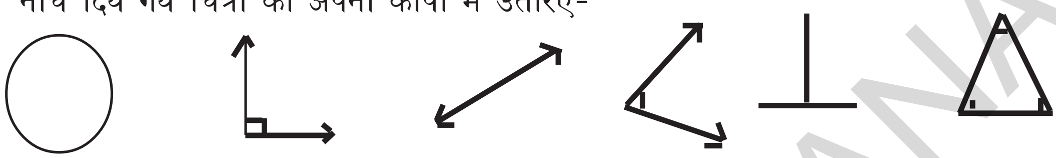
अध्याय - 13

व्यावहारिक ज्यामिती (Geometry)

13.1 परिचय

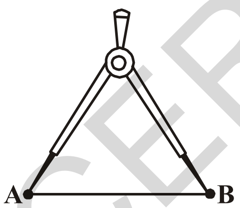
नीचे दिये गये चित्रों को अपनी कॉपी में उतरिए-



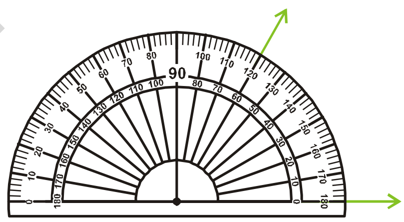
क्या ये चित्र एक समान दिखाई देते है? इनकी भुजाएं एवं कोण स्केल (पटरी)या कोणात्मक चांदा व्दारा ज्ञात किजिए।

मापने के बाद आपको ज्ञात होगा कि इनके मापन समान नही है। इन चित्रों को समान बनाने के लिए हमें इन आकृतियों को एक ही आकार में बनाना होगा। इन्हें बनाने के लिए हमें सही मापन के सही उपकरणों की आवश्यकता होती है। इस इकाई में हम स्केल एवं कोणमापक व्दारा चित्रों को बनाने का प्रयास करेंगे।

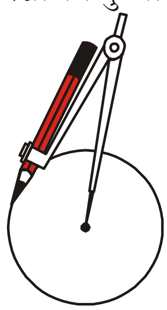
भुजाओं और कोणों को मापने वाले उपकरणों के समुह को ज्यामिती बॉक्स कहते है। आइए ज्यामिती बॉक्स के बारे मे जानकारी प्राप्त करें। इस ज्यामिती बॉक्स में क्या होता है? इस बॉक्स में स्केल, चांदा, व्दिभाजक,पराकर और गुनिया होते है। पटरी की सहायता से रेख लम्बाई, परकार से रचना, चांदे से कोण और विभाजक व्दारा हम किसी भी रेखा खण्ड व्दिभाजक या रेखा बिन्दु अंकित कर सकते है।



Divider (द्विभाजक)



Protractror (चांदा)



Compass(परकार)

13.2 रेखा खण्ड

मान लो पेपर A और B दो बिंदुओं को अंकित किया गया है।

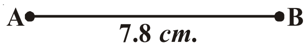
A से B तक के सरल मार्ग को रेखा खण्ड कहते है। और इसे $\overline{AB}$ द्वारा दर्शाया जाता है। A से B तक की दुरी को AB की लम्बाई कहते है। इसलिए रेखा खण्ड की एक निश्चित लम्बाई (जिसे कि नापा जा सके) होती है।

13.2.1 एक दी गई लम्बाई वाले रेखा खण्ड की रचना

रेखा खण्ड की रचना हम दो तरह से कर सकते है।

SCERT TELANGANA

1. पटरी के उपयोग से : मान लो 7.8 से.मी. रेखा खण्ड की रचना करना है।



इसके लिए पटरी को पेपर पर व्यवस्थित करो। पटरी के 0 पैमाने को पेंसिल से अंकीत करो। मान लो वह बिन्दु A है। अब 7 से.मी. अंकित निशान से 8 छोटी -छोटी रेखाओं को गिनो और इस पर पेंसिल से निशान लगा दो। मान लो वह बिंदु B है। अंत में स्केल की सहायता से A से B को मिला दो। इसे रेखा खण्ड AB कहते है।

