গাণিতিক আৰ্হিকৰণ (Mathematical Modelling)

পৰিশিষ্ট 2

A2.1. অৱতাৰণা (Introduction) :

- এজন প্ৰাপ্তবয়স্ক মানুহৰ শৰীৰত প্ৰায় 1,50,000 কি. মি. নাড়ী আৰু শিৰ থাকে যি তেজ বহন কৰে।
- মানুহৰ হৃৎপিণ্ডই প্ৰতি 60 চেকেণ্ডত 5 ৰ পৰা 6 লিটাৰ তেজ শৰীৰত পাম্প কৰিব পাৰে।
- সূৰ্যৰ উপৰিভাগত তাপমান প্ৰায় 6,000° চেণ্টিগ্ৰেড।

তোমালোকে কেতিয়াবা আশ্চৰ্য্য প্ৰকাশ কৰিছানে কেনেকৈ বিজ্ঞানী আৰু গণিতজ্ঞসকলে এই ফলাফলবোৰৰ সম্ভাব্য জোখমাপ উলিয়াব পাৰিছিল? তেওঁলোকে কোনো প্ৰাপ্তবয়স্ক মৃতদেহৰ পৰা নাড়ী আৰু শিৰ টানি উলিয়াই জোখ লৈছিলনে? তেওঁলোকে এই ফলাফলবোৰ পাবলৈ শৰীৰৰ তেজ উলিয়াই আনিছিলনে? তেওঁলোকে সূৰ্যৰ তাপমান নিৰ্ণয় কৰিবলৈ তাপমান যন্ত্ৰলৈ সূৰ্যলৈ গৈছিলনে? নিশ্চিতভাৱে নহয়। তেন্তে কেনেকৈ তেওঁলোকে এই সংখ্যাবোৰ পালে?

ঠিক আছে, তোমালোকৰ লগত নৱম শ্ৰেণীত পৰিচয় কৰোৱা গাণিতিক আৰ্হিতেই এইবোৰৰ উত্তৰ আছে। মনত পেলোৱা যে, এটা গাণিতিক আৰ্হি হৈছে কিছুমান বাস্তৱ জীৱনৰ ঘটনাৰ গাণিতিক বিশ্লেষণ। আৰু মনত পেলোৱা যে, গাণিতিক আৰ্হিকৰণ হ'ল এটা সমস্যাৰ গাণিতিক আৰ্হি সৃষ্টিৰ প্ৰক্ৰিয়া আৰু ইয়াক ব্যৱহাৰ কৰি সমস্যাটোৰ বিশ্লেষণ আৰু সমাধান নিৰ্ণয় কৰা।

সেইকাৰণে, গাণিতিক আৰ্হিকৰণত আমি বাস্তৱ জগতৰ সমস্যা লওঁ, আৰু ইয়াক সমতুল্য গাণিতিক সমস্যালৈ ৰূপান্তৰ কৰো। আমি পাছত ইয়াক সমাধান কৰো আৰু বাস্তৱ জগতৰ সমস্যাৰ পৰিৱেশত সমাধানটোৰ ব্যাখ্যা দিওঁ। আৰু পাছত আমি পোৱা সমাধানটোৰ যথাৰ্থতা চোৱাটো গুৰুত্বপূৰ্ণ যিটো আৰ্হিটোৰ স্থিতি যুক্তিসঙ্গত পৰ্য্যায়। কিছুমান উদাহৰণ, য'ত গাণিতিক আৰ্হিকৰণৰ গুৰুত্ব অতি বেছি, সেয়া হ'ল—

(i) এখন নদীৰ যাব নোৱাৰা অংশৰ গভীৰতা আৰু বেধ নিৰ্ণয়।

(ii) পৃথিৱী বা অন্য গ্ৰহৰ ভৰ নিৰ্ণয়।

(iii) পৃথিৱী আৰু অন্য গ্ৰহৰ মাজৰ দূৰত্ব নিৰ্ণয়।
(iv) এখন বাষ্ট্ৰত মৌচুমী অহাৰ আগজাননী দিয়া।
(v) ষ্টক মাৰ্কেটৰ ধাৰা কি তাৰ অনুমান কৰা।
(vi) এজন ব্যক্তিৰ শৰীৰত থকা তেজৰ আয়তন নিৰ্ণয়।
(vii) 10 বছৰৰ পাছত এখন চহৰৰ জনসংখ্যা ভৱিষ্যৎবাণী কৰা।
(viii) এজোপা গছত থকা পাতৰ সংখ্যা অনুমান কৰা।
(ix) এখন চহৰৰ বায়ুমণ্ডলত থকা বিভিন্ন প্ৰদূষিত উপাদানৰ ppm নিৰ্ণয় কৰা।
(x) বায়ুমণ্ডলৰ প্ৰদূষণৰ প্ৰভাৱ নিৰ্ণয় কৰা।
(xi) সূৰ্যৰ উপৰিভাগৰ তাপমান নিৰ্ণয় কৰা।

এই অধ্যয়নত আমি গাণিতিক আৰ্হিকৰণ পদ্ধতি পুনৰ আলোচনা কৰিম আৰু ইয়াক ব্যাখ্যা কৰিবলৈ আমাৰ চাৰিওকাষৰ পৃথিৱীখনৰপৰা উদাহৰণ ল'ম।

অনুচ্ছেদ A2.2 ত আমি তোমালোকক এটা আৰ্হি প্ৰস্তুতকৰণৰ সকলো ঢাপৰ মাজেদি লৈ যাম। অনুচ্ছেদ A2.3 ত আমি বিভিন্ন উদাহৰণ আলোচনা কৰিম। অনুচ্ছেদ A2.4ত গাণিতিক আৰ্হিকৰণৰ গুৰুত্ব বিচাৰ কৰিম।

