Chapter

5

घर्षण

प्रस्तावना (Introduction)

यदि हम एक वस्तु को अन्य वस्तु के पृष्ठ पर सरकायें अथवा सरकाने का प्रयास करें, तो वस्तु की गति, वस्तु तथा पृष्ठ के बीच किसी बंधन द्वारा अवरोधित होती है। यह अवरोध एक बल द्वारा व्यक्त किया जाता है जिसे घर्षण बल कहते हैं।

घर्षण बल पृष्ठ के समान्तर तथा निर्देशित सापेक्ष गति की दिशा के विपरीत होता है।

घर्षण के प्रकार (Types of Friction)

(1) **स्थैतिक घर्षण :** वह विरोधी बल, जो तब अस्तित्व में आता है जब एक वस्तु अन्य वस्तु के पृष्ठ पर फिसलने का प्रयास करती है परन्तु वास्तव में गति प्रारम्भ नहीं होती, स्थैतिक घर्षण कहलाता है।

(i) यदि आरोपित बल P है तथा वस्तु विराम में ही रहे तब स्थैतिक घर्षण $F = P$

(ii) यदि वस्तु विराम में हो तथा इस पर कोई बल आरोपित न किया जाये तो इस पर लगने वाला घर्षण बल शून्य होगा।

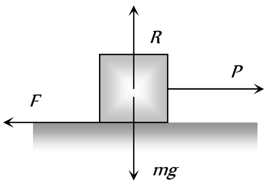


Fig. 5.1

(iii) स्थैतिक घर्षण एक स्वसमंजित बल है क्योंकि यह आरोपित बल के अनुसार स्वयं को परिवर्तित कर लेता है तथा यह सदैव कुल बाह्य बल के बराबर होता है।

(2) **सीमान्त घर्षण :** यदि आरोपित बल बढ़ाया जाये तो स्थैतिक घर्षण भी बढ़ता है। यदि आरोपित बल एक निश्चित (अधिकतम) मान से अधिक बढ़ जाता है तो वस्तु गति करना प्रारम्भ कर देती है। स्थैतिक घर्षण का वह अधिकतम मान जहाँ तक वस्तु गति नहीं करती, सीमान्त घर्षण कहलाता है।

(i) सम्पर्क में रखी किन्हीं दो वस्तुओं के बीच सीमान्त घर्षण का परिमाण उनके बीच अभिलम्ब प्रतिक्रिया बल के अनुक्रमानुपाती होता है।

$F_l \propto R$ अथवा $F_l = \mu_s R$

(ii) सीमान्त घर्षण बल की दिशा हमेशा उस दिशा के विपरीत होती है जिसमें एक वस्तु किसी अन्य वस्तु की सतह के ऊपर ठीक गति करने के लिए तैयार होती है।

(iii) स्थैतिक घर्षण गुणांक : (a) μ_s को स्थैतिक घर्षण गुणांक कहते हैं। तथा यह सीमान्त घर्षण बल तथा अभिलम्ब प्रतिक्रिया बल का अनुपात होता है $\mu_s = \frac{F}{R}$

(b) विमाएँ : $[M^0L^0T^0]$

(c) मात्रक : इसका कोई मात्रक नहीं होता

(d) μ_s का मान पदार्थ पर तथा सम्पर्क तलों की प्रकृति पर निर्भर करता है अर्थात् वह सूखी है अथवा गीली, खुरदरी है अथवा चिकनी ।

(e) μ_s का मान तलों के आभासी सम्पर्क क्षेत्रफल पर निर्भर नहीं करता।

(3) **गतिक घर्षण :** यदि लगाया गया बल और अधिक बढ़ाया जाये तथा वस्तु गति करना प्रारम्भ कर दे तो गतिविरोधी घर्षण को गतिक घर्षण कहते हैं।

(i) गतिक घर्षण अभिलम्ब प्रतिक्रिया बल पर निर्भर करता है

$F_k \propto R$ अथवा $F_k = \mu_k R$ जहाँ μ_k गतिक घर्षण गुणांक है।

(ii) μ_k का मान सम्पर्क तलों की प्रकृति पर निर्भर करता है।

(iii) गतिक घर्षण हमेशा सीमान्त घर्षण से कम होता है $F_k < F_l$

$\therefore \ \mu_k < \mu_s$

अर्थात् गतिक घर्षण गुणांक हमेशा स्थैतिक घर्षण गुणांक से कम होता है। अतः हमें घर्षण के विरुद्ध पिण्ड को गतिमान बनाये रखने की अपेक्षा पिण्ड की गति आरम्भ करने के लिये अधिक बल की आवश्यकता होती है क्योंकि जब वास्तव में एक बार गति प्रारम्भ हो जाती है, तो विराम का जड़त्व खत्म हो जाता है तथा सतहों पर उपस्थित अनियमितताऐं (Irreqularities) पुनः बाधित होने में कुछ समय लेगी अर्थात् गति के कारण उनका आपस में बंधना (Inter locking) आसान नहीं होगा। इस प्रकार घर्षण कम हो जाएगा।

(iv) गतिक घर्षण गुणांक सरकने वाली वस्तुओं के वेग पर निर्भर नहीं करता है।

(v) **गतिक घर्षण के प्रकार**

(a) **सर्पी घर्षण :** वह विरोधी बल, जो तब अस्तित्व में आता है जब एक वस्तु दूसरी के पृष्ठ पर वास्तव में सरकती है, सर्पी घर्षण कहलाता है उदाहरण के लिए क्षैतिज टेबिल पर गति करता हुआ गुटका।

(b) **लोटनिक घर्षण :** जब कोई वस्तु जैसे पहिया (चकती अथवा वलय), गोला अथवा बेलन किसी पृष्ठ पर लुढ़कता है, तो लगने वाले घर्षण बल को लोटनिक घर्षण कहते हैं।

❑ लोटनिक घर्षण, अभिलम्ब प्रतिक्रिया बल (R) के अनुक्रमानुपाती तथा बेलन अथवा पहिए की त्रिज्या (r) के व्युत्क्रमानुपाती होता है

$$F_{\text{लोटनिक}} = \mu_r \frac{R}{r}$$

μ_r को लोटनिक घर्षण गुणांक कहते हैं, इसकी विमाऐं लम्बाई की विमा के समान होती हैं तथा इसे मीटर में मापा जाता है।

❑ लोटनिक घर्षण, सर्पी घर्षण की तुलना में बहुत कम होता है इसीलिए भारी वस्तुऐं पहिये वाली गाड़ी में रख कर ले जायी जाती हैं।

❑ लुढ़कने में, सम्पर्क तल एक दूसरे से रगड़ते नहीं हैं।

❑ सम्पर्क बिन्दु का वेग पृष्ठ के सापेक्ष हमेशा शून्य रहता है, यद्यपि पहिये का केन्द्र आगे बढ़ता है।

आरोपित बल तथा घर्षण बल के मध्य ग्राफ
(Graph Between Applied Force and Force of Friction)

(1) वक्र का भाग OA स्थैतिक घर्षण (F_s) को प्रदर्शित करता है। इसका मान आरोपित बल के साथ रेखीय रूप से बढ़ता है।

(2) बिन्दु A पर स्थैतिक घर्षण बल अधिकतम होता है। यह सीमान्त घर्षण (F_l) को व्यक्त करता है।

(3) A से आगे, घर्षण बल थोड़ा घटता है तथा इसलिये वक्र का BC भाग गतिक घर्षण (F_k) को प्रदर्शित करता है।

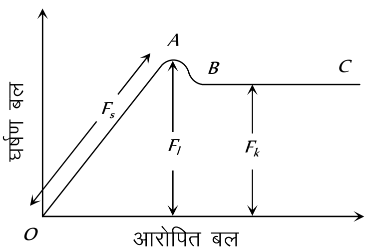


Fig. 5.2

(4) वक्र का भाग BC x-अक्ष के समान्तर है। अतः गतिक घर्षण आरोपित बल के साथ परिवर्तित नहीं होता, यह नियत बना रहता है चाहे आरोपित बल कितना भी हो।

गति हेतु घर्षण की आवश्यकता (Friction is a Cause of Motion)

सामान्यतः यह एक गलत अवधारणा है कि घर्षण हमेशा गतिविरोधी है। निःसंदेह घर्षण गतिमान वस्तु की गति का विरोध करता है, परन्तु बहुत सी स्थितियों में यह गति का कारण भी होता है। उदाहरण के लिए

(1) गति के दौरान एक व्यक्ति अथवा गाड़ी जमीन को पीछे की ओर धकलते (क्रिया) हैं, तथा जमीन की खुरदरी सतह, घर्षण के कारण आगे की ओर प्रतिक्रिया बल लगाती हैं, जो गति का कारण होता है। अतः यदि घर्षण नहीं होता तो गति नहीं होती ।

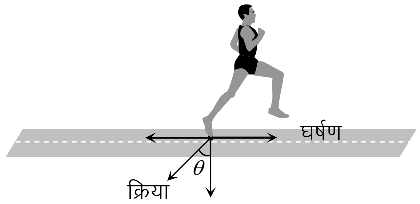


Fig. 5.3

(2) साइकिल चलाते समय, पेडल से लगाये गये बल द्वारा पिछला पहिया घूमता है जबकि आगे का पहिया स्वयं घूमता है। अतः पेडल चलाते समय पिछले पहिये द्वारा जमीन पर एक बल लगाया जाता है जिससे इस पर घर्षण बल आगे की दिशा में लगता है। अगला पहिया स्वयं घूमता है अतः यह पीछे की दिशा में एक घर्षण बल को अनुभव करता है। (लुढ़कती हुई गेंद के समान) [यद्यपि यदि पैडल चलाना बन्द कर दिया जाये तो दोनों पहिये स्वयं घूमते हैं तथा इसलिए पीछे की दिशा में घर्षण बल अनुभव करते हैं]

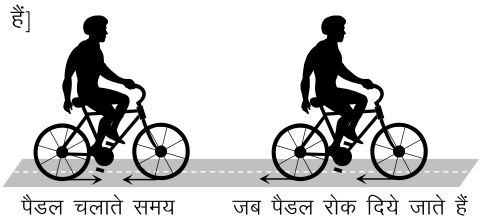


Fig. 5.4

(3) यदि एक वस्तु को किसी गाड़ी पर, जो त्वरित हो रही है, रख दिया जाये तो वस्तु गाड़ी के साथ घर्षण के कारण ही चलती है। अर्थात् वस्तु त्वरित गाड़ी में विराम अवस्था में ही रहेगी जब तक कि $ma < \mu_s mg$ नहीं होता। यदि वस्तु तथा गाड़ी के बीच घर्षण न हो तो वस्तु गाड़ी के साथ गति नहीं करेगी।

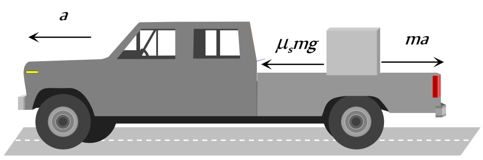


Fig. 5.5

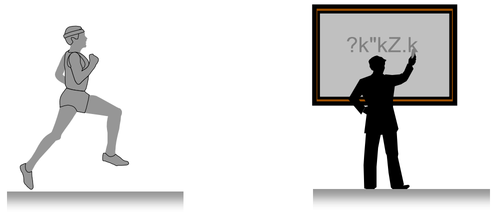
इन उदाहरणों से स्पष्ट है कि बिना घर्षण के गति प्रारम्भ नहीं हो सकती और न ही इसे रोका अथवा एक वस्तु से दूसरी वस्तु तक स्थानान्तरित किया जा सकता है।

घर्षण के लाभ तथा हानियाँ
(Advantages and Disadvantages of Friction)

(1) **लाभ**

(i) घर्षण के कारण ही चलना सम्भव है।

(ii) घर्षण के कारण ही दो वस्तुयें आपस में चिपक जाती हैं।



(A) (B)

Fig. 5.6

(iii) घर्षण के आधार पर ही ब्रेक कार्य करते हैं।

(iv) घर्षण के बिना लिखना संभव नहीं है।

(v) किसी मशीन के एक भाग से अन्य भाग तक बेल्ट द्वारा गति स्थानान्तरण घर्षण के कारण ही संभव है।

(2) **हानियाँ**

(i) घर्षण हमेशा, दो सम्पर्क तलों के मध्य सापेक्षिक गति का विरोध करता है, अतः घर्षण के विरुद्ध खर्च की गई अतिरिक्त ऊर्जा से मशीन की दक्षता घट जाती है।

(ii) घर्षण, मशीन के सम्पर्क भागों में टूट-फूट का कारण होता है। अतः उसका जीवनकाल घट जाता है।

(iii) घर्षण बल, उष्मा उत्पन्न करता है, जो कि मशीनों को नुकसान पहुँचाती है।

घर्षण परिवर्तन की विधियाँ (Methods of Changing Friction)

निम्न विधियों द्वारा हम घर्षण को कम कर सकते हैं

(1) पॉलिश द्वारा

(2) चिकनाई द्वारा (स्नेहन द्वारा)

(3) पदार्थ के उचित चयन द्वारा

(4) वस्तु को धारा रेखीय आकृति देकर

(5) बॉल बियरिंग का उपयोग करके

चिकने फर्श पर कुछ मिट्टी डाल कर हम घर्षण को बढ़ा भी सकते हैं। टायरों के निर्माण में सिंथेटिक रबर उपयोग की जाती है, क्योंकि इसका सड़क के साथ घर्षण गुणांक अधिक होता है।

घर्षण कोण (Angle of Friction)

सीमान्त घर्षण की अवस्था में, घर्षण बल तथा अभिलम्ब प्रतिक्रिया बल का परिणामी, अभिलम्ब प्रतिक्रिया बल से जो कोण बनाता है, उसे घर्षण कोण कहते हैं।

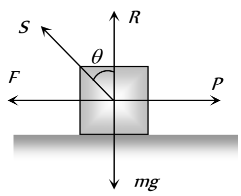


Fig. 5.7

परिभाषा से, चित्र में कोण θ घर्षण कोण है,

$$\tan\theta = \frac{F_l}{R}$$

$\therefore \tan\theta = \mu_l$ [चूँकि हम जानते हैं कि $\frac{F_l}{R} = \mu_s$]

अथवा $\theta = \tan^{-1}(\mu_L)$

अतः सीमान्त घर्षण गुणांक, घर्षण कोण की स्पर्शज्या के बराबर होता है

गुटके पर पृष्ठ द्वारा लगाया गया परिणामी बल (Resultant Force Exerted by Surface on Block)

उपरोक्त चित्र (5.8) में परिणामी बल $S = \sqrt{F^2 + R^2}$

$$S = \sqrt{(\mu mg)^2 + (mg)^2} = mg\sqrt{\mu^2 + 1}$$

जब घर्षण नहीं है $(\mu = 0)$, S न्यूनतम होगा

अर्थात् $S = mg$

अतः S की परास $mg \le S \le mg\sqrt{\mu^2 + 1}$ से दी जाती है।

विराम कोण (Angle of Repose)

जब कोई पिण्ड किसी नत समतल पर सीमान्त संतुलन की स्थिति (ठीक सरकने की स्थिति) में होता है, तो नत समतल का क्षैतिज से झुकाव कोण, विराम कोण कहलाता है।

परिभाषा से, चित्र में α विराम कोण होगा।

सीमान्त घर्षण की अवस्था में $F = mg\sin\alpha$ अतः $R = mg\cos\alpha$

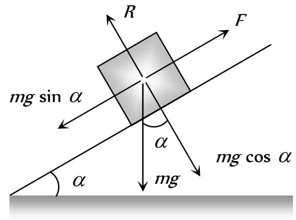


Fig. 5.8

अतः $\frac{F}{R} = \tan\alpha$

चूँकि हम जानते हैं कि $\frac{F}{R} = \mu_s = \tan\theta \Rightarrow \tan\alpha = \tan\theta$

अतः सीमान्त घर्षण गुणांक, विराम कोण की स्पर्शज्या के बराबर होता है।

इसी प्रकार $\alpha = \theta$ अर्थात् विराम कोण = घर्षण कोण

विभिन्न स्थितियों में आवश्यक बल की गणना (Calculation of Required Force in Different Situation)

यदि W = वस्तु का भार, θ = घर्षण कोण, $\mu = \tan\theta$ = घर्षण गुणांक

तो हम निम्न प्रकार से विभिन्न स्थितियों में आवश्यक बल की गणना कर सकते हैं

(1) **क्षैतिज से α कोण पर न्यूनतम खिंचाव बल** (Pulling force) P

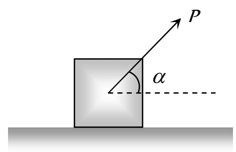


Fig. 5.9

P के क्षैतिज तथा ऊर्ध्वाधर घटक करने पर (चित्रानुसार)

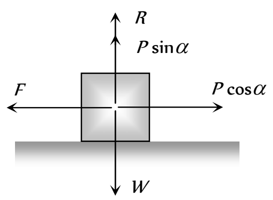


Fig. 5.10

साम्यावस्था की स्थिति में,

$F = P\cos\alpha$ तथा $R = W - P\sin\alpha$

यह मान $F = \mu R$ में रखने पर $P\cos\alpha = \mu(W - P\sin\alpha)$

$$\Rightarrow P\cos\alpha = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}(W - P\sin\alpha) \quad [\text{चूँकि } \mu = \tan\theta]$$

$$\Rightarrow P = \frac{W\sin\theta}{\cos(\alpha - \theta)}$$

(2) **वस्तु को धकेलने के लिये क्षैतिज से α कोण पर न्यूनतम बल** (Pushing force) P

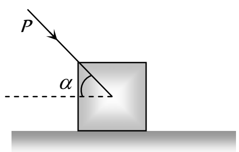


Fig. 5.11

P के क्षैतिज तथा ऊर्ध्वाधर घटक करने पर (चित्रानुसार)

साम्यावस्था की स्थिति में

$F = P\cos\alpha$ तथा $R = W + P\sin\alpha$

यह मान $F = \mu R$ में रखने पर

$\Rightarrow \; P\cos\alpha = \mu(W + P\sin\alpha)$

$\Rightarrow \; P\cos\alpha = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}(W + P\sin\alpha)$

[चूँकि $\mu = \tan\theta$]

$\Rightarrow \quad P = \dfrac{W\sin\theta}{\cos(\alpha+\theta)}$

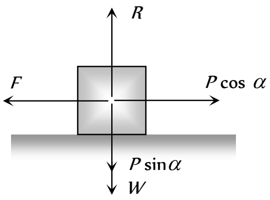


Fig. 5.12

(3) **नत समतल पर रखी वस्तु को ऊपर की ओर खींचने के लिये आवश्यक न्यूनतम बल *P***

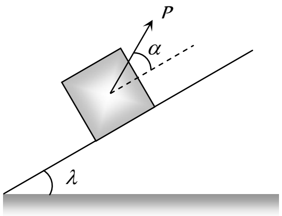


Fig. 5.13

P को तल की दिशा तथा तल की लम्बवत् दिशा में वियोजित करने पर (चित्रानुसार)

