

9.1 भूमिका

आपने अपने शिक्षक को कक्षा में रजिस्टर पर प्रतिदिन उपस्थिति बनाते अवश्य ही देखा होगा। क्या आपने कभी सोचा कि इससे हम क्या-क्या निष्कर्ष निकाल सकते हैं? हम एक उदाहरण लेकर विचार करें। किसी सप्ताह में, एक कक्षा के 50 विद्यार्थियों की उपस्थिति नीचे सारणी में दर्शाई जा रही है—

दिन	उपस्थित विद्यार्थियों की संख्या
सोमवार	45
मंगलवार	50
बुधवार	40
बृहस्पतिवार	29
शुक्रवार	35
शनिवार	25

अब आप सप्ताह में विद्यार्थियों की संख्या के आधार पर बताएँ कि (1) किस दिन सबसे कम उपस्थिति रही? (2) सबसे अधिक उपस्थिति किस दिन रही? (3) आप यह भी ज्ञात कर सकते हैं कि विद्यार्थियों की कक्षा में उपस्थिति 30 से अधिक कितने दिन रही।

अतः आप विद्यार्थियों की उपस्थिति से सम्बन्धित कई महत्वपूर्ण बातों का पता लगा सकते हैं।



इसी प्रकार अपने दैनिक जीवन में निर्णय लेते समय हमें कुछ-न-कुछ पुराने अनुभवों की आवश्यकता होती है। आपने इस सब से सम्बन्धित अनेक प्रकार की सारणियाँ (Tables) भी देखी होंगी। ये सारणियाँ आँकड़े (Data) एकत्रित करने और संक्षेप में उपलब्ध कराने का साधन हैं।

9.2 आँकड़ों को प्रदर्शित करना

कक्षा का आज पहला दिन था, सभी बच्चे उत्साहित थे, नई किताबें, नई कक्षा सभी बच्चे अपने दोस्तों से बातचीत कर रहे थे। इतने में शिक्षक ने कक्षा में प्रवेश किया। कक्षा का ऐसा माहौल देख शिक्षक ने बच्चों से पूछा चलो बताओ आज क्या पढ़ना चाहोगे?

बच्चों की ओर से अलग-अलग आवाजें आने लगीं। कोई बोला अंग्रेजी तो कोई विज्ञान, किसी ने गणित कहा तो कोई हिन्दी पढ़ने की बात करने लगा।

शिक्षक जी सोच में पड़ गए। कैसे तय करूँ? तभी उन्हें एक उपाय सूझा, उन्होंने ब्लैकबोर्ड पर सभी बच्चों का नाम लिखा और सामने वह विषय, जो वे उस समय पढ़ना चाहते हैं, लिखने को कहा। सारणी इस प्रकार बनी—

क्र. सं.	विद्यार्थी का नाम	अभी कौन-सा विषय पढ़ें?
1	कमल	गणित
2	रमेश	हिन्दी
3	रीता	गणित
4	मोईन	विज्ञान
5	मनजीत	अंग्रेजी



क्र. सं.	विद्यार्थी का नाम	पसंदीदा विषय
6	रोशन	हिन्दी
7	मोनिका	विज्ञान
8	टिंकल	अंग्रेजी
9	बीरम	विज्ञान
10	किशोर	हिन्दी
11	आतिफ	विज्ञान
12	नीतीश	हिन्दी
13	कालू लाल	अंग्रेजी
14	राजेश	हिन्दी
15	बलवंत	गणित
16	रुचि	विज्ञान
17	गरिमा	हिन्दी
18	लक्ष्मण	गणित
19	आरिफ	हिन्दी

सारणी के आधार पर शिक्षक ने प्रश्न किया कि क्या अब हम तय कर सकते हैं हमें कौन-सा विषय पढ़ना चाहिए? बच्चे सोचने की कोशिश कर रहे थे कि कैसे तय करें।

तभी रोशन को एक विचार सूझा। उसने ब्लैकबोर्ड पर खाली जगह में विषयों के नाम लिखे और उसके सामने वे बच्चों के नाम लिखे—

क्र. सं.	विद्यार्थी के नाम
गणित	कमल, रीता, बलवन्त, लक्ष्मण
हिन्दी	रमेश, रोशन, किशोर, नीतीश, राजेश, गरिमा, आरिफ
विज्ञान	मोईन, मोनिका, बीरम, आतिफ, रुचि
अंग्रेजी	मनजीत, टिंकल, कालू लाल



किशोर सारणियों को बार-बार देख रहा था और सोच रहा था कि इन सारणियों में नाम लिखने का क्या मतलब है? हमें तो मात्र यह गिनना है कि माँगी गई जानकारी के पक्ष में कितने विद्यार्थी हैं? नाम न लिखकर उसके स्थान पर संकेत का भी उपयोग किया जा सकता है।

क्या आप किशोर की सोच से सहमत हैं? क्या ऐसा कोई तरीका सोच सकते हैं, जिसमें नाम के स्थान पर केवल किसी चिह्न का उपयोग करके ही गणना की जा सके?

