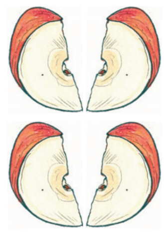
भिन्न और दशमलवीकरण

अध्याय – 7

7.1 परिचय

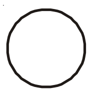
रामु ने एक सेब खरिदा और अपने मित्र को समान (बराबर) हिस्सा देना चाहा। इसका अर्थ है कि सेब को दो समान भागों में काटा गया। रामु को एक भाग मिलेगा और मित्र को दुसरा भाग।

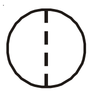
रेशमा पुछती है कि यदि चार मित्र हो तो रामु ने क्या किया होता? रामू ने उसके आधे सेब को पुन: दो समान भागों में काटा और रेशमा से पुछा कि वह पुरे सेब का कितना भाग है? इसे भिन्न में कैसे कहेंगे। वह भी दुसरे आधे सेब को इसी प्रकार किया।



रेशमा कहती है कि यदि चौथे भागों का चौथाइयों का हम जोंडे तो पुर्ण प्राप्त होता है और प्रत्येक भाग को चौथ्या भाग या चौथाई कहते है। इसी तरह हम कह सकते है कि यदि एक वस्तु को दो बराबर भागों में बांटा गया हो, तो प्रत्येक भाग को आधा कहते है।

एक पुर्ण भाग **सुचित रेखा से कट करो**





7.2 भिन्न

एक संपुर्ण वस्तु के एक भाग को भिन्न कहते है। $\frac{5}{12}$ एक भिन्न है। इसे हमे 5 का 12 वां भाग पढा जाता है। यहां पर '12' का क्या स्थान है? एक वस्तु को 12 बराबर भागों में बांटा गया है और 5 क्या अर्थ है? 5 भाग लिये गये है।

$\frac{5}{12}$ का अर्थ है एक वस्तु को 12 बराबर भागों में बांटा गया है और 5 भाग लिये गये है। $\frac{5}{12}$ भिन्न में अंश 5 है और 12 हर है।

$\frac{3}{7}$ में अंश क्या है और $\frac{4}{15}$ में हर या है।

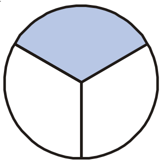
प्रयत्न किजिए

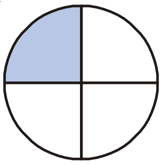
1. निम्न को आकृतीयों में विभाजित करो।

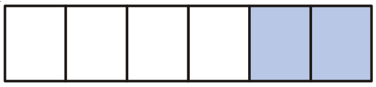
(i) $\frac{3}{4}$ (ii) $\frac{2}{8}$ (iii) $\frac{1}{3}$ (iv) $\frac{5}{8}$

SCERT TELANGANA

2. निम्न चित्रों के छायाकिंत भागों को पुरे चित्र को भिन्न के रुप में व्यक्त करो।


(i)


(ii)

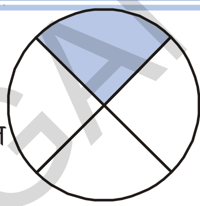

(iii)

इन भिन्नों का मुल्य एक से कम है और ये पुर्ण के कुछ भागों में विभाजित किये गये है। इन्हे सामान्य भिन्न कहते है।

इसे करो

1. किन्हीं 5 सामान्य भिन्न लिखों और आकृतियों में दर्शाओ।

2. रानी कहती है कि, संलग्न चित्र में छायाकिंत भाग $\frac{1}{4}$ को सुचित करता है? क्या यह सही है? कारण बताओ।



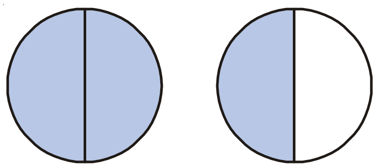
7.2.1 असामान्य भिन्नें या अनुचित भिन्न

उन भिन्नों पर ध्यान दीजिए कि जिसका मुल्य एक से अधिक हो। उसे आसामान्य भिन्न कहते है। उदाहरण के लिए $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{7}{3}$, $\frac{8}{2}$ । जांच किजिए कि हर अंश से बडा है क्या?

किन्हीं 5 असामान्य भिन्न लिखों।

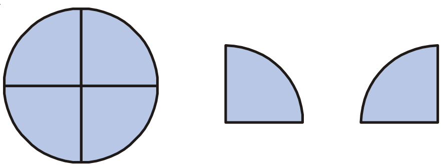
असामान्य भिन्नों को आकृतीयों में किस प्रकार दर्शाया जाता है। निम्न उदाहरण का निरिक्षण करों।

प्रत्येक वृत्त पुर्णता दर्शाता है। हमोर पास दो पुर्ण वृत्त है, उनके तीन समान भाग छायांकित है। वहां पर तीन भाग है और प्रत्येक पुर्ण वृत्त 2 भागों में बांटा गया है। इसे $\frac{3}{2}$ लिखते है। हमें यह स्पष्ट होता है कि असामान्य भिन्न दशनि के लिए एक से अधिक पुर्णता होना चाहिए।

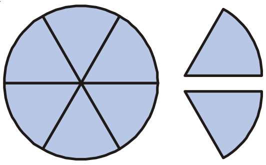


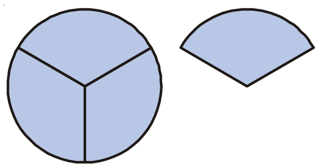
इसे करो

1. निम्न चित्रों को असामान्य भिन्न के रुप में व्यक्त करो।

(i) 

SCERT TELANGANA

(ii) 

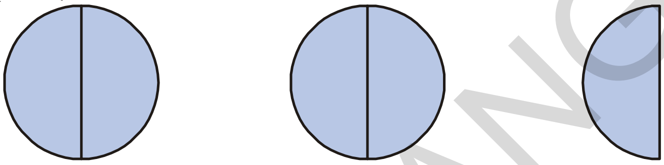
(iii) 

2. निम्न भिन्नों को आकृतीयों मे दर्शाओ।

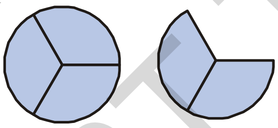
$\frac{7}{4}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{7}{6}$

7.2.2 मिश्र भिन्न

असामान्य भिन्न का मुल्य हमेशा एक से अधिक होता है। उदाहरण $\frac{5}{2}$ में 5 आधे जोडा जाता है, इसका अर्थ है कि 5 आधे- आधे है।



इसमें दो पुर्ण वृत्त और एक आधा वृत्त है। यह $1+\frac{1}{2}$ है, इसे $2\frac{1}{2}$ भिन्न रुप में दर्शाया जाता है। अंत: संख्या $2\frac{1}{2}$ भिन्न- भिन्न कहलाता है। इसी तरह $\frac{5}{3}$ में एक पुर्णता (पुर्ण वृत्त) और दो तिहाई है। इसे $1\frac{2}{3}$ से दर्शाते है।



यह $1+\frac{1}{2}$ के समानर है और $1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$

प्रत्येक असामान्य (अनुचित) भिन्न को मिश्र भिन्न में बदल सकते है।

इसे करो

निचे दी गयी असामान्य भिन्नों को मिश्र भिन्नों में बदलो।

$\frac{7}{2}$, $\frac{8}{5}$, $\frac{9}{4}$, $\frac{13}{5}$, $\frac{17}{3}$

7.3 अंश और हर

उपरोक्त उदाहरणों से स्पष्ट होता है कि 2 पुर्ण संख्याओं की सहाय्यता से $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{5}{4}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}$ के रुप में लिखी जाने वाली संख्याओं को भिन्न कहते है। यहां हर के स्थान पर शुन्य नही हो सकता।