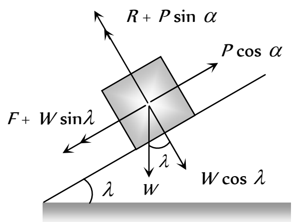


Fig. 5.14

साम्यावस्था की स्थिति में

$R + P\sin\alpha = W\cos\lambda$

$\therefore \quad R = W\cos\lambda - P\sin\alpha$ तथा $F + W\sin\lambda = P\cos\alpha$

$\therefore \quad F = P\cos\alpha - W\sin\lambda$

यह मान $F = \mu R$ में रखने पर तथा हल करने पर

$P = \dfrac{W\sin(\theta+\lambda)}{\cos(\alpha-\theta)}$

(4) **नत समतल पर तल के अनुदिश नीचे की ओर वस्तु की गति प्रारम्भ करने के लिये न्यूनतम बल *P***

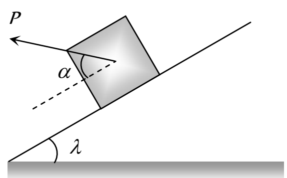


Fig. 5.15

P को तल की दिशा तथा तल की लम्बवत् दिशा में वियोजित करने पर (चित्रानुसार)

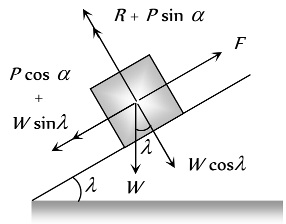


Fig. 5.16

साम्यावस्था की स्थिति में

$R + P\sin\alpha = W\cos\lambda$

$\therefore \quad R = W\cos\lambda - P\sin\alpha$ तथा $\quad F = P\cos\alpha + W\sin\lambda$

यह मान $F = \mu R$ में रखने पर तथा हल करने पर,

$P = \dfrac{W\sin(\theta-\lambda)}{\cos(\alpha-\theta)}$

(5) **नत समतल पर वस्तु को नीचे फिसलने से रोकने के लिए न्यूनतम बल**

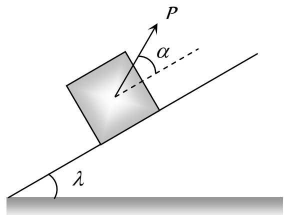


Fig. 5.17

P को नतसमतल की दिशा में तथा तल के लम्बवत् वियोजित करने पर (चित्रानुसार)

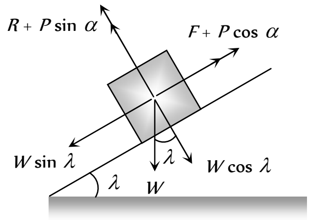


Fig. 5.18

साम्यावस्था में

$R + P\sin\alpha = W\cos\lambda$

$\therefore \; R = W\cos\lambda - P\sin\alpha$ तथा $\qquad P\cos\alpha + F = W\sin\lambda$

$\therefore \; F = W\sin\lambda - P\cos\alpha$

यह मान $F = \mu R$ में रखकर हल करने पर $P = W\left[\dfrac{\sin(\lambda-\theta)}{\cos(\theta+\alpha)}\right]$

(6) **क्षैतिज तल के अनुदिश गति के लिए न्यूनतम बल तथा इसकी दिशा**

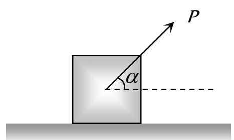


Fig. 5.19

माना बल P क्षैतिज से α कोण पर लगाया गया है।

P के क्षैतिज तथा ऊर्ध्वाधर घटक करने पर (चित्रानुसार)

ऊर्ध्वाधर साम्यावस्था के लिए

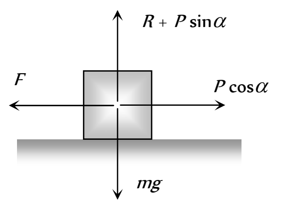


Fig. 5.20

$R + P\sin\alpha = mg$

$\Rightarrow\ R = mg - P\sin\alpha$ ...(i)

तथा क्षैतिज गति के लिए

$P\cos\alpha \geq F$

अर्थात् $P\cos\alpha \geq \mu R$ ...(ii)

R का मान (i) से (ii) में रखने पर

$P\cos\alpha \geq \mu(mg - P\sin\alpha)$

$\Rightarrow\ P \geq \dfrac{\mu mg}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}$ ...(iii)

बल P के न्यूनतम होने के लिए, $(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)$ अधिकतम होना चाहिए अर्थात्

$\dfrac{d}{d\alpha}[\cos\alpha + \mu\sin\alpha] = 0$

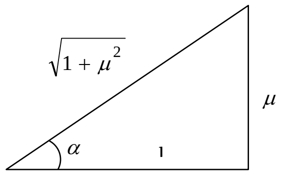


Fig. 5.21

$\Rightarrow\ -\sin\alpha + \mu\cos\alpha = 0$

$\therefore\ \tan\alpha = \mu$

अथवा $\alpha = \tan^{-1}(\mu) =$ घर्षण कोण

अर्थात् P के न्यूनतम मान के लिए, क्षैतिज से इसका कोण घर्षण कोण के बराबर होना चाहिए।

चूँकि $\tan\alpha = \mu$, अतः चित्र से, $\sin\alpha = \dfrac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}}$

तथा $\cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{1+\mu^2}}$

यह मान समीकरण (iii) में प्रतिस्थापित करने पर

$$P \geq \frac{\mu mg}{\dfrac{1}{\sqrt{1+\mu^2}} + \dfrac{\mu^2}{\sqrt{1+\mu^2}}} \geq \frac{\mu mg}{\sqrt{1+\mu^2}}$$

$$\therefore\ P_{\min} = \frac{\mu mg}{\sqrt{1+\mu^2}}$$

घर्षण के विरुद्ध गुटके का त्वरण
(Acceleration of a Block Against Friction)

(1) **क्षैतिज तल पर गुटके का त्वरण**

जब कोई वस्तु किसी बल P के प्रभाव में गति करती है, तो गतिक घर्षण इसकी गति का विरोध करता है।

माना वस्तु का कुल त्वरण a है तब,

चित्र से,

$ma = P - F_k$

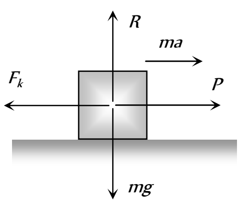


Fig. 5.22

$\therefore\ a = \dfrac{P - F_k}{m}$

(2) **खुरदरे नत समतल परए नीचे की ओर गति करते गुटके का त्वरण**

जब नतसमतल का झुकाव कोण, विराम कोण से अधिक हो जाता है, तो वस्तु नतसमतल पर नीचे की ओर a त्वरण से फिसलना प्रारम्भ कर देती है।

चित्र से, $ma = mg\sin\theta - F$

$\Rightarrow\ ma = mg\sin\theta - \mu R$

$\Rightarrow\ ma = mg\sin\theta - \mu mg\cos\theta$

$\therefore$ त्वरण $a = g[\sin\theta - \mu\cos\theta]$

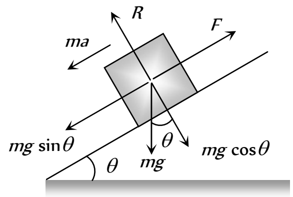


Fig. 5.23

Note : ❑ घर्षण रहित नतसमतल के लिए $\mu = 0$

$\therefore a = g\sin\theta$

(3) **खुरदरे नतसमतल पर ऊपर की ओर गति करते गुटके का मंदन**

जब नत समतल का झुकाव कोण, विराम कोण से कम होता है तो ऊपर की ओर गति के लिए

$ma = mg\ \sin\theta + F$

$ma = mg\ \sin\theta + \mu mg\ \cos\theta$

मंदन $a = g[\sin\theta + \mu\cos\theta]$

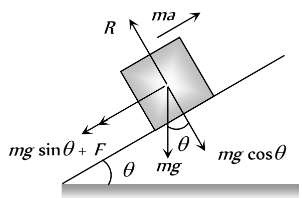


Fig. 5.24

Note : ❑ घर्षण रहित नतसमतल के लिए $\mu = 0$

$\therefore a = g\sin\theta$

घर्षण के विरुद्ध किया गया कार्य
(Work Done Against Friction)

(1) **खुरदरे नत समतल पर किया गया कार्य**

यदि m द्रव्यमान की एक वस्तु खुरदरे नत समतल पर s दूरी तय करती है तो

किया गया कार्य = बल × दूरी

$= ma \times s = mg[\sin\theta + \mu\cos\theta]s = mg\ s[\sin\theta + \mu\cos\theta]$

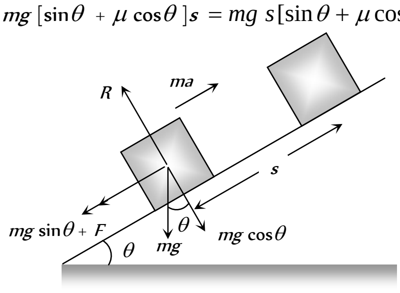


Fig. 5.25

(2) **क्षैतिज तल पर किया गया कार्य**

यदि उपरोक्त व्यंजक में $\theta = 0$ रखें तो

किया गया कार्य = बल × दूरी = $F \times s = \mu\ mg\ s$

यह स्पष्ट है कि किया गया कार्य निम्न पर निर्भर करता है

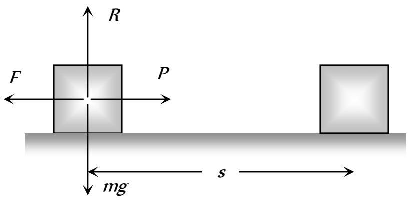


Fig. 5.26

(i) वस्तु का भार

(ii) सम्पर्क पृष्ठों की प्रकृति तथा पदार्थ

(iii) चली गई दूरी

एक.दूसरे के ऊपर रखी वस्तुओं की गति
(Motion of Two Bodies one Resting on the Other)

जब m द्रव्यमान की एक वस्तु A, M द्रव्यमान की अन्य वस्तु B पर स्थित हो तो दो स्थितियाँ सम्भव हैं।

(1) एक बल F ऊपरी वस्तु पर लगाया जाये

(2) एक बल F नीचे वाली वस्तु पर लगाया जाये

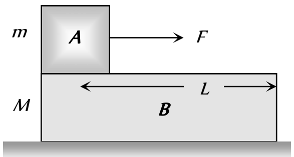


Fig. 5.27

उपरोक्त स्थितियों की हम निम्न प्रकार से एक-एक कर व्याख्या करेंगे।

(1) **एक बल F ऊपरी वस्तु पर लगाया जाये तब निम्न चार स्थितियाँ सम्भव हैं**

(i) **जब कोई घर्षण न हो**

(a) वस्तु A, वस्तु B पर त्वरण (F/m) से गति करेगी

अतः $a_A = F/m$

(b) वस्तु B विराम में रहेगी अतः $a_B = 0$

(c) यदि B की लम्बाई L हो जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है तो, A,B पर से t समय बाद गिर जायेगी

$$t = \sqrt{\frac{2L}{a}} = \sqrt{\frac{2mL}{F}} \qquad \left[\text{चूँकि } s = \frac{1}{2}a t^2 \text{ तथा } a = F/m\right]$$

(ii) **यदि केवल A तथा B के बीच घर्षण उपस्थित हो तथा आरोपित बल सीमान्त घर्षण से कम हो ($F < F_l$)**

(F = ऊपरी वस्तु पर आरोपित बल, F_l = A तथा B के बीच सीमान्त घर्षण F_k = A तथा B के बीच गतिक घर्षण)

(a) A, B पर नहीं फिसलेगी यदि $F < F_l$ अर्थात् $F < \mu_s mg$

(b) संयुक्त निकाय ($m + M$) एक साथ एक ही त्वरण

$$a_A = a_B = \frac{F}{M+m}$$ से गति करेगा।

(iii) **यदि केवल A तथा B के बीच घर्षण उपस्थित हो तथा आरोपित बल सीमान्त घर्षण से अधिक हो ($F > F_l$)**

इस स्थिति में दोनों वस्तुयें समान दिशा में (अर्थात् आरोपित बल की दिशा में) परन्तु विभिन्न त्वरणों से गति करती हैं। यहाँ गतिक घर्षण ($\mu_k mg$) A की गति का विरोध करेगा तथा B की गति में सहायक होगा ।

(a) A का मुक्त पिण्ड आरेख

$F - F_k = m\, a_A$

अर्थात् $a_A = \dfrac{F - F_k}{m}$

$\Rightarrow a_A = \dfrac{(F - \mu_k mg)}{m}$

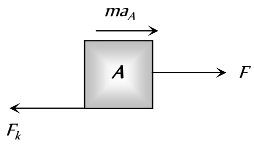


Fig. 5.28

(b) B का मुक्त पिण्ड आरेख

$F_k = M\, a_B$ अर्थात् $a_B = \dfrac{F_k}{M}$

$\Rightarrow a_B = \dfrac{\mu_k mg}{M}$

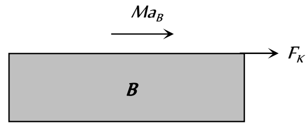


Fig. 5.29

(c) चूंकि दोनों वस्तुयें समान दिशा में गतिमान हैं

B के सापेक्ष A का त्वरण

$$a = a_A - a_B = \frac{MF - \mu_k mg\,(m+M)}{mM}$$

अतः A, B से t समय बाद गिर जायेगा

$$t = \sqrt{\frac{2L}{a}} = \sqrt{\frac{2\,m\,ML}{MF - \mu_k mg\,(m+M)}}$$

(iv) **यदि फर्श तथा B के बीच घर्षण हो**

(जहाँ $F_l' = \mu'(M+m)g$ = फर्श तथा B के बीच सीमान्त घर्षण, F_k = A तथा B के बीच गतिक घर्षण)

B गति करेगा यदि $F_k > F_l'$ तथा तब $F_k - F_l' = M\, a_B$

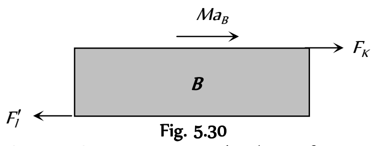


Fig. 5.30

फिर भी यदि B गति नहीं करता है तो फर्श तथा B के बीच स्थैतिक घर्षण कार्य करेगा (सीमान्त घर्षण नहीं) अर्थात् घर्षण बल = आरोपित बल (= F_k) F_l' नहीं

(2) **नीचे की वस्तु पर बल F आरोपित किया जायेए तब निम्न चार स्थितियाँ सम्भव हैं**

(i) **जब कोई घर्षण न हो**

(a) B त्वरण (F/M) से गति करेगा जब कि A स्थिर रहेगा (जमीन के सापेक्ष) क्योंकि A पर कोई बल नहीं लग रहा है।

$$a_B = \left(\frac{F}{M}\right) \text{ तथा } a_A = 0$$

(b) चूंकि B के सापेक्ष A पीछे की दिशा में त्वरण (F/M) से गति करेगा और यह इस पर से t समय में गिर जायेगा।

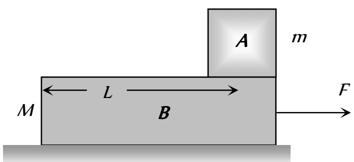


Fig. 5.31

$\therefore \quad t = \sqrt{\frac{2L}{a}} = \sqrt{\frac{2ML}{F}}$

(ii) **यदि केवल A तथा B के मध्य घर्षण हो तथा $F' < F_l$**

(जहाँ F' = A पर छद्‌म बल तथा F_l = A तथा B के बीच सीमान्त घर्षण)

(a) दोनों वस्तुयें एक साथ उभयनिष्ठ त्वरण $a = \frac{F}{M+m}$ से गति करेंगी।

(b) A पर छद्‌म बल $F' = ma = \frac{mF}{m+M}$ तथा $F_l = \mu_s mg$

(c) $F' < F_l \Rightarrow \frac{mF}{m+M} < \mu_s mg \Rightarrow F < \mu_s (m+M) g$

अतः दोनों वस्तुयें समान त्वरण $a_A = a_B = \frac{F}{m+M}$ से गति करेंगी यदि $F < \mu_s [m+M] g$

(iii) **यदि केवल A तथा B के बीच घर्षण उपस्थित हो तथा $F' > F_l$**

(जहाँ $F_l' = \mu_s mg$ = वस्तु A एवं B के बीच सीमान्त घर्षण)

दोनों वस्तुयें विभिन्न त्वरण से गति करेंगीं। यहाँ गतिक घर्षण ($\mu_k mg$) B की गति का विरोध करेगा जबकि A की गति में सहायक होगा।

(a) A का मुक्त पिण्ड आरेख

$ma_A = \mu_k mg$

अर्थात् $a_A = \mu_k g$

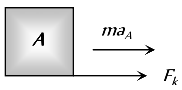


Fig. 5.32

(b) B का मुक्त पिण्ड आरेख

$F - F_k = Ma_B$

अर्थात् $a_B = \frac{[F - \mu_k mg]}{M}$

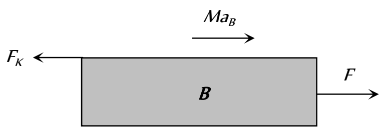


Fig. 5.33

(c) चूंकि दोनों वस्तुयें समान दिशा में गतिमान हैं

B के सापेक्ष A का त्वरण

$a = a_A - a_B = -\left[\frac{F - \mu_k g(m+M)}{M}\right]$ होगा

ऋणात्मक चिन्ह यह दर्शाता है कि B के सापेक्ष, A पीछे की ओर गतिमान है तथा t समय बाद गिर जायेगा।

$t = \sqrt{\frac{2L}{a}} = \sqrt{\frac{2ML}{F - \mu_k g(m+M)}}$

(iv) **यदि फर्श तथा B के बीच घर्षण है तथा $F > F_l''$**

(जहाँ $F_l'' = \mu_s (m+M) g$ = फर्श एवं वस्तु B के बीच का सीमान्त घर्षण)

यदि $F - F_l''$ होगा केवल तब ही निकाय गति करेगा, इस स्थिति में F को $F - F_l''$ से प्रतिस्थापित करने पर, स्थिति (iii) पूर्णतः लागू होगी।

परन्तु यदि $F < F_l''$ होगा तब निकाय गति नहीं करता है तथा फर्श एवं B के बीच घर्षण F होगा, जबकि A तथा B के बीच घर्षण शून्य होगा।

खुरदरे कटोरे में एक सूक्ष्म कीड़े की गति

(Motion of an Insect in the Rough Bowl)

कटोरे में कीड़ा एक निश्चित ऊँचाई h तक केवल तब तक चढ़ सकता है, जब तक कि कटोरे के अनुदिश इसके भार का घटक, सीमान्त घर्षण से सन्तुलित होता रहे।

