

## समतल का क्षेत्रफल और आयतन (घन और घनाभ) (SURFACE AREA AND VOLUME [CUBE AND CUBOID])

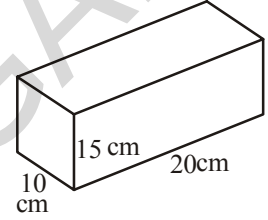
### 14.0 परिचय

सुरेश अपने उपहार बक्से पर कागज़ लपेटना चाहता है। उसके एक मित्र ने 100 वर्ग से.मी. कागज़ खरीदने का सुझाव दिया, दूसरे मित्र ने 200 वर्ग से.मी. कागज़ खरीदने का सुझाव दिया। किसका सुझाव सही है?

सुरेश को कैसे पता चलेगा कि उसे कितना कागज़ खरीदना है?

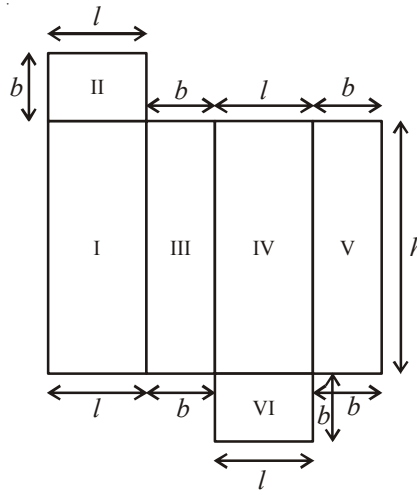
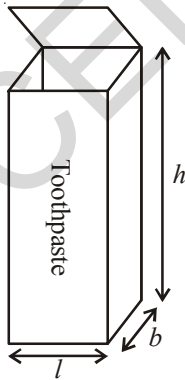
स्वाभाविक है कि आवश्यक कागज़ का परिमाण उपहार बक्से के तलीय क्षेत्रफल पर निर्भर होगा।

इस प्रकार की स्थितियों में स्वयं अपनी मदद करने के लिए हमें विभिन्न ठोस वस्तुओं के समतल के क्षेत्रफल की गणना करने की विधियों को सीखना होगा।



### 14.1 घनाभ

मोटा कागज़ या गत्ते से बना घनाभ की आकृति का बक्सा लीजिए। उदाहरण के लिए दंतमंजन डिब्बा लीजिए। इसके फलकों की आकृति का निरीक्षण कीजिए। समान फलक के कितनी जोड़ियाँ हैं?



चित्र देखिए, यदि लम्बाई ' $l$ ', चौड़ाई ' $b$ ', ऊँचाई ' $h$ ' इनके मापन हो तो आप समान फलक के तीन जोड़ियों को देख सकते हैं।

अब हम यह देख सकते हैं कि घनाभ का संपूर्ण फल क्या है?

क्षेत्रफल I + क्षेत्रफल II + क्षेत्रफल III + क्षेत्रफल IV + क्षेत्रफल V + क्षेत्रफल VI

$$= h \times l + l \times b + b \times h + l \times h + b \times h + l \times b$$

तो संपूर्णतल क्षेत्रफल  $= 2(h \times l + b \times h + b \times l)$

$$= 2(lb + bh + hl)$$

उपहार के बक्से की ऊँचाई, लम्बाई और चौड़ाई 20 से.मी., 10 से.मी और 15 से.मी., हैं।

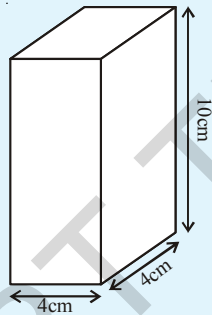
$$\begin{aligned} \text{तो बक्से का संपूर्णतल क्षेत्रफल} &= 2(20 \times 10 + 10 \times 15 + 15 \times 20) \\ &= 2(200 + 150 + 300) \\ &= 2(650) = 1300 \text{ वर्ग से.मी} \end{aligned}$$



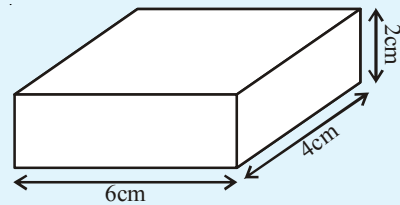
**इसे कीजिए**

1. निम्न घनाभ के संपूर्णतल क्षेत्रफल को ज्ञात कीजिए।

(i)



(ii)

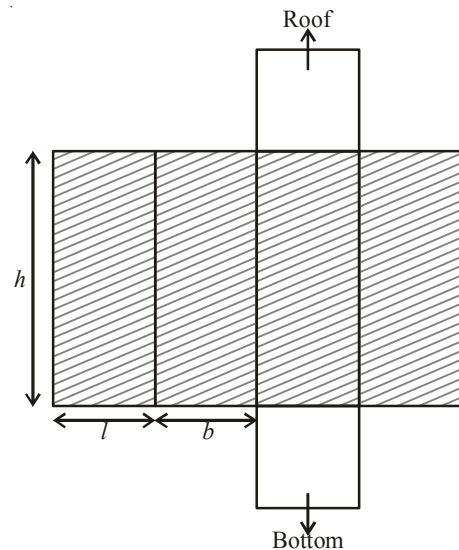


### 14.1.2 पार्श्वतल क्षेत्रफल:

- घनाभ के पार्श्व फलक (ऊपर और नीचे के फलक को छोड़कर) घनाभ का पार्श्वतल क्षेत्रफल बनाते हैं, उदाहरण के लिए आप जिस कमरे में बैठे हैं, उसकी चारों दीवारों का कुल क्षेत्रफल कमरे का पार्श्वतल क्षेत्रफल होता है।