2. **परकार के उपयोग से**

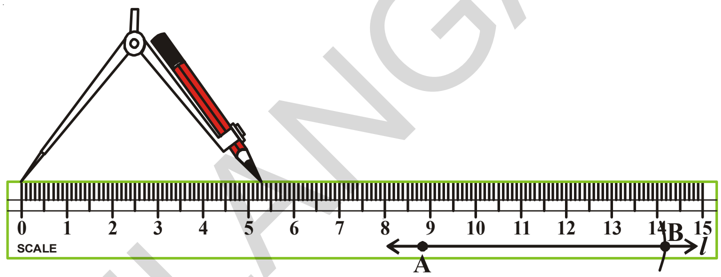
मान लो हमें 5.3 से.मी. रेखा खण्ड की रचना करनी है।

रचना के चरण इस प्रकार होंगे।

चरण -1: एक सरल रेखा खिंचो और इस पर बिंदु A अंकित करो।

चरण -2: परकार के नुकीले हिस्से को पटरी के 0 पर रखो। अब पेंसिल लगे हुए हिस्से को स्केल के 5.3 से.मी. बिन्दु पर अंकित करो।

चरण -3 परकार के नुकिले हिस्से को A पर रखकर पेंसिल लगे सिरे को B पर चाप लगाओ।



चरण -4 : इस प्रकार सरल रेखा l पर 5.3 से.मी. लम्बाई वाला AB रेखा खण्ड बनाया गया।

अभ्यास 13.1

1. स्केल एवं परकार की सहायता से 6.9 से.मी. लम्बाई वाला रेखा खण्ड बनाओ।
2. स्केल का उपयोग करते हुए 4.3 से.मी. लम्बाई वाला रेखा खण्ड बनाओ।
3. 6 से.मी.लम्बाई वाले रेखा खण्ड MN की रचना करो। MN पर बिंदु 0 अंकित करो। अब MO ,NO और MN को मापो। आपको क्या ज्ञात हुआ ?
4. 12 से.मी. लम्बाई वाले रेखा खण्ड $\overline{AB}$ की रचना करो। $\overline{AB}$ बिंदु पर C अंकित करो, जिसमें $\overline{AC}$ = 5.6 से.मी. $\overline{CB}$ कि लम्बाई ज्ञात करो। $\overline{CB}$ की लम्बाई मापो।
5. AB = 12 दिया गया है।

(i) उपरोक्त रेखा खण्ड के आधार पर निम्न रेखा खण्डों की लम्बाई ज्ञात करो ?

(a) $\overline{CD}$ (b) $\overline{DB}$ (c) $\overline{EA}$ (d) $\overline{AD}$

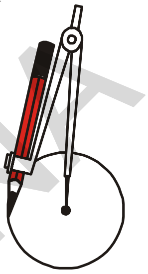
6. $\overline{AB}$ = 3.8 -से.मी. परकार की सहायता से $\overline{MN}$ की रचना इस प्रकार करो की, $\overline{MN}$ की लम्बाई $\overline{AB}$ की लम्बाई से तीन गुना हो। पटरी की सहायता से इसकी जांच करो।

SCERT TELANGANA

13.3 वृत्त की रचना

इस चित्र को ध्यानपुर्वक देखो। आप देखोगे की इस चक्र पर अंकित प्रत्येक बिंदु इसके केंद्र में समान दुरी पर है।.

इसी प्रकार 5 आकृतियों के नाम बताओं, जो कि इस चित्र से मिलते जुलते है। इस आकृती की रचना किस प्रकार करोगे? आप चुडी, कडा या सिक्के व्दारा यह आकृति बना सकते है। इनके आकार भी भिन्न - भिन्न होंगे। दी गयी त्रिज्या वाले वृत्त की रचना हम परकार व्दारा कर सकते है।



वृत्त की रचना के लिए निम्न चरण है।

चरण-1 वृत्त की दि गयी त्रिज्या के अनुरुप परकार को खोलिए। मान लो त्रिज़्या 3.7 से.मी. की है।

चरण-2 वृत्त का केंद्र O पेंसिल व्दारा अंकित करो।

चरण-3 परकार का नुकिला सिरा बिंदु O पर रखो।

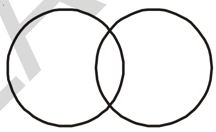
चरण-4 परकार के नुकिले सिरे को बिना हिलाये पेंसिल वाले सिरे को घुमाओ। और इस प्रकार वृत्त की रचना हुई।

प्रयत्न करो

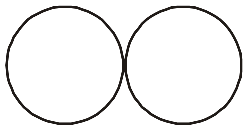
दो समान त्रिज्या वाले वृत्तों की रचना इस प्रकार किजिए की-

