ਭੁ]

12. ABCD ਇੱਕ ਸਮਲੰਬ ਹੈ, ਜਿਸ ਵਿਚ $AB \parallel DC$ ਅਤੇ $AD = BC$ ਹੈ। ਦਰਸਾਓ ਕਿ

(i) $\angle A = \angle B$ (ii) $\angle C = \angle D$

(iii) $\triangle ABC \cong \triangle BAD$

(iv) ਵਿਕਰਣ AC = ਵਿਕਰਣ BD ਹੈ।



ਹੱਲ: ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਸਮਲੰਬ ਚਤੁਰਭੁਜ ABCD ਹੈ ਜਿਸ ਵਿਚ $AB \parallel DC$ ਅਤੇ $AD = BC$

(i) ਹੁਣ AB ਨੂੰ ਬਿੰਦੂ E ਤੱਕ ਵਧਾਓ ਅਤੇ $CE \parallel AD$ ਖਿੱਚੋ

$\because AB \parallel DC \Rightarrow AE \parallel DC$ ਅਤੇ $AD \parallel CF$

$\therefore$ AECD ਇੱਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੋਵੇਗੀ

ਅਤੇ $AD = CE$ [ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੀਆਂ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾਵਾਂ]

ਪਰ $AD = BC$ ਤਾਂ $BC = CF$

ਹੁਣ $\triangle BCF$ ਵਿਚ $BC = CF$

$\Rightarrow \angle CEB = \angle CBE$ (ਬਰਾਬਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ)

ਅਤੇ $\angle ABC + \angle CBE = 180°$ [ਰੇਖੀ ਜੋੜਾ]

ਨਾਲ ਹੀ $\angle A + \angle CEB = 180°$

ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਤੇ $\angle ABC + \angle CBE = \angle A + \angle CBE$

$\Rightarrow \angle ABC = \angle A \Rightarrow \angle A = \angle B$

(ii) $AB \parallel CD$ ਅਤੇ AD ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਹੈ

$\therefore \angle A + \angle D = 180°$

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $\angle A + \angle D = \angle B + \angle C$

$\Rightarrow \angle C = \angle D$

(iii) $\triangle ABC$ ਅਤੇ $\triangle BAD$ ਵਿਚ

$AB = BA$ (ਸਾਂਝੀ ਭੁਜਾ) $BC = AD$ [ਦਿੱਤਾ ਹੈ]

$\angle ABC = \angle BAD$ ਸਿੱਧ ਕੀਤਾ

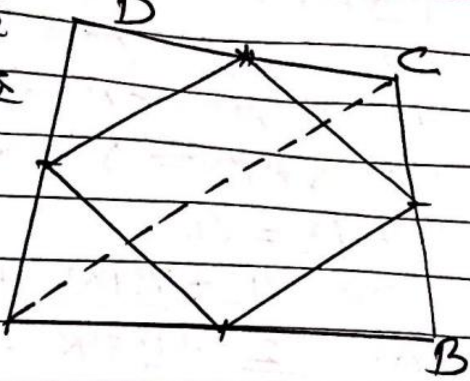
$\therefore \triangle ABC \cong \triangle BAD$ (ਭੁ, ਕੋ, ਭੁ)

(iv) ਕਿਉਂਕਿ $\triangle ABC \cong \triangle BAD$ ਤਾਂ $AC = BD$ (CPCT)

Scanned with CamScanner

ਅਭਿਆਸ 8.2

1. ABCD ਇੱਕ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿੱਚ P, Q, R ਅਤੇ S ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਭੁਜਾਵਾਂ AB, BC, CD ਅਤੇ DA ਦੇ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹਨ। AC ਉਸਦਾ ਇੱਕ ਵਿਕਰਣ ਹੈ। ਦਰਸਾਉ ਕਿ



(i) $SR \parallel AC$ ਅਤੇ $SR = \frac{1}{2} AC$ ਹੈ

(ii) $PQ = SR$ ਹੈ

(iii) PQRS ਇੱਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ।

ਹੱਲ: ΔABC ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂ P, AB ਦਾ ਅਤੇ Q, AC ਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹੈ।

ਤਾਂ $PQ \parallel AC$ ਅਤੇ $PQ = \frac{1}{2} AC$

(i) ΔACD ਵਿੱਚ R, CD ਦਾ ਅਤੇ S, AD ਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹੈ।