SCERT TELANGANA

प्रयत्न किजिए

1. निम्न भिन्नों के अंश और हर को लिखो।

$\frac{1}{3}, \quad \frac{2}{5}, \quad \frac{7}{2}, \quad \frac{19}{3}, \quad \frac{7}{29}, \quad \frac{11}{13}, \quad \frac{1}{7}, \quad \frac{8}{3}$

2. नीचे के भिन्नों में से सामान्य और असामान्य भिन्नों को बतलाईयें और असामान्य भिन्नों को मिश्र भिन्नों में बदलो।

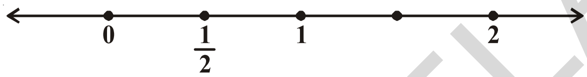
$\frac{1}{3}, \quad \frac{2}{7}, \quad \frac{8}{3}, \quad \frac{3}{5}, \quad \frac{5}{3}, \quad \frac{1}{9}, \quad \frac{9}{5}, \quad \frac{8}{7}$

7.4 संख्या रेखा पर भिन्न

भिन्नों को संख्या रेखा पर बताया जा सकता है।

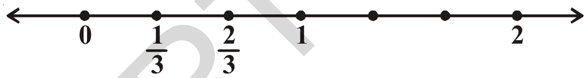
संख्या रेखा पर $\frac{1}{2}$ बताओ।

हमें पता है कि $\frac{1}{2}$ शुन्य से बडी है और 1 से छोटी है। अर्थात $\frac{1}{2}$ शून्य और 1 के बीच में है।



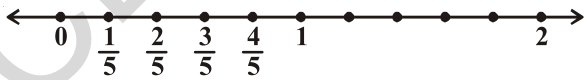
(0 और 1 के बीच के भाग को दो समान भागों में बांटा गया और एक भाग $\frac{1}{2}$ के बराबर है।)

इसी प्रकार $\frac{1}{3}$ और $\frac{2}{3}$ को निम्न प्रकार संख्या रेखा पर बता सकते है।



(एक इकाई को 3 समान भागों में बांटा गया है।)

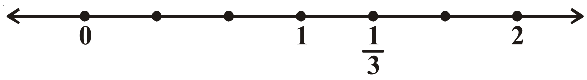
$\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}$ को संख्या रेखा पर इस प्रकार बता सकते है।



(0 और 1 के बीच के भाग को 5 समान भागों में बांटा गया।)

$\frac{4}{3}$ को संख्या पर कैसे बताते है? $\frac{4}{3}$ में 4 एक तिहाई है। इसका मुल्य एक से अधिक है। $\frac{4}{3}$ को दर्शानि के लिए 1 के बाद एक तिहाई लेते है।

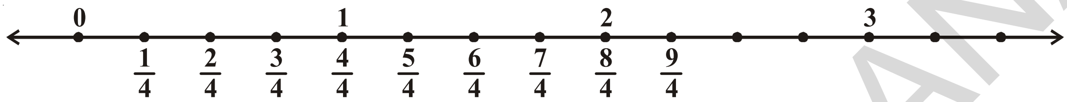
SCERT TELANGANA



$\frac{4}{3} = \frac{3}{3} + \frac{1}{3} = 1 + \frac{1}{3}$

एक इकाई के बाद के स्थान को अर्थात 1 और 2 के बीच के भाग को 3 समान भागों में बाटा गया।

यदि हम $\frac{9}{4}$ पर विचार करने पर हमें मालुम होता है कि यहां पर 9 चौथाईयां है। इसे निम्न प्रकार सुचित करते है



संख्या रेखा पर हमें संख्या 2 के बाद दिखाई देती है, इसे $2\frac{1}{4}$ से दर्शाते है।

इसे करिए

1. निम्न को संख्या रेखा पर बताओ।

   (i) $\frac{7}{6}$ (ii) $\frac{5}{2}$ (iii) $\frac{7}{5}$ (iv) $\frac{9}{6}$

2. निम्न संख्याओं पर ध्यान दिजिए।

   (i) 1 से पहले आनेवाले भिन्न कौनसे है। (ii) 1 और 2 के बीच आने वाले भिन्न कौनसे है।

   $\frac{17}{8}, \frac{11}{4}, \frac{1}{3}, \frac{7}{9}, \frac{7}{5}, \frac{6}{11}, \frac{9}{2}, \frac{9}{5}$

अभ्यास - 7.1

1. निचे के भिन्नों में से मान्य भिन्नों को बतलाइये।

   (i) $\frac{3}{2}$ (ii) $\frac{2}{5}$ (iii) $\frac{1}{7}$ (iv) $\frac{8}{3}$

2. नीचे के भिन्नों में से सामान्य भिन्नों को बतलाइये।

   (i) $\frac{2}{7}$ (ii) $\frac{7}{11}$ (iii) $\frac{9}{11}$ (iv) $\frac{13}{2}$ (v) $\frac{7}{3}$

   इन भिन्नों को संख्या रेखा पर बताओ।

3. नीचे के भिन्नों में से मिश्र भिन्नों को निकालो।

   (i) $\frac{3}{5}$ (ii) $1\frac{2}{7}$ (iii) $\frac{7}{2}$ (iv) $2\frac{3}{5}$

4. नीचे दी गयी असामान्य भिन्नों को मिश्र भिन्नों में बदलो।

   (i) $\frac{7}{3}$ (ii) $\frac{11}{2}$ (iii) $\frac{9}{4}$ (iv) $\frac{27}{4}$

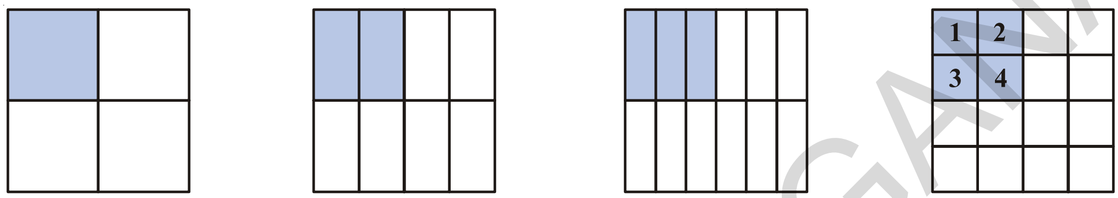
SCERT TELANGANA

5. नीचे दि गयी मिश्र भिन्नों को असामान्य भिन्नों में बदलो।

(i) $1\frac{2}{7}$ (ii) $3\frac{2}{8}$ (iii) $10\frac{2}{9}$ (iv) $8\frac{7}{9}$

7.5 समान भिन्न

निम्न भिन्न और उनके आकृतीयों का निरिक्षण करो।



$\frac{1}{4}$ $\frac{2}{8}$ $\frac{3}{12}$ $\frac{4}{16}$

चित्रों को ध्यान से देखने पर हमें पता चलता है कि भिन्न $\frac{2}{8}$ के अंश और हर दोनों भी $\frac{1}{4}$ के दुगुना है । इसी प्रकार $\frac{2}{8}$ के अंश और हर $\frac{1}{4}$ कि तिगुना है।

हम देखते है कि $\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16}$.