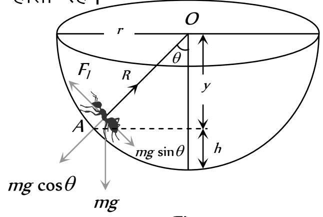


Fig. 5.34

माना m = कीड़े का द्रव्यमान, r = कटोरे की त्रिज्या, μ = घर्षण गुणांक

बिन्दु A पर सीमान्त घर्षण की स्थिति में

$R = mg \cos\theta$ ......(i) तथा $F_l = mg \sin\theta$ ......(ii)

(ii) में (i) से भाग देने पर

$\tan\theta = \frac{F_l}{R} = \mu$ [चूँकि $F_l = \mu R$]

$\therefore \frac{\sqrt{r^2 - y^2}}{y} = \mu$ अथवा $y = \frac{r}{\sqrt{1+\mu^2}}$

अतः $h = r - y = r\left[1 - \frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}}\right] \Rightarrow h = r\left[1 - \frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}}\right]$

गति प्रारम्भ करने हेतु डोरी से लटकाया गया न्यूनतम द्रव्यमान

(Minimum Mass Hung from the String to Just Start the Motion)

(i) **जब द्रव्यमान m_1 खुरदरे क्षैतिज तल पर रखा है:** एक अन्य द्रव्यमान m_2 को डोरी से घर्षणहीन घिरनी द्वारा लटकाया गया है। डोरी में उत्पन्न तनाव 'T', द्रव्यमान m_1 को गति में लाने का प्रयास करता है।

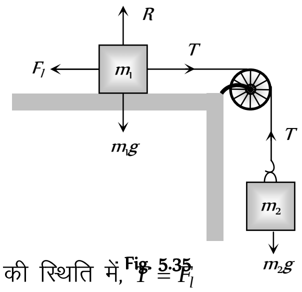


Fig. 5.35

सीमान्त घर्षण की स्थिति में, $T = F_l$

$\Rightarrow m_2 g = \mu R \Rightarrow m_2 g = \mu m_1 g$

$\therefore m_2 = \mu m_1$ यह गति प्रारम्भ करने के लिए m_2 का न्यूनतम मान है।

Note : ❑ उपरोक्त स्थिति में, घर्षण गुणांक $\mu = \frac{m_2}{m_1}$

(2) **जब द्रव्यमान m_1 को खुरदरे नतसमतल पर रखा जाये :** एक अन्य द्रव्यमान m_2 को डोरी से घर्षणरहित घिरनी द्वारा लटकाया गया हैं। डोरी में उत्पन्न तनाव (T), द्रव्यमान m_1 की गति प्रारम्भ करने का प्रयास करेगा

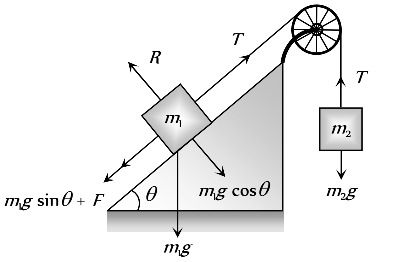


Fig. 5.36

सीमान्त घर्षण की स्थिति में :

m_2 के लिए $T = m_2 g$ ...(i)

m_1 के लिए $T = m_1 g \sin\theta + F$

$\Rightarrow \quad T = m_1 g \sin\theta + \mu R$

$\Rightarrow T = m_1 g \sin\theta + \mu m_1 g \cos\theta$ ...(ii)

(i) व (ii) से $m_2 = m_1[\sin\theta + \mu\cos\theta]$

यह गति प्रारम्भ करने के लिए m_2 का न्यूनतम मान है।

Note : ❑ उपरोक्त स्थिति में, घर्षण गुणांक

$$\mu = \left[\frac{m_2}{m_1 \cos\theta} - \tan\theta\right]$$

लटकी हुयी जंजीर की अधिकतम लम्बाई
(Maximum Length of Hung Chain)

l लम्बाई की एकसमान जंजीर किसी टेबिल पर इस प्रकार रखी है कि इसका l' भाग टेबिल के एक किनारे से बिना फिसले लटक रहा है। चूंकि जंजीर का एकसमान रेखीय घनत्व है। अतः जंजीर के किसी भी भाग की लम्बाईयों का अनुपात व द्रव्यमानों का अनुपात समान होगा।

हम जानते हैं कि $\mu = \frac{m_2}{m_1} = \frac{\text{टेबिल से लटका द्रव्यमान}}{\text{टेबिल पर रखा द्रव्यमान}}$

$\therefore$ उपरोक्त व्यंजक को हम निम्न प्रकार भी लिख सकते हैं।

$\mu = \frac{\text{टेबिल से लटकी जंजीर की लम्बाई}}{\text{टेबिल पर रखी जंजीर की लम्बाई}}$ [चूंकि जंजीर का रेखीय घनत्व एकसमान है]

$\therefore \mu = \frac{l'}{l - l'}$

हल करने पर $l' = \frac{\mu l}{(\mu + 1)}$

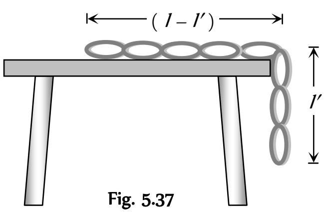


Fig. 5.37

नतसमतल तथा वस्तु के बीच घर्षण गुणांक
(Coefficient of Friction Between a Body and Wedge)

एक वस्तु θ कोण वाले चिकने नतसमतल पर फिसलती है और नीचे आने में t समय लेती है।

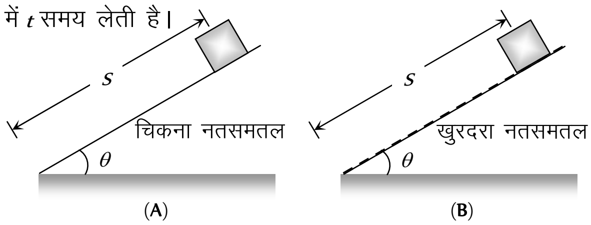


Fig. 5.38

यदि वही नतसमतल घर्षण युक्त बनाया जाये तो वस्तु को नीचे आने में n गुना (अर्थात् nt) समय लगता है।

दोनों स्थितियों में पथ की लम्बाई समान है।

चिकने नतसमतल के लिए, $S = ut + \frac{1}{2}at^2$

$S = \frac{1}{2}(g\sin\theta)t^2$ ...(i)

[चूँकि $u = 0$ तथा $a = g\sin\theta$]

खुरदुरे नतसमतल के लिए, $S = ut + \frac{1}{2}at^2$

$S = \frac{1}{2}g(\sin\theta - \mu\cos\theta)(nt)^2$ ...(ii)

[चूँकि $u = 0$ तथा $a = g(\sin\theta - \mu\cos\theta)$]

समीकरण (i) व (ii) से,

$\frac{1}{2}(g\sin\theta)t^2 = \frac{1}{2}g(\sin\theta - \mu\cos\theta)(nt)^2$

$\Rightarrow \sin\theta = (\sin\theta - \mu\cos\theta)n^2$

$\Rightarrow \mu = \tan\theta\left[1 - \frac{1}{n^2}\right]$

घर्षण के कारण गुटके का रुकना
(Stopping of Block Due to Friction)

(I) **क्षैतिज सड़क पर**

(i) **विराम में आने से पूर्व चली गई दूरी :** m द्रव्यमान की एक वस्तु प्रारम्भ में u वेग से खुरदरी सड़क पर चल रही है तथा घर्षण के कारण यह S दूरी तय करके रुक जाती है।

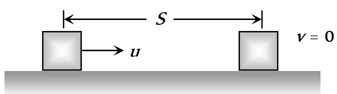


Fig. 5.39

मंदक बल $F = ma = \mu R \Rightarrow \quad ma = \mu mg$

$\therefore a = \mu g$

समीकरण $v^2 = u^2 - 2aS$ से $\Rightarrow \quad 0 = u^2 - 2\mu g S$

[चूँकि $v = 0$, $a = \mu g$]

$\therefore \quad S = \frac{u^2}{2\mu g}$ अथवा $S = \frac{P^2}{2\mu m^2 g}$

[चूँकि संवेग $P = mu$]

(ii) **विराम में आने में लगा समय**

समीकरण $v = u - at$ से $\Rightarrow \quad 0 = u - \mu g t$

[चूँकि $v = 0, a = \mu g$]

$$\therefore \; t = \frac{u}{\mu g}$$

(2) **नतसमतलीय सड़क पर :** जब गुटका प्रारम्भिक वेग u से ऊपर की ओर गति करता है तो इसकी गतिज ऊर्जा का कुछ भाग, स्थितिज ऊर्जा में परिवर्तित हो जाता है तथा कुछ भाग घर्षण के विरुद्ध खर्च होता है तथा S दूरी तय करने के बाद यह विराम में आ जाती है। अर्थात् $v = 0$

हम जानते हैं कि मंदन $a = g[\sin\theta + \mu\cos\theta]$

v तथा a के मान निम्न समीकरण में रखने पर

$v^2 = u^2 - 2aS$

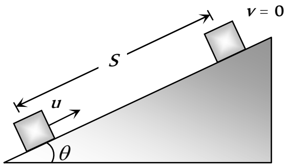


Fig. 5.40

$\Rightarrow \quad 0 = u^2 - 2g[\sin\theta + \mu\cos\theta]S$

$$\therefore \; S = \frac{u^2}{2g(\sin\theta + \mu\cos\theta)}$$

घर्षण के कारण दो गुटकों का रुकना
(Stopping of Two Blocks Due to Friction)

जब दो गुटकों को एक दूसरे की ओर संपीड़ित किया जाये तथा अचानक छोड़ दिया जाये तो प्रत्येक गुटके के द्वारा प्राप्त ऊर्जा घर्षण के विरुद्ध खर्च होती है तथा अंत में गुटके विराम में आ जाते हैं।

अर्थात् $F \times S = E$ [जहाँ F = घर्षण, S = गुटके के द्वारा तय की गई दूरी, E = गुटके की प्रारम्भिक गतिज ऊर्जा]

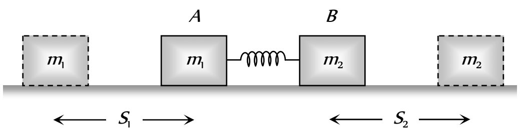


Fig. 5.41

$\Rightarrow \quad F \times S = \dfrac{P^2}{2m}$ [जहाँ P = गुटके का संवेग]

$\Rightarrow \quad \mu mg \times S = \dfrac{P^2}{2m}$ [चूंकि $F = \mu\, mg$]

$\Rightarrow \quad S = \dfrac{P^2}{2\mu m^2 g}$

दी गई स्थिति में P तथा μ दोनों गुटकों के लिए समान हैं

अतः $S \propto \dfrac{1}{m^2} \Rightarrow \dfrac{S_1}{S_2} = \left[\dfrac{m_2}{m_1}\right]^2$

खुरदरे नतसमतल के निचले सिरे पर वेग
(Velocity at the Bottom of Rough Wedge)

माना m द्रव्यमान का गुटका जो कि खुरदरे नतसमतल के ऊपरी सिरे पर रखा है (ऊँचाई h) तथा नीचे की ओर फिसलना प्रारम्भ करता है व निम्न बिन्दु पर वेग v से पहुँचता है, तो

घर्षण के कारण ऊर्जा में हानि = FL (घर्षण के विरुद्ध किया गया कार्य)

बिन्दु A पर स्थितिज ऊर्जा = mgh

बिन्दु B पर गतिज ऊर्जा = $\dfrac{1}{2}mu^2$

ऊर्जा संरक्षण सिद्धान्त से,

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh - FL$$

$$v = \sqrt{\frac{2}{m}(mgh - FL)}$$

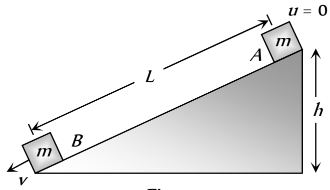
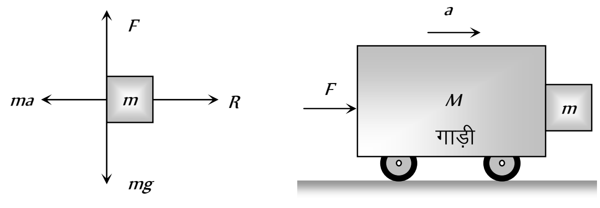


Fig. 5.42

त्वरित गाड़ी के साथ गुटके का चिपकना
(Sticking of a Block with Accelerated Cart)

जब एक गाड़ी कुछ त्वरण के साथ दांयी ओर गति करती है तो गुटके पर एक छद्म बल (ma) बायीं ओर लगता है।

यह बल (ma) गाड़ी पर गुटके का क्रिया बल है।



(A) (B)

Fig. 5.43

अब गुटका गाड़ी के सापेक्ष स्थिर रहेगा, यदि घर्षण बल $\mu R \geq mg$

$\Rightarrow \mu ma \geq mg$ [चूँकि $R = ma$]

$\Rightarrow a \geq \frac{g}{\mu} \Rightarrow a_{\min} = \frac{g}{\mu}$

यह गाड़ी का न्यूनतम त्वरण है ताकि गुटका नहीं गिरे। तथा गुटके को गाड़ी के साथ स्थिर बनाये रखने के लिए न्यूनतम बल

$F_{\min} = (M + m) a_{\min}$

$F_{\min} = (M + m) \frac{g}{\mu}$

घूर्णक की दीवार के साथ व्यक्ति का चिपकना
(Sticking of a Person with the Wall of Rotor)

एक व्यक्ति जिसका द्रव्यमान m है बेलनाकार ड्रम (घूर्णक) के अंदर की ओर दीवार के सम्पर्क में खड़ा है। दीवार तथा उसके कपड़ों के मध्य घर्षण गुणांक μ है।

यदि घूर्णक अपनी अक्ष के परितः घूमना प्रारम्भ कर दे तो व्यक्ति एक विशेष चाल ω पर केन्द्र से दूर अपकेन्द्रीय बल का अनुभव करता है। अतः व्यक्ति दीवार से चिपक जाता है चाहे उसके नीचे का फर्श हटा दिया जाये, क्योंकि इस स्थिति में, घर्षण बल इसके भार को संतुलित करता है।

चित्र से,

घर्षण बल (F) = व्यक्ति का भार (mg)

$\Rightarrow \mu R = mg \Rightarrow \mu F_c = mg$

[यहाँ, F_c= अपकेन्द्रीय बल]

$\Rightarrow \mu m \omega_{\min}^2 r = mg$

$\therefore \omega_{\min} = \sqrt{\frac{g}{\mu r}}$

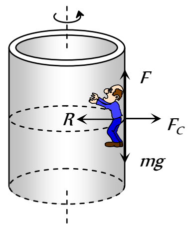


Fig. 5.44

Tips & Tricks

✍ घर्षण बल एक असंरक्षी बल है।

✍ घर्षण बल हमेशा दो सतहों के बीच आपेक्षिक गति की दिशा के विपरीत दिशा में लगता है।

✍ लोटनिक घर्षण का मान सर्पी घर्षण से बहुत कम होता है। यह संकल्पना पहियों की खोज में सहायक सिद्ध हुई।

✍ जब दो सतहों को अत्यंत चिकना बनाया जाता है तो उन सतहों के बीच घर्षण बढ़ेगा (न कि घटेगा)।

✍ दो सतहों के बीच संपर्क बिंदु पर परमाण्विक तथा आण्विक आकर्षण बलों के कारण उन सतहों के बीच घर्षण होता है।

Ordinary Thinking
Objective Questions

स्थैतिक तथा सीमांत घर्षण

1. घर्षण गुणांक μ तथा घर्षण कोण λ में निम्न सम्बन्ध होता है

(a) $\sin \lambda = \mu$ (b) $\cos \lambda = \mu$

(c) $\tan \lambda = \mu$ (d) $\tan \mu = \lambda$

2. 98 न्यूटन का बल बर्फ पर रखे 100 किग्रा के द्रव्यमान को ठीक गतिशील करने हेतु आवश्यक है। स्थैतिक घर्षण गुणांक का मान होगा

(a) 0.6 (b) 0.4

(c) 0.2 (d) 0.1

3. W भार के एक पिण्ड को ऊर्ध्वाधर दीवार के साथ रखने के लिये एक क्षैतिज बल F लगाया जाता है। पिण्ड को दीवार के साथ रखने के लिये आवश्यक न्यूनतम बल है [MP PMT 1993]

(a) W से कम (b) W के बराबर

(c) W से अधिक (d) आंकडे अपर्याप्त हैं

4. अधिकतम स्थैतिक घर्षण बल का मान

(a) स्पर्शी सतहों के क्षेत्रफल का दोगुना होता है

(b) स्पर्शी सतहों के क्षेत्रफल पर निर्भर नहीं करता

(c) स्पर्शी सतहों के क्षेत्रफल के बराबर होता है

(d) उपरोक्त में से कोई नहीं

5. स्थैतिक घर्षण के अधिकतम मान को कहते हैं [BHU 1995; RPET 2000]

(a) सीमांत घर्षण (b) बेलन घर्षण

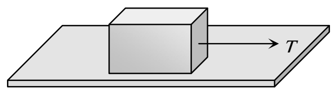
(c) अभिलम्ब प्रतिक्रिया (d) घर्षण गुणांक

6. क्षैतिज तल पर स्थित W भार के एक पिण्ड पर क्षैतिज से θ कोण पर एक खिंचाव बल लगाया जा रहा है। यदि घर्षण कोण का मान α हो, तो इस पिण्ड को गति में लाने के लिये आवश्यक बल का मान होगा [EAMCET 1987]

(a) $\frac{W \sin \alpha}{g \tan(\theta - \alpha)}$ (b) $\frac{W \cos \alpha}{\cos(\theta - \alpha)}$

(c) $\frac{W \sin \alpha}{\cos(\theta - \alpha)}$ (d) $\frac{W \tan \alpha}{\sin(\theta - \alpha)}$

7. चित्र में प्रदर्शित 10 न्यूटन भार का एक गुटका क्षैतिज सतह पर रखा है। सतह तथा गुटके के बीच स्थैतिक घर्षण गुणांक μ_s का मान 0.4 है। एक बार गतिमान होने के पश्चात् इसे 3.5 न्यूटन के बल द्वारा एक समान गत्यावस्था में बनाये रखा जाता है। इस गुटके पर यदि 3 न्यूटन का क्षैतिज बल लगाया जाये, तो यह [MP PET 1993]



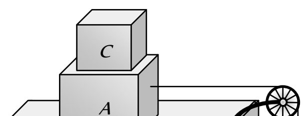
(a) क्षैतिज सतह पर नियत वेग से गति करेगा

(b) क्षैतिज सतह पर त्वरित गति करेगा

(c) कोई गति नहीं करेगा

(d) पहले कुछ समय नियत वेग से तथा फिर त्वरित गति करेगा

8. 10 किग्रा व 5 किग्रा के दो द्रव्यमान एक डोरी द्वारा परस्पर जुड़े हैं, जो कि एक घर्षणहीन घिरनी (मेज के कोने पर स्थिर) से होकर