अतः घनाभ का पार्श्वतल क्षेत्रफल =

$$\begin{aligned} (\text{L.S.A.}) &= (l \times h) + (b \times h) + (l \times h) + (b \times h) \\ &= 2lh + 2bh \\ &= 2h(l + b) \end{aligned}$$





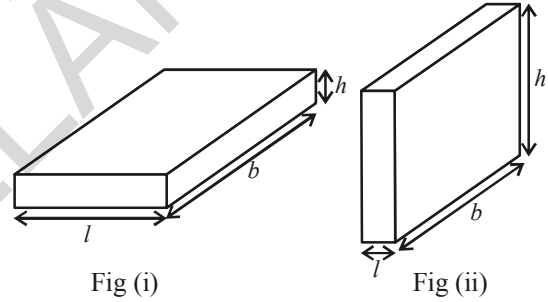
### प्रयत्न करो

- (i) घनाभ की आकृति का डस्टर जिसे आपकी अध्यापिका कक्षा में उपयोग करती है। एक पट्टी से इसकी भुजाओं को माप कर इसके तल का क्षेत्रफल ज्ञात करो।
- (ii) इस डेस्टर को ग्राफ पेपर पर इस तरह लपेटिए कि इसका पूरा तल ढँक जाय। वर्गों को गिनिये और क्षेत्रफल जाँच कीजिए।
- (iii) आपकी कक्षा के लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई को माप कर ज्ञात कीजिए कि
  - (a) खिड़कियाँ और दरवाज़ों के क्षेत्रफल को छोड़कर कमरे का संपूर्णतल क्षेत्रफल ज्ञात करो।
  - (b) कमरे का पार्श्वतल क्षेत्रफल।
  - (c) कमरे में चूना लगवानेवाला कुल क्षेत्रफल।

### सोचिए और चर्चा कीजिए

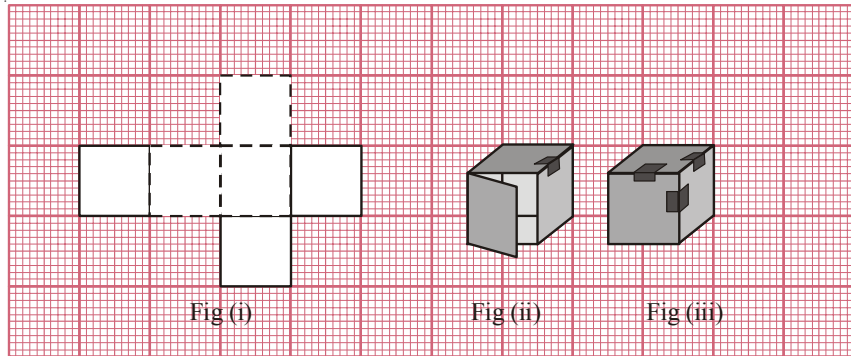


1. क्या हम कह सकते हैं कि घनाभ का संपूर्णतल क्षेत्रफल = पार्श्वतल क्षेत्रफल +  $2 \times$  आधार का क्षेत्रफल
2. यदि हम घनाभ की स्थिति को चित्र (i) चित्र (ii) के रूप में बदलते हैं, तो क्या पार्श्वतल क्षेत्रफल समान होंगे?
3. घनाभ के माप समान हैं तो  $l = b = h$  इसका चित्र बनाकर इस घनाभ का संपूर्णतल क्षेत्रफल और पार्श्वतल क्षेत्रफल के लिए सूत्र लिखिए।

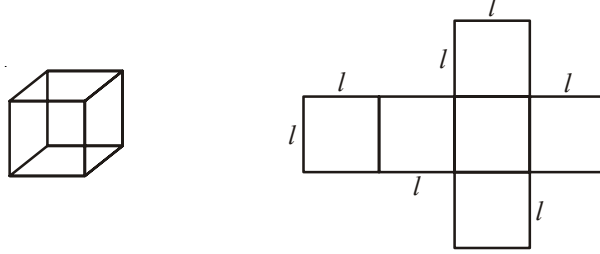


### 14.2 घन

निम्न जाली चित्र (i) को ग्रीड पेपर पर उतार कर काटिए। चित्र(i) में दिखाये अनुसार रेखाओं पर मोड़कर चित्र(ii) और चित्र (iii) के अनुसार उनके किनारों को देखिए। उनकी आकृति क्या हैं? उनके फलक और मापन की परीक्षा कीजिए।



इस घन और पूर्व बनाये गए घनाभ के अन्तर पहचानने का प्रयास कीजिए। निरीक्षण किये गए अन्तर को लिखिए।

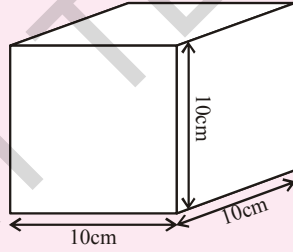


- चित्र (iv) और (v) का निरीक्षण कीजिए। क्या घन के सभी फलकों की आकृति वर्गाकार है? क्या घन की लम्बाई, ऊँचाई और चौड़ाई समान हैं?
- एक घन के कितने फलक हैं? क्या सभी फलक समान हैं?
- यदि घन के प्रत्येक भुजा की लम्बाई  $l$  है तो प्रत्येक फलक का क्षेत्रफल क्या होगा?
- घन का संपूर्णतल क्षेत्रफल क्या होगा?
- घन का पार्श्वतल क्षेत्रफल क्या होगा?