इन सभी भिन्न $\frac{1}{4}$ के बराबर है।

किसी भिन्न में यदि अंश और हर दोनों को एक समान संख्या से गुणा किया जाए, तो समान भिन्न उत्पन्न होता है।

$\frac{1}{3}$ के समान भिन्न इस प्रकार है कि $\frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}, \frac{5}{15}$ ..... इत्यादी।

7.6 भिन्न का न्युनतम रुप

$\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}$, ... जैसे समान भिन्नों में $\frac{1}{3}$ को प्रमाणिक (सरलतम)स्वरुप कहा जाता है। इस प्रमाणिक स्वरुप में अंश और हर न्युनतम रुप में है और इनका 1 को छोडकर कोई दुसरा सामान्य गुणनखण्ड नहीं रहता।

उदाहरण के लिए $\frac{2}{3}, \frac{7}{3}, \frac{17}{7}, \frac{1}{5}, \frac{3}{11}$ इत्यादी प्रमाणिक स्वरुप (सरलतम रुप)

किंतु $\frac{5}{10}, \frac{2}{4}, \frac{16}{36}, \frac{3}{9}$ इत्यादी। प्रमाणिक स्वरुप (सरलतम रुप) नही कहा जाता।

SCERT TELANGANA

प्रयत्न किजिए

1. किन्ही 5 भिन्नों को लिखो, जो प्रमाणिक रुप में हो?
2. किन्ही 5 भिन्नों को लिखो जो प्रमाणिक रुप में नही हो?
3. नीचे दि गयी भिन्नों को प्रमाणिक स्वरुप में बदलो?

(i) $\frac{7}{28}$ (ii) $\frac{15}{90}$ (iii) $\frac{11}{33}$ (iv) $\frac{39}{13}$

7.7 सजातीय और विजातीय भिन्न

गणित परिक्षा में रामु को 25 में से 5 अंक मिले, तो इसे $\frac{5}{25}$ लिखते है। राजु को $\frac{10}{25}$ और रवि को $\frac{21}{25}$ अंक मिले।

हमें पता चलता है कि इन तीनों छात्रों में से रवि को अधिक अंक मिले। क्योंकी इन अंको के भिन्नों में हर समान है, लेकीन रवि का अंध अधिक है।

भिन्नों के हर समान हो तो उन्हें सजातीय भिन्न कहते है। इन्हें हम आसानी से तुलना कर सकते है। यदि भिन्नों के हर समान न हो तो उन्हें विजातीय भिन्न कहते है। उदाहरण $\frac{1}{3}$ और $\frac{1}{7}$ विजातीय भिन्न है। $\frac{2}{4}$ और $\frac{6}{12}$ भी विजातीय भिन्न है, पर समान है। जबकी $\frac{2}{4}$ और $\frac{6}{12}$ समख्य भिन्न है, परंतु वह असमान भिन्न है।

अभ्यास-7.2

1. निम्न भिन्नों के समुह में कौनसा सजातीय समुह है।

(i) $\frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}$ (ii) $\frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{4}{9}$ (iii) $\frac{3}{7}, \frac{4}{9}, \frac{7}{11}$

2. किन्ही पांच सजातीय समुहों के भिन्न लिखो।
3. प्रत्येक में से सजातीय भिन्नों को पहचानो।

(i) $\frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{1}{3}, \frac{4}{6}$ (ii) $\frac{1}{7}, \frac{3}{5}, \frac{2}{5}, \frac{1}{9}$ (iii) $\frac{7}{8}, \frac{8}{7}, \frac{2}{8}, \frac{7}{5}$

विचार करो, चर्चा करा और लिखो

रफी कहता है कि जो भिन्नों में समानता नही है, वह सजातीय है। क्या आप इससे सहमत है? समझाइए?

SCERT TELANGANA

7.8 भिन्नों में आरोटी और अवरोही क्रम

कुछ संख्याओं का समुह दिया गया हो तो उन्हें तुलना करने पर हमें पता चलता है कि कौनसी संख्या बडी है और कौनसी संख्या छोटी? हम देखते है कि संख्या 7 संख्या 9 से छोटी है और 3 से बडी है। हमें मालुम है कि संख्या 3, -5 से बडी है। इसी प्रकार भिन्नों की तुलना भी आसानी से कर सकते है।

पाठशाला के परिक्षा में रामु को $\frac{7}{10}$ सीता को $\frac{9}{10}$, अंक मिले। राकेश के $\frac{5}{10}$ अंक मिले। हम आसानी से पहचान सकते है कि, सीता को सबसे अधिक अंक मिले जहाँ $\frac{9}{10}$ दुसरे दो अंक से बडा है। $\frac{9}{10}$ का अर्थ है कि 10 समान भागों में से 9 भाग और यह 10 समान भागों में से 7 भाग से अधिक है। ध्यान दीजिए कि इन सभी में हर समान है। उदाहरण के लिए $\frac{3}{2}$ और $\frac{1}{2}$ में हम जानते हैं कि $\frac{3}{2}$ बडा है। यदि हम $\frac{7}{10}, \frac{9}{10}, \frac{5}{10}$ को आरोहन क्रम में बताने के लिए $\frac{5}{10}, \frac{7}{10}, \frac{9}{10}$ लिखा जाता है। क्या आप इन्हें अवरोहन क्रम में लिख सकते है?

इसे करो

प्रत्येक समूह में से सबसे बडी और सबसे छोटी भिन्न बताओ।

(i) $\frac{1}{7}, \frac{3}{7}, \frac{2}{7}, \frac{5}{7}$ (ii) $\frac{1}{9}, \frac{13}{9}, \frac{11}{9}, \frac{5}{9}$

(iii) $\frac{1}{3}, \frac{5}{3}, \frac{17}{3}, \frac{9}{3}$

7.8.1 विजातीय भिन्नों की तुलना

$\frac{2}{3}$ और $\frac{3}{5}$ की तुलना करो? कौनसी भिन्न बडी है?

इन्हे देखकर इनकी तुलना नही कर सकते। पहली भिन्न 3 में से 2 भाग है और दुसरा 5 में से 3 भाग है। ये समुच्चयों के भागों में एक दुसरे के बीच समानता है। किंतु समान भागों का परिणाम अलग-अलग है। इस तरह के विजातीय भिन्नों को हम समान और सजातीय भिन्नों में बदलकर उनकी तुलना करना होगा।

$\frac{2}{3}$ और $\frac{3}{5}$ को इस प्रकार लिखेंगे।

$$\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{5} = \frac{10}{15}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{3}{3} = \frac{9}{15}$$

अत: $\frac{9}{15} < \frac{10}{15}$ अत: $\frac{3}{5} < \frac{2}{3}$

दुसरे उदाहरण पर ध्यान दीजिए $\frac{7}{9}, \frac{3}{11}$?