এটা কথা মনত ৰাখিবা যে, ইয়াত আমাৰ লক্ষ্য হ'ল তোমালোকক এটা গুৰুত্বপূৰ্ণ দিশৰ সম্ভেদ দিয়া য'ত গণিতে বাস্তৱ জগতৰ সমস্যা সমাধানত সহায় কৰে। যি কি নহওঁক, প্ৰকৃতাৰ্থত গাণিতিক আৰ্হিকৰণৰ প্ৰভাৱ প্ৰশংসা কৰিবলৈ তোমালোকে আৰু কিছু বেছি গণিত জনাটো দৰকাৰ হ'ব। উচ্চ শ্ৰেণীত কিছুমান উদাহৰণত এই স্বাদ তোমালোকে পাবা।

A2.2. গাণিতিক আৰ্হিকৰণৰ ঢাপ (Stages in Mathematical Modelling) :

নৱম শ্ৰেণীত, আৰ্হিকৰণত ব্যৱহাৰ হোৱা কিছুমান উদাহৰণ আমি বিবেচনা কৰিছিলো। সেই বোৰে তোমালোকক ইয়াত জড়িত পদ্ধতি আৰু ঢাপ সম্পৰ্কে অন্তঃদৃষ্টি প্ৰদান কৰিছিলনে? গাণিতিক আৰ্হিকৰণৰ বিশেষ ঢাপবোৰ ততাতয়াকৈ পুনৰ বিচাৰ কৰোঁহক—

ঢাপ 1 : (সমস্যাৰ বোধগম্যতা) **:** বাস্তৱ সমস্যাটোৰ সংজ্ঞা দিয়া, আৰু যদি দলগত কাৰ্য্য হয়, কাৰণসমূহ ব্যাখ্যা কৰা যিটো তোমালোকে বুজিব বিচাৰিছা। কিছুমান ধাৰণা লৈ সৰলীকৰণ কৰা আৰু কিছুমান উপাদান উপেক্ষা কৰা যাতে সমস্যাটো নিয়ন্ত্ৰণ কৰিব পাৰি।

উদাহৰণস্বৰূপে, ধৰো আমাৰ সমস্যাটো হ'ল, এটা হ্ৰদত থকা মাছৰ পৰিমাণ (সংখ্যা) নিৰ্ণয় কৰা। এইটো সম্ভৱ নহয় যে, ইয়াৰ প্ৰতিটো মাছ ধৰি তাক হিচাপ কৰা। সম্ভৱত, আমি এটা নমুনা লব পাৰো আৰু ইয়াৰ যোগেদি হ্ৰদটোৰ মুঠ মাছৰ সংখ্যা অনুমান কৰিব পাৰো।

ঢাপ 2 : (গাণিতিক ব্যাখ্যা আৰু সূত্ৰ গঠন) **:** সমস্যাটোৰ বিভিন্ন দিশ গাণিতিক ৰূপত ব্যাখ্যা কৰা। বৈশিষ্ট্যসমূহক গাণিতিক ব্যাখ্যা দিয়াৰ কিছুমান নিয়ম হ'ল—

- চলকৰ সংজ্ঞা দিয়া।
- সমীকৰণ বা অসমতা লিখা।
- তথ্যসংগ্ৰহ আৰু তালিকাকৰণ।
- লেখ অংকন।
- সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা।

উদাহৰণস্বৰূপে, ঢাপ-1ত কোৱাৰ দৰে, এটা নমুনা লোৱা হ'ল, কেনেকৈ আমি গোটেইবোৰ অনুমান কৰিম? আমি তেতিয়া মাছৰ নমুনা চিহ্নিত কৰিব লাগিব, সিহঁতক হ্ৰদৰ বাকীবোৰৰ লগত মিলিবলৈ দিব লাগিব। আকৌ হ্ৰদটোৰ পৰা নমুনা লব লাগে। আৰু নতুন নমুনা আগৰ চিহ্নিত মাছ কিমান আছে চাব লাগিব। তেতিয়া অনুপাত আৰু সমানুপাত ব্যৱহাৰ কৰি আমি মুঠ মাছৰ সংখ্যাৰ এটা অনুমান কৰিব পাৰো। উদাহৰণস্বৰূপে, হ্ৰদৰ 20 টা মাছৰ নমুনা লোৱা হ'ল আৰু সিহঁতক চিহ্নিত কৰা হ'ল আৰু পুনৰ হ্ৰদত এৰি দি বাকী মাছৰ লগত মিলিবলৈ দিয়া হ'ল। আমি পাচত অন্য নমুনা (ধৰো 50) মিশ্ৰিত মাছৰ পৰা লওঁ আৰু চাওঁ কিমান চিহ্নিত মাছ আছে, গতিকে আমি আমাৰ তথ্য পালো আৰু ইয়াকে ব্যাখ্যা কৰিম।

আমাৰ ধাৰণা যে, আমি চিহ্নিত কৰা মাছবিলাক বাকীবিলাকৰ লগত সমভাৱে মিলি গৈছে আৰু আমাৰ নমুনাটো মুঠ মাছৰ এটা উপযুক্ত প্ৰতিনিধি।

ঢাপ 3 : (গাণিতিক সমস্যাৰ সমাধান) **:** ঢাপ-2 ত গঠন কৰা সৰল গাণিতিক সমস্যাটোত সমাধান বিভিন্ন গাণিতিক কৌশল প্ৰয়োগ কৰি কৰা হয়।

উদাহৰণস্বৰূপে, ধৰো উদাহৰণটোৰ ঢাপ-2 ত দ্বিতীয় নমুনাত 5 টা চিহ্নিত মাছ আছিল। গতিকে, $\frac{5}{50}$ অৰ্থাৎ, $\frac{1}{10}$ অংশ মাছ চিহ্নিত কৰা হৈছিল। যদি এইটো, মুঠ মাছৰ আদৰ্শগত সংখ্যা হয় তেন্তে, $\frac{1}{10}$ অংশ মাছ = 20.