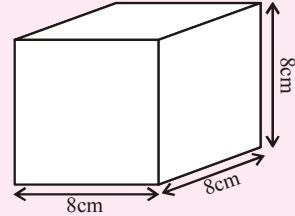


प्रयत्न कीजिए

- 'A' का सम्पूर्णतल क्षेत्रफल ज्ञात करो और 'B' का पार्श्वतल क्षेत्रफल ज्ञात करो।

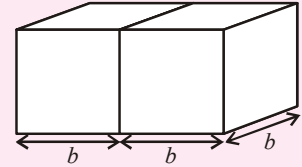


A

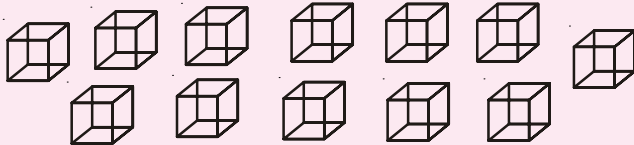


B

- संलग्न चित्र के अनुसार एक घनाभ का निर्माण करने के लिए दो घन जिनके प्रत्येक भुजा 'b' है, को जोड़िए। क्या घनाभ का संपूर्णतल क्षेत्रफल होगा?



- न्यूनतम तल क्षेत्रफल के घनाभ का निर्माण करने के लिए निम्न 12 घनों की व्यवस्था किस प्रकार करोगे?



- $4 \times 4 \times 4$  मापन वाली एक घन तलों का क्षेत्रफल को रंग किया गया है। घन 64 घनों में विभाजित है। कितने घन के (a) 1 फलक पर रंग है? (b) 2 फलक पर रंग है? (c) 3 फलक पर रंग है? (d) किसी भी फलक पर रंग नहीं है?

**उदाहरण 1:** एक घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई 15 से.मी., 12 से.मी., और 10 से.मी., हैं। घनाभ का संपूर्ण तल क्षेत्रफल ज्ञात करो।

**हल:** घनाभ की लम्बाई ( $l$ ) = 15 से.मी.

घनाभ की चौड़ाई ( $b$ ) = 12 से.मी.

घनाभ की ऊँचाई ( $h$ ) = 10 से.मी.

घनाभ का संपूर्ण तल क्षेत्रफल =  $2(lb + bh + hl)$

$$= 2(15 \times 12 + 12 \times 10 + 10 \times 15) \text{ वर्ग से.मी.}$$

$$= 2(180 + 120 + 150) \text{ वर्ग से.मी.}$$

$$= 2(450) \text{ वर्ग से.मी.}$$

$$= 900 \text{ वर्ग से.मी.}$$

**उदाहरण 2 :** यदि घन के प्रत्येक किनारे को दुगुना किया जाय तो उसका संपूर्ण तल क्षेत्रफल कितने गुणा बढ़ेगा?

**हल:** घन के प्रत्येक किनारे को ' $x$ ' मानो।

नये घन का किनारा =  $2x$

वास्तविक घन का संपूर्ण तल क्षेत्रफल =  $6x^2$

किनारे को दुगुना करने से बने नये घन का संपूर्ण तल क्षेत्रफल

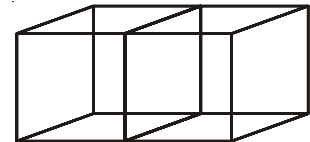
$$= 6(2x)^2 = 6(4x^2) = 4(6x^2)$$

नये घन का संपूर्ण तल क्षेत्रफल =  $4 \times$  वास्तविक घन का संपूर्ण तल क्षेत्रफल

अतः नये घन का संपूर्ण तल क्षेत्रफल वास्तविक घन के संपूर्ण तल क्षेत्रफल का 4 गुणा है।

**उदाहरण 3:** 6 से.मी., किनारेवाले दो घन के तलों को जोड़ा गया है।

निर्मित घनाभ का संपूर्ण तल क्षेत्रफल ज्ञात करो। क्यों?



**हल:** संलग्न चित्र देखिए। घन के छः फलक हैं। दो समान घन को जोड़ने से दो फलक दिखाई नहीं देते हैं।

अतः फलकों की संख्या  $12 - 2 = 10$  वर्गाकार फलक =  $10 \times l^2$  वर्ग से.मी.