(i) दोनों वृत्त से बिंदुओं पर प्रतिच्छेदित हो।

(i) दोनों वृत्त एक बिंदु पर प्रतिच्छेदित हों।



(i)



(ii)

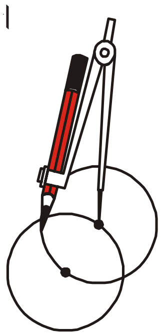
अभ्यास 13.2

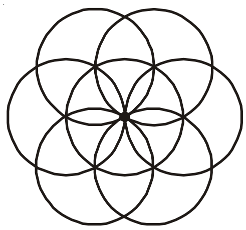
1. 4 से.मी. त्रिज्या वाले वृत्त की रचना करो, जिसका केंद्र M हो।
2. 10 से.मी. व्यास वाले वृत्त की रचना करो, जिसका केंद्र X हो।
3. P बिंदु पर 2 से.मी., 3 से.मी., 4 से.मी. और 5 से.मी. भी त्रिज्या वाले वृत्तों की रचना करा।
4. एक वृत्त की रचना और उस पर तीन बिंदु A, B और C इस प्रकार अंकित करो की,

   (i) A बिंदु वृत्त पर हो (ii) B बिंदु वृत्त के अंदर हो।

   (iii) C बिंदु वृत्त के बाहर हो।

क्रिया

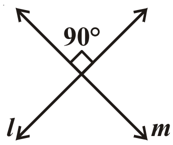




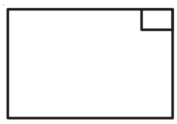
अपनी पसंद का एक वृत्त बनाइए। वृत्त की सतह पर एक बिंदु अंकित करा। परकार की सहायता से इस अंकित को केंद्र मान कर समान त्रिज्या वाला वृत्त बनाओ। यह वृत्त पहले वृत्त की परिधी को दो बिंदुओ पर काटता है। इसी प्रकार आप बार बार इस क्रिया को दोहरायें। अंत में आप एक आकर्षक आकृती देखेंगे। इस आकृती को विभिन्न रंगो से रंग दो।

SCERT TELANGANA

13.4 लम्बवत रेखाएं



आप जानते हो कि दो रेखाओं को लंबवत रेखाएं कहते है, जबकि उनके बीच बनने वाला कोन समानकोण हो। इस चित्र में l और m लंबवत रेखाएं है।



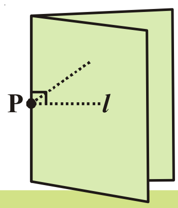
आपकी कॉपी के पन्नों के सिरे आपसे में लंबवते होते है। इसी प्रकार 5 अन्य लंबवत रेखाओं वाले चित्रों का उदाहरण दिजिए।

दिये गये रेखा खण्ड पर लंबवत रेखाओं की रचना।

1. दिये गये रेखा खण्ड पर लंबवत रेखाओं की रचना

क्रिया

एक पारदर्शी पेपर लेकर उस पर एक रेखा l बनाओ। मान लो P इस रेखा खण्ड पर हो। अब हम रेखा पर l लंब बनाना चाहते है, जो कि बिंदु P से गुजरे। हम पेपर को P बिंदु पर रखकर मोइंगे, जिससे की मुडे हु पेपर के दोनों ओर की रेखाएं आपसे में मिले। जब हम मुडे हुए पेपर को सिधा करेंगे, तो देखेंगे की P और l आपस में लंबवत रेखाएं है।



आप किस प्रकार जांच करोगे कि दी गयी रेखाएं लंबवत है?

इसे करो

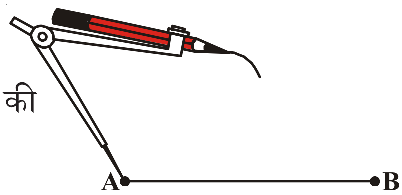
आप कैसे ज्ञात करोगे की यह लम्ब है या नही। याद रहे की यह P से गुजरती है।

