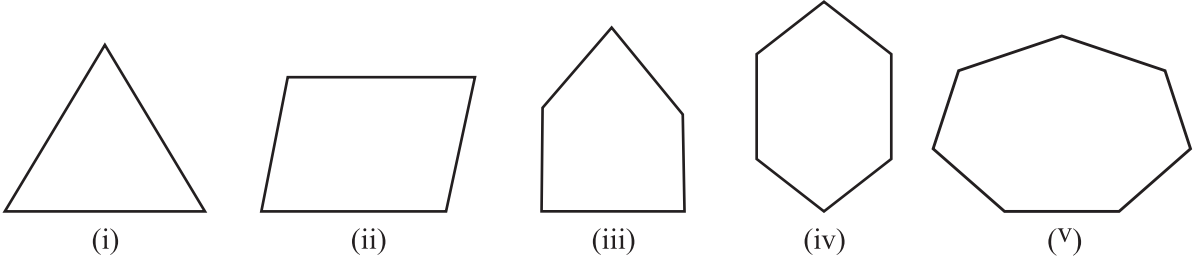


अध्याय –10
बहुभुज
POLYGON



रानी ने स्केल एवं पेंसिल की सहायता से पाँच चित्र बनाए।



चित्र – 10.1

उसने अपनी सहेली शैली से पूछा क्या तुम इन आकृतियों को पहचान रही हो?

शैली ने कहा— पिछली कक्षा में हमने सीखा है कि भुजाओं की संख्या के आधार पर आकृतियों को नाम देते हैं।

जैसे आकृति 10.1(i) में तीन भुजाओं से बनी आकृति त्रिभुज, आकृति 10.1(ii) में चार भुजा से बनी आकृति चतुर्भुज, आकृति 10.1(iii) में पाँच भुजा से बनी आकृति पंचभुज हैं।

मेरी ने रानी से कहा— सही पहचाना परन्तु आकृति 10.1(iv) तथा आकृति 10.1(v) को क्या नाम दोगी?

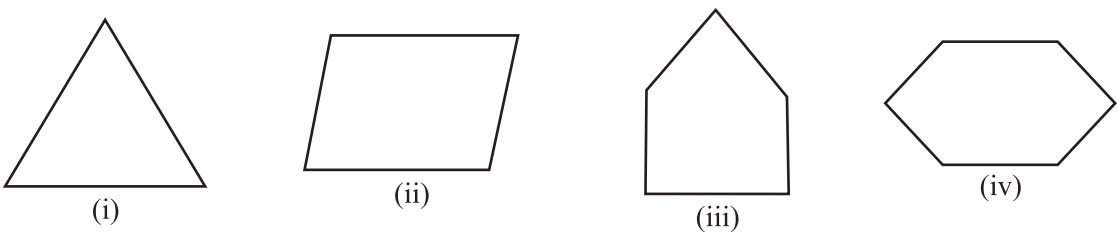
रानी ने उत्तर दिया आकृति 10.1(iv) को षट्भुज और आकृति 10.1(v) को सप्तभुज कहेंगे।

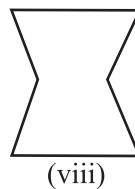
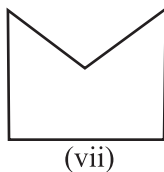
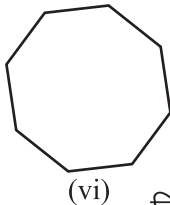
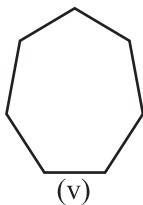
ये सभी बन्द आकृतियाँ कई भुजाओं से मिलकर बनी है अतः “तीन या तीन से अधिक भुजाओं से बनी बंद आकृतियों को बहुभुज कहते हैं।”



क्रियाकलाप 1 (Activity 1)

निम्न आकृतियों को ध्यान से देखिए तथा तालिका में रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।





चित्र - 10.2

सारणी 10.1 (Table 10.1)

क्र.सं.	चित्र संख्या	आकृति का नाम	शीर्षों की संख्या	भुजाओं की संख्या	कोणों की संख्या
1	10.2 (i)	त्रिभुज	3	3	3
2	10.2 (ii)				
3	10.2 (iii)				
4	10.2 (iv)				
5	10.2 (v)				
6	10.2 (vi)				
7	10.2 (vii)				
8	10.2 (viii)				

क्रियाकलाप (1) से हम क्या निष्कर्ष निकाल सकते हैं?

अवलोकन कर उससे निष्कर्ष निकालिए—

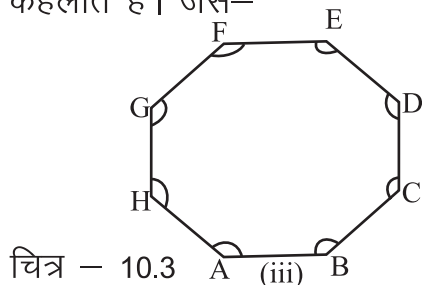
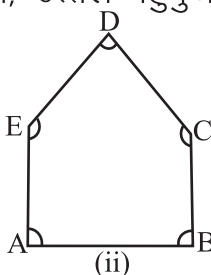
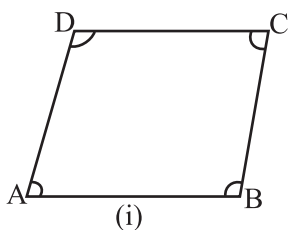
अवलोकन पश्चात हम निम्न निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि किसी भी बहुभुज में शीर्षों की संख्या, भुजाओं की संख्या एवं कोणों की संख्या समान होती है।

इस क्रियाकलाप में हमने देखा कि बहुभुज (iii) व (vii) दोनों पंचभुज एवं (iv) एवं (viii) दोनों षट्भुज हैं, लेकिन क्या क्रमांक (iii) व (vii) तथा (iv) व (viii) के बहुभुजों में कोई अंतर है?

सोचिए और अपने साथियों एवं शिक्षकों से इस सम्बंध में चर्चा कर निष्कर्ष लिखिए—

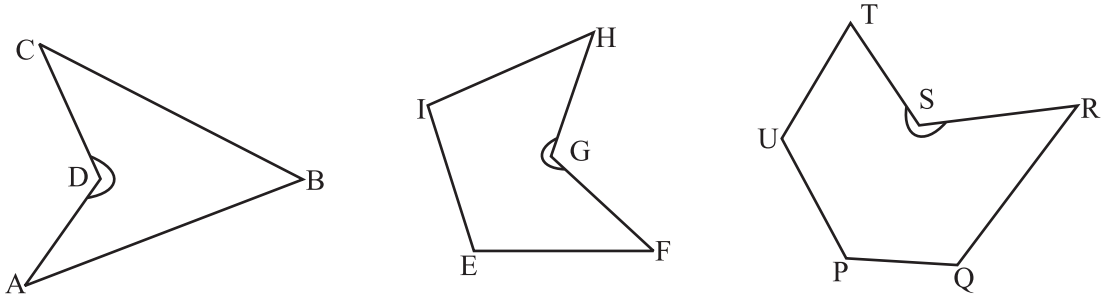
चित्र (vii) एवं (viii) के कुछ शीर्ष अंदर की ओर धंसे हुए हैं, परन्तु बाकी चित्रों के सभी शीर्ष बाहर उभरे हुए हैं। इस तरह हमें दो प्रकार के बहुभुज प्राप्त होते हैं—

(1) उत्तल बहुभुज (Convex polygon)— ऐसे बहुभुज जिनके सभी शीर्ष बाहर उभरे हुए हों और प्रत्येक अंतःकोण 180° से कम हों, उत्तल बहुभुज कहलाते हैं। जैसे—



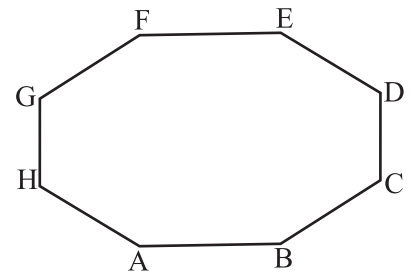
चित्र - 10.3

- (2) अवतल बहुभुज (concave polygon) — ऐसा बहुभुज जिसका कम से कम एक शीर्ष अंदर की ओर धंसा हुआ हो और कम से कम एक अंतः कोण 180° से अधिक हो, अवतल बहुभुज कहलाता है।



चित्र — 10.4

आकृति 10.5 एक अष्टभुज है। इसमें शीर्ष A से अन्य शीर्षों को मिलाकर भुजाओं तथा विकर्णों को पहचानिए तथा सारणी की पूर्ति कीजिए —



चित्र-10.5

सारणी 10.2

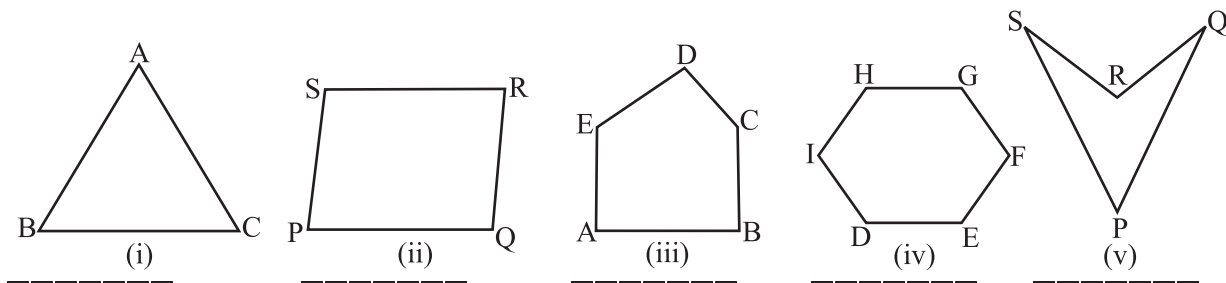
क्रमांक	शीर्ष का नाम जहाँ से अन्य शीर्षों को मिलाया गया	रेखाखंडों के नाम	
		भुजाएँ	विकर्ण
1	A	AB, AH	AC, AD, AE, AF, AG
2	B	BC, BA	BD, BE, BF, BG, BH
3	C	-----	-----
4			

इस क्रियाकलाप के आधार पर आप बहुभुज के विकर्ण की परिभाषा लिखिए —



क्रियाकलाप 2 (Activity 2)

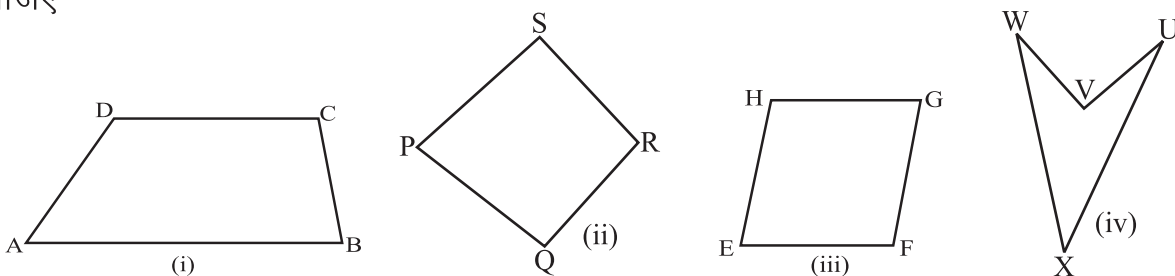
नीचे दी गई आकृतियों में किसी एक शीर्ष से विकर्ण खींचकर रिक्त स्थानों में उनकी संख्या लिखिए —



चित्र - 10.6

क्रियाकलाप 3

नीचे कुछ चतुर्भुज दिये गये हैं उनमें एक विकर्ण खींचिए और नीचे दिए गए प्रश्नों के उत्तर दीजिए -

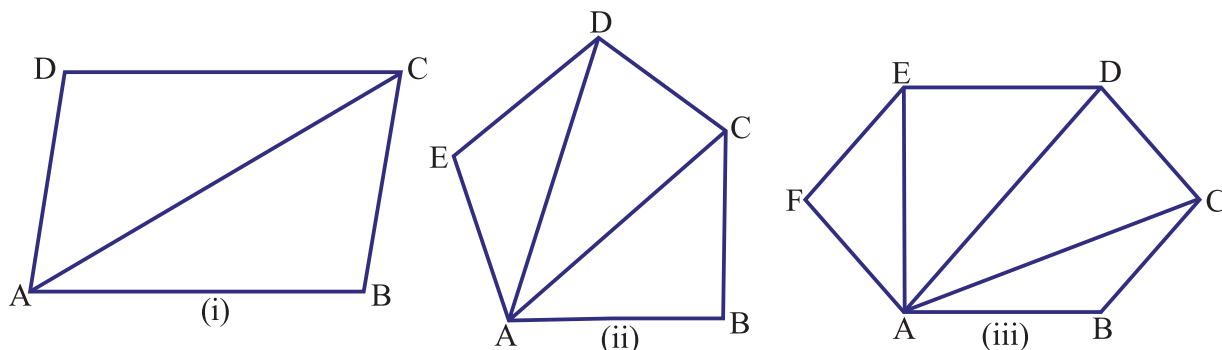


चित्र - 10.7

1. चतुर्भुज कितने त्रिभुजों में बंट गया है?
2. क्या दोनों त्रिभुजों के अंतः कोणों का योग चतुर्भुज के अंतः कोणों के योग के बराबर होगा?
3. त्रिभुज के अंतः कोणों का योग कितने अंश के बराबर है?
4. चतुर्भुज के अंतः कोणों का योग बताइए?

क्रियाकलाप 4

नीचे दिए गये चित्रों में किसी एक बिंदु से विकर्ण खींचे गये हैं।



चित्र - 10.8

चित्रों को ध्यान से देखिए एवं निम्न तालिका को भरिए-

सारणी — 10.3

क्रमांक	बहुभुज के नाम	बहुभुज में भुजाओं की संख्या	बहुभुज में बने कुल त्रिभुजों की संख्या	बहुभुज के आंतरिक कोणों का योग = त्रिभुजों की संख्या $\times 180^\circ$	अंतःकोणों का योग
1.	चतुर्भुज	04	02 या $(4-2)$	$2 \times 180^\circ$	360°
2.	पंचभुज	05	03 या $(5-2)$	$3 \times 180^\circ$	540°
3.	षष्ठभुज				
4.	सप्तभुज				
5.	द्वादशभुज				

उपरोक्त क्रियाकलाप 4 को हल करते वक्त शैली ने कहा कि बहुभुज में त्रिभुज की संख्या भुजाओं की संख्या से 2 कम है।

यदि किसी बहुभुज में भुजाओं की संख्या n हो तो बहुभुज में त्रिभुजों की संख्या $(n-2)$ होगी।

तभी रानी बोली $(n-2)$ त्रिभुज होने पर बहुभुज के अंतः कोणों का योग $= (n-2) \times 180^\circ$ होगा।

अतः **n भुजा वाले बहुभुज में अंतः कोणों का योग $= (n-2) \times 180^\circ$**

उदाहरण 1. एक बहुभुज में भुजाओं की संख्या 15 है तो अंतः कोणों का योग ज्ञात कीजिए—

हल: बहुभुज के अंतः कोणों का योग $= (n - 2) \times 180^\circ$ जहाँ n भुजाओं की संख्या है।

$$= (15 - 2) \times 180^\circ$$

$$= 13 \times 180^\circ$$

$$= 2340^\circ$$

नियमित एवं अनियमित बहुभुज (Regular and Irregular polygons)

आप जानते हैं कि जिस त्रिभुज में भुजाएँ बराबर होती हैं, उसे समबाहु त्रिभुज कहते हैं। समबाहु त्रिभुज में सभी कोण बराबर होते हैं। चतुर्भुज में जब प्रत्येक अंतःकोण 90° का होता है एवं प्रत्येक भुजा आपस में बराबर होती है तो उस आकृति को क्या कहते हैं? क्या अन्य बहुभुज में भी सभी भुजाएँ एवं कोण बराबर हो सकते हैं?

“जब बहुभुज में सभी भुजाएँ एवं कोण आपस में बराबर होते हैं उसे समबहुभुज या नियमित बहुभुज कहते हैं।”

जिस पंचभुज की सभी भुजाएँ एवं कोण बराबर होते हैं तो उसे समपंचभुज कहते हैं।

“ऐसे बहुभुज जिनकी भुजाओं एवं अंतःकोणों की माप अलग-अलग होती हैं अनियमित बहुभुज कहलाते हैं।”

चतुर्भुजाकार बहुभुजों में वर्ग एक नियमित बहुभुज है शेष बहुभुज अनियमित बहुभुज है।

गुणों के आधार पर विभिन्न प्रकार के चतुर्भुज (Different kinds of quadrilateral on the basis of characteristics.)

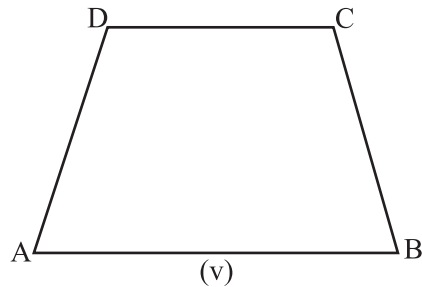
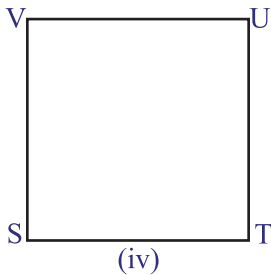
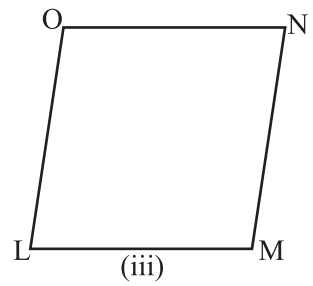
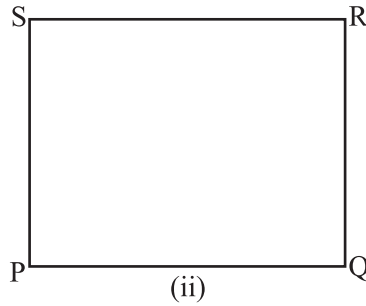
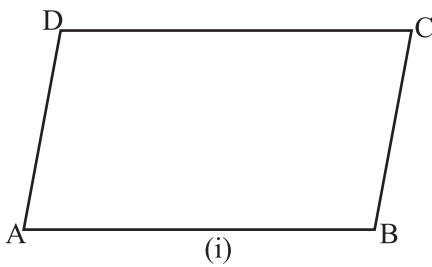
कक्षा VII में आपने चतुर्भुज की भुजा, बहिष्कोण, सम्मुखकोण, आसन्न कोण तथा अंतःकोणों का योग तथा चतुर्भुज के प्रकार के बारे में अध्ययन किया है।

आइए एक क्रियाकलाप के माध्यम से हम विभिन्न प्रकार के चतुर्भुजों की पहचान कर लें—



क्रियाकलाप 5

प्रथम उदाहरण के अनुसार सारणी पूर्ण कीजिए—



चित्र – 10.9

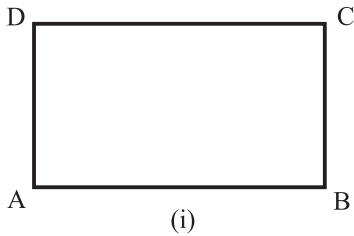
सारणी – 10.4

चित्र	समान्तर भुजाओं के नाम	बराबर भुजाओं के नाम	चतुर्भुज का प्रकार
10.9(i)	$AB \parallel CD, BC \parallel AD$	$AB = CD, BC = AD$	समान्तर चतुर्भुज
10.9(ii)			
10.9(iii)			
10.9(iv)			
10.9(v)			

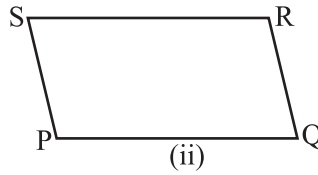


क्रियाकलाप 6

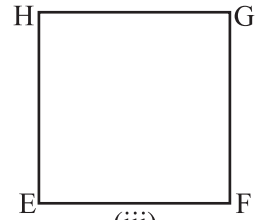
नीचे समान्तर चतुर्भुज के तीन चित्र दिए गए हैं, तालिका में दर्शाये अनुसार मापकर रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए—



(i)



(ii)



(iii)

चित्र — 10.10

सारणी — 10.5

क्र.	समान्तर चतुर्भुज का नाम	भुजाओं की माप (सेमी में)	कोणों की माप (अंश में)
1.	चतुर्भुज ABCD	AB=सेमी BC=...सेमी CD=.....सेमी DA=...सेमी	$\angle A=.....\angle B=.....$ $\angle C=.....\angle D=.....$
2.	चतुर्भुज PQRS	PQ=सेमी QR=...सेमी RS=.....सेमी SP=...सेमी	$\angle P=.....\angle Q=.....$ $\angle R=.....\angle S=.....$
3.	चतुर्भुज EFGH	EF=सेमी FG=...सेमी GH=.....सेमी HE=...सेमी	$\angle E=.....\angle F=.....$ $\angle G=.....\angle H=.....$

सारणी में प्राप्त परिणाम के आधार पर आपने देखा कि समान्तर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाओं तथा सम्मुख कोणों के माप बराबर है।

इस आधार हम कह सकते हैं कि समान्तर चतुर्भुज की सम्मुख भुजा व सम्मुख कोणों की माप आपस में बराबर होती है।

अभ्यास—1 (Practice - 1)

- कोई दो समान्तर चतुर्भुज बनाइए तथा सम्मुख भुजाओं एवं कोणों को मापकर लिखिए। क्या सम्मुख भुजा व कोण बराबर है?

उदाहरण 3. ABCD एक समान्तर चतुर्भुज है जिसमें $\angle C=75^\circ$ है तो शेष कोण ज्ञात कीजिए।

हल: दिया है $\angle C=75^\circ$

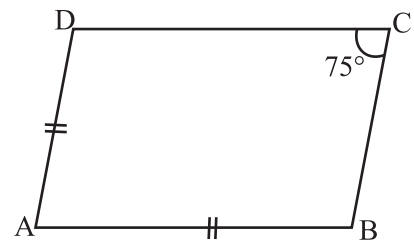
इसलिए $\angle A=75^\circ$

(क्योंकि सम्मुख कोण बराबर होते हैं।)

चूँकि $\angle A + \angle C + \angle B + \angle D = 360^\circ$ (क्यों?)

$$\Rightarrow 75^\circ + 75^\circ + \angle B + \angle D = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 150^\circ + \angle B + \angle D = 360^\circ$$



चित्र—10.11

$$\angle B + \angle D = 360^\circ - 150^\circ$$

$$\angle B + \angle D = 210^\circ$$

$$\angle B + \angle B = 210^\circ [\because \angle D = \angle B]$$

$$\angle B = \frac{210^\circ}{2} \quad \text{या} \quad \angle B = 105^\circ$$

इसी प्रकार $\angle D = 105^\circ$

समान्तर चतुर्भुज में खींचे गए विकर्णों के गुण-

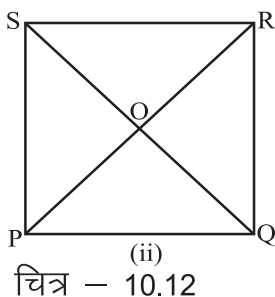
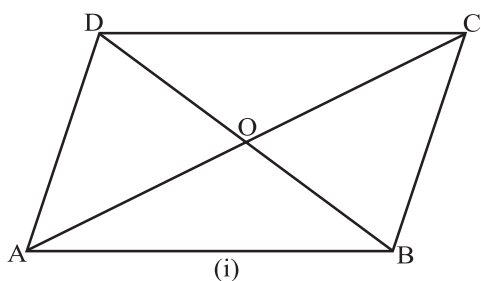
(Characteristics of Diagonals drawn in a parallelogram)

किसी बहुभुज में विकर्ण खींचना आप सीख चुके हैं। आप यह भी जानते हैं कि एक चतुर्भुज में खींचे गए विकर्ण एक दूसरे को काटते हैं।

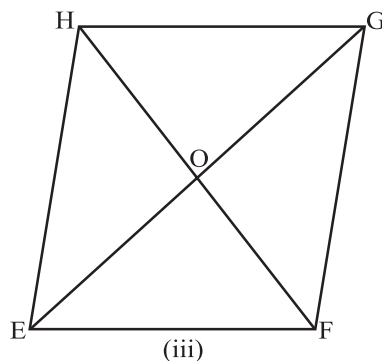
आइए समान्तर चतुर्भुज में खींचे गए विकर्णों के गुणों को जाँचें -



क्रियाकलाप 7



चित्र - 10.12



ऊपर दिए गए सभी समान्तर चतुर्भुजों के विकर्ण एक दूसरे को O पर काटते हैं। नीचे तालिका में रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए एवं निष्कर्ष निकालिये।

सारणी - 10.6

क्र.	समान्तर चतुर्भुज का नाम	रेखाखण्डों की माप सेमी में	क्या प्रतिच्छेद बिन्दु O विकर्णों का मध्य बिन्दु है?
1.	समान्तर चतुर्भुज ABCD	AO=....सेमी OC=....सेमी OB=....सेमी OD=....सेमी	
2.	समान्तर चतुर्भुज PQRS	OP=....सेमी OR=....सेमी OQ=....सेमी OS=....सेमी	
3.	समान्तर चतुर्भुज EFGH	OE=....सेमी OG=....सेमी OF=....सेमी OH=....सेमी	

निष्कर्ष

ऐसे ही और कई समान्तर चतुर्भुज बनाकर अपने निष्कर्ष की जाँच कीजिए कि समान्तर चतुर्भुज के विकर्ण एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं।

नीचे दिए गए प्रश्नों के उत्तर ढूँढ़िए तथा अपने उत्तर के पक्ष में तर्क दीजिए—

1. क्या प्रत्येक वर्ग एक समान्तर चतुर्भुज है?
2. क्या प्रत्येक आयत एक समान्तर चतुर्भुज है?
3. क्या प्रत्येक समचतुर्भुज एक समान्तर चतुर्भुज है?
4. तो क्या उपरोक्त सभी चतुर्भुजों के विकर्ण एक दूसरे को समद्विभाजित करेंगे?

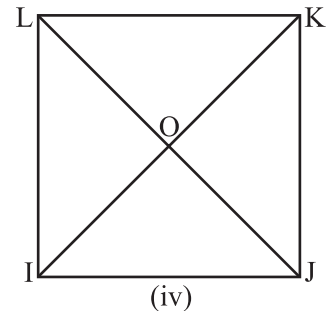
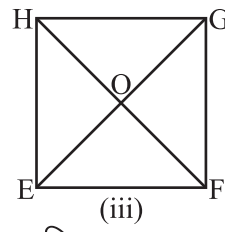
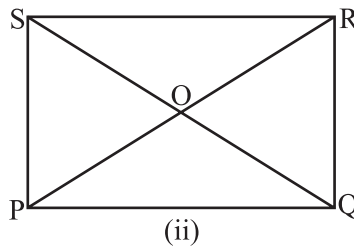
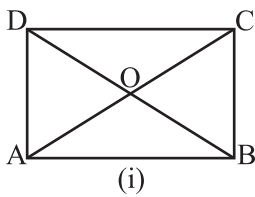
अभ्यास 2

1. एक ऐसा चतुर्भुज बनाइए जिसके विकर्ण एक दूसरे को समद्विभाजित करें।



क्रियाकलाप 8

नीचे आयत व वर्ग के कुछ चित्र दिए गए हैं। इन चित्रों में दोनों विकर्णों को मापिए एवं तालिका में रिक्त स्थानों में पूर्ति कीजिए—



चित्र — 10.13

सारणी—10.7

चित्र क्र	चतुर्भुज का नाम	विकर्णों की माप (सेमी में)	रेखाखंडों की माप (सेमी में)	क्या विकर्ण आपस में बराबर हैं ? (हाँ या नहीं)	क्या विकर्ण एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं?(हाँ/नहीं)
10.13 (i)	आयत ABCD	AC=....BD=...	OA=...OC=... OB=...OD=...		
10.13 (ii)	आयत PQRS	PR=....QS=...	OP=...OR=... OQ=...OS=...		
10.13 (iii)	वर्ग EFGH	EG=....FH=...	OE=...OG=... OF=...OH=...		
10.13 (iv)	वर्ग IJKL	IK=....JL=...	OI=...OK=... OJ=...OL=...		

अतः हम प्रत्येक स्थिति में यह निष्कर्ष निकालते हैं कि आयत एवं वर्ग के विकर्ण की लम्बाई आपस में बराबर होती हैं एवं वे एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं।

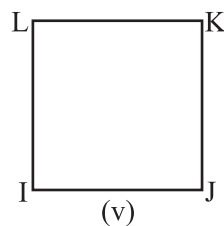
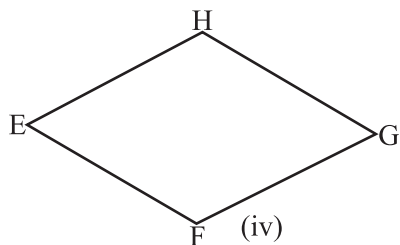
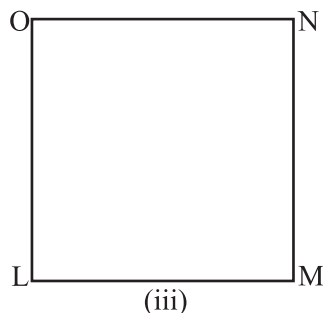
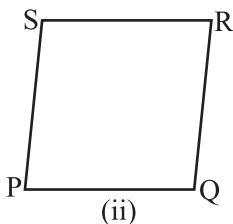
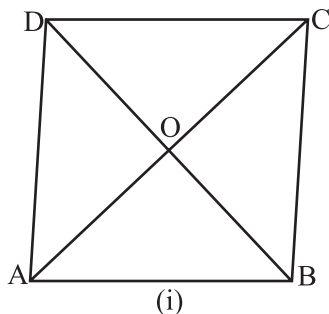
अभ्यास-3

आप अपनी कापी में अलग-अलग माप के दो आयत एवं दो वर्ग बनाकर उनके विकर्ण खींचिए एवं उनके गुणों की जाँच कीजिए।



क्रियाकलाप 9

नीचे समचतुर्भुज तथा वर्ग के कुछ चित्र दिए गए हैं इनके विकर्णों को मिलाइए तथा इनके प्रतिच्छेद बिन्दु पर बनने वाले कोणों को मापिए।



चित्र - 10.14

सारणी-10.8

क्र.	चित्र क्रमांक	चतुर्भुज का नाम	विकर्णों के प्रतिच्छेद बिन्दु पर बने कोणों की माप
1.	10.14(i)	समचतुर्भुज ABCD	$\angle AOB = \dots \angle BOC = \dots \angle COD = \dots \angle DOA \dots$
2.	10.14(ii)		
3.	10.14(iii)		
4.	10.14(iv)		
5.	10.14(v)		

विकर्णों के प्रतिच्छेद बिन्दु पर बनने वाले कोणों का मान कितना है?

इस प्रकार आप पाते हैं कि समचतुर्भुज तथा वर्ग के विकर्ण समकोण पर समद्विभाजित करते हैं।

सारणी-10.9

क्रं	चतुर्भुज के प्रकार	भुजाएँ	कोण	विकर्ण
1.	समान्तर चतुर्भुज	सम्मुख भुजाएँ समान्तर व बराबर होती हैं।	सम्मुख कोण बराबर होते हैं।	विकर्ण एक दूसरे को प्रतिच्छेद बिन्दु पर समद्विभाजित करते हैं।
2.	आयत	सम्मुख भुजाएँ समान्तर व बराबर होती हैं।	सम्मुख कोण बराबर होते हैं (प्रत्येक कोण 90° होता है।)	विकर्ण बराबर एवं एक दूसरे को प्रतिच्छेद बिन्दु पर समद्विविभाजित करते हैं।
3.	वर्ग	सभी भुजाएँ बराबर होती हैं, सम्मुख भुजाएँ समान्तर होती हैं।	सम्मुख कोण बराबर होते हैं (प्रत्येक कोण 90° का होता है।)	विकर्ण एक दूसरे को समकोण पर समद्विभाजित करते हैं तथा विकर्ण आपस में बराबर होते हैं
4.	समचतुर्भुज	सभी भुजाएँ बराबर होती हैं, सम्मुख भुजाएँ समान्तर होती हैं।	सम्मुख कोण बराबर होते हैं।	विकर्ण एक दूसरे को समकोण पर समद्विभाजित करते हैं।

प्रश्नावली-10 (Exercise -10)

- प्रत्येक प्रश्न में 4 संभावित उत्तर दिए गए हैं जिनमें एक सही है सही उत्तर चनुकर लिखिए—
 - दोनों विकर्ण बराबर होते हैं—
 - समान्तर चतुर्भुज
 - समचतुर्भुज
 - आयत
 - समलंब चतुर्भुज
 - किस चतुर्भुज में सभी कोण आपस में बराबर होते हैं।
 - समलंब चतुर्भुज
 - सम चतुर्भुज
 - समान्तर चतुर्भुज
 - आयत
 - समान्तर चतुर्भुज का एक कोण यदि 60° का हो तो उसके सम्मुख कोण का मान होगा।
 - 60°
 - 120°
 - 90°
 - 180°

(द) किसी समान्तर चतुर्भुज की संलग्न भुजाओं की लम्बाई क्रमशः 8 सेमी व 6 सेमी हो तो उसका परिमाप होगा।

(i) 14 सेमी (ii) 28 सेमी (iii) 56 सेमी (iv) 60 सेमी

2. निम्नलिखित रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए—

1. ऐसा चतुर्भुज जिसके विकर्ण बराबर होते हैं तथा प्रतिच्छेद बिन्दु पर समकोण बनाते हैं, उस चतुर्भुज को ————— कहते हैं।
2. वह चतुर्भुज जिसमें केवल एक सम्मुख भुजा समान्तर हो ————— चतुर्भुज कहलाता है।
3. किसी बहुभुज में यदि 6 शीर्ष हो तो उसमें भुजाओं की संख्या ————— होगी।
4. यदि किसी बहुभुज में भुजाओं की संख्या n हो तो किसी एक शीर्ष से सभी विपरीत शीर्षों को मिलाने पर बनने वाले त्रिभुजों की संख्या ————— होगी।

3. एक वर्गाकार कागज के चारो शीर्षों को कैंची से काटा गया है प्राप्त आकृति कौन सा बहुभुज क्षेत्र बनाती है? अपने साथियों से चर्चा कीजिए।

4. एक बहुभुज में भुजाओं की संख्या 8 है तो उसके अंतः कोणों का योग कितना होगा।

5. एक समान्तर चतुर्भुज का एक कोण 120° हो तो अन्य कोणों की माप ज्ञात कीजिए।

6. एक समान्तर चतुर्भुज के दो कोणों का अनुपात 4:5 है समान्तर चतुर्भुज के सभी कोण ज्ञात कीजिए।

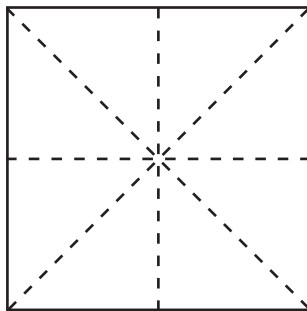
7. किसी समान्तर चतुर्भुज की संलग्न भुजाएँ 3:4 के अनुपात में है यदि समान्तर चतुर्भुज का परिमाप 84 सेमी हो तो उसकी भुजाएँ ज्ञात कीजिए।

8. इनमें कौन से कथन सही नहीं हैं उन्हें सुधारकर लिखिए

- (i) सभी वर्ग समलंब चतुर्भुज होते हैं।
- (ii) आयत के विकर्ण बराबर होते हैं।
- (iii) सभी आयत समान्तर चतुर्भुज नहीं होते।
- (iv) समचतुर्भुज के विकर्ण समकोण पर समद्विभाजित करते हैं।
- (v) सभी वर्ग आयत होते हैं।

बहुभुजों में समरूपता (Symmetry in polygons)

चतुर्भुजाकार आकृतियों से तो आप भलीभाँति परिचित हो चुके हैं। कक्षा 7वीं में आपने यह सीखा था कि किसी आकृति को यदि इस प्रकार से दो भागों में मोड़ा जा सके कि मोड़ने पर दोनों भाग एक-दूसरे को पूरी तरह से ढँक ले तो जिस रेखा के सापेक्ष इस आकृति को मोड़ा जाता है उस रेखा को सममिति की रेखा कहते हैं। जैसे – एक वर्ग काटिए उस वर्ग को नीचे चित्र में दी गई टूटी हुई रेखाओं के सापेक्ष मोड़कर आप चार सममित रेखाएँ प्राप्त कर सकते हैं।

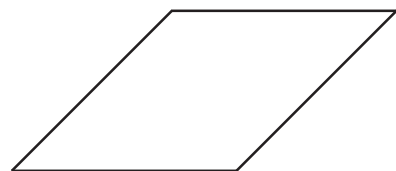


चित्र क्र. 10.

इसी प्रकार आप भी नीचे दी गई आकृतियों के समान आकार का कागज काटकर प्रत्येक आकृति के लिए सममित रेखाएँ प्राप्त कीजिए एवं जिन आकृतियों में संभव हो उन आकृतियों में पुस्तक में ही पेंसिल द्वारा खींची गई टूटी हुई रेखाओं से दर्शाइए तथा रिक्त स्थानों पर सममित रेखाओं की संख्याएँ भी लिखिए।



आयत



समचतुर्भुज



समलम्ब



समान्तर चतुर्भुज



दो समान भुजाओं वाली समलम्ब

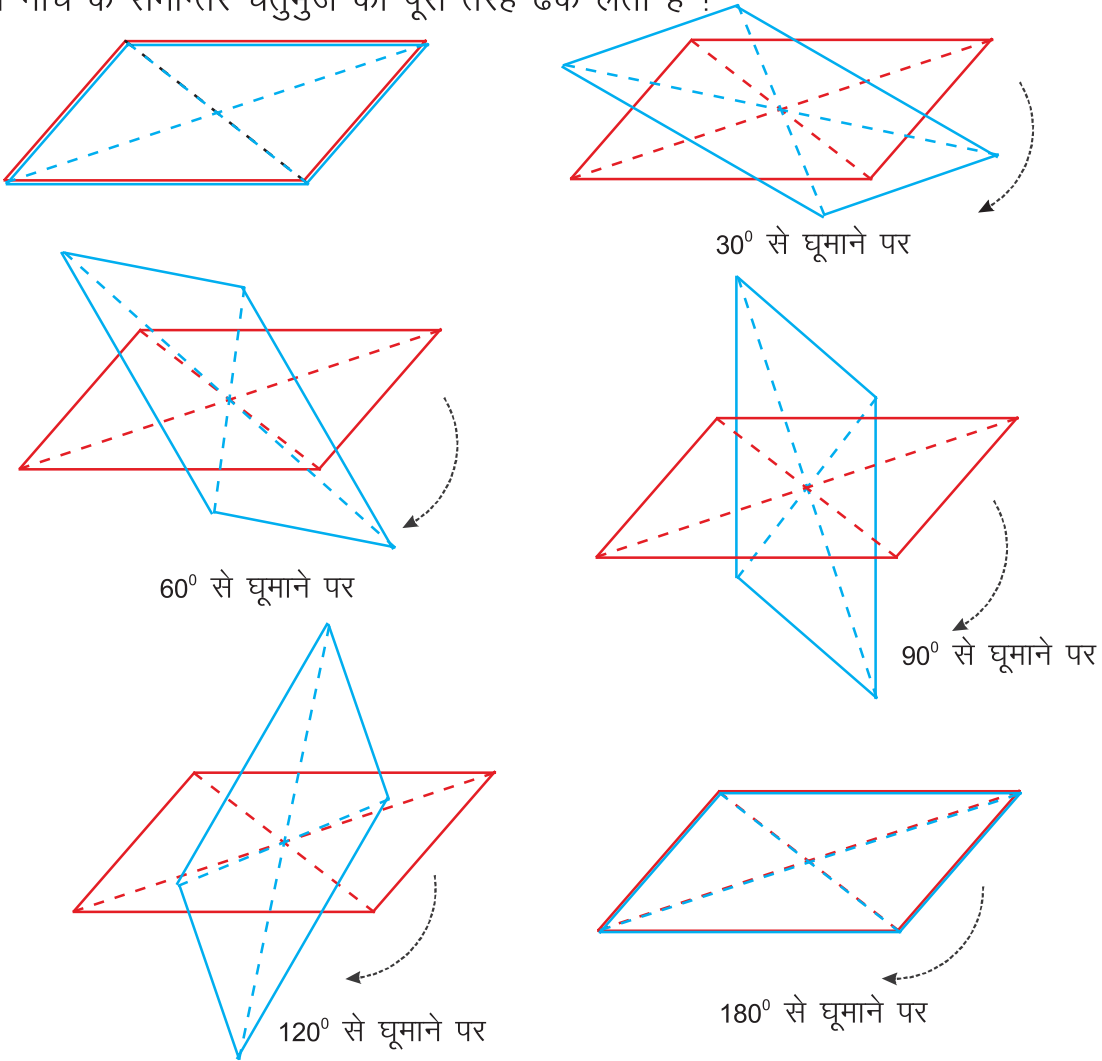
समान्तर चतुर्भुज जो न वर्ग है न आयत और न ही समचतुर्भुज में कोई भी सममित रेखा नहीं है फिर भी देखने से ऐसा लगता है कि इनमें एक प्रकार का संतुलन है। आइए, इसे ढूँढ़ें—

एक कागज को बीच से दो बराबर भागों में मोड़िए तथा ऊपरी भाग पर एक समान्तर चतुर्भुज बनाइए। अब दोनों कागजों को इस प्रकार काटें कि दो समान आकार के समान्तर चतुर्भुज प्राप्त हो।

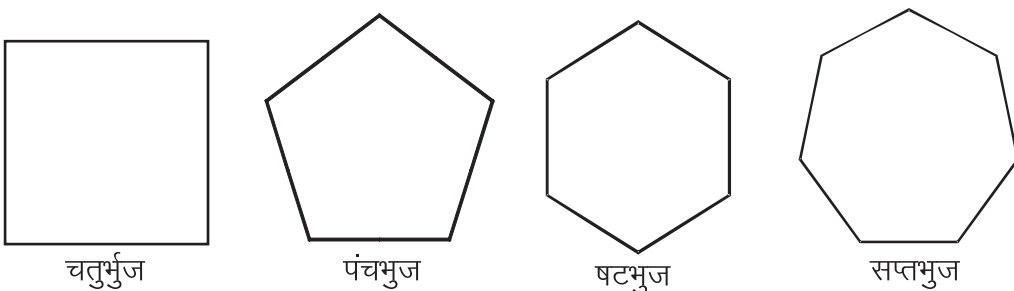
दोनों समान्तर चतुर्भुज में विकर्ण खींचकर उनका कटन बिन्दु प्राप्त कीजिए।

कटन बिन्दु पर एक पिन लगाकर ऊपर वाले समांतर चतुर्भुज को नीचे वाले समान्तर चतुर्भुज

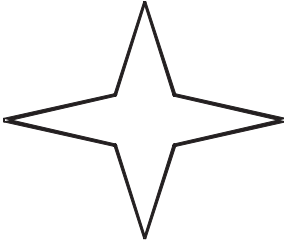
के ऊपर घुमाइए तथा यह देखिए कि किन-किन स्थितियों में केन्द्र पर घुमाने से ऊपर का समान्तर चतुर्भुज नीचे के समान्तर चतुर्भुज को पूरी तरह ढँक लेता है ?



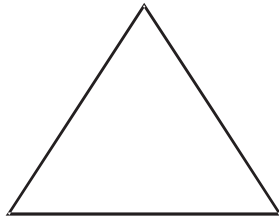
इस प्रकार आप देखते हैं कि पहले 180° के कोण पर एवं पुनः 360° के कोण पर ऊपर वाले समान्तर चतुर्भुज को घुमाने पर ऊपर वाला समान्तर चतुर्भुज नीचे वाले समान्तर चतुर्भुज पूरी तरह ढँक लेता है। इस प्रकार की सममिति को घूर्णन सममिति कहते हैं तथा जिस बिन्दु के सापेक्ष घुमाते हैं उसे घूर्णन केन्द्र कहते हैं। घूर्णन केन्द्र के सापेक्ष एक पूरा चक्कर लगाने पर एक आकृति अपने आप को जितनी बार ढँक लेती है उसे घूर्णन का क्रम कहते हैं। निम्न आकृतियों का घूर्णन क्रम ज्ञात कीजिए –



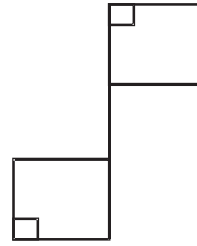
क्रियाकलाप : नीचे दी गई आकृतियों में बहुभुज को पहचानिये तथा उनके घूर्णन का क्रम एवं सममिति अक्षों की संख्या ज्ञात कीजिए एवं सारणी में भरिए –



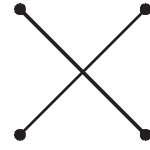
चित्र क्र. 10.



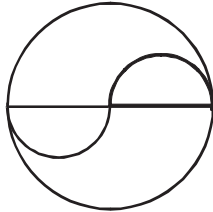
चित्र क्र. 10.



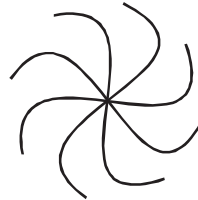
चित्र क्र. 10.



चित्र क्र. 10.



चित्र क्र. 10.



चित्र क्र. 10.

चित्र क्र.	बहुभुज है या नहीं	घूर्णन का क्रम	सममित अक्षों की संख्याएँ

क्या घूर्णन क्रम का सममित अक्षों की संख्या से कोई संबंध है ?

इससे आप क्या निष्कर्ष निकालते हैं ?

अभ्यास-4

- अपने दैनिक जीवन में घूर्णन सममिति कहां-कहां दिखती है ? कोई पांच उदाहरण लिखिए।
- क्या आप और किसी प्रकार की सममिति के बारे में सोच सकते हैं ? सोचिए एवं अपने साथियों से चर्चा कीजिए।

प्रश्नावली 10.1

- एक चतुर्भुज के तीन कोण क्रमशः 80° , 110° , 120° हैं तो चौथा कोण कितने अंश का होगा?
- यदि किसी चतुर्भुज के तीन कोण समान हैं और चौथा कोण 75° का है तो बताइए समान कोण कितने अंश के हैं?
- समान्तर चतुर्भुज के आसन्न कोणों का अनुपात 2 : 3 है तो कोणों के मान क्या होंगे?

4. किसी चतुर्भुज का एक कोण समकोण है और अन्य कोणों का अनुपात $2 : 3 : 4$ है तो उन कोणों के मान क्या होंगे?
5. एक चतुर्भुज के चार कोणों का अनुपात $1 : 2 : 3 : 4$ है तो प्रत्येक कोण का मान ज्ञात कीजिए।
6. एक समान्तर चतुर्भुज के आसन्न कोण क्रमशः x और $x + 20$ हैं तो प्रत्येक कोण का मान बताइए।

हमने सीखा (We have learnt)

1. तीन या तीन से अधिक रेखाखंडों से घिरी हुई बंद आकृति बहुभुज कहलाती है।
2. बहुभुज के सभी भुजाओं की लम्बाई एवं सभी कोण बराबर हों तो उसे सम बहुभुज क्षेत्र या नियमित बहुभुज क्षेत्र कहते हैं।
3. जिन बहुभुज में भुजाओं की लम्बाई भिन्न-भिन्न होती है उसे अनियमित बहुभुज क्षेत्र कहते हैं।
4. यदि किसी बहुभुज क्षेत्र में भुजाओं की संख्या n है तो एक शीर्ष से सभी विपरीत शीर्षों को मिलाने पर क्षेत्र $(n-2)$ त्रिभुजों में बँट जाता है।
5. किसी बहुभुज क्षेत्र के सभी अंतःकोणों का योग $(n-2) \times 180^\circ$ होता है।
6. समान्तर चतुर्भुज, आयत, वर्ग एवं समचतुर्भुज के विकर्ण प्रतिच्छेद बिन्दु पर समद्विविभाजित होते हैं।
7. वर्ग एवं आयत के दोनों विकर्ण आपस में बराबर होते हैं।
8. वर्ग एवं समचतुर्भुज के विकर्ण समकोण पर समद्विविभाजित होते हैं।
9. वह बहुभुज क्षेत्र जिसका प्रत्येक कोण 180° से कम हो उसे उत्तल बहुभुज कहते हैं।
10. वह बहुभुज क्षेत्र जिसमें कम से कम एक अंतःकोण 180° से अधिक हो अवतल बहुभुज क्षेत्र कहलाता है।