तो घनाभ का संपूर्ण तल क्षेत्रफल =  $10 \times (6)^2$  वर्ग से.मी.

$$= 10 \times 36 \text{ वर्ग से.मी.} = 360 \text{ वर्ग से.मी.}$$

### दूसरी विधि:

6 से.मी. को दो घन के तलों को जोड़ने से वह एक घनाभ की आकृति लेता है, जिसके लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः (6 + 6) से.मी. 6 से.मी. और 6 से.मी. अतः 12 से.मी. होता है। घनाभ का हल:

$$\begin{aligned}\text{घनाभ का क्षेत्रफल} &= 2 (lb + bh + lh) \\ &= 2 (12 \times 6 + 6 \times 6 + 12 \times 6) \text{ cm}^2 \\ &= 2 (72 + 36 + 72) \text{ cm}^2 \\ &= 2 \times 180 \text{ cm}^2 \\ &= 360 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

**उदाहरण 4:** 60 से.मी. लम्बे, 40 से.मी. चौड़े और 30 से.मी. ऊँचे बन्द डिब्बे को 50 पैसे प्रति 20 वर्ग से.मी. की दर से रंगने का खर्च ज्ञात करो।

**हल:**

$$\begin{aligned}\text{डिब्बे की लम्बाई (l)} &= 60 \text{ cm} \\ \text{डिब्बे की चौड़ाई (b)} &= 40 \text{ cm} \\ \text{डिब्बे की ऊँचाई (h)} &= 30 \text{ cm} \\ \text{डिब्बे का संपूर्ण तल क्षेत्रफल} &= 2 (lb + bh + hl) \\ &= 2 (60 \times 40 + 40 \times 30 + 60 \times 30) \text{ वर्ग से.मी.} \\ &= 2 (2400 + 1200 + 1800) \text{ वर्ग से.मी.} \\ &= 2 \times 5400 \text{ वर्ग से.मी.} \\ &= 10800 \text{ वर्ग से.मी.}\end{aligned}$$

$$20 \text{ वर्ग से.मी. रंगने का खर्च} = 50 \text{ पैसे} = \text{रु. } \frac{50}{100}$$

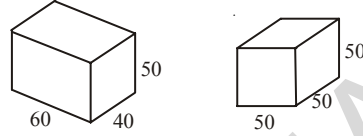
$$\therefore 1 \text{ वर्ग से.मी. रंगने का खर्च} = \text{रु. } \frac{50}{100} \times \frac{1}{20}$$

$$\begin{aligned}\therefore 10800 \text{ वर्ग से.मी. रंगने का खर्च} &= \text{रु. } \frac{50}{100} \times \frac{1}{20} \times 10,800 \\ &= \text{रु. } 270\end{aligned}$$



## अभ्यास -14.1

1. निम्न चित्र में दो घनाभ आकृति के डिब्बे हैं। कौनसा डिब्बा बनाने के लिए कम मात्रा पदार्थ की आवश्यकता होगी?

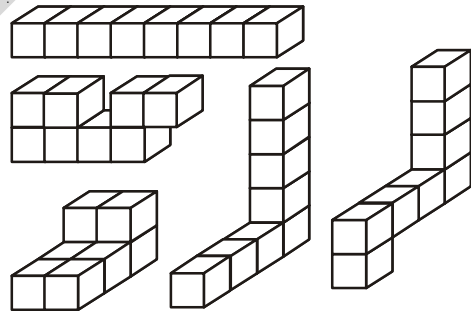


2. उस घन की भुजा को ज्ञात कीजिए जिसका संपूर्ण तल क्षेत्रफल 600 वर्ग से.मी. है।  
 3. प्रमीला ने 1मी. × 2मी. × 1.5मी. मापनवाले पेटिका के बाहरी तल पर रंग लगा दिया। नीचे के तल को छोड़कर यदि वह अन्य तलों पर रंग लगाती है, तो रंग लगाये गए तलों का क्षेत्रफल ज्ञात करो?  
 4. 20से.मी. × 15 से.मी. × 12 से.मी. के मापन के घनाभ को 5 वर्ग से.मी. की दर का खर्च ज्ञात करो।

## 14.3 घन और घनाभ का आयतन

एक त्रिविनिमय वस्तु द्वारा ग्रहण किये गए स्थान की मात्रा को आयतन कहते हैं। हमारी चारों ओर के वासस्त्रतसुओं के आयतन की तुलना करने का प्रयास कीजिए। उदाहरण के लिए कमरे का आयतन कमरे में रखी हुई अलमारी के आयतन से अधिक है। इसी प्रकार आपके पेंसिल के बक्से का आयतन उसके अंदर रखे हुए पेन या रबड़ के आयतन से अधिक होता है। क्या आप इनमें से किसी वस्तु के आयतन को जानते हैं?

याद कीजिए, एक क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए हम वर्ग इकाई का उपयोग करते हैं? आयतन को हम कैसे ज्ञात कर सकते हैं? यहाँ पर एक ठोस का आयतन ज्ञात करने के लिए हम घन इकाई का उपयोग करते हैं, क्यों कि घन सुविधाजनक ठोस आकृति हैं। (जिस प्रकार क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए वर्ग सुविधाजनक हैं।)