इन भिन्नों को हम समान भिन्न लिखेंगे?

$$\frac{7}{9} \times \frac{11}{11} = \frac{77}{99} \quad ; \quad \frac{3}{11} \times \frac{9}{9} = \frac{27}{99}$$

SCERT TELANGANA

यहां पर $\frac{77}{99}$ बडा है, तो $\frac{7}{9}$ बडा है अत: $\frac{7}{9} > \frac{3}{11}$

उपरोक्त उदाहरणों में हमने यह प्रयत्न किया है कि दोनों भिन्नों में हरों को समान किया। यदि दोनों हर समान हो तो उनके भागों का परिणाम समान होगा। तब हम दोनों भिन्नों में भागों की तुलना कर सकते है, और आसानी से पहचान सकते है, कि किसके अधिक भाग है। अर्थात अधिक भाग वाला भिन्न बडा कहलाएगा।ह्व

इसे करो

इनमें से प्रत्येक जोडी को कौनसी भिन्न छोटी हे ज्ञात करो।

(i) $\frac{2}{5}, \frac{3}{7}$ (ii) $\frac{7}{8}, \frac{5}{4}$ (iii) $\frac{3}{11}, \frac{1}{2}$ (iv) $\frac{5}{6}, \frac{2}{3}$

7.8.2 आरोही और अवरोही क्रम

हमें पता है कि किसी कतार में यदि प्रत्येक संख्या उसके पहले संख्या से बडी हो तो हम कहेंगे की संख्याएं आरोहन क्रम में है। कतार में संख्याओं का क्रम बायीं से दायीं और बढता जाता है।

उदाहरण - 1, 3, 7, 8, 12 आरोहन क्रम है।

इसी प्रकार

$\frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{7}{5}, \frac{16}{5}$ भी अरोहान में है, यहां $\frac{2}{5} < \frac{3}{5} < \frac{7}{5} < \frac{16}{5}$

और $\frac{1}{7}, \frac{1}{6}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}$ भी आरोहन क्रम में है।

इसे करो

निम्न लिखित भिन्नों को आरोहन क्रम में लिखो।

(i) $\frac{1}{7}, \frac{13}{7}, \frac{11}{7}, \frac{5}{7}, \frac{15}{7}$ (ii) $\frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{3}{9}, \frac{24}{18}$

(iii) $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{5}{6}, \frac{7}{12}$ (iv) $\frac{1}{5}, \frac{1}{2}, \frac{1}{8}, \frac{1}{3}, \frac{1}{12}$

यदि किसी कतार में संख्याओं का क्रम बायीं से दायीं ओर घटता हो तो हम कहेंगे कि संख्याएं अवरोहण क्रम में है।

उदाहरण के लिए - 100, 85, 83, 74, 61 अवरोहन क्रम में है।

इसी प्रकार $\frac{11}{2}, \frac{7}{2}, \frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}$ अवरोहण क्रम में है और $\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}$ अपने मित्र से चर्चा करो कि उपरोक्त उदाहरण क्यों अवरोहण क्रम में है।

SCERT TELANGANA

इसे करों

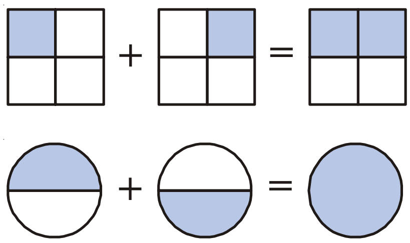
निम्न को अवरोहन क्रम में लिखो।

(i) $\frac{1}{9}, \frac{13}{9}, \frac{11}{9}, \frac{15}{9}, \frac{3}{9}$ (ii) $\frac{1}{6}, \frac{2}{3}, \frac{3}{9}, \frac{5}{6}$

(iii) $\frac{1}{5}, \frac{9}{5}, \frac{3}{5}, \frac{6}{5}$ (iv) $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{8}, \frac{3}{4}$

7.9 भिन्नों का संकलन (योग)

निम्न को जोडो-



1. $= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

2. $= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$

इसे करो

निम्न को सरल करो-

i. $\frac{1}{4} + \frac{5}{4}$ ii. $\frac{1}{3} + \frac{2}{3}$ iii. $\frac{1}{7} + \frac{2}{7} + \frac{3}{7}$ iv. $\frac{13}{6} + \frac{5}{6}$

7.9.1 विजातीय भिन्नों का संकलन (Addition)

निम्न उदाहरणों को ध्यान से देखो।

$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = ?$

यहां पर हम अंश को नही जोड सकते। क्यों नही ? तो फिर इन्हें किस प्रकार जोडते है?

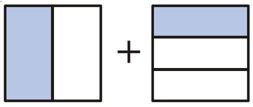
इस तरह के विजातीय भिन्नों को जोडणे के लिए पहले हम समान भिन्नों में बदलाव होगा और उनके हरों को समान करना होगा।

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{3} = \frac{3}{6}$; $\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{6}$

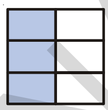
तो, $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$

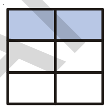
SCERT TELANGANA

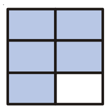
नीचे दिये हुए चित्र की सहायता से इनको जोडने की विधि समझ जायेंगे।

$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ 

इन दो चित्रों में भागों की संख्या अलग-अलग है। उन्हें जोडना हो तो दोनों चित्रों को समान भागों को समान करना होगा। हम पहले चित्र को 6 भागों में बदलते है।

तब हमें $\frac{5}{3}$ प्राप्त होता है। 

इसी तरह दुसरे चित्र को 6 भागों में बदलने पर हमें $\frac{2}{6}$ प्राप्त होता है। 

तब हमें इन्हें जोडने पर $\frac{5}{6}$ प्राप्त होता है। 

$\frac{1}{6}+\frac{5}{3}$ पर ध्यान दो।

$\frac{5}{3}$ को इस प्रकार लिख सकते है कि $\frac{5}{3}=\frac{10}{6}$

अत: $\frac{1}{6}+\frac{5}{3}=\frac{1}{6}+\frac{10}{6}=\frac{11}{6}$

इसे करो

निम्न भिन्नों को जोडो।

(i) $\frac{1}{2}+\frac{1}{5}$ (ii) $\frac{1}{2}+\frac{3}{2}+\frac{7}{2}$ (iii) $\frac{1}{3}+\frac{2}{6}+\frac{5}{6}$ (iv) $\frac{1}{3}+\frac{7}{5}$

7.9.2 मिश्र भिन्नों का संकलन

$2\frac{1}{3}$ और $1\frac{2}{3}$ को कैसे जोडते है?

एक विधि यह है कि इन्हें असामान्य भिन्नों में बदलकर जोडना होगा $\frac{7}{3}$ और $\frac{5}{3}$ दुसरी विधि में इस प्रकार जोडते है $2\frac{1}{3}+1\frac{2}{3} = 2+1+\frac{1}{3}+\frac{2}{3}$

भिन्नों को अलग-अलग किया गया है और इन्हें जोडने पर हमें यह प्राप्त होता है कि $3+\frac{3}{3}=3+1=4$

SCERT TELANGANA

अब हम $2\frac{1}{8}$, $3\frac{1}{6}$ को इन दो विधियों व्दारा हल करेंगे।

पहली विधिः $2\frac{1}{8}+3\frac{1}{6}$

$$= 2+3+\frac{1}{8}+\frac{1}{6}$$

$$= 5+\frac{1\times 6}{8\times 6}+\frac{1\times 8}{6\times 8}$$

$$= 5+\frac{6}{48}+\frac{8}{48}$$

$$= 5+\frac{14}{48} = 5+\frac{7}{24} = 5\frac{7}{24}$$

दुसरी विधिः दिये गये भिन्नों को असामान्य भिन्नों में बदलने पर $\frac{17}{8}+\frac{19}{6}$ प्राप्त होते है।