जाती है, जैसा कि चित्र में प्रदर्शित है। A तथा मेज के बीच स्थैतिक घर्षण गुणांक 0.2 है। गुटके A पर एक कितने न्यूनतम मान के द्रव्यमान C को रखा जाए, जिससे गुटका A गति न कर सके

(a) 15 *kg*

(b) 10 *kg*

(c) 5 *kg*

(d) 12 *kg*

9. सीमांत घर्षण

(a) हमेशा गतिज घर्षण से अधिक होता है

(b) हमेशा गतिज घर्षण से कम होता है

(c) गतिज घर्षण के बराबर होता है

(d) गतिज घर्षण से कभी अधिक व कभी कम होता है

10. निम्न में से कौनसी विधि द्वारा घर्षण बल को न्यूनतम किया जा सकता है

(a) बाल-बियरिंग द्वारा (b) स्नेहन द्वारा

(c) पॉलिश द्वारा (d) उपरोक्त सभी

11. एक समान मोटाई की, l लम्बाई की एक रस्सी टेबल पर रखी है। यदि घर्षण गुणांक μ हो, तो इस रस्सी की वह अधिकतम लम्बाई l_1 जिसके टेबल से नीचे लटकने पर भी रस्सी नीचे न फिसले, होगी [DPMT 2001]

(a) $\frac{l}{\mu}$ (b) $\frac{l}{\mu+l}$

(c) $\frac{\mu l}{1+\mu}$ (d) $\frac{\mu l}{\mu-1}$

12. निम्न में से कौनसा कथन असत्य है [CMC Vellore 1989]

(a) दो सतहों के बीच घर्षण गुणांक का मान बढ़ता जाता है। यदि सतहों को अधिक खुरदरा बनाया जाये

(b) घर्षण बल हमेशा पिण्ड पर लगाये गयें बल के विपरीत दिशा में लगता है

(c) बेलन घर्षण हमेशा सर्पी घर्षण से अधिक होता है

(d) लकड़ी और लकड़ी के बीच घर्षण गुणांक एक से कम होता है

13. एक 1 किलोग्राम के पिण्ड को एक दीवार के लम्बवत् F बल लगाकर दीवार के साथ रोके रखा गया है। यदि घर्षण गुणांक $\mu = 0.2$ है, तो बल F का न्यूनतम मान है [MP PMT 2003]

(a) 980 *N* (b) 49 *N*

(c) 98 *N* (d) 490 *N*

14. एक भारी एकसमान जंजीर क्षैतिज मेज के ऊपर रखी हुई है। यदि जंजीर व मेज की सतह के बीच घर्षण गुणांक 0.25 है, तो जंजीर की लम्बाई का वह अधिकतम भाग जो मेज के एक सिरे से नीचे लटकाया जा सकता है, होगा [CBSE PMT 1990]

(a) 20% (b) 25%

(c) 35% (d) 15%

15. दो गुटकों A तथा B को चित्र के अनुसार व्यवस्थित किया गया है। घिरनी घर्षण रहित है। गुटके A का द्रव्यमान 10 किग्रा है। गुटके A तथा क्षैतिज तल के बीच घर्षण गुणांक 0.20 है। गति आरम्भ करने के लिये गुटके B का न्यूनतम द्रव्यमान होगा [MP PET 1994]

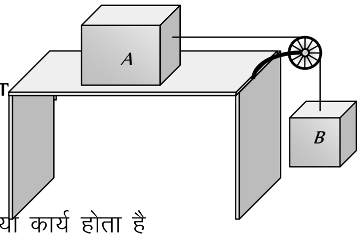
(a) 2 *kg*

(b) 0.2 *kg*

(c) 5 *kg*

(d) 10 *kg*

[MP PET



16. घर्षण बल द्वारा किया गया कार्य होता है

(a) ऋणात्मक (b) धनात्मक

(c) शून्य (d) उपरोक्त में से कोई नहीं

17. L लम्बाई की समरुप जंजीर टेबिल पर इस प्रकार रखी है कि उसका कुछ भाग टेबिल से नीचे लटक रहा है तथा घर्षण के कारण जंजीर संतुलन की अवस्था में है। वह अधिकतम लम्बाई जिसे लटकाने पर जंजीर नीचे नहीं फिसलती, l है। टेबिल तथा जंजीर के मध्य घर्षण गुणांक होगा [EAMCET (Engg.) 1995]

(a) $\frac{l}{L}$ (b) $\frac{l}{L+l}$

(c) $\frac{l}{L-l}$ (d) $\frac{L}{L+l}$

18. यदि दो सतहों के मध्य स्नेहक (Lubricants) लगा दिया जाये तब [AFMC 1998, 99; AIIMS 2001]

(a) वे एक दूसरे से चिपक जायेंगी

(b) एक दूसरे पर फिसलेंगी

(c) एक दूसरे पर लुढ़केंगी

(d) उपरोक्त में से कोई नहीं

19. 20 *kg* द्रव्यमान का एक गुटका रुक्ष क्षैतिज तल पर विरामावस्था में रखा है। गुटके को गतिमान करने के लिए 75 *N* के क्षैतिज बल की आवश्यकता होती है। इसके पश्चात् गतिमान पिण्ड को नियत चाल से गतिमान बनाये रखने के लिए 60 *N* बल की आवश्यकता होती है। स्थैतिक घर्षण गुणांक होगा [AMU 1999]

(a) 0.38 (b) 0.44

(c) 0.52 (d) 0.60

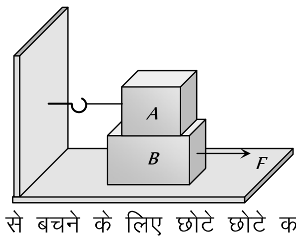
20. एक गुटका A जिसका द्रव्यमान 100 *kg* है, एक अन्य 200 *kg* के गुटके B के ऊपर चित्रानुसार स्थित है। दीवार से बंधी डोरी द्वारा इसे स्थिर रखा गया है। A व B के मध्य घर्षण गुणांक 0.2 है, जबकि B व पृथ्वी के मध्य 0.3 है। B को गतिमान करने के लिए आवश्यक न्यूनतम बल F होगा [RPET 1999]

(a) 900 *N*

(b) 100 *N*

(c) 1100 *N*

(d) 1200 *N*



21. बर्फ पर चलते समय, फिसलने से बचने के लिए छोटे छोटे कदम उठाना चाहिए क्योंकि [BHU 1999; BCECE 2004]

(a) बर्फ का घर्षण अधिक होता है

(b) अभिलम्ब प्रतिक्रिया अधिक होती है

(c) बर्फ का घर्षण कम होता है

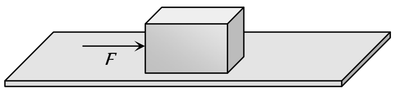
(d) अभिलम्ब प्रतिक्रिया कम होती है

22. किसी नत समतल पर एक बक्सा स्थिर अवस्था में है। जब झुकाव कोण 60^o हैं, तो बक्सा फिसलना प्रारम्भ कर देता है। स्थैतिक घर्षण गुणांक है [KCET 2000]

(a) 1.173 (b) 1.732
(c) 2.732 (d) 1.677

23. 2 *kg* द्रव्यमान का एक गुटका क्षैतिज तल पर रखा है। स्थैतिक घर्षण गुणांक 0.4 है। यदि 2.5 *N* का एक बल *F* चित्रानुसार गुटके पर लगाया जाए तो तल व गुटके के मध्य घर्षण बल होगा [MP PET 2000]

(a) 2.5 *N*
(b) 5 *N*
(c) 7.84 *N*
(d) 10 *N*



24. निम्न में से कौन घर्षण कम करने में प्रयुक्त नहीं होता [Kerala (Engg.) 2001]

(a) तेल (b) बॉल बियरिंग (Ball bearing)
(c) मिट्टी (d) ग्रेफाइट

25. 250 *N* भार की एक सीढ़ी घर्षण रहित ऊर्ध्वाधर दीवार पर लगाई गई है। सीढ़ी व पृथ्वी तल के बीच घर्षण गुणांक 0.3 है, तो पृथ्वी तल व सीढ़ी के संपर्क बिन्दु पर अधिकतम घर्षण बल होगा [AIIMS 2002]

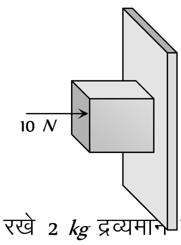
(a) 75 *N* (b) 50 *N*
(c) 35 *N* (d) 25 *N*

26. 2 *kg* द्रव्यमान की एक वस्तु को एक ऊर्ध्वाधर दीवार पर 100 *N* के बल द्वारा दबाकर रखा जाता है। यदि दीवार व वस्तु के मध्य घर्षण गुणांक 0.3 हो, तो घर्षण बल होगा [Orissa JEE 2003]

(a) 6 *N* (b) 20 *N*
(c) 600 *N* (d) 700 *N*

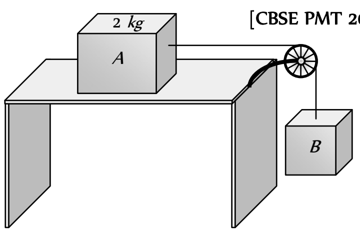
27. किसी दीवार के विरुद्ध एक गुटके को स्थिर बनाये रखने के लिए 10 *N* के क्षैतिज बल की आवश्यकता होती है। यदि दीवार व गुटके के मध्य घर्षण गुणांक 0.2 हो तो गुटके का भार होगा [AIEEE 2003]

(a) 2 *N*
(b) 20 *N*
(c) 50 *N*
(d) 100 *N*



28. एक टेबिल तथा इस पर रखे 2 *kg* द्रव्यमान के गुटके *A*, जैसा कि चित्र में प्रदर्शित है, के बीच स्थैतिक घर्षण गुणांक (μ_s) 0.2 है। गुटके *B* का अधिकतम द्रव्यमान क्या होगा ताकि दोनों गुटके स्थिर रहें। डोरी एवं घिरनी घर्षणहीन तथा द्रव्यमानहीन हैं $(g = 10\, m/s^2)$ [CBSE PMT 2004]

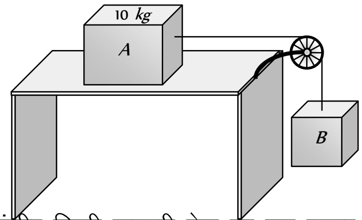
(a) 2.0 *kg*
(b) 4.0 *kg*



(c) 0.2 *kg*
(d) 0.4 *kg*

29. यदि गुटके *A* का द्रव्यमान $= 10\ kg$, स्थैतिक घर्षण गुणांक = 0.2, गतिक घर्षण गुणांक = 0.2 हो, तो गति प्रारम्भ करने के लिए गुटके *B* का द्रव्यमान होगा [Orissa PMT 2004]

(a) 2 *kg*
(b) 2.2 *kg*
(c) 4.8 *kg*
(d) 200 *gm*



30. धातु की एक समरूप जंजीर किसी खुरदरी मेज पर इस प्रकार रखी है कि इसका एक सिरा मेज के किनारे से लटका हुआ है। जब जंजीर का एक तिहाई भाग मेज के किनारे से लटकता है तो यह फिसलना प्रारम्भ करती है। स्थैतिक घर्षण गुणांक का मान है [Kerala PET 2005]

(a) $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{1}{4}$
(c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{1}{2}$

31. एक लिफ्ट नीचे की ओर गुरुत्वीय त्वरण के बराबर त्वरण से गति कर रही है। लिफ्ट के फर्श पर रखी *m* द्रव्यमान की एक वस्तु क्षैतिजतः खींची जाती है। यदि घर्षण गुणांक μ हो तो वस्तु के द्वारा उत्पन्न घर्षण प्रतिरोध होगा [DPMT 2004]

(a) mg (b) μmg
(c) $2\mu mg$ (d) शून्य

32. यदि 250 *N* भार की सीढ़ी को एक चिकनी लंबवत् दीवार के सहारे लगाया जाता है। सीढ़ी तथा फर्श के बीच घर्षण गुणांक 0.3 है, तब सीढ़ी तथा फर्श के संपर्क बिंदु पर अधिकतम घर्षण बल का मान होगा [BHU 2004]

(a) 75 *N* (b) 50 *N*
(c) 35 *N* (d) 25 *N*

गतिज घर्षण

1. निम्न में से कौन-सा कथन सत्य है

(a) लोटनिक घर्षण (Rolling friction) सर्पी घर्षण (Sliding friction) से अधिक होता है
(b) लोटनिक घर्षण सर्पी घर्षण से कम होता है
(c) लोटनिक घर्षण तथा सर्पी घर्षण के मान समान होते हैं
(d) लोटनिक घर्षण तथा सर्पी घर्षण एक ही घर्षण के दो नाम हैं

2. R त्रिज्या के एक समतल वृत्ताकार पथ पर किसी कार के चलने की वह अधिकतम चाल, जिससे कार फिसल न पाये, (यदि गतिज घर्षण गुणांक μ हो) होगी [NCERT 1990]

(a) μRg (b) $Rg\sqrt{\mu}$
(c) $\mu\sqrt{Rg}$ (d) $\sqrt{\mu Rg}$

3. एक कार सीधी क्षैतिज सड़क पर v_0 वेग से चल रही है। यदि टायर व सड़क के बीच घर्षण गुणांक μ हो, तो कार को रोकने हेतु न्यूनतम दूरी होगी [MP PET 1985; BHU 2002]

(a) $\frac{v_0^2}{2\mu g}$ (b) $\frac{v_0}{\mu g}$

(c) $\left(\frac{v_0}{\mu g}\right)^2$ (d) $\frac{v_0}{\mu}$

4. 5 किग्रा का एक पिण्ड घर्षणयुक्त क्षैतिज सतह पर विरामावस्था में रखा है। जब इस पर 24 न्यूटन का बल तथा नगण्य आवेग लगाया जाता है तब इसका त्वरण होगा (यदि गतिज घर्षण गुणांक $=0.4$ तथा $g = 9.8$ मी/सै^{2})

(a) $0.26\,m/s^2$ (b) $0.39\,m/s^2$

(c) $0.69\,m/s^2$ (d) $0.88\,m/s^2$

5. 2 किग्रा का एक पिण्ड 2 मी/सै के अचर वेग से एक घर्षण युक्त क्षैतिज तल में खींचा जा रहा है। यदि सतह और पिण्ड के बीच घर्षण गुणांक 0.20 हो, तो 5 sec में उत्पन्न ऊष्मा का मान होगा [यदि $J = 4.2$ जूल/कैलोरी तथा $g = 9.8$ मी/सै^{2}]

[MH CET 2001]

(a) 9.33 *cal* (b) 10.21 *cal*

(c) 12.67 *cal* (d) 13.34 *cal*

6. 200 किग्रा व 300 किग्रा के दो डिब्बों को जो क्षैतिज पटरियों पर स्थित हैं, एक-दूसरे से दूर हटाया जा रहा है। पटरियों और डिब्बों के बीच लगने वाला घर्षण दोनों के लिये समान है। यदि 200 किग्रा वाला डिब्बा 36 मी की दूरी चल कर रुक जाये तो 300 किग्रा वाले डिब्बे के द्वारा चली गई दूरी होगी

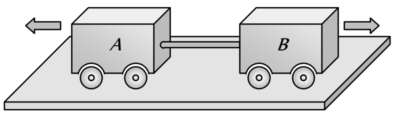
[CPMT 1989; DPMT 2002]

(a) 32 *m*

(b) 24 *m*

(c) 16 *m*

(d) 12 *m*



7. एक पिण्ड B एक क्षैतिज चिकनी सतह पर स्थित है। एक अन्य पिण्ड A पिण्ड B के ऊपर रखा गया है। पिण्ड A और B की सतहों के बीच घर्षण गुणांक μ है। B पिण्ड का त्वरण क्या होना चाहिये जिससे पिण्ड A, पिण्ड B के ऊपर फिसल सके

(a) μg (b) g/μ

(c) μ/g (d) $\sqrt{\mu g}$

8. 60 किग्रा के एक पिण्ड को केवल उतने बल से धकेला जाता है जो उसे केवल गतिशील करने के लिये पर्याप्त है तथा यही बल पिण्ड पर इसके बाद भी लगा रहता है। यदि स्थैतिक घर्षण तथा सर्पी घर्षण के मान क्रमशः 0.5 तथा 0.4 हों, तो पिण्ड में उत्पन्न त्वरण होगा

(a) $6\,m/s^2$ (b) $4.9\,m/s^2$

(c) $3.92\,m/s^2$ (d) $1\,m/s^2$

9. एक चिकनी सड़क के मोड़ पर एक कार अचर चाल 10 मी/सै से मुड़ती है। यदि घर्षण गुणांक 0.5 हो तो कार को बिना फिसले मुड़ने के लिये पथ की न्यूनतम वक्रता त्रिज्या का मान होना चाहिये (मीटर में)

(a) 20 (b) 10

(c) 5 (d) 4

10. एक मोटर साइकिल चालक, जिसका द्रव्यमान m है, r त्रिज्या के वक्रीय मार्ग पर v वेग से चल रहा है। घर्षण गुणांक का वह न्यूनतम मान जिससे वह सुरक्षित गति कर सके, होगा

[Haryana CEE 1996]

(a) v^2rg (b) $\frac{v^2}{gr}$

(c) $\frac{gr}{v^2}$ (d) $\frac{g}{v^2r}$

11. एक खुरदुरे क्षैतिज तल पर 2 किग्रा द्रव्यमान की एक वस्तु को 10 मी/सै का वेग दिया गया है। यदि घर्षण गुणांक 0.2 तथा $g = 10$ मी/सै^{2} हो, तो वस्तु कितनी दूरी चल कर रुक जायेगी

[MP PMT 1999]

(a) 10 *m* (b) 25 *m*

(c) 50 *m* (d) 250 *m*

12. 50 किग्रा द्रव्यमान का एक गुटका घर्षण युक्त क्षैतिज सतह पर खिसकता है। गुटके तथा सतह के बीच घर्षण गुणांक 0.6 है। क्षैतिज से ऊपर की ओर $30°$ के कोण पर लगने वाला न्यूनतम खिंचाव बल कितना होगा जिससे कि गुटका सीमान्त संतुलन की अवस्था में आ जाए [ISM Dhanbad 1994]

(a) 29.43 *N* (b) 219.6 *N*

(c) 21.96 *N* (d) 294.3 *N*

13. $10\,kg$ की वस्तु पर 129.4 न्यूटन का बल क्रियाशील है। यदि $g = 9.8$ मी/सैकण्ड^2 हो तथा वस्तु का त्वरण 10 मी/सै^{2} हो तब गतिज घर्षण गुणांक का मान होगा [EAMCET 1994]

(a) 0.03 (b) 0.01

(c) 0.30 (d) 0.25

14. यदि सड़क तथा कार के टायरों के मध्य घर्षण गुणांक का मान 0.5 हो, तो कार की वह अधिकतम चाल क्या होगी जिससे वह 40 मीटर के समतल वृत्तीय मोड़ पर बिना फिसले गुजर सके [AMU 1995]