13.2.1 एच.सी.एफ

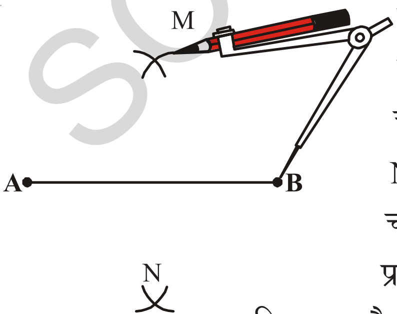
रचना के चरण

चरण :1 रेखा खण्ड $\overline{AB}$ को बनाओ।

चरण :2 परकार की सहायता से एक त्रिज्या निर्धारित करो। त्रिज्या की लम्बाई $\overline{AB}$ की लम्बाई के आधे से अधिक होनी चाहिए।

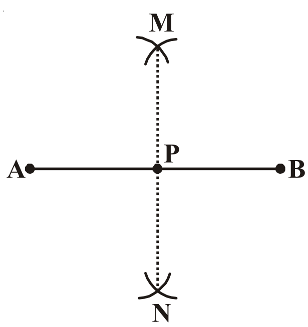


चरण :3 अब A को केंद्र मानकर रेखा खण्ड के ऊपर और निचे चाप लगाओ।



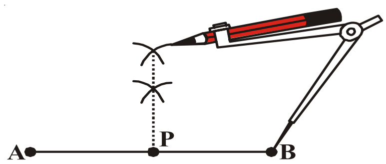
चरण:4 अब B को केंद्र मानकर उसी त्रिज्या को लेकर ऊपर और नीचे चाप लगाओ, जो पहले चाप को M और N बिंदुओं पर मिलते है।

चरण :5 M और N को मिला दो। इस प्रकार रेख MN रेखा खण्ड AB का लंब विभाजक है। जो AB को P पर काटती है।



SCERT TELANGANA

अन्य तरीका



इसे करो

$\overline{AP}$ और $\overline{BP}$ की लम्बाई ज्ञात करो, क्या वे समान है?

सोचो, विचार करो और लिखो:

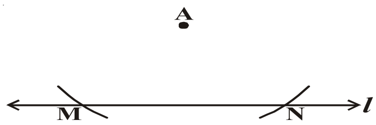
दिये गये रेखा खण्ड पर लंबवत रेखाओं के व्दिभाजक ज्ञात करते समय चरण -2 में यदि त्रिज्या की लंबाई $\overline{AB}$ के आधे से कम ली जाए, तो क्या होगा?

2. एक बिंदु से गुजरने वाली रेखा की लंबवत रेखा, जो बिंदु उस रेखा पर नही है।

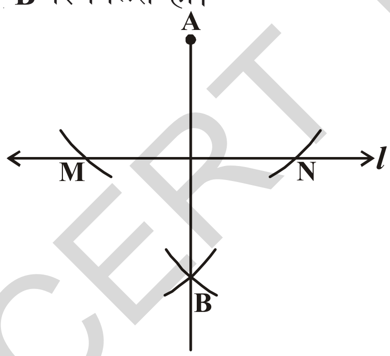
चरण के चरण

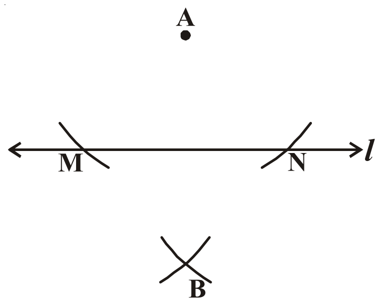
चरण : 1 सरल रेखा खिचों और बिंदु उस पर न हो

चरण-2: A को केंद्र मानकर एक चाप खींचो, जो रेखा को M और N बिंदुओं पर काटता हो।



चरण -3: अब *M* और *N* को केंद्र मान कर समान त्रिज्या लेकर दो चाप खींचो, जो बिंदु B पर मिलते हों।

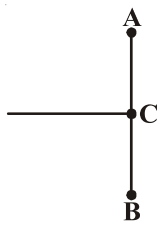




चरण-4: A और B को मिलाओ, जो कि दी गयी रेखा के लंबवत है।

अभ्यास 13.3

1. एक रेखा खण्ड PQ = 5.8 से.मी. खींचो और परकार तथा पटरी की सहायता से इस रेखा खण्ड पर लंबवत व्दिभाजक बनाओ।
2. रवि ने एक रेखा खण्ड 8.6 से.मी. का खींचा। उसने AB का लंब व्दिभाजक C पर बनाया। AC और BC की लम्बाई ज्ञात करो?
3. स्केल एंव परकार की सहायता से AB = 6.4 से.मी. रेखा खण्ड खींचो और AB का मध्य बिंदु ज्ञात करो।