इन्हें समान सजातीय भिन्नों में बदलने पर $\frac{17}{8} = \frac{17}{8}\times\frac{6}{6} = \frac{102}{48}$

$$\frac{19}{6} = \frac{19}{6}\times\frac{8}{8} = \frac{152}{48}$$

$$\therefore \frac{102}{48}+\frac{152}{48} = \frac{254}{48} = \frac{127}{24} = 5\frac{7}{24}$$

7.10 व्यवकलन

$\frac{4}{7}$ में से $\frac{3}{7}$ घटाओ। यह सजातील भिन्न है, क्योंकी दोनों भिन्नों में हर समान है। $\frac{4}{7}$,7 समान भागों में से 4 समान भाग दर्शाता है। इसी तरह $\frac{3}{7}$ 7 समान भागों में से 3 समान भाग दर्शाता है। यदि 3 समान भागों को 4 समान भागों में से घटाने पर एक भाग रहता है, जिसे दर्शात है।

$$\therefore \frac{4}{7}-\frac{3}{7} = \frac{4-3}{7} = \frac{1}{7}$$

उदाहरण $\frac{3}{10}$ में से $\frac{2}{9}$ घटाओ।

यह विजातीय भिन्न है, क्योंकी इनके हर अलग-अलग है। $\frac{3}{10}-\frac{2}{9}$ इन्हें ऊपर की विधी व्दारा घटाया नही जाता, किंतु समान सजातीय भिन्नों में बदलकर घटाया जाता है और इस प्रकार लिखते है।

SCERT TELANGANA

$$\frac{3}{10} = \frac{3 \times 9}{10 \times 9} = \frac{27}{90}; \qquad \frac{2}{9} = \frac{2 \times 10}{9 \times 10} = \frac{20}{90}$$

$$\frac{27}{90} - \frac{20}{90} = \frac{27-20}{90} = \frac{7}{90}$$

इसे करो

1. निम्न भिन्नों को जोडा।

(i) $\frac{2}{5} + \frac{3}{5}$ (ii) $\frac{7}{10} + \frac{2}{10}$ (iii) $\frac{3}{4} + \frac{2}{6}$

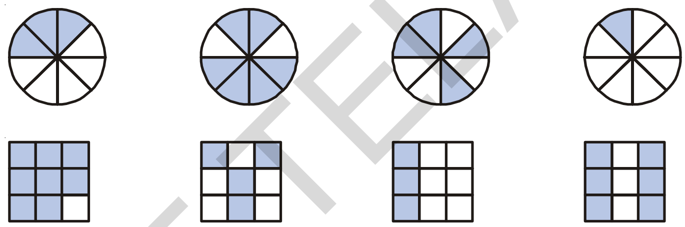
2. निम्न भिन्नों को घटाओ।

(i) $\frac{3}{5}$ से $\frac{2}{7}$ (ii) $\frac{2}{5}$ से $\frac{1}{9}$

अभ्यास - 7.3

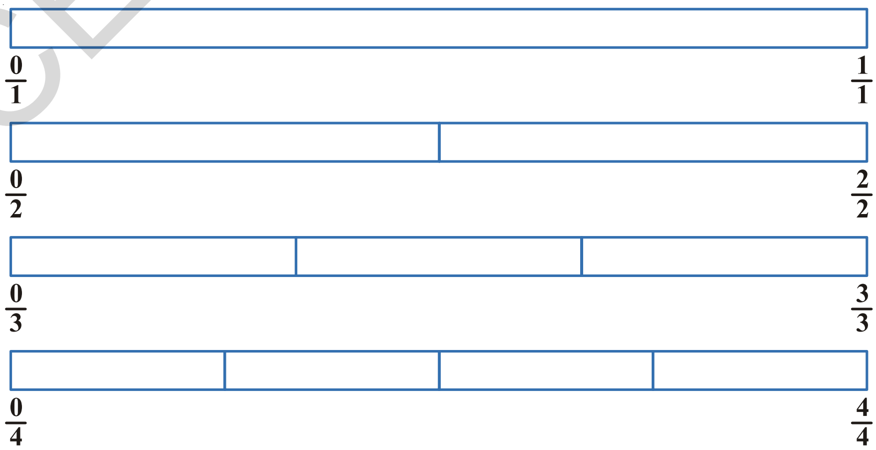
1. निम्न चित्रों के रंगीन भागों को पुरे चित्र की भिन्न के रुप में व्यक्त करते हुए '<', '=', '>' संकेतों का प्रयोग करते हुए आरोहन या अवरोहन क्रम में लिखो।

(i)
(ii)

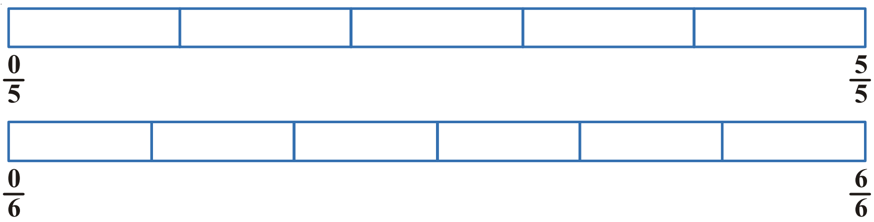


2. $\frac{2}{6}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{8}{6}$, $\frac{5}{6}$ और $\frac{6}{6}$ को संख्या रेखा पर सुचित करो।

3. निम्न चित्रों को ध्यान से देखो और दिये गये भिन्नों में '<' या '>', '=' का चिन्ह लगाकर संबंध मालुम करो?



SCERT TELANGANA



(i) $\frac{1}{6} \square \frac{1}{3}$ (ii) $\frac{3}{4} \square \frac{2}{6}$ (iii) $\frac{2}{3} \square \frac{2}{4}$

(iv) $\frac{6}{6} \square \frac{3}{3}$ (v) $\frac{5}{6} \square \frac{5}{5}$

4. निम्न लिखित खाचों में ('<', '=', '>') का संकेत भरो।

(i) $\frac{1}{2} \square \frac{1}{5}$ (ii) $\frac{2}{4} \square \frac{3}{6}$ (iii) $\frac{3}{5} \square \frac{2}{3}$

(iv) $\frac{3}{4} \square \frac{2}{8}$ (v) $\frac{3}{5} \square \frac{6}{5}$ (vi) $\frac{7}{9} \square \frac{3}{9}$

5. निम्न प्रश्नों के उत्तर दिजीए। आप उन्हें कैसे हल करोगे।

(i) क्या $\frac{5}{9}, \frac{4}{5}$ बराबर है? (ii) क्या $\frac{9}{16}, \frac{5}{9}$ बराबर है?

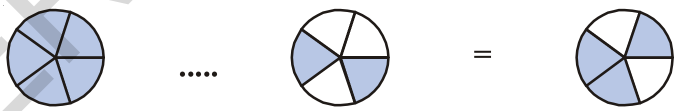
(iii). क्या $\frac{4}{5}, \frac{16}{20}$ बराबर है? (iv) क्या $\frac{1}{15}, \frac{4}{30}$ बराबर है?

6. एक पुस्तक में 100 पन्ने है, वनिता ने 25 पन्ने पढी और ललिहा ने $\frac{2}{5}$ पढी। बताओ किसने कम पन्ने पढी?