(a) 25 *m/s* (b) 19 *m/s*

(c) 14 *m/s* (d) 11 *m/s*

15. एक कार सीधी क्षैतिज सड़क के अनुदिश 72 किमी/घंटा की चाल से जा रही है, यदि सड़क तथा टायरों के बीच घर्षण गुणांक 0.5 हो, तब वह न्यूनतम दूरी क्या होगी जिसमें कार विराम में आ जायेगी $[g = 10\,ms^{-2}]$ [CBSE PMT 1992]

(a) 30 *m* (b) 40 *m*

(c) 72 *m* (d) 20 *m*

16. 500 किग्रा द्रव्यमान का घोड़ा 1500 किग्रा द्रव्यमान की गाड़ी को क्षैतिज तल पर 1 मी/सैकण्ड^2 के त्वरण से खींच रहा है। यदि सर्पी घर्षण का मान 0.2 हो, तब घोड़े द्वारा आगे की दिशा में लगाया गया बल होगा [SCRA 1998]

(a) 3000 *N* (b) 4000 *N*

(c) 5000 *N* (d) 6000 *N*

17. 30 *m* त्रिज्या के मोड़ पर कार की अधिकतम चाल क्या होगी, यदि टायर व सड़क के बीच घर्षण गुणांक 0.4 हो [MH CET 1999]

(a) 9.84 *m/s* (b) 10.84 *m/s*

(c) 7.84 *m/s* (d) 5.84 *m/s*

18. 50 *kg* द्रव्यमान का एक पिण्ड क्षैतिज तल पर 1*m* तक फिसलता है। यदि पृष्ठों के मध्य घर्षण गुणांक 0.2 हो, तो घर्षण के विरुद्ध किया गया कार्य होगा

[BHU 2001; CBSE PMT 1999, 2000; AIIMS 2000]

(a) 98 *J* (b) 72*J*

(c) 56 *J* (d) 34 *J*

19. किसी ट्रक के क्षैतिज तल (μ = 0.6) पर 1 *kg* का एक गुटका रखा गया है। यदि ट्रक $5m/sec^2$ की दर से त्वरित हो रहा हो, तो गुटके पर घर्षण बल होगा [CBSE PMT 2001]

(a) 5 *N* (b) 6 *N*

(c) 5.88 *N* (d) 8 *N*

20. एक *m* द्रव्यमान की गाड़ी खुरदरी क्षैतिज सड़क पर संवेग *P* से गति कर रही है। यदि टायर व सड़क के बीच घर्षण गुणांक μ हो, तो विराम अवस्था में आने से पूर्व तय की गई दूरी होगी [CBSE PMT 2001]

(a) $\frac{P}{2\mu m g}$ (b) $\frac{P^2}{2\mu m g}$

(c) $\frac{P}{2\mu m^2 g}$ (d) $\frac{P^2}{2\mu m^2 g}$

21. क्षैतिज तल पर स्थित एक 64 *N* भार की वस्तु को केवल उतने ही बल से धकेला जाता है, जितना वस्तु को ठीक गतिशील करने हेतु आवश्यक है तथा यही बल इसके पश्चात भी लगातार कार्यरत रहता है। यदि स्थैतिक घर्षण गुणांक तथा गतिक घर्षण गुणांक क्रमशः 0.6 और 0.4 हों, तो वस्तु का त्वरण होगा (गुरुत्वीय त्वरण = *g*) [EAMCET 2001]

(a) $\frac{g}{6.4}$ (b) 0.64 *g*

(c) $\frac{g}{32}$ (d) 0.2 *g*

22. जब कोई वस्तु किसी पृष्ठ पर गति करती है तो घर्षण बल कहलाता है [MP PET 2002]

(a) स्थैतिक घर्षण (b) गतिक घर्षण

(c) सीमांत घर्षण (d) लोटनिक घर्षण

23. 10 *kg* द्रव्यमान का एक गुटका किसी खुरदरे क्षैतिज पृष्ठ पर रखा है, जिसका घर्षण गुणांक μ = 0.5 है। यदि 100 *N* का एक क्षैतिज बल इस पर कार्यरत् हो, तो गुटके का त्वरण होगा [AIIMS 2002]

(a) 0.5 *m/s* (b) 5 *m/s*

(c) 10 *m/s* (d) 15 *m/s*

24. किसी रोलर को खींचने के बजाय धकेलना आसान है। यह कथन [BVP 2003]

(a) असत्य है (b) सत्य है

(c) अनिश्चित है (d) सम्भव नहीं है

25. 2 *kg* द्रव्यमान का एक संगमरमर का गुटका बर्फ पर रखा है। जब इसे $6\ m/s$ का वेग प्रदान किया जाता है, तो यह 10 सैकण्ड में घर्षण के कारण रुक जाता है। घर्षण गुणांक का मान है [AIEEE 2003]

(a) 0.01 (b) 0.02

(c) 0.03 (d) 0.06

26. क्षैतिज सतह पर स्थित 10 किग्रा के एक पिण्ड पर एक 129.4 न्यूटन का क्षैतिज बल लगाया जाता है। यदि घर्षण गुणांक 0.3 हो, तो पिण्ड का त्वरण होना चाहिये

(a) $9.8\,m/s^2$ (b) $10\,m/s^2$

(c) $12.6\,m/s^2$ (d) $19.6\,m/s^2$

27. एक 60 किलोग्राम भार को क्षैतिज धरातल पर रस्सी द्वारा 2 मीटर तक खींचा जाता है। यदि घर्षण गुणांक $\mu = 0.5$, रस्सी का धरातल के साथ कोण $60°$ और $g = 9.8$ मी/सैकण्ड^2 है, तो किया गया कार्य है [MP PET 1995]

(a) 294 जूल (b) 315 जूल

(c) 588 जूल (d) 197 जूल

28. एक कार जिसकी संहति 1000 किलोग्राम है, 30 मी/से की चाल से गति कर रही है। इसे रोकने के लिये ब्रेक लगाए जाते हैं। यदि टायर और सड़क के तल के बीच घर्षण बल 5000 न्यूटन हो, तो कार को रुकने में लगने वाला समय होगा [MP PMT 1995]

(a) 5 सैकण्ड (b) 10 सैकण्ड

(c) 12 सैकण्ड (d) 6 सैकण्ड

29. यदि μ_s, μ_k तथा μ_r क्रमशः स्थैतिक घर्षण गुणांक, सर्पी घर्षण गुणांक तथा लोटनिक घर्षण गुणांक हों तब [EAMCET (Engg.) 1995]

(a) $\mu_s < \mu_k < \mu_r$ (b) $\mu_k < \mu_r < \mu_s$

(c) $\mu_r < \mu_k < \mu_s$ (d) $\mu_r = \mu_k = \mu_s$

30. एक 5 *kg* की वस्तु 0.2 घर्षण गुणांक वाले खुरदरे क्षैतिज तल पर स्थित है। 25 *N* के क्षैतिज बल द्वारा वस्तु को 10 *m* खींचा जाता है। इसके द्वारा प्राप्त गतिज ऊर्जा होगी $g = 10m/s^2$ [EAMCET (Med.) 2000]

(a) 330 *J* (b) 150 *J*

(c) 100 *J* (d) 50 *J*

31. एक मोटरसाईकिल 500 *m* त्रिज्या के वक्राकार पथ पर गति कर रही है। यदि सड़क व टायरों के बीच घर्षण गुणांक 0.5 हो, तो अधिकतम चाल जिस पर मोटर साईकिल न फिसले, होगी [MH CET 2001]

(a) 50 *m/s* (b) 75 *m/s*

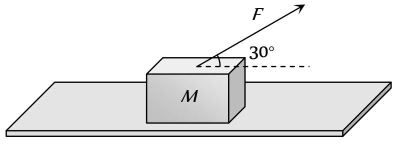
(c) 25 *m/s* (d) 35 *m/s*

32. 60 *kg* द्रव्यमान का एक व्यक्ति किसी खम्भे पर नीचे की ओर फिसलता है। वह खम्भे को 600 *N* के बल से दबाता है। यदि उसके हाथों तथा खम्भे के मध्य घर्षण गुणांक 0.5 हो तो व्यक्ति को किस त्वरण से नीचे फिसलना चहिये ($g = 10\ m/s^2$) [Pb. PMT 2002]

(a) 1 *m/s* (b) 2.5 *m/s*

(c) 10 *m/s* (d) 5 *m/s*

33. एक खुरदुरे क्षैतिज तल पर $M = 5kg$ द्रव्यमान का एक गुटका रखा है। गुटके एवं तल के बीच घर्षण गुणांक 0.2 है। यदि इस पर $F = 40\ N$ का बल आरोपित किया जाए, तो गुटके का त्वरण होगा ($g = 10\ m/sec^2$) [MP PMT 2004]



(a) $5.73\ m/sec^2$

(b) $8.0\ m/sec^2$

(c) $3.17\ m/sec^2$

(d) $10.0\ m/sec^2$

34. एक वस्तु खुरदुरे क्षैतिज तल पर $6\ m/s.$ के प्रारम्भिक वेग से गतिमान है। यदि वस्तु 9 *m* की दूरी तय करके रुक जाती है तो सर्पी घर्षण गुणांक का मान होगा [BCECE 2004]

(a) 0.4 (b) 0.2
(c) 0.6 (d) 0.8

35. एक कार क्षैतिज सड़क पर 100 मी/सै की चाल से गतिशील है तो कितनी दूरी तय करने के पश्चात कार को रोका जा सकता है $[\mu_k = 0.5]$ [AIEEE 2005]

(a) 100 m (b) 400 m
(c) 800 m (d) 1000 m

36. 10 kg द्रव्यमान का एक बेलन (सिलिण्डर) क्षैतिज तल पर 10 मी/सै के प्रारम्भिक वेग से फिसल रहा है। यदि सतह एवं बेलन के बीच घर्षण गुणांक 0.5 हो, तो रूकने से पूर्व यह कितनी दूरी तय करेगा $(g = 10\ m/s^2)$ [Pb. PMT 2004]

(a) 2.5 m (b) 5 m
(c) 7.5 m (d) 10 m

नत समतल पर गति

1. जब कोई पिण्ड घर्षण युक्त नत समतल पर स्थिर रखा है, तब घर्षण बल का मान

(a) μR के बराबर होता है (b) μR से कम होता है
(c) μR से अधिक होता है (d) R के तुल्य होता है

2. जब किसी पिण्ड को घर्षणयुक्त नत समतल पर, जिसका झुकाव कोण क्षैतिज से θ है, रखा जाये तो पिण्ड का त्वरण होगा

(a) $g(\sin\theta - \cos\theta)$ (b) $g(\sin\theta - \mu\cos\theta)$
(c) $g(\mu\sin\theta - \cos\theta)$ (d) $g\mu(\sin\theta - \cos\theta)$

3. एक पिण्ड नत समतल पर, जो कि क्षैतिज से α कोण बनाता है, विराम में स्थित है। यदि नत समतल का कोण धीरे-धीरे बढ़ाया जाये, तब एक निश्चित कोण θ पर वस्तु फिसलना प्रारंभ कर देती है। इस स्थिति में पिण्ड और सतह के बीच लगने वाले स्थैतिक घर्षण गुणांक का मान क्या होगा अथवा एक पिण्ड क्षैतिज से θ कोण पर नीचे फिसलना आरम्भ करता है, तब घर्षण गुणांक होगा [CBSE PMT 1993]

(a) $\sin\theta$ (b) $\cos\theta$
(c) $\tan\theta$ (d) θ पर निर्भर नहीं करेगा

4. 45° कोण के एक रुक्ष नत समतल पर नीचे की ओर फिसलने वाले पिण्ड का समय, 45° के पूर्णतः चिकने नत समतल पर फिसलने के समय से n गुना अधिक है। पिण्ड और नत समतल की सतहों के बीच गतिज घर्षण गुणांक का मान होगा [RPET 1999; AMU 2000]

(a) $\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$ (b) $\frac{1}{1-n^2}$
(c) $\sqrt{\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)}$ (d) $\sqrt{\frac{1}{1-n^2}}$

5. एक पिण्ड को एक नत समतल पर ऊपर की ओर गति कराने वाले बल का मान उसी तल से पिण्ड को नीचे की ओर फिसलने से रोकने वाले बल की तुलना में दोगुना है। यदि घर्षण गुणांक 0.25 हो तो, नत समतल का कोण होगा

(a) 36.8° (b) 45°
(c) 30° (d) 42.6°

6. विराम से चलकर एक पिण्ड 45° झुकाव वाले घर्षण युक्त समतल पर फिसलने में, घर्षण की अनुपस्थिति में उसी दूरी को फिसलने में लगें समय से, दोगुना समय लेता है। पिण्ड व झुके हुये नततल के बीच घर्षण गुणांक है [CBSE PMT 1990]

(a) 0.33 (b) 0.25
(c) 0.75 (d) 0.80

7. 45° कोण वाले नत समतल पर स्थित वस्तु तथा नततल सतह के मध्य घर्षण गुणांक का मान 0.5 है। यदि $g = 9.8$ मी/सै^{2} हो, तब मी/सै^{2} में नीचे की ओर त्वरण का मान होगा [EAMCET 1994]

(a) $\frac{4.9}{\sqrt{2}}$ (b) $4.9\sqrt{2}$
(c) $19.6\sqrt{2}$ (d) 4.9

8. एक वस्तु नत समतल पर रखी है तथा इसे नीचे की ओर धकेलना है, नत समतल का कोण होगा [EAMCET 1994]

(a) घर्षण कोण के बराबर (b) घर्षण कोण से अधिक
(c) विराम कोण के बराबर (d) विराम कोण से कम

9. क्षैतिज से 30° कोण बनाने वाले नत समतल पर 102 किग्रा के द्रव्यमान को फिसलने से रोकने हेतु 750 न्यूटन का बल लगाना पड़ता है। यदि स्थैतिक तथा गतिक घर्षण गुणांकों के मान क्रमशः 0.4 तथा 0.3 हों तब द्रव्यमान पर कार्य करने वाले घर्षण बल का मान होगा [SCRA 1994]

(a) 750 N (b) 500 N
(c) 345 N (d) 250 N

10. क्षैतिज से 60° पर झुके हुये नतसमतल पर एक गुटका रखा हुआ है। यदि गुटके तथा सतह के मध्य घर्षण गुणांक 0.25 तथा $g = 10$ मी/सैकण्ड^2 हो, तो गुटके का तल के अनुदिश त्वरण होगा [RPET 1997]

(a) $2.50\ m/s^2$ (b) $5.00\ m/s^2$
(c) $7.4\ m/s^2$ (d) $8.66\ m/s^2$

11. 100 ग्राम द्रव्यमान की एक वस्तु 30° झुकाव कोण वाले नत समतल पर फिसल रही है। इस पर लगने वाला घर्षण बल होगा यदि $\mu = 1.7$ [BHU 1998]

(a) $1.7 \times \sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}} N$ (b) $1.7 \times \sqrt{3} \times \frac{1}{2} N$
(c) $1.7 \times \sqrt{3}\ N$ (d) $1.7 \times \sqrt{2} \times \frac{1}{3} N$

12. कोई वस्तु 30^o कोण वाले चिकने नत समतल पर नीचे फिसलने में जितना समय लेती है उसका दोगुना समय समान कोण वाले परन्तु घर्षण युक्त नत समतल पर फिसलने में लेती है। घर्षण गुणांक है [JIPMER 1999]

(a) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (b) $\sqrt{3}$

(c) $\frac{4}{3}$ (d) $\frac{3}{4}$

13. क्षैतिज से 45^o के कोण पर झुके नत समतल से एक 2 *kg* का गुटका नीचे की ओर फिसलना प्रारम्भ करता है। घर्षण बल होगा [CPMT 2000]

(a) 19.6 *sin* 45° (b) 19.6 cos 45°

(c) 9.8 *sin* 45° (d) 9.8 cos 45°

14. झुकाव कोण θ वाले नत समतल का ऊपरी अर्ध भाग पूर्णतः चिकना है, जबकि निचला अर्धभाग खुरदरा है। एक वस्तु शीर्ष से विराम अवस्था से फिसलना प्रारम्भ करती है और निचले तल पर पुनः विरामावस्था में आ जाती है। निचले अर्धभाग का घर्षण गुणांक होगा [Pb. PMT 2000]

(a) $\mu = \sin\theta$ (b) $\mu = \cot\theta$

(c) $\mu = 2\cos\theta$ (d) $\mu = 2\tan\theta$

15. 0.5 घर्षण गुणांक वाले नत समलत पर एक वस्तु फिसल रही है। यदि अभिलम्ब प्रतिक्रिया बल नत समतल के अनुदिश नीचे की ओर कार्यरत् परिणामी बल से दोगुना हो तो नत समतल का क्षैतिज से झुकाव होगा [EAMCET (Engg.) 2000]

(a) 15° (b) 30°

(c) 45° (d) 60°

16. किसी खुरदुरे नत समतल का क्षैतिज से झुकाव कोण 30^o तथा घर्षण गुणांक 0.5 है, इस पर 10 *kg* द्रव्यमान की वस्तु रखी है। नत समतल पर ऊपर की ओर वस्तु को ले जाने के लिए आवश्यक न्यूनतम बल है [JIPMER 2000]

(a) 914 *N* (b) 91.4 *N*

(c) 9.14 *N* (d) 0.914 *N*

17. एक 60^o कोण वाले रूक्ष नत समतल पर 1 *kg* का गुटका शीर्ष से फिसलना प्रारम्भ करता है। यदि तल की लम्बाई 1 *m* तथा गतिक घर्षण गुणांक 0.5 हो तो घर्षण के विरुद्ध किया गया कार्य होगा $(g = 9.8\, m/s^2)$ [AFMC 2000; KCET 2001]

(a) 9.82 *J* (b) 4.94 *J*

(c) 2.45*J* (d) 1.96 *J*

18. 10 *kg* का एक गुटका नत समतल पर रखा है। जब झुकाव कोण 30^o है, तो गुटका नीचे की ओर फिसलना प्रारम्भ कर देता है। स्थैतिक घर्षण बल है [Kerala (Engg.) 2001]

(a) 10 *kg wt* (b) 89 *kg wt*

(c) 49 *kg wt* (d) 5 *kg wt*

19. एक 5 *kg* भार की वस्तु 30^o झुकाव कोण वाले खुरदरे नत समतल पर नियत वेग से फिसलना प्रारम्भ करती है, तो घर्षण गुणांक होगा $(g = 10\, m/s^2)$ [JIPMER 2002]

(a) $1/\sqrt{3}$ (b) $2/\sqrt{3}$

(c) $\sqrt{3}$ (d) $2\sqrt{3}$

20. किसी नत समतल पर 2 *kg* के एक गुटके को ऊपर की ओर 10 मीटर तक ले जाने में 300 *J* कार्य करना पड़ता है। यदि गुरुत्वीय त्वरण $g = 10\ m/s^2$ हो तो घर्षण के विरुद्ध किया गया कार्य है [MP PMT 2002]