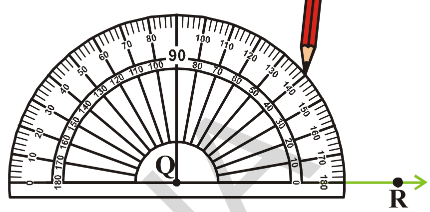
13.5 कोणमापक (चांदा) के व्दारा कोण की रचना

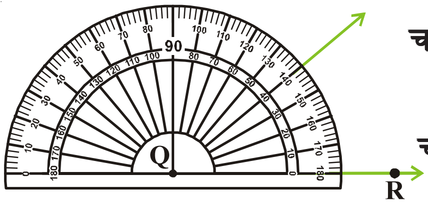
मान लो हमें $\angle PQR = 40°$ बनाना है।

रचना के चरण

चरण : 1 किसी भी लम्बाई की एक QR किरण बनाओ।

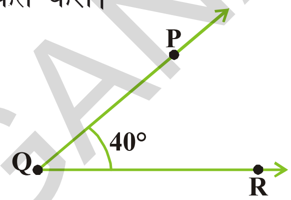
चरण: 2 बिंदु Q को केंद्र मानकर चांदे का मध्य बिंदु उस पर रखो, जिससें चांदे के दोनों सिरों की रेखाएं $\overline{QR}$ को पुरी तरह ढक लें।





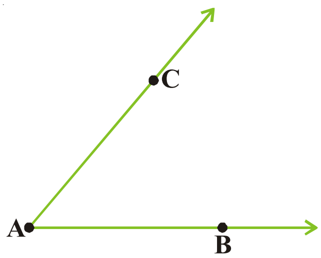
चरण:3 चांदे के 400 पर बिंदु P को अंकित करो।

चरण:4 QP को मिलाओ$\angle RPQ=40^0$



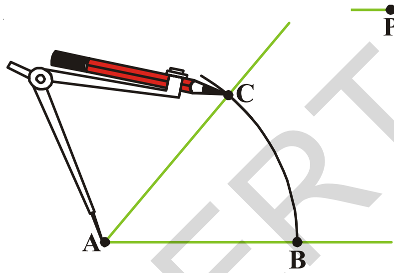
13.6 किसी एक अज्ञात कोण के समान कोण की रचना

मान लो एक अज्ञात कोण दिया गया है, और हमें इसके समान कोण की रचना करना है, यदि $\angle A$ एक अज्ञात कोण है, जैसे कि चित्र में दर्शाया गया है।

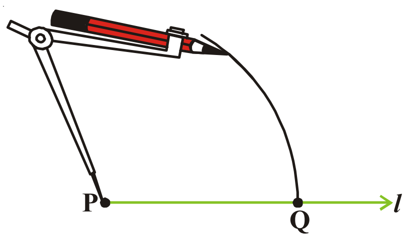


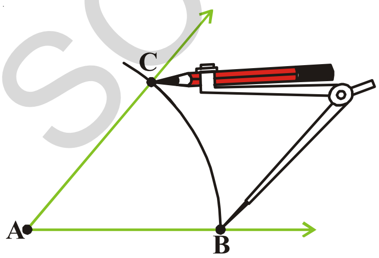
चरण -1: एक सरल रेखा *l* खींचो और कोई बिंदु P उस पर है।

चरण -2: परकार A पर व्यवस्थित करो और पेंसिल वाले सिरे से एक चाप खींचों, जो AC और AB को काटता है।

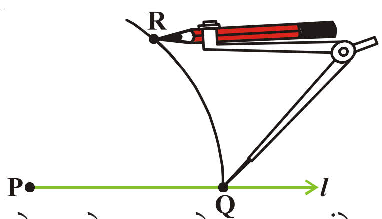


चरण -3: P को केंद्र मानकर और एक चाप खींचों, जो *l* को Q पर काटता है।



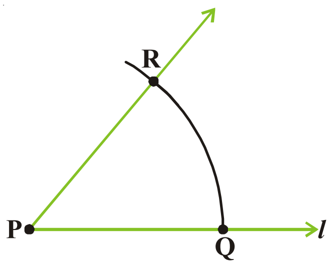


चरण -4: $\overline{BC}$ को अर्धव्यास लेकर परकार को व्यवस्थित करो।



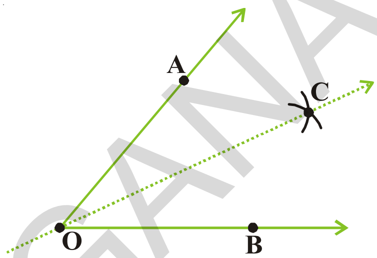
चरण -5: परकार के निर्देशक को Q पर रखकर एक चाप खींचो जो पहले चाप को R पर कांटे।