ਤਾਂ $SR \parallel AC$ ਅਤੇ $SR = \frac{1}{2} AC$

(ii) ਹੁਣ ਕਿਉਂਕਿ $PQ = \frac{1}{2} AC$ ਅਤੇ $SR = \frac{1}{2} AC$

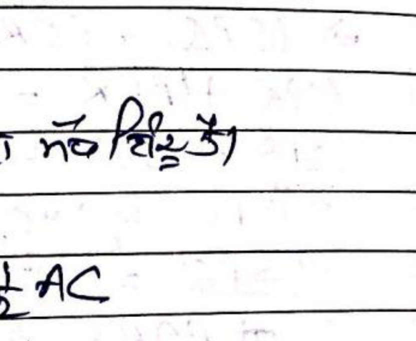
ਤਾਂ $PQ = SR$

(iii) ਕਿਉਂਕਿ $PQ \parallel AC$ ਅਤੇ $SR \parallel AC$

ਤਾਂ $PQ \parallel SR$ ਅਤੇ $PQ = SR$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ PQRS ਇੱਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ।

2. ABCD ਇੱਕ ਸਮਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ ਅਤੇ P, Q, R ਅਤੇ S ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਭੁਜਾਵਾਂ AB, BC, CD ਅਤੇ DA ਦੇ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹਨ। ਦਰਸਾਉ ਕਿ ਚਤੁਰਭੁਜ PQRS ਇੱਕ ਆਇਤ ਹੈ।



ਹੱਲ: ਰਚਨਾ: A ਅਤੇ C ਨੂੰ ਜੋੜੋ।

ΔABC ਵਿੱਚ P ਅਤੇ Q ਕ੍ਰਮਵਾਰ AB ਅਤੇ BC ਦੇ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹਨ।

$\therefore PQ \parallel AC$ ਅਤੇ $PQ = \frac{1}{2} AC$

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ΔADC ਵਿੱਚ

$SR \parallel AC$ ਅਤੇ $SR = \frac{1}{2} AC$

ਇਸ ਲਈ $PQ = SR$ ਅਤੇ $PQ \parallel SR$

ਇਸ ਲਈ PQRS ਇੱਕ ~~ਆਇਤ~~ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ।

ਕਿਉਂਕਿ ABCD ਸਮਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ

$\therefore AB = BC$

ਤਾਂ $\frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} BC \Rightarrow PB = BQ$ — ਬਰਾਬਰ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਸਨਮੁੱਖ ਕੋਣ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

$\therefore \angle 1 = \angle 2$

ΔAPS ਅਤੇ ΔCQR ਵਿਚ

$AP = CQ$ [P ਅਤੇ Q ਕ੍ਰਮਵਾਰ AB ਅਤੇ BC ਦੇ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹਨ ਅਤੇ $AB = BC$]

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $AS = CR$ ਅਤੇ $PS = QR$

$\therefore \Delta APS \cong \Delta CQR$ (ਭੁ, ਭੁ, ਭੁ)

$\Rightarrow \angle 3 = \angle 4$ (CPCT)

ਹੁਣ $\angle 1 + \angle SPQ + \angle 3 = 180^\circ$

ਅਤੇ $\angle 2 + \angle PQR + \angle 4 = 180^\circ$

ਤਾਂ $\angle 1 + \angle SPQ + \angle 3 = \angle 2 + \angle PQR + \angle 4$

$\Rightarrow \angle SPQ = PQR$ [$\because \angle 1 = \angle 2$ ਅਤੇ $\angle 3 = \angle 4$]

$\angle SPQ + \angle PQR = 180^\circ$

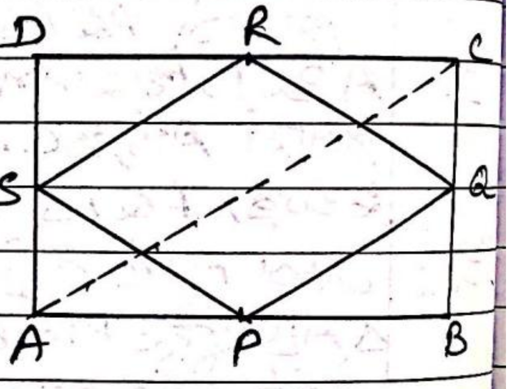
$\angle SPQ + \angle SPQ = 180^\circ$ [$\because \angle SPQ = \angle PQR$]