গতিকে, মুঠ মাছ = 20 × 10 = 200.

ঢাপ 4 : (সমাধানৰ ব্যাখ্যা) **:** আগৰ ঢাপত পোৱা সমাধানটো চালে পাওঁ— ঢাপ-1ত আৰম্ভ কৰা বাস্তৱ জীৱনৰ সমস্যাৰ এটা ৰূপ।

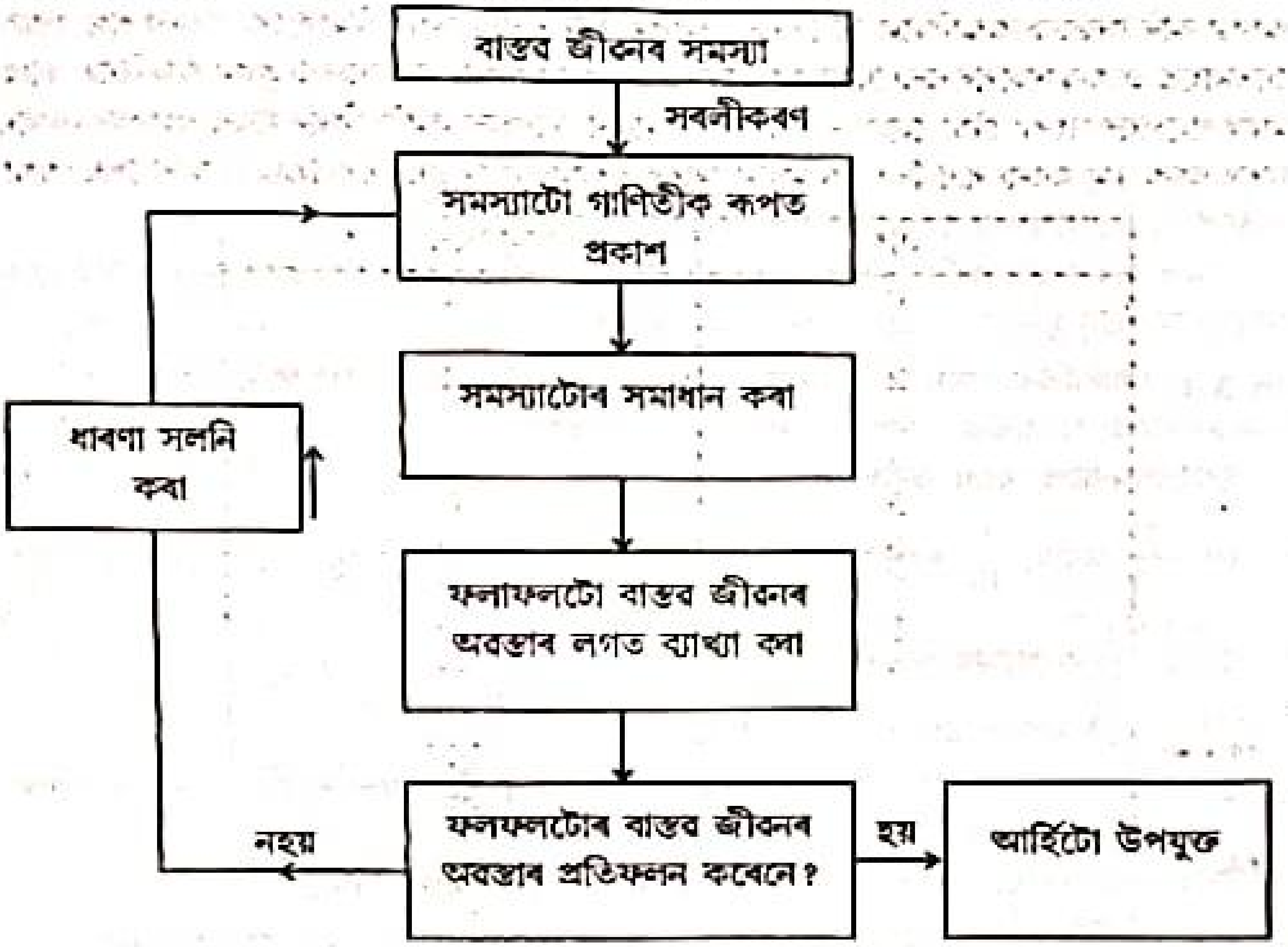
উদাহৰণস্বৰূপে, ঢাপ-3 ত পোৱা সমাধানে মাছৰ সংখ্যা দিয়ে, 200.

ঢাপ 5 : (আৰ্হিৰ বৈধতা স্থিতি) **:** আমি মূল অৱস্থালৈ উভতি যাওঁ আৰু চাওঁ ফলাফলটোৱে যুক্তিগতভাৱে ক্ৰিয়া কৰে নে নকৰে? যদি কৰে, আমি নতুন তথ্য বা ধাৰণা পৰ্যাপ্ত নোহোৱালৈকে, তাক ব্যৱহাৰ কৰি যাম।

কেতিয়াবা আমি সৰল ধাৰণা লোৱা হেতু, আমি যেতিয়া গাণিতিক ৰূপ দিওঁ, বাস্তৱ সমস্যাটোৰ

আৱশ্যকীয় দিশ হেৰুৱাবলগীয়া হয়। এই ক্ষেত্ৰত, সমাধান প্ৰায়ে অপ্ৰাসংগিক হৈ পৰে, আৰু বাস্তৱ সমস্যাৰ প্ৰতিফলন নকৰে। যদি এইটো ঘটে, আমি ঢাপ-1 ত লোৱা ধাৰণা পুনৰ বিবেচনা কৰোঁহক আৰু সম্ভৱতঃ আগতে গ্ৰহণ নকৰা কিছু উপাদান সংযোগ কৰি সেইবোৰ বেছি বাস্তৱমুখী কৰি পুনৰীক্ষণ কৰা হয়।