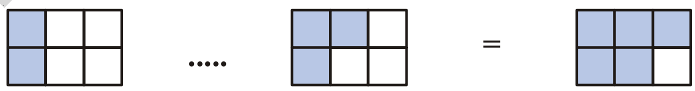
7. इन भिन्नों को जोड या घटाओ के चिन्ह व्दारा दर्शाओ (+ या -)

(i)

(ii)



(iii)



8. सरल

(i) $\frac{1}{18} + \frac{1}{18}$ (ii) $\frac{8}{15} + \frac{3}{15}$ (iii) $\frac{7}{7} - \frac{5}{7}$

(iv) $\frac{1}{22} + \frac{21}{22}$ (v) $\frac{12}{15} - \frac{7}{15}$ (vi) $\frac{5}{8} + \frac{3}{8}$

(vii) $1 - \frac{2}{3}$ (viii) $\frac{1}{4} + \frac{0}{4}$ (ix) $3 - \frac{12}{5}$

SCERT TELANGANA

9. नीचे दिये गये खानों मे उचित भिन्न भरा।

(i) $\frac{7}{10} - \square = \frac{3}{10}$ (ii) $\square - \frac{3}{21} = \frac{5}{21}$

(iii) $\square - \frac{3}{3} = \frac{3}{6}$ (iv) $\square + \frac{5}{27} = \frac{12}{27}$

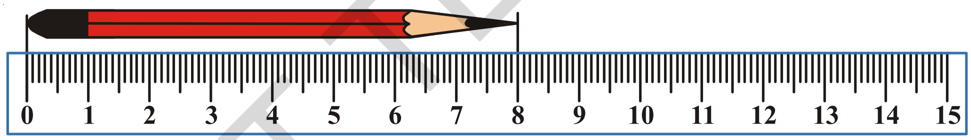
10. नरेंद्र ने अपने कमरे के क्षेत्रफल में $\frac{2}{3}$ भाग को रंग किया और उसका भाई रितेश ने $\frac{1}{3}$ भाग को रंग किया। बताओ दोनों मिलकर कितना भाग रंग किया?

11. एक टोकरी के $\frac{5}{7}$ वे भाग केले नेहा को दिया गया है। तो बताओ टोकरी में शेष भाग कितना है?

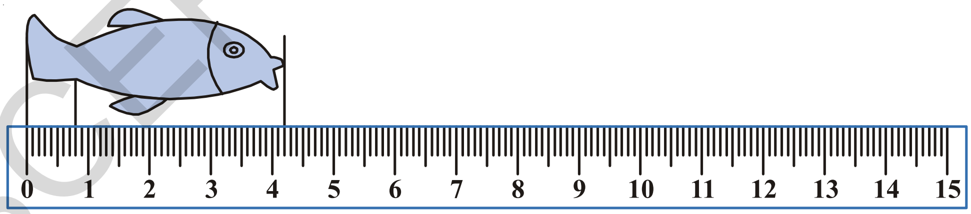
12. $\frac{7}{8}$ मीटर लम्बी एक लोहे की छडी को दो टुकडों में काटा गया। यदि एक टुकडे की लम्बाई $\frac{1}{4}$ मीटर हो तो दुसरे टुकडे की लम्बाई क्या होगी?

13. रेनु ने पाठशाला के मैदान में एक चक्कर लगाने के लिए $2\frac{1}{5}$ मिनट लगाती है। स्निग्धा को उसी में चक्कर लगाने के लिए $\frac{7}{4}$ मिनट लगते है। इनमें से कौन कम समय लेते है। तथा उनका भिन्न क्या होगा?

7.11 दशवलम



इस पेन्सिल की लम्बाई किती है?....... से.मी.



इस मछली की लम्बाई 4 से.मी. से अधिक है। किंतु 5 से.मी. से कम हे। आप इस मछली की लम्बाई कैसे मालुम करोगे?

इस प्रक्रिया में पहले हम 4 और 5 के बीच की दुरी को 10 समान भागों में विभाजित करना होगा?

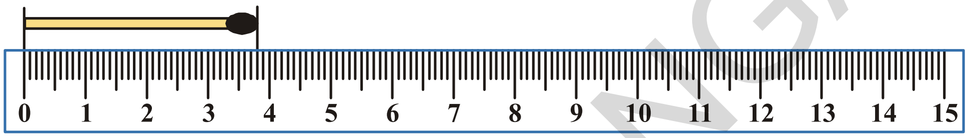
अभी आप इस मछली की लम्बाई को माप सकते हो। इसकी लम्बाई ..... से.मी. और ...... छोटे भाग। इन छोटे भागों को मिलीमीटरों में दर्शाया जाता है। अर्थात इस मछली की लम्बाई 4 से.मी. और 2 मी.मी. है। 10 समान भागों ने प्रत्येक भाग 1 मीली मीटर होगा। पटरी में इसे 10 समान भागों में से छोटे भागों को गिना जाता है।

4 और $\frac{2}{10}$ भाग $= 4\frac{2}{10}$ सें.मी.

मछली की पुंछ की लम्बाई कितनी है? ऊपर के चित्र को देखो?

आप जान सकते है कि इसकी लम्बाई 1 से.मी. से कम है और यह लम्बाई 10 समान भागों में से 8 भाग है।

अत: $\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}=\frac{8}{10}$



दिया सलाई के तिली को देखो, इसकी लम्बाई को से.मी. और इसके दसवें भाग में मापकर लिखो।

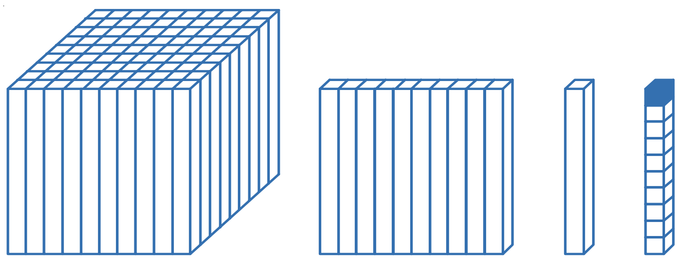
से.मी. का प्रत्येक भाग = 1 मी.मी. $= \frac{1}{10}$ सें.मी. = 1 सें.मी.

7.11.1 दशमलव में स्थानीय मान

किसी भी तीन अंको वाली संख्या में अंको का मान उसके स्थानिय मान पर आधारित रहता है। उदाहरण के लिए तीन अंक 1, 2, 5 को लीजिए।

संख्या 512 में 5 सैकडे के स्थान में है और इसका स्थानीय मान है 500 । इसीलिए यह संख्या पांच सौ व्दारा कहलाती है। संख्या 152 में 5 दहाई के स्थान में है और स्थानीय मान 50 है।

संख्या 125 में 5 इकाई के स्थान में है, इसीलिए यह संख्या एक सौ पच्चीस कहलाती है। यदि हम सैकडा स्थान से दायीं ओर जाए, तो उसके ठिक बाद की संख्या दहाई, उसके बाद की संख्या इकाई स्थान में होती है। अर्थात किसी स्थान के दाहिनी ओर जाएं, तो उस स्थान का मुल्य उसके बाई ओर के स्थान का $\frac{1}{10}$ भाग होता है।



100 10 1 $\frac{1}{10}$

SCERT TELANGANA

ऊपर के चित्र से हम यह देखते है कि किसी भी स्थान के दाहिनी ओर जाने पर उस स्थान का मुल्य उसके बायी ओर के स्थान का दसवां भाग होता है। पहला चित्र घनाभ की आकृती के 100 छडों व्दारा बना हुआ घन है। इसे 10 समान भागों में विभाजित करने पर 10 छडों वाला घनाभ प्राप्त होता है। अत: सैकडें का $\frac{1}{10}$ वां भाग दहाई और दहाई का $\frac{1}{10}$ वां भाग इकाई होता है।

इसी तरह यदि आप दायीं ओर जाएं, तो क्या हो सकता है?