$2\angle SPQ = 180^\circ$

$\angle SPQ = \frac{180^\circ}{2}$ (90°) $\Rightarrow \angle SPQ = 90^\circ$

ਤਾਂ PQRS ਇੱਕ ਆਇਤ ਹੈ।

3. ABCD ਇੱਕ ਆਇਤ ਹੈ ਜਿਸ ਵਿਚ P, Q, R ਅਤੇ S ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਭੁਜਾਵਾਂ AB, BC, CD ਅਤੇ DA ਦੇ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹਨ। ਦਰਸਾਉ ਕਿ ਚਤੁਰਭੁਜ PQRS ਇੱਕ ਸਮਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ।



ਹੱਲ: ਰਚਨਾ AC ਨੂੰ ਜੋੜੋ ਜੀ।

ΔABC ਵਿੱਚ P ਅਤੇ Q ਕ੍ਰਮਵਾਰ AB ਅਤੇ BC ਦੇ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹਨ।

$\therefore PQ \parallel AC$ ਅਤੇ $PQ = \frac{1}{2}AC$

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ΔADC ਵਿਚ

$SR \parallel AC$ ਅਤੇ $SR = \frac{1}{2}AC$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $PQ \parallel SR$ ਅਤੇ $PQ = SR$

$\therefore$ PQRS ਇੱਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ।

ਦਿੱਤਾ ਹੈ ਕਿ ABCD ਇੱਕ ਆਇਤ ਹੈ

$\therefore AD = BC$

$\frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}BC \Rightarrow AS = BQ$

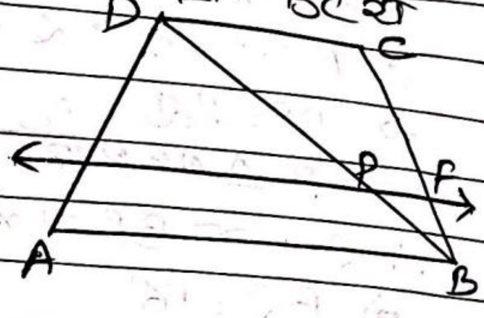
$\therefore \Delta APS \cong \Delta BPQ$ (ਭੁ, ਕੋ, ਭੁ)

$\Rightarrow PS = PQ$ (CPCT)

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੋ ਲਾਗਵੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹਨ ਅਤੇ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੋਣ ਕਾਰਨ PQRS ਇੱਕ ਸਮਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ।

Scanned with CamScanner

4. ABCD ਇੱਕ ਸਮਲੰਬ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ AB||DC ਹੈ। BD ਇੱਕ ਵਿਕਰਣ ਹੈ ਅਤੇ E ਭੁਜਾ AD ਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹੈ। E ਤੋਂ ਹੋ ਕੇ ਇੱਕ ਰੇਖਾ AB ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਖਿੱਚੀ ਗਈ ਹੈ ਜੋ BC ਨੂੰ F ਤੇ ਕੱਟਦੀ ਹੈ। ਦਰਸਾਉ ਕਿ F ਭੁਜਾ BC ਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹੈ।



ਹੱਲ: ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ ਵਿਕਰਣ BD, ਰੇਖਾ EF ਨੂੰ ਬਿੰਦੂ P ਤੇ ਕੱਟਦਾ ਹੈ।

$\triangle DAB$ ਵਿੱਚ

E, AD ਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹੈ ਅਤੇ EP||AB

$\therefore$ P, $\triangle DAB$ ਦੀ ਤੀਜੀ ਭੁਜਾ BD ਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹੈ।

[$\because$ ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਦੇ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਦੂਜੀ ਭੁਜਾ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਖਿੱਚੀ ਗਈ ਰੇਖਾ ਤੀਜੀ ਭੁਜਾ ਨੂੰ ਸਮਦੁਭਾਜਿਤ ਕਰਦੀ ਹੈ]