(a) 100 *J* (b) 200 *J*

(c) 300 *J* (d) शून्य

21. एक घर्षण रहित नत समतल का क्षैतिज से झुकाव 30^o है, तथा इसकी लम्बाई 2*m* है। 2 *kg* द्रव्यमान का एक पिण्ड नत-तल पर विराम से फिसलना प्रारम्भ करता है तथा फिर क्षैतिज तल पर गति करता है। यदि क्षैतिज तल का घर्षण गुणांक 0.25 है तो यह पिण्ड विराम में आने तक कितनी दूरी तय करेगा [UPSEAT 2003]

(a) 4 *m* (b) 6 *m*

(c) 8 *m* (d) 2 *m*

22. क्षैतिज से 30^o कोण पर झुके हुए एक खुरदुरे नत-तल पर एक गुटका विराम स्थिति में हैं। तल एवं गुटके के बीच स्थैतिक घर्षण गुणांक 0.8 है। यदि गुटके पर लग रहा घर्षण बल 10 *N* हो, तो गुटके का द्रव्यमान (*kg* में) है, (जहाँ $g = 10\ m/s^2$) [AIEEE 2004]

(a) 2.0 (b) 4.0

(c) 1.6 (d) 2.5

23. क्षैतिज से θ कोण झुकाव वाले एक नत समतल के शीर्ष से तली तक पहुँचने में एक वस्तु *t* समय लेती है। यदि नत तल को खुरदुरा (रुक्ष) बना दिया जाये, तो लगने वाले समय का मान 2*t* हो जाता है। खुरदरा (रुक्ष) तल का घर्षण गुणांक है

(a) $\frac{3}{4}\tan\theta$ (b) $\frac{2}{3}\tan\theta$

(c) $\frac{1}{4}\tan\theta$ (d) $\frac{1}{2}\tan\theta$

24. एक नतसमतल, जिसका झुकाव θ एवं लम्बाई *l* है, पर एक गुटका रखा है। सतह के निम्न बिन्दु पर गुटके का वेग होगा (घर्षण गुणांक μ है)

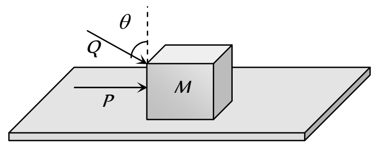
(a) $\sqrt{2gl(\mu\cos\theta - \sin\theta)}$ (b) $\sqrt{2gl(\sin\theta - \mu\cos\theta)}$

(c) $\sqrt{2gl(\sin\theta + \mu\cos\theta)}$ (d) $\sqrt{2gl(\cos\theta + \mu\sin\theta)}$

Critical Thinking

Objective Questions

1. *m* द्रव्यमान का एक गुटका खुरदरे क्षैतिज तल पर रखा है। इस पर क्षैतिज दिशा में *P* बल तथा ऊर्ध्वाधर से θ दिशा में *Q* बल आरोपित किया गया है। यदि गुटका संतुलन की अवस्था में हो, तो गुटके व पृष्ठ के मध्य घर्षण गुणांक होगा [Haryana CEE 1996]



(a) $\frac{(P + Q\sin\theta)}{(mg + Q\cos\theta)}$

(b) $\frac{(P\cos\theta + Q)}{(mg - Q\sin\theta)}$

(c) $\frac{(P + Q\cos\theta)}{(mg + Q\sin\theta)}$

(d) $\frac{(P\sin\theta - Q)}{(mg - Q\cos\theta)}$

2. जब एक व्यक्ति खुरदरे पृष्ठ पर चलता है, तो सत्य कथन है

[IIT 1981]

(a) पृष्ठ द्वारा व्यक्ति पर आरोपित घर्षण बल उसे गतिशील बनाये रखता है

(b) व्यक्ति द्वारा पृष्ठ पर आरोपित बल उसे गतिशील बनाये रखता है

(c) व्यक्ति द्वारा पृष्ठ पर आरोपित बल का प्रतिक्रिया बल उसे गतिशील बनाये रखता है

(d) उपरोक्त में से कोई नहीं

3. $0.1 kg$ द्रव्यमान के एक गुटके को $5 N$ के क्षैतिज बल से, दीवार से सटाकर रखा गया है। यदि गुटके व दीवार के बीच घर्षण गुणांक 0.5 है, तो गुटके पर कार्यरत घर्षण बल का परिमाण है [IIT 1994]

(a) 2.5 N (b) 0.98 N

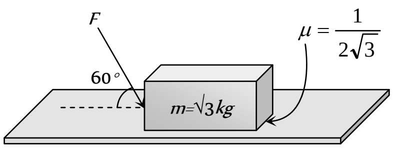
(c) 4.9 N (d) 0.49 N

4. द्रव्यमान M की एक वस्तु एक खुरदुरे क्षैतिज पृष्ठ (घर्षण गुणांक μ) पर रख दी जाती है। एक व्यक्ति एक क्षैतिज बल लगाकर वस्तु को खींचने का प्रयत्न कर रहा है परन्तु वस्तु गति नहीं कर रही है। वस्तु पर पृष्ठ द्वारा आरोपित बल F होगा [MP PET 1997]

(a) $F = Mg$ (b) $F = \mu Mgf$

(c) $Mg \le F \le Mg\sqrt{1+\mu^2}$ (d) $Mg \ge F \ge Mg\sqrt{1+\mu^2}$

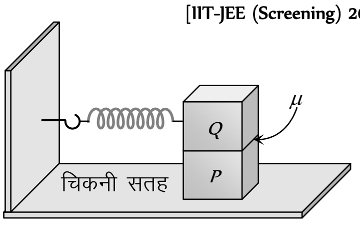
5. बल F का वह अधिकतम मान क्या है, ताकि चित्र में प्रदर्शित गुटका, गतिमान न हो सके [IIT-JEE (Screening) 2003]



(a) 20 N (b) 10 N

(c) 12 N (d) 15 N

6. एक m द्रव्यमान का गुटका P घर्षण रहित क्षैतिज सतह पर रखा हुआ है। समान द्रव्यमान का एक अन्य गुटका Q, P पर रखा है, तथा यह दीवार से स्प्रिंग नियतांक k वाली स्प्रिंग की सहायता से जुड़ा है, जैसा कि चित्र में प्रदर्शित है। P तथा Q के बीच घर्षण गुणांक μ_s है। गुटके एक-साथ A आयाम से सरल आवर्त गति करते हैं। P तथा Q के बीच लगने वाले घर्षण बल का अधिकतम मान है [IIT-JEE (Screening) 2004]



(a) kA

(b) $\frac{kA}{2}$

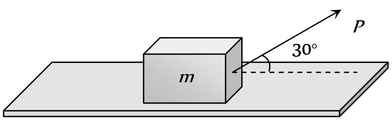
(c) शून्य

(d) $\mu_s mg$

7. m द्रव्यमान की एक वस्तु क्षैतिज सतह पर रखी है। वस्तु तथा सतह के बीच घर्षण गुणांक का मान μ. है। यदि द्रव्यमान को चित्र में दर्शाए अनुसार खींचा जाए, तब वस्तु तथा सतह के बीच सीमान्त घर्षण का मान होगा [BHU 2004]

(a) μmg

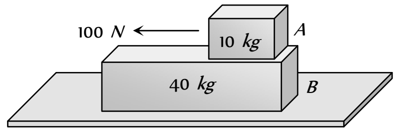
(b) $\mu\left[mg + \left(\frac{P}{2}\right)\right]$



(c) $\mu\left[mg - \left(\frac{P}{2}\right)\right]$

(d) $\mu\left[mg - \left(\frac{\sqrt{3}P}{2}\right)\right]$

8. 40 किग्रा का एक गुटका एक घर्षणहीन सतह पर चित्रानुसार रखा है। इस पिण्ड के ऊपर 10 किग्रा का एक पिण्ड रखा है। गुटके और पिण्ड के बीच स्थैतिक घर्षण गुणांक 0.6 तथा गतिज घर्षण गुणांक 0.4 है। 10 किग्रा के पिण्ड पर 100 न्यूटन का एक क्षैतिज बल लगाया गया है। यदि $g = 9.8$ मी/से² हो, तो गुटके का परिणामी त्वरण होगा [NCERT 1982]



(a) $0.98\, m/s^2$

(b) $1.47\, m/s^2$

(c) $1.52\, m/s^2$

(d) $6.1\, m/s^2$

9. 2 किग्रा का एक पिण्ड घर्षणयुक्त नत समतल पर रखा है। नत समतल क्षैतिज के साथ 30° का कोण बनाता है। यदि पिण्ड और तल के बीच स्थैतिक घर्षण गुणांक 0.7 हो, तो पिण्ड पर लगने वाले घर्षण बल का मान होगा [IIT 1980; J & K CET 2004]

(a) 9.8 N (b) $0.7 \times 9.8 \times \sqrt{3}\, N$

(c) $9.8 \times \sqrt{3}\, N$ (d) $0.8 \times 9.8\, N$

10. यदि एक साईकिल गति कर रही है, तो पृथ्वी तल द्वारा इसके दोनों पहियों पर आरोपित घर्षण बल निम्न प्रकार लगता है [IIT 1990; Manipal MEE 1995; MP PET 1996]

(a) आगे वाले पहिए पर पीछे की दिशा में एवं पिछले पहिए पर आगे की दिशा में

(b) आगे वाले पहिए पर आगे की दिशा में एवं पिछले वाले पहिए पर पीछे की दिशा में

(c) दोनों पहियों पर पीछे की दिशा में

(d) दोनों पहियों पर आगे की दिशा में

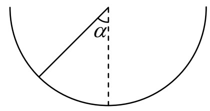
11. एक कीड़ा अर्धगोलाकार सतह पर बहुत धीमे ऊपर की ओर रेंगता है। कीड़े एवं सतह के बीच घर्षण गुणांक 1/3 है। यदि कीड़े एवं अर्द्धगोलाकार सतह के केन्द्र को मिलाने वाली रेखा ऊर्ध्वाधर से α कोण बनाती है, तो α का अधिकतम सम्भव मान निम्न के द्वारा दिया जाता है [IIT-JEE 2001]

(a) $\cot\alpha = 3$

(b) $\tan\alpha = 3$

(c) $\sec\alpha = 3$

(d) $\text{cosec}\,\alpha = 3$



Assertion & Reason

For AIIMS Aspirants

निम्नलिखित प्रश्नों में प्रक्कथन (Assertion) के वक्तव्य के पश्चात कारण (Reason) का वक्तव्य है।

(a) प्रक्कथन और कारण दोनों सही हैं और कारण प्रक्कथन का सही स्पष्टीकरण देता है।

(b) प्रक्कथन और कारण दोनों सही हैं किन्तु कारण प्रक्कथन का सही स्पष्टीकरण नहीं देता है।

(c) प्रक्कथन सही है किन्तु कारण गलत है।
(d) प्रक्कथन और कारण दोनों गलत हैं।
(e) प्रक्कथन गलत है किन्तु कारण सही है।

1. प्रक्कथन : वर्षा के दिनों में तेज गति से कार या बसों को चलाना कठिन होता है।
   कारण : सतह के गीला होने से उसके घर्षण गुणांक का मान घट जाता है।
2. प्रक्कथन : जब कोई साईकिल गति करती है, तो पृथ्वी तल द्वारा दोनों पहियों पर लगाया गया घर्षण बल सदैव अग्र दिशा में लगता है।
   कारण : घर्षण बल केवल तभी कार्य करता है, जब वस्तुऐं परस्पर संपर्क में होती हैं।
3. प्रक्कथन : रोलर को धकेलने की अपेक्षा खींचना आसान होता है।
   कारण : धकेलने से आभासी भार का मान बढ़ता है, अतः घर्षण बल भी बढ़ जाता है।
4. प्रक्कथन : विराम कोण सीमान्त घर्षण कोण के तुल्य होता है।
   कारण : जब वस्तु ठीक गति प्रारंभ करने की स्थिति में होती है, इस स्थिति में घर्षण बल को सीमान्त घर्षण कहते हैं।
5. प्रक्कथन : द्रव्यमान M तथा m ($M > m$) की दो वस्तुऐं समान ऊँचाई से गिरायी जाती हैं। यदि प्रत्येक वस्तु के लिए वायु प्रतिरोध का मान समान हो तब दोनों वस्तुऐं पृथ्वी पर साथ-साथ पहुँचती हैं
   कारण : समान वायु प्रतिरोध के लिये दोनों वस्तुओं का त्वरण समान होता है।
6. प्रक्कथन : घर्षण एक स्व-व्यवस्थित बल है।
   कारण : घर्षण वस्तु के द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करता।
7. प्रक्कथन : गतिक घर्षण का मान सीमांत घर्षण से कम होता है।
   कारण : एक बार गति प्रारंभ होने पर विराम का जड़त्व समाप्त हो जाता है।
8. प्रक्कथन : किसी रुक्ष नत समतल पर नीचे की ओर गतिशील वस्तु के त्वरण का मान गुरुत्वीय त्वरण (g) से अधिक होता है।
   कारण : नतसमतल पर रखी हुई वस्तु केवल तब फिसलना प्रारंभ करती है, जब उसका त्वरण गुरुत्वीय त्वरण से अधिक होता है।

Answers

स्थैतिक तथा सीमान्त घर्षण

1	c	2	d	3	c	4	b	5	a
6	c	7	c	8	a	9	a	10	d
11	c	12	c	13	b	14	a	15	a
16	d	17	c	18	b	19	a	20	c
21	c	22	b	23	a	24	c	25	a
26	b	27	a	28	d	29	a	30	d
31	d	32	a						

गतिज घर्षण

1	b	2	d	3	a	4	d	5	a
6	c	7	a	8	d	9	a	10	b
11	b	12	d	13	c	14	c	15	b
16	d	17	b	18	a	19	a	20	d
21	d	22	b	23	b	24	b	25	d
26	b	27	b	28	d	29	c	30	b
31	a	32	d	33	a	34	b	35	d
36	d								

नत समतल पर गति

1	b	2	b	3	c	4	a	5	a
6	c	7	a	8	d	9	d	10	c
11	b	12	a	13	a	14	d	15	c
16	b	17	c	18	d	19	a	20	a
21	a	22	a	23	a	24	b		

Critical Thinking Questions

1	a	2	c	3	b	4	c	5	a
6	b	7	c	8	a	9	a	10	ac
11	a								

प्रक्कथन एवं कारण

1	a	2	e	3	a	4	b	5	d
6	d	7	a	8	d				

Answers and Solutions

स्थैतिक तथा सीमान्त घर्षण

1. (c)

2. (d) $\mu = \frac{F}{R} = \frac{F}{mg} = \frac{98}{100 \times 9.8} = \frac{1}{10} = 0.1$

3. (c) यहाँ आरोपित क्षैतिज बल F अभिलंब प्रतिक्रिया की भाँति कार्य करता है।

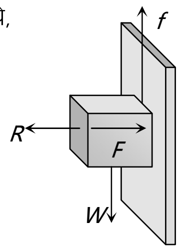
गुटके को इस स्थिति में रोकने के लिये,

घर्षण बल = गुटके का भार

$f = W \Rightarrow \mu R = W \Rightarrow \mu F = W$

$\Rightarrow F = \frac{W}{\mu}$

चूँकि $\mu < 1 \;\therefore\; F > W$



4. (b)

5. (a)

6. (c)

7. (c) $F_l = \mu_s R = 0.4 \times mg = 0.4 \times 10 = 4\,N$ अर्थात् वस्तु को गति प्रारंभ कराने के लिये न्यूनतम $4N$ का बल आवश्यक है। किन्तु लगाया गया बल $3N$ है, अतः गुटका गति नहीं करेगा।

8. (a) सीमान्त स्थिति में $\mu = \frac{m_B}{m_A + m_C} \Rightarrow 0.2 = \frac{5}{10 + m_C}$

$\Rightarrow 2 + 0.2 m_C = 5 \Rightarrow m_C = 15\,kg$

9. (a)

10. (d) बाल तथा बियरिंग लोटन गति उत्पन्न करती है, जिसके लिये घर्षण बल गुणांक का मान कम होता है। स्नेहक तथा पॉलिश सतह की रुक्षता को कम कर देते हैं।

11. (c) दी गई स्थिति के लिये निम्न सूत्र प्रयुक्त होता है।

$l_1 = \left(\frac{\mu}{\mu + 1}\right) l$

12. (c) सर्पी घर्षण का मान लोटनिक घर्षण से अधिक होता है।

13. (b) $F = \frac{W}{\mu} = \frac{1 \times 9.8}{0.2} = 49\,N$

14. (a) $l' = \left(\frac{\mu}{\mu + 1}\right) l = \left(\frac{0.25}{0.25 + 1}\right) l = \frac{l}{5} =$ l का 20%

15. (a) $\mu = \frac{m_B}{m_A} \Rightarrow 0.2 = \frac{m_B}{10} \Rightarrow m_B = 2kg$

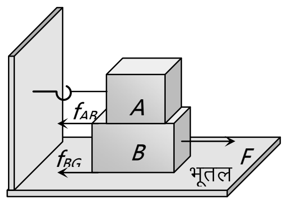
16. (d) घर्षण द्वारा किया गया कार्य धनात्मक, ऋणात्मक तथा शून्य हो सकता है तथा यह स्थिति पर निर्भर करता है।

17. (c) $\mu = \frac{\text{मेज के किनारे से लटकी हुई चेन की लम्बाई}}{\text{मेज पर रखी चेन के भाग की लम्बाई}} = \frac{l}{L - l}$

18. (b) सतह हमेशा एक दूसरे के ऊपर फिसलती है।

19. (a) घर्षण गुणांक $\mu_s = \frac{F_l}{R} = \frac{75}{mg} = \frac{75}{20 \times 9.8} = 0.38$

20. (c)



$F = f_{AB} + f_{BG}$

$= \mu_{AB} m_a g + \mu_{BG}(m_A + m_B) g$

$= 0.2 \times 100 \times 10 + 0.3(300) \times 10 = 1100\ N$

21. (c)

22. (b) $\mu = \tan$ (विराम कोण) $= \tan 60° = 1.732$

23. (a) आरोपित बल $= 2.5\ N$

सीमांत घर्षण $= \mu mg = 0.4 \times 2 \times 9.8 = 7.84\ N$

दी गई स्थिति के लिये आरोपित बल का मान सीमांत घर्षण से अत्यंत कम है।

$\therefore$ वस्तु पर स्थैतिक घर्षण = लगाया गया बल = 2.5 N

24. (c) बालू (मिट्टी) घर्षण को बढ़ाती है।

25. (a) $F = \mu R = 0.3 \times 250 = 75\ N$

26. (b) दी गयी स्थिति में,

स्थैतिक घर्षण = आरोपित बल = वस्तु का भार

$= 2 \times 10 = 20\ N$

27. (a) $F = \frac{W}{\mu} \;\therefore W = \mu F = 0.2 \times 10 = 2N$

28. (d) $\mu_s = \frac{m_B}{m_A} \Rightarrow 0.2 = \frac{m_B}{2} \Rightarrow m_B = 0.4\ kg$