आपको ज्ञात होगा की, पिछले चित्र में मछली की लम्बाई 1 से.मी. को 10 समान भागों में बाटा गया था। प्रत्येक भाग को एक मी.मी. कहते है और प्रत्येक भाग $\frac{1}{10}$ से.मी. बराबर है। यदि मी.मी. को से.मी. में दर्शाना हो तो उसे दशमलव के दायीं ओ लिखते है। दशमलव बिन्दु के बाद दाहिनी ओर के प्रथम स्थान का मुल्य 1 का दसवां भाग यानी $\frac{1}{10}$ से.मी. होता है।

$$100 \rightarrow \frac{10\cancel{0}}{1\cancel{0}} = 10 \rightarrow \frac{1\cancel{0}}{1\cancel{0}} = 1 \rightarrow \frac{1}{10}$$

यदि हमारे पास 10 समान भागों में से 5 समान भाग है, तो उसे हम $\frac{5}{10}$ से दर्शाति है और इसे 0.5 लिखते है। अर्थात संपुर्ण 10 में से 5 भाग या 5 दसवें भाग या 5 दशांश। $\frac{5}{10} = 0.5.$

प्रयत्न किजिए

(i) निम्न को भिन्न में बदलो और प्रत्येक में कितने दशांश या दसवें भाग है?

0.4 , 0.2 , .8 , 1.6 , 5.4 , 555.3 , 0.9

.(ii) तालिका की पुर्ती करो।

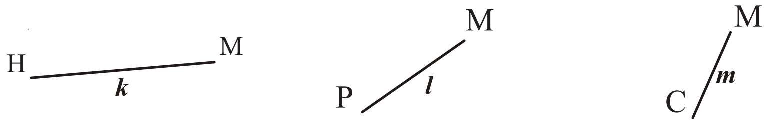
दहाई (10)	**इकाई** (1)	**दशांश** (1/10)	**दशांश रुप**
3	5	7	
6	9	4	
7	6	3	

(iii) तालिका की पुर्ती करो।

दशांश रुप	**पुर्णसंख्या भाग**	दशांश भाग	दशांश भाग का मुल्य	अक्षरों मे लिखो
8.5				
14.7				
23.0				
5.4				

SCERT TELANGANA

(iv) निम्न रेखा खण्डों को मापो तालिका को पुर्ती करो।



मापने वाली वस्तु	से.मी.और मि.मी.	लम्बाई (से.मी.में) से.मी. में लम्बाई का माप	दशांश में लम्बाई का माप
$\overline{HM}$			
$\overline{PM}$			
$\overline{CM}$			
आपका रब्बर			
चॉक			
आपकी तर्जनी अंगुली			

100 वे भाग को दर्शाने के लिए दशमवल के दाहिनी ओर दुसरे स्थान में संख्या लिखी जाती है, जहां $\frac{5}{100} = 0{\cdot}05$ यदि हम दशांश $\frac{1}{10}$ से दाहिनी ओर जाएं, तो उसका मुल्य $\frac{1}{100}$ होता है।

1 मीटर में 100 से.मी. होते है। यदि 5 से.मी. को मीटर में दर्शाना हो तो हम उसे 0.05 मीटर लिखते है। 25 से.मी. के सौवे भाग (शतांश) को 0.25 लिखते है।

अत: $\frac{20}{100} + \frac{5}{100} = \frac{25}{100} = 0.25$

निम्न को भिन्न में बदलो और प्रत्येक में कितने 100 वे भाग (शतांश) $\frac{1}{100}$ है।

0.35, 0.08, 6.70, 23.53, 756.01

हमें मालुम है कि 100 पैसे का एक रुपया होता है। तो 10 पैसे रुपये का कितना होता है और एक पैसा रुपये का कितना होता है?

475 पैसों को रुपयों में कैसे दर्शाते है? 475=400+75 पैसे या $4 + \frac{75}{100}$ रुपये या 4.75 रुपये। 4 रुपये 75 पैसे को ₹ 4.75 ऐसे भी लिखते है।

इसी प्रकार 5 रुपये 30 पैसों को $5\frac{30}{100}$ रुपये लिखते है अत: ₹ 5.30.

इसे करो

रिक्त स्थानों की पुर्ति करो।

(i) 325 पैसे = ... रुपये .... पैसे= ₹ ....

(ii) 570 पैसे = ... रुपये .... पैसे= ₹ ....

(iii) 2050 पैसे = ... रुपये .... पैसे= ₹ ....

SCERT TELANGANA

अभ्यास -7.4

1. रिक्त स्थानों की पुर्ती किजिए।
   - (i) 0.8 का भिन्न रुप ______________
   - (ii) 15.9 का पुर्ण संख्या भाग ______________
   - (iii) 171.9 में दहाई स्थान में ______________
   - (iv) 9.8 में 8 का स्थानीय मान ______________
   - (v) किसी संख्या में पुर्ण संख्या भाग और दशांश भाग के बीच की बिन्दु ________ कहते है?

2.. दशांश रुप में लिखो।
   - (i) एक सौ पच्चीस और 4 दशांश
   - (ii) बीस और 2 दशांश
   - (iii) अस्सी और 6 दशांश

3. दशांश में लिखो।

(i)	16/100	(ii)	278/1000	(iii)	6/100
(iv)	369/100	(v)	16/1000	(vi)	345/10

4. नीचे दी गयी संख्याओं में रेखांकित अंको का स्थानीय मुल्य बताओ।

(i)	$3\underline{4}.26$	(ii)	$8.8\underline{8}$	(iii)	$0.\underline{9}1$
(iv)	$0.\underline{5}0$	(v)	$3.0\underline{3}$	(vi)	$6.\underline{7}4$

5. कौनसी बडी है ज्ञात करो।
   - (i) 0.2 या 0.4 (ii) 70.08 या 70.7
   - (iii) 6.6 या 6.58 (iv) 7.4 या 7.35 (v) 0.76 या 0.8

6. आरोहण क्रम में लिखो।
   - (i) 0.04, 1.04, 0.14, 1.14 (ii). 9.09, 0.99, 1.1 , 7

7. अवरोहन क्रम में लिखो।
   - (i) 8.6, 8.59, 8.09, 8.8 (ii) 6.8, 8.66, 8.06, 8.68

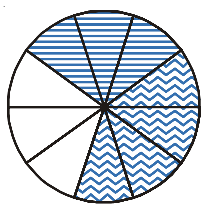
7.12 दशमलव (दशांश) भिन्नों को जोडना और घटाना

0.3 और 0.4 को जोडो।

एक वृत्त उतारकर उसे 10 समान भागों में बांटो।

3 समान भागों को के आकार में छायांकित करो।

फिर 4 समान भागों को के आकार में छायांकित करो।



SCERT TELANGANA

अभी आप वृत्त में छायांकित भागों को गिनो।

	इकाई		दशांश
	0	.	3
+	0	.	4
	0	.	7

0.3 + 0.4 = 0.7

यहां पर हम स्थानीय मान के अनुसार दशां बिंदुओं को एक के नीचे रखते हुए संख्याओं को एक के नीचे एक लिखकर पहली संख्या के दशांश को दुसरी संख्या के दशांश से जोडना होगा। शतांश को भी इसी तरह जोडते है।