SCERT TELANGANA



चरण -6: P और R को जोडो। $\angle RPQ$ दिये गये अज्ञात कोण $\angle CAB$ के समान होगा।

13.7 दिये हुए कोण के व्दिभाजक की रचना

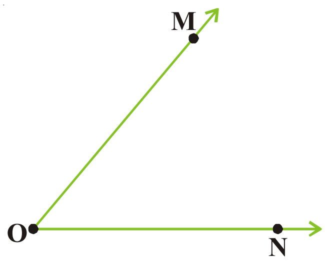


एक पारदर्शी पेपर लो और उस पर O बिंदु अंकित करो। O को आरंभीक बिंदु लेकर दो किरणें $\overrightarrow{OA}$ और $\overrightarrow{OB}$ बनाओ। आपको $\angle AOB$ प्राप्त होगा। अब पेपर को O पर रखकर इस प्रकार मोडीये कि $\overrightarrow{OA}$ और $\overrightarrow{OB}$ आपस में मिले। मान लो $\overrightarrow{OC}$ पेपर की सीमा है, जो पेपर को खोलने के बाद बनेगी।

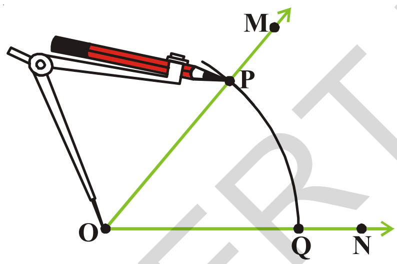
इस प्रकार $\overrightarrow{OC}$ $\angle AOB$ को मापो । क्या वे समान है? $\overrightarrow{OC}$ सममीती रेखा है, इसलिए $\overrightarrow{OZ}$ $\angle AOB$ का कोण व्दिभाजक है।

मान लो $\angle MON$ दिया गया है।

रचना के चरण

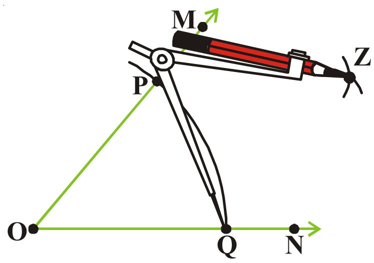


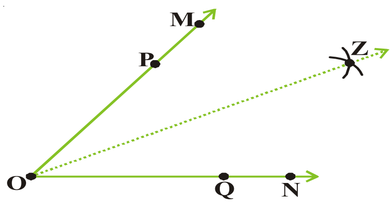
चरण -1 O को केंद्र मानकर एक उपयुक्त त्रिज्या लेकर एक चाप उतारो। चाप $\overset{\frown}{PQ}$ OM और ON को बिंदु P और Q पर काटता है।



चरण - 2 अब P को केंद्र मानकर किसी भी त्रिज्या (PQ के आधे से अधिक) को लेकर कोण के अंदर की ओर एक चाप लगाओ।

चरण -3 अब Q को केंद्र मानकर त्रिज्या को बगैर बदले और एक चाप $\angle MON$ के अंदर की ओर खींचो। मान लो ये दो चाप आपस में Z बिंदु पर काटती है।





चरण- 4: किरण $\overrightarrow{OZ}$ खीचों और यही किरण $\angle MON$ का कोण विभाजक है।

$\angle MOZ = \angle ZON.$

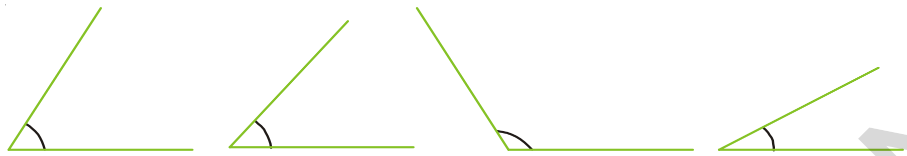
SCERT TELANGANA

अभ्यास 13.4

1. परकार की सहायता से निम्न कोणों की रचना किजिए।

(i)	$\angle ABC = 65°$	(ii)	$\angle PQR = 136°$
(iii)	$\angle Y = 45°$	(iv)	$\angle O = 172°$