29. (a) $\mu_s = \frac{m_B}{m_A} \Rightarrow 0.2 = \frac{m_B}{10} \Rightarrow m_B = 2\ kg$

30. (d) $\mu_s = \frac{\text{मेज के किनारे से लटकी हुई चेन की लम्बाई}}{\text{मेज पर रखी चेन के भाग की लम्बाई}}$

$= \frac{l/3}{l - l/3} = \frac{l/3}{2l/3} = \frac{1}{2}$

31. (d)

32. (a)

गतिक घर्षण

1. (b)

2. (d) दी गयी स्थिति में आवश्यक अभिकेन्द्रीय बल, टायर तथा सड़क के बीच घर्षण बल द्वारा प्रदान किया जाता है।

अतः $\frac{mv^2}{R} = \mu mg \quad \therefore \quad v = \sqrt{\mu Rg}$

3. (a) मंदक बल $F = ma = \mu R = \mu mg \quad \therefore \quad a = \mu g$

अब गति के समीकरण $v^2 = u^2 - 2as$ से

$\Rightarrow 0 = u^2 - 2as \Rightarrow s = \frac{u^2}{2a} = \frac{u^2}{2\mu g} \quad \therefore \quad s = \frac{v_0^2}{2\mu g}$

4. (d) कुल बल = आरोपित बल – घर्षण बल

$ma = 24 - \mu mg = 24 - 0.4 \times 5 \times 9.8 = 24 - 19.6$

$\Rightarrow a = \frac{4.4}{5} = 0.88 \; m/s^2$

5. (a) किया गया कार्य = बल × विस्थापन $= \mu mg \times (v \times t)$

$W = (0.2) \times 2 \times 9.8 \times 2 \times 5$ जूल

उत्पन्न ऊष्मा $Q = \frac{W}{J} = \frac{0.2 \times 2 \times 9.8 \times 2 \times 5}{4.2} = 9.33 \; cal$

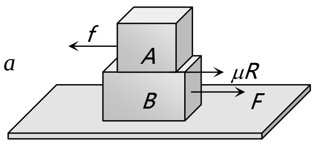
6. (c) दी हुई स्थिति के लिये $s \propto \frac{1}{m^2} \therefore \frac{s_2}{s_1} = \left(\frac{m_1}{m_2}\right)^2 = \left(\frac{200}{300}\right)^2$

$\Rightarrow \quad s_2 = s_1 \times \frac{4}{9} = 36 \times \frac{4}{9} = 16 \; m$

7. (a) वस्तु B तथा मेज की सतह के बीच घर्षण नहीं है। यदि वस्तु B को F बल द्वारा खींचा जाता है, तब $F = (m_A + m_B)a$

इस बल के कारण ऊपर रखी वस्तु A पर पीछे की दिशा में एक छद्म बल कार्य करता है।

$f = m_A \times a$



किन्तु A तथा B के बीच घर्षण के कारण वस्तु गति नहीं करती। वस्तु A के गति प्रारंभ करने के लिये लगने वाले छद्म बल का मान घर्षण बल से अधिक होना चाहिये।

अर्थात् फिसलने के लिये, $m_A a = \mu m_A g \Rightarrow a = \mu g$

8. (d) सीमांत घर्षण $= \mu_s R = \mu_s mg = 0.5 \times 60 \times 10 = 300 \; N$

गतिक घर्षण $= \mu_k R = \mu_k mg = 0.4 \times 60 \times 10 = 240 \; N$

वस्तु पर आरोपित बल = 300 N तथा जब वस्तु गति करती है, तब

कुल त्वरक बल = आरोपित बल – गतिक घर्षण

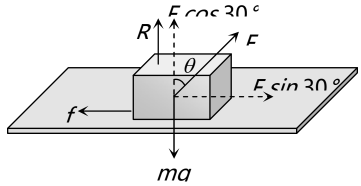
$\Rightarrow ma = 300 - 240 = 60 \qquad \therefore \; a = \frac{60}{60} = 1 \; m/s^2$

9. (a) $v = \sqrt{\mu g r} \Rightarrow r = \frac{v^2}{\mu g} = \frac{100}{0.5 \times 10} = 20$

10. (b)

11. (b) $S = \frac{u^2}{2\mu g} = \frac{(10)^2}{2 \times 0.2 \times 10} = 25 \; m$

12. (d)



सीमांत स्थिति के लिये $f = \mu R$

$F \sin 30° = \mu(mg - F \cos 30°)$

हल करने पर $F = 294.3 \; N$

13. (c) वस्तु पर आरोपित कुल बल = आरोपित बल – घर्षण बल

$ma = F - \mu_k mg \Rightarrow \mu_k = \frac{F - ma}{mg} = \frac{129.4 - 10 \times 10}{10 \times 9.8} = 0.3$

14. (c) $v = \sqrt{\mu gr} = \sqrt{0.5 \times 9.8 \times 40} = \sqrt{196} = 14 \; m/s$

15. (b) $s = \frac{u^2}{2\mu g} = \frac{(20)^2}{2 \times 0.5 \times 10} = 40 \; m$

16. (d) अग्र दिशा में कुल बल = त्वरक बल + घर्षण बल

$= ma + \mu mg = m(a + \mu g) = (1500 + 500)(1 + 0.2 \times 10)$

$= 2000 \times 3 = 6000 \; N$

17. (b) $v = \sqrt{\mu rg} = \sqrt{0.4 \times 30 \times 9.8} = 10.84 \; m/s$

18. (a) $W = \mu mgS = 0.2 \times 50 \times 9.8 \times 1 = 98 \; J$

19. (a) $F_l = \mu mg = 0.6 \times 1 \times 9.8 = 5.88 \; N$

गुटके पर लगने वाला छद्म् बल = $ma = 1 \times 5 = 5 \; N$

छद्म् बल का मान सीमांत घर्षण बल से कम है अतः स्थैतिक घर्षण बल = 5 N

20. (d) $S = \frac{u^2}{2\mu g} = \frac{m^2 u^2}{2\mu g m^2} = \frac{P^2}{2\mu m^2 g}$

21. (d) वस्तु का भार = 64N

अतः वस्तु का द्रव्यमान $m = 6.4 \; kg$, $\mu_s = 0.6$, $\mu_k = 0.4$

कुल त्वरण $= \frac{\text{आरोपित बल – गतिक घर्षण बल}}{\text{वस्तु का द्रव्यमान}}$

$= \frac{\mu_s mg - \mu_k mg}{m} = (\mu_s - \mu_k)g = (0.6 - 0.4)g = 0.2\,g$

22. (b)

23. (b) $a = \dfrac{\text{आरोपित बल – गतिक घर्षण बल}}{\text{द्रव्यमान}}$

$= \dfrac{100 - 0.5 \times 10 \times 10}{10} = 5 m/s^2$

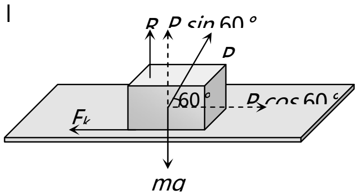
24. (b)

25. (d) $v = u - at \Rightarrow u - \mu g t = 0 \quad \therefore \quad \mu = \dfrac{u}{gt} = \dfrac{6}{10 \times 10} = 0.06$

26. (b) संबंध, $F - \mu mg = ma$ से

$a = \dfrac{F - \mu mg}{m} = \dfrac{129.4 - 0.3 \times 10 \times 9.8}{10} = 10\ m/s^2$

27. (b) माना कि वस्तु को क्षैतिज से 60° कोण पर P बल द्वारा खींचा जाता है।



F_k = गतिक घर्षण = $\mu_k R$

चित्र से, $F_k = P\cos 60°$ तथा $R = mg - P\sin 60°$

$\therefore P\cos 60° = \mu_k (mg - P\sin 60°)$

$\Rightarrow \dfrac{P}{2} = 0.5\left(60 \times 10 - \dfrac{P\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow P = 315.1\ N$

$\therefore \quad F_k = P\cos 60° = \dfrac{315.1}{2} N$

किया गया कार्य $= F_k \times s = \dfrac{315.1}{2} \times 2 = 315$ जूल

28. (d) $v = u - at \Rightarrow t = \dfrac{u}{a}$ [चूँकि $v = 0$]

$t = \dfrac{u \times m}{F} = \dfrac{30 \times 1000}{5000} = 6$ sec

29. (c)

30. (b) वस्तु द्वारा प्राप्त गतिज ऊर्जा

= (वस्तु पर किया गया कुल कार्य) – (घर्षण के विरुद्ध किया गया कार्य)

$= F \times S - \mu mgS = 25 \times 10 - 0.2 \times 5 \times 10 \times 10$

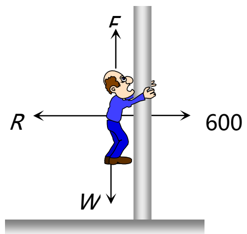
$= 250 - 100 = 150\ J$

31. (a) $v = \sqrt{\mu rg} = \sqrt{0.5 \times 500 \times 10} = 50\ m/s$

32. (d) नीचे की ओर कुल त्वरण $= \dfrac{\text{भार – घर्षण बल}}{\text{द्रव्यमान}}$

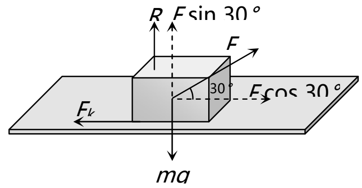
$= \dfrac{(mg - \mu R)}{m}$

$= \dfrac{60 \times 10 - 0.5 \times 600}{60}$



$= \dfrac{300}{60} = 5\ m/s^2$

33. (a)



गतिक घर्षण $= \mu_k R = 0.2(mg - F\sin 30°)$

$= 0.2\left(5 \times 10 - 40 \times \dfrac{1}{2}\right) = 0.2(50 - 20) = 6\ N$

गुटके का त्वरण $= \dfrac{F\cos 30° - \text{गतिक घर्षण}}{\text{द्रव्यमान}}$

$= \dfrac{40 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} - 6}{5} = 5.73\ m/s^2$

34. (b) हम जानते हैं कि $s = \dfrac{u^2}{2\mu g} \quad \therefore$

$\mu = \dfrac{u^2}{2gs} = \dfrac{(6)^2}{2 \times 10 \times 9} = 0.2$

35. (d) $s = \dfrac{u^2}{2\mu g} = \dfrac{(100)^2}{2 \times 0.5 \times 10} = 1000\ m$

36. (d) घर्षण की प्रक्रिया में लोटनिक द्वारा खर्च की गई गतिज ऊर्जा

$\therefore \ \dfrac{1}{2} mv^2 = \mu\, mgs \Rightarrow s = \dfrac{u^2}{2\mu g} = \dfrac{(10)^2}{2 \times (0.5) \times 10} = 10\ m$

नत समतल पर गति

1. (b) जब वस्तु विरामावस्था में होती है, तब इस पर स्थैतिक घर्षण कार्य करता है, जो कि सीमात घर्षण (μR) से कम होता है।

2. (b)

3. (c) घर्षण गुणांक = विराम कोण की स्पर्शज्या

$\therefore \ \mu = \tan\theta$

4. (a) $\mu = \tan\theta\left(1 - \dfrac{1}{n^2}\right) = 1 - \dfrac{1}{n^2}$ [क्योंकि $\theta = 45°$]

5. (a) ऊपर की ओर गति में मंदन $= g(\sin\theta + \mu\cos\theta)$

$\therefore$ ऊपर की ओर गति के लिये आवश्यक बल

$F_{\text{ऊपर}} = mg(\sin\theta + \mu\cos\theta)$

इसी प्रकार नीचे की ओर गति के लिये $a = g(\sin\theta - \mu\cos\theta)$

$\therefore$ वस्तु को नीचे की ओर गति करने से रोकने के लिये आवश्यक न्यूनतम बल

$F_{\text{नीचे}} = mg(\sin\theta - \mu\cos\theta)$

प्रश्नानुसार $F_{ऊपर} = 2F_{नीचे}$

$\Rightarrow mg(\sin\theta + \mu\cos\theta) = 2mg(\sin\theta - \mu\cos\theta)$

$\Rightarrow \sin\theta + \mu\cos\theta = 2\sin\theta - 2\mu\cos\theta$

$\Rightarrow 3\mu\cos\theta = \sin\theta \Rightarrow \tan\theta = 3\mu$

$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}(3\mu) = \tan^{-1}(3\times 0.25) = \tan^{-1}(0.75) = 36.8°$

6. (c) $\mu = \tan\theta\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$

$\theta = 45°$ तथा $n = 2$ (दिया है)

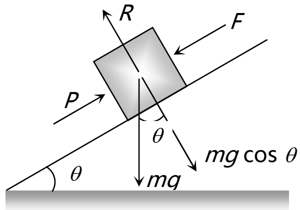
$\therefore\ \mu = \tan 45°\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = 0.75$

7. (a) $a = g(\sin\theta - \mu\cos\theta) = 9.8(\sin 45^o - 0.5\cos 45^o)$

$= \frac{4.9}{\sqrt{2}}\ m/sec^2$

8. (d) क्योंकि यदि झुकाव कोण का मान विराम कोण के बराबर अथवा उससे अधिक है, तो बॉक्स स्वयं ही तल से नीचे की ओर गति करने लगेगा।

9. (d)



तल के अनुदिश कुल बल

$= P - mg\sin\theta = 750 - 500 = 250\ N$

सीमांत घर्षण $= F_l = \mu_s R = \mu_s mg\cos\theta$

$= 0.4 \times 102 \times 9.8 \times \cos 30 = 346\ N$

चूँकि कुल बाह्य बल सीमांत घर्षण से कम है अतः वस्तु पर घर्षण 250 N होगा।

10. (c) $a = g(\sin\theta - \mu\cos\theta) = 10(\sin 60° - 0.25\cos 60°)$

$a = 7.4\ m/s^2$

11. (b) $F_k = \mu_k R = \mu_k mg\cos\theta$

$F_k = 1.7\times 0.1\times 10\times\cos 30° = 1.7\times\frac{\sqrt{3}}{2}\ N$

12. (a) $\mu = \tan\theta\left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \tan 30\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{4}$

13. (a) विराम कोण के लिये,

घर्षण बल = तल के अनुदिश भार का घटक

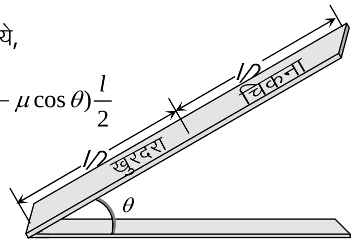
$= mg\sin\theta = 2\times 9.8\times\sin 45^o = 19.6\sin 45^o$

14. (d) ऊपरी अर्द्धभाग के लिये,

$v^2 = u^2 + 2al/2 = 2(g\sin\theta)l/2 = gl\sin\theta$

निचले अर्द्धभाग के लिये,

$\Rightarrow 0 = u^2 + 2g(\sin\theta - \mu\cos\theta)\frac{l}{2}$



$\Rightarrow -gl\sin\theta = gl(\sin\theta - \mu\cos\theta)$

$\Rightarrow \mu\cos\theta = 2\sin\theta \Rightarrow \mu = 2\tan\theta$

15. (c) नत तल के अनुदिश नीचे की ओर परिणामी बल

$= mg(\sin\theta - \mu\cos\theta)$

अभिलम्ब प्रतिक्रिया $= mg\cos\theta$

दिया है : $mg\cos\theta = 2mg(\sin\theta - \mu\cos\theta)$

हल करने पर $\theta = 45^o$

16. (b) $F = mg(\sin\theta + \mu\cos\theta)$

$= 10\times 9.8(\sin 30° + 0.5\cos 30°) = 91.4\ N$

17. (c) $W = \mu mg\cos\theta\, S = 0.5\times 1\times 9.8\times\frac{1}{2}\times 1 = 2.45\ J$

18. (d) $F = mg\sin 30° = 50\ N = 5kg\text{-}wt$

19. (a) $\mu = \tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$

20. (a) गुरुत्व के विरुद्ध किया गया कार्य $= mgh$

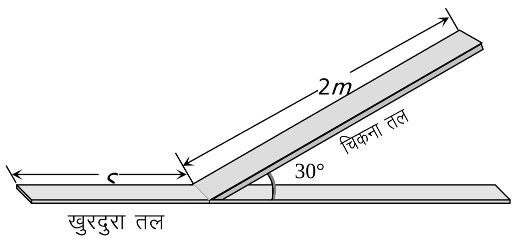
$= 2\times 10\times 10 = 200\ J$

घर्षण के विरुद्ध किया गया कार्य =

(कुल किया गया कार्य – गुरूत्व के विरुद्ध किया गया कार्य)

$= 300 - 200 = 100\ J$

21. (a)



$v^2 = u^2 + 2as = 0 + 2\times g\sin 30\times 2 \Rightarrow v = \sqrt{20}$

माना कि यह विराम अवस्था में आने से पूर्व 'S' दूरी तय करता है

$$S = \frac{v^2}{2\mu g} = \frac{20}{2 \times 0.25 \times 10} = 4m$$

22. (a) विराम कोण $\alpha = \tan^{-1}(\mu) = \tan^{-1}(0.8) = 38.6°$

दिया है, नत समतल का कोण $\theta = 30°$, इसका अर्थ है कि गुटका विरामावस्था में रहता है।

अतः स्थैतिक घर्षण = नीचे की ओर भार का घटक $= mg \sin\theta = 10\ N$

$\therefore\ m = \frac{10}{9 \times \sin 30°} = 2\ kg$

23. (a) $\mu = \tan\theta\left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \tan\theta\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) = \frac{3}{4}\tan\theta$

24. (b) त्वरण (a) $= g(\sin\theta - \mu\cos\theta)$ तथा $s = l$

$$v = \sqrt{2as} = \sqrt{2gl(\sin\theta - \mu\cos\theta)}$$

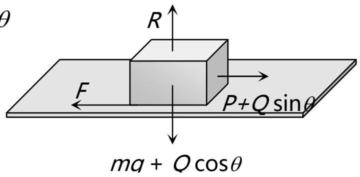
Critical Thinking Questions

1. (a) क्रांतिक स्थिति में, गुटके का मुक्त पिण्ड आरेख खींचने पर

$F = \mu R \Rightarrow P + Q\sin\theta$

$= \mu(mg + Q\cos\theta)$

$\therefore\ \mu = \frac{P + Q\sin\theta}{mg + Q\cos\theta}$



2. (c)

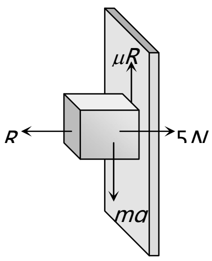
3. (b) सीमांत घर्षण

$F_l = \mu_s R = 0.5 \times (5) = 2.5\ N$

चूँकि नीचे की ओर लगने वाला बल सीमांत घर्षण से कम है, अतः गुटका विराम स्थिति में ही रहता है तथा इस पर स्थैतिक घर्षण कार्य करता है।