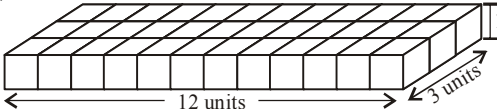
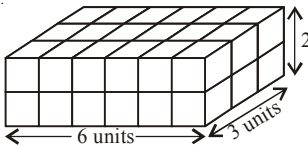
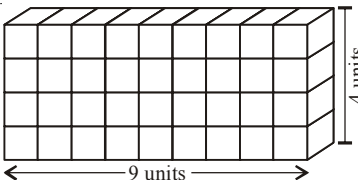
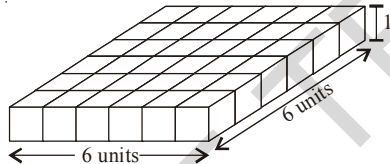
क्षेत्रफल मापने के लिए हम क्षेत्रफल को वर्ग इकाइयों में विभाजित करते हैं। उसी प्रकार एक ठोस आयतन ज्ञात करने के लिए स्थान को घन इकाइयों में विभाजित करने की आवश्यकता होती है। इकाई घन, घन की इकाई लम्बाई है। निरीक्षण कीजिए कि भिन्न प्रकार से व्यवस्थित प्रत्येक घन का आयतन 8 घन इकाई है। (ऊपर के चित्र के अनुसार)

हम यह कह सकते हैं कि एक ठोस के आयतन का मापन, उसमें उपस्थित इकाई घनों की संख्या को गिनकर किया जाता है। सामान्यतः आयतन के मापन के उपयोग करने वाले घन इकाइयाँ-

$$\begin{aligned}
 1 \text{ घन से.मी.} &= 1 \text{ से.मी.} \times 1 \text{ से.मी.} \times 1 \text{ से.मी.} = 1 \text{ से.मी.}^3 \\
 &= 10 \text{ मि.मी.} \times 10 \text{ मि.मी.} \times 10 \text{ मि.मी.} = \text{_____} \text{ मि.मी.}^3 \\
 1 \text{ घन से.मी.} &= 1 \text{ मी.} \times 1 \text{ मी.} \times 1 \text{ मी.} = 1 \text{ मी.}^3 \\
 &= 100 \text{ से.मी.} \times 100 \text{ से.मी.} \times 100 \text{ से.मी.} = \text{_____} \text{ से.मी.}^3 \\
 1 \text{ cubic mm} &= 1 \text{ मि.मी.} \times 1 \text{ मि.मी.} \times 1 \text{ मि.मी.} = 1 \text{ मि.मी.}^3 \\
 &= 0.1 \text{ से.मी.} \times 0.1 \text{ से.मी.} \times 0.1 \text{ से.मी.} = \text{_____} \text{ से.मी.}^3
 \end{aligned}$$

### 14.3.1 घनाभ का आयतन

समान परिणाम के 36 घन लीजिए। (अतः प्रत्येक घन की भुजा समान हैं।) एर घनाभ के निर्माण के लिए इनकी व्यवस्था कीजिए। इनको हम कई प्रकार से व्यवस्थित कर सकते हैं। निम्न तालिका का निरीक्षण कीजिए और रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

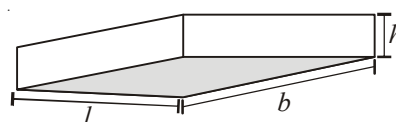
|       | घनाभ<br>( $l$ )                                                                     | लम्बाई<br>( $b$ ) | चौड़ाई<br>( $h$ ) | ऊँचाई<br>$l \times b \times h = V$ |                             |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|-------------------|------------------------------------|-----------------------------|
| (i)   |    | 12                | 3                 | 1                                  | $12 \times 3 \times 1 = 36$ |
| (ii)  |    | ...               | ...               | ...                                | ...                         |
| (iii) |   | ...               | ...               | ...                                | ...                         |
| (iv)  |  | ...               | ...               | ...                                | ...                         |

आपने क्या देखा? क्या आपको घनाभ के माप और उसके आयतन के बीच कुछ संबंध की जानकारी मिली?

क्यों कि हमने घनाभ के निर्माण के लिए 36 घनों का उपयोग

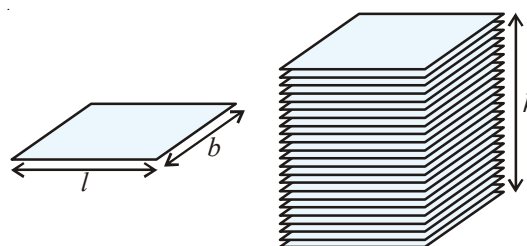
किया, प्रत्येक घनाभ का आयतन 36 घन इकाई होगा। यह घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई के गुणनफल के बराबर हैं। उपर्युक्त उदाहरण से हम यह कह सकते हैं कि घनाभ का आयतन  $= l \times b \times h$ । उसके आधार का क्षेत्रफल  $l \times b$  हैं तो हम यह भी कह सकते हैं कि-

घनाभ का आयतन = आधार का क्षेत्रफल  $\times$  ऊँचाई



#### कार्यकलाप

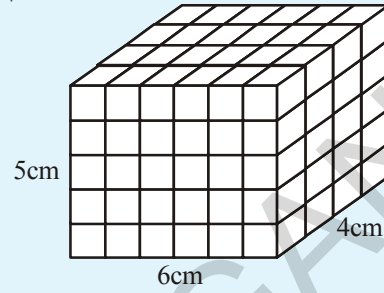
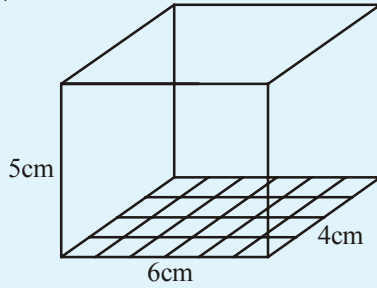
एक कागज़ का पत्र लेकर उसका क्षेत्रफल मापिए। समान परिणाम के कागज़ के पत्रों का ढेर जमाने से घनाभ का निर्माण होता है। जैसे संलग्न चित्र में दिखाया गया है। इस ढेर की ऊँचाई को मापिए। पत्र के क्षेत्रफल को पत्रों की ढेर के ऊँचाई से गुणा करके घनाभ का आयतन ज्ञात कीजिए।