इसके तुरंत बाद राजेश ने एक सुझाव दिया कि क्यों न प्रत्येक नाम के स्थान पर एक-एक खड़ी लकीर का उपयोग किया जाए और अन्त में सभी खड़ी लकीरों की गिनती कर ली जाए। सभी विद्यार्थी इस सुझाव से सहमत थे।

विषय	टैली चिह्न (खड़ी लकीर)
गणित	
हिन्दी	
विज्ञान	
अंग्रेजी	

इस तालिका के आधार पर कैसे पता करें कि अभी कौन-सा विषय पढ़ना चाहिए?

खेलों की लोकप्रियता का क्रम पता करने के लिए एक शिक्षक ने इसकी सूचना पूरे स्कूल में एकत्रित करने का कार्य रीता को सौंपा है, रीता ने बोर्ड पर 4 खेलों के नाम लिखे और अपने-अपने पसंद के खेल के सामने प्रत्येक विद्यार्थी को खड़ी लकीर खींचने को कहा।

सारणी कुछ इस प्रकार बनी —

खेल का नाम	टैली चिह्न (खड़ी लकीर)	विद्यार्थियों की संख्या
फुटबॉल		18
क्रिकेट		22
बॉलीबॉल		14
कबड्डी		16



उपर्युक्त सारणी को देखकर कक्षा के दूसरे विद्यार्थी सुनील ने कहा कि विद्यार्थियों को गिनने के लिए चिह्नों (।) को दस-दस के समूहों में निम्न प्रकार व्यवस्थित कर सकते हैं—

खेल का नाम	टैली चिह्न (खड़ी लकीर)	विद्यार्थियों की संख्या
फुटबॉल		18
क्रिकेट		22
वॉलीबाल		14
कबड्डी		16

गिनने की समस्या देख शेखर ने इसको और अधिक सरल बनाने के लिए सुनील से कहा कि वह दस-दस के समूहों के स्थान पर पाँच-पाँच के समूह बनाए, जैसा नीचे दिखाया जा रहा है—

खेल का नाम	टैली चिह्न (खड़ी लकीर)	विद्यार्थियों की संख्या
फुटबॉल		18
क्रिकेट		22
वॉलीबाल		14
कबड्डी		16

शिक्षक ने सुझाव दिया कि पाँच-पाँच के प्रत्येक समूह में पाँचवाँ चिह्न एक तिरछी रेखा के रूप में प्रयोग किया जाए, ऐसे ~~||||~~ इन चिह्नों को मिलान चिह्न (Tally marks) कहते हैं। इस प्रकार ~~||||~~ ||| यह दर्शाता है कि गिनने पर यह पाँच जमा तीन (अर्थात् आठ) है। और ~~||||~~ ~~||||~~ यह दर्शाता है कि यह पाँच जमा पाँच (अर्थात् दस) है।



इसके साथ उपर्युक्त सारणी निम्न प्रकार की दिखती है—

खेल का नाम	टैली चिह्न (खड़ी लकीर)	विद्यार्थियों की संख्या
फुटबॉल	 	18
क्रिकेट	 	22
वॉलीबाल	 	14
कबड्डी	 	16

प्रवीण ने अपने जन्म दिन पर कक्षा VI के 25 बच्चों को उनकी पसंद के उपहार देना तय किया। सभी को चार उपहारों पेन, गेंद, कार, बाक्स में से एक उपहार चुनना था। चार टोकरियों में हरेक को अपनी पसंद की गोटी डालनी थी। इससे जो आँकड़े मिले उनसे मिलान चिह्नों का प्रयोग कर प्रवीण ने एक सारणी तैयार की—

उपहार का नाम	मिलान चिह्न	विद्यार्थियों के सेट
पेन	 	8
गेंद	 	5
कार		3
बॉक्स	 	9

- किस उपहार को कक्षा VI के सबसे ज्यादा बच्चों ने पसंद किया?
- किस उपहार को कक्षा VI के सबसे कम बच्चों ने पसंद किया?
- पेन पसंद करने वाले विद्यार्थी कितने हैं?

इन्हें कीजिए

- अपनी कक्षा के विद्यार्थियों द्वारा गणित विषय में प्राप्त अंक पता कीजिए और उन्हें एक सारणी के रूप में निरूपित कीजिए।

प्राप्तांक	मिलान चिह्न	प्राप्त करने वाले विद्यार्थियों की संख्या

पता कीजिए

- सबसे अधिक प्राप्तांक कितने थे और यह कितने बच्चों को मिले?
- 2. अपनी कक्षा VI के सभी विद्यार्थियों का जन्म कौन-से महीने में हुआ है पता कीजिए और उसे एक सारणी के रूप में निरूपित कीजिए। अब ज्ञात कीजिए—
 - (अ) कौन-से महीने में सबसे अधिक विद्यार्थियों का जन्म हुआ?
 - (ब) किस महीने में सबसे कम विद्यार्थियों का जन्म हुआ?
 - (स) ऐसे कौन-कौन से महीने हैं, जिनमें जन्म लेने वाले विद्यार्थियों की संख्या समान है?



9.3 चित्रालेख (Pictograph)

किसी विद्यालय के एक सप्ताह में 25 विद्यार्थियों वाली एक कक्षा में अनुपस्थित रहने वाले विद्यार्थियों की संख्या निम्न प्रकार से प्रदर्शित की गई है—

दिन	चित्र	अनुपस्थित विद्यार्थी
सोमवार	    	
मंगलवार	  	
बुधवार		
बृहस्पतिवार	 	
शुक्रवार		
शनिवार	     	

अनुपस्थित विद्यार्थी = 

किस दिन अनुपस्थित विद्यार्थियों की संख्या सबसे अधिक है? किस दिन अनुपस्थित विद्यार्थियों की संख्या सबसे कम है? क्या ऐसा भी कोई दिन है, जिस दिन एक भी छात्र अनुपस्थित नहीं है?