উদাহৰণস্বৰূপে, ঢাপ- 3 ত আমি মুঠ মাছৰ সংখ্যা অনুমান কৰিছিলো। এইটো পুখুৰীটোৰ মুঠ মাছৰ প্ৰকৃত সংখ্যা নহবও পাৰে। তাৰ পাছত আমি ঢাপ-2 আৰু ঢাপ-3 কিছুসময়ৰ বাবে পুনৰাবৃত্তি কৰি আৰু তাৰ গড় নিৰ্ণয় কৰি চাওঁ যে এই ফলাফলটো ভাল অনুমান হয়নে নহয়। এইটোৱে মাছৰ মুঠ সংখ্যাৰ নিচেই ওচৰৰ অনুমান দিয়ে।



চিত্ৰ A2.1

গাণিতিক আৰ্হিকৰণৰ পদ্ধতি দৃষ্টিগোচৰ কৰিবলৈ অন্য এটা পথ চিত্ৰ A2.1ত দেখুওৱা হ'ল। আৰ্হি প্ৰস্তুতকৰ্তাই সৰলীকৰণ (সমাধানৰ সহজ লভ্যতাৰ বাবে) আৰু শুদ্ধতাৰ মাজত ভাৰসাম্যতা

বজাই ৰাখিবলৈ দৃষ্টি ৰাখে। তেওঁলোকে আশা কৰে যে, আনুমানিক বাস্তৱতাই কিছু প্ৰগতি কৰিবলৈ প্ৰায় পৰ্যাপ্ত হ'ব। শ্ৰেষ্ঠ ফলাফলে কি ঘটিব বা ঘটাৰ সম্ভাৱনা আছে তাক শুদ্ধভাৱে যুক্তিগত ভৱিষ্যৎবাণী কৰিব পাৰে। মনত ৰাখিবা সমস্যাটো সৰলীকৰণৰ বাবে লোৱা ভিন্ন ধাৰণাই ভিন্ন আৰ্হিৰ দিশে লৈ যাব পাৰে। গতিকে, কোনো আৰ্হি একেবাৰে শুদ্ধ নহয়। তাত ভাল আছে আৰু তাতকৈও ভাল এটা আছে।

অনুশীলনী : A2.1

1. তলৰ অৱস্থাটো বিবেচনা কৰা :

13 শতিকাৰ আগভাগত লিওনাৰ্ডো ফিবোনাচ্চিয়ে, এটা সমস্যাত সুধিছিল— তুমি দুটা শহাপহৰে আৰম্ভ কৰি সিহঁতক জন্মদিবলৈ দি কিমান শহাপহু পাবা? ধৰি লোৱা হৈছে যে, এযোৰ শহা পহুৱে প্ৰতিমাহত এযোৰ শহাপহু জন্ম দিয়ে আৰু প্ৰতিযোৰ শহাপহুৱে 2 মাহ বয়সত প্ৰথম জন্ম দিয়ে। মাহে মাহে শহাপহুৰ সংখ্যা দিয়া হৈছে— আগৰ দুটা মাহৰ শহাপহুৰ সমষ্টি পিছৰ মাহৰ শহাপহুৰ সংখ্যা, 0তম আৰু 1ম মাহক বাদ দি। 16 মাহৰ অন্তত তোমালোকে প্ৰায় মুঠ 1600 যে শহাপহু পাবা!

মাহ	শহাপহুৰ যোৰ
0	1
1	1
2	2
3	3
4	5
5	8
6	13
7	21
8	34
9	55
10	89
11	144
12	233
13	377
14	610
15	987
16	1597

পৰিষ্কাৰভাৱে, সমস্যাটো কোৱা আৰু এই অৱস্থাৰ বিভিন্ন ঢাপ উল্লেখ কৰি গাণিতিক আৰ্হি প্ৰস্তুত কৰা।

A2.3. কিছু ব্যাখ্যাকাৰী উদাহৰণ (Some Illustrations) :

এতিয়া আমি গাণিতিক আৰ্হিকৰণৰ কিছুমান উদাহৰণ লওঁ—

উদাহৰণ 1 : (এযোৰ লুডুগুটি ঘূৰোৱা) : ধৰাহ'ল, তোমালোকৰ শিক্ষকে তোমালোকক তলৰ অনুমান কৰিবলগীয়া খেলখনলৈ আহ্বান কৰিছে? তেওঁ এযোৰ লুডুগুটি ওপৰলৈ মাৰি পঠিয়াব আৰু পৰাৰ আগতে তোমালোকে লুডুগুটি দুটাৰ ওপৰলৈ ওলোৱা সংখ্যাৰ সমষ্টি ক'ব লাগে। প্ৰতিটো শুদ্ধ উত্তৰৰ বাবে তোমালোকে দুটা নম্বৰ পাবা আৰু অশুদ্ধ অনুমানৰ বাবে দুটা নম্বৰ হেৰুৱাবা। কোনটো সংখ্যা আটাইতকৈ ভাল অনুমান হ'ব?