### इसे कीजिए

घनाभ का आयतन ज्ञात कीजिए जिसकी लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 6से.मी., 4से.मी. और 5 से.मी. हैं।



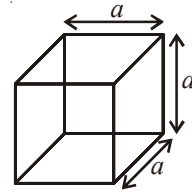
घनाभ की लम्बाई की ओर 1 घन सेंटीमीटर के ब्लॉक रखिए। लम्बाई की ओर हम कितने ब्लॉक रख सकते हैं? घनाभ की लम्बाई 6 से.मी. है तो हम 6 ब्लॉक रख सकते हैं। चौड़ाई की ओर कितने ब्लॉक रख सकते हैं? 4 क्योंकि ये 4 से.मी. है। तो एक परत में  $6 \times 4$  ब्लॉक होते हैं। घनाभ में ब्लॉक के कितने परत लगा सकते हैं? 5 परत क्योंकि ये 5 से.मी. है। प्रत्येक परत में  $6 \times 4$  ब्लॉक होते हैं। तो 5 परतों में  $6 \times 4 \times 5$  ब्लॉक होते हैं। अतः लम्बाई  $\times$  चौड़ाई  $\times$  ऊँचाई।

#### 14.3.2 घन का आयतन:

एक घन जो घनाभ हो, जिसके लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई समान हो।

$$\begin{aligned}\text{तो घन का आयतन} &= \text{भुजा} \times \text{भुजा} \times \text{भुजा} \\ &= (\text{भुजा})^3 = a^3\end{aligned}$$

जहाँ  $a$  घन की भुजा है।



| घन की लम्बाई       | घन का आयतन                                |
|--------------------|-------------------------------------------|
| 10 मि.मी.=1से.मी.  | $1000\text{मि.मी.}^3 = 1\text{से.मी.}^3$  |
| 10 डे.मी.= 1डे.मी. | $1000\text{से.मी.}^3 = 1\text{डे.मी.}^3$  |
| 10डे.मी.= 1मी.     | $1000\text{डे.मी.}^3 = 1\text{डे.मी.}^3$  |
| 100से.मी.=1मी.     | $1000000\text{से.मी.}^3 = 1\text{मी.}^3$  |
| 1000मी.=1कि.मी.    | $1000000000\text{मी.}^3=1\text{कि.मी.}^3$ |

साधारणतः हम द्रवों के आयतन को मिल्ली लीटर (मि.ली.) या लीटर (ली) में मापते हैं।

आगे,  $1 \text{ से.मी.}^3 = 1 \text{ मि.ली.}$

$1000 \text{ ,से.मी.}^3 = 1 \text{ ली.}$

$1 \text{ मी.}^3 = 1000000 \text{ से.मी.}^3 = 1000 \text{ ली.}$   
 $= 1 \text{ कि.ली. (किलो लीटर)}$

**उदाहरण 5:** एक लकड़ी के ब्लॉक का आयतन ज्ञात कीजिए जिसकी लम्बाई 20 से.मी., चौड़ाई 10 से.मी. और ऊँचाई 8 से.मी. हो।

**हल:** लकड़ी का ब्लॉक एक घनाभ है और घनाभ का आयत  $= l \times b \times h$   
यहाँ लम्बाई ( $l$ ) = 20 से.मी., चौड़ाई ( $b$ ) = 10 से.मी., और ऊँचाई ( $h$ ) = 8 से.मी.  
ब्लॉक का आयतन  $= 20 \text{ से.मी.} \times 10 \text{ से.मी.} \times 8 \text{ से.मी.} = 1600 \text{ से.मी.}^3$

**उदाहरण 6:** एक पानी का टैंक 1.4 मी. लम्बा, 1 मी. चौड़ा और 0.7 मी. गहरा है। टैंक का आयतन लीटरों में ज्ञात करो।

**हल:** टैंक की लम्बाई ( $l$ ) = 1.4 मी. = 140 से.मी.  
टैंक की चौड़ाई ( $b$ ) = 1 मी. = 100 से.मी.  
टैंक की गहराई ( $h$ ) = 0.7 मी. = 70 से.मी.  
टैंक का आयतन  $= l \times b \times h$   
 $= (140 \times 100 \times 70) \text{ से.मी.}^3$   
 $= \frac{140 \times 100 \times 70}{1000} \text{ लीटर}$   
 $= 980 \text{ लीटर}$



### इसे कीजिए

64 इकाई घनों की व्यवस्था कई प्रकार कीजिए कि एक घनाभ का निर्माण हो। प्रत्येक व्यवस्था के तल का क्षेत्रफल ज्ञात करो। क्या समान आयतन का ठोस घनाभ, समान तलीय क्षेत्रफल का हो सकता है?