F_s = नीचे की ओर लगने वाला बल

= भार $= 0.1 \times 9.8 = 0.98\ N$



4. (c) जब घर्षण कार्य करता है, तब सतह द्वारा लगाया गया अधिकतम बल

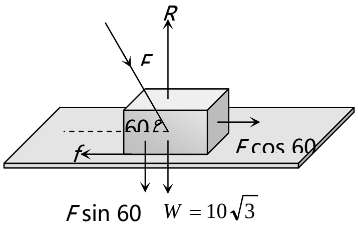
$F = \sqrt{f^2 + R^2} = \sqrt{(\mu R)^2 + R^2} = R\sqrt{\mu^2 + 1}$

न्यूनतम बल $= R$, जब घर्षण उपस्थित नहीं है।

अतः बल का मान R से $R\sqrt{\mu^2 + 1}$ के बीच होगा।

अतः $Mg \le F \le Mg\sqrt{\mu^2 + 1}$

5. (a)



$f = \mu R$

$\Rightarrow F\cos 60° = \mu(W + F\sin 60°)$

$\mu = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ तथा $W = 10\sqrt{3}$ प्रतिस्थापित करने पर हमें प्राप्त होता है, $F = 20\,N$

6. (b) जब दो गुटके साथ-साथ सरल आवर्त गति करते हैं, तब उच्चतम स्थिति में (आयाम A पर)

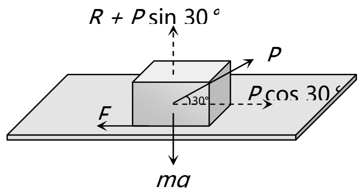
प्रत्यानयन बल $F = KA = 2ma \Rightarrow a = \frac{KA}{2m}$

यदि गुटके P पर लगने वाला छद्म बल P तथा Q के बीच सीमान्त घर्षण के ठीक बराबर अथवा कम हो, तब P तथा Q के बीच कोई आपेक्षिक गति नहीं होगी।

$m\left(\frac{KA}{2m}\right)$ = सीमांत घर्षण

$\therefore$ अधिकतम घर्षण $= \frac{KA}{2}$

7. (c) अभिलम्ब प्रतिक्रिया, $R = mg - P\sin 30^o = mg - \frac{P}{2}$



$\therefore$ सतह तथा वस्तु के बीच सीमांत घर्षण निम्न प्रकार से दिया जाता है $F = \mu R = \mu\left(mg - \frac{P}{2}\right)$

8. (a) गुटके तथा पट्टी (Slab) के बीच सीमांत घर्षण $= \mu_s m_A g$

$= 0.6 \times 10 \times 9.8 = 58.8\,N$

किंतु गुटके A पर लगाया गया बल 100 N है, अतः गुटका पट्टी के ऊपर फिसलेगा

अब गुटके तथा पट्टी के बीच गतिज घर्षण कार्य करता है

$F_k = \mu_k m_A g = 0.4 \times 10 \times 9.8 = 39.2\ N$

यह गतिक घर्षण पट्टी को गति कराने में सहायक है।

$\therefore$ पट्टी का त्वरण $= \frac{39.2}{m_B} = \frac{39.2}{40} = 0.98\ m/s^2$

9. (a) सीमांत घर्षण $F_l = \mu\, mg\cos\theta$

$F_l = 0.7 \times 2 \times 10 \times \cos 30° = 12\ N$ (लगभग)

परन्तु जब गुटका नततल पर रखा है तब नीचे की ओर तल के अनुदिश उसके भार का घटक $= mg\sin\theta$

$$= 2 \times 9.8 \times \sin 30° = 9.8\ N$$

इसका अर्थ है कि वस्तु स्थिर है, अतः इस पर स्थैतिक घर्षण कार्य करता है।

$\therefore$ स्थैतिक घर्षण = लगाया गया बल = 9.8 *N*

10. (a,c) साईकिल चलाने की प्रक्रिया में साईकिल के पैडल को चलाने पर पिछले पहिये की ओर बल संचरित होता है, जिससे पिछला पहिया घूमने लगता है। अतः साईकिल के पैडल को चलाने की प्रक्रिया में पिछले पहिये द्वारा पृथ्वी तल पर लगाये गये बल के कारण लगने वाला घर्षण बल अग्र दिशा में लगता है (पैदल चलने की प्रक्रिया की तरह) एवं आगे का पहिया स्वयं ही गति करता है, तथा इस पर घर्षण बल पीछे की दिशा में लगता है (गेंद की लोटनिक गति की तरह)। [परन्तु जब पैडल चलाना बंद कर दिया जाता है, तब पहिये स्वयं ही गतिशील रहते हैं, अतः दोनों पहियों पर घर्षण बल पीछे की ओर लगता है]

11. (a)

प्रक्कथन एवं कारण

1. (a) वर्षा होने पर सड़कें गीली हो जाती हैं। सड़क के गीला होने से टायर तथा सड़क के बीच घर्षण गुणांक का मान कम हो जाता है। अतः सड़क पर कार की पकड़ कम हो जाती है। अतः कार के फिसलने की सम्भावना बढ़ जाती है।

2. (e) साईकिल के गति करने की दो स्थितियाँ हो सकती है।

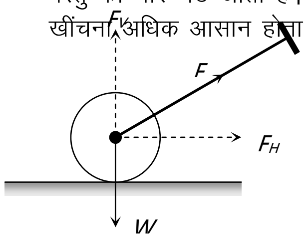
(i) जब साईकिल के पैडलों को चलाया जाता है :

इस स्थिति में लगाया गया बल पिछले पहिये की ओर संचरित हो जाता है। जिसके कारण पिछला पहिया पृथ्वी तल पर पीछे की ओर दबाव डालता है। अतः पिछले पहिये पर घर्षण बल आगे की ओर कार्य करता है, किंतु आगे का पहिया जड़त्व के कारण आगे की ओर गति करता है, अतः इस पर घर्षण बल पीछे की दिशा में लगता है।

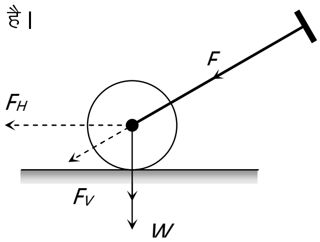
(ii) जब साईकिल के पैडल को नहीं चलाया जाता :

इस स्थिति में दोनों पहिये जड़त्व के कारण आगे की दिशा में गति करते हैं। अतः घर्षण बल दोनों ही पहियों पर पीछे की दिशा में लगता है।

3. (a) माना कि रोलर को चित्र (B) की भाँति धकेला जाता है। बल *F* को दो घटकों में तोड़ा जा सकता है, जिसका क्षैतिज घटक F_H रोलर को आगे की ओर गति करने में सहायक होता है, तथा उर्ध्वाधर घटक जो कि नीचे की ओर लगता है, एवं वस्तु के भार में जुड़कर वस्तु का भार बढ़ा देता है। परन्तु जब रोलर को चित्र (A) के अनुसार खींचा जाता है, तब बल का ऊर्ध्वाधर घटक इसके भार के विपरीत दिशा में होता है। अतः वस्तु का भार घट जाता है। अतः रोलर को धकेलने की अपेक्षा खींचना अधिक आसान होता है।



(A)



(B)

4. (b)

5. (d) द्रव्यमान *M* की वस्तु पर लगने वाले बल, इसका भार *Mg* ऊर्ध्वाधरतः नीचे की ओर तथा वायु प्रतिरोध *F* उर्ध्वाधरतः ऊपर की ओर लगते हैं।

$\therefore$ वस्तु का त्वरण $a = \frac{Mg - F}{M} = g - \frac{F}{M}$

अब, *M* > *m*, अतः अधिक द्रव्यमान वाली वस्तु का त्वरण अधिक होता है तथा यह पृथ्वी पर पहले पहुँचती है।

6. (d) केवल स्थैतिक घर्षण ही एक स्व-व्यवस्थित बल है, क्योंकि स्थैतिक घर्षण बल लगाये गये बल के बराबर तथा विपरीत होता है (जब तक कि वास्तविक गति प्रारंभ न हो)।

घर्षण बल = μmg अर्थात् घर्षण द्रव्यमान पर निर्भर करता है

7. (a)

8. (d) किसी रुक्ष नत समतल पर नीचे की ओर त्वरण

$a = g(\sin\theta - \mu\cos\theta)$ तथा यह *g* से कम है।

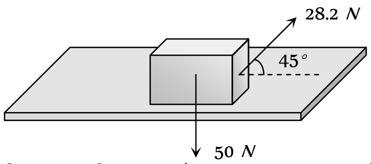
घर्षण

SET Self Evaluation Test -5

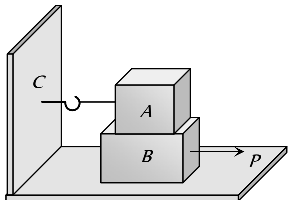
1. यदि 19.6 न्यूटन का बल किसी 10 किग्रा के पिण्ड पर लगाया जाता है। तब वह ठीक गतिमान होने की स्थिति में आता है। तल के समान्तर यदि इस पिण्ड पर 5 किग्रा का द्रव्यमान रख दिया जाये, तो सतह के समान्तर संयुक्त वस्तु को गति कराने के लिये आरोपित बल का मान होगा
   (a) 29.4 N (b) 39.2 N
   (c) 18.6 N (d) 42.6 N

2. यदि अभिलम्ब बल को दोगुना कर दिया जाये, तो घर्षण गुणांक का मान
   (a) परिवर्तित नहीं होगा (b) आधा होगा
   (c) दोगुना होगा (d) तीन गुना होगा

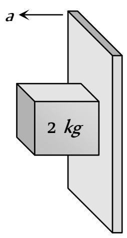
3. 50 न्यूटन भार का एक पिण्ड क्षैतिज सतह पर 28.2 न्यूटन के बल से खिसकाया जाता है। पिण्ड पर लगने वाला घर्षण बल व अभिलम्ब प्रतिक्रिया बल क्रमशः होंगे
   (a) 10 N, 15 N
   (b) 20 N, 30 N
   (c) 2 N, 3 N
   (d) 5 N, 6 N



4. 100 किग्रा भार का एक पिण्ड A, पिण्ड B के ऊपर रखा गया है। पिण्ड A को एक क्षैतिज डोरी की सहायता से दीवार पर बिन्दु C से बाँध दिया गया है (देखिये चित्र)। पिण्ड B का भार 200 किग्रा है। पिण्ड A तथा पिण्ड B के बीच घर्षण गुणांक 0.25 तथा पिण्ड B और सतह के बीच घर्षण गुणांक $1/3$ है। पिण्ड B को गति में लाने के लिये क्षैतिज बल P का मान होना चाहियें $(g = 10\, m/s^2)$
   (a) 1150 N
   (b) 1250 N
   (c) 1300 N
   (d) 1420 N



5. एक खुरदरे ऊर्ध्वाधर बोर्ड का त्वरण a इस प्रकार है कि 2 किग्रा के पिण्ड को इसके सम्पर्क में रखने पर यह नीचे, गिर नहीं पाता। पिण्ड और बोर्ड की सतहों के बीच घर्षण गुणांक का मान होना चाहिये
   (a) $> g/a$
   (b) $< g/a$
   (c) $= g/a$
   (d) $> a/g$



6. 1 किग्रा का एक पत्थर जो बर्फ की सतह पर 2 मी/सै के वेग से गतिमान है, घर्षण के कारण 10 सैकण्ड में रुक जाता है। घर्षण बल (अचर मान कर) का मान होगा
   (a) $-20\, N$ (b) $-0.2\, N$
   (c) 0.2 N (d) 20 N

7. 10 किग्रा का एक पिण्ड खुरदरे क्षैतिज तल पर फिसल रहा है। घर्षण गुणांक का मान $1/\sqrt{3}$ है। क्षैतिज के साथ 30° के कोण पर लगने वाले न्यूनतम बल का मान क्या होगा, यदि g = 10 मी/सै^{2} हो
   (a) 25 N (b) 100 N
   (c) 50 N (d) $\frac{50}{\sqrt{3}} N$

8. एक लिफ्ट नीचे की ओर गुरुत्व जनित त्वरण के त्वरण से आ रही है। M द्रव्यमान का एक पिण्ड जो लिफ्ट की सतह पर रखा है, क्षैतिज दिशा में खींचा जाता है। यदि घर्षण गुणांक μ हो, तो पिण्ड द्वारा लगाया गया घर्षण प्रतिरोध होगा
   (a) Mg (b) μMg
   (c) $2\mu Mg$ (d) शून्य

9. उपरोक्त प्रश्न में यदि लिफ्ट ऊपर की ओर एक समान वेग से गतिमान हो, तो पिण्ड द्वारा लगाया गया घर्षण प्रतिरोध होगा
   (a) Mg (b) μMg
   (c) $2\mu Mg$ (d) शून्य

10. 2 किग्रा का एक पिण्ड जमीन पर गति कर रहा है तथा कुछ समय पश्चात् वह विराम में आ जाता है। पिण्ड और जमीन के बीच गतिज घर्षण गुणांक 0.2 है। पिण्ड में मन्दन होगा
    (a) $9.8\, m/s^2$ (b) $4.73\, m/s^2$
    (c) $2.16\, m/s^2$ (d) $1.96\, m/s^2$

11. एक साईकिल सवार 100 मी की त्रिज्या के वृत्ताकार पथ पर गतिशील है। यदि घर्षण गुणांक 0.2 हो, तो उसकी वह अधिकतम चाल क्या होगी, जिससे वह तीक्ष्ण मोड़ लेते समय अन्दर की ओर न झुके
    (a) 9.8 m/s (b) 1.4 m/s
    (c) 140 m/s (d) 14 m/s

12. 5 किग्रा का एक पिण्ड क्षैतिज घर्षणयुक्त टेबिल पर रखा हुआ है। 19.6 न्यूटन का बल पिण्ड को समान वेग से खिसकाने के लिये पर्याप्त है। सर्पी घर्षण गुणांक का मान होगा
    (a) 0.5 (b) 0.2
    (c) 0.4 (d) 0.8

13. एक मोटर कार के पहियों के बीच की दूरी 1.1 मीटर है तथा इसका गुरुत्व केन्द्र जमीन से 0.62 मीटर ऊपर है। पहियों और जमीन के बीच घर्षण गुणांक 0.8 है। यदि गुरुत्व केन्द्र 15 मी त्रिज्या का वृत्त बनाये, तो कार की अधिकतम चाल क्या होगी, (सड़क की सतह क्षैतिज है)
    (a) 7.64 m/s (b) 6.28 m/s
    (c) 10.84 m/s (d) 11.23 m/s

14. एक ऊँचे पेड़ की डाल से बँधी रस्सी से एक 25 किग्रा का लड़का नीचे की ओर फिसलता है। इस लड़के की गति के विपरीत 2 न्यूटन का घर्षण बल लग रहा है। लड़के का त्वरण क्या होगा, यदि g = 9.8 मी/सै^{2} हो
    (a) $22.5\, m/s^2$ (b) $8\, m/s^2$
    (c) $5\, m/s^2$ (d) $9.72\, m/s^2$

AS Answers and Solutions

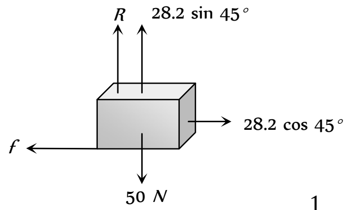
(SET -5)

1. (a) $F_l \propto R \quad \therefore \quad F_l \propto m$ अर्थात् सीमांत घर्षण वस्तु के द्रव्यमान पर निर्भर करता है, अतः $\frac{(F_l)'}{(F_l)} = \frac{m'}{m} = \frac{10+5}{10}$

$\Rightarrow (F_l)' = \frac{3}{2} \times F_l = \frac{3}{2} \times 19.6 = 29.4\ N$

2. (a) घर्षण गुणांक का मान दो परस्पर संपर्क में स्थित सतहों के लिये नियत रहता है। यह भार अथवा अभिलंब प्रतिक्रिया पर निर्भर नहीं करता है।

3. (b)



घर्षण बल = $f = 28.2\cos 45° = 28.2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 20\ N$

अभिलम्ब प्रतिक्रिया $R = 50 - 28.2\sin 45° = 30\ N$

4. (b) गुटके A तथा गुटके B के बीच घर्षण बल तथा गुटके B तथा सतह के बीच का घर्षण, P की गति का विरोध करता है

$\therefore\ P = F_{AB} + F_{BS} = \mu_{AB} m_A g + \mu_{BS}(m_A + m_B)g$

$= 0.25 \times 100 \times 10 + \frac{1}{3}(100 + 200) \times 10 = 1250\ N$

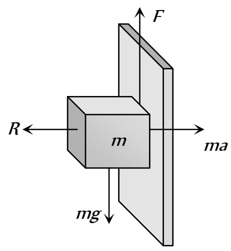
5. (a) सीमान्त स्थिति में बोर्ड (पट) तथा गुटके के बीच ऊपर की ओर लगने वाला घर्षण बल गुटके के भार को संतुलित करेगा

अर्थात् $F > mg$

$\Rightarrow \mu(R) > mg$

$\Rightarrow \mu(ma) > mg$

$\Rightarrow \mu > \frac{g}{a}$



7. (c) माना P बल, क्षैतिज से 30° कोण पर कार्यरत् है

गति करने के लिये आवश्यक शर्त है, $F = \mu R$

$P\cos 30° = \mu(mg - P\sin 30°)$

$\Rightarrow P\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(100 - P\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \frac{3P}{2} = \left(100 - \frac{P}{2}\right)$

$\Rightarrow 2P = 100 \quad \therefore\ P = 50\ N$

8. (d) लिफ्ट की नीचे की ओर गति के लिये $R = m(g-a)$

यदि $a = g$ तब $R = 0 \Rightarrow F = \mu R = 0$

9. (b) जब लिफ्ट ऊपर की ओर नियत वेग से जाती है तब, $R = mg \Rightarrow F = \mu R = \mu mg$

10. (d) हम जानते हैं, कि $a = \mu g = 0.2 \times 9.8 = 1.96\ m/s^2$

11. (d) $v = \sqrt{\mu r g} = \sqrt{0.2 \times 100 \times 10} = 10\sqrt{2} = 14\ m/s$

12. (c) $\mu_k = \frac{F}{R} = \frac{19.6}{5 \times 9.8} = \frac{2}{5} = 0.4$

13. (c) $v = \sqrt{\mu g r} = \sqrt{0.8 \times 9.8 \times 15} = 10.84\ m/s$

14. (d) नीचे की ओर कुल बल = भार – घर्षण बल

$\therefore\ ma = 25 \times 9.8 - 2 \Rightarrow a = \frac{25 \times 9.8 - 2}{25} = 9.72\ m/s^2$

***

6. (b) $u = 2\ m/s, v = 0, t = 10$ sec

$\therefore\ a = \frac{v-u}{t} = \frac{0-2}{10} = -\frac{2}{10} = -\frac{1}{5} = -0.2\ m/s^2$

$\therefore$ घर्षण बल $= ma = 1 \times (-0.2) = -0.2\ N$