2. नीचे दिये कोणों को अपनी पुस्तिका में उतारों और इन कोणों के व्दिभाजक बात करो।

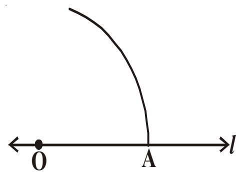


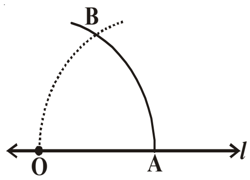
13.8 विशेष माप के कोणों की रचना

कुछ विशेष माप के कोणों की रचना परकार के उपयोग के बिना हि की जा सकती है। कुछ उदाहरण नीचे दिये गये है। अभी तक की रचनाओं में आपने कोणों की रचना चांदे की सहायता से की है। अब हम परकार का उपयोग कर कोण बनायेंगे।

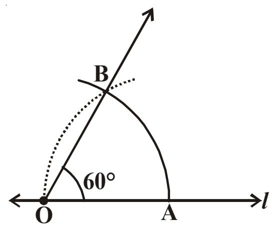
13.8.1 - 60° कोण की रचना

चरण -1: एक सरल रेखा l खींचो और उस पर बिंदु O अंकित करो।





चरण -2 : परकार के नुकिले सिरे को 0 पर रखकर सुविधानुसार अर्धव्यास लेकर चाप बनाओ, जो l को A बिंदु पर काटता हो।



चरण -3 : समान अर्धव्यास लेकर A को केंद्र मानकर और एक चाप बनाओ।

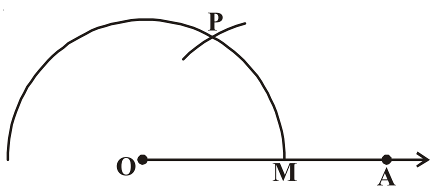
चरण- 4 : मान लो दोनों चाप एक दुसरे को B बिंदु पर काटते है। OB करे मिलाओं $\angle BOA = 60°$

13.8.2 - 120° कोण की रचना

120° कोण का अर्थ है 60° कोण का दुगना। इसकी रचना के चरण इस प्रकार होंगे।

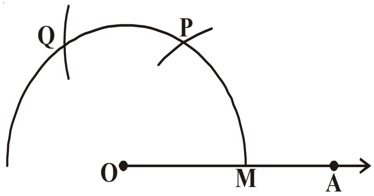
चरण -1: एक सरल रेखा OA को बनाओ।

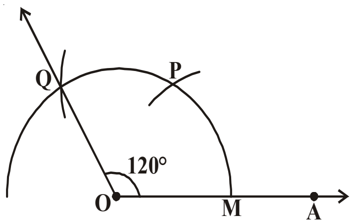
चरण-2: परकार के सिरे को बिंदु O पर व्यवस्थित करो। एक सुविधानुसार त्रिज्या लेकर O से एक चाप खींचो जो OA को M पर काटता है।



SCERT TELANGANA

चरण-3 अब M को केंद्र में लेकर समान त्रिज्या का और एक चाप खिंचो जो पहले चाप को P पर काटता हो।





चरण- 4: अब P को केंद्र मानकर और एक चाप खींचों जो पहले चाप को Q पर काटे।

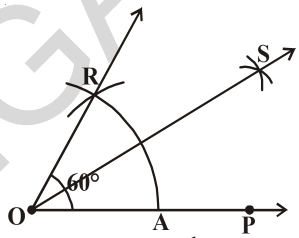
चरण- 5: OQ को मिलाओ। $\angle AOQ = 120°$