**क्या आपको मालूम हैं?**

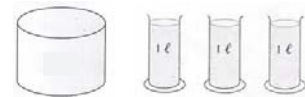
**मात्रा (Capacity):**

आयतन और मात्रा, इन दो शब्दों में बहुत अन्तर नहीं है।

(a) आयतन, वस्तु द्वारा ग्रहण किये गये स्थान को सूचित करता है।

(b) मात्रा, उस परिमाण को सूचित करता है, जो पात्र में हो।

यदि एक पानी का टिन में 100 घन से.मी. जल होता है, तो टिन में पानी की मात्रा 100 घन से.मी. है। मात्रा को लीटरों के पद में भी मापा जाता है।



आयतन

मात्रा

**उदाहरण 7:** एक घनाभ की चौड़ाई उसके लम्बाई का आधा है और ऊँचाई लम्बाई का दुगुना है। घन का दुगुना है। घन का आयतन ज्ञात करो।

**हल:** घनाभ की लम्बाई को  $x$  इकाई मानो

$$\text{घनाभ की चौड़ाई} = \frac{x}{2} \text{ इकाई}$$

$$\text{और घनाभ की ऊँचाई} = 2x \text{ इकाई}$$

$$\text{घनाभ का आयतन} = \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई} \times \text{ऊँचाई}$$

$$= (x \times \frac{x}{2} \times 2x) \text{ घन इकाई}$$

$$= x^3 \text{ घन इकाई}$$

**उदाहरण 8:** एक पेठी 1.8 मी. लम्बी 90 से.मी. चौड़ी और 60 से.मी. ऊँची हैं। 6 से.मी.  $\times$  4.5 से.मी.  $\times$  40 मि.मी. माप के साबुन के टिकियों की पेठी में इस तरह जमाना है कि कोई जगह न बचे तो बताइए कि पेठी में कितने साबुन जमा सकते हैं?

**हल:** पेठी की लम्बाई (l) = 1.8 मी. = 180 से.मी.

पेठी की चौड़ाई (b) = 90 से.मी.

पेठी की ऊँचाई (h) = 60 से.मी.

पेठी का आयतन =  $l \times b \times h$

$$= 180 \times 90 \times 60 \text{ से.मी.}^3$$

$$= 972000 \text{ से.मी.}^3$$

साबुन की लम्बाई = 6 से.मी.

साबुन की चौड़ाई = 4.5 से.मी.

साबुन की ऊँचाई = 40 मि.मी. = 4 से.मी.

साबुन की आयतन =  $6 \times 4.5 \times 4 \text{ से.मी.}^3$

$$= 108.0 \text{ से.मी.}^3$$

$\therefore$  आवश्यक साबुन की संख्या

$$= \frac{\text{Volume of the box}}{\text{volume of one soapcake}}$$

$$= \frac{972000}{108}$$

$$= 8000$$

अतः पेठी में 8000 साबुन को जमा सकते हैं।

**उदाहरण 9:** घनाभ के आकार के लकड़ी के ब्लॉक की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 21 से.मी. 9 से.मी. और 8 से.मी. हैं। 3 से.मी. भुजावाले कितने घनों को इसमें से काट सकते हैं? लकड़ी का आयतन कितना है।

**हल:** घनाभ की लम्बाई (l) = 21 से.मी.

घनाभ की चौड़ाई (b) = 9 से.मी.

घनाभ की ऊँचाई (h) = 8 से.मी.

घनाभ का आयतन =  $21 \times 9 \times 8 = 1512$  घन से.मी.

लम्बाई की ओर से कटे जानेवाले घनों की संख्या =  $\frac{21}{3} = 7$

चौड़ाई की ओर से कटे जानेवाले घनों की संख्या =  $\frac{9}{3} = 3$

ऊँचाई की ओर से कटे जानेवाले घनों की संख्या =  $\frac{8}{3} = 2.6$

ऊँचाई की ओर से केवल 2 घन को काट सकते हैं, बाकी नष्ट होगा।

∴ कटे गये कुल घनों की संख्या =  $7 \times 3 \times 2$

= 42

प्रत्येक घन का आयतन =  $3 \times 3 \times 3 = 27$  से.मी.<sup>3</sup>

सभी घनों का आयतन =  $27 \times 42$

= 1134 से.मी.<sup>3</sup>

∴ नष्ट हुए लकड़ी का आयतन =  $1512 - 1134 = 378$  से.मी.<sup>3</sup>

**उदाहरण 10:** घनाभ की आकार के जलाशय में 60 लीटर प्रति मिनट की दर से पानी भरा जा रहा है। जलाशय का आयतन 108 मी.<sup>3</sup> है। जलाशय को भरने के लिए कितने घंटों का समय लगेगा?

**हल :** जलाशय का आयतन =  $108 \text{ मी.}^3 = 108 \times 1000$  लीटर

(∵  $1 \text{ मी.}^3 = 1000$  लीटर)

60लीटर प्रति मिनट की दर से जलाशय भर रहा है।

$$\therefore \text{आवश्यक समय} = \frac{108 \times 1000}{60} \text{ मिनट}$$

$$= \frac{108 \times 1000}{60 \times 60} \text{ घंटे} = 30 \text{ घंटे}$$

**उदाहरण 11 :** 4000 जन संख्या के गाँव में प्रत्येक व्यक्ति को प्रतिदिन 150 लीटर पानी की आवश्यकता होती है। वहाँ एक टैंक है जिसका मापन 20 मी., 15 मी. 6मी. है तो टैंक को एक बार भरने से पानी कितने दिन के लिए पर्याप्त होगा?