সমাধান :

ঢাপ 1 : (সমস্যাটোৰ উপলব্ধি) : তোমালোকে জনাটো দৰকাৰ যে কোনটো কোনটো সংখ্যা ওপৰলৈ ওলোৱাৰ সম্ভাৱনা বেছি।

ঢাপ 2 : (গাণিতিক ৰূপ) : গাণিতিক কথাত সমস্যাটোৰ ৰূপান্তৰ হ'ল লুডুগুটি দুটাত ওপৰলৈ ওলোৱা সংখ্যাৰ সমষ্টিৰ বিভিন্ন সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা।

আমি অৱস্থাটোৰ আৰ্হি সহজভাৱে এযোৰ লুডু গুটি এবাৰ মাৰি পঠিয়ালে খেলিমেলিকৈ তলৰ ছয়ত্ৰিশটাযোৰৰ যিকোনো এটাৰ বাছনিৰে প্ৰকাশ কৰিব পাৰো :

(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

প্ৰতিযোৰৰ প্ৰথম সংখ্যাই প্ৰথম লুডুগুটিত ওলোৱা সংখ্যা আৰু দ্বিতীয় সংখ্যাই দ্বিতীয় লুডুগুটিত ওলোৱা সংখ্যাক সূচিত কৰে।

ঢাপ - 3 : (গাণিতিক সমস্যাৰ সমাধান) : ওপৰৰ প্ৰতি যোৰৰ সংখ্যাবোৰ যোগ কৰিলে আমি তলৰ সম্ভাব্য সমষ্টিবোৰ পাওঁ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 আৰু 12। আমি প্ৰত্যেকৰে সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰিব লাগে, সকলো 36 যোৰ সমভাৱাপন্ন বুলি ধৰি লওঁ।

আমি এইটো তলৰ তালিকাত কৰিছোঁ—

সমষ্টি	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
সম্ভাৱিতা	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

লক্ষ্য কৰা যে, সম্ভাব্য সমষ্টি সমূহৰ ভিতৰত 7 পোৱাৰ সম্ভাৱিতা $\frac{1}{6}$ হ'ল আটাইতকৈ বেছি।

ঢাপ 4 : (সমাধানৰ ব্যাখ্যা) : যিহেতু সমষ্টি 7 ওলোৱাৰ সম্ভাৱিতা আটাইতকৈ বেছি সেয়ে তোমালোকে বাৰে বাৰে সাত সংখ্যাটো আশা কৰিব পাৰা।

ঢাপ 5 : (আৰ্হিৰ বৈধতা গ্ৰহণযোগ্যতা) : এযোৰ লুডুগুটি বহু সংখ্যক বাৰ মাৰি পঠিয়াই এখন আপেক্ষিক বাৰংবাৰতা তালিকা প্ৰস্তুত কৰি লোৱা। আপেক্ষিক বাৰংবাৰতা অনুৰূপ সম্ভাৱিতাৰ লগত তুলনা কৰা। যদি এইবোৰ ওচৰা-উচৰি নহয় তেন্তে লুডুগুটিটো পক্ষপাতদুষ্ট হব পাৰে। তেতিয়া, আমি তথ্য সংগ্ৰহ কৰি সংখ্যাটো নিৰ্ণয় কৰিব লাগিব যিটোৰ প্ৰতি পক্ষপাতিত্ব আছে।

পৰবৰ্তী উদাহৰণলৈ যোৱাৰ আগতে তোমালোকে কিছু আঁৰৰ কথা জানি লব পাৰা—

টকা লোহোৱাকৈ তোমালোকে বিচাৰিছা কেতিয়া ইয়াৰ প্ৰয়োজন, এইটো বহুতো ব্যক্তিৰ সাধাৰণ অভিজ্ঞতা। দৈনন্দিন জীৱনৰ প্ৰয়োজনীয় সামগ্ৰী কিনিবলৈ বা আৰামদায়ক বস্তুৰ বাবে পৰ্যাপ্ত টকা হয়নে নহয়? আমাক সদায় টকা লাগে। গ্ৰাহকক সীমিত পুঁজিৰে গাড়ী, স্কুটাৰ, ৰেফ্ৰিজিৰেটৰ টেলিভিচন ইত্যাদি বস্তু কিনিব পৰাকৈ একোটা আঁচনি ব্যৱসায়ীসকলে প্ৰস্তুত কৰে যাক কিস্তিগত আঁচনি বুলি জনা যায়।

ব্যৱসায়ী উদ্দেশ্যলৈ কেতিয়াবা ব্যৱসায়ীসকলে উদ্ভাৱন কৰা একোখন আঁচনিৰ দ্বাৰা এনেবোৰ বস্তু গ্ৰাহকসকলে কিনাৰ ব্যৱস্থা কৰে। কিস্তিগত আঁচনিৰ অধীনত গ্ৰাহকজনে একেসময়ত সমুদায় ধন আদায় দিব নালাগে। তেওঁক এটা অংশ কিনোতে দিবলৈ দি বাকীখিনি কিস্তিভাৱে দিবলৈ অনুমতি প্ৰদান কৰা হয় যিটো মাহেকীয়া, তিনিমহীয়া, ছমহীয়া বা আনকি বছৰেকীয়াও হব পাৰে। তাৰোপৰি, গ্ৰাহকজনে আঁচনিৰ কিস্তিতকৈ বেছিও দিব লগীয়া হয় কাৰণ বিক্ৰেতাই কিছু সুত ধন আদায় দিয়া তাৰিখ পলম হ'লে (পলম হোৱা দেয়ধন বুলি কয়) আৰোপ কৰে। কিস্তি আঁচনি ভালদৰে বুজিবলৈ কিছু উদাহৰণ লোৱাৰ আগতে আমি এই ক্ষেত্ৰত সঘনাই ব্যৱহৃত শব্দৰ ধাৰণা বুজি লওঁ।

নগদ ধন (Cash price) হ'ল এজন গ্ৰাহকে এটা বস্তু কিনোতে আদায় দিবলগীয়া সম্পূৰ্ণ ধনৰাশি। নগদ আমনত ধন (cash down payment) হ'ল গ্ৰাহকজনে বস্তুটো কিনাৰ সময়ত তাৰ মূল্যৰ কিছু অংশ দিবলগীয়া ধনৰ পৰিমাণ।

মন্তব্য : যদি কিস্তি আঁচনিখন এনেকুৱা যে বাকী থকা ধনৰাশি সম্পূৰ্ণৰূপে বস্তুটো কিনাৰ এবছৰৰ ভিতৰত আদায় দিব লাগে তেন্তে পলম হোৱা ধনৰ ওপৰত সৰল সুত আৰোপ কৰে।

