

Matrices

Que 1:

Marks : (6)

Let $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

Show that (i) $A(BC) = (AB)C$

(ii) $A(B+C) = AB + AC$

Ans: (i)

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$(AB)C = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & 0 \\ 7 & 25 \end{bmatrix}$$

$$BC = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 4 & 10 \end{bmatrix}$$

$$A(BC) = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 4 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & 0 \\ 7 & 25 \end{bmatrix}$$

$$B + C = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$$

(ii)

$$A(B + C) = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 6 & 15 \end{bmatrix}$$

$$AB + AC = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$AB + AC = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -5 \\ 3 & 10 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6 & -5 \\ 6 & 15 \end{bmatrix}$$

Que 2:

$$\text{If } M(X) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos x & -\sin x \\ 0 & \sin x & \cos x \end{bmatrix}$$

(a) Prove that $M(X).M(Y)=M(X+Y)$

(b) Change the order as 2×2 by eliminating one row and one column such that $M(X).M(Y) = M(X+Y)$ **Marks : (6)**

Ans: (a)

$$\begin{aligned} M(X).M(Y) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos x & -\sin x \\ 0 & \sin x & \cos x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos y & -\sin y \\ 0 & \sin y & \cos y \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos x \cos y - \sin x \sin y & -\cos x \sin y - \sin x \cos y \\ 0 & \sin x \cos y + \cos x \sin y & -\sin x \sin y + \cos x \cos y \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(x+y) & -\sin(x+y) \\ 0 & \sin(x+y) & \cos(x+y) \end{bmatrix} \\ &= M(X+Y) \\ \text{(b) } M(X) &= \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Que 3:

Marks : (3)

Let $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}$ and $C = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$ find a matrix D such that $CD = AB$

Ans: $D = C^{-1}AB$