आप उपर्युक्त आलेख को देखकर इन प्रश्नों के उत्तर दे सकते हैं। इसमें प्रयुक्त चित्र आँकड़ों को समझने में आपकी सहायता करते हैं। इसमें चित्रों को देखकर आप निष्कर्ष निकाल सकते हैं। इसे हम चित्रालेख (Pictograph) कहते हैं।

चित्रालेख आँकड़ों को चित्रों, वस्तुओं या वस्तुओं के भाग अथवा उसके प्रतीक के रूप में निरूपित करता है।



इन्हें कीजिए-

पत्रिकाएँ एवं समाचार पत्रों में प्रकाशित चित्रालेखों को एकत्रित कर अपनी कक्षा में प्रदर्शित कीजिए। यह समझने का प्रयत्न कीजिए कि ये चित्रालेख क्या-क्या दर्शाते हैं?

एक चित्रालेख द्वारा दी गई सूचनाओं को समझने के लिए कुछ अभ्यास।

9.3.1 चित्रालेख की व्याख्या-

उदाहरण-1 :: एक सप्ताह के विभिन्न दिवसों में बल्ब की बिक्री नीचे दर्शाई गई है-

(1 बल्ब = )

दिनों का नाम	बिक्री हुए बल्बों की संख्या
सोमवार	     
मंगलवार	   
बुधवार	  
बृहस्पतिवार	    
शुक्रवार	   
शनिवार	        
रविवार	   

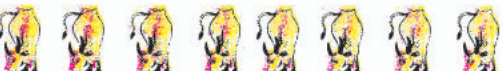
चित्रालेख को देखिए और निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए-

- शुक्रवार को कितने बल्ब बेचे गए?
- किस दिन बेचे गए बल्बों की संख्या अधिकतम थी और यह कितनी थी?
- यदि एक बल्ब 8 रु. में बेचा गया हो, तो रविवार को कुल कितने की बिक्री हुई?
- आप पूरे सप्ताह में हुई कुल बिक्री बल्बों में और प्राप्त रुपयों में ज्ञात करें।
- यदि एक बड़े डिब्बे में 7 बल्ब आते हैं, तो इस सप्ताह कितने बड़े डिब्बों की आवश्यकता पड़ी?

- हल :** (a) शुक्रवार को बेचे गए बल्बों की संख्या 4 है।
 (b) शनिवार को बेचे गए बल्बों की संख्या सबसे अधिक थी। उस दिन 9 बल्ब बिके।
 (c) रविवार को बेचे गए बल्बों की संख्या 4 है।
 8 रु. प्रति बल्ब के दर से 4 बल्बों की कीमत = (4×8) रु. = 32 रु.। अतः रविवार को कुल 32 रु. की बिक्री हुई।
 (d) पूरे सप्ताह में कुल 35 बल्बों की बिक्री हुई और इनसे प्राप्त रुपये $35 \times 8 = 280$ रु. हैं।
 (e) 7 बल्ब रखने के लिए 1 डिब्बे की आवश्यकता है।
 इस प्रकार 35 बल्ब रखने के लिए $35 \div 7 = 5$ डिब्बों की आवश्यकता होगी।

उदाहरण-2 : सात गाँवों में पशुओं की कुल संख्या निम्न चित्रालेख द्वारा दर्शाई गई है—

(एक चित्र-  = 10 पशु)

गाँव	पशुओं की संख्या
A	
B	
C	
D	
E	
F	
G	

- (a) किस गाँव में पशुओं की संख्या सबसे कम है?
- (b) गाँव F में पशुओं की संख्या, गाँव B में पशुओं की संख्या से कितनी अधिक है?
- (c) क्या गाँव A और गाँव D में पशुओं की संख्या गाँव G में पशुओं की संख्या के बराबर है?
- (d) सभी गाँवों में पशुओं की कुल संख्या बताइए।

हल :

- (a) गाँव D में पशुओं की संख्या सबसे कम 40 है।
- (b) गाँव F में पशुओं की संख्या गाँव B में पशुओं की संख्या से $150 - 80 = 70$ अधिक है।
- (c) गाँव A और गाँव D में पशुओं की कुल संख्या $= 60 + 40 = 100$ है।
यह गाँव G में पशुओं की संख्या के बराबर है।
- (d) सभी गाँवों में पशुओं की कुल संख्या $= 60 + 80 + 120 + 40 + 80 + 150 + 100 = 630$ है।

प्रश्नावली - 9.1

- (1) एक कक्षा के 20 छात्रों ने गणित की जाँच परीक्षा में निम्नलिखित अंक प्राप्त किए।

3, 2, 5, 4, 0, 7, 2, 3, 5, 2, 2, 7, 8, 4, 1, 0, 3, 2, 5, 4

इन प्राप्तांकों को मिलान चिह्नों का प्रयोग करके एक सारणी के रूप में व्यवस्थित कीजिए।

- (a) ज्ञात कीजिए कि कितने छात्रों ने 5 या उससे अधिक अंक प्राप्त किए?
- (b) कितने छात्रों ने 4 से कम अंक प्राप्त किए?