> অতীতত ধাৰে লোৱা ধনৰ ওপৰত সুত আৰোপ কৰাটো একৰকম অপৰাধ আছিল আৰু বিশেষতঃ বাধা আছিল। সুত আদায়ৰ বিপৰীতে এটা মুদ্ৰাত ধাৰে লোৱা ধন, অন্য মুদ্ৰাত আদায় দিব লাগে, মুদ্ৰা পৰিবৰ্তনৰ হাৰ সুত গোপনে ৰখা হৈছিল।

এতিয়া আমি এটা ইয়াৰ লগত সংগত থকা গাণিতিক আৰ্হিকৰণ সমস্যা লওঁহক।

উদাহৰণ 2 : যোশীয়ে এখন বাইচাইকেল কিনিবলৈ বিচাৰে। তেওঁ বজাৰলৈ গ'ল আৰু তেওঁ ভাল লগা চাইকেলখন 1800 টকাত বিচাৰি পালে। যোশীৰ হাতত 600 টকা আছে। সেইবাবে তেওঁ দোকানীজনক কলে যে, তেওঁ কিনিবলৈ অপাৰগ। দোকানীজনে কিছুমুহূৰ্তৰ হিচাপৰ অন্তত তলৰ সুবিধাটো দিলে। তেওঁ যোশীক কলে যে, তেওঁ 600 টকা আমানত ধন দি চাইকেলখন লৈ যাব পাৰিব আৰু বাকীধন দুটা কিস্তিত 610 টকাকৈ আদায় দিব পাৰিব। যোশীৰ দুটা ব্যৱস্থা আছে— এফালে কিস্তি আঁচনি গ্ৰহণ কৰিব পাৰে বা বেংকৰ পৰা বছৰি 10% সৰল হাৰসুতে ধাৰ লৈ নগদ ধন দি চাইকেলখন নিব পাৰে। কোনটো ব্যৱস্থা তেওঁৰ বাবে বেছি লাভজনক?

সমাধান :

চাপ 1 : (সমস্যাটো হৃদয়ঙ্গম কৰা) **:** যোশীয়ে নিৰ্ণয় কৰিবলগীয়া কথাটো হ'ল তেওঁ দোকানীজনে দিয়া সুবিধাটো গ্ৰহণ কৰাটো উচিত হয় নে নহয়। এইকাৰণে, তেওঁ দুয়োটা সুতৰ হাৰ— এটা কিস্তিত আঁচনিমতে আৰোপিত আৰু আনটো বেংকৰ দ্বাৰা আৰোপিত (অৰ্থাৎ 10%)।

চাপ 2 : (গাণিতিক ৰূপ) **:** আঁচনিখন গ্ৰহণ কৰা বা অগ্ৰাহ্য কৰিবলৈ তেওঁ, বেংকৰ দ্বাৰা আৰু দোকানীজনে আৰোপ কৰা সুতৰ হাৰৰ তুলনা কৰাটো দৰকাৰ। লক্ষ্যকৰা যে, সম্পূৰ্ণ ধন এবছৰৰ ভিতৰত আদায় দিব লাগে, সুতৰ হাৰ সৰল হ'ব।

আমি জানো যে, চাইকেলখনৰ নগদ ধন = 1800 টকা

আৰু আমানত ধন - কিস্তি আঁচনিত = 600 টকা

গতিকে, কিস্তি আঁচনিত বাকী হিচাপে থকা ধনৰ পৰিমাণ = (1800 – 600) টকা = 1200 টকা

ধৰো, দোকানীজনে আৰোপ কৰা সুতৰ হাৰ r %

প্ৰতিটো কিস্তিৰ মূল্য = 610 টকা

কিস্তিত দিয়া ধন = 610 + 610 = 1220 টকা

কিস্তি আঁচনিত দিয়া সুত = 1220 – 1200 = 20 টকা ..... (1)

যিহেতু যোশীয়ে এমাহৰ বাবে 1200 টকা ৰাখিব, সেইবাবে

প্ৰথম মাহৰ মূলধন = 1200 টকা

দ্বিতীয় মাহৰ মূলধন = (1200 – 610) টকা = 590 টকা.

দ্বিতীয় কিস্তিৰ মূলধন 590 টকা + আৰোপিত সুত (20 টকা) = মাহেকীয়া কিস্তি (610 টকা) = দ্বিতীয় কিস্তি।

গতিকে, এমাহৰ মুঠ মূলধন = 1200 + 590 টকা = 1790 টকা

এতিয়া সুত $= \dfrac{1790 \times r \times 1}{100 \times 12}$ টকা ..... (2)

ঢাপ 3 : (সমস্যা সমাধান) **:** (1) আৰু (2) ৰ পৰা $\frac{1790 \times r \times 1}{100 \times 12} = 20$

$$\text{বা } r = \frac{20 \times 1200}{1790} = 13.14 \quad \text{(আসন্ন)}$$

ঢাপ 4 : (সমাধানৰ ব্যাখ্যা) **:** কিস্তি আঁচনিত আৰোপিত সুতৰ হাৰ = 13.14 %.