**हल :** टैंक का आयतन  $= 20 \text{ मी.} \times 15 \text{ मी.} \times 6 \text{ मी.}$   
 $= 1800 \text{ मी.}^3 = 1800000 \text{ ली.}$

1 व्यक्ति के लिए 1दिन उपयोग करनेवाले पानी का आयतन = 150 ली.

$$\text{कुल जनता के लिए आवश्यक पानी का आयतन} = 150 \times 4000$$

$$\text{आवश्यक दिनों की संख्या} = \frac{\text{टैंक का आयतन}}{\text{एक दिन में भरे पानी का आयतन}}$$

$$= \frac{1800000}{150 \times 4000} = 3 \text{ दिन}$$



### अभ्यास - 14.2

1. नीचे दिये गए मापवाले घनाभ के आयतन को ज्ञात कीजिए।

|       | लम्बाई  | चौड़ाई  | ऊँचाई   |
|-------|---------|---------|---------|
| (i)   | 8.2 मी. | 5.3 मी. | 2.6 मी. |
| (ii)  | 5.0 मी. | 4.0 मी. | 3.5 मी. |
| (iii) | 4.5 मी. | 2.0 मी. | 2.5 मी. |

2. टैंक के अंदर के माप दिये गए हैं, टैंक आयतन ज्ञात कीजिए। प्रत्येक टैंक के आयतन को घन मीटर और लीटर में व्यक्त कीजिए।

|       | लम्बाई          | चौड़ाई          | ऊँचाई           |
|-------|-----------------|-----------------|-----------------|
| (i)   | 3 मी. 20 से.मी. | 2 मी. 90 से.मी. | 1 मी. 50 से.मी. |
| (ii)  | 2 मी. 50 से.मी. | 1 मी. 60 से.मी. | 1 मी. 30 से.मी. |
| (iii) | 7 मी. 30 से.मी. | 3 मी. 60 से.मी. | 1 मी. 40 से.मी. |

3. यदि घन की लम्बाई को आधा किया जाय तो आयतन का क्या होगा? क्या आयतन भी कम होगा? यदि हाँ, तो कितना?
4. निम्नांकित भुजाओं वाले घन का आयतन ज्ञात कीजिए।
- (i) 6.4 से.मी.    (ii) 1.3 मी.    (iii) 1.6 मी.
5. 8 मी.लम्बी, 6 मी. ऊँची और 22.5 से.मी. मोटी दीवार बनाने के लिए कितने ईंट की आवश्यकता हैं? यदि प्रत्येक ईंट के माप 25 से.मी., 11.25 से.मी., 6 से.मी. हो।
6. एक घनाभ जो 25 से.मी. लम्बा, 15 से.मी. चौड़ा, और 8 से.मी. ऊँचा है। 16 से.मी. आयतन वाले घन और इस घनाभ में कितना अंतर है?
7. एक बंद पेठी को 1 से.मी. मोटाई की लकड़ी से बनाया गया है। पेठी के बाहरी माप 5 से.मी.  $\times$  4 से.मी.  $\times$  7 से.मी. हो तो उपयोग किये गए लकड़ी का आयतन ज्ञात करो।
8. क्रमशः 20 से.मी., 18 से.मी. और 16 से.मी. लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई वाली एक घनाभ से 4 से.मी. भुजावाले कितने घनों को काट सकते हैं?
9. 12 से.मी.  $\times$  9 से.मी.  $\times$  6 से.मी. परिमाण के घनाभ से 4 से.मी.  $\times$  3 से.मी.  $\times$  2 से.मी. परिमाण के कितने घनों को बना सकते हैं?
10. घनाभ की आकृति के पात्र की लम्बाई 30 से.मी. लम्बी है और चौड़ाई 5 से.मी. है। 4.5 लीटर पानी लेने के लिए उसकी ऊँचाई कितनी होनी चाहिए?



### हमने क्या सीखा ?

1. यदि  $l, b, h$  घनाभ के तीन माप हैं तो :
  - (i) उसका पार्श्वतल क्षेत्रफल  $2h(l + b)$  है।
  - (ii) उसका संपूर्णतल क्षेत्रफल  $2(lb + bh + hl)$  है।
2. यदि घन की भुजा  $a$  होतो ?
  - (i) घन का पार्श्वतल क्षेत्रफल  $4a^2$  है।
  - (ii) घन का संपूर्णतल क्षेत्रफल  $6a^2$  है।
  - (iii) घन का आयतन  $l \times b \times h$  है।
  - (iv) घन का आयतन भुजा  $\times$  भुजा  $\times$  भुजा  $= a^3$  है।
3.  $1 \text{ से.मी.}^3 = 1 \text{ मि.ली.}$   
 $1 \text{ ली.} = 1000 \text{ से.मी.}^3$   
 $1 \text{ मी.}^3 = 1000000 \text{ से.मी.}^3 = 1000 \text{ ली.}$   
 $= 1 \text{ कि.ली. (किलालीटर)}$