0.63 और 0.54 को जोडीए

	इकाई		दशांश	शतांश
	0	.	6	3
+	0	.	5	4
	1	.	1	7

अत : 0.63 + 0.54 = 1.17

इसे करो

योगफल ज्ञात करो।

(i) 0.39 + 0.26 (ii) 0.8 + 0.07

(iii) 1.45 + 1.90 (iv) 3.44 + 1.58

उदाहरण: 1:- जोडो 3.64 + 5.4

पध्दति-(i): 3.64 + 5.4 पहली संख्या (भिन्न) में दो दशांश स्थान और दुसरी में एक दशांश स्थान है।

= 364/100 + 54/10 सामान्य भिन्न में लिखा गया है।

= 364/100 + 540/100 दुसरे भिन्न में हर को 100 में बदला गया है।

= 904/100 दोनों अंश को जोडा गया है (यदि दोनो का हर समान हो तो।)

= 9.04 दशमलव बिन्दु की सहायता से उत्तर लिखा गया है।

पध्दति (ii): 3.64 + 5.4

	इकाई		दशांश	शतांश
	3	.	6	4
+	5	.	4	
	9	.	0	4

3.64 पहली संख्या (भिन्न) में दो दशांश स्थान है।

+5.40 स्थान, 5.4 को दो दशांश स्थान में बदलने पर

9.04 स्थानीय मान के अनुसार एक के नीचे एक रखकर जोडा गया।

SCERT TELANGANA

उदाहरण :2 सलमा उसके पाठशाला के खेल दिवस के अवसर पर अभ्यास कर रही है। वह प्रात: काल 3.27 कि.मी. और संध्या समय 2.8 कि.मी. दौड रही है। बताओ व प्रतिदिन कितनी दुर दौंड रही है?

हल : $3.27 + 2.8 = ?$

प्रात:काल की दौड	=	3 . 27 कि.मी.
संध्या समय की दौड	=	2 . 80 कि.मी.
कुल दुरी	=	6 . 07 कि.मी.

उदाहरण: 3 2.85 में से 1.23 घटाओं।

हल : निम्न तालिका को देखो।

इकाई		दशांश	शतांश
2	.	8	5
- 1	.	2	3
1	.	6	2

अत: $2.85 - 1.23 = 1.62$

दशमलव के घटाने में हमे यह देखते है कि शतांश में से दशांश में से दशांश को और इकाई में से इकाई को घटाया गया है। जैसे कि व्यवकलन में किया गया था।

दशमलव के घटाने में कभी - कभी संख्याओं को फिर से इकट्ठा करना पडता है।

उदाहरण: 4 4.5 में से 2.89 को घटाओ।

हल :

	इकाई		दशांश	शतांश
	4	.	5	0
-	2	.	8	9
	1	.	6	1

अत: $4.5 - 2.89 = 1.61$

अभ्यास - 7.5

1. सोनू दुकान को गया। वह चिक्की और टॉफी खरीदना चाहता था। एक चिक्की की मुल्य रुपये 0.75 और टॉफी की मुल्य 0.75 है। यदि वह उनमें से प्रत्येक को एक-एक खरीदना चाहता है, तो वह दुकानदार को कितने रुपये देगा? सोनु की मां ने उसे ₹2 दिये। उसने व राशि दुकानदार को दे दिंया और ₹ 1.25. की चीजें खरीदी। उसे वापस कितने पैसे मिले? यदि उसकी मां उसे 5 रुपये देती तो दुकानदार उसे कितने पैसे वापस लौटाता?

2. निम्न भिन्नों को जोडिए?

(i) $25.11 - 3.80$ (ii) $14.01 + 1.1 + 1.98$

(iii) $9.85 - 0.61$ (iv) $2.3 + 18.94$ (v) $2.57 + 3.75$

3. अभिषेक ने 5 कि.मी. 28 मीटर की दुरी को बस से 2 कि.मी. 265 मीटर की दुरी को कार से और 1 कि.मी. 30 मीटर की दुरी पैदल यात्रा करता है। बताओ उसने कुल कितनी दुरी यात्रा की?

SCERT TELANGANA

4. श्रीमती वैकुंठम उसकी बडी बेटी के लिए 6.25 मीटर कपडा खरीदती है और छोटी बेटी के लिए 5.75 मीटर कपडा खरीदती है। बताओ उसने कुल कितना कपडा खरीदी।

इसे करो

1. i. एक भिन्न संख्या के एक भाग को दर्शाता है, वह पुर्ण एक वस्तु या समुह का एक भाग है।
   ii. जब भिन्न को गिनती या जोड में लिखना हो, तो यह ज्ञात रहे की, सभी भाग समान हो।
2. यदि $\frac{5}{7}$, 5 को अंश और 7 को हर कहते है।
3. भिन्न को संख्या रेखा पर दर्शाया जा सकता है। प्रत्येक भिन्न के लिए संख्या रेखा पर बिन्दु होता है।
4. उचित भिन्न वह संख्या है, जहां अंश, हर से छोटा होता है और जहां हर बढा और अंश छोटा होता है।
5. प्रत्येक उचित और अनुचित भिन्नों के लिए उसके समरुप भिन्न होते है, हमें समरुप भिन्न प्राप्त करने के लिए अंश और हर को समान संख्या से भाग या गुणा करना पडता है।
6. एक भिन्न को तब न्युनतम कहा जाता है, जबकी अंश और हर का कोई भी समान खण्ड न हो।
7. एक इकाई भाग समझने के लिए हमें एक क्युबोडीयल बार (रेखा) इकाई पर दर्शाति है। क्युबोडियल बार को एक इकाई को 10 भागों मे विभाजित रहता है, प्रत्येक भाग $\frac{1}{10}$ रहता है। इसे 0.1 दशमलव में दर्शाति है। दशमलव इकाई और $\frac{1}{10}$ भाग के बीच में रहता है।
8. प्रत्येक भिन्न जिसका हर 10 या इसका गुणाक हो, उसे दशमलव में दर्शाया जाता है।
9. एक टुकडे को 100 भागों में बांटा गया या ($\frac{1}{100}$) इकाई में को 0.1 इकाई का भाग में दर्शाता जाता है।
10. स्थानीय मुल्य तालिका में हमें दाहिने ओर जाने से $\frac{1}{10}$ भाग प्राप्त होता है, इसी तरह आगे बढने पर $\frac{1}{1000} = 0.01$ या $\frac{1}{1000} = 0.0001$ इकाई प्राप्त होता है।
11. प्रत्येय दशमलव को रेखा चित्र पर दर्शाया जा सकता है।
12. किसी भी दो दशमलव के बीच अंतर ज्ञात कर सकते है। अंतर उनके पुर्ण भाग से प्रारंभ होता है, यदि इसका 10 वें भाग से अंतर ज्ञात करते है। और इसी तरह
13. हमारे जीवन में दशमलव कई तरह से उपयोग करते है, जैसे - रुपयों की इकाई को दर्शाने लम्बाई और चौडाई, भार आदि।

SCERT TELANGANA