বেংকৰ দ্বাৰা আৰোপিত সুতৰ হাৰ = 10%

সেইবাবে, তেওঁ বেংকৰ পৰা ধাৰ লৈ চাইকেলখন কিনাটো উচিত যিটো তেওঁৰ বাবে বেছি লাভদায়ক।

ঢাপ 5 : (আৰ্হিৰ যথাৰ্থতা) **:** এইক্ষেত্ৰত এই ঢাপটোৰ বিশেষ গুৰুত্ব নাই কাৰণ সংখ্যাটো নিৰ্দ্ধাৰিত। যি কি নহওক, ঋণ লোৱাৰ বাবে কৰিব লগীয়া আনুষ্ঠানিকতা যেনে দলিলৰ খৰচ ইত্যাদি, যিটোৱে কিস্তি আঁচনিৰ হাৰতকৈ বেছি সুতৰ হাৰ কৰিব পাৰে তেতিয়া তেওঁৰ সিদ্ধান্ত সলনি কৰিব পাৰে।

মন্তব্য : সুতৰ হাৰৰ আৰ্হিকৰণ বৰ্তমানেও ইয়াৰ প্ৰাথমিক পৰ্যায়ত আছে আৰু যথাৰ্থতা (গ্ৰহণযোগ্যতা) এতিয়াও অৰ্থনীতিৰ বজাৰত এটা সমস্যা হৈয়ে আছে। মুঠতে, বিভিন্ন সুতৰ হাৰ আৰোপ কৰি কিস্তি, গ্ৰহণযোগ্যতা ব্যৱস্থা কৰাটো এটা গুৰুত্বপূৰ্ণ সমস্যা।

অনুশীলনী : A2.2

তলৰ প্ৰতিটো সমস্যাৰ ক্ষেত্ৰত, সমস্যা সমাধানৰ বাবে গাণিতিক আৰ্হিকৰণৰ বিভিন্ন ঢাপবোৰ দেখুওৱা :

1. এজন পক্ষীবিদে এখন বিশাল ক্ষেত্ৰৰ ভাটৌৰ সংখ্যা হিচাপ কৰিব বিচাৰিলে। তেওঁ এখন জাল ব্যৱহাৰ কৰি কিছুমান চৰাই ধৰিবলৈ মনস্থ কৰিলে আৰু 32 টা ভাটৌ ধৰিলে, যিবোৰক তেওঁ আঙুঠি পিন্ধালে আৰু এৰি দিলে। পিছৰ সপ্তাহত তেওঁ 40 টা ভাটৌ জালত পেলালে, তাৰে 8 টা আঙুঠি আছিল।
   (i) তেওঁ দ্বিতীয়বাৰ ধৰা চৰাইৰ কিমান অংশৰ আঙুঠি আছিল?
   (ii) ক্ষেত্ৰখনত মুঠ কিমান ভাটৌ আছিল তাৰ এটা হিচাপ দিয়া।

2. ধৰা সংলগ্ন ছবিটোৱে এখন হাবিৰ আকাশমাৰ্গৰ পৰা লোৱা ফটোগ্ৰাফ নিৰ্দেশ কৰিছে য'ত প্ৰতিটো ডটে এডাল গছ বুজাইছে। পৰিৱেশ পিয়লৰ অংশ হিচাপে এই ঠাইত থকা গছৰ সংখ্যা নিৰূপণ কৰাটো তোমাৰ উদ্দেশ্য।

3. এটা টেলিভিচন নগদ 24000 টকাত বা আমনত ধন 8000 টকা দি বাকীখিনি ছয়টা মাহেকীয়া কিস্তি 2800 টকাকৈ দি কিনিব পাৰি। আলী বজাৰলৈ টেলিভিচন কিনিবলৈ গ'ল আৰু তেওঁৰ হাতত 8000 টকা আছে। তেওঁৰ দুটা সুবিধা আছে। এফালে তেওঁ কিস্তিত কিনিব পাৰে অথবা তেওঁ কোনো টকা ধাৰে নিয়া সমিতিৰ পৰা ঋণ লৈ কিনিব পাৰে। সমিতিখনে বছৰি সৰল সুতৰ হাৰ 18% আৰোপ কৰিছে। আলীৰ বাবে কোনটো সুবিধা ভাল?

A2.4. কিয় গাণিতিক আৰ্হিকৰণ গুৰুত্বপূৰ্ণ? (Why is Mathematical Modelling Important?) :

আমি উদাহৰণবোৰত দেখাৰ দৰে গাণিতিক আৰ্হিকৰণ হ'ল উমৈহতীয়া বিষয়। গণিতজ্ঞ আৰু আন ক্ষেত্ৰৰ পাৰদৰ্শী ব্যক্তিসকলে তেওঁলোকৰ জ্ঞানৰ আদান প্ৰদান কৰে আৰু বৰ্তমান থকা বস্তুবোৰৰ উন্নতি লাৰু ভাল সৃষ্টি বা নিৰ্দিষ্ট বস্তুৰ বৈশিষ্ট্যৰ আগজাননী দিয়াত শ্ৰেষ্ঠতা উজাৰি দিয়ে।

- **বোধগম্যতা বৃদ্ধিৰ বাবে :** যদি আমি বাস্তৱ পৃথিবীখনৰ সূত ব্যৱস্থাৰ আৱশ্যকীয় চৰিত্ৰ প্ৰতিফলিত কৰিব পৰা এটা গাণিতিক আৰ্হি পাওঁ, আৰ্হিটো বিশ্লেষণ কৰি ব্যৱস্থাটো ভালদৰে বুজিব পাৰো। ইয়াৰ উপৰিও, আৰ্হি প্ৰস্তুত কৰণৰ পদ্ধতিত আমি পাওঁ যে ব্যৱস্থাটোৰ কোনটো উপাদান আটাইতকৈ বেছি গুৰুত্বপূৰ্ণ আৰু কেনেকৈ অন্যান্য দিশসমূহৰ সম্বন্ধ নিৰ্ণয় কৰিব পাৰি।
- **ভৱিষ্যৎবাণী বা আগজাননী বা বাজীধৰা :** প্ৰায়ে আমি জানিব বিচাৰো যে এটা বাস্তৱ পৃথিবীৰ অৱস্থা ভৱিষ্যতে কি হ'ব, কিন্তু ব্যৱস্থাটোৰ লগত প্ৰত্যক্ষভাৱে পৰীক্ষা কৰিবলৈ এইটো খৰচী, অব্যৱহাৰিক, অসম্ভৱ। উদাহৰণস্বৰূপে, বতৰৰ আগজাননী, মানুহৰ ওপৰত দৰবৰ ফলাফল অধ্যয়ন, এটা নিউক্লীয়েৰ বিয়েক্টৰৰ সৰ্বোত্তম চানেকি নিৰ্ণয় আৰু বহুতো।