(2) कक्षा VI के 30 विद्यार्थियों को जो-जो वाहन पसंद है, उनके चित्र नीचे दिए गए हैं—



- (a) वाहनों के चित्रों को मिलान चिह्नों का प्रयोग करते हुए एक सारणी में व्यवस्थित कीजिए।
- (b) कौन-सा वाहन विद्यार्थियों द्वारा अधिक पसंद किया गया?

(3) राधा ने एक पासा (dice) लिया। उसने पासे को 20 बार उछाला और प्रत्येक बार प्राप्त संख्या को निम्न प्रकार लिखा—

3 4 6 1 5 6 2 3 5 2

मिलान चिह्नों का प्रयोग करके एक सारणी बनाइए और निम्न प्रश्नों के उत्तर लिखिए—

- (a) न्यूनतम बार आने वाली संख्या (b) अधिकतम बार आने वाली संख्या
यह संख्या कितनी बार आई? यह संख्या कितनी बार आई?
- (c) समान बार आने वाली संख्याएँ।

(4) सारणी को पूरा कीजिए—

क्र. सं.	भोजन रुचि	मिलान चिह्न	लोगों की संख्या
(a)	केवल रोटी	 	7
(b)	केवल चावल	 	12
(c)	दाल और चावल दोनों		16
(d)	रोटी और चावल दोनों		14

(5) कक्षा VI के 30 विद्यार्थियों ने अपने-अपने परिवार में सदस्यों की संख्या को एक साथ लिखा। यह संख्या नीचे दर्शाई गई है:

4 6 7 6 5 4 3 6 7 6 4 6 5 5 7

7 4 5 6 4 6 5 4 7 5 3 6 4 5 3

मिलान चिह्नों का प्रयोग करके एक सारणी बनाइए। अब, ज्ञात कीजिए—

- कितने परिवार ऐसे हैं जिनमें सदस्य संख्या 7 है?
- कितने ऐसे हैं जिनमें सदस्य संख्या 3 है?
- कौन-सी सदस्य संख्या सबसे अधिक परिवारों की है?

(6) किसी सप्ताह में एक फैक्टरी द्वारा निर्मित कलमों की संख्या निम्न चित्रालेख द्वारा प्रदर्शित है—

 = 1000 कलमें

दिन	
सोमवार	
मंगलवार	
बुधवार	
बृहस्पतिवार	
शुक्रवार	
शनिवार	



ज्ञात कीजिए—

- किस दिन न्यूनतम कलमें निर्मित की गई? यह संख्या कितनी है?
- किस दिन निर्मित कलमों की संख्या अधिकतम थी? यह कितनी कलमें थीं?
- इस सप्ताह निर्मित कलमों की कुल संख्या कितनी है?

(7) गया शहर के एक सब्जी बाजार में 5 सब्जी विक्रेताओं द्वारा बेची गई सब्जी की टोकरियों की संख्या निम्न चित्रालेख में प्रदर्शित है—

 = 5 टोकरियाँ

मोहन	
अनवर	
नरेश	
गोपाल	
सुरेश	

इस चित्रालेख को देखकर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए—

- किस सब्जी विक्रेता ने अधिकतम सब्जी की टोकरियाँ बेचीं? उसने कितनी टोकरियाँ बेचीं?
- नरेश ने सब्जी की कितनी टोकरियाँ बेचीं?
- सबसे कम कितनी टोकरियाँ बेचीं?

9.3.2 चित्रालेखों को प्रदर्शित करना

आपने दैनिक जीवन में प्रयोग होने वाली कई वस्तुओं की तस्वीरें अवश्य ही बनाई होंगी। उनमें से कुछ तस्वीरें तो आसानी से बन जाती हैं। कुछ तस्वीरों को बनाने में कठिनाई



होती है। चित्रालेखों से आँकड़े दर्शाना एक रोचक क्रिया है, परन्तु किसी-किसी संकेत को बनाने में समय लगता है। ऐसी स्थिति में, हम सरल संकेतों का प्रयोग कर सकते हैं। ऐसे में हम एक चित्र से कई वस्तु को इंगित कर देते हैं। जैसे एक संकेत  = 10 विद्यार्थियों को निरूपित कर सकता है। हमने पहले भी 10 पशुओं के लिए एक चित्र का उपयोग किया है और हजार कलम के लिए भी एक का, हम इस तरह के कुछ और अभ्यास करेंगे।

उदाहरण-3 : एक मध्य विद्यालय की प्रत्येक कक्षा में लड़कियों की संख्या निम्न चित्रालेख द्वारा प्रदर्शित है—

( = 2 लड़की)

कक्षा का नाम	लड़कियों की संख्या
I पहली	     
II दूसरी	   
III तीसरी	    
IV चौथी	  
V पाँचवीं	 
VI छठी	   
VII सातवीं	 
VIII आठवीं	  

इस चित्रालेख को देखकर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए—

- किस कक्षा में लड़कियों की संख्या अधिकतम है?
- क्या कक्षा VI में लड़कियों की संख्या कक्षा V की लड़कियों की संख्या से कम है?
- कक्षा VIII में कितनी लड़कियाँ हैं?
- कक्षा III से अधिक लड़कियाँ किस कक्षा में हैं?

हल :

- सबसे अधिक लड़कियाँ कक्षा I में हैं।



= 2 लड़कियाँ। इसलिए इस कक्षा में $2 \times 6 = 12$ लड़कियाँ दर्शाते हैं।

- नहीं, क्योंकि कक्षा VI में लड़कियों की संख्या $2 \times 4 = 8$ जबकि कक्षा V में लड़कियों की संख्या $2 \times 2 = 4$ है।
- कक्षा VIII में लड़कियों की संख्या $2 \times 3 = 6$ है।
- कक्षा III से अधिक कक्षा I में हैं क्योंकि कक्षा III में $2 \times 5 = 10$ तथा कक्षा I में $2 \times 6 = 12$ लड़कियाँ हैं।

उदाहरण-4 : शिवहर जिले के सात गाँवों में गन्ने की पैदावार (टन में) इस प्रकार है—

गाँव A	:	70
गाँव B	:	100
गाँव C	:	120
गाँव D	:	60
गाँव E	:	40
गाँव F	:	110
गाँव G	:	90



संकेत  का प्रयोग करके जो 10 टन (1 टन = 1000 किलोग्राम) को निरूपित करता है। इस पैदावार का एक चित्रालेख बनाइए और निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए—

- गाँव F की पैदावार को कितने संकेत निरूपित करते हैं?
- किस गाँव में पैदावार अधिकतम है?
- गाँव A या गाँव D में से किस गाँव में पैदावार अधिक है?

हल :

गाँव	पैदावार टन में
A	
B	
C	
D	
E	
F	
G	

- गाँव F की पैदावार को 11 संकेत निरूपित करते हैं।
- C गाँव में पैदावार अधिकतम है।
- A गाँव में पैदावार अधिक है।



प्रश्नावली - 9.2

1. गत वर्ष के अंतिम चार महीनों में किसी होटल के लिए खरीदे गए बिजली के बल्बों की संख्या निम्नलिखित है-

महीना	बल्बों की संख्या
सितम्बर	45
अक्टूबर	60
नवम्बर	75
दिसम्बर	15

उपर्युक्त सारणी को एक चित्रालेख द्वारा निरूपित कीजिए। एक चित्र को कितने बल्ब के बराबर लेंगे?

2. पटना शहर के एक माध्यमिक विद्यालय में पढ़ने वाले विद्यार्थियों की कुल संख्या विभिन्न वर्षों में निम्न सारणी द्वारा प्रदर्शित है-

वर्ष	विद्यार्थियों की संख्या
2004	250
2005	300
2006	450
2007	350
2008	400

- (A) एक संकेत  का प्रयोग करके, जो 50 विद्यार्थियों को निरूपित करता है, एक चित्रालेख बनाइए और निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए-

- (a) वर्ष 2006 में कुल विद्यार्थियों की संख्या को कितने संकेत निरूपित कर रहे हैं?
- (b) वर्ष 2004 में कुल विद्यार्थियों की संख्या को कितने संकेत निरूपित कर रहे हैं?

(B) कोई और संकेत लेकर, जो 100 विद्यार्थियों को निरूपित करता है एक चित्रालेख बनाइए। साथ में यह भी बताइए कि कौन-सा चित्रालेख अधिक सूचनाप्रद है?

3. किसी पाँच गाँवों में ट्रैक्टरों की संख्या इस प्रकार है—

गाँव	ट्रैक्टरों की संख्या
गाँव A	5
गाँव B	4
गाँव C	6
गाँव D	7
गाँव E	2

संकेत का प्रयोग करके एक चित्रालेख बनाइए और निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए—

- किस गाँव में ट्रैक्टरों की संख्या न्यूनतम है?
- किस गाँव में ट्रैक्टरों की संख्या अधिकतम है?
- पाँचों गाँवों में कुल मिलाकर कितने ट्रैक्टर हैं?

9.4 दंड आलेख (Bar Graph)

चित्रालेख बनाने में समय लगता है और हमें ऐसे प्रतीक सोचने होते हैं जो सरल है।

आइए आँकड़ों को निरूपित करने की एक अन्य विधि पर विचार करें। हम एक समान चौड़ाई के क्षैतिज या ऊर्ध्वाधर दंड इस प्रकार से खींचते कि इनके बीच में समान दूरी बनी रहे। खींचे गए प्रत्येक दंड की लम्बाई दी हुई संख्या के अनुसार बना लेने से यह आँकड़ों को स्पष्ट प्रदर्शित कर पाता है।

आँकड़ों का यह निरूपण दंड आरेख (Bar diagram) या दंड आलेख (Bar graph) कहलाता है।

9.4.1 दंड आलेख की व्याख्या

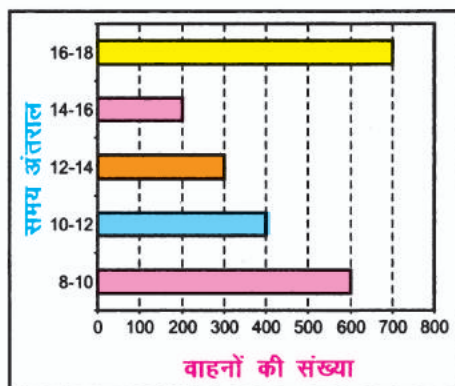
यातायात पुलिस द्वारा पटना के डाक बंगला चौराहे पर एक दिन सुबह आठ बजे से शाम 6 बजे तक गुजरने वाले वाहनों की संख्या का अध्ययन किया गया। आगे दी गई तालिका में यह दर्शाया गया है।



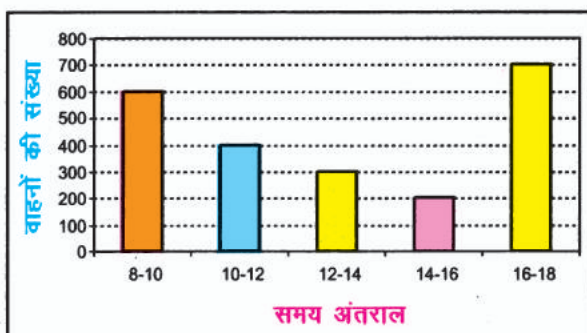
समय	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18
वाहन संख्या	600	400	300	200	700

इसे हम दण्डालेख के रूप में दो तरह से प्रस्तुत कर सकते हैं। इसके लिए 100 वाहनों को एक इकाई मान कर सांकेतिक रूप से, एक खाने से निरूपित किया गया है। पैमाना है : 1 इकाई लम्बाई = 100 वाहन।

क्षैतिज दण्ड आलेख
(Horizontal Bar Graph)



ऊर्ध्वाधर दण्ड आलेख
(Vertical Bar Graph)



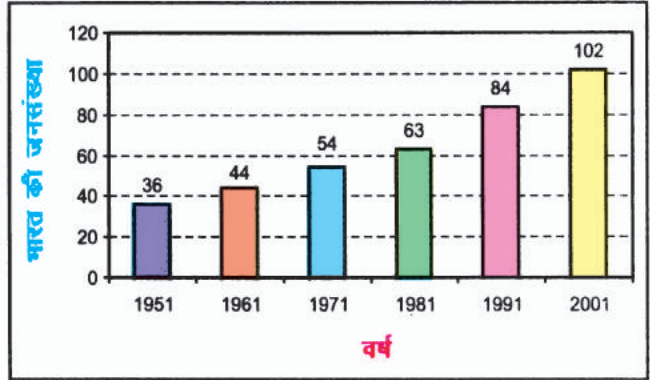
16 से 18 बजे के बीच का दण्ड सबसे लम्बा है। यह दिखाता है कि इस समय यातायात अधिकतम होता है। इसी तरह 14 से 16 बजे के बीच का दण्ड सबसे छोटा है। हम कह सकते हैं कि न्यूनतम यातायात इसी समय में होता है।

इस प्रकार हम पाते हैं कि दण्ड आलेख दिए गए आँकड़ों को सुविधा से समझने में सहायता करते हैं। इससे निष्कर्ष केवल एक दृष्टि में निकाला जा सकता है।

पैमाने का चुनाव

यहाँ एक बात ध्यान देने योग्य है कि यदि आँकड़ों में संख्याएँ बड़ी हों, तो आपको एक भिन्न पैमाने (scale) की आवश्यकता पड़ेगी। उदाहरण के लिए हम भारत की जनसंख्या का अध्ययन करें तो ये संख्या करोड़ों में है। इसलिए यदि आप 1 इकाई = 1 व्यक्ति लेंगे या

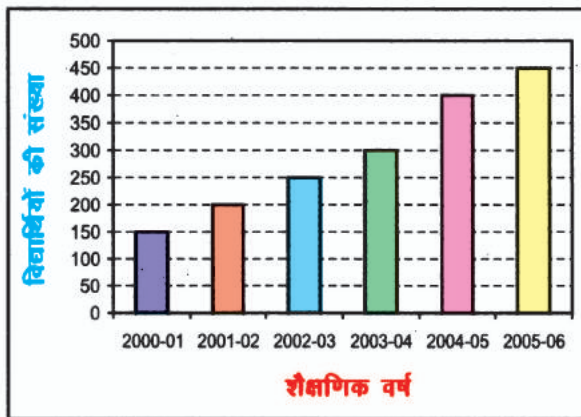
1000 भी लेंगे तो दंड खींचना संभव नहीं होगा। अतः इस तरह का पैमाना चुनिए कि वह आपके कागज में फिट हो। इस के लिए 1 इकाई = 10 करोड़ निरूपित कर सकते हैं जैसा दंडालेख में लिया गया है।



उदाहरण 1 : एक विद्यालय के शैक्षणिक वर्ष 2000 – 2001 से 2005 – 2006 तक कक्षा VI के विद्यार्थियों की संख्या का एक दंड आलेख दिया गया है। इसे पढ़िए और निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

- इस आलेख का पैमाना क्या है?
- किस वर्ष में विद्यार्थियों की संख्या में अधिकतम वृद्धि हुई?
- क्या शैक्षणिक वर्ष 2002–03 में विद्यार्थियों की संख्या शैक्षणिक वर्ष 2001–02 के विद्यार्थियों की संख्या की दोगुनी है?

1 इकाई लम्बाई = 50 विद्यार्थी



हल : (a) पैमाना है—

1. इकाई लम्बाई = 50 विद्यार्थी

(b) शैक्षणिक वर्ष 2004-05 में विद्यार्थियों की संख्या में अधिकतम वृद्धि हुई। क्योंकि इस वर्ष पिछले वर्ष से 100 अधिक विद्यार्थी थे।

(c) शैक्षणिक वर्ष 2002-03 में विद्यार्थियों की संख्या = 250,

शैक्षणिक वर्ष 2001-02 में विद्यार्थियों की संख्या = 200

$$\frac{250}{200} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4} \neq 2, \text{ अतः विद्यार्थियों की संख्या दोगुनी नहीं है।}$$

9.4.2 दंड आलेख को खींचना

आइए एक सारणी लें जो किसी परिवार की विभिन्न मदों में होने वाले मासिक व्यय को निरूपित करती है—

मद	व्यय (रु. में)
मकान किराया	2000
भोजन	2500
बिजली	500
शिक्षा	1500
परिवहन	500
विविध	1000

इन आँकड़ों को एक दंड आलेख के रूप में इस प्रकार निरूपित किया जाता है :

(a) परस्पर दो लम्ब रेखाएँ खींचिए, एक ऊर्ध्वाधर और एक क्षैतिज।

(b) क्षैतिज रेखा के अनुदिश समान दूरी पर 'मद' अंकित कीजिए। ऊर्ध्वाधर रेखा के अनुदिश संगत व्यय (रु. में) अंकित किए जाएँगे।



- (c) समान चौड़ाई के दंड बनाइए।
- (d) ऊर्ध्वाधर रेखा के अनुदिश एक सुविधाजनक पैमाना लीजिए।
मान लीजिए 1 इकाई लम्बाई = 500 रु. है। इसके अनुसार संगत मान अंकित करने के लिए दण्ड की लम्बाई निकालेंगे।

विभिन्न मदों के लिए दंडों की लम्बाई परिकल्पित कीजिए जैसा कि नीचे दिखाया जा रहा है—

मकान किराया : $2000 \div 500 = 4$ इकाई

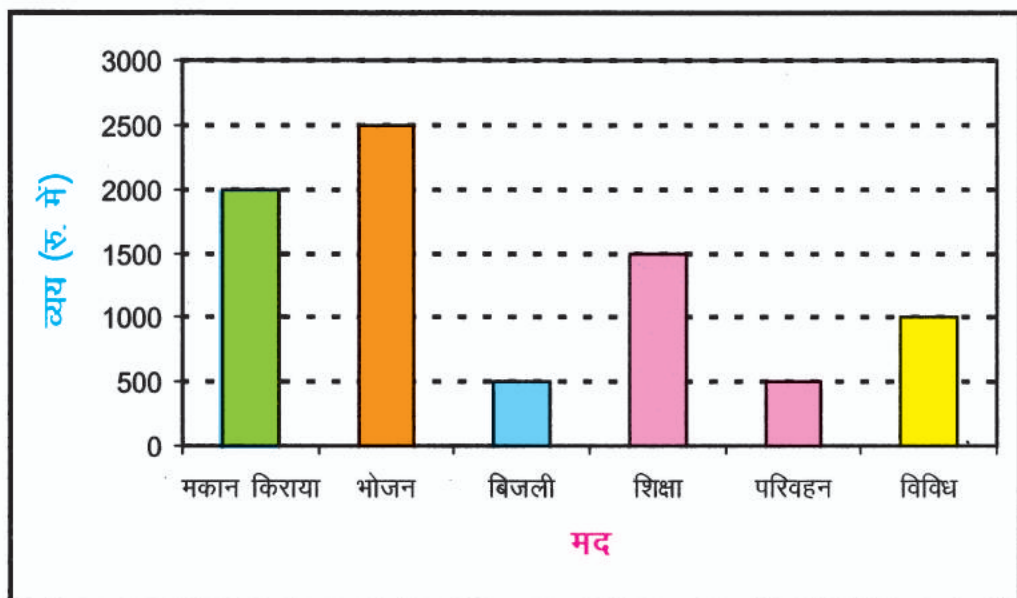
भोजन : $2500 \div 500 = 5$ इकाई

बिजली : $500 \div 500 = 1$ इकाई

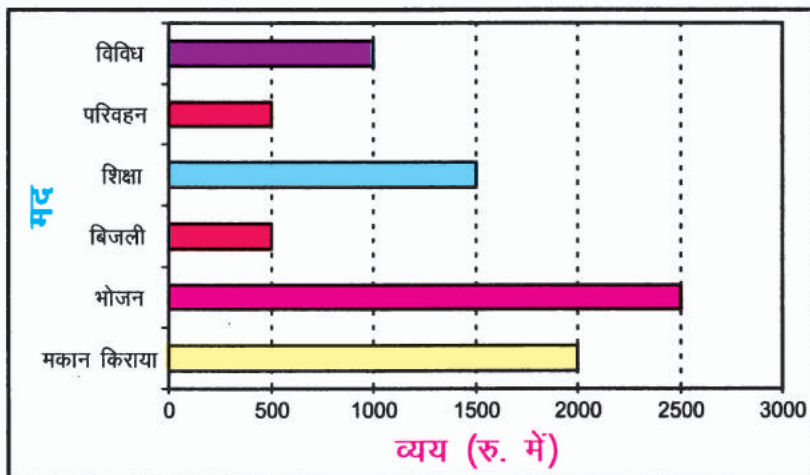
शिक्षा : $1500 \div 500 = 3$ इकाई

परिवहन : $500 \div 500 = 1$ इकाई

विविध : $1000 \div 500 = 2$ इकाई



इन्हीं आँकड़ों को 'मद' और 'व्यय' मद की स्थितियों को अक्षों पर परस्पर बदलकर, निम्न प्रकार भी दर्शाया जा सकता है—



इन्हें कीजिए

आप अपनी कक्षा में एक सर्वे कीजिए जिसमें आप उनसे किसी विषय में उनकी पसन्द के बारे में पूछ सकते हैं (a) आपका मनपसन्द हीरो, हिरोइन कौन हैं? (b) आपका मनपसन्द रंग कौन-सा है? (c) आपका मनपसन्द विषय कौन-सा है? अब इन आँकड़ों को एक सारणी में व्यवस्थित कीजिए तथा उन्हें एक दंडालेख द्वारा प्रदर्शित कीजिए।

प्रश्नावली - 9.3

- छः क्रमागत दिनों में किसी दुकानदार द्वारा बेची गई फ्रिजों की संख्या नीचे दी गई है। अपनी पसंद का पैमाना चुनते हुए, उपर्युक्त सूचना के लिए एक दंड आलेख खींचिए।

दिन	बेचे गए रेफ्रिजरेटर की संख्या
सोमवार	15
मंगलवार	5
बुधवार	10
वृहस्पतिवार	25
शुक्रवार	15
शनिवार	20
रविवार	35

2. वर्ष 2000 से 2005 तक एक फैक्टरी द्वारा निर्मित कारों की संख्या निम्नलिखित सारणी द्वारा दर्शाई गई है—

वर्ष	निर्मित कारों की संख्या
2000	900
2001	600
2002	1500
2003	1200
2004	1800
2005	2400

इन आँकड़ों के लिए उपयुक्त पैमाना चुनते हुए एक दंड आलेख खींचिए और बताइए—

- (a) किस वर्ष सबसे अधिक कारें निर्मित की गईं ?
 (b) वर्ष 2000 से 2005 तक कुल कितनी कारें निर्मित हुईं?
3. बिहार राज्य के किसी शहर के व्यक्तियों की संख्या विभिन्न आयु समूहों के अनुसार नीचे सारणी में दी हुई है—

आयु समूह (वर्षों में)	1-14	15-29	30-44	45-59	60-74	75 और उससे ऊपर
व्यक्तियों की संख्या	3 लाख	2 लाख 50 हजार	1 लाख 50 हजार	1 लाख 50 हजार	2 लाख	25 हजार

इन आँकड़ों को उपयुक्त पैमाना चुनकर एक दंड आलेख बनाइए और बताइए कि —

- (a) किन दो आयु समूहों की जनसंख्या बराबर है?
 (b) 60 वर्ष और उससे अधिक आयु के सभी व्यक्ति वरिष्ठ नागरिक कहलाते हैं।
 क्या आप बता सकते हैं कि इस शहर में कितने वरिष्ठ नागरिक हैं?



4. एक स्कूल के 150 विद्यार्थियों का सर्वेक्षण इस आशय से किया गया कि वे अपने खाली समय में किस क्रियाकलाप को पसंद करते हैं। निम्न आँकड़े प्राप्त हुए—

पसंद का क्रियाकलाप	विद्यार्थियों की संख्या
खेलना	50
कहानी की पुस्तक पढ़ना	30
टी.वी. देखना	35
संगीत सुनना	20
पेंटिंग	15

1 इकाई लम्बाई = 5 विद्यार्थी का पैमाना लेकर एक दंड आलेख बनाइए। खेलने के अतिरिक्त कौन-सा क्रियाकलाप सबसे अधिक विद्यार्थियों द्वारा पसंद किया जाता है?

हमने क्या सीखा—

1. आँकड़ों से विशेष सूचना तुरंत प्राप्त करने के लिए, उन्हें मिलान चिह्नों का प्रयोग करके सारणी में प्रस्तुत किया जा सकता है।
2. हमने सीखा कि आँकड़ों को चित्रालेख एवं दंड आलेख द्वारा निरूपित किया जाता है। इसे करने का तरीका भी हमने सीखा। हमने यह भी जाना कि चित्रालेख को केवल देखकर ही आँकड़ों से संबंधित प्रश्नों के उत्तर दिए जा सकते हैं।
3. हमने चर्चा की है कि किसी आँकड़े का एक दंड आलेख में समान दूरी पर समान चौड़ाई के दंड क्षैतिज या ऊर्ध्वाधर रूप से खींचे जाते हैं। प्रत्येक दंड की लम्बाई वांछित सूचना दर्शाती है।
4. हमने आलेख के लिए एक पैमाना चुनने की प्रक्रिया की भी चर्चा की, उदाहरणार्थ 1 इकाई = 5 विद्यार्थी।
5. हमने दंड आलेखों को पढ़ने का अभ्यास भी किया है। हमने इसकी व्याख्या करके निष्कर्ष निकालना भी सीखा है।