प्रयत्न करो

180°, 240°, 300° का कोण बनाइए।

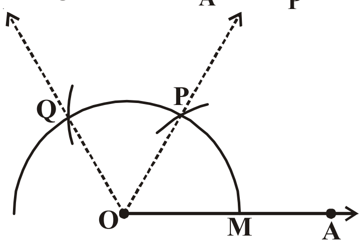
13.8.4 30° की रचना

रचना के चरण

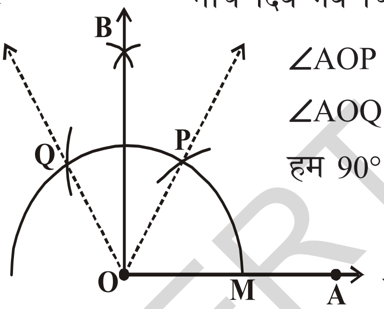


पहले सिखाई हुई विधि व्दारा 60° को कोण बनाइए। मान लो यह कोण$\angle AOR$ है। इस कोण को परकार व्दारा व्दिभाजीत किजिए। इसका व्दिभाजीत कोण 30° होगा।

13.8.4 90° कोण की रचना



नीचे दिये गये चित्रों को देखिये।



$\angle AOP = 60°$, $\angle POQ = 60°$ और

$\angle AOQ = 120°$

हम 90° का कोण बनाना चाहते है। हम जानते है कि,

$90° = 60° + 30°$ और $90° = 120° - 30°$

इसलिए हमें $\angle POQ$ को व्दिभाजीत करना होगा, ताकी हम 30° का कोण बनाये। $\angle BOP = 30°$ और $\angle AOB = 90°$

जैसे कि चित्र में दर्शाया गया है 90° कोण को बनाने के लिए अन्य विधि का उपयोग किजिए।

इसे करो

परकार की सहायता से 45^0 का कोण बनाए।

अभ्यास 13.5

1. चांदे की सहायता से बिना $\angle ABC = 60°$ का कोण बनाइए।

2.चांदे के उपयोग के बिना 120° कोण बनाइए।

SCERT TELANGANA

3. निम्न कोणों की रचना स्केल एवं परकार की सहायता से किजिए।

(i) 75°   (ii) 15°   (iii.) 1

4. प्रश्न 1 में दिये गये कोणों की रचना चांदे के उपयोग से किजिए।

5. ∠ABC = 50° इसके समरुप अन्य कोण ∠XYZ बराबर ∠ABC बिना चांदे के उपयोग से बनाइए?

6. ∠DEF = 60° को बनाकर उसे व्दिभाजी त किजिए। चांदे के प्रत्येक कोण को मापे।

हमने क्या सीखा

इस इकाई में हमनें ज्यामिती आकृतियां बनाने के विभिन्न विधियों का उपयोग किया।

1. इन ज्यामिती आकृतियां बनाने के लिए हमने विभिन्न ज्यामितीय साधनों का उपयोग किया।

   (i) अंकित स्केल   (ii) परकार

   (iii) विभाजक   (iv) गुमिया   (v) चांदा

2. स्केल एवं परकार से हम निम्न रचनाओं को कर सकते है।

   (i) वृत्त की रचना जबकी उसकी त्रिज्या दी गयी हो।

   (ii) रेखा खण्ड जबकी उसकी लम्बाई दी गयी हो।

   (iii) रेखा खण्ड के समान रेखा खण्ड की रचना

   (iv) एक बिंदु से गुजरने वाला लंब।

      (a) जब वह रेखा पर हो   (b) जब वह रेखा पर न हो

   (v) रेखा खण्ड का लंबवत विभाजक

   (vi) दिये गये माप का कोण।

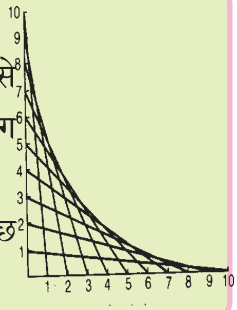
   (vii) दिये हुए कोण के समान कोण की रचना।

   (viii) दिये हुए कोण को व्दिभाजित करना।

   (ix) कुछ विशेष कोणों की रचना जैसे-

      (a) 90°   (b) 45°   (c) 60°   (d0 30°   (e) 120°   (f) 135°

वक्र से खेल



1 से.मी. के अंतर से बिंदुओं को दो लंबवत रेखाओं पर बनाओं। 1 से 10 अंक। और 1 से 10 जोडी, 2 से 9 को, 3 से 8 की। इसका योग 11 हो।

चित्र में दिखाये अनुसार उसका उत्तर वक्र रेखा होगी। इस सीख से कुछ और चित्र उतारिए

SCERT TELANGANA