বহুতো সংগঠনৰ (সংস্থাৰ) বাবে আগজাননী এটা গুৰুত্বপূৰ্ণ বিষয়, কিয়নো সিদ্ধান্ত লোৱা পদ্ধতিত ভৱিষ্যতৰ ঘটনাবোৰৰ আগজাননী প্ৰাধান্য দিব লাগিব। উদাহৰণস্বৰূপে, বজাৰ বিভাগত প্ৰয়োজনীয়তাৰ গ্ৰহণযোগ্য আগজাননীয়ে বিক্ৰীনীতিৰ আঁচনি ৰূপায়ণত সহায় কৰে।

এখন শিক্ষা ব'ৰ্ডে বিভিন্ন জিলাত স্কুললৈ যোৱা ল'ৰা-ছোৱালীৰ বৰ্দ্ধিত সংখ্যাৰ আগজাননী দিবলৈ সক্ষম হোৱা দৰকাৰ যাতে ক'ত আৰু কেতিয়া নতুন বিদ্যালয় স্থাপনৰ সিদ্ধান্ত ল'ব পাৰে।

প্ৰায়ে, আগজাননী দিওঁতাসকলে ভৱিষ্যতৰ আগজাননী দিবলৈ পুৰণা (অতীতৰ) তথ্য ব্যৱহাৰ কৰে। তেওঁলোকে তথ্যসমূহ এটা ক্ৰমত বিশ্লেষণ কৰি এটা চানেকি তৈয়াৰ কৰে যিটোৰে ইয়াক ব্যাখ্যা কৰিব পাৰে। তাৰ পাছত এই তথ্য আৰু চানেকিৰ পৰিসৰ বৃদ্ধি কৰে আৰু ভৱিষ্যতৰ আগজাননী প্ৰস্তুত কৰে। এই প্ৰাথমিক নীতি সৰহ সংখ্যক আগজাননী ব্যৱস্থাতে প্ৰয়োগ কৰে আৰু ধাৰণা কৰি লয় যে নিৰ্ণয় কৰা চানেকিটো ভৱিষ্যতলৈও চলি থাকিব।

- **অনুমান নিৰূপণ কৰিবলৈ :** প্ৰায়ে আমি বৃহৎ সংখ্যাৰ অনুমান কৰিব লাগে। তোমালোকে হাবিৰ গছৰ সংখ্যা, হ্ৰদৰ মাছৰ সংখ্যা, ইত্যাদি উদাহৰণবোৰ দেখিলা। আন এটা উদাহৰণ হ'ল— নিৰ্বাচনৰ আগত প্ৰতিযোগী দলসমূহে তেওঁলোকৰ দলে নিৰ্বাচনত জয়লাভ কৰাৰ সম্ভাৱিতাৰ ভৱিষ্যতবাণী কৰিবলৈ বিচাৰে। বিশেষত : তেওঁলোকে তেওঁলোকৰ সমৰ্থিৰ কিমান ভোটাৰে তেওঁলোকৰ দলক ভোট দিব তাক জানিবলৈ বিচাৰে। তেওঁলোকৰ ভৱিষ্যৎবাণীৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰি তেওঁলোকে নিৰ্বাচনী প্ৰচাৰ নীতিৰ সিদ্ধান্ত লব পাৰে। নিৰ্বাচনী সমীক্ষাক বিস্তৃতভাৱে ব্যৱহাৰ কৰি এটা দলে নিৰ্বাচনত কিমান আসন লাভ কৰিব তাক ভৱিষ্যৎবাণী কৰে।

অনুশীলনী : A2.3

1. যোৱা পাঁচ বছৰৰ তথ্য লৈ তোমালোকৰ বিদ্যালয়ৰ ছাত্ৰই গণিতত দশম শ্ৰেণীৰ বৰ্ডৰ বছেৰেকীয়া পৰীক্ষাত লাভ কৰা গড় শতাংশ উলিয়াবলৈ যত্ন কৰা আৰু ভৱিষ্যৎবাণী কৰা।

A2.5. সাৰাংশ (Summary) :

এই পৰিশেষ অধ্যায়ত তোমালোকে তলৰ কথাখিনি অধ্যয়ন কৰিলা :

1. এটা গাণিতিক আৰ্হি হ'ল এটা বাস্তৱ জীৱনৰ অৱস্থাৰ এক গাণিতীক ব্যাখ্যা। গাণিতিক আৰ্হিকৰণ হ'ল, এটা গাণিতিক আৰ্হিৰ সৃষ্টি। ইয়াৰ সমাধান আৰু বাস্তৱ জীৱনৰ সমস্যা উপলব্ধিত ইয়াক ব্যৱহাৰ কৰা প্ৰক্ৰিয়া।
2. আৰ্হিকৰণৰ লগত জড়িত বিভিন্ন চাপবোৰ হ'ল— সমস্যাৰ বোধগম্যতা, গাণিতিক আৰ্হি প্ৰস্তুতকৰণ, ইয়াৰ সমাধান, বাস্তৱজীৱনৰ অৱস্থাৰ লগত ইয়াৰ ব্যাখ্যা আৰু বিশেষ গুৰুত্বপূৰ্ণভাৱে, আৰ্হিৰ বৈধ্যতা।
3. কিছুমান গাণিতিক আৰ্হিৰ গঠন।
4. গাণিতিক আৰ্হিকৰণৰ গুৰুত্ব।