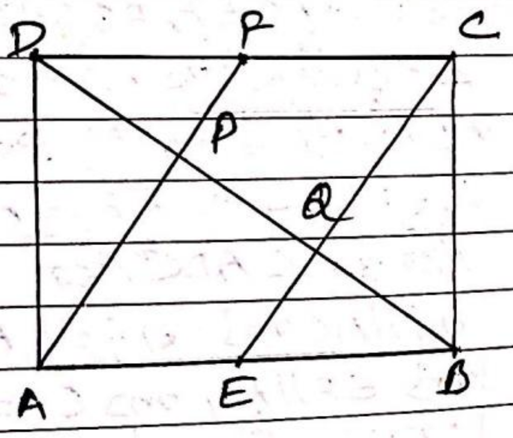
$\triangle BCD$ ਵਿੱਚ

P, ਭੁਜਾ BD ਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹੈ ਅਤੇ PF||DC

$\therefore$ EF||DC ਅਤੇ PF ਭੁਜਾ EF ਦਾ ਇੱਕ ਭਾਗ ਹੈ।

$\therefore$ F, $\triangle BCD$ ਦੀ ਤੀਜੀ ਭੁਜਾ BC ਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹੈ।

5. ਇੱਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ABCD ਵਿੱਚ E ਅਤੇ F ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਭੁਜਾਵਾਂ AB ਅਤੇ CD ਦੇ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹਨ। ਦਰਸਾਉ ਕਿ ਰੇਖਾਖੰਡ AF ਅਤੇ EC ਵਿਕਰਣ BD ਨੂੰ ਤਿੰਨ ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦਾ ਹੈ।



ਹੱਲ: ਕਿਉਂਕਿ E ਅਤੇ F ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਭੁਜਾਵਾਂ AB ਤੇ CD ਦੇ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹਨ।

$\therefore AE = \frac{1}{2} AB$ ਅਤੇ $CF = \frac{1}{2} CD$

ਪਰ ABCD ਇੱਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ।

$\therefore AB = CD$ ਅਤੇ AB||DC

$\Rightarrow \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} CD$ ਅਤੇ AB||DC

AE = FC, ਅਤੇ AE||FC

ਤਾਂ AECF ਇੱਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ।

$\Rightarrow$ FA||CE $\Rightarrow$ FP||CQ [$\because$ FP, FA ਅਤੇ CQ, CE ਦਾ ਭਾਗ ਹੈ]

ਕਿਉਂਕਿ ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਦੇ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਦੂਜੀ ਭੁਜਾ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਖਿੱਚੀ ਗਈ ਰੇਖਾ ਤੀਜੀ ਭੁਜਾ ਨੂੰ ਸਮਦੁਭਾਜਿਤ ਕਰਦੀ ਹੈ।

$\triangle BCQ$ ਵਿੱਚ F, ਭੁਜਾ CD ਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹੈ

ਅਤੇ $FP \parallel CQ$

$\therefore$ P, ਰੇਖਾ-ਖੰਡ DQ ਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹੈ।

$\Rightarrow DP = PQ$

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $\triangle ABP$ ਵਿੱਚ E, AB ਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹੈ ਅਤੇ $EQ \parallel AP$

$\therefore$ Q ਭੁਜਾ BP ਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹੈ।

$\Rightarrow BQ = PQ$

ਸੋ $DP = PQ = BQ$

ਅਤੇ $BD = BQ + PQ + DP = BQ + BQ + BQ = 3BQ$

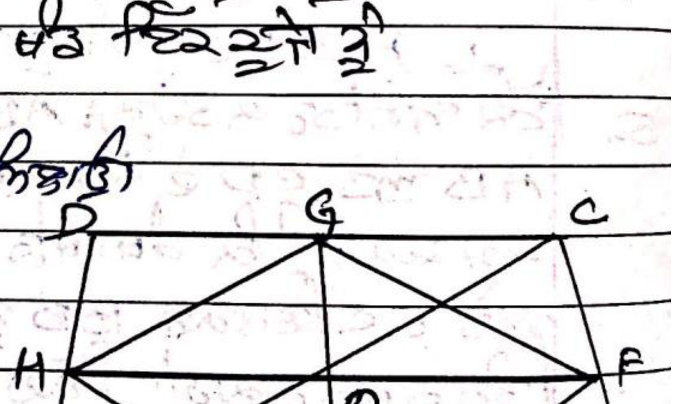
$\Rightarrow BQ = \frac{1}{3} BD$

$DP = PQ = BQ = \frac{1}{3} BD$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਰੇਖਾ ਖੰਡ AF ਅਤੇ EC ਵਿਕਰਣ BD ਨੂੰ ਤਿੰਨ ਬਰਾਬਰ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦੇ ਹਨ।

6. ਦਰਸਾਓ ਕਿ ਕਿਸੇ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੀਆਂ ਸਨਮੁੱਖ ਭੁਜਾਵਾਂ ਦੇ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਣ ਵਾਲੇ ਰੇਖਾ ਖੰਡ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਨੂੰ ਸਮਦੁਭਾਜਿਤ ਕਰਦੇ ਹਨ।

ਹੱਲ: ਰਚਨਾ :→ AC, EF, FG, GH ਤੇ EH ਨੂੰ ਮਿਲਾਓ।



$\triangle ABC$ ਵਿੱਚ, ਬਿੰਦੂ E ਤੇ F ਕ੍ਰਮਵਾਰ AB ਅਤੇ BC ਦੇ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹਨ।

$\therefore EF \parallel AC$ ਅਤੇ $EF = \frac{1}{2} AC$

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $\triangle ADC$ ਵਿੱਚ

$HG \parallel AC$ ਅਤੇ $HG = \frac{1}{2} AC$

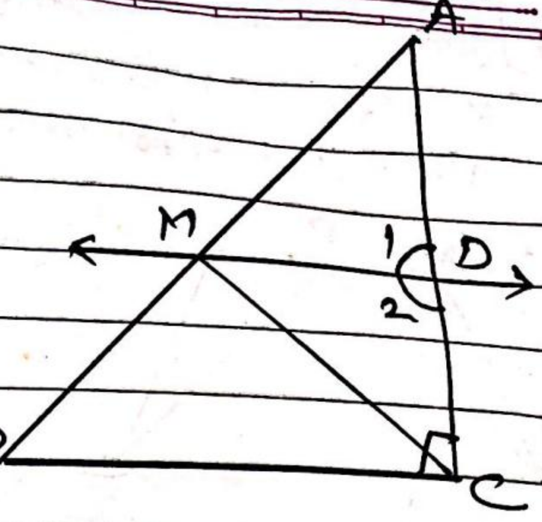
ਅਤੇ $EF \parallel HG$ ਅਤੇ $EF = HG$

$\therefore$ EFGH ਇੱਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ।

ਕਿਉਂਕਿ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਵਿਕਰਣ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਨੂੰ ਸਮਦੁਭਾਜਿਤ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਰੇਖਾ ਖੰਡ EG ਅਤੇ FH ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਨੂੰ ਸਮਦੁਭਾਜਿਤ ਕਰਦੇ ਹਨ।

Scanned with CamScanner

7. ABC ਵਿੱਚ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਜਿਸਦਾ ਕੋਣ C ਸਮਕੋਣ ਹੈ। ਕਰਣ AB ਦੇ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ M ਤੋਂ ਹੋ ਕੇ BC ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਖਿੱਚੀ ਰੇਖਾ AC ਨੂੰ D ਤੇ ਕੱਟਦੀ ਹੈ। ਦਰਸਾਉ ਕਿ



(i) D, ਭੁਜਾ AC ਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹੈ।

(ii) $MD \perp AC$ ਹੈ।

(iii) $CM = MA = \frac{1}{2} AB$ ਹੈ।

ਹੱਲ: ΔABC ਵਿੱਚ M, AB ਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹੈ।

ਅਤੇ $MD \parallel BC$

$\therefore AD = DC$ [ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਪ੍ਰਮੇਯ ਦਾ ਉਲਟ]

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ D, AC ਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹੈ।

(ii) ਰੇਖਾ $l \parallel BC$ ਦਿੱਤਾ ਹੈ)

$\therefore \angle 1 = \angle C$ (ਸੰਗਤ ਕੋਣ)

$\Rightarrow \angle 1 = 90^\circ$ [$\because \angle C = 90^\circ$]

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $MD \perp AC$

(iii) ΔAMD ਅਤੇ ΔCMD ਵਿੱਚ

$AD = DC$

ਅਤੇ $\angle 1 = \angle 2$

$MD = DM$ (ਸਾਂਝੀ ਭੁਜਾ)

$\therefore \Delta AMD \cong \Delta CMD$ (ਭੁ, ਕੋ, ਭੁ)

$\Rightarrow AM = CM$ (CPCT)

$\therefore AM = \frac{1}{2} AB$

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $CM = AM = \frac{1}{2} AB$.

x—o—x

Scanned